NAZIONALE
B. Prov.
XXII
131
NAPOLI
BIBLIOTECA
VITT. EM. III

BIBLIOTECA PROVINCIALE
Armadio 1
Palchetto A
Num° d' ordine 1.

B
XXII
131 242
211

ENCYCLOPÉDIE
MÉTHODIQUE,
OU
PAR ORDRE DE MATIERES;

PAR UNE SOCIÉTÉ DE GENS DE LETTRES,
DE SAVANS ET D'ARTISTES.

Précédée d'un Vocabulaire universel, *servant de Table pour tout l'Ouvrage, ornée des Portraits de MM.* DIDEROT *&* D'ALEMBERT, *premiers Éditeurs de l'*Encyclopédie.

Digitized by Google

649113

ENCYCLOPÉDIE
MÉTHODIQUE

NOUVELE ÉDITION ENRICHIE DE REMARQUES

DÉDIÉE À LA SÉRÉNISSIME

RÉPUBLIQUE DE VENISE

MATHÉMATIQUES.

TOME PREMIER.

À PADOUE

M. DCC. LXXXVII.

Avec Approbation et Privilége.

BIBLIOTECA NAZIONALE NAPOLI

Digitized by Google

Liſte de tous les Auteurs qui ont travaillé dans ce Dictionaire, avec les lettres par leſquelles ils ſont déſignés à la fin de chacun des articles qui leur apartienent. Quelquefois on a écrit les noms en entier. M. de la Lande eſt ſeul Auteur de toute la partie aſtronomique.

M. d'Alembert . . . . . (*O*).
M. l'Abbé Boſſut . . . . . (*L. B.*).
M. de la Lande . . . . . (*D. L.*).
M. le Marquis de Condorcet . . . . . (*M. D. C.*).
M. Caſtillon, pere . . . . . (*J. D. C.*).
M. Caſtillon, fils . . . . . (*F. D. C.*).
M. Jean Bernoulli . . . . . (*J. B.*).
M. l'Abbé de la Chapelle . . . . . (*E*).
M. Dargenville . . . . . (*K*).
M. Diderot.
M. Rallier des Ourmes.

DISCOURS PRÉLIMINAIRE,

BIBLIOTECA PROVINCIALE DI NAPOLI

Par M. l'Abbé Bossut.

Le nom seul des Mathématiques, qui, dans son étymologie, veut dire *Instruction*, *Science*, peint d'une maniere juste & précise l'idée noble qu'on doit s'en former. En effet, elles ne sont qu'un enchaînement de principes, de raisonemens & de conclusions, que la certitude & l'évidence acompagnent toujours: caractere propre des connoissances scientifiques.

On sait que les Mathématiques ont pour objet de mesurer, ou plutôt de comparer les grandeurs; par exemple, les distances, les surfaces, les viteſſes, *&c.* Elles se divisent en *Mathématiques pures* & *Mathématiques mixtes*, autrement appelées *Sciences Physico-Mathématiques*.

Les Mathématiques pures considerent la grandeur d'une maniere simple, générale & abstraite: & par-là elles ont le précieux avantage d'être fondées sur les notions primordiales de la quantité. Cette classe comprend, 1°. l'Arithmétique ou l'Art de compter. 2°. La Géométrie, qui apprend à mesurer l'étendue. 3°. L'analyse, science des grandeurs en général. 4°. La Géométrie mixte, combinaison de la Géométrie ordinaire & de l'Analyse.

Les Mathématiques mixtes empruntent de la Physique une ou plusieurs expériences inconteſtables, ou bien suppoſent dans les corps une qualité principale & néceſſaire: ensuite, par des raisonemens méthodiques & démonstratifs, elles tirent du principe établi, des conclusions évidentes & certaines, comme celles que les Mathématiques pures tirent immédiatement des axiômes & des définitions. A cette seconde classe apartienent, 1°. la Méchanique, science de l'équilibre & du mouvement des corps solides. 2°. L'Hydrodynamique, qui considere l'équilibre & le mouvement des corps fluides. 3°. L'Acouſtique ou la Théorie du son. 4°. L'Optique ou la Théorie du mouvement de la lumiere. 5°. L'Aſtronomie, science du mouvement des corps céleſtes.

J'ai rangé ici les différentes parties des Mathématiques dans l'ordre qui me paroît le plus propre à montrer d'un coup d'œil leur enchaînement réciproque dans l'état où elles se trouvent aujourd'hui. Mais cet ordre n'eſt pas tout-à-fait conforme à leur dévelopement hiſtorique, parce que le hazard & des circonſtances particulieres ayant souvent donné lieu à des découvertes, la filiation naturele n'a pu être conſtament obſervée.

Il eſt vrai-ſemblable que la premiere origine des Mathématiques eſt preſqu'auſſi ancienne que celle des ſociétés & des loix. Les hommes s'étant raſſemblés, & chacun étant obligé de pourvoir à ſa ſubſiſtance & à ſa conſervation, ſans pouvoir attenter à la poſſeſſion d'autrui, le beſoin induſtrieux trouva ſans doute bientôt les pratiques, au moins informes, de quelques arts de premiere néceſſité, tels que ceux de bâtir des cabanes, de régler l'ordre des ſaiſons, de meſurer les champs, *&c.* Or toutes ces connoiſſances apartienent, dans le fonds, à la Méchanique, à l'Aſtronomie, à la Géométrie, *&c.* Mais elles ne furent d'abord que le fruit de l'expérience ou d'une routine aveugle. L'aſſiduité que demandoient les travaux de la campagne ne permettoit pas aux hommes de s'élever à des idées générales & réfléchies. Le cercle de leurs beſoins bornoit celui de leurs penſées. Inſenſiblement l'inégalité des biens s'établit parmi eux. Quelques-uns ayant acquis une eſpece de ſuperflu, ſe livrerent à l'oiſiveté, plus conforme à la foibleſſe de notre nature, qu'un travail pénible & ſouvent deſtructeur. Alors le tourment de l'ennui, ataché à l'inaction, vint porter le mouvement & l'inquiétude dans l'eſprit humain, exciter ſa curioſité, agrandir la ſphere

de ſes idées, & donner l'impulſion aux arts & aux ſciences. A ce puiſſant mobile, ſe joignit l'aiguillon des honeurs & des réeompenſes acordées dans tous les pays aux hommes qui ſe diſtinguoient par leurs talens. Le chant, auſſi ancien que le monde, & une poéſie grôſſiere, preſque de même date, prirent une forme plus variée & moins barbare. Il y eut des Orateurs, des Poëtes, des Peintres, des Architectes & des Sculpteurs. On obſerva les phénomenes de la nature, & on voulut en connoître les cauſes. La Géométrie, bornée d'abord à la meſure des champs, recula ſes limites, & s'étendit à des uſages fondés ſur des théories moins élémentaires. L'Aſtronomie, dont les Bergers de Chaldée, au milieu de leurs paiſibles fonctions, avoient jeté les fondemens, s'enrichit de nouveles obſervations & d'inſtrumens propres à les rendre plus exactes. Toutes les parties des Mathématiques firent ſucceſſivement des progrès. Ils auroient été plus rapides, ſi l'ambition des hommes & tous les fléaux de la guerre, qu'elle entraîne après elle, n'avoient ſouvent obſcurci le flambeau du génie, pendant une longue ſuite de ſiecles: mais, comme un feu caché ſous la cendre, il reprit ſon éclat dans les temps plus heureux; & l'édifice des Sciences s'eſt élevé par degrés.

Tous les peuples un peu conſidérables de l'ancien monde ont aimé & cultivé les Mathématiques. Les plus diſtingués en ce genre ſont les Chaldéens, les Égyptiens, les Chinois, les Indiens, les Grecs, les Romains, les Arabes, & dans les temps modernes, les Nations occidentales de l'Europe. Quant aux Américains, ils n'avoient que les Arts méchaniques les plus néceſſaires à la vie, & nulle théorie des Sciences, avant leur communication avec les Européens. Leur penchant naturel ne les porte point aux connoiſſances ſpéculatives, & la ſervitude où ils ont été réduits les empêcheroit de s'y livrer.

On ne peut former que des conjectures ſur l'état des Sciences avant le déluge. Immédiatement après ce grand événement, le genre humain ayant commencé à s'accroître, & à ſe diviſer ſur la ſurface de la terre, l'obſervation du cours des aſtres occupa les Chaldéens dans l'Aſie, & les Égyptiens dans l'Afrique. Les premieres connoiſſances de tous ces peuples ne ſe répandoient, & ne paſſoient d'âge en âge que par la ſimple voie de la tradition. Auſſi la plupart ſe perdirent, & il n'en eſt reſté que la renomée.

Les Chinois commencerent à s'adoner aux Sciences preſqu'auſſi-tôt qu'ils eurent formé un corps de peuple; & cette époque remonte à la plus haute antiquité. Leurs premiers Souverains établirent, & les autres ont conſervé un tribunal deſtiné expreſſément à l'enſeignement des Mathématiques: cependant ils n'ont jamais fait que des progrès aſſez bornés. Je citerai en exemple leur Aſtronomie, qui, ſous le ciel le plus favorable aux obſervations, n'eſt pas plus avancée aujourd'hui, que l'étoit celle des Européens au temps de Tycho-Brahé. Atachée ſuperſtitieuſement à ſes ancienes inſtitutions, la nation chinoiſe paroît dépourvue de cette activité inquiete qui cherche la nouveauté, & qui produit les découvertes.

Il en eſt à peu près de même des Indiens: les ſciences ſont fort anciennes chez eux; ils ont connu, pluſieurs ſiecles avant l'ere chrétiene, les temps des révolutions du ſoleil & de la lune; ils ſavoient prédire les éclipſes; quelques auteurs leur attribuent le ſyſtême de notre numération arithmétique; on croit que Pythagore alla puiſer dans l'Ind. le dogme de la Métempſychoſe: aujourd' hui ils ſont beaucoup moins inſtruits que les Chinois.

Dans ces temps reculés, où les connoiſſances humaines commençoient à s'augmenter, les prêtres ou mages de l'Égypte en étoient, pour ainſi dire, les dépoſitaires univerſels. Le Commerce ayant ouvert des communications entre les peuples de l'Orient, on venoit de toutes parts s'inſtruire en Égypte. Ce motif y attira pluſieurs Philoſophes Grecs, entr'autres, Thalès de Milet & Pythagore de Samos. De retour en Grece (*a*), Thalès y répandit les principes de la Géométrie, de la Phyſique & de l'Aſtronomie. Pythagore eut l'ambition des Conquérans: jaloux d'étendre l'empire des Science, il alla (*b*) fonder en Italie une École qui acquit en peu de temps une telle célébrité qu'il comptoit des princes & des légiſlateurs parmi ſes diſciples.

L'École d'Alexandrie (*c*), preſque toute com-

(*a*) An. avant J. C. 590. (*b*) An. avant J. C. 540.
(*c*) An. avant J. C. 320.

Digitized by Google

poſée de Mathématiciens Grecs, entretint, pendant plus de dix ſiecles, le goût & l'étude des Sciences dans leur pays. Cet établiſſement fut l'ouvrage de Ptolomée-Lagus, qui, dans le démembrement des États conquis par Alexandre, avoit eu le Royaume d'Égypte en partage. Ses Succeſſeurs fonderent, à cet exemple, une immenſe bibliotheque, où l'on raſſembloit, à grands frais, tous les livres que l'on pouvoit ſe procurer.

La haute idée qu'on ſe fait ordinairement des Romains, préoccupe l'imâgination à tel point, qu'on ne peut ſonger, ſans étonement, à leur médiocrité dans les Mathématiques. Rivaux & quelquefois vainqueurs des Grecs dans l'éloquence, la poéſie & l'hiſtoire, ils n'en ſont ici que les diſciples ou les commentateurs. Le talent de parler & de remuer l'imagination, menoit, chez eux, à la gloire & aux dignités: ils eſtimoient peu les connoiſſances abſtraites & ſpéculatives, que le génie cultive en ſilence, & qui ne ſont pas deſtinées à exciter les applaudiſſemens de la multitude.

Une ſurpriſe d'un genre oppoſé, eſt de voir les Arabes & les Perſans, cent cinquante ans après Mahomet, ſe livrer aux Lettres, aux Sciences, & produire en particulier de très-grands Aſtronomes. Je joins enſemble ces deux peuples, parce qu'en effet, quand ils commencerent à ſe policer, ils étoient ſoumis à la même religion & aux mêmes Souverains.

Enfin, à la renaiſſance des lettres & des arts en Europe, au temps des Médicis, les Mathématiques prenent, à leur tour, un mouvement rapide; & les progrès qu'elles ont faits depuis cette époque juſqu'à nos jours, forment pour elles comme un nouvel âge: nous ne pouvons pas en prédire la durée; mais quelques révolutions que les Sciences puiſſent éprouver, il ſera toujours regardé comme le plus brillant de tous, par l'importance des découvertes qui s'y ſont faites, & ſur-tout par celle des calculs *différentiel & intégral*.

M. de Montucla a écrit l'hiſtoire des Mathématiques depuis leur origine, juſqu'au commencement de ce ſiecle, avec une ſagacité & une profondeur, qui lui aſſurent l'eſtime & la reconoiſſance de tous les Savans. Il ne s'eſt pas borné à faire connoître les travaux & la vie des grands hommes dont il parle; il remonte à la ſource des inventions; il en dévelope l'eſprit & les progrès; il inſtruit le lecteur, en ſatisfaiſant ſa curioſité.

Mon objet eſt ſimplement d'indiquer ici les principales découvertes qui ſe ſont faites dans les Mathématiques. Je les raporte à quatre périodes ſucceſſives: la premiere s'étend depuis leur origine juſqu'au temps des Arabes; la ſeconde, juſqu'au ſeizieme ſiecle; la troiſieme, juſqu'à la naiſſance de l'analyſe infinitéſimale; la quatrieme, juſqu'à nos jours. Je ſuivrai, le plus qu'il me ſera poſſible, l'ordre hiſtorique: évitant de trop morceler les différentes parties du récit, & donnant à chacune d'elles le corps & l'étendue que pouront permettre la nature du ſujet, & la ſucceſſion chronologique des connoiſſances.

PREMIERE PÉRIODE.

ARITHMÉTIQUE.

Dans ce tableau, l'Arithmétique ſe préſente en premiere ligne, par ſon antiquité & ſes uſages. Rien n'eſt plus clair & plus élémentaire, que l'idée de *nombre*: auſſi-tôt que l'homme ouvrit les ieux, il put compter ſes doigts, les arbres qui l'environoient, les brebis de ſes troupeaux, &c. Ces calculs, ſi on peut leur donner ce nom, ſe firent d'abord avec le ſimple ſecours de la mémoire: enſuite, pour les faciliter & les étendre davantage, on employa des petites boules enfilées par un cordon, comme les grains d'un chapelet: ces boules repréſentoient par leur nombre, celui des objets qu'on vouloit compter. L'invention de l'écriture fit faire un nouveau pas à l'Arithmétique: on traçoit ſur des tables couvertes de pouſſiere, les caracteres qu'on avoit deſtinés à repréſenter les nombres; & par-là, on pouvoit exécuter des calculs d'une certaine étendue.

Toutes les nations, ſi on excepte les anciens Chinois, & une peuplade obſcure dont Ariſtote fait mention, ont diſtribué les nombres en périodes, compoſées chacune de dix unités. Cet uſage ne peut guere s'attribuer qu'à celui où l'on eſt naturélement dans l'enfance, de compter par ſes doigts, qui ſont au nombre de dix. Les anciens ſe ſont également acordés à repréſenter les nombres par les lettres de leur alphabet. On diſtinguoit les différentes périodes de dixaines, par des accents dont on affectoit les lettres numérales, comme chez les Grecs, ou par différentes combinaiſons des lettres numérales, comme chez les Ro-

mains. Toutes ces notations, & principalement celle des Romains, étoient fort compoſées & fort incommodes quand ils agiſſoit d'exprimer des nombres un peu conſidérables.

Strabon raconte dans ſa *Géographie*, qu'oo attribuoit de ſon temps l'invention de l'arithmétique, comme celle de l'écriture, aux Phéniciens. Cette opinion a pu en effet trouver d'autant plus de facilité à s'établir, que les Phéniciens ayant été les plus anciens commerçans de la terre, ont dû naturélement perfectioner une ſcience dont le commerce fait un uſage continuel; mais les premiers principes de l'Arithmétique étoient connus depuis longtemps des Égyptiens.

On lit, dans pluſieurs auteurs, que Pythagore avoit pouſſé fort loin les combinaiſons des nombres: ils ajoutent, que ſon imagination vive & portée à l'eſprit de ſyſtême, atachoit des vertus myſtérieuſes à certaines propriétés de ces combinaiſons; mais on n'en parle que par conjecture: tout ce qu'il peut avoir écrit ſur ce ſujet eſt perdu; le temps n'a reſpecté que ſa table de multiplication.

Comme l'Arithmétique étoit, daos ſon premier objet, une ſcience bornée, les anciens oe l'ont cultivée en général qu'à cauſe de ſes applications aux autres parties des Mathématiques. Ajoutons que leur maniere de repréſenter les nombres n'étoit pas avantageuſe pour faire des découvertes qui auroient demandé des calculs abſtraits & compliqués.

L'Arithmétique ne prit une forme ſimple & commode qu'entre les mains des Arabes, comme nous le remarquerons plus expreſſément ſous la ſeconde période.

GÉOMÉTRIE.

On donne différentes origines, plus ou moins vrai-ſemblables, à la Géométrie. La plupart des auteurs la ſont naître en Égypte. Tel eſt, par exemple, Hérodote, le premier qui, parmi les anciens, ait écrit l'Hiſtoire en proſe: car auparavant on n'écrivoit qu'en vers; tout étoit embéli & dénaturé par les fictions de la poéſie. Écoutons ce qu'il en dit, d'après ce qu'il avoit appris lui-même dans ſes voyages à Thebes & à Memphis (*a*). *On m'aſſura que Séſoſtris avoit partagé l'Égypte entre tous ſes ſujets, & qu'il avoit donné à chacun une égale portion de terre en carré, à la charge d'en payer, par an, un tribut proportioné: ſi la portion de quelqu'un étoit diminuée par la riviere, il alloit trouver le Roi, & lui expoſoit ce qui étoit arivé dans ſa terre; en même temps le Roi envoyoit ſur les lieux & faiſoit meſurer l'héritage, afin de ſavoir de combien il étoit diminué, & de ne faire payer le tribut que ſelon ce qui étoit reſté de terre. Je crois*, ajoute Hérodote, *que ce fut de là que la Géométrie prit naiſſance, & qu'elle paſſa chez les Grecs*. Si, comme le ſuppoſent pluſieurs chronologiſtes, Séſoſtris eſt le même que le roi Seſac, qui fit la guerre à Roboam, fils de Salomon, la naiſſance de la Géométrie ne précéderoit, ſuivant Hérodote, que d'environ mille ans l'ere chrétiene. Cette anciéneté n'eſt pas ſuffiſante, pour rendre raiſon des progrès qu'il paroît que l'Aſtronomie avoit déja faits avant le temps de Séſoſtris. Car on n'a pu paſſer de la ſtérile contemplation des cieux à un corps de connoiſſaoces liées & ſuivies, que par le moyen de l'Arithmétique & de la Géométrie.

Les plus grands progrès de l'anciene géométrie ſont dus aux Grecs & aux Mathématiciens de l'école d'Alexandrie. Je confonds toujours enſemble les travaux des uns & des autres. Thalès de Milet montra le premier l'uſage de la circonférence du cercle pour la meſure des angles. Il détermina la hauteur des pyramides de l'Égypte, par l'étendue de leur ombre, méthode fondée ſur la théorie des lignes proportioneles ou des triangles ſemblables. Pythagore eſt regardé comme l'inventeur de la belle propriété qu'a le carré de l'hypoténuſe, dans le triangle rectangle, d'être égal en ſurface à la ſomme des carrés des deux autres côtés. Quelques auteurs ont écrit que daos l'ivreſſe de la joie que lui cauſa cette découverte, il ſacrifia cent bœufs aux Muſes pour les remercier de l'avoir ſi bien inſpiré; mais on a de la peine à concilier ce fait avec la fortune bornée du Philoſophe, & plus encore avec ſes idées religieuſes ſur la tranſmigration des âmes.

(*a*) Hérodote, *liv.* II.

Il ſeroit difficile de faire une énumération un peu exacte des anciens philoſophes grecs qui ont accru le domaine de la Géométrie. Contentons-nous d'obſerver en général qu'ils ont trouvé preſque toutes les propoſitions qui compoſent ce qu'on appele encore aujourd'hui les *Élémens* de cette ſcience. Elle fit (*a*), en deux ſiecles, de ſi grands progrès dans la Grece, qu'au temps de Platon on jeta les fondemens de la théorie des ſections coniques.

Platon lui-même eſt regardé comme le premier qui ait remarqué la formation de ces courbes. Quelques Géometres de ſon école, tels que Ariſtée, Eudoxe, Mnechme & ſon frere Dinoſtrate, commencerent à découvrir leurs propriétés. On eut bientôt l'occaſion de les appliquer à deux problêmes célebres dans l'antiquité.

L'un de ces problêmes avoit pour objet la duplication du cube, ou la maniere de faire un cube double d'un autre. C'étoit une anciene tradition dans la Grece, que les Athéniens ayant irrité Apollon, il avoit envoyé la peſte dans leur pays, & que l'Oracle du temple de Délos, conſulté ſur les moyens de faire ceſſer ce fléau, avoit répondu : *doublez l'autel d'Apollon*. L'oracle déſignoit ainſi un petit autel d'or, de forme cubique, qu'Apollon avoit dans Athênes, & dont ſans doute il n'étoit pas content. Le problême eſt auſſi-tôt propoſé à tous les Géometres de la Grece. Au temps de Platon, il fut agité avec la plus grande chaleur. On chercha pendant long-temps à le réſoudre, ſans employer d'autres inſtrumens que la regle & le compas : car les opérations exécutées de cette maniere étoient les ſeules que l'on regardât alors comme géométriques ; mais ce moyen ne réuſſit point & ne pouvoit réuſſir. En examinant la queſtion ſous toutes les faces, les Géometres reconurent que ſi l'on pouvoit trouver deux moyenes proportioneles entre le côté du cube donné & le double de ce côté, la premiere de ces deux lignes ſeroit le côté du cube cherché. Dès-lors ils dirigerent leurs méditations vers ce but. Platon détermina les deux moyenes proportioneles, à la faveur d'un inſtrument particulier de ſon invention ; mais cette méthode ſuppoſoit la deſcription d'une courbe du troiſieme ordre, & n'avoit pas ce caractere de ſimplicité, ſi précieux en géométrie, ſur-tout chez les anciens. D'autres Géometres popoſerent d'autres moyens ſujets à de ſemblables inconvéniens. Enfin, Mnechme trouva que les deux moyenes proportioneles pouvoient être conſidérées comme les ordonées de deux ſections coniques, qui étant conſtruites ſuivant les conditions du problême, ſe coupoient en deux points propres à le réſoudre. La queſtion ainſi réduite, donna la naiſſance à la célebre théorie des *lieux géométriques*, dont les anciens & les modernes ont fait tant d'applications. Il ne s'agiſſoit plus, pour la mettre en pratique, que d'imaginer des inſtrumens ſimples & commodes pour tracer les ſections coniques, ce qui n'a jamais été difficile. La ſolution de Mnechme fut bientôt ſimplifiée : on s'aperçut qu'au lieu d'employer deux ſections coniques, on pouvoit ſe contenter de combiner un cercle avec une ſeule ſection conique. Les Géometres propoſerent encore ſucceſſivement pluſieurs autres courbes pour le même objet : telles que la *conchoïde* de Nicomede, la *ciſſoïde* de Dioclès, &c.

L'autre problême, que nous avons indiqué, conſiſtoit à diviſer un angle en trois parties égales. Après avoir appris de la géométrie élémentaire à couper un angle en deux parties égales, on devoit naturélement chercher à le couper en trois parties, ou même dans un raport quelconque. On trouva que le problême de la triſection de l'angle dépendoit de principes analogues à ceux de la duplication du cube, & qu'il pouvoit ſe conſtruire ou par l'interſection de deux ſections coniques, ou par l'interſection d'un cercle avec une ſection conique.

Euclide, géometre de l'école d'Alexandrie, conçut (*b*) un projet dont l'exécution a été très-utile au progrès de la ſcience dont il s'occupoit. Il raſſembla en un corps d'ouvrage les propoſitions de géométrie élémentaire, auparavant iſolées & éparſes dans les écrits des premiers inventeurs ; il y en ajouta un grand nombre d'autres, & il forma, de l'enſemble, ſes fameux *Élémens*. De quinze livres dont ils ſont compoſés, il n'y en a que onze où l'auteur traite proprement de la Géométrie : les autres contienent une théorie générale des proportions, & les principaux caracteres des

(*a*) An. avant J. C. 380.
(*b*) An. avant J. C. 300.

Digitized by Google

nombres, ſoit commenſurables, ſoit incommenſurables.

En rendant toute la juſtice qui eſt due à cet excellent ouvrage, on regrete quelquefois qu'Euclide ait employé trop de définitions & de diviſions ſcholaſtiques, trop de ſcrupule à démontrer des choſes claires d'elles-mêmes. Il ſemble que la méthode ſubtile & pointilleuſe des ſophiſtes grecs, avoit cherché à pénétrer dans les ſciences exactes. Peut-être faut-il attribuer à cette cauſe les difficultés que Ptolomée-Philadelphe, Roi d'Égypte, éprouvoit dans l'étude des mathématiques. Rebuté par ces difficultés, il demanda un jour à Euclide s'il ne pouvoit pas les aplanir en ſa faveur. Le philoſophe répondit ingénûment : *non, prince, il n'y a point de chemin particulier pour les rois.*

Les propriétés du cercle forment une partie conſidérable de la géométrie élémentaire. Quand on ſut carrer les figures rectilignes, on chercha auſſi à carrer le cercle, que l'on peut regarder comme un polygone régulier d'une infinité de côtés: on reconut bientôt que la ſurface de cette courbe eſt égale à la moitié du produit de la circonférence par le rayon; & qu'ainſi, pour la transformer en un carré, il falloit commencer par déterminer le raport de la circonférence au rayon ou au diametre. Le géometre Dinoſtrate avoit imaginé une courbe qui auroit donné la ſolution de ce problême, ſi on eût pu la conſtruire d'une maniere certaine & ſans tâtonement: on l'a nommée, par cette raiſon, la *quadratrice*; mais elle eſt du nombre des conrbes *méchaniques*, & ne fournit réellement aucun ſecours pour l'objet qu'elle regardoit. Il eſt démontré, dans les élémens d'Euclide, que les circonférences de deux cercles ſont comme les diametres, & que leurs ſurfaces ſont comme les carrés des diametres; mais l'auteur n'enſeigne point à comparer la circonférence avec le diametre. Archimede, le plus grand Géometre de l'antiquité, & poſtérieur d'environ un demi-ſiecle à Euclide, découvrit (*a*) le raport de ces deux lignes, ſinon rigoureuſement, au moins d'une maniere approchée & renfermée entre des limites connues: la méthode qu'il y employa eſt le premier exemple d'un problême réſolu par approximation: exemple ſi utile & ſi ſouvent imité. En inſcrivant & circonſcrivant au cercle une ſuite de polygones réguliers, dont le nombre des côtés alloit en progreſſion double, & pouſſant le nombre des termes de cette progreſſion juſqu'à quatre-vingt-ſeize, il fit voir que ſi l'on repréſente le diametre par 7, la circonférence eſt repréſentée par un nombre de très-peu de choſe moindre que 22. La quadrature exacte & rigoureuſe du cercle eſt encore aujourd'hui l'écueil des Géometres, ou plutôt de ceux qui ſont preſqu'étrangers à la géométrie; car, lorſque l'on connoît le vrai point de la difficulté, on n'eſt guere tenté de s'occuper de cette recherche.

Sans citer en détail les nombreuſes découvertes géométriques d'Archimede, je dirai ſeulement que les plus importantes ſont la proportion de la ſphere avec le cylindre circonſcrit, la quadrature de la parabole, la conſtruction de la ſpirale & la maniere d'en mener les tangentes. Il atachoit le plus grand prix à la premiere: car il ordona que l'on plaçât, ſur ſon tombeau, une ſphere inſcrite dans un cylindre, avec les nombres qui expriment les raports de ces deux ſolides.

La théorie des ſections coniques, quoique déja avancée au temps d'Euclide, n'entroit (*b*) pas dans le plan de ſon ouvrage. Un autre Géometre de l'école d'Alexandrie, Appollonius, né à Pergée en Pamphilie, fit, de cette théorie, la matiere d'un ſavant traité. Il y dévelope toutes les propriétés des ſections coniques par raport à leurs axes, à leurs diametres & à leurs tangentes. Il démontre ces Théorêmes, aujourd'hui ſi connus & alors ſi remarquables, que dans *l'ellipſe* ou *l'hyperbole*, *le parallélogramme fait autour de deux diametres conjugués, eſt égal au rectangle fait autour des deux axes*; & que *la ſomme* ou *la différence des carrés de deux diametres conjugués eſt égale à la ſomme* ou *à la différence des carrés des deux axes*. Il réſout pluſieurs queſtions concernant les plus grandes ou les plus petites lignes qu'on peut mener de certains points aux circonférences des ſections coniques, &c. Cet ouvrage porte par-tout l'empreinte d'un génie inventeur; auſſi fit-il donner à l'auteur, de ſon vivant même, le ſurnom de *Grand Géometre*. Appollonius étoit en effet ſupérieur à tous ſes contemporains: s'il n'enleve pas à Archimede

(*a*) An. avant J. C. 250.
(*b*) An. avant J. C. 200.

la premiere place parmi les anciens Géometres, la seconde lui est du moins assurée.

Dans les fréquentes applications que les anciens faisoient de la géométrie à la pratique, ils sentirent bientôt le besoin, & ils chercherent les moyens de connoître un triangle, par la relation de ses côtés & de ses angles; ce qui est l'objet de la trigonométrie rectiligne : aussi cette branche de la géométrie pratique est-elle fort ancienne. Comme elle est principalement utile à l'astronomie, elle doit ses progrès à des Géometres qui faisoient une étude particuliere de cette science.

Le Traité des *Sphériques* de Théodose est un morceau précieux de l'anciene Géométrie (*a*). L'Auteur examine en général, dans cet ouvrage, les propriétés qu'ont les uns, par raport aux autres, les cercles que l'on forme en coupant une sphere par des plans quelconques. La plupart des propositions qu'il donne, paroissent aujourd'hui évidentes au premier coup d'œil; mais elles n'en devoient pas moins trouver place dans un Livre Élémentaire; & d'ailleurs on sait que les anciens Géometres s'atachoient à tout démontrer dans la plus grande rigueur. Cet ouvrage a été, dans son temps, une excellente introduction à la *Trigonométrie Sphérique*.

Sur la fin du quatrieme siecle (*b*), depuis l'ere chrétiene, Pappus d'Alexandrie donna ses collections mathématiques : ouvrage recomandable par le savoir qui y regne, & par l'analyse qu'on y trouve d'un grand nombre de traités qui sont perdus aujourd'hui. Il nous représente à peu près l'état de l'anciene Géométrie. On trouve dans la Préface, l'énoncé d'un fameux Théorême que le Pere Guldin, Jésuite, a inventé depuis, avant que cet endroit de la Préface de Pappus fut imprimé. Ce Théorême porte, que *les figures ou les solides produits par la circonvolution d'une ligne ou d'une surface, sont en raison composée de la ligne ou surface génératrice, & des circonférences décrites par leurs centres de gravité*.

L'anciene Géométrie (*c*) a aussi quelques obligations à Proclus, Chef de l'École Platoniciene, établie à Athènes. Il encouragea les Savans par son exemple & par ses instructions; il a laissé sur le premier Livre d'Euclide, un commentaire qui contient plusieurs observations utiles, concernant l'histoire & la métaphysique de la Géométrie. Il eut pour successeur, dans son École, *Marinus*, Auteur d'une introduction aux *données* d'Euclide. Vienent ensuite *Isidore de Milet* & *Anthémius*, tous deux habiles Géometres & Méchaniciens : *Eutocius*, Commentateur d'Archimede; *Dioclès*, inventeur de la Cissoïde, &c. Je ne m'étends pas sur des fragmens qui ne présentent aucune découverte remarquable.

ASTRONOMIE.

De tout temps, le spectacle des Cieux & du mouvement des corps semés dans cette immense étendue, ont attiré les regards des hommes; mais, comme nous l'avons déja observé, l'Astronomie ne commença à devenir une véritable science, que lorsque l'on y appliqua l'Arithmétique & la Géométrie : elle ne peut donc être mise qu'au troisieme rang pour l'ancienété.

Les premiers hommes régloient les temps sur les mouvemens du soleil & de la lune. On s'étoit d'abord aperçu que dans le mouvement journalier qui paroît emporter tous les astres d'orient en occident, le soleil & la lune changeoient continuélement de place par raport aux étoiles, tandis que celles-ci demeuroient toujours aux mêmes distances respectives les unes des autres. On avoit remarqué aussi que le soleil & la lune partant d'un point du Ciel, y revenoient après avoir achevé une révolution entiere d'occident en orient; que ces mouvemens étoient d'ailleurs inégaux entr'eux, & que la lune faisoit un peu plus de douze tours, pendant que le soleil n'en faisoit qu'un seul. Dès-lors on divisa l'année, ou le temps de la révolution solaire, en douze mois, qui comprenoient chacun une révolution lunaire, à peu près.

Si l'on s'en raporte à ce que dit Joseph, dans *ses antiquités Judaïques*, les Patriarches devoient être fort versés dans l'Astronomie; car ils avoient reconu, selon lui, que le soleil & la lune étant supposés répondre au même endroit du Ciel, pour une certaine époque, devoient y répondre de nouveau après un es-

(*a*) An. avant J. C. 60.
(*b*) An. de J. C. 400.
(*c*) An. de J. C. 430.

pace de ſix cents ans. D'un autre côté, on lit dans l'*Almageſte* (*a*) de Ptolomée, que ceux qu'on appeloit les anciens Aſtronomes dès le temps d'Hipparque, ayant trouvé par une longue ſuite d'obſervations d'éclipſes lunaires, que le mouvement de la lune étoit inégal tant en longitude qu'en latitude, & que l'apogée & le périgée parcouroient ſucceſſivement tous les ſignes du zôdiaque, avoient cherché à comprendre tous ces mouvemens dans des périodes formées d'un nombre égal de mois inégaux; que Hipparque rectifia ces périodes ſur les anciennes obſervations les plus exactes, & qu'enfin il parvint à faire tomber, ſous des époques fixes & déterminées, les mouvemens du ſoleil & de la lune, le mouvement de l'apogée & du périgée, & la ſucceſſion des éclipſes lunaires en nombre égal. On voit que ces témoignages font remonter bien haut l'antiquité de l'Aſtronomie; mais il faut avouer que la période, citée par Joſeph, & même celle que Ptolomée attribue à Hipparque, paroiſſent apuiées ſur des fondemens peu ſolides. Elles ſuppoſent, dans des temps obſcurs, un trop grand nombre d'obſervations, & d'obſervations très-exactes: auſſi la plupart des Aſtronomes les regardent-ils l'une & l'autre comme controuvées.

Je ne me perdrai pas dans ces ſavantes ténebres; la gloire de les percer apartient au célebre Hiſtorien de l'Aſtronomie; je me borne aux faits les plus avérés & les plus remarquables.

On s'acorde aſſez généralement à regarder les Chaldéens, & bientôt après les Égyptiens, comme les premiers inventeurs de l'Aſtronomie. Des Auteurs modernes revendiquent cette gloire aux Chinois, parce que les anciens écrivains de la Chine parlent de deux phénomenes Aſtronomiques, qu'on prétend en conſéquence y avoir été obſervés: le premier eſt une conjonction de cinq planetes, qu'on place entre les années 2513 & 2437; le ſecond, une éclipſe de ſoleil, arivée en 2155. Je compte les années, en remontant depuis l'ere chrétiene. Examinons briévement la force de ces preuves.

Le calcul Aſtronomique démontre qu'il n'y a point eu de conjonction de cinq planetes, dans l'intervalle de temps indiqué. M. Kirc, célebre Aſtronome, a trouvé, à la vérité (*b*), que l'an 2449, le 28 février, Saturne, Jupiter, Mars & Mercure, s'étoient rencontrés d'un même côté du Ciel, entre le XIme & le XVIIIme degré des poiſſons; qu'en même temps, le ſoleil & la lune étoient en conjonction, vers le XVIIIme degré du verſeau, & que Véous étoit vers le XVme degré du Capricorne: mais ce phénomene ne peut pas être pris pour une conjonction de cinq planetes, ſans donner à ce mot un ſens forcé & arbitraire; on aimera mieux ſans doute penſer que les anciens Auteurs Chinois ont parlé au hazard d'une conjonction de cinq planetes, & non d'après des obſervations. Quant à l'éclipſe de l'an 2155, les Miſſionaires Mathématiciens ont trouvé que les Chinois ne l'avoient pas obſervée, mais qu'ils l'avoient calculée long-temps après.

Selon M. de Mairan & M. de Guignes, la plupart des loix & des uſages, le genre d'écriture, les arts & les ſciences des Chinois, ſont dûs à une Colonie d'Égypte, qui ariva chez eux quinze ou ſeize cents ans avant l'ere chrétiene (*c*).

Tandis que les Savans perfectionoient l'Aſtronomie, le beſoin ou la cupidité la faiſoit ſervir à l'exteoſion du commerce. Les Phéniciens, auſſi entreprenans qu'induſtrieux, commencerent à employer les obſervations céleſtes pour ſe conduire dans leurs voyages, & ils en furent retirer un tel ſecours, qu'ils porterent le commerce dans des pays très-éloignés, ſe rendireot les maîtres de la mer, paſſerent le détroit de Gibraltar, & fonderent pluſieurs Colonies ſur les côtes de la Méditerranée & de l'Océan (*d*).

Thalès apporta de l'Égypte & de la Phénicie, dans la Grece, la ſcience des Aſtres. Il fit connoître à ſes compatriotes la théorie des mouvemens du ſoleil & de la lune; il leur expliqua les raiſons de l'inégalité des jours & des nuits; il leur apprit l'art de prédire les éclipſes du ſoleil & de la lune, & lui-même mit cet art en pratique ſur une éclipſe qui ariva peu de temps après. La renomée de ſon ſavoir

(*a*) Mot dérivé de l'arabe, qui veut dire *grande compoſition*.
(*b*) *Miſcellanea Berolinenſia*, tome III, pag. 165.
(*c*) Lettres de M. de Meiran & du P. Parennin.
(*d*) M. Caſſini, origine & progrès de l'Aſtronomie, *auc. Memoires de l'Academie*, tom. VIII.

ſavoir & des choſes extraordinaires qu'il enſeignoit, lui attira un grand nombre de diſciples, qui contribuerent, à leur tour, à perpétuer & à étendre la même doctrine. Un des plus illuſtres éleves de Thalès, fut le philoſophe Anaximandre, à qui l'on doit l'idée de repréſenter le ciel étoilé ſur la ſurface d'un globe. On lui attribue auſſi le premier uſage du gnomon; on prétend qu'il s'en ſervit à Lacédémone pour déterminer l'obliquité de l'écliptique, les ſolſtices & les équinoxes.

L'école que Pythagore avoit fondée en Italie, s'adona principalement à l'étude des mouvemens céleſtes. On raporte que ce Philoſophe & ſes premiers diſciples voyant que les étoiles changeoient de hauteur par raport à un voyageur qui change ſenſiblement de place ſur la ſurface de la terre, en conclurent que cette ſurface n'étoit pas un ſimple plan, comme on eſt d'abord porté à le croire, mais qu'elle étoit courbe, & formoit l'envelope d'une ſphere. Pythagore eut une autre idée, tout auſſi vraie & encore plus ſinguliere pour ce temps-là: il jugea que le ſoleil étoit immobile au centre de notre monde, & que la terre tournoit autour de cet aſtre. Mais, comme cette idée choquoit ouvertement le témoignage des ieux & les préjugés vulgaires, il ſe contentoit de l'enſeigner en ſecret à ſes diſciples, ſoit que ne pouvant l'établir ſur un nombre ſuffiſant d'obſervations, il ne la regardât que comme une ſimple conjecture, ſoit qu'il craignît, en la mettant au grand jour, de s'expoſer à la dériſion publique, & à la perſécution. Dans tous les ſiecles on en a eu des exemples: on ſait que le philoſophe Anaxagore fut accuſé d'impiété, & condamné au baniſſement, pour avoir dit que le ſoleil étoit une maſſe de matiere enflamée: quelques auteurs ajoutent qu'il n'échapa au ſupplice que par le crédit de Périclès, ſon diſciple & ſon ami (*a*).

Dès les premiers temps de l'Aſtronomie, on avoit cherché à diſtinguer les parties du ciel, en diſtribuant les étoiles par groupes ou *conſtellations*. La connoiſſance de la petite ourſe, où ſe trouve l'étoile polaire, eſt de toute anciéneté. C'étoit par elle que les Phéniciens dirigeoient leurs courſes. Les Grecs étendirent & perfectionerent la diviſion du ciel étoilé, tantôt en augmentant le nombre des conſtellations, tantôt en leur donnant des noms qui ſervoient à les reconoître facilement. Ces noms étoient tirés de la mythologie, ou de la reſſemblance, réelle ou ſuppoſée, des conſtellations avec certains animaux. Une imagination brillante & ingénieuſe égayoit l'auſtérité & la ſéchereſſe du ſujet. Par exemple, les Pléiades que l'on nomme ainſi, à cauſe de leur multitude, étoient les filles d'Atlas & de la nymphe Pléione: elles ſont acompagnées de la conſtellation d'Orion, brillante par ſa grandeur & ſa lumiere: de là, on feignit qu'Orion étoit un géant qui pourſuivoit les Pléiades, & qui vouloit attenter à leur honeur. Tout le Ciel des Grecs étoit plein d'alluſions à des événemens fabuleux ou hiſtoriques.

On a beaucoup diſputé entre les Savans, ſur l'origine & la diviſion du zôdiaque. L'opinion la plus acréditée, eſt que les Grecs ont établi l'ordre & la nomenclature des conſtellations dont il eſt compoſé, vers le temps de Thalès.

Les cinq planetes, Saturne, Jupiter, Mars, Vénus & Mercure, ont été connues diſtinctivement, à peu près vers le même temps; mais on n'a commencé à les obſerver avec une certaine préciſion, qu'environ 300 ans avant Jéſus-Chriſt. Les anciens avoient auſſi remarqué pluſieurs cometes; mais comme elles ne faiſoient que de courtes apparitions, & que ſouvent elles étoient acompagnées de ces longues *queues*, ou traînées de lumiere, qui épouvantoient les ieux & l'imagination, on ne les regardoit pas comme des aſtres, mais comme de ſimples météores, ſignes de la colere cé-

(*a*) Anaxagore enſeignoit que le ſolail étoit una maſſa de matiere tout-à-fait en feu, & plus grande que la Péloponeſe. Mais ce n'a pas été la vraie cauſe de ſon accuſation: il s'étoit rendu ſuſpect par la doctrine qu'il débitoit ſur la Providence, & a été accuſé par les aonemis du parti de Périclès. Périclès lui-même, dit M. Bayle, s'étoit rendu ſuſpect d'athéiſme pour avoir été inſtruit par un tel maître. De même Diagoras s'étant écarté du common à ayant enſeigné ouvertement l'impiété, fut accuſé d'irréligion; il prit la fuite: les Athéniens mirent ſa tête à prix; ils firent promettre à ſon de trompeta un talent à quiconque le tueroit, & deux à quiconque l'améneroit vif; & ils fireot graver ce décret ſur une colonne de cuivre. Tout le monde ſait le ſort de Socrates, & de pluſieurs autres qui furent accuſés & condamnés par les Grecs dans les jours les plus éclatans d'Athénes. *Voyez* le Dict. de M. Bayle à ces Art. (*r*)

leſte, ou précurſeurs de quelque grand événement. L'Aſtronomie des cometes eſt une ſcience toute moderne. Séneque a eu cependant le mérite de ſentir qu'elles pouvoient être des corps ſolides, ſemblables aux planetes, & qu'un jour on parviendroit à connoître leurs mouvemens.

Les premiers Aſtronomes Grecs chercherent avec ardeur, à découvrir le raport qui exiſte entre les mouvemens du ſoleil & de la lune. C'étoit en effet un problême de la plus grande importance. La diviſion du temps, par les révolutions lunaires, étoit fort commode pour régler les afaires civiles & religieuſes; mais elle n'avoit pas le même avantage pour l'ordre des ſaiſons, qui dépend du cours du ſoleil, & auquel il falloit aſſujétir les ſemailles, premier beſoin de la ſociété.

Méton & Euctemon, Aſtronomes Athéniens, conçurent (*a*), d'après les obſervations, l'idée d'enfermer le mouvement du ſoleil & de la lune dans une période ou cycle de 19 ans, dont douze étoient compoſés de douze lunaiſons, & les ſept autres, de treize lunaiſons; ce qui formoit en tout deux cents trente-cinq lunaiſons. Cette découverte, qui parut alors réunir la ſimplicité à la plus grande exactitude, eût un tel ſuccès & un tel éclat dans la Grece, qu'on fit graver en lettres d'or ſur des tables d'airain, l'ordre de la période, d'où lui eſt venu le nom de *nombre d'or*. Cependant elle avoit réellement le défaut d'anticiper d'environ dix heures ſur les révolutions ſolaires, & d'environ ſept heures & demie ſur les révolutions lunaires; ce qui produiſit au bout de trois ou quatre cycles, une erreur ſenſible pour le temps de la pleine lune. Callipe, qui vivoit environ cent ans après Méton, eſſaya de corriger ce défaut, en formant un nouveau cycle de ſoixante-ſeize ans, dont il retranchoit un jour au bout de ce temps; ainſi, cette période étoit compoſée de quatre cycles Métoniens, dont trois comprenoient 6940 jours, & le quatrieme, ſeulement 6939 jours. Quoique plus exacte que celle de Méton, elle anticipoit néanmoins encore de quelque choſe, ſur les mouvemens du ſoleil & de la lune; elle fut perfectionée par d'autres Aſtronomes: mais faute de connoître, avec une préciſion ſuffiſante, les mouvemens du ſoleil & de la lune, les anciens n'ont jamais pu former qu'un calendrier aſſez imparfait.

À l'exemple des Phéniciens, pluſieurs autres peuples entreprirent des navigations & des voyages dans les pays éloignés. C'eſt ainſi que les Grecs, inſtruits par leurs Aſtronomes, avoient oſé depuis long-temps ſe commettre en mer, & qu'ils avoient fondé, loin de chez eux, pluſieurs célebres colonies: comme celles de Marſeille, de Tarente, de Sicile, *&c.*

En favoriſant le commerce, l'Aſtronomie en retiroit, à ſon tour, l'avantage de ſe répandre de tous côtés. Nous avons le plaiſir de compter nos peres, les anciens Gaulois, au nombre des peuples qui ont eu cette Science en vénération. Jules-Céſar dit, dans ſes *Commentaires*, que les Druides, parmi les inſtructions qu'ils donnoient à la jeuneſſe, lui enſeignoient particuliérement ce qui regarde le mouvement des aſtres, & la grandeur du ciel & de la terre, c'eſt-à-dire, l'Aſtronomie & la Géographie. Si les Gaulois n'ont pas laiſſé d'obſervations, ou ſi le temps les a détruites, nous ſavons du moins qu'ils étoient très-verſés dans la navigation; car, ſuivant M. Caſſini (*b*), ils avoient fondé des colonies ſur les côtes d'Eſpagne, ſur le Pont-Euxin & en pluſieurs autres endroits.

Un célebre Aſtronome, natif de Marſeille, Pytheas, y obſerva (*c*) la hauteur méridiene du ſoleil au temps des ſolſtices, par le moyen du gnomon. L'objet de cette obſervation étoit ſimplement de déterminer la latitude de Marſeille: quelques Aſtronomes modernes ont voulu la faire ſervir à prouver une diminution dans l'obliquité de l'écliptique.

Pytheas pouſſa ſes voyages fort loin vers le pole arctique, par l'océan occidental. À meſure qu'il avançoit vers le nord, il remarquoit un progrès dans les diminutions des nuits au ſolſtice d'été. Étant parvenu à une île, qu'il appela l'Ile de *Thulé*, il vit que le ſoleil ſe levoit preſqu'auſſi-tôt qu'il étoit couché, ce qui arive dans l'Iſlande & dans les parties ſeptentrionales de la Norwege: d'où l'on a conclu que Pytheas avoit pénétré dans ces pays. Les anciens, qui les regardoient comme inhabitables, traiterent de fabuleuſes les relations de Pytheas; mais les navigateurs modernes ont

(*a*) An. avant J. C. 433.
(*b*) Origine de Aſtronomie.
(*c*) An. avant J. C. 380.

juſtifié ce Philoſophe, & lui ont aſſuré la gloire d'avoir découvert des régions auparavant inconnues, & d'avoir diſtingué les climats par la différente longueur des jours & des nuits.

Le goût d'Alexandre pour les Sciences, & ſur-tout l'envie de faire connoître à la poſtérité les pays où il avoit porté ſes conquêtes, furent très-avantageux à l'Aſtronomie (*a*). Ariſtote écrivit pluſieurs ouvrages par ordre de ce Prince. Dans celui qui a pour titre *de Cœlo*, il prouve la forme ſphérique de la terre, par la rondeur de l'ombre qu'elle jete ſur la lune dans les éclipſes, & par les changemens qui paroiſſent ariver aux hauteurs des étoiles, à meſure qu'on s'éloigne ou qu'on s'approche des poles. Le livre *de Mundo*, qu'on attribue au même Philoſophe, contient une deſcription aſſez exacte de l'ancien monde, que l'auteur diviſe en trois parties, l'Europe, l'Aſie & l'Afrique. Mais le plus grand ſervice qu'Alexandre rendit aux Sciences, fut de faire meſurer les pays de ſa domination avec une exactitude dont il n'y avoit pas encore d'exemple. Il ne voulut pas qu'on ſe contentât d'établir les diſtances des lieux ſur l'eſtime des voyageurs, comme on l'avoit toujours pratiqué, mais qu'on les meſurât chacune en particulier. Il voulut de plus qu'on obſervât la poſition des objets terreſtres à l'égard des parties du ciel. Calliſthene étoit chargé de ce dernier travail. Étant arivé à Babylone, il y recueillit les obſervations aſtronomiques que les Chaldéens avoient faites, ſuivant quelques Auteurs, pendant l'eſpace de 1903 ans.

Nous ne diſſimulerons pas qu'il n'exiſte aucune preuve que les obſervations des Chaldéens remontent ſi haut, ou du moins que les plus anciennes aient été faites avec aſſez d'exactitude pour en tirer des réſultats certains. L'Aſtronomie chaldéene ne date d'une maniere bien connue, que depuis l'ere de *Nabonaſſar*, premier Roi de Babylone, qui commença à régner l'an 746 avant Jéſus-Chriſt.

Les Sciences continuerent de s'accroître rapidement chez les Grecs, dans les deux ou trois premiers ſiecles qui ſuivirent la mort d'Alexandre. Les libéralités des nouveaux Rois d'Égypte alloient chercher dans tous les pays du monde les ſavans les plus illuſtres, & les attiroient à Alexandrie. Conon y fit pluſieurs obſervations, qui ne ſont pas arivées juſqu'à nous. Ariſtille & Tymocharis y déterminerent (*b*) la déclinaiſon des étoiles fixes, & rendirent par-là un ſervice eſſentiel à la Géographie & à la Navigation. Le célebre Ératoſthene fit élever (*c*) dans le portique du muſée d'Alexandrie, dont il étoit bibliothécaire, ces *Armilles* ſi fameuſes dans l'antiquité, & dont les Aſtronomes d'Alexandrie ſe ſervirent pour faire une immenſe quantité d'obſervations.

Il eſt le premier qui ait entrepris de calculer la circonférence d'un grand cercle de la terre. Ayant obſervé qu'à Syene, dans la haute Egypte, le ſoleil à midi, au ſolſtice d'été, éclairoit un puits dans toute ſa profondeur, & répondoit par conſéquent à ſon zénith, il établit à Alexandrie, qui eſt à peu près ſur le même méridien que Syene, un ſegment ſphérique, évidé, portant un ſtyle vertical, dont le ſommet répondoit au centre de courbure du ſegment; & il trouva, avec cet inſtrument, qu'à midi, au ſolſtice d'été, il s'en falloit d'environ 7 degrés $\frac{1}{7}$, que le ſoleil n'atteignît le zénith d'Alexandrie. Ainſi, l'arc compris entre Syene & Alexandrie étoit de cette quantité. D'un autre côté, la diſtance de ces deux villes avoit été trouvée de 5000 ſtades. D'après ces élémens, la circonférence entiere d'un grand cercle de la terre devoit être d'environ 250000 ſtades. Si l'on ſuppoſe, avec quelques auteurs modernes, que le ſtade d'Ératoſthene fut de 104 $\frac{1}{100}$ toiſes, cette valeur ſeroit de 11403 lieues, à raiſon de 2282 toiſes par lieue. Selon Pline, la circonférence de la terre eſt de 252000 ſtades romains, ce qui, à raiſon de 95 toiſes par ſtade romain, donneroit 10452 lieues. Les meſures de la terre, priſes de notre temps, donnent environ 9000 lieues. Je n'ai pas beſoin d'obſerver que la méthode d'Ératoſthene n'étoit pas ſuſceptible d'une grande préciſion, & que les réſultats des modernes méritent la préférence.

Hipparque, né dans la ville de Nicée, en Bithynie, tient (*d*), parmi les anciens Aſtro-

(*a*) An. avant J. C. 330.
(*b*) An. avant J. C. 295.
(*c*) An. avant J. C. 276.
(*d*) An. avant J. C. 140.

nomes, à peu près le même rang qu'Archimede parmi les Géometres. Il commença par obſerver à Rhodes, & enſuite il vint ſe fixer à Alexandrie. Un de ſes premiers travaux fut de rectifier la longueur de l'année qu'on ſuppoſoit, avant lui, de 365 jours 6 heures. Il la diminua d'environ 5 minutes; diminution qui n'étoit pas ſuffiſante, car on ſait aujourd'hui que la longueur de l'année eſt d'environ 365 jours 5 heures 49 minutes; mais Hipparque, avec les données dont il étoit obligé de ſe ſervir, ne pouvoit pas approcher davantage de la vérité: il a du moins fourni aux modernes, un moyen de perfectioner cet élément eſſentiel de l'Aſtronomie.

Ses recherches ſur le mouvement du ſoleil le menerent à une autre connoiſſance très-importante. Il trouva que cet aſtre employoit près de 9 jours de plus à parcourir la partie ſeptentrionale de ſon orbite que la partie méridionale; d'où il conclut que la terre n'étoit pas placée au centre de l'orbite ſolaire; il détermina l'excentricité de cette orbite & la poſition de la ligne des apſides, d'une maniere fort approchante de la vérité. Il fit une remarque ſemblable ſur l'orbite lunaire. Il réduiſit les mouvemens du ſoleil & de la lune en *tables*, les premieres que l'on connoiſſe en ce genre. Son projet étoit de dreſſer auſſi des tables pour les mouvemens des cinq autres planetes; mais, ne trouvant pas des baſes ſuffiſamment exactes dans les obſervations connues de ſon temps, il abandona ce travail.

Il fit encore une découverte, capable ſeule de l'immortaliſer. Par la comparaiſon de ſes obſervations avec celles d'Ariſtille & de Thymocharis, il reconut que les étoiles avoient un mouvement lent qui ſembloit les emporter d'occident en orient, d'environ un degré en 70 ans; de ſorte que les points équinoxiaux devoient faire, dans le ſens oppoſé, une révolution entiere en 25200 ans. Suivant les déterminations modernes, la préceſſion moyene des équinoxes eſt de 50 ſecondes par an, ce qui répond à un degré en 72 ans.

Cet Aſtronome infatigable entreprit, à l'occaſion d'une nouvele étoile qui parut de ſon temps, un des plus grands ouvrages que les hommes aient jamais tenté: c'étoit le dénombrement & la configuration de toutes les étoiles, pour mettre la poſtérité en état de reconoître ſi le nombre des étoiles étoit fixe, & ſi elles conſervoient toujours entr'elles la même poſition. Il pouſſa très-loin ce travail immenſe. Pline le regarde comme un Dieu, d'avoir oſé en former le projet: *ainſi*, s'écrie-t-il, *Hipparque a laiſſé le ciel en héritage à ceux qui ſe trouveront dignes de le poſſéder!*

La parallaxe du ſoleil, d'où dépend la meſure de la diſtance où nous ſommes de cet aſtre, n'a été connue que très-imparfaitement des anciens Aſtronomes. Hipparque eſſaya de la déterminer: il y employoit les éclipſes de lune, & d'autres élémens dont il auroit fallu connoître la quantité avec une grande exactitude. Ne ſoyons donc pas ſurpris, ſi, dans une queſtion auſſi délicate, les réſultats de ſes calculs ſont éloignés d'une préciſion, à laquelle les modernes, aidés des meilleurs inſtrumens, ne ſont arivés que très-tard.

Les bornes de ce diſcours me forcent de paſſer ſous ſilence d'autres ouvrages d'Hipparque, tels que ſes recherches ſur le Calendrier & ſur le Calcul trigonométrique.

Il fut ſuivi de pluſieurs Aſtronomes, qui, ſans égaler ſon génie & ſon ſavoir, travaillerent utilement pour affermir les fondemens de la Science, & même pour l'avancer. Les uns firent de nouveles obſervations ſur la poſition des étoiles; les autres perfectionerent la théorie des planetes. Pluſieurs écrivirent ſur les différentes branches de l'Aſtronomie.

On cite avec éloge, dans ce nombre, le philoſophe Poſidonius, ce fameux Stoïcien, qui, dans une viſite que Pompée lui rendit à Rhodes pour écouter l'une de ſes leçons, étant ſaiſi d'un violent accès de goute, laiſſa échaper involontairement ce cri de la nature, étouſé auſſi-tôt par l'orgueil philoſophique: *Douleur! tu ne me vaincras point, jamais je n'avouerai que tu ſois un mal* (a).

Jules-Céſar mérite d'être placé parmi les Aſtronomes, par un ſavoir réel & par le ſervice qu'il rendit au calendrier romain. Il attira Soſigene d'Alexandrie à Rome, pour travailler conjointement avec lui à la réforme de ce calendrier, qui, depuis Numa Pompilius, ſon premier auteur, étoit tombé dans une telle confuſion, que les mois d'hiver répondoient à l'autone, ceux du printemps à l'hiver, *&c.*

(a) An. avant J. C. 60.

Digitized by Google

Ils fixerent la durée de l'année à 365 jours 6 heures; &, après avoir ſuppoſé que l'année 708 de Rome ſeroit de 14 mois pour rétablir l'ordre des ſaiſons, ils réglerent qu'à l'avenir il y auroit alternativement trois années de 365 jours, & une de 366 jours par l'intercalation d'un jour entre le 6 & le 7 des calendes de mars, ou en comptant deux jours pour un aux calendes, ce qui fit donner le nom de *biſſextiles* à ces ſortes d'années. Ce nouveau calendrier avoit encore lui-même pluſieurs défauts, que les Aſtronomes modernes ont cherché à corriger.

Sous le regne de Néron, fleuriſſoit Ménélaüs (*a*), qui fut tout-à-la-fois un grand Géometre & un grand Aſtronome. Il avoit écrit un Traité *des Cordes*, qui eſt perdu; mais on a ſon Traité *des triangles ſphériques*: ouvrage fort ſavant, où l'Auteur explique la formation de ces triangles, & la méthode *trigonométrique* pour les réſoudre dans le plus grand nombre des cas néceſſaires à la pratique de l'ancienne Aſtronomie.

Nous arivons à Ptolomée, homme d'un ſavoir immenſe (*b*). Les uns le ſont naître à Pelûſe; les autres à Ptolemais; il vint de bonne heure à Alexandrie, & il y exécuta ſes travaux. La poſtérité lui doit de la reconoiſſance, pour nous avoir tranſmis, dans ſon Almageſte, toutes les anciennes obſervations d'où dépendoit la théorie du mouvement des planetes. Ses prédéceſſeurs s'étoient appliqués à déterminer l'arangement de notre monde planétaire. On avoit ſur-tout cherché à connoître la place que la terre tient dans l'univers, ſi elle en occupe le centre, comme on eſt porté à le croire ſur les apparences, ou ſi elle roule dans les eſpaces céleſtes, comme Pythagore l'avoit penſé. Après pluſieurs conteſtations, on s'étoit acordé preſqu'unanimement à regarder la terre comme immobile au centre du monde, & à faire circuler autour d'elle, en cet ordre, Mercure, Vénus, le Soleil, Mars, Jupiter & Saturne. Ptolomée adopta ce ſyſtême, & par l'autorité qu'il avoit en Aſtronomie, le fit recevoir & paſſer à la poſtérité ſous le nom de *Syſtême de Ptolomée*: autorité malheureuſement trop impoſante en cette rencontre, puiſqu'elle a ſervi à repouſſer, pendant pluſieurs ſiecles, les raiſons qui démontroient le vice de cet arangement.

Ptolomée confirma la Théorie d'Hipparque ſur les mouvemens du ſoleil & de la lune. Il détermina, par de nouveles obſervations, les excentricités des orbites de ces deux aſtres; il remarqua de plus, dans le mouvement de la lune, une autre inégalité, celle qui dépend des différentes poſitions de cette planete par raport au ſoleil, & qui ſemble, pour ainſi dire, dilater & contracter alternativement l'orbite lunaire.

Il fut moins heureux, lorſque, jugeant qu'Hipparque avoit attribué une trop grande viteſſe à la rétrogradation des points équinoxiaux, il réduiſit ce mouvement à un degré en cent ans; car cette hypotheſe s'éloigne beaucoup plus, par défaut, du réſultat des Aſtronomes modernes, que celle d'Hipparque ne s'en éloigne par excès.

Les planetes préſentent, dans leurs courſes, pluſieurs aſpects à la terre. Tantôt elles marchent dans le même ſens que nous: tantôt elles paroiſſent s'arréter, & enſuite rétrograder. Ptolomée tâche d'expliquer tous ces mouvemens par une multitude de cercles concentriques ou excentriques, emboîtés les uns dans les autres, & formant une telle confuſion, qu'Alphonſe X, Roi de Léon & de Caſtille, ſurnomé l'Aſtronome, perſuadé de la vérité de ce ſyſtême, qu'il avoit peine à comprendre, ne put s'empêcher de dire un jour: *ſi Dieu m'avoit appelé à ſon conſeil dans le temps de la création, je lui aurois donné de bons avis ſur le mouvement des aſtres:* mot plaiſant que les obſervations modernes ont abſous d'impiété, & ont tourné contre le ſyſtême qui l'avoit arraché à l'impatience.

Il y a encore un grand ouvrage de Ptolomée, ſa *Géographie*, où l'on trouve l'exécution du projet qu'Hipparque avoit donné de fixer la poſition des lieux terreſtres par la *latitude* & la *longitude*. Cette idée heureuſe, adoptée anjourd'hui généralement, lie la Géographie avec les obſervations céleſtes, & en forme une véritable Science. Ptolomée a donné auſſi la premiere Théorie des projections que l'on emploie dans la conſtruction des cartes géographiques. S'il a commis d'ailleurs plu-

(*a*) An. de J. C. 55.
(*b*) An. de J. C. 135.

Digitized by Google

ſieurs fautes ſur la ſituation des villes & des pays dont il parle, il faut ſe ſouvenir que la perfection de la Géographie eſt l'ouvrage du temps, que, dans celui où Ptolomée a vécu, on ne connoiſſoit qu'une petite partie de l'ancien continent; & qu'aujourd'hui même où l'Aſtronomie eſt incomparablement plus répandue, il reſte de l'incertitude ſur la poſition d'une infinité de lieux dans les deux hémiſpheres.

De Ptolomée juſqu'aux Arabes (*a*), on ne compte, parmi les Grecs, aucun Aſtronome d'un certain ordre, ſi ce n'eſt peut-être Théon d'Alexandrie, qui vivoit ſur la fin du quatrieme ſiecle, & dont il nous reſte un commentaire ſur l'Almageſte de Ptolomée. On connoît la beauté, le ſavoir & la fin tragique de ſa fille Hypathia.

ACOUSTIQUE.

La quatrieme partie des Mathématiques, pour le rang d'ancienneté, eſt l'Acouſtique: non pas la Théorie générale des ſons (car cette ſcience apartient aux modernes), mais la *Muſique*, qui en eſt une branche principale, & qui conſidere les ſons dans leurs raports avec d'autres ſons.

On ſait que le ſon eſt produit, en général, par les ébranlemens communiqués à un corps élaſtique, & tranſmis par ce corps à l'air environant qui les apporte à l'oreille. Ainſi, par exemple, on entend un ſon, quand on ſouffle dans un tuyau de flûte, *&c.* Le ſon a d'autant plus de plénitude ou de force, que le corps ſonore eſt plus dur, plus élaſtique, & qu'il eſt plus violemment agité.

Lorſque les vibrations d'un corps ſonore ſe ſuccedent inégalement & ſans aucun ordre, il en réſulte une ſuite de ſons irréguliers ou un ſimple bruit qui ne peut être l'objet d'aucune théorie. Les ſons que la muſique combine doivent ſe ſuivre par des intervalles égaux, & leur enſemble forme une harmonie qui flate l'oreille. Il n'importe pas, quant aux raports qu'ils ont entr'eux, que les coups, dont l'oreille eſt frapée, ſoient forts ou foibles, la ſeule différence qui provient de cette inégalité, eſt que chaque ſon individuel a plus ou moins d'intenſité, ſans changer d'ailleurs de nature.

Les ſons graves & les ſons aigus ſe diſtinguent les uns des autres, par le nombre des vibrations du corps ſonore, dans un temps donné. Qu'on ait deux cordes de violon également tendues, mais de longueurs inégales, & telles que, dans un temps donné, l'une faſſe deux vibrations pendant que l'autre n'en fait qu'une: le ſon produit par la premiere ſera à l'octave du ſon produit par la ſeconde. Les huit tons ou notes de la muſique ſont compris dans l'intervalle de ces deux ſons; ce qui fait dire qu'ils ſont à l'octave l'un de l'autre.

On regarde Pythagore comme celui qui, parmi les anciens, a cherché le premier à déterminer les raports numériques des ſons muſicaux. Pluſieurs écrivains racontent, que, paſſant un jour devant un âtelier de forgerons qui frapoient un morceau de fer ſur une enclume, il entendit avec ſurpriſe des ſons qui s'acordoient aux intervalles de quarte, de quinte & d'octave. En réfléchiſſant ſur la cauſe de ce phénomene, il jugea qu'elle dépendoit du poids des marteaux; il les fit peſer, & il trouva qu'en raportant les ſons produits par les marteaux à un même ſon pris pour unité, les poids, qui produiſoient la quarte, la quinte & l'octave en haut, étoient entr'eux comme les fractions $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$. De là, ajoute-t-on, étant de retour chez lui, il voulut vérifier cette premiere expérience par celle-ci: il atacha horizontalement à un point fixe, une corde qu'il fit paſſer ſur un chevalet, & qu'il chargea de différens poids; il la mit en vibration, & il trouva que les poids, relatifs à la quarte, à la quinte & à l'octave, étoient entr'eux comme ceux des marteaux. Pour apprécier l'exactitude de ce récit, il faut ſe rapeler qu'en général le nombre des vibrations que fait en un temps donné, une corde de groſſeur uniforme & tendue par un poids, eſt proportionel à la racine carrée de ce poids, diviſée par la longueur de la corde. Au moyen de ce Théorême, on voit que les longueurs de trois cordes, de même groſſeur uniforme, qui, tendues par un même poids, donnent la quarte, la quinte & l'octave en haut, ſont entr'elles comme les trois fractions $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$; mais que, pour faire rendre la quarte, la quinte & l'octave en haut, à une même corde, en la chargeant de différens poids, il faudroit que ces poids fuſſent

(*a*) An. de J. C. 400.

entr'eux comme les nombres $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$. Il y a donc erreur, ou dans les raports que Pythagore a trouvés pour les poids des marteaux, ou dans la maniere dont les Hiſtoriens expoſent ſes expériences. On aura cru ſans doute que les trois poids différens qui, tendant une même corde, donnent la quarte, la quinte & l'octave, étoient entr'eux comme les longueurs de trois cordes différentes également tendues, qui donnent ces trois mêmes ſons, ce qui n'eſt pas vrai. Mais il eſt certain que ces premieres idées de Pythagore ont été la véritable ſource de la théorie de la muſique. Je n'entrerai pas dans un plus grand détail ſur ce ſujet, parce que la muſique proprement dite n'emprunte que très-peu de ſecours des mathématiques. Mais je reviendrai, dans la ſuite, à la théorie géométrique des cordes vibrantes & du mouvement de l'air dans un tuyau: théorie qui eſt née dans ces derniers temps.

MÉCHANIQUE.

Si l'antiquité de la Méchanique datoit des uſages qu'on a faits néceſſairement du levier, ou de quelques autres machines ſimples, auſſi-tôt qu'on a voulu conſtruire des cabanes, des inſtrumens propres au labourage, *&c.*, elle remonteroit peut-être plus haut que celle d'aucune autre partie des mathématiques. Mais ces uſages n'étoient point fondés ſur des principes démontrés. La théorie de la Méchanique n'a commencé à être connue qu'aſſez tard. Nous voyons, par quelques écrits d'Ariſtote, que ce Philoſophe, & à plus forte raiſon tous ſes prédéceſſeurs n'avoient que des notions confuſes ou même fauſſes ſur la nature de l'équilibre & du mouvement.

Statique.

Archimede eſt le premier qui ait établi les vrais principes de la Statique. Il trouva la propriété générale du centre de gravité, & il fixa la poſition de ce point dans le triangle, la parabole, le cône, *&c.* Il fit voir que deux poids en équilibre aux extrémités d'une balance à bras inégaux, étoient réciproquement proportionels à leurs diſtances au point d'apui; d'où réſultoit toute la théorie du levier. On lui attribue encore la découverte de pluſieurs autres machines ſimples, telles que la ponlie, le plan incliné & la vis. On connoît la machine Hydraulique en ſpirale, qu'on appele ordinairement *la vis d'Archimede*. L'hiſtoire nous apprend qu'il avoit inventé une multitude de machines compoſées.

La Méchanique étoit alors tellement au berceau, qu'Archimede jeta dans la plus grande ſurpriſe Hyéron, Roi de Syracuſe, ſon parent, lorſqu'il lui dit qu'avec un levier & un point fixe dans le ciel, il ſouléveroit le globe de la terre. Cette propoſition n'eſt cependant qu'une ſuite évidente de l'équilibre du levier, puiſqu'en augmentant un des bras du levier, & appliquant toujours le même poids à ſon extrémité, le poids appliqué à l'autre bras qui ne change point, doit augmenter en même raport que le bras variable.

Si Archimede n'eût été que le premier Géometre de ſon ſiecle, il auroit pu, avec ce grand titre de gloire, vivre & mourir dans l'obſcurité: il s'attira la plus haute conſidération par ſes machines. Ainſi juge le vulgaire. Peut-il en effet apprécier les ſpéculations du génie, & ne doit-il pas réſerver ſon hommage pour celui qui étale à ſes ſens & à ſon imagination les effets phyſiques les plus inouis & les plus impoſans? Archimede étoit bien éloigné de penſer de même. On verra ſans doute avec plaiſir ce que Plutarque dit à ce ſujet, dans la vie de Marcellus. Après avoir raconté qu'au ſiége de Syracuſe, un Ingénieur romain, nommé *Appius*, faiſoit jouer pluſieurs grôſſes machines pour détruire les murs de la ville; il s'exprime ainſi, ſuivant la traduction d'Amyot: „ Archimede ne ſe ſoucioit pas de tout cela, „ comme auſſi n'étoit-ce rien en comparaiſon „ des engins qu'il avoit inventés, non que lui „ en fît autrement cas ni compte, ni qu'il „ les eût faits comme des chefs-d'œuvre pour „ montrer ſon eſprit: car c'étoient, pour la „ plupart, jeux de la Géométrie, qu'il avoit „ faits en s'ébatant par maniere de paſſe-temps, „ à l'inſtance du Roi Hyéron, lequel l'avoit „ prié de révoquer un peu la Géométrie de „ la ſpéculation des choſes intellectueles à l'action des corporeles & ſenſibles, & faire que „ la raiſon démonſtrative fût un peu plus évi„ dente & plus facile à comprendre au com„ mun du peuple, en la mettant par expérien„ ce matériele à l'utilité publique „. A la ſuite de ce paſſage, Plutarque fait l'hiſtoire du long retardement que les machines d'Archimede mirent à la priſe de Syracuſe: „ Et „ néanmoins, pourſuit-il, Archimede a eu le

„ cœur ſi haut & l'entendement ſi profond, „ & où il y avoit un tréſor caché de tant „ d'inventions géométriques, qu'il ne daigna „ jamais laiſſer par écrit aucun œuvre de dreſ- „ ſer toutes les machines de ce genre, par „ leſquelles il acquit lors gloire & renomée, „ non de ſcience humaine, mais plutôt de di- „ vine ſapience: ainſi réputant toute cette „ ſcience d'inventer & compoſer machines, & „ généralement tout art qui apporte quelque „ utilité à le mettre en uſage, vile, baſſe, & „ mercenaire, il employa ſon eſprit & ſon „ étude à écrire ſeulement choſes dont la beau- „ té & la ſublimité ne fut aucunement mêlée „ de néceſſité. Car ce qu'il a écrit ſont pro- „ poſitions géométriques qui ne reçoivent point „ de comparaiſons à autres, quelles qu'elles „ ſoient, pour ce que le ſujet qu'elles traitent „ combat avec la démonſtration: leur donnant le „ ſujet, la beauté & la grandeur; & la démon- „ ſtration, la preuve ſi exquiſe qu'il n'y a que „ redire, avec une force & facilité merveil- „ leuſe: car on ne ſauroit trouver en toute la „ Géométrie de plus difficiles ni plus profondes „ matieres, écrites en plus ſimples & plus clairs „ termes, & par plus faciles principes, que „ ſont celles qu'il a inventées „.

Le jugement d'Archimede, ſur l'excellence de la Géométrie, doit s'étendre également à la Méchanique rationele & théorique; car les vérités qu'elle démontre ſont auſſi certaines, auſſi intellectueles, & quelquefois auſſi profondes que celles de la Géométrie pure. Mais il n'eſt pas permis de placer ſur la même ligne la Méchanique pratique, puiſqu'un homme, qui étoit tout-à-la-fois un grand Géometre & un grand Machiniſte, nous le défend d'une maniere ſi poſitive: cependant elle demande ſouvent beaucoup d'eſprit & d'invention, & aſſurément un Machiniſte du premier ordre l'emporte ſur un Géometre ordinaire.

Les anciens n'ont rien ajouté à la théorie qu'Archimede avoit donnée de la ſtatique; mais ils en ont fait l'application à un grand nombre de machines très-ingénieuſes, pour les différens beſoins de la ſociété. On admire ſur-tout leurs machines militaires.

À l'égard de la Science du mouvement, elle eſt entiérement due aux modernes.

HYDRODYNAMIQUE.

La Méchanique des fluides ne ſeroit qu'une branche de celle des ſolides, ſi l'on pouvoit déterminer la figure, le nombre & les maſſes des atomes élémentaires qui compoſent un fluide, & ſoumettre enſuite aux loix générales de la Méchanique les éſorts que ces atomes exercent les uns ſur les autres, en vertu de la peſanteur, ou de la preſſion de quelque agent extérieur. Mais cette maniere de traiter la queſtion nous eſt interdite, parce que nous n'avons pas les données néceſſaires, & que d'ailleurs la complication de ces données conditioneles méneroit à des calculs inſurmontables aux forces de l'analyſe. Ainſi, pour établir les principes de l'Hydrodynamique, on eſt forcé d'appeler au ſecours de la Méchanique, la connoiſſance expérimentale de quelque propriété primitive des fluides, d'où l'on puiſſe déduire enſuite toutes les autres. Cette nouvele difficulté eſt cauſe que les anciens ont ſeulement fait des progrès dans l'Hydroſtatique, ou dans cette partie de l'Hydrodynamique, qui conſidere l'équilibre des fluides; & c'eſt encore à Archimede qu'on en eſt redevable.

Hydroſtatique.

Dans ſon livre *de humido inſidentibus*, il prend pour baſe que les particules d'un fluide étant ſuppoſées égales, également peſantes & placées les unes à côté des autres, celle qui eſt le moins preſſée eſt chaſſée par les autres; d'où il réſulte que, pour l'équilibre, chaque molécule doit ſouſrir en tout ſens une égale preſſion. Il applique ce principe à l'équilibre d'un corps ſolide flotant ſur un fluide; il fait voir que le volume de la partie plongée eſt au volume total du corps, comme la peſanteur ſpécifique de ce corps eſt à celle du fluide; il éclaircit cette théorie par divers exemples tirés de l'équilibre d'un cône, ou d'un paraboloïde poſé ſur l'eau. La propoſition VII du premier Livre de cet ouvrage peut ſervir facilement à démontrer que deux corps égaux en volume, plus peſans qu'un fluide dans lequel ils ſont plongés, y perdent des parties égales de leurs poids; ou que réciproquement deux corps ſont égaux en volume, quand ils perdent, dans le fluide, des parties égales de leurs poids. Je cite ce Théorême, parce que l'opinion des Mathématiques eſt qu'Archimede en fit uſage pour découvrir la fraude d'un Orfevre de Syracuſe, qui devoit fournir au Roi Hyéron une courone d'or pur, & qui y avoit mêlé de l'argent. On conjecture avec beaucoup de vrai-ſemblance qu'il

qu'il forma de cette maniere deux maſſes, l'une d'or, l'autre d'argent, égales chacune en volume à la courone, & qu'ayant enſuite trouvé qu'en plein air la courone peſoit moins que la maſſe d'or, & plus que la maſſe d'argent, il détermina la proportion du mélange par un calcul arithmétique connu aujourd'hui de tout le monde. Quelques Auteurs ajoutent qu'il étoit aux bains quand ces idées ſe préſenterent à lui, qu'il en ſortit tranſporté de joie, & que, ſans ſonger à l'état de nudité où il étoit, il ſe mit à courir dans les rues de Syracuſe, en criant: *je l'ai trouvé, je l'ai trouvé.*

Cteſibius & Héron, ſon diſciple, Mathématiciens de l'École d'Alexandrie, inventerent (*a*) pluſieurs machines Hydrauliques, dont le jeu dépendoit du poids & du reſſort de l'air: telles ſont le Syphon recourbé, les pompes, la fontaine de compreſſion, qu'on appele encore aujourd'hui *la fontaine de Héron*, &c. Mais ils attribuoient les effets de ces machines à une prétendue horreur de la nature pour le vide. La Phyſique des anciens étoit remplie de ces qualités occultes. On tranſportoit du monde moral au monde phyſique les idées d'affection ou de haine: tout étoit ſympathie ou antipathie dans la nature, & on croyoit avoir expliqué un phénomene, quand on pouvoit le raporter à l'un ou à l'autre de ces principes.

Hydraulique.

Un Géometre romain, *Sextus Julius Fronſinus*, connu vulgairement ſous le nom de *Frontin*, a eu quelques notions théoriques du mouvement des fluides (*b*). Sa qualité d'Inſpecteur des fontaines publiques à Rome, ſous les Empereurs Nerva & Trajan, nous a valu ſon livre *de Aquæductibus urbis Romæ Commentarius*, dont l'objet eſt le mouvement des eaux qui coulent dans des canaux ou qui s'échapent par des orifices, des vaſes où elles ſont contenues. Il a vu que le produit d'un ajutage donné eſt d'autant plus grand, que cet ajutage répond à une plus grande hauteur du fluide: conſidération très-ſimple & cependant négligée encore par quelques fontainiers modernes; il a ſenti pareillement qu'un tuyau deſtiné à dériver en partie l'eau d'un aqueduc, doit avoir, ſelon les circonſtances, une poſition plus ou moins oblique par raport au cours du fluide; il fait pluſieurs autres obſervations vraies ſur cette matiere; mais on ne trouve d'ailleurs aucune préciſion géométrique dans ſes réſultats; il n'a point connu la vraie loi des viteſſes, relativement aux hauteurs des réſervoirs.

On croit que la découverte des moulins à eau eſt de la fin du VIe ſiecle; mais on employoit au hazard l'éfort de l'eau, & on étoit très-éloigné de pouvoir l'évaluer avec une certaine exactitude.

OPTIQUE.

Il paroit que l'école Platoniciene a connu les premiers principes de l'Optique, c'eſt-à-dire, la propagation de la lumiere en ligne droite, & l'égalité des angles d'incidence & de réflexion. On ne doit pas s'arrêter aux explications phyſiques que les anciens, & Ariſtote en particulier, ont données des phénomenes de la viſion: on y trouveroit l'abus des qualités occultes porté à l'excès.

La connoiſſance des verres ardens eſt même antérieure au temps que je viens d'indiquer. En voici la preuve tirée de la premiere ſcène du ſecond acte des *Nuées* d'Ariſtophane: c'eſt un dialogue entre Socrate & Strepſiade, vieillard fort groſſier & fort ſtupide, qui a trouvé, dit-il, un moyen de ne point payer ſes dettes (*c*): *Strep. As-tu vu chez les Droguiſtes cette belle pierre tranſparente avec quoi on alume du feu? Soc. N'eſt-ce pas du verre que tu veux dire? Strep. Juſtement. Soc. Eh-bien! qu'eſt-ce que tu en feras? Strep. Quand on me donnera une aſſignation, je prendrai cette pierre-là, &, me mettant au ſoleil, je ferai fondre de loin toute l'écriture de l'aſſignation.* Cette écriture étoit tracée ſur la cire, qui couvroit une matiere plus ſolide. L'effet dont parle Strepſiade pouvoit être opéré par réfraction ou par réflexion; mais les principes de l'Optique font voir d'abord qu'un miroir concave, par réfraction, & un verre convexe, par réflexion, n'ont pas ici la propriété convenable. En préſentant au ſoleil, un verre concave, par réflexion, le foyer eût été placé en haut; ce qui auroit

(*a*) An. avant J. C. 130. (*b*) An. de J. C. 100.
(*c*) An. avant J. C. 444.

exigé pour l'aſſignation une poſition fort incommode, & dont il n'eſt pas à préſumer que Strepſiade ait voulu parler; mais, ſi l'on ſuppoſe qu'on ait fait uſage d'un verre convexe, par réfraction, le foyer aura été en bas, & l'effet annoncé par Strepſiade s'explique d'une maniere ſimple & naturele.

On eſt ſurpris, après une preuve ſi formele de l'antiquité des verres ardens, que Deſcartes & pluſieurs modernes aient révoqué en doute l'opinion généralement reçue, qu'Archimede s'en étoit ſervi pour embrâſer la flote des Romains, au ſiége de Syracuſe. Leur incrédulité eſt venue de la préoccupation où ils étoient qu'Archimede auroit employé des miroirs concaves, par réflexion: moyen dont l'inſuffiſance eſt démontrée. En effet, pour qu'un miroir de cette eſpece formât un foyer à la portée du trait, c'eſt-à-dire, à la diſtance de 150 pieds, il faudroit que le rayon de ſphéricité fût de 300 pieds. Or comment exécuter, avec une certaine préciſion, des verres d'une ſi petite courbure? D'ailleurs, dans les miroirs d'un ſi long foyer, les rayons du ſoleil ne peuvent pas être regardés comme paralleles; & leur divergence détruit preſque totalement l'effet de la convergence produite par le miroir. La combinaiſon de pluſieurs miroirs concaves ne leve pas ces inconvéniens, & ne fait qu'en préſenter de nouveaux. Mais le problême change entiérement de nature, ſi l'on ſuppoſe qu'Archimede ait employé des miroirs dénués de toute courbure, ou formant des plans parfaits; car alors on conçoit ſans peine que pluſieurs verres plans peuvent être diſpoſés entr'eux de telle maniere qu'ils portent les rayons du ſoleil ſur un même point, & qu'ils y forment un foyer capable d'embrâſer le bois, ou même de fondre les métaux. Le fait des miroirs d'Archimede eſt donc poſſible: mais a-t-il exiſté? Si on conſulte les monumens hiſtoriques, on trouvera que pluſieurs anciens Auteurs, comme Diodore de Sicile, Héron, Pappus, *&c.*, ont écrit qu'en effet Archimede mit le feu à la flote des Romains avec des verres ardens. Il eſt vrai que les ouvrages où ils en parloient ſont aujourd'hui perdus; mais ils exiſtoient encore au douzieme ſiecle, puiſque Zonaras & Tzetzès, Écrivains de ce temps-là, en citent des paſſages relatifs à la queſtion préſente. Anthemius, Mathématicien & Architecte de réputation, qui vivoit ſous Juſtinien I, & dont M. Dupuis, de l'Académie Royale des Belles Lettres, nous a traduit les précieux reſtes, ne ſe contente pas d'atteſter le même fait: il explique la théorie & le méchaniſme de ces miroirs.

Envain objecteroit-on ici que Polybe & Tite-Live ne font aucune mention des miroirs d'Archimede. Le ſilence de ces Hiſtoriens n'eſt qu'une preuve purement négative, qui doit céder aux aſſertions poſitives & contraires de ceux que nous avons nommés.

Il me ſemble que les témoignages de Zonaras & de Tzetzès doivent avoir ici à peu près le même poids qu'auroient ceux des anciens Écrivains ſur leſquels ils s'apuient. Après avoir raconté qu'Archimede avoit embrâſé la flote des Romains, au moyen des rayons ſolaires, raſſemblés & réfléchis par le poli d'un miroir, Zonaras ajoute qu'à cet exemple, Proclus brûla, avec des miroirs d'airain, la flote de Vitalien qui aſſiégeoit Conſtantinople, ſous l'Empire d'Anaſtaſe, l'an 514 de Jéſus-Chriſt. Tzetzès entre dans un plus grand détail ſur les miroirs d'Archimede; il en explique ainſi la conſtruction: „Lorſque Marcellus eut éloigné „ ſes vaiſſeaux à la portée du trait, Archi„ mede fit jouer un miroir exagone compoſé „ de pluſieurs autres plus petits, qui avoient „ chacun 24 angles, & qu'on pouvoit mou„ voir, à l'aide de leurs charnieres & de cer„ taines lames de métal; il plaça ce miroir „ de maniere qu'il étoit coupé en ſon milieu „ par le méridien d'hiver & d'été, en ſorte „ que les rayons du ſoleil, reçus par ce mi„ roir, venant à ſe briſer, alumerent un grand „ feu qui réduiſit en cendres les vaiſſeaux des „ Romains, quoiqu'ils fuſſent éloignés de la „ portée du trait.„ Ce paſſage indique, comme on voit, la maniere dont les parties du miroir tournoient pour prendre la poſition convenable, l'expoſition directe où il étoit par raport au ſoleil, & enfin la diſtance à laquelle il portoit le feu.

Le Pere Kircher, Jéſuite, dit, dans ſon ouvrage, intitulé: *Ars magna lucis & umbræ*, qu'il avoit fait conſtruire, d'après la deſcription de Tzetzès, un miroir compoſé de pluſieurs verres plans qui, réfléchiſſant tous la lumiere du ſoleil en un même point, y produiſirent une chaleur conſidérable.

M. de Buffon a exécuté en grand cette expérience, & par-là il a conſtaté les effets des miroirs d'Archimede. En 1747, il fit conſtruire, par M. Paſſemant, un miroir par ré-

Digitized by Google

flexion, compoſé de 168 glaces planes, mobiles à charnieres, & qu'on pouvoit faire jouer toutes à la fois, ou ſeulement en partie. Au moyen de cet aſſemblage, il embrâſa, au mois d'avril, & par un ſoleil aſſez foible, le bois à 150 pieds de diſtance; il fondit le plomb à 140 pieds; ce qui eſt plus que ſuffiſant pour démontrer la réalité de la découverte d'Archimede.

Il y a, dans la ſucceſſion des connoiſſances humaines, une fatalité qui n'amene preſque jamais les plus utiles que les dernieres. Les anciens, qui ſavoient employer, avec tant de ſuccès, la propriété que les verres ont de brûler, ignoroient l'uſage bien plus important qu'on en fait pour groſſir les objets & aider la vue. L'invention des beſicles ou des lunetes à mettre ſur le nez, eſt ſimplement de la fin du XIIIe ſiecle. Celle des lunetes aſtronomiques, ou téleſcopes, eſt encore plus récente d'environ 300 ans. Séneque dit, dans ſon premier Livre des Queſtions Naturelles, que *de petites lettres vues au travers d'une boule de verre, pleine d'eau, paroiſſent plus groſſes*. Mais les anciens, égarés par leur mauvaiſe phyſique ſur la viſion, n'ont pas réfléchi ſur la nature de ce phénomene, & n'en ont tiré aucune conſéquence pour la conſtruction des lunetes. Les verres propres à former ces inſtrumens doivent être, ou de très-grandes ſpheres, dont l'uſage ſeroit très-incommode & preſqu'impoſſible, ou de très-petites portions de grandes ſpheres; ce qui eſt d'une pratique facile, & ce qu'on pratique en effet; mais ce moyen ſuppoſe l'art de tailler les verres: art inconnu aux anciens, qui ſavoient ſimplement ſouffler le verre & en former des vaſes.

ANALYSE.

L'opinion vulgaire eſt que les anciens n'avoient aucune notion de l'Analyſe, ou de cette Science qui enſeigne à combiner enſemble les grandeurs conſidérées dans un état d'abſtraction & de généralité. Il eſt certain que l'algorithme de l'Analyſe, c'eſt-à-dire, l'art d'exécuter les calculs algébriques, & en particulier de réſoudre les équations, leur étoit inconnu. Mais, en les liſant avec attention, on aperçoit facilement qu'ils poſſédoient une eſpece d'Analyſe géométrique, ſemblable à celle des modernes. On en trouve des traces dans les Écrits de Platon: elle ſe montre d'une maniere encore plus marquée dans ceux d'Archimede; car, par exemple, quand il ſe propoſe, dans ſon Traité *de Sphæra & cylindro, prop. VII*, de couper une ſphere par un plan, de façon que les deux ſegmens ſoient entr'eux dans un raport donné, il raiſone ſur les grandeurs inconnues comme ſur celles qui ſont données; & par une ſuite de conſéquences tirées des propriétés de la ſphere, il parvient à une proportion qui, étant traduite en calcul algébrique, donneroit immédiatement l'équation du troiſieme degré, d'où dépend la ſolution du problême. Mais il y a encore loin de là juſqu'à la partie technique du calcul algébrique, & aux différens uſages dont elle eſt ſuſceptible.

Diophante, Géometre de l'École d'Alexandrie, doit être regardé, en quelque ſorte, comme l'Inventeur de l'Algebre (*a*): du moins on trouve, dans ſes ouvrages, des calculs qu'il exécute d'une maniere analogue à la méthode qu'on emploie aujourd'hui pour réſoudre les équations du premier degré & même celles du ſecond. Il avoit écrit treize livres *d'Arithmétique*, dont trois ſont perdus: ceux qui reſtent, contienent des queſtions d'une eſpece particuliere & alors abſolument nouvele. Par exemple, l'auteur enſeigne à partager un nombre carré en deux autres carrés; à trouver deux nombres dont la ſomme ſoit à celle de leurs carrés, dans un raport donné; à trouver deux carrés dont la différence ſoit égale à un carré donné, &c. L'Art qu'il met en uſage pour réſoudre ces problêmes eſt très-ingénieux & très-ſubtil: il a été étendu & perfectioné par les modernes.

IIe. PÉRIODE.

Les Mathématiques ſujetes, comme toutes les inſtitutions humaines, à des mouvemens périodiques d'élévation, de médiocrité & de foibleſſe, ſe ſoutenoient toujours dans l'Égypte & dans la Grece, par la maſſe des vérités dont elles s'étoient enrichies ſucceſſivement, & par le charme ataché à ce genre d'étude. Une

(*a*) An. de J. C. 330.

tempête s'éleva contr'elles, dans ces climats, vers le milieu du VIIe ſiecle. Les ſucceſſeurs de Mahomet, pleins de l'enthouſiaſme que leur inſpiroit une nouvele Religion toute guerriere, étendant leurs conquêtes, du fond de l'orient à la partie méridionale de l'Europe, ravagerent l'Arabie, la Perſe, les Îles de Cypre, de Rhodes, de Candie & de Sicile, l'Égypte, la Lybie & le Royaume des Eſpagnes. Cette guerre ſanglante porta aux exercices du génie le plus terrible coup qu'ils aient jamais eſſuyé. Les artiſtes & les ſavans, raſſemblés de toutes parts au Muſée d'Alexandrie, furent chaſſés honteuſement. Quelques-uns furent les victimes de la violence des conquérans; les autres allerent traîner dans les pays éloignés les reſtes d'une vie malheureuſe. On détruiſit les lieux & les inſtrumens qui avoient ſervi à faire tant de belles obſervations. Enfin, ce précieux dépôt des connoiſſances humaines, la Bibliotheque des Rois d'Égypte, qui avoit déja ſoufert un incendie ſous Jules-Céſar, fut entiérement livrée aux flammes par les Arabes. Le Caliſe Omar ordona qu'on brûlât (*a*) tous ces livres, *parce que*, diſoit-il, *s'ils ſont conformes à l'Alcoran, ils ſont inutiles; & s'ils y ſont contraires, ils doivent être abhorrés & anéantis*: raiſonement bien digne d'un brigant fanatique.

Il ſembloit que le ſort des Sciences, attaquées & détruites dans le centre de leur Empire, étoit abſolument déſeſpéré. Mais cette même viciſſitude, qui produit tant de malheurs & tant de crimes, amene auſſi quelquefois des révolutions avantageuſes au genre humain. Tel fut le changement qui ſe fit bientôt dans les mœurs des Arabes. Ces peuples, comme tous ceux de l'Orient, avoient eu autrefois quelques notions des Sciences & principalement de l'Aſtronomie. Si le fanatiſme d'une Religion ſanguinaire étouſa d'abord ces germes précieux, il n'éteignit point le principe d'où ils étoient émanés. Lorſque ces différentes Nations furent laſſes de s'exterminer mutuélement, leur férocité s'adoucit, & le loiſir de la paix rapela l'eſprit actif des Arabes à des objets plus réels & plus agréables, que les diſputes ſur les dogmes de l'alcoran. A peine s'étoit-il écoulé un ſiecle & demi depuis la mort de Mahomet, qu'ils commencerent à cultiver eux-mêmes les Arts & les Sciences qu'ils avoient voulu anéantir. Ils eurent bien-tôt des Poëtes, des Orateurs, des Mathématiciens, &c. On compte dans ce nombre pluſieurs Caliſes chez les Arabes, & enſuite pluſieurs Empereurs chez les Perſans, lorſque ce dernier peuple ſe fut ſéparé du premier.

Science chez les Arabes.

Toutes les parties des Mathématiques attirerent plus ou moins leur attention. Le ſyſtême de notre numération Arithmétique, eſt une découverte à jamais mémorable qui nous vient d'eux. Il a, ſur tous ceux des anciens Peuples, l'avantage de la clarté & de la ſimplicité. On ſait qu'avec dix caracteres, à qui l'on ſait occuper différentes places, on peut exprimer de la maniere la plus commode, un nombre immenſe par la multitude de ſes unités. Quelques Écrivains prétendent que les Arabes tenoient cette idée des Indiens. Les raiſons qu'ils en donnent ne me paroiſſent pas fort convaincantes. Sans chercher à les réfuter, je me contenterai d'obſerver que nous devons immédiatement aux Arabes l'Arithmétique, telle que nous la pratiquons aujourd'hui. Le célebre Gerbert, qui fut dans la ſuite Pape, ſous le nom de Sylveſtre II, alla puiſer cette Science en Eſpagne, où les Arabes dominoient alors, & il la répandit dans le reſte de l'Europe, vers l'an 960.

Les Arabes puiſerent dans une Étude aſſidue des Mathématiciens Grecs, les principes des autres Sciences où ces derniers avoient excellé. Munis de ces connoiſſances, ils devinrent les émules de leurs Maîtres, & ſe mirent en état de les commenter, ou même d'ajouter à leurs découvertes. Euclide, Archimede & Appollonius furent leurs principaux guides dans la Géométrie & la Méchanique. On cite pluſieurs Géometres Arabes. La Trigonométrie leur a des obligations eſſentieles. Ce ſont eux qui ont donné au calcul Trigonométrique, la forme qu'il a encore aujourd'hui, du moins quant aux principes. Ils ſubſtituerent l'uſage *des ſinus* à celui des *cordes* qu'on employoit auparavant, & par-là, ils rendirent plus ſimples & plus commodes les opérations de la Géométrie pratique.

Cardan attribue à ce même peuple l'inven-

(*a*) An. de J. C. 642.

tion de l'Algebre proprement dite. On a vu que Diophante avoit indiqué la méthode pour réſoudre les équations du premier & du ſecond degré. Les Arabes la développerent, & on croit qu'ils étoient parvenus juſqu'à réſoudre les équations du troiſieme degré. Il exiſte en effet, dans la Bibliotheque de Leyde, un manuſcrit arabe, où l'Auteur donne, à ce qu'on aſſure, l'Algebre *des équations cubiques*, ou la réſolution des problêmes ſolides.

L'Aſtronomie eſt la ſcience que les Arabes ont le plus cultivée, & où ils ont fait les plus nombreuſes découvertes. Rien n'égale la magnificence des obſervatoires & des inſtrumens qu'ils firent conſtruire pour les progrès de cette ſcience.

Parmi ſes différentes branches, la théorie du ſoleil les occupa long-temps. Ils ne tarderent pas à reconoître que Ptolomée avoit trouvée ou ſuppoſée trop grande l'obliquité de l'écliptique. Flamſteed raporte, dans ſon hiſtoire céleſte, la ſuite de leurs travaux ſur ce ſujet: on les voit continuélement approcher de la vérité; & enfin, au bout d'environ 700 ans, ils parvienent à déterminer l'obliquité de l'écliptique avec la même exactitude à peu près, que la donnent les meilleures obſervations modernes: réſultat d'autant plus ſurprenant, qu'ils n'avoient pas, comme nous, le ſecours des lunetes.

Nous ne citerons ici que les principaux Aſtronomes Arabes; & parmi eux, nous diſtinguerons les Califes qui l'ont mérité, parce que les exemples des Souverains qui éclairent les hommes, ont une autorité que la juſtice & l'intérêt doivent célébrer.

On trouve, au nombre des premiers Aſtronomes Arabes, le Calife *Abou-Giafar* ſurnomé *Almanſor* ou le *Victorieux* (*a*). C'étoit un Prince Philoſophe & appliqué, qui donnoit à l'obſervation des aſtres, tout le temps dont les devoirs de la Royauté lui permettoient de diſpoſer.

Peu de temps après vivoit Alfragan, qui a laiſſé une eſpece de commentaire ſur l'Almageſte de Ptolomée.

Le Calife Aaron-al-Raſchild (*b*) eut le goût de la Méchanique & de l'Aſtronomie: dans une célebre ambaſſade qu'il envoya, en 807, à Charlemagne, il lui fit préſent d'une horloge dont le méchaniſme étoit très-ingénieux: elle ſonoit les heures par le moyen de certaines balles qui tomboient alternativement dans un vaſe d'airain; douze Cavaliers ſe préſentoient à douze portes, & les fermoient ſuivant le nombre d'heures écoulées. Cette machine étona l'Europe, où l'on ne s'occupoit alors que de la guerre, & de puérilités grammaticales.

Son ſecond fils, Almamon, qui régna après ſon frere (*c*), porta plus loin que ſes prédéceſſeurs l'inſtruction dans les Sciences. Il y avoit été formé par un Médecin Chrétien; il mit tout en uſage pour en inſpirer le goût à ſes Sujets. Il obſerva lui-même l'obliquité de l'écliptique, & ſon réſultat eſt déja plus exact que ceux des anciens Aſtronomes. Il fit meſurer dans la plaine de Sinjar, ſur les bords de la mer-rouge, la valeur d'un degré de la terre. Malheureuſement on ne connoît que d'une maniere vague le raport de notre toiſe avec la meſure arabe qu'on y employa, & on ignore juſqu'à quel point cette valeur s'acorde avec celle qui a été priſe dans ces derniers temps. Plein d'eſtime pour les ouvrages des Grecs, Almamon fit traduire tous ceux qu'il put ſe procurer. Quelques Auteurs raportent même que, dans un Traité de Paix où il impoſa des loix à Michel le Begue, il exigea qu'on lui donneroit pluſieurs manuſcrits grecs que poſſédoient les Empereurs de Conſtantinople. La ville de Bagdat, ſituée à peu près au même endroit que l'ancienne Babylone, fut embélie & accrue par ſes ſoins; elle devint le ſéjour ordinaire des Califes. Il y avoit, dans cette ville, des écoles pour toutes les Sciences, & une en particulier pour l'Aſtronomie. Almamon emporta dans le tombeau la gloire d'avoir été le Prince le plus humain, le plus ſage & le plus ſavant qui eût encore occupé le Trône des Califes.

Un de ſes Sujets, *Thebit-ebn Chora*, ſe diſtingua dans l'Analyſe & dans l'Aſtronomie. On cite ſur-tout ſes recherches ſur la durée de l'année. Il imagina de raporter le mouvement du ſoleil, non pas aux points équinoxiaux, qui ſont mobiles, mais aux étoiles fixes; & il parvint à déterminer la longueur de l'année ſydérale, à peu près telle qu'on la

(*a*) Almanſor commence à régner en 754, meurt en 775.
(*b*) Raſchild commence à régner en 786, meurt en 809.
(*c*) Almamon commence à régner en 811 meurt en 813.

trouve aujourd'hui. Cette exactitude a pu être l'effet de l'art qu'il eut d'employer & de combiner enſemble les meilleures obſervations : peut-être auſſi faut-il l'attribuer en partie à un hazard heureux ; car Ptolomée, dont les Arabes ſuivoient en général la doctrine, avoit un peu embrouillé les élémens de la queſtion.

Albategnius, Prince Arabe, rendit les plus importans ſervices à l'Aſtronomie (*a*). Les tables de la lune & du ſoleil, que Ptolomée avoit conſtruites, lui ayant paru défectueuſes, il mit tous ſes ſoins à les corriger, & il en dreſſa de nouveles, qui ont eu pendant long-temps une juſte célébrité. Il détermina d'une maniere très-exacte l'excentricité de l'orbite ſolaire. S'il ne parvint pas à la même préciſion dans ſon calcul de la longueur de l'année, c'eſt qu'il eut trop de confiance aux obſervations de Ptolomée, & qu'il négligea de comparer immédiatement les ſienes avec celles d'Hipparque. Il a reconu le premier que l'apogée du ſoleil, regardé auparavant comme immobile, avoit un petit mouvement propre, ſelon l'ordre des ſignes ; ce que les obſervations modernes ont confirmé. Enfin, il ſentit le défaut de la théorie de Ptolomée ſur la préceſſion des équinoxes ; il trouva, comme Hipparque, que le mouvement apparent des étoiles fixes d'occident en orient, étoit d'un degré en 70 ans. On ſait qu'il étoit Gouverneur de Syrie, & qu'il fit ſes obſervations en partie à Antioche, en partie à Aracte, ville de la Méſopotamie.

Sciences en Eſpagne.

Les Arabes porterent le goût des Mathématiques dans tous les pays ſoumis à leur puiſſance. Elles fleurirent pendant long-temps en Eſpagne. On y trouve Arſachel, qui fit quelques corrections aux tables d'Albategnius (*b*). On lui attribue le Recueil, intitulé : *Tabulæ Toledanæ*. Si, comme on le croit, il a découvert, dans le mouvement du ſoleil, certaines inégalités dont les obſervations modernes & la théorie Newtoniene ont depuis conſtaté l'exiſtence, il doit paſſer pour un Aſtronome très-exact & très-attentif.

Alhazen vivoit auſſi en Eſpagne (*c*) ; il a laiſſé un Traité d'Optique, où l'on trouve le premier eſſai de théorie qu'on ait donné de la réfraction & du crépuſcule. On prétend qu'il n'a fait que traduire ou commenter un ouvrage que Ptolomée avoit écrit ſur la même matiere : ouvrage cité par d'autres Écrivains Arabes, & aujourd'hui perdu. Quoi qu'il en ſoit, il eſt certain que les anciens & Ptolomée lui-même n'avoient point égard à l'effet des réfractions dans les obſervations aſtronomiques ; & du moins Alhazen a la gloire d'avoir indiqué cet effet.

Averroès, célebre Médecin de Cordoue, abrégea & commenta l'Almageſte de Ptolomée (*d*). Il étoit très-ſavant, pour ſon temps, dans la Phyſique, la Médecine & les Mathématiques.

Les Chrétiens, qui, dès le Xe ſiecle, avoient commencé à chaſſer les Arabes de quelques parties de l'Eſpagne, ne dédaignerent pas de s'inſtruire parmi ces mêmes Maures dont ils abhorroient la Religion. Quand Alphonſe X, Roi de Caſtille (*e*), voulut établir dans ſon Royaume une eſpece de Collége ou de Licée, pour l'avancement de l'Aſtronomie, il fut obligé d'en confier la principale direction à des Arabes. Il obſervoit & calculoit lui-même avec eux : ce travail commun produiſit les fameuſes *Tables Alphonſines*, plus exactes & plus completes que toutes les précédentes. L'étude de l'Aſtronomie ſe maintint pendant quelque temps dans la Caſtille, après la mort d'Alphonſe.

Les intérêts de l'ambition, à qui rien ne réſiſte, finirent par rompre toute communication entre les Chrétiens & les Maures, & plongerent l'Eſpagne dans les plus profondes ténebres. A meſure que les victoires des premiers ſe multiplioient, les Sciences alloient en déclinant : elles périrent enfin (*f*), quand la domination des Maures ceſſa en Eſpagne, par la perte de Grenade : événement à jamais déplorable, ſi la Religion Chrétiene n'en eût profité, en s'étendant ſur les ruines du Mahométiſme.

(*a*) An. de J. C. 879.
(*b*) An. de J. C. 1080.
(*c*) An. de J. C. 1100.
(*d*) An. de J. C. 1180.
(*e*) Alphonſe commence à régner en 1252, meurt en 1284.
(*f*) An. de J. C. 1492.

Digitized by Google

Sciences chez les Perſans.

Retournons en Orient : nous y verrons les Perſans, qui juſque-là n'avoient formé qu'un même peuple avec les Arabes, ſecouer le joug des Caliſes, vers le milieu du XIe ſiecle, ſans abandoner l'étude des Sciences. L'Aſtronomie fut ſur-tout l'objet de leur curioſité. Les anciens Perſes, dès le regne de *Darius Ochus*, comptoient le temps par les révolutions ſolaires. Ils ſuppoſoient l'année un peu trop longue. Quand ils reçurent la loi des Arabes, l'uſage où étoient les vainqueurs de compter par les révolutions lunaires, devint auſſi celui des vaincus. Mais les Perſans reprirent leur ancienne coutume, lorſqu'ils furent libres. Alors l'Aſtronome *Omar-Cheyam*, pour rectifier le calendrier perſan, introduiſit un ſyſtême d'intercalation qui revient au même que ſi l'on ſuppoſoit l'année de 365 jours, & que l'on inſérât huit jours dans un eſpace de trente-trois ans : ſyſtême fondé ſur des combinaiſons très-ingénieuſes, & fort approchant de la vérité.

Un Conquérant rapide, *Holagu-ilecou-Kan*, petit-fils de Gengiskan, ayant ſubjugué la Perſe, vers l'année 1254, ne ſembla plus occupé que d'y ranimer le goût des Sciences, & principalement celui de l'Aſtronomie, dans laquelle il étoit très-verſé. Il fit conſtruire, dans la ville de Maragha, voiſine de Tauris, un obſervatoire où il raſſembla un grand nombre d'Aſtronomes, & dont il donna la préſidence à *Naſſir-Eddin*, le plus célebre d'entr'eux. Cette ſociété étoit une eſpece d'Académie, d'autant plus floriſſante qu'elle recevoit toutes ſortes d'encouragemens d'un Prince magnifique. Naſſir-Eddin compoſa pluſieurs ouvrages, entr'autres une Théorie des mouvemens céleſtes, un Traité de l'Aſtrolâbe, & ſes Tables Aſtronomiques, qu'il nomma *ilecaliques*, pour laiſſer un monument de ſa reconoiſſance envers ſon bienfaiteur. On raconte que *Holagu*, ſe ſentant près de ſa fin, ſe fit tranſporter au milieu des ſavans, & qu'il voulut rendre les derniers ſoupirs entre leurs bras, les regardant comme ſes enfans & comme les véritables Hérauts de ſa gloire.

Son exemple fut ſurpaſſé par un Prince de la même nation, le fameux *Ulug-Beigh*, petit-fils de Tamerlan. Non ſeulement Ulug-Beigh encouragea les Sciences comme Souverain : il eſt compté lui-même au nombre des plus ſavans hommes de ſon ſiecle. Il établit dans la ville de Samarcande, capitale de ſon Empire, une nombreuſe Aſſemblée ou Académie d'Aſtronomes, & il fit conſtruire, pour leur uſage, les inſtrumens les plus grands & les plus parfaits qu'on eût encore vus. Il s'informoit de tous leurs travaux : il obſervoit lui-même avec aſſiduité. Quelques Hiſtoriens raportent que, pour déterminer la latitude de Samarcande, il employa un quart-de-cercle, dont le rayon égaloit la hauteur du Temple de Sainte Sophie à Conſtantinople, laquelle eſt d'environ 180 pieds romains ; mais la conſtruction d'un ſi grand quart-de-cercle eſt phyſiquement impoſſible : il y a toute apparence que les Hiſtoriens dont il s'agit, peu au fait de l'Aſtronomie, ont pris un ſimple gnomon pour un quart-de-cercle.

Ulug-Beigh avoit compoſé pluſieurs ouvrages. On cite principalement ſon Catalogue d'étoiles, & ſes Tables aſtronomiques, ſi célebres dans tout l'orient. Il eſt le premier qui ait déterminé l'obliquité de l'écliptique avec une préciſion preſqu'égale à celle que donnent les inſtrumens & les obſervations modernes. Les talens & les vertus de ce Prince méritoient les hommages de toute la terre : il fut aſſaſſiné par ſon propre fils, à l'âge de 58 ans (*a*).

Les troubles qui commencerent à déſoler la Perſe peu de temps après la mort d'Ulug-Beigh, & qui ne firent qu'augmenter dans la ſuite, éteignirent inſenſiblement le goût des Sciences dans ces pays. Elles s'y ſont détériorées à tel point, qu'aujourd'hui l'Aſtronomie des Perſans n'eſt plus, pour ainſi dire, qu'un amas de viſions d'aſtrologie judiciaire, & qu'à peine ſavent-ils calculer groſſiérement une éclipſe.

Sciences chez les Chinois.

La Chine ne nous préſente aucune découverte remarquable, pendant la période que nous conſidérons. L'Arithmétique & la Géométrie de cette nation demeurent toujours très-imparfaites ; nulle théorie nouvele, nulle application intéreſſante des principes de la Méchanique.

(*a*) An. de J. C. 1449.

Nous trouvons, à la vérité, que les Chinois ont beaucoup obſervé les aſtres : mais toutes leurs obſervations roulent ſur les objets les plus communs de l'Aſtronomie, comme les éclipſes, les poſitions des planetes, les hauteurs ſolſtitiales du ſoleil, les occultations d'étoiles par la lune, &c. On n'en voit ſortir aucun réſultat important pour le progrès de la Science. Nous devons ſeulement remarquer que l'Empereur *Kobilai*, le cinquieme ſucceſſeur de Gengiskan à la Chine, & celui qui y fonda la Dynaſtie des Iven en 1271, fut un très-grand protecteur de l'Aſtronomie. Il étoit frere de Holagu-ilecou-Kan, & il avoit à peu près les mêmes goûts. Il établit pour Chef du Tribunal des Mathématiques *Co-cheon-King*, obſervateur laborieux, qui porta dans l'Aſtronomie Chinoiſe une préciſion à laquelle on n'étoit pas encore arivé. Mais cet éclat ne fut que paſſager. L'Aſtronomie chinoiſe retomba dans ſa premiere langueur, & ne s'en releva un peu qu'environ un ſiecle après, ſous les Empereurs d'une nouvele Dynaſtie, qui donnerent la direction du Tribunal des Mathématiques à des Aſtronomes Mahométans.

Sciences chez les Indiens.

Nous ſerons encore plus courts ſur l'Hiſtoire des Sciences chez les Indiens au même temps. Ils ne ſavoient, comme autrefois, que les principes les plus ſimples & les plus élémentaires de l'Aſtronomie. A peine ſavent-ils aujourd'hui calculer les éclipſes d'une maniere un peu exacte.

Sciences chez les Grecs modernes.

Les ſavans, qui, à la deſtruction de l'École d'Alexandrie, s'étoient réfugiés dans la Grece, contribuerent d'abord à y entretenir l'étude des Mathématiques. Mais, dans l'état d'abandon où elles étoient réduites, elles devoient néceſſairement pencher ſans ceſſe vers leur ruine. Cependant les Grecs montrerent, dans ce temps de décadence, quelques étinceles du génie qui avoit animé Archimede, Appollonius, Hipparque, &c. Nous avons déja cité Zonaras & Tzetzès, à l'occaſion des miroirs ardens d'Archimede. On doit citer encore, avec plus de diſtinction, Moſcopule, qui fit, un peu avant le milieu du XVe ſiecle, l'ingénieuſe découverte des *Carrés magiques*. La priſe de Conſtantinople par Mahomet II, en 1453, fut l'époque de la ruine totale des Mathématiques dans la Grece.

Sciences chez les Chrétiens.

Quoique les Chrétiens occidentaux aient d'abord montré en général, pendant long-temps, un grand éloignement pour les Sciences, on rencontre néanmoins parmi eux, dans cette période, pluſieurs hommes qui méritent d'être remarqués, ou par l'étendue de leurs connoiſſances, relativement au temps où ils ont vécu, ou par les preuves de génie qu'ils ont données.

Bouſſole.

Je ne citerai pas au nombre des inventions qui doivent faire honeur aux Européens, celle de la Bouſſole, pur effet du hazard, ou de quelque circonſtance que l'on ignore. La propriété qu'a l'aimant, d'attirer le fer, a été connue des anciens Grecs, dès le temps de Thalès: elle a été connue auſſi des Chinois, plus de 300 ans avant Jéſus-Chriſt; mais on ne ſavoit pas, avant le commencement du XIIe ſiecle, qu'une pierre d'aimant ſuſpendue, ou flotante ſur l'eau au moyen d'un liége, ſe dirige toujours vers le nord par un même côté: on ſavoit encore moins qu'une aiguille de fer aimantée a la même vertu. Il paroît, par les ouvrages de Guy de Provins, l'un de nos Poëtes du XIIe ſiecle, que *les Mariniers françois* ſont les premiers qui aient employé la Bouſſole pour diriger la route des vaiſſeaux, d'où on lui donna le nom de *Marinete*. L'uſage de ſuſpendre l'aiguille aimantée ſur un pivot, eſt très-ancien parmi nous. Cependant les Italiens, les Allemands & les Anglois, nous diſputent la découverte de la Bouſſole. Ces prétentions réciproques peuvent être ſoutenues, ſoit parce qu'il eſt poſſible qu'on trouve la même choſe en divers endroits, ſoit parce que la Bouſſole ayant été perfectionée ſucceſſivement, les nations qui y ont contribué, chacune pour ſon utilité particuliere, ont cru pouvoir s'attribuer la totalité de l'invention. S'il eſt vrai, comme pluſieurs Hiſtoriens le prétendent, que les Chinois aient fait ſervir, avant les Européens, la Bouſſole à la navigation, ils ont toujours été du moins bornés à une pratique groſſiere; car leur méthode conſtante

ſtante de faire floter l'aimant ſur l'eau, n'eſt pas comparable à la ſuſpenſion ſur un pivot.

Dans le XIIIe ſiecle, l'Empereur Frédéric II (*a*), au milieu d'une vie très-agitée & des guerres continueles contre les Papes, fonda l'univerſité de Naples, cultiva lui-même les Sciences & les beaux Arts, compoſa quelques ouvrages, & fit traduire du grec en latin, ceux d'Ariſtote, & l'Almageſte de Ptolomée.

Ce même ſiecle produiſit pluſieurs Savans dans nos climats. On cite, entr'autres, Vitellion & le Cordelier Roger Bacon.

Le premier, né en Pologne, établi en Italie, a laiſſé (*b*) un Traité d'Optique en dix livres : cet ouvrage n'eſt, dans le fond, que celui d'Alhazen, mais plus clair & plus méthodique.

Roger Bacon conſerve encore la célébrité qu'il eut de ſon temps. Il a écrit un grand nombre d'ouvrages qui ont été imprimés ſucceſſivement : ils montrent beaucoup de génie & d'invention. On diſtingue, parmi ces ouvrages, ſon Traité d'Optique, qui contient des remarques vraies, & alors nouveles, ſur la réfraction aſtronomique, ſur les grandeurs apparentes des objets, ſur la grôſſeur extraordinaire du ſoleil & de la lune, vus à l'horizon, ſur le lieu des foyers ſphériques, &c. Quelques Anglois, un peu trop prévenus en faveur de Bacon, leur compatriote, ont cru voir, dans ce Traité, que l'Auteur avoit eu connoiſſance des beſicles, & même du téleſcope ; mais M. Smith, Anglois plus impartial & juge irréfragable, détruit cette opinion, d'après la diſcuſſion exacte des paſſages qui y ont donné lieu. On a voulu auſſi attribuer à Bacon, la découverte de la poudre à canon : en effet il y touchoit, car il étoit grand Chimiſte pour ſon temps, & il connoiſſoit les effets du ſalpêtre ; mais elle lui eſt réellement poſtérieure de quelques années. Il fut perſécuté par ſes confreres, accuſé de magie, enfermé dans un cachot, & obligé, pour en ſortir, de prouver qu'il n'avoit jamais eu de commerce avec le diâble. Il étoit né en 1214 ; il mourut en 1294.

L'invention des beſicles eſt des dernieres années du XIIIe ſiecle. On la doit aux Italiens. Il exiſte des preuves certaines que les premieres lunetes ont été conſtruites par un frere Jacobin, nommé *Alexandre de Spina*, mort à Piſe en 1313.

Le XIVe ſiecle fut, chez les Nations occidentales de l'Europe, un temps d'ignorance & de barbarie pour les Mathématiques. On y voit paroître beaucoup d'Alchimiſtes, quelques Littérateurs eſtimables & des ſcholaſtiques : le Roi Charles V fonde la Bibliotheque des Rois de France ; il encourage les arts & les belles lettres ; mais les Mathématiques ſont preſque généralement oubliées ; elles ne produiſent qu'un petit nombre d'Aſtronomes, dont tout le mérite eſt d'avoir fait quelques obſervations iſolées. Ajoutons cependant que, vers le milieu de ce ſiecle, Jacques *de Dondis*, Vénitien, dont la famille ſubſiſte encore, ſe fit une grande réputation dans la Méchanique & l'Aſtronomie, par la conſtruction d'une horloge qui marquoit les heures, le cours du ſoleil, celui de la lune & des autres planetes, les mois & les fêtes de l'année. (*c*)

Nous avançons vers des temps plus heureux. Le XVe ſiecle eſt fécond en Savans, & ſurtout en Aſtronomes. Il s'ouvre par un mouvement qui ſe fait dans l'Algebre. Léonard de Piſe voyage en Arabie ; il y puiſe les principes de l'Algebre, & vient les répandre en Italie. Il avoit écrit ſur cette Science & ſur la Géométrie des ouvrages qui n'ont jamais été imprimés, mais qui furent très-utiles en leur temps. La fin de ce même ſiecle en produiſit de ſemblables. En 1494, un Franciſcain, nommé *Lucas de Burgo*, qui, après avoir voyagé long-temps en orient, étoit devenu Profeſſeur de Mathématiques à Veniſe, fit imprimer les *Élémens d'Euclide* en italien, pour l'uſage de ſes Diſciples ; ce qui contribua beaucoup à former des Géometres. Peu de temps après, il publia un Traité d'Algebre, intitulé : *de Summa Arithmetica & Geometrica*. On trouve, dans ce Traité, les regles ordinaires de l'Arithmétique, & quelques inventions dues aux Arabes, comme, par exemple, les regles de fauſſes poſitions : l'Al-

(*a*) Frédéric II commence à regner en 1220, meurt en 1250.

(*b*) An. de J. C. 1260.

(*c*) L'inventeur de la machine dont on parle n'a pas été Jacques Dondi, mais Jean ſon fils, & il n'a pas été Vénitien mais Padouen, d'une famille très-illuſtre, dans laquelle il y a auſſi à préſent des ſavans aſſez diſtingués pour remplir les charges les plus conſidérables de l'Académie & de l'Univerſité de Padoue. Jean Dondi fut célebre par ſa ſcience & par ſon amitié avec François Pétrarque. La machine qu'il inventa, a donné à ſa famille le nom de Dondi de l'*Orologio*. *Voyez* l'art. DONDI dans le Dictionaire d'Hiſtoire faiſant partie de la préſente Encyclopédie. (H)

gebre y eſt portée juſqu'à la réſolution des équations du ſecond degré ; on prétend que *Lucas de Burgo* n'a pas été auſſi loin que les Arabes, ni même que Léonard de Piſe, quoiqu'il lui ſoit poſtérieur.

Dans tous ces temps, l'Aſtronomie a été la Science la plus cultivée. Elle eut des obligations à *Jean Gmunden*, qui la profeſſoit en l'Univerſité de Vienne, vers l'année 1406, & au fameux Pierre Dailli, qui propoſa (*a*) au Concile de Conſtance quelques moyens de réformer le calendrier, & de concilier le mouvement du ſoleil avec celui de la lune.

Le Cardinal *de Cuſa* eſt célebre parmi les ſavans, pour avoir entrepris (*b*) de faire revivre le ſyſtême des Pythagoriciens ſur le mouvement de la terre. Cette idée n'avoit pas encore la maturité que les obſervations devoient lui donner. Mais on doit trouver un peu extraordinaire qu'un Cardinal ſoutiene dans ce temps là, ſans que perſone en ſoit ſcandaliſé, une opinion pour laquelle, 200 ans après, Galilée fut enfermé dans les cachots de l'Inquiſition. *Voyez* l'Ouvrage de Card. *de Cuſa*, Vol. I. (*c*).

Purbachius (*d*) & ſon Diſciple *Regiomontanus* ſont regardés comme les Reſtaurateurs ou les deux plus grands Promoteurs de l'Aſtronomie dans le XVe ſiecle. Le premier, après avoir long-temps voyagé pour puiſer dans le commerce des ſavans une ample connoiſſance de l'Aſtronomie, dont il avoit appris les principes ſous Jean Gmunden, vint ſe fixer à Vienne, où les bienfaits de l'Empereur Frédéric III l'attirerent, & où il ſuceéda à la place que Jean Gmunden avoit occupée dans l'Univerſité. Dès-lors il entreprit un ouvrage utile & néceſſaire : c'étoit une bonne traduction de l'Almageſte de Ptolomée ; car toutes celles qu'on en avoit donné en latin fourmilloient de fautes, par l'ignorance des traducteurs dans l'Aſtronomie. Il ne ſavoit ni le grec ni l'arabe ; mais la parfaite intelligence du ſujet lui ſervit à rectifier ces mauvaiſes traductions, & à ſe procurer, du moins quant au ſens, le véritable ouvrage de Ptolomée. Bientôt après il écrivit, en faveur de ſes Diſciples, différens Traités concernant l'Arithmétique, la Géométrie, les hauteurs ſolſtitiales du ſoleil, la deſcription & l'uſage des horloges portatives, le calcul du degré de chaque parallele, relativement au degré de l'équateur, &c. Comme il joignoit aux connoiſſances théoriques l'adreſſe de la main, il conſtruiſit lui-même des inſtrumens utiles à la gnomonique, & des globes céleſtes ſur leſquels étoit marqué le mouvement des étoiles en longitude, depuis Ptolo-

---

(*a*) An. de J. C. 1414.

(*b*) An. de J. C. 1430.

(*c*) On ne parle jamais ni de terre ni de ſoleil dans toute l'Encyclopédie, qo'on n'y mêle à la fois Galilée & l'Inquiſition de Rome ; & qu'on n'altere toujours les événemens & on ne les déguiſe pour les déſavouer. Nous donnerons ici le récit fidel de cet événement pour n'en parler plus abſolument dans toute autre occaſion.

Il y a des vérités qui ne ſont pas encore démontrées ; tel a été le ſyſtême de Pythagore renouvelé par Copernic dans le ſiecle paſſé. Il y a de même des vérités tout-à-fait contraires aux opinions vulgaires, & celle du mouvement de la terre en étoit une au temps de Galilée. Faute de preuves démonſtratives, & dans la crainte de bleſſer le peuple par des opinions nouveles, que fit-elle l'Inquiſition ? Afin de n'arrêter pas les progrès des Savans, & de ne donner d'ailleurs point de ſcandale aux gens vulgaires, elle a défendu d'établir comme avéré le Syſtême Copernicain juſqu'à ce qu'il fût évidemment démontré ; & pour lors elle preſcrit de le propoſer comme une Hypotheſe. On ſait d'ailleurs que les décrets de l'Inquiſition ne ſont pas infaillibles, & qu'il n'eſt pas du reſſort de ce Tribunal de décider les queſtions philoſophiques ; mais ſon office qu'on appele Saint, eſt de veiller, afin que l'impiété ne viene pas gâter les mœurs, qu'on empêche les ſcandales, & qu'on ait du reſpect pour tout ce qui apartient à la religion. Pour juſtifier la conduite de l'Inquiſition à cet égard, nous n'apporterons pas le témoin d'un Catholique, mais de Wolf, excellent Mathématicien de la Communion proteſtante. Voici ce qu'il dit dans ſon diſcours préliminaire de la philoſophie en général. Cap. VI. §. 568. in Adnot. *Nemo ignorat uſque ad Copernici tempora unanimiter & peſtes a plerique, ipſe quoque Tycho de Brahe, loca Scripturæ de motu Solis ita fuiſſe accepta, ac ſi ſenſus litteralis mentem Solis diurne faveret. Recepta igitur Scripturæ interpretatione ſtatuebatur, Terram quieſcere in centro univerſi. Galilæus autem cum Copernico defendebat, Terram & motu vertiginis circa proprium axem, & motu translationis circa Solem moveri ; conſequenter non Terram ſed Solem in centro Univerſi quieſcere. Patebat igitur contradictio inter aſſertum Galilæi & receptam Scripturæ Sacræ interpretationem. Agnovit tamen Curia Romana, nondum inde ſequi hypotheſim Terræ motæ eſſe falſam ; etenim... reſcripto quod legitur in Tranſactionibus Anglicanis an* 1665, *monſte Junio declaravit : ſi quando Copernicani motum Telluris firmiter demonſtraverint, illam ei non adverſaturam ; cum propter ſcandalum, tanquam veritatem eamdem proponi non permittatur..... Quamvis autem curia Romana nolit, ut ſcandalum creetur, ut motus Telluris defendatur tanquam verus, antequam demonſtretur ; non tamen ideo prohibuit eodem uti tanquam hypotheſi in computandis motibus cæleſtibus & reddendis phænomenorum rationibus.. Ipſe facile patet literæ in Eccleſia Romana inquirere in veritatem hypotheſeos qua recepta Scripturæ interpretationi adverſatur* ». C'eſt à peu près de la même maniere que M. Holland, autre Proteſtant, parle à ce propos. » Depuis le temps de Galilée juſqu'à nous, dit-il, le mouvement de la Terre a toujours reçu de nouveles épreuves, de façon qu'il eſt aujourd'hui dans ſon plus grand jour. Peut-être que nos deſcendans, par des obſervations réitérées, découvriront-ils que le ſoleil même eſt aſſujéti à quelque mouvement, comme nous avons trouvé qu'il tourne autour de ſoi-même par un mouvement de rotation ». (H)

(*d*) Purbachius, né en 1423, mort en 1461.

mée juſqu'à l'année 1450. Il détermina, par ſes propres obſervations, l'obliquité de l'écliptique; il fit diverſes corrections à la théorie du mouvement des planetes, que les anciennes Tables repréſentoient d'une maniere défectueuſe; enfin, il introduiſit quelques abbréviations dans le calcul trigonométrique.

Sa plus grande gloire eſt d'avoir formé Regiomontanus (*a*). Ils obſerverent enſemble à Vienne, pendant dix ans. Après la mort de Purbachius, le ſecond ſe rendit à Rome pour y chercher les moyens d'apprendre facilement le grec, & de pouvoir lire dans les originaux, non ſeulement Ptolomée, mais encore les autres Mathématiciens grecs, car il avoit un génie avide de toutes les Sciences. Ses progrès dans ce genre d'étude furent ſi heureux, qu'en très-peu de temps il traduiſit du grec en latin les *Coniques* d'Apollonius, les *Cylindriques* de Serenus, les ouvrages de Ptolomée, les *Queſtions méchaniques* d'Ariſtote, les *Pneumatiques* de Héron, &c. Il corrigea ſur le texte grec l'ancienne verſion d'Archimede, faite par Jacques de Crémone. Il ne ſe borna pas à traduire; il fut lui-même Auteur original de pluſieurs excellens ouvrages. Son Traité de Trigonométrie eſt remarquable en particulier, parce qu'on y trouve une belle méthode, & la premiere qu'on ait donnée, pour réſoudre, en général, un triangle ſphérique quelconque, lorſque l'on connoît les trois angles ou les trois côtés; ce qui étoit alors un grand éfort de génie & d'invention. La réputation de Regiomontanus détermina le Sénat de Nuremberg à l'appeler dans cette ville. Il s'y forma un obſervatoire muni d'excellens inſtrumens qu'il avoit perfectionés ou inventés lui-même, & avec leſquels il fit des obſervations qui le mirent en état de rectifier & d'étendre les anciennes Théories. Pluſieurs Aſtronomes avoient attribué, d'après quelques obſervations mal interprétées dont il donne le détail, un mouvement irrégulier aux étoiles, tantôt dirigé vers l'orient, tantôt dans le ſens contraire: Regiomontanus réfuta cette opinion. En 1472, il eut occaſion d'obſerver une comete dont le mouvement, d'abord très-lent, s'accéléra bientôt tellement qu'elle parcourut vers ſon périgée plus de 30 degrés en 24 heures; elle traînoit à ſa ſuite une queue de plus de 30 degrès de longueur.

Le Pape Sixte IV, voulant faire travailler à la réforme du calendier, invita Regiomontanus à ſe rendre à Rome pour cet objet; il lui fit des promeſſes magnifiques; il le nomma même à l'Évêché de Ratiſbone. Regiomontanus partit; mais, après quelques mois de ſéjour à Rome, il y mourut à l'âge de 40 ans. On répandit le bruit que les enfans de *Georges de Trebizonde*, l'un des traducteurs de Ptolomée & de Theon, l'avoient fait empoiſoner, parce qu'il avoit relevé publiquement pluſieurs fautes dans l'ouvrage de leur pere.

En quitant Nuremberg, Regiomontanus y laiſſa un éleve bien capable de ſuivre ſes vues & d'en ajouter de nouveles: c'étoit *Waltherus* (*b*), riche Citoyen, qui fit conſtruire tous les inſtrumens que Regiomontanus avoit imaginés, & qui, depuis la mort de ſon maître, continua d'obſerver le ciel pendant 40 ans. La ſuite de ſes obſervations, qui préſentent des phénomenes de toute eſpece, eſt un tréſor précieux pour les Aſtronomes. Malheureuſement l'Aſtronomie pratique n'avoit pas alors la perfection que lui ont procurée dans la ſuite les lunetes d'approche & la recherche la plus ſcrupuleuſe dans la conſtruction des inſtrumens. On a reproché à Waltherus d'avoit été peu communicatif, & de s'être réſervé excluſivement l'uſage des manuſcrits de Regiomontanus, dont il étoit dépoſitaire.

Navigation.

Depuis la découverte de la bouſſole, la navigation, toujours aidée de l'Aſtronomie, ſe perfectionoit de jour en jour, & s'ouvroit un champ plus étendu. Les anciens, qui n'avoient aucun moyen de connoître à chaque inſtant la poſition du vaiſſeau ſur le globe, oſoient rarement perdre de vue les côtes de la mer. La bouſſole leva cet obſtacle; & on put entreprendre, avec ſûreté, de marcher à travers les mers comme à travers les terres. En 1420, le Prince Henri, fils de Jean I, Roi de Portugal, alla chercher ſur l'océan de nouveles régions; il découvrit l'Ile de Madere; puis, tournant vers l'orient & le midi, il parcourut

(*a*) Regiomontanus, né en 1436, mort en 1476.
(*b*) Waltherus, né en 1430, mort en 1504.

une partie de la côte occidentale de l'Afrique. Il eut une foule d'imitateurs: on connoit les expéditions de *Vaſco de Gama*, de *Chriſtophe Colomb*, d'*Americ Veſpuce*, & de pluſieurs autres: ce n'eſt pas ici le lieu d'en parler. Pour repréſenter la route que le vaiſſeau devoit ſuivre, & pour le diriger en effet ſuivant cette route, le Prince Henri imagina les cartes marines, connues ſous le nom de *cartes plates*. L'uſage des globes terreſtres étoit très-ancien: celui des cartes, plus récent, avoit la préférence, depuis que Ptolomée & les Arabes avoient donné des méthodes géométriques pour projeter les cercles de la terre ſur une ſimple ſurface plane; mais le prince Henri, qui vouloit marquer par des lignes droites, les différens rumbs de vent d'un vaiſſeau, ne pouvoit y employer ces cartes, & il fut obligé d'imaginer une autre conſtruction. Il ſuppoſe que les méridiens ſont exprimés par des lignes droites paralleles, & les cercles paralleles à l'équateur, par d'autres lignes droites paralleles, perpendiculaires aux premieres; il trace ſur la carte le roſe des vents; enſuite, pour marquer la route d'un vaiſſeau qu'il ſuppoſe ſuivre un même rumb de vent, il mene du lieu de départ au lieu d'arivée une ligne droite, & il croit que la ligne des vents, parallele à celle-là, remplit l'objet propoſé. Mais ces cartes ne peuvent réellement ſervir que pour de petites étendues du globe. Lorſque les eſpaces ſont conſidérables, les degrés des cercles paralleles à l'équateur ne peuvent pas être repréſentés, d'un cercle à l'autre, par des lignes égales, comme l'auteur le ſuppoſe; car on ſait que les circonférences de ces cercles diminuent continuélement de l'équateur aux poles. De plus, la route, par un même rumb de vent, n'eſt pas, dans cette conſtruction même, une ſimple ligne droite, ſi ce n'eſt dans les deux hypotheſes très-bornées où le vaiſſeau ſuivroit toujours le même méridien ou le même parallele. On ſentit bientôt ces inconvéniens, & on y apporta du remede dans les deux ſiecles ſuivans.

III. PÉRIODE.

Les progrès que les nations occidentales de l'Europe ont faits dans les Sciences, depuis le XVIe ſiecle juſqu'à nos jours, éfacent tellement ceux des autres peuples, que je ne m'occuperai plus que des premiers dans la ſuite de ce diſcours. Que ſont en effet les obſervations aſtronomiques des Chinois ou des Indiens, en comparaiſon de toutes les belles recherches dont les Europ'ens modernes ont enrichi la Géométrie, l'Analyſe, la Méchanique, &c? Il y a une différence eſſentiele entre l'Hiſtoire du monde politique & celle du monde ſavant: dans le premier, chaque jour produit quelque événement grand ou petit, qu'il faut écrire pour donner un corps à la chronologie; dans le ſecond, où les événemens ſont les nouveles vérités, ſi une découverte vient ſe lier à une théorie plus étendue & plus importante, elle perd ſon exiſtence individuele, & on peut l'exclure ſans ſcrupule du tableau général des connoiſſances humaines.

Toutes les Sciences ſe ſont accrues dans l'intervalle de temps qui nous occupe ici. L'Algebre fit en particulier, avant le milieu du XVIe ſiecle, un pas où l'on eſt encore arrêté aujourd'hui. Elle eut un ſuccès d'un autre genre: l'eſprit de ſes opérations, appliqué à l'Arithmétique, fit découvrir, dans les nombres, pluſieurs propriétés qu'on n'auroit jamais déduites de leur formation immédiate. Je vais donc comprendre, ſous le nom générique d'*Analyſe*, les progrès de l'Algebre & ceux de l'Arithmétique.

Analyſe.

Depuis que l'ouvrage de *Lucas de Burgo* avoit paru, on poſſédoit parfaitement la méthode de réſoudre les équations des deux premiers degrés. Mais le paſſage aux degrés ſupérieurs étoit difficile. L'Italie eut la gloire de donner à cet égard une nouvele extenſion à l'Algebre.

Cardan (*a*) raporte, dans ſon livre, intitulé: *de Arte Magna*, & publié en 1545, que Scipion Ferrei, Profeſſeur de Mathématiques à Bologne, eſt le premier qui ait donné la formule pour réſoudre les équations du troiſieme degré; qu'environ trente ans après, un Vénitien, nommé Florido, inſtruit de cette découverte par ſon Maître Ferrei, propoſa à

(*a*) Cardan, né en 1501, mort en 1576.

Digitized by Google

Nicolas Tartaglia (*a*), célebre Mathématicien de Breſſe, divera problêmes dont la ſolution dépendoit de cette formule; & que Tartaglia, en méditant ſur ces problêmes, parvint à la trouver. Dans un autre endroit, Cardan fait l'aveu que, ſur ſes inſtantes prieres, Tartaglia lui communiqua cette même formule, mais ſans y ajouter la démonſtration; & qu'ayant trouvé cette démonſtration, avec le ſecours de ſon Diſciple, Louis Ferrari, jeune homme d'une grande pénétration, il avoit cru devoir donner le tout au public. Mais Tartaglia fut très-mécontent du procédé de Cardan; il prétendit être ſeul inventeur de la formule; il ſoutint que Florido ne la connoiſſoit pas lui-même, & que Cardan étoit coupable tout-à-la-fois d'infidélité & de plagiat, pour avoir publié une formule qu'on lui avoit confiée ſous le ſceau du ſecret, & à laquelle il n'avoit aucun droit.

La réſolution des équations du quatrieme degré ſuivit de près celle des équations du troiſieme. Nous apprenons encore de Cardan que Louis Ferrari fit cette nouvele découverte. Sa méthode, aujourd'hui connue de tous les Analyſtes, conſiſtoit à diſpoſer les termea de l'équation du quatrieme degré, de telle maniere qu'en ajoutant à chaque membre une même quantité, ces deux membres puſſent ſe réſoudre par la méthode du ſecond degré. En ſatisfaiſant à cette condition, on eſt mené à une équation du troiſieme degré: de ſorte que la réſolution complete du quatrieme degré eſt liée avec celle du troiſieme, & que les difficultés de celui-ci affectent également l'autre.

Je dis *les difficultés*: il y a effectivement, dana le troiſieme degré, un cas qui eſt devenu la torture de tous les Analyſtes, & que, par cette raiſon, on appele *cas irréductible*. Ce cas embraſſe les équations où les trois racines ſont réelles, inégales & incommenſurables entr'elles. Alors les formules, qui les repréſentent, comprenent des parties imaginaires, & on ſeroit d'abord porté à croire que ces expreſſions ſont imaginaires, ſi un examen attentif de leur nature, n'empêchoit de précipiter ſon jugement. Tartaglia & Cardan n'oſerent rien prononcer à ce ſujet. Le dernier s'atacha ſeulement à réſoudre quelques équations particulieres qui paroiſſoient s'y raporter, & où la difficulté s'évanouiſſoit fortuitement.

Raphaël Bombelli, Bolonois, un peu poſtérieur à Cardan, fit voir le premier, dans ſon Algebre imprimée en 1579, que les parties de la formule qui repréſente une racine dans le cas irréductible, formoient, par leur aſſemblage, un réſultat réel. Cette propoſition étoit alors un paradoxe; mais le paradoxe diſparut, quand on vit, par la démonſtration de Bombelli, que les quantités imaginaires, compriſes dans les deux membres de la formule, devoient néceſſairement ſe détruire par l'oppoſition des ſignes dont elles étoient affectées. On ſent combien une telle remarque étoit importante. On l'a démontrée depuis de pluſieurs manieres; maia, quelques éforts qu'on ait faits pour obtenir directement & en termes finis, dans le cas irréductible, les racines ſous une forme débaraſſée d'imaginaires, on n'a paa encore pu y parvenir. Le ſeul progrès qu'on ait fait dans cette théorie, eſt de pouvoir repréſenter les racines par des formules réelles très-approchées, ou par des lignes que la Géométrie enſeigne à déterminer.

Il étoit naturel de penſer que les méthodes pour le troiſieme & le quatrieme degrés, devoient s'étendre plus loin, ou faire naître du moins de nouveles vues ſur les formea des racines dans lea degrés ſupérieurs au quatrieme. Mais, ſi l'on excepte les équations qui, par dea transformations de calcul, ſe réduiſent en derniere analyſe aux quatre premiers degrés, l'art de réſoudre en rigueur les équations n'a fait aucun progrès depuis les travaux des Italiens que nous venons de citer.

Maurolyc (*b*), Abbé de *Sainte Marie du Port*, en Sicile, profond dans toutes les parties des Mathématiques, s'atacha à une autre branche du calcul analytique, alors preſqu'inconnue: c'étoit la ſommation de pluſieurs ſuites de nombres, comme la ſuite des nombres naturels, celle de leurs carrés, celle des nombres triangulaires, &c. Il donna, ſur ce ſujet, des Théorêmes remarquables par la ſubtilité de l'invention & la ſimplicité des réſultats.

On voit que nous rendons juſtice avec plaiſir aux ſavans étrangers. La même équité demande que l'on attribue à Viete (*c*), l'un de nos illuſtres compatriotes, la gloire d'avoir géné-

(*a*) Tartaglia, né en 1479, mort en 1557.
(*b*) Maurolyc, né en 1494, mort en 1575.
(*c*) Viete, né en 1540, mort en 1603.

raliſé l'Algorithme de l'Algebre, & d'y avoir fait pluſieurs découvertes importantes. Avant lui, on ne réſolvoit que des équations du genre de celles qu'on appele *équations numériques*: on repréſentoit l'inconnue par un caractere particulier, ou par une lettre de l'alphabet; les autres quantités étoient des nombres abſolus. Il eſt vrai qu'enſuite la méthode appliquée à une équation pouvoit être appliquée également à une autre équation ſemblable. Mais il étoit à déſirer que toutes les grandeurs indiſtinctement fuſſent repréſentées par des caracteres généraux, & que toutes les équations particulieres d'un même ordre ne fuſſent que de ſimples traductions d'une même formule générale. Viete procura cet avantage à l'Algebre, en y introduiſant les lettres de l'alphabet pour repréſenter toutes ſortes de grandeurs, connues ou inconnues: notation facile & commode, tant parce que l'uſage des lettres nous eſt très-familier, que parce qu'une lettre peut exprimer indifféremment un poids, une diſtance, une viteſſe, &c. Lui-même fit pluſieurs uſages très-heureux de ce nouvel algorithme. Tels ſont, par exemple, les moyens qu'il donne de transformer une équation en une autre, dont les racines ſoient plus grandes ou plus petites, d'une quantité arbitraire; de multiplier ou de diviſer les racines par un nombre quelconque, &c. Ces différentes préparations le conduiſent à une méthode ingénieuſe & nouvele pour réſoudre les équations du troiſieme & du quatrieme degré. Enfin, au défaut d'une réſolution rigoureuſe des équations de tous les degrés, il donne une réſolution approchée: elle eſt fondée ſur ce principe, qu'une équation quelconque n'eſt qu'une puiſſance imparfaite de l'inconnue; & l'auteur y emploie à peu près les mêmes procédés, que pour trouver, par approximation, les racines des nombres qui ne ſont pas des puiſſances parfaites. Si nous poſſédons aujourd'hui des moyens plus ſimples & plus commodes pour ariver au même but, n'en admirons pas moins ces premiers éforts du génie.

Les Anglois firent, peu de temps après Viete, des découvertes intéreſſantes dans l'Algebre. Harriot (*a*), dans un ouvrage, intitulé: *Artis Analyticæ praxis*, raſſembla tout ce qui avoit été écrit de plus important ſur cette Science, & y ajouta pluſieurs nouveautés. Il ſimplifia les notations de Viete, en ſubſtituant les lettres minuſcules à la place des majuſcules, & quelques nouveaux ſignes pour abréger le diſcours; il eſt le premier qui ait imaginé de mettre d'un même côté tous les termes d'une équation, & qui par-là ait vu diſtinctement, ce que l'Analyſte françois n'a fait qu'indiquer d'une maniere confuſe, que, dans toute équation, le coëfficient du ſecond terme eſt la ſomme des racines priſes avec des ſignes contraires; que le coëfficient du troiſieme eſt la ſomme des produits des racines priſes deux à deux, *&c.* On lui doit d'avoir obſervé que toutes les équations qui paſſent le premier degré peuvent être regardées comme produites par la multiplication d'équations du premier degré: de ſorte que, ſubſtituant à la place de l'inconnue l'une des valeurs données par ces équations compoſantes, la totalité des termes de l'équation propoſée devient égale à zéro. Ces Théorêmes ont facilité la réſolution complete de pluſieurs équations.

L'Angleterre a produit une autre théorie analytique très-ingénieuſe & très-importante par ſes uſages: celle des logarithmes. Tout le monde ſait qu'il y a, pour les calculs numériques, quatre regles principales; l'addition, la ſouſtraction, la multiplication & la diviſion. Les deux premieres ſont toujours faciles à pratiquer, & il ne faut qu'une médiocre attention pour exécuter facilement les calculs qu'elles preſcrivent. Il n'en eſt pas ainſi des deux autres: elles exigent ſouvent des opérations longues, fatigantes, & où il peut aiſément ſe gliſſer des erreurs. En obſervant la correſpondance réciproque de la progreſſion géométrique & de la progreſſion arithmétique, on s'aperçut que, dans le paſſage d'un terme à l'autre, la progreſſion géométrique emploie la multiplication où la diviſion de la même maniere que la progreſſion arithmétique emploie l'addition ou la ſouſtraction. De là le Baron de Nepper, Écoſſois, imagina (*b*) de conſtruire des Tables où des nombres ſe répondoient les uns aux autres, ſuivant les loix de la progreſſion géométrique & de la progreſſion arithmétique: par ce moyen, il réduiſit tous les calculs à de ſimples additions & ſouſtractions: idée heureuſe, qui rend des ſervices immortels à toutes les

(*a*) Harriot, né en 1560, mort en 1621.
(*b*) An. 1614.

parties des Sciences, & ſur-tout à l'Aſtronomie. Les ſavans, qui ont pris la peine de calculer ces Tables, Nepper lui-même, Henri Brigg, Ulacq, Gardiner, &c. ont droit à la reconoiſſance de la poſtérité.

Perſone n'a plus contribué aux progrès de l'Analyſe que notre illuſtre Deſcartes (*a*). La nature lui avoit donné le génie & l'audace néceſſaires pour remuer toutes les bornes des connoiſſances humaines. Il apprit aux hommes, dans *ſa Méthode*, l'art de chercher la vérité; il joignit l'exemple au précepte dans ſes ouvrages de Mathématiques. La gloire que ces ouvrages lui ont acquiſe ne périra jamais, parce que les vérités qu'il a découvertes ſont de tous les temps; mais on ne peut pas diſſimuler que la plupart de ſes ſyſtêmes philoſophiques, enfantés par l'imagination, & contre-dits par la nature, ont déja diſparu, & n'ont produit d'autre avantage que d'abolir la tyrannie du Péripatétiſme. L'Algebre lui doit pluſieurs découvertes importantes. Il introduiſit dans les multiplications réitérées d'une même lettre, la notation des puiſſances par les expoſans, ce qui ſimplifie le calcul, & ce qui a été le germe de la Méthode pour développer les quantités radicales en ſéries. Les Analyſtes, qui l'avoient précédé, ne connoiſſoient point l'uſage des racines négatives dans les équations, & ils les rejetoient comme inutiles: il fit voir qu'elles ſont tout-auſſi réelles, tout-auſſi propres à réſoudre une queſtion que les racines poſitives, la diſtinction qu'on doit mettre entre les unes & les autres n'ayant d'autre fondement que la différente maniere d'enviſager les quantités dont elles ſont les ſymboles; il enſeigna à connoître, dans une équation qui ne contient que des racines réelles, le nombre des racines poſitives & celui des racines négatives, par la combinaiſon des ſignes qui précedent les termes de l'équation; la Méthode des *indéterminées*, entrevue par Viete, fut développée par Deſcartes, qui en fit une application claire & diſtincte aux équations du quatrieme degré; il feint que l'équation générale de ce degré eſt le produit de deux équations du ſecond, qu'il affecte de coëfficiens *indéterminés*; &, par la comparaiſon des termes de ce produit avec ceux de l'équation propoſée, il parvient à une équation réductible au troiſieme degré, laquelle donne les coëfficiens inconnus. Cette méthode s'applique à une infinité de problêmes, dans toutes les parties des Mathématiques.

Je ne ferai pas ici mention de pluſieurs ſavans Algébriſtes qui, peu de temps après la mort de Deſcartes, étendirent & même perfectionerent ſes Méthodes. Il y en a cependant un qui mérite une attention particuliere: c'eſt le célebre Hudde (*b*), Bourguemeſtre d'Amſterdam, qui publia en 1658, dans le commentaire de Schooten ſur la Géométrie de Deſcartes, une méthode très-ingénieuſe pour reconoître ſi une équation d'un degré quelconque contient pluſieurs racines égales, & pour déterminer ces racines.

Paſcal (*c*) ſe fraya, dans l'Analyſe, une route nouvele, par ſon fameux *Triangle arithmétique*. C'eſt une eſpece d'arbre généalogique, où, par le moyen d'un nombre arbitraire, écrit à la pointe du triangle, l'Auteur forme ſucceſſivement, & de la maniere la plus générale, tous les nombres figurés, détermine les raports qu'ont entr'eux les nombres de deux câſes quelconques, & les différentes ſommes qui doivent réſulter de l'addition des nombres d'une même rangée priſe dans tel ſens que l'on voudra. Il fait enſuite pluſieurs applications intéreſſantes de ces principes. Celle où il détermine les *partis* qu'on doit établir entre deux Joueurs qui jouent en pluſieurs parties, mérite principalement d'être remarquée, puiſqu'elle a donné la naiſſance au calcul des probabilités, dans la Théorie des jeux de bazard. Quelques Auteurs ont attribué les *Élémens* de ce calcul à Huguens (*d*), qui publia, en 1657, un excellent Traité, intitulé: *de Ratiociniis in Ludo aleæ*; mais Huguens avertit lui-même, avec une modeſtie digne d'un ſi grand homme, que cette matiere avoit déja été agitée entre les plus grands Géometres de la France, & qu'il ne prétend rien à la gloire de l'invention. En effet, on voit, par les lettres de Paſcal & de Fermat (*e*), imprimées dans les Œuvres de ce dernier, que les principes du Triangle arithmétique étoient répandus en France, dès l'année 1654, quoique les ouvrages, où Pa-

(*a*) Deſcartes, né en 1596, mort en 1650.
(*b*) Hudde, mort très-âgé en 1704.
(*c*) Paſcal, né en 1623, mort en 1662.
(*d*) Huguens, né en 1625, mort en 1695.
(*e*) Fermat, né en 1590, mort en 1663.

ſcal les explique en détail, n'aient paru, par la voie de l'impreſſion, qu'après la mort de l'Auteur.

Dans le temps que Paſcal aprofondiſſoit à Paris la nature des nombres figurés, Fermat, de ſon côté, en découvroit à Toulouſe pluſieurs belles propriétés, en ſuivant une autre méthode. Ces deux grands hommes ſe rencontroient ſouvent dans les réſultats de leurs recherches. Loin qu'une pareille concurrence altérât l'amitié que la conformité d'études avoit fait naître entr'eux, ſans qu'ils ſe fuſſent jamais vus, ils ſe rendoient mutuélement juſtice avec un abandon que la médiocrité ne peut connoître.

La prédilection de Fermat pour les recherches numériques ſe porta ſur-tout vers la Théorie des nombres premiers, qu'on n'avoit pas encore examinée, & où il a fait de profondes découvertes. On ſait que tout nombre n'eſt qu'un raport avec l'unité de numération; mais il eſt ſouvent difficile de reconoître ſi ce raport eſt ſimple, ou s'il eſt produit par la multiplication de pluſieurs autres. Fermat établit des caracteres généraux & diſtinctifs, propres à faire diſcerner, dans une infinité d'occaſions, les nombres qui ont des diviſeurs d'avec ceux qui n'en ont pas. L'analyſe de Diophante exerça également ſon génie. Bachet de Méziriac (*a*), Éditeur & Commentateur du Géometre grec, avoit déja réſolu pluſieurs nouveaux problêmes dépendans de la doctrine de ſon Auteur: Fermat porta plus loin la même matiere. Toutes ces recherches ont été étendues & perfectionées par de grands Géometres modernes.

En 1655, Wallis (*b*) publia, en Angleterre, ſon *Arithmétique des infinis*; ouvrage plein de génie, & dont l'objet, comme celui du Triangle arithmétique, étoit de ſommer différentes ſuites de nombres. Par cette Méthode, on carre les courbes, quand les ordonées ſont exprimées par un ſeul terme; on peut auſſi carrer les courbes à ordonées complexes, en dévelopant ces ordonées en ſéries, dont chaque terme eſt un monôme. Nous parlerons ci-deſſous de la diſpute que l'auteur eut avec Paſcal au ſujet de la Cycloïde. Wallis étoit un profond Analyſte: c'eſt à lui qu'on doit la notation des radicaux par des expoſans fractionaires, & celle des expoſans négatifs. Deſcartes n'avoit employé les expoſans que pour les puiſſances entieres & poſitives.

Le chemin de la vérité étant ſans ceſſe hériſſé d'écueils où la foibleſſe de l'eſprit humain vient ſe briſer, on ne ſauroit trop multiplier les moyens de les éviter, ou d'approcher du but, lorſqu'il n'eſt pas poſſible d'y atteindre en rigueur. Tel eſt l'avantage que procure la Théorie des fractions continues, quand une fraction irréductible eſt exprimée par de trop grands nombres pour qu'on puiſſe l'appliquer à la pratique, ſous ſa forme immédiate. Elle ſubſtitue à une expreſſion compliquée, une expreſſion ſimple & à peu près équivalente. Cette Théorie, dont le Lord Brouncker (*c*) avoit donné les élémens, fut étendue & perfectionée par Huguens: elle a été appliquée depuis à pluſieurs uſages importans.

Toutes ces branches particulieres de l'analyſe ne faiſoient pas perdre de vue le problême de la réſolution générale des équations. Newton, jeune alors, la chercha long-temps: il ne la trouva point; mais il recula d'ailleurs conſidérablement les bornes de l'Algebre. Il donna une Méthode pour décompoſer, lorſque la choſe eſt poſſible, une équation en facteurs commenſurables: Méthode qui s'étend à tous les degrés & dont la pratique eſt auſſi ſimple qu'on puiſſe le déſirer; il ſomma les puiſſances quelconques des racines d'une équation; il enſeigna l'art d'extraire les racines des quantités en parties commenſurables, en parties incommenſurables; il apprit à former des ſuites infinies, pour trouver d'une maniere approchée les racines des équations numériques & littérales de tous les degrés, &c. La plupart de ces recherches ont été éclaircies & commentées dans des ouvrages modernes.

Géométrie Pure.

Dès le commencement du XVIe ſiecle, l'ancienne Géométrie fut cultivée en Europe, avec un ſuccès qui alla toujours en augmentant. On prit

(*a*) Méziriac, né en 1577, mort en 1638.
(*b*) Wallis, né en 1616, mort en 1703.
(*c*) Brouncker, né en 1620, mort en 1684.

prit pour guides les Géometres grecs, dont la plupart furent traduits en latin ou en italien. L'étude des anciennes langues, alors fort en vogue, multiplioit les objets & les moyens d'inſtruction.

On cite Werner (*a*) comme un ſavant Géometre. En 1522, il publia à Nuremberg quelques Traités, concernant preſque tous la Théorie des ſections coniques.

Tartaglia & Maurolyc, dont nous avons déja parlé, ſe rendirent utiles à la Géométrie, non ſeulement comme traducteurs de pluſieurs anciens ouvrages, mais encore comme Auteurs. Le premier a compoſé un Traité italien, intitulé: *dei Numeri e Miſure*, dans lequel on trouve, pour la premiere fois, la détermination de l'*aire* d'un triangle, par le moyen de ſes trois côtés, & ſans le ſecours de la perpendiculaire abaiſſée de l'un de ſes angles ſur le côté oppoſé. Le ſecond a écrit ſur pluſieurs ſujets: ſon Traité des Sections Coniques eſt remarquable par la clarté & l'élégance qui y regnent. M. de la Hire n'a fait, dans la ſuite, qu'amplifier & appliquer à de nouveaux uſages la Méthode du Géometre Sicilien.

Nous ne devons pas oublier Nonius (*b*), né en Portugal, auteur de pluſieurs ouvrages très-eſtimables, & à qui l'on doit en particulier la ſubdiviſion des petites parties d'un inſtrument par des lignes tranſverſales, que l'on appele ordinairement *Diviſion de Nonius*.

Commandin (*c*), qu'on ne peut placer qu'au rang des Commentateurs, mérite du moins la louange qui n'eſt pas commune, d'avoir bien entendu les Auteurs qu'il a traduits, & d'en avoir éclairci les endroits difficiles, par des notes exactes & préciſes. Il a publié ainſi, en latin, Euclide, Archimede, quelques ouvrages de Ptolomée, les Pneumatiques de Héron, la Géodéſie du Géometre arabe Mehemet de Bagdat, &c.

Le célebre Ramus (*d*) n'a fait aucune découverte dans les Mathématiques: ſes élémens de Géométrie & d'Arithmétique ſont médiocres; mais il a d'ailleurs bien mérité des ſciences, par le zele qu'il mit à les répandre, & par le ſacrifice qu'il leur fit de ſon repos, de ſa fortune & même de ſa vie.

Je m'abſtiens de citer pluſieurs autres Géometres qui écrivirent des ouvrages utiles pour ce temps-là, mais peu profonds, & aujourd'hui preſqu'entiérement oubliés. Je nommerai ſeulement *Pierre Metius*, *Adrianus Romanus*, & *Leudolphe-van-Ceulen*, qui calculerent d'une maniere beaucoup plus approchée qu'on ne l'avoit fait encore, le raport de la circonférence au diametre. Celui de 355 à 113, donné par Métius, approche ſinguliérement de la vérité, eu égard au petit nombre de chifres par leſquels il eſt exprimé.

Géométrie Mixte.

On trouve, dans les ouvrages de Regiomontanus, de Tartaglia & de Bombelli, quelques problêmes de Géométrie, réſolus par le moyen de l'Algebre. Mais ces ſolutions iſolées, & où l'on employoit, dans chaque cas particulier, de ſimples nombres pour exprimer les lignes connues, n'étoient pas fondées ſur une méthode réguliere & générale d'appliquer l'Algebre à la Géométrie. Viete eſt le premier qui ait donné une telle méthode. Le ſecours mutuel que ces deux Sciences ſe prêtent, fut pour notre auteur la ſource de pluſieurs importantes découvertes. Par exemple, il obſerva que toute équation du troiſieme degré, contenant, en général, ou une ſeule racine réelle & deux imaginaires, ou trois racines réelles; la racine réelle, dans le premier cas, ſe trouvoit par la duplication du cube; & les trois racines réelles, dans le ſecond, par la triſection de l'angle. On ne doit pas oublier néanmoins qu'il n'avoit qu'une idée confuſe des racines négatives, & que Deſcartes a commencé à les faire connoître diſtinctement.

Les élémens de la doctrine des *Sections angulaires*, ſont encore une invention de Viete. On ſait que l'objet de cette théorie eſt de trouver les expreſſions générales des cordes ou des ſinus, pour une ſuite d'arcs multiples les uns des autres: & réciproquement, les expreſſions des arcs, quand on connoît les cordes ou les ſinus: elle a reçu des accroiſſemens entre les mains de Hermann, Jacques Bernoulli & Euler.

(*a*) Werner, né en 1468, mort en 1528.
(*b*) Nonius, né en 1492, mort en 1577.
(*c*) Commandin, né en 1509, mort en 1575.
(*d*) Ramus, né en 1502, mort en 1572.

On regarde ordinairement Deſcartes comme l'inventeur de l'application de l'Algebre à la Géométrie: on lui acorde à cet égard un peu plus qu'il ne doit prétendre ; mais il a fait réellement de cette méthode un uſage ſi heureux, ſi original & ſi étendu, qu'on a pu oublier les droits de ſes prédéceſſeurs, & lui attribuer la découverte toute entiere. Il établit, ſur ce ſujet, les principes les plus lumineux ; il commence par la ſolution d'un problême où tous les anciens Géometres avoient échoué, & qu'on peut énoncer ainſi : *Étant données de poſition, ou trois lignes, ou quatre lignes*, &c. *trouver un point duquel on puiſſe mener autant d'autres lignes, telles qu'elles faſſent avec les premieres des angles donnés, & que le rectangle formé ſur deux de ces lignes ainſi tirées d'un même point, ait un raport donné avec le carré de la troiſieme, s'il n'y en a que trois ; ou bien avec le rectangle des deux autres, s'il y en a quatre*, &c. Mais ce qui apartient abſolument à Deſcartes, & ce qui lui ſera un honeur immortel, c'eſt d'avoir appliqué l'Algebre à la théorie des lignes courbes. Il regarde une courbe comme engendrée par les extrémités d'une ſuite de lignes variables, qui répond à d'autres lignes variables ; &, après avoir formé une équation qui exprime la loi ſuivant laquelle ces deux ſuites de lignes varient les unes par raport aux autres, il conſtruit la courbe ; il ſuit ſa marche dans l'eſpace ; il détermine ſes tangentes, ſes perpendiculaires, & en général toutes les affections qui la caractériſent. Cette méthode réunit ſous un même point de vue la ſimplicité & la généralité. Ainſi, par exemple, une même équation du ſecond degré, entre l'abſciſſe & l'ordonée combinées avec des quantités conſtantes, peut repréſenter, en général, la nature des trois ſections coniques ; enſuite les valeurs & les raports des quantités conſtantes déterminent l'équation à exprimer, dans les cas particuliers, une parabole, une ellipſe ou une hyperbole.

On doit encore à Deſcartes la maniere d'enviſager & de conſtruire les courbes à double courbure, en les projetant ſur deux plans perpendiculaires entr'eux, où elles forment des courbes ordinaires, qui ont une abſciſſe & une ordonée communes.

De tous les problêmes qu'il réſout dans ſa Géométrie, aucun ne lui fit autant de plaiſir, comme il le dit lui-même, que ſa méthode pour mener les tangentes à une courbe. Cette méthode donne les tangentes par le moyen des perpendiculaires aux points de contingence. L'Auteur feint que, d'un point quelconque, pris ſur l'axe de la courbe, on décrive un cercle lequel coupe la courbe au moins en deux points ; il cherche l'équation qui exprime les lieux des interſections ; il ſuppoſe enſuite que le rayon du cercle diminue juſqu'à ce que deux interſections voiſines vienent à coïncider : alors les deux rayons correſpondans n'en forment, qu'un ſeul qui eſt perpendiculaire à la courbe ; & la queſtion eſt réduite à former, d'après ces élémens, une équation qui contiene deux racines égales. Dans la ſuite, Deſcartes propoſa une autre méthode pour les tangentes : il prend ici hors de la courbe, & ſur le prolongement de ſon axe, un point autour duquel il fait tourner une ligne droite qui coupe la courbe au moins en deux points ; il fait coïncider les deux points d'interſection, en aſſujétiſſant, comme tout-à-l'heure, l'équation des interſections à contenir deux racines égales. On voit que les deux méthodes ſont fondées ſur le même principe ; elles ſont l'une & l'autre fort ingénieuſes, quoique bien moins ſimples & moins directes que celle du calcul différentiel.

Fermat avoit trouvé, avant que la Géométrie de Deſcartes parût, ſa méthode pour déterminer les *maxima* & les *minima* dans les quantités qui croiſſent d'abord, puis décroiſſent ; ou qui commencent à diminuer, puis vienent à augmenter. Elle porte ſur cette remarque, qu'en de çà & en de là du point de *maximum* ou de *minimum*, il y a deux grandeurs égales : Fermat cherche les expreſſions de ces grandeurs, il les égale entr'elles ; &, ſuppoſant enſuite que l'intervalle des deux grandeurs eſt infiniment petit, il trouve une équation qui donne le *maximum* ou le *minimum*. On détermine facilement, par ce moyen, les tangentes des courbes, en conſidérant une tangente comme une ſécante, & en faiſant évanouir l'intervalle compris entre les deux ordonées qui répondent aux deux points d'interſections. Ce même principe eſt, comme on voit, la baſe du calcul différentiel que Fermat n'a pas cependant trouvé, parce qu'il falloit de plus ſoumettre la méthode à un algorithme de calcul régulier & débaraſſé de toutes les opérations ſuperflues.

Nous raportons à la Géométrie mixte pluſieurs ouvrages qui parurent dans le dernier ſie-

cle, avant la naiſſance des calculs différentiel & intégral : non pas que les méthodes qu'on y emploie ſoient toutes fondées ſur le calcul algébrique, mais parce qu'elles ſont toujours au moins dirigées par l'eſprit de ce calcul.

Un des plus originaux eſt la Géométrie des indiviſibles de Cavalleri (*a*). La méthode des anciens pour déterminer les ſurfaces & les ſolidités des corps, avoit l'inconvénient d'exiger pluſieurs détours : il falloit inſcrire & circonſcrire des polygones à une figure, & chercher la limite du raport entre le dernier polygone inſcrit & le dernier polygone circonſcrit. Cavalleri marche plus directement au but : il regarde les plans comme formés par des ſommes infinies de lignes, les ſolides, par des ſommes infinies de plans ; & il prend pour principe que les raports de ces ſommes infinies de lignes ou de plans ſont les mêmes que ceux des plans ou des ſolides. Cette nouvele Théorie donne ſans peine non ſeulement les problêmes de l'anciene Géométrie, qui ſont de nature à y être ſoumis, mais encore pluſieurs autres d'un genre plus difficile.

Il paroît que la méthode des indiviſibles, ſur laquelle la Géométrie de Cavalleri eſt fondée, n'étoit pas inconnue en France, quand cet ouvrage parut : car, un peu avant cette époque, Roberval (*b*) avoit employé une ſemblable méthode pour déterminer l'aire de la cycloïde & les ſolides qu'elle engendre en tournant, ſoit autour de ſa baſe, ſoit autour du diametre de ſon cercle générateur.

Quelques années après, Toricelli (*c*) donna ces Théorêmes concernant la cycloïde, comme de ſon invention. Roberval voulut le faire paſſer pour plagiaire ; mais on juge, par le tour des démonſtrations de Toricelli, qu'il étoit parvenu, de ſon côté, aux mêmes vérités que Roberval, dont vrai-ſemblablement il ne connoiſſoit pas l'ouvrage.

Deſcartes & Fermat réſolurent, au ſujet de la même courbe, un autre problême alors très-difficile : ils enſeignerent à mener ſes *tangentes*.

Un Géometre des Pays-bas, Grégoire de Saint-Vincent (*d*), ſe fit de la réputation dans les Mathématiques, par un ouvrage où il cherchoit la quadrature du cercle, qu'il ne trouva point, mais rempli d'ailleurs de Théories exactes & profondes ſur la meſure des onglets de différens corps formés par la révolution des ſections coniques.

Beaune (*e*), ami & commentateur de Deſcartes, propoſa un problême qui a donné naiſſance à la célebre *méthode inverſe des tangentes*. Ce problême conſiſtoit à trouver une courbe telle que l'ordonée fût à la ſous-tangente, comme une ligne donnée eſt à la partie de l'ordonée, compriſe entre la courbe & une ligne qui, coupant l'ordonée, fait avec l'axe un angle connu. Deſcartes indiqua la conſtruction & pluſieurs propriétés de la courbe demandée.

Wallis avoit connu & indiqué le principe de la rectification des courbes, mais ſans en faire aucun uſage. Un Géometre, rempli de ſa doctrine, Guillaume Neil, dévelopa ce principe (*f*), & en fit l'application à la ſeconde parabole cubique, où le cube de l'ordonée eſt proportionel au carré de l'abſciſſe : premier exemple d'une courbe rectifiée.

La cycloïde commençoit à être un peu oubliée des Géometres, lorſque Paſcal la ramena ſur la ſcêne en 1658, & propoſa de nouveaux problêmes ſur cette courbe, en promettant des prix à ceux qui les réſoudroient. Ces problêmes conſiſtoient à trouver la meſure & le centre de gravité d'un ſegment quelconque de cycloïde, les dimenſions & les centres de gravité des ſolides, quart de ſolides, *&c.*, qu'un pareil ſegment produit en tournant autour de l'abſciſſe ou de l'ordonée. Huguens carra le ſegment compris depuis le ſommet juſqu'au quart du diametre du cercle générateur ; Sluze (*g*) meſura l'aire de la courbe par une méthode très-élégante ; Wren (*h*) détermina la longueur & le centre de gravité de l'arc cycloïdal, compris depuis le ſommet juſqu'à l'ordonée ; & les ſurfaces des ſolides de

(*a*) Cavalleri, né en 1598, mort en 1647.
(*b*) Roberval, né en 1602, mort en 1675.
(*c*) Toricelli, né en 1608, mort en 1647.
(*d*) Grégoire de Saint-Vincent, né en 1584, mort en 1667.
(*e*) Beaune, né en 1601, mort en 1631.
(*f*) An. 1656.
(*g*) Sluze, né en 1623, mort en 1685.
(*h*) Wren, né en 1632, mort en 1723.

révolution que cet are produit: Fermat & Roberval, ſur le ſimple énoncé des Théorêmes du Géometre Anglois, en trouverent les démonſtrations. Mais toutes ces recherches ne répondoient pas, du moins entiérement, aux queſtions du Programme. Auſſi ne furent-elles pas envoyées au concours. Wallis & le P. Lallouere, Jéſuite, furent les ſeuls qui, ayant traité tous les problêmes propoſés, prétendirent aux prix. Mais Paſcal leur démontra à l'un & à l'autre qu'ils s'étoient trompés en pluſieurs points. Lui ſeul donna la ſolution véritable & complete de ſes problêmes; il y en ajouta pluſieurs autres qui acheverent d'établir ſa ſupériorité en Géométrie, & de perfectioner la théorie de la Cycloïde.

Barrow (*a*) eut une idée heureuſe, & qu'on peut regarder comme un nouveau pas vers l'analyſe infinitéſimale, en formant ſon *triangle différentiel*, pour mener les tangentes des courbes. On ſait que ce triangle a pour côtés l'élément de la courbe, & ceux de l'abſciſſe & de l'ordonée. La méthode de Barrow eſt celle de Fermat, ſimplifiée & généraliſée à quelques égards; elle donne facilement les tangentes des courbes dont les ordonées ſont rationeles; mais ce n'eſt pas encore le calcul différentiel.

Une autre branche de la Géométrie occupa Sluze, qui la porta au plus haut degré d'élégance: c'eſt la conſtruction des équations par les lieux Géométriques.

La Théorie *des développées* que Huguens publia, en 1673, dans ſon Traité de *Horologio Oſcillatorio*, ſera toujours regardée comme l'une des plus grandes découvertes de la Géométrie. Une courbe étant donnée, on forme une autre courbe, en menant à la premiere, une ſuite de perpendiculaires qui touchent la ſeconde: ou réciproquement, étant donnée une courbe qui ſe forme par une ſuite de lignes droites qui la touchent, on détermine la courbe qui coupe perpendiculairement toutes ces tangentes. Par-là, Huguens parvint à rectifier pluſieurs courbes; il trouva la belle propriété qu'a la cycloïde de produire, en ſe dévelopant, une cycloïde égale & ſemblable, poſée dans une ſituation renverſée. Les uſages de la théorie des dévelopées, dans toutes les parties des Mathématiques, ſont innombrables.

Les Anglois continuoient d'enrichir la Géométrie de pluſieurs nouveautés remarquables. Brouncker donna une ſuite infinie, pour repréſenter l'aire de l'hyperbole; Nicolas Mercator parvint, de ſon côté, à la même découverte. Wallis avoit enſeigné, depuis long-temps, à carrer les courbes, dont les ordonées ſont des monômes; ſa méthode s'appliquoit également aux courbes, qui ont pour ordonées des quantités complexes élevées à des puiſſances entieres & poſitives, en faiſant le dévelopement de ces puiſſances, par les principes ordinaires de la multiplication. Il voulut étendre auſſi cette théorie aux courbes qui ont des ordonées complexes & radicales, en cherchant à interpoler, pour ce cas, de nouveles ſuites, aux ſuites de la premiere eſpece; mais il ne put y réuſſir. Newton ſurmonta la difficulté; il fit plus, il réſolut le problême d'une maniere directe & beaucoup plus ſimple, au moyen de la formule qu'il trouva pour développer, en une ſuite infinie, une puiſſance quelconque d'un binome, quelque ſoit l'expoſant de la puiſſance, entier ou rompu, poſitif ou négatif. La ſuite infinie qui réſulte de là, pour la quadrature du cercle, fut trouvée d'une autre maniere par Jacques Grégori. Ce même Géometre forma pluſieurs autres ſuites très-curieuſes: dans un ouvrage qui eſt reſté manuſcrit, mais dont on a conſervé le précis, il donnoit la tangente & la ſécante par l'arc, & réciproquement l'arc par la tangente ou la ſécante: il formoit deux ſuites pour trouver immédiatement le logarithme de la tangente ou de la ſécante, quand l'arc eſt donné; & réciproquement le logarithme de l'arc, par celui de la tangente ou de la ſécante: enfin, il appliquoit cette théorie des ſuites à la rectification de l'ellipſe & de l'hyperbole.

L'uſage des ſuites, dans la géométrie, fit auſſi des progrès en Allemagne. Léibnitz donna une méthode pour transformer une ſurface curviligne en une autre dont les parties, ſuppoſées égales à celles de la premiere, euſſent d'ailleurs une figure & une poſition, telles qu'on pût appliquer à la quadrature de cette derniere courbe les méthodes de Mercator & de Wallis.

(*a*) Barrow, né en 1630, mort en 1677.

Aſtronomie.

Nous trouvons, ſous cette période, une foule d'Aſtronomes, parmi leſquels il y a des génies du premier ordre.

Ce titre eſt dû à Copernic (*a*), qui s'offre ici à nous des premiers. Quoique né en 1472, il ne put ſe livrer entiérement à ſon goût, pour l'Aſtronomie, que vers l'année 1507. L'explication des mouvemens céleſtes, dans le ſyſtême de Ptolomée, avoit d'abord choqué ſa raiſon. Il trouvoit un embaras & une obſcurité qu'il ne pouvoit concilier avec la ſimplicité des loix ordinaires de la nature. Inſtruit que les Pythagoriciens avoient tranſporté, du ſoleil à la terre, le mouvement de révolution dans l'écliptique, & que d'autres Philoſophes anciens, en laiſſant la terre au centre de notre monde planétaire, lui avoient attribué d'ailleurs un mouvement de rotation autour de ſon axe, pour expliquer les viciſſitudes des jours & des nuits; il combina enſemble ces deux idées, & il ſe convainquit, par une longue ſuite de méditations, que la terre avoit en effet ce double mouvement. Alors les directions, les ſtations, & les rétrogradations des planetes, vinrent s'expliquer avec une facilité qui l'étona lui-même. Il répondit, d'une maniere victorieuſe, aux principales objections qu'on pouvoit lui oppoſer: celles qui laiſſoient encore quelque nuage, furent levées dans la ſuite par les obſervations même, comme il l'avoit prédit. Toute ſa doctrine eſt expliquée dans ſon fameux Livre *de revolutionibus cœleſtibus*, qui fut compoſé vers l'an 1530, mais qui ne parut qu'en 1543: l'auteur mourut le jour même qu'il en reçut le premier exemplaire entiérement imprimé.

Le ſyſtême de Copernic étoit ſi ſimple, ſi ſatisfaiſant, ſi conforme à toutes les loix de la Méchanique & de la Phyſique céleſte, qu'il auroit été d'abord adopté de tous les aſtronomes, ſi le zele religieux, n'avoit cru en trouver la condamnation dans quelques paſſages de l'Ecriture Sainte: comme ſi les Ecrivains ſacrés, dans une queſtion de pure philoſophie, devoient ſe conformer à la vérité aſtronomique, qui ne peut être entendue que des Savans, & non pas au langage vulgaire, qui eſt à la portée de tous les hommes. Nous voyons avec peine, que Tycho-Brahé (*b*) ait ſacrifié ſes lumieres, & peut-être ſa conviction intime à des conſidérations qui ne ſembloient pas faites pour l'ébranler; mais pardonons-lui, en faveur des nombreuſes obſervations & découvertes dont il a enrichi l'Aſtronomie. En rendant à la terre ſa prétendue immobilité, il faiſoit circuler autour d'elle, d'abord la lune, enſuite le ſoleil, qui emportoit dans ſa ſphere de révolution, les autres planetes, Mercure, Vénus, Mars, Jupiter & Saturne. Il expliquoit ainſi, d'une maniere aſſez ſatisfaiſante, les apparences des phénomenes céleſtes alors connus. Je dis *alors connus*, parce que la Théorie de l'*aberration* de la lumiere des étoiles fixes ne permet plus aujourd'hui de douter que la terre tourne autour du ſoleil. Mais Tycho étoit trop éclairé d'ailleurs, pour ne pas reconnoître que ſon ſyſtême choquoit, preſqu'autant que celui de Ptolomée, les loix de la Méchanique. Sa vraie gloire eſt d'avoir été un excellent obſervateur, & d'avoir jeté les fondemens des nouveles théories aſtronomiques, ou par ſes propres travaux, ou par ceux des diſciples & des coopérateurs qu'il s'étoit aſſociés dans ſa petite Ville d'Uranibourg. Il détermina, plus exactement qu'on n'avoit fait encore, le mouvement des planetes: celui que l'on connoît à la lune, ſous le nom de *variation*, eſt l'une de ſes découvertes. L'Aſtronomie des cometes, qui place ces aſtres au nombre des planetes, & qui cherche à calculer leurs orbites, a pris naiſſance entre ſes mains.

Nous n'oublierons pas Guillaume IV (*c*), Landgrave de Heſſe-Caſſel, Contemporain de Tycho. Ce Prince fit bâtir, dans ſa Capitale, un obſervatoire qu'il garnit des meilleurs inſtrumens alors connus; & il y obſerva lui-même la poſition de pluſieurs étoiles, & les hauteurs ſolſtitiales du ſoleil en 1585 & 1587.

Réforme du Calendrier, en 1582.

Ce temps eſt encore célebre par la réforme du calendrier. Le déſordre qui s'étoit introduit dans la maniere de régler la fête de Pâque, parmi les Chrétiens, demandoit qu'on y appor-

(*a*) Copernic, né en 1472, mort en 1543.
(*b*) Tycho-Brahé, né en 1546, mort en 1601.
(*c*) Guillaume IV, né en 1532, mort en 1592.

Digitized by Google

tât enfin du remede, & on s'en occupoit effectivement depuis près d'un ſiecle. Cet ouvrage fut achevé, en 1582, ſous le Pontificat de Grégoire XIII. On ſait que les Juifs célébroient leur *Pâque* le quatorzieme jour du *premier mois*, c'eſt-à-dire, du mois où la pleine lune arivoit le jour même de l'équinoxe, ou le jour qui ſuivoit immédiatement. Dans la primitive Égliſe, on avoit ſtatué que la Pâque des Chrétiens, inſtituée en mémoire de la réſurrection de Jéſus-Chriſt, ſeroit célébrée le premier dimanche qui arivoit après la Pâque Juive, parce que Jéſus-Chriſt étoit reſſuſcité à pareil jour; mais on étoit ſouvent embaraſſé à le fixer, & on le choiſiſſoit ordinairement au hazard. Le Concile tenu à Nicée, en 325, ſuppoſant que l'équinoxe du printemps arivoit toujours le 21 Mars, avoit ordoné d'ailleurs, qu'on régleroit le mois lunaire & l'âge de la lune, d'après le cycle de Méton; mais il y avoit, dans cette diſpoſition, deux petites erreurs aſtronomiques, dont les effets accumulés dans une ſuite de ſiecles, étoient devenus très-ſenſibles. L'équinoxe du printemps qui, en 325, tomboit au 21 Mars, tomboit au 11 Mars en 1582; & d'un autre côté, l'âge de la lune ne câdroit point avec les ſuppoſitions du cycle Métonien. Grégoire XIII, par une bulle donnée au mois de Mars 1582, retrancha tout-d'un-coup 10 jours au mois d'Octobre, pour ramener l'équinoxe du printemps, au 21 Mars de l'année ſuivante; & il fixa les corrections qu'exigeoient pour l'avenir, la préceſſion des équinoxes & les inégalités du mouvement de la lune, que l'on commençoit à mieux connoître. Le nouveau calendrier, après avoir eſſuyé pluſieurs contradictions, ſur-tout de la part des Proteſtans, eſt aujourd'hui en uſage dans tous les pays Chrétiens; mais il eſt encore ſujet à des imperfections. On ne peut pas nier que ſa forme ne ſoit très-compliquée & très-incommode. Il ſeroit à déſirer qu'on abandonât tout cet appareil des épactes & des lettres dominicales, quelque ingénieux qu'on le ſuppoſe, & qu'on déterminât immédiatement, par le calcul aſtronomique ordinaire, la fête de Pâque & les autres fêtes mobiles, ce qui eſt exact & n'a aucune difficulté.

Kepler (*a*), doué d'un profond génie, & guidé par les obſervations de Tycho, s'eſt immortaliſé pour avoir ſubſtitué l'ellipſe au cercle, dans les mouvemens planétaires, & pour avoir découvert ces deux loix célebres qui ſont la baſe de la Phyſique céleſte moderne, & en particulier, de la théorie Newtoniene: 1°. Que les planetes décrivent autour du ſoleil, des aires proportioneles au temps. 2°. Que les carrés des temps des révolutions des planetes ſont comme les cubes de leurs moyenes diſtances au ſoleil.

Téleſcope ou Lunete Aſtronomique.

L'invention du Téleſcope, qui ſe fit au commencement du XVIIe ſiecle, & qu'on attribue le plus vrai-ſemblablement à Jacques Metius pere d'Adrien Metius, dont nous avons parlé, ſervit non ſeulement à perfectioner l'anciene Aſtronomie, mais encore à découvrir, dans les eſpaces céleſtes, de nouveaux corps que la ſimple vue ne pouvoit diſtinguer. Muni de cet inſtrument, Galilée (*b*) aperçut le premier, en 1610, les Satellites de Jupiter. Il reconut, par le même moyen, les phaſes de Vénus, qui ſont à peu près ſemblables à celles de la lune; & il mit, dans pluſieurs obſervations des planetes, une préciſion que l'on ne connoiſſoit pas. Tout le monde ſait, qu'ayant adopté le ſyſtême de Copernic, avec un éclat peut-être indiſcret dans le pays qu'il habitoit, il fut cité au tribunal du Saint-Office, enfermé dans ſes cachots, & obligé, pour recouvrer ſa liberté, de rétracter à genoux une opinion dont il étoit intérieurement convaincu.

Progrès de la Dioptrique.

Si la découverte du Téleſcope fut, comme on le croit, l'effet du hazard, elle donna du moins la naiſſance à des recherches ſur la réfraction de la lumiere, qui firent de cette branche de l'optique, une ſcience toute nouvele. *Antonio de Dominis* (*c*), Archevêque de Spalatro, Capitale de la Dalmatie, eſquiſſa la théorie de l'arc-en-ciel, perfectionée depuis, & portée au dernier degré de préciſion & d'évidence. Snellius (*d*), Mathématicien Hollandois, découvrit que lorſqu'un rayon de

(*a*) Kepler, né en 1572, mort en 1631.
(*b*) Galilée, né en 1564, mort en 1642.
(*c*) Antonio de Dominis, né en 1561, mort en 1625.
(*d*) Snellius, né en 1571, mort en 1626.

Digitized by Google

lumiere paſſe d'un milieu dans un autre, il change de direction, de telle maniere que, dans tous les cas, il exiſte un raport conſtant entre deux lignes qu'il aſſigne, & qu'on trouve proportioneles au ſinus de l'angle d'incidence, & au ſinus de l'angle rompu. L'ouvrage, où il établiſſoit cette propriété remarquable de la réfraction, n'a jamais été imprimé. Deſcartes a donné, ſous la forme que nous venons d'indiquer, le même Théorême, ſans citer Snellius; d'où quelques François ont conclu qu'il en étoit l'inventeur; mais Huguens aſſure que Deſcartes avoit vu les manuſcrits de Snellius.

On eſt d'abord porté à croire que la réfraction de la lumiere dépend, comme celle des corps ſolides, de la réſiſtance des milieux; mais cette idée, ſi naturele en apparence, ſe trouve fauſſe. Un rayon lumineux qui paſſe d'un milieu dans un autre plus denſe, s'aproche de la perpendiculaire à la ſurface qui ſépare les deux milieux, au lieu de s'en éloigner, comme il devroit le faire, s'il étoit détourné de ſa direction par la réſiſtance du milieu, puiſqu'une plus grande denſité doit produire une plus grande réſiſtance. Deſcartes voulant aſſimiler la réfraction de la lumiere à celle des corps ſolides, expliquoit le premier phénomene d'une maniere qui éprouva les plus vives contradictions de la part de pluſieurs Géometres ſes Contemporains. Fermat, entr'autres, la combatit par des raiſons, qui, ſans être abſolument péremptoires, la rendoient au moins fort douteuſe. Il eſſaya de réſoudre lui-même la queſtion par une autre voie. Les anciens avoient ſuppoſé qu'un rayon mû toujours dans un même milieu, va d'un point à l'autre par le chemin le plus court, d'où il réſultoit que dans le cas de la réflexion, l'angle de réflexion devoit être égal à l'angle d'incidence. Fermat crut que pour la réfraction, le rayon paſſant d'un milieu dans un autre, devoit faire le chemin total par *le temps le plus court*; & il concluoit en effet de là, que, d'un milieu rare à un milieu denſe, le rayon s'approcheroit de la perpendiculaire. La même métaphyſique conduiſit dans la ſuite Léibnitz, à enviſager ce problême ſous un autre point de vue. Il prétendit que le rayon de lumiere devoit prendre, d'un milieu à l'autre, le *chemin le plus facile*, eſtimant cette facilité par le raport inverſe compoſé de la longueur du chemin & de la denſité du milieu. Mais toutes ces ſolutions, fondées ſur les loix des cauſes finales, ſont fort hypothétiques & très-ſouvent illuſoires. Un examen apuié ſur la Géométrie & la Méchanique, a bani ces explications de la Phyſique, & a fait trouver, dans la théorie générale de l'attraction, la véritable cauſe de la réfraction de la lumiere.

Microſcope.

À meſure qu'on aprofondiſſoit l'optique, elle fourniſſoit de nouveaux inſtrumens utiles aux Sciences. De ce nombre eſt le Microſcope, qu'on employa bientôt pour faire une multitude d'obſervations de Phyſique & d'hiſtoire naturele, où la vue a eſſentiélement beſoin d'être aidée par le ſecours de l'art.

Courones, parélies, paraſélenes.

On avoit expliqué avec ſuccès les phénomenes de l'arc-en-ciel: on réuſſit également à expliquer ceux des courones, des parélies & des paraſélenes. Je n'ai pas beſoin de dire que les courones ſont des anneaux circulaires de lumiere que l'on voit quelquefois pendant le jour, autour du ſoleil, & pendant la nuit, autour de la lune; les parélies, des faux ſoleils, ou des ſoleils apparens autour du véritable; & de même, les paraſélenes, de fauſſes lunes. Ces phénomenes ont été aperçus dans tous les temps; mais on a commencé ſeulement, dans le ſiecle dernier, à les obſerver avec exactitude. Car Ariſtote, & Cardan dix-huit ſiecles plutard, avancent qu'on ne voit jamais plus de deux parélies enſemble, tandis que réellement, en y apportant l'attention néceſſaire, on en remarque ſouvent un plus grand nombre. Par exemple, on vit cinq ſoleils à Rome le 29 Mars 1629; ſept à Dantzic, le 20 Février 1661, *&c.* Or, eſt-il probable, dit Huguens, qu'il ait paru, en un ſi petit nombre d'années, ſix ou ſept parélies tout-à-la-fois, & que le même phénomene n'eût jamais paru dans les temps antérieurs? Sans doute on ne regardoit autrefois, comme de vrais parélies, que les deux parélies latéraux, qui ſont en effet les plus conſidérables, & on ne faiſoit pas attention aux autres, comme plus foibles & plus languiſſans. Deſcartes entreprit d'expliquer toutes ces apparences; mais ſon explication étoit un peu vague, & même fauſſe à certains égards. Huguens la rectifia, & ſoumit la matiere à une théorie lumineuſe, & convain-

cante. En général, perſone n'a plus contribué que lui à perfectioner les différentes parties de l'Optique.

L'Aſtronomie avançoit toujours. En 1631, Gaſſendi (*a*) vit mercure ſur le ſoleil, & c'eſt la premiere obſervation de ce genre ; Horoccius (*b*) en fit une ſemblable pour vénus, en 1639. Morin (*c*) indiqua la maniere de réſoudre le fameux problême des longitudes, par le moyen des obſervations Aſtronomiques ; & pour faire ces obſervations avec plus d'exactitude, il propoſa d'appliquer une lunete au quart-de-cercle, idée que l'on a attribuée mal-à-propos à des Aſtronomes poſtérieurs. Hévélius (*d*), outre un grand nombre d'obſervations ſur les taches du ſoleil & ſur les éclipſes, donna une excellente deſcription de la figure de la lune ; il perfectiona de plus la théorie des Cometes. Je pourois citer pluſieurs autres Aſtronomes diſtingués, ſi je n'étois forcé d'abréger.

Quatrieme ſatellite de Saturne. Anneau de Saturne.

On cherchoit depuis quarante ans, ſi, à, l'exemple de la terre & de jupiter, les autres planetes n'avoient pas des ſatellites. En 1655, Huguens en découvrit un à ſaturne, celui qui eſt aujourd'hui le quatrieme dans l'ordre de la diſtance à cette planete. Bientôt après, il fit une découverte encore plus importante. Galilée avoit reconu, avec le ſecours du téleſcope, les principales apparences que produit cette eſpece d'anneau dont ſaturne eſt environé ; mais il ne put en aſſigner la véritable cauſe, ni en prédire exactement les phaſes. D'autres Aſtronomes n'eurent pas un ſuccès plus heureux. Enfin, Huguens, aidé d'une excellente lunete qu'il avoit conſtruite lui-même, trouva (*e*) que l'anneau de ſaturne étoit un corps ſolide, mince, détaché de cette planete, & incliné ſur le plan de l'écliptique. De nouveles obſervations lui fournirent le moyen de développer davantage cette théorie, & d'en établir la vérité avec une pleine évidence.

Pendant que les Sciences, apuiées ſur la Géométrie & l'Obſervation, marchoient ſi rapidement, la raiſon abandonée à elle-même, ou égarée par les ſubtilités de la Métaphyſique, ne ſecouoit qu'avec peine le joug de certaines opinions chimériques. Par exemple, on croyoit, en ce temps-là, que le nombre des planetes principales, & celui des planetes ſecondaires devoient être égaux. Huguens lui-même en étoit ſi perſuadé, qu'après avoir trouvé un ſatellite à Saturne, ce qui établiſſoit l'égalité dont nous venons de parler, il ne craignit pas d'avancer que le ſyſtême planétaire étoit complet, & qu'on ne devoit plus eſpérer de voir à l'avenir de nouveaux ſatellites. Cependant le célebre Dominique Caſſini (*f*) découvrit encore ſucceſſivement quatre ſatellites à Saturne ; ſavoir, le 3e, le 5e, le 1er, & le 2e, Il s'étoit deja fait la réputation d'un grand Aſtronome, qu'il ſoutint & augmenta durant ſa longue carriere.

L'Académie des Sciences de Paris, établie en 1666, ne ſe borna pas à les cultiver paiſiblement dans l'enceinte de cette ville. Pluſieurs de ſes membres entreprirent de longs voyages, dans l'intention principalement de perfectioner l'Aſtronomie. On fit des obſervations de toute eſpece ; on étudia la théorie des réfractions qui alterent continuélement la poſition des aſtres pour le ſpectateur ; on détermina les parallaxes des planetes, d'où dépendent les dimenſions de leurs orbites. Mal-gré les ſoin qu'on ſe donna, on ne put alors fixer, avec une certaine préciſion, la parallaxe du ſoleil : on la trouvoit d'environ douze ſecondes ; les obſervations faites de nos jours ne la portent guere au deſſus de huit ſecondes.

Meſure d'un degré du méridien.

L'Abbé Picard (*g*), Aſtronome diſtingué par ſon exactitude dans le choix & l'uſage des inſtrumens

(*a*) Gaſſendi, né en 1592, mort en 1655.
(*b*) Horoccius, né en 1619, mort en 1641.
(*c*) Morin, né en 1583, mort en 1635.
(*d*) Hévélius, né en 1611, mort en 1688.
(*e*) An. 1659.
(*f*) Dom. Caſſini, né en 1625, mort en 1712.
(*g*) Picard, né en .... mort en 1682.

inſtrumens propres aux obſervations, s'occupa de la meſure de la terre, objet eſſentiel à la Navigation & à la Géographie. Tous les moyens que les Grecs, les Arabes, & même pluſieurs Aſtronomes modernes avoient employés pour cette meſure, n'étoient pas ſuſceptibles d'une préciſion ſuffiſante. Le ſeul Fernel, Médecin de Henri II, en ſuivant une méthode très-incertaine, avoit néanmoins déterminé, par une eſpece de hazard, à peu près la valeur exacte d'un degré de la terre. Picard mit en pratique, dans cette recherche, des opérations conformes aux loix de l'Aſtronomie & de la Géométrie. Il meſura (*a*) l'arc céleſte, compris entre Sourdon, en Picardie, & Malvoiſine, dans les confins du Gâtinois & du Hurepoix; enſuite, par la comparaiſon de cette meſure, avec celle de l'arc terreſtre, déterminée au moyen d'une ſuite de triangles qui ſe lioient les uns aux autres, & dont le premier étoit établi ſur une baſe connue, il conclut que la longueur du degré terreſtre étoit de 57,060 toiſes, & la circonférence entiere d'un grand cercle de la terre, de 205,41,600 toiſes.

Figure de la terre.

On attribuoit généralement à la terre la forme d'une ſphere parfaite. Mais cette hypotheſe n'étoit pas vraie à la rigueur. Une expérience, à jamais célebre, que Richer (*b*) fit à Cayenne, fut le germe d'une nouvele Théorie ſur ce ſujet, & de toutes les grandes opérations que l'on a faites dans ce ſiecle pour en comparer les réſultats avec ceux de la nature. Cet Aſtronome attentif trouva (*c*) qu'il falloit diminuer d'environ une ligne & un quart la longueur du pendule qui batoit les ſecondes à Paris, afin de lui faire batre auſſi les ſecondes à Cayenne. Après pluſieurs diſcuſſions ſur la cauſe de ce phénomene, on reconut enfin qu'on ne pouvoit l'expliquer que par une diminution de la gravité, en allant des poles vers l'équateur. Mais cette diminution de la peſanteur, comment l'expliquer elle-même? Huguens obſerva qu'en vertu du mouvement de rotation de la terre autour de ſon axe, la force centrifuge devoit diminuer la gravité, depuis un pole juſqu'à l'équateur; que cet effet avoit eu lieu dans la formation du globe terreſtre; & que par conſéquent ce globe avoit dû prendre la forme d'un ſphéroïde aplati vers les poles. Newton étoit parvenu, de ſon côté, à la même concluſion. Ils différoient d'ailleurs ſur la figure du ſphéroïde & ſur la quantité de l'aplatiſſement, parce qu'ils avoient employé, pour les déterminer, des élémens qui n'étoient pas tout-à-fait les mêmes. Toutes les meſures modernes ont conſtaté le fond de cette Théorie, c'eſt-à-dire, l'abaiſſement de la terre vers les poles.

Propagation ſucceſſive de la lumiere.

La découverte de la propagation ſucceſſive de la lumiere, eſt à peu près de la même époque. Depuis que l'on connoiſſoit les ſatellites de Jupiter, on s'étoit appliqué avec ſoin à déterminer leurs mouvemens; & Dominique Caſſini étoit parvenu à conſtruire des Tables qui repréſentoient, avec beaucoup d'exactitude, leurs révolutions, & leurs éclipſes cauſées par l'ombre de Jupiter. Cependant Roëmer, (*d*) qui obſervoit aſſiduement le premier ſatellite, s'aperçut que, dans les éclipſes, il ſortoit de l'ombre, en certains temps quelques minutes plutard, & en d'autres quelques minutes plutôt qu'il n'auroit dû faire. De plus, en comparant ces temps les uns avec les autres, il reconut que le ſatellite ſortoit plutard de l'ombre, lorſque la terre, par ſon mouvement annuel, s'éloignoit de Jupiter, & plutôt quand elle s'en approchoit. De là il forma (*e*) cette conjecture ingénieuſe, bientôt convertie en démonſtration, que le mouvement de la lumiere n'eſt pas inſtantanée, & qu'elle emploie un certain temps pour ariver du corps lumineux à l'œil de l'Obſervateur. Suivant ſes premiers calculs, elle devoit mettre environ onze minutes à parcourir le rayon de l'orbite terreſtre; il trouva depuis que la viteſſe de ce fluide étoit un peu plus grande. Aucun phénomene

(*a*) An. 1670.
(*b*) Richer, né en . . . mort en 1696.
(*c*) An. 1672.
(*d*) Roëmer, né en 1644, mort en 1710.
(*e*) An. 1676.

n'eſt plus remarquable que celui-ci dans la Phyſique céleſte, ni plus eſſentiel, comme élément, dans les théories Aſtronomiques: il aſſure l'immortalité au nom de Roëmer.

À chaque pas que fait une Science, les arts acceſſoires, ſur-tout ceux qui ſont utiles à la ſociété, prenent des accroiſſemens proportionés. La Navigation & la Gnomonique ont ainſi éprouvé l'influence des progrès de l'Aſtronomie.

Navigation.

En bornant toujours l'uſage des cartes plates à repréſenter de petites étendues de terrain, on pouvoit éviter l'inconvénient qu'elles ont d'exprimer par des lignes égales les degrés des deux cercles paralleles qui terminent la carte nord & ſud, & donner la proportion convenable aux expreſſions de ces degrés. Gérard Mercator, Géographe des Pays-bas, en fit (*a*) la remarque, qui eſt d'ailleurs fort ſimple & fort élémentaire. Édouard Wright, le même dont il reſte des obſervations aſtronomiques parmi celles de Horoccius, dévelopa l'idée de Mercator, ou plutôt enviſagea la queſtion ſous un nouveau point de vue. Ayant remarqué que le rayon d'un parallele, en allant de l'équateur au pole, diminue en même raiſon qu'augmente la ſécante de la latitude, il propoſa de conſtruire des cartes d'après ce principe. On les appela *cartes réduites*. L'invention en eſt très-ingénieuſe: elles s'introduiſirent dans la Marine, vers l'année 1630. On a calculé depuis des Tables pour en perfectioner la théorie & la pratique. La *Loxodromie* ou la route que ſuit le vaiſſeau ſur la ſurface du globe, par un même rumb de vent, eſt une courbe à double courbure: ſur la carte réduite, elle eſt une courbe ordinaire dont la longueur eſt d'autant plus facile à calculer, que, dans la pratique, le problême ſe ſimplifie encore. Jamais le vaiſſeau ne ſuit une même Loxodromie pendant une longue Navigation: car toutes les mers ſont interrompues par des îles ou par des continens; & d'ailleurs on change ſouvent de direction, ſoit pour chercher des vents favorables, ſoit pour éviter des écueils, *&c.* La route entiere du vaiſſeau eſt donc compoſée de pluſieurs parties de Loxodromies différentes; & chacune de ces parties, conſidérée ſéparément, peut ſe confondre dans la plupart des cas, ſans erreur ſenſible, avec la ſimple ligne droite.

La Navigation tira un nouveau ſecours de l'Aſtronomie, en s'appropriant l'uſage de pluſieurs inſtrumens pour diriger la route du vaiſſeau d'après l'inſpection des aſtres. Mais on ſent qu'à cauſe de la mobilité continuele du vaiſſeau, les obſervations en mer ont dû être, pendant long-temps, fort imparfaites.

Gnomonique.

L'art de conſtruire des cadrans eſt très-ancien. Rien n'étoit en effet plus naturel & plus utile que de chercher à connoître la poſition du ſoleil au deſſus de l'horizon, pour un inſtant quelconque de la journée; & on ne fut pas long-temps à s'apercevoir qu'un moyen méchanique très-ſimple, pour y parvenir, étoit de marquer la route de l'ombre que jete ſur un plan ou ſur une ſurface quelconque, un corps opaque expoſé au ſoleil. On fit auſſi, d'après cette même idée, des cadrans éclairés par la lune ou par les étoiles. L'invention des cadrans ſolaires eſt d'Anaximandre, ſelon Diogene de Laërce; & d'Anaximene, ſelon Pline. Vitruve, qui vivoit au temps d'Auguſte, fait une longue énumération de cadrans conſtruits par divers Philoſophes; mais il n'en explique point les principes théoriques. On ne commence à trouver que dans les Écrivains du ſeizieme ſiecle, la Science de la Gnomonique. On croit que Munſter (*b*) & Oronce Finé (*c*) ſont les premiers qui en aient publié des Traités. Maurolyc donna la Théorie géométrique & aſtronomique de la conſtruction des cadrans. Le Pere Clavius (*d*), Jéſuite, publia, en 1581, un Traité très-eſtimable de Gnomonique. On a depuis tant écrit de ſemblables ouvrages, que le détail en ſeroit auſſi faſtidieux qu'inutile.

Perſpective.

On trouve auſſi dans les Auteurs du ſeizieme ſiecle la Perſpective réduite en art ſcientifique. La Perſpective eſt ſi eſſentiele à la Peinture, que les anciens n'ont pu manquer d'en

(*a*) An. 1550. (*b*) Munſter, né en 1489, mort en 1552.
(*c*) Oronce Finé, né en 1494, mort en 1555.
(*d*) Clavius, né en 1537, mort en 1612.

connoître au moins la pratique. *Vitruve* entre, à ce ſujet, dans des détails qui prouvent que les Grecs avoient porté cette pratique fort loin. Mais il paroît que *Pietro Delburgo*, en Italie, & *Albert Durer* (*a*) en Allemagne, ſont les premiers qui aient donné des regles préciſes & certaines pour mettre les objets en perſpective. En 1600, *Guido Ubaldi* (*b*) traita cet art d'une maniere conforme aux principes de la Géométrie & de l'Optique.

Méchanique.

La Méchanique ſtatique ne fit, quant à la Théorie, aucun progrès depuis Archimede, juſqu'au dix-ſeptieme ſiecle. Seulement on imagina de temps en temps des machines très-ingénieuſes, fondées ſur les principes de cette Science. Stevin (*c*), Mathématicien Flamand, paroît être le premier qui ait donné le véritable raport du poids à la puiſſance, pour un corps en équilibre ſur un plan incliné. Il a traité pluſieurs autres queſtions de Statique. Les moyens qu'il emploie pour déterminer les conditions de l'équilibre entre pluſieurs forces dont les directions concourent en un même point, revienent, dans le fonds, au fameux principe du parallélogramme des forces; mais il ne paroît pas en avoir ſenti l'importance & la fécondité.

En 1592, Galilée compoſa un petit Traité de Statique, qu'il réduit à ce principe: *il faut toujours la même quantité abſolue de puiſſance, pour élever un fardeau de deux livres à la hauteur d'un pied, ou pour élever un fardeau d'une livre à la hauteur de deux pieds*; d'où il étoit aiſé de conclure que, dans toutes les machines en équilibre, les forces qui ſe combatent ſont réciproquement proportioneles aux eſpaces qu'elles tendent à parcourir dans le même temps. Deſcartes employa, dans la ſuite, ce même principe pour déterminer de la maniere la plus ſimple & la plus claire les conditions de l'équilibre, pour toutes les machines ſimples.

La Théorie du mouvement, inconnue aux anciens, doit ſon origine à Galilée. Je ne parle pas du mouvement uniforme, car les principes en ſont ſi ſimples, ſi élémentaires, que la plus légere attention ſuffit pour les comprendre. Mais la Science du mouvement varié & celle des loix ſuivant leſquelles pluſieurs corps agiſſent les uns ſur les autres, par le choc, ou de toute autre maniere, étoient totalement ignorées, lorſque Galilée ouvrit cette nouvele carriere, & s'y couvrit d'une gloire qui ne le cede point à celle qu'il a méritée par ſes découvertes aſtronomiques.

En voyant tomber une pierre, on jugeoit ſans peine que ſon mouvement n'étoit pas uniforme, & qu'il s'accélere de plus en plus, puiſque la pierre, dont la maſſe demeure la même, frape un coup d'autant plus fort qu'elle tombe de plus haut. Mais il falloit trouver la proportion ſuivant laquelle ce mouvement s'accélere. Galilée penſa que chaque molécule dont un corps eſt compoſé étoit elle-même un petit corps; que tous ces petits corps élémentaires étant ſuppoſés égaux, la peſanteur les affectoit également ou leur imprimoit des viteſſes égales; & qu'enfin les coups de la peſanteur ſe renouveloient continuélement en quantités égales, pendant les parties égales & ſucceſſives du temps. D'où il réſultoit que le mouvement des corps graves devoit être uniformément accéléré. Toutes les expériences ont confirmé cette idée, qui eſt devenue une loi fondamentale de la Méchanique. Heureuſement Galilée ne s'étoit préoccupé l'imagination d'aucun ſyſtême ſur la cauſe de la peſanteur: car, s'il avoit cru, par exemple, comme quelques-uns des Philoſophes ſes ſucceſſeurs, que les corps ſont pouſſés vers le centre de la terre par les coups d'une matiere ſubtile ambiante, il auroit manqué la vérité, les coups dont il s'agit n'étant point égaux, ni proportionels aux maſſes.

Parmi les Philoſophes qui ſaiſirent & commenterent la Théorie de Galilée ſur la chute des graves, on doit diſtinguer Toricelli (*d*), ſon Diſciple, qui publia, en 1644, un ouvrage très-élégant, intitulé: *De Motu gravium naturaliter accelerato*.

(*a*) Albert Durer, né en 1471, mort en 1528.
(*b*) Ubaldi, né en 1553, mort en 1617.
(*c*) Stevin, né en . . . . mort en 1633.
(*d*) Toricelli, né en 1608, mort en 1647.

Digitized by Google

Loix du mouvement.

Les Loix de la communication des mouvemens n'avoient pas encore été examinées. Deſcartes les chercha, & crut les avoir trouvées. Ses principes métaphyſiques l'avoient conduit à ſuppoſer qu'il exiſte toujours la même quantité abſolue de mouvement dans le monde. Ainſi, ſelon lui, lorſque deux corps ſe choquent, la ſomme de leurs mouvemens, après le choc, eſt égale à la ſomme de leurs mouvemens avant le choc. Mais la propoſition n'eſt vraie que pour le cas où les deux corps marchent dans le même ſens avant le choc: elle eſt fauſſe, quand les deux corps vienent à la rencontre l'un de l'autre; car alors la ſomme des mouvemens, après le choc, eſt égale, non pas à la ſomme, mais à la différence des mouvemens avant le choc. Deſcartes n'a donc rencontré la vérité que pour les mouvemens dirigés dans le même ſens; il s'eſt trompé pour les autres.

En 1661, Huguens, Wallis & Wren découvrirent, chacun de leur eôté, & ſans s'être rien communiqué (car les preuves en ont été bien établies), les véritables Loix du choc des corps. La baſe de leurs recherches, à ce ſujet, eſt que, dans la percuſſion mutuele de pluſieurs corps, la quantité abſolue de mouvement du centre de gravité eſt la même après qu'avant le choc; ce qui comprend la premiere propoſition de Deſcartes, & rectifie la ſeconde. De plus; lorſque les corps ſont élaſtiques, la viteſſe reſpective eſt la même après qu'avant le choc.

Quelques temps après, la Méchanique fit un nouveau pas plus grand encore que celui dont nous venons de parler. Huguens, dans ſon Traité de *Horologio Oſcillatorio*, étendit (*a*) la théorie de la chute des graves au mouvement curviligne, & réſolut le célebre problême *du centre d'oſcillation du pendule compoſé*, où Deſcartes & pluſieurs autres grands Géometres de ce temps-là avoient échoué. Dans l'examen particulier du mouvement des graves le long d'un arc de cycloïde, il trouva cette propoſition remarquable, qui ſuffiroit ſeule pour l'immortaliſer: qu'un corps grave parcourant un arc de cycloïde renverſée arive toujours à la verticale, en temps égaux, de quelque point qu'il ſoit ſuppoſé partir. Sa Théorie des centres d'oſcillation a été la ſource de cette claſſe nombreuſe & intéreſſante de probl mes où il s'agit de déterminer les mouvemens que prenent pluſieurs corps qui agiſſent les uns ſur les autres par des verges, par des fils, ou d'une maniere équivalente. Il y employa un principe très-vrai, & néanmoins conteſté par de ſavans Géometres, parce que tel eſt en général, le ſort des vérités nouveles, dont la liaiſon avec les vérités déja connues eſt difficile à ſaiſir. Ce principe porte que, *ſi, lorſque le centre de gravité d'un pendule compoſé eſt deſcendu d'un point quelconque juſqu'à la ligne verticale qui paſſe par le point de ſuſpenſion, tous les poids dont il eſt compoſé venoient à ſe détacher ſubitement, & que chacun d'eux remontât alors verticalement avec la viteſſe qu'il a en ce moment, le centre de gravité du ſyſtême remonteroit préciſément à la hauteur d'où le centre de gravité du pendule compoſé eſt deſcendu*. Il devint célebre dans la ſuite, ſous le nom de *Principe de la Conſervation des forces vives*.

Ce même ouvrage de Huguens contient la Théorie des dévelopées & celle des forces centrales dans le cercle. En appliquant ces deux Théories aux loix aſtronomiques de Kepler, on en voit naître tout le ſyſtême de la gravitation univerſele. Huguens a préparé les matériaux: Newton a élevé l'édifice.

Hydroſtatique.

On arive depuis Archimede juſqu'à Stevin, ſans rencontrer perſone qui ait écrit ſur la théotie de l'Hydroſtatique, ou qui ait du moins ajouté quelque vérité intéreſſante à cette théorie. Le Géometre Flamand détermine la preſſion des fluides contre les ſurfaces qui les ſoutienent: il prouve qu'elle eſt toujours comme le produit de la baſe par la hauteur; mais, quoiqu'il ait connu & démontré exactement les principales propoſitions de l'Hydroſtatique, il n'en a pas aſſez fait ſentir la liaiſon réciproque. Le premier traité méthodique & vraiment original que les modernes aient publié ſur l'Hydroſtatique, eſt celui de l'*équilibre des liqueurs* de Paſcal. L'Auteur démontre, d'une maniere rigoureuſe & uniforme, les propriétés de l'équilibre des fluides: il réſout toutes les diffi-

(*a*) An. 1673.

cultés que certaines propoſitions pouvnient encore offrir: telle étnit, par exemple alors, le fameux paradoxe, qui n'en eſt plus un aujourd'hui, qu'un filet d'eau & une colonne cylindrique, preſſant ſous même hauteur, un même fond, exercent des preſſions égales.

La peſanteur de l'air, ignorée des anciens, l'étoit encore de Galilée, même long-temps après qu'il eut trouvé la théorie de l'accéléraținn des graves. Il y a apparence que depuis l'invention des pompes juſqu'à ce Philoſophe, on n'avoit pas eu l'idée ou l'occaſion de placer le piſton dans la pompe aſpirante, à une hauteur qui excédât celle de trente-deux pieds au deſſus du réſervoir: autrement nn auroit rencontré la difficulté qui fut propoſée à Galilée, par les Fontainiers de Côme de Médicis, grand Duc de Florence. Quni qu'il en ſoit, nn doit à une expérience tentée par ces ouvriers, la découverte, ou plus exactement, une démonſtratinn évidente de la peſanteur de l'air. Ils avoient conſtruit une pompe aſpirante, où il auroit fallu que l'eau s'élevât, ſous le piſtnn, à plus de trente-deux pieds de hauteur; & vnyant qu'elle refuſoit de paſſer trente-deux pieds, ils en demanderent la raiſon à Galilée. L'honeur de la philoſophie ne permettoit pas de différer la réponſe. Les anciens attribunient l'aſcenſinn de l'eau dans les pompes, à l'horreur de la nature pour le vide: Galilée indiqua cette cauſe aux Fontainiers, ajoutant, par raport au cas préſent, que l'horreur de la nature pour le vide, ceſſoit, quand l'eau étnit parvenue à la hauteur de trente-deux pieds. Cette explication fut regardée comme un oracle, & perſone ne s'aviſa de la cnntre-dire. Mais, en y réfléchiſſant de plus près, Galilée ſoupçona que cette horreur de la nature pour le vide, & cette limite qu'il lui avoit donnée, n'étoient que des chimeres. Il n'alla pas d'ailleurs plus loin; & quoiqu'il commençât à connoître la peſanteur de l'air par des expériences d'un autre genre, il n'eut pas l'idée d'employer ici cet agent.

Toricelli, ſon diſciple, penſa que le poids de l'eau pouvnit mettre quelque obſtacle à ſnn élévation dans les pompes: idée ſimple & heureuſe, incnmpatible avec le ſyſtême de l'horreur du vide; car pourquoi le poids de l'eau auroit-il borné la force de cette horreur? En conſéquenee, il fit avec un inſtrument, d'nù le Barometre ordinaire a tiré ſa forme & ſon origine, une expérience analogue à celle des pompes: il trouva que le mercure, dont le poids eſt quatorze fois auſſi grand que celui de l'eau, ſe tenoit à une hauteur quatorze fois moindre. Alors, Tnricelli conclut que les deux phénomenes étoient produits par la même cauſe; puis, faiſant un nouveau pas, il affirma que cette cauſe étoit la peſanteur de l'air.

Les partiſans invétérés du ſyſtême de l'horreur du vide, oppoſerent quelques doutes à l'explication de Toricelli; mais ces doutes furent entiérement diſſipés par la célebre expérience du Puy de Domme, près de Clermont en Auvergne: expérience exécutée par Perier, d'après le projet que Paſcal, ſnn beau-frere, en avnit donné, & où l'on vit, pour la premiere fois, le mercure baiſſer dans le Barometre, à meſure que l'on s'élevnit le lnng de la montagne, ou que la colonne d'air diminuoit de hauteur & de poids.

Hydraulique.

Nous devons encore à Toricelli les élémens de la Science du mouvement des fluides. L'obſervation qu'un jet d'eau ſortant d'un petit ajutage, s'élance verticalement preſqu'à la hauteur du réſervoir, lui fit juger que la viteſſe du fluide, au ſnrtir de l'ajutage, étoit la même que celle d'un corps grave tombant de cette hauteur; & que par conſéquent les viteſſes des écnulemens, ſnus différentes charges d'eau, ſuivoient la raiſon ſous-doublée des hauteurs, abſtractinn faite de la réſiſtance des nbſtacles. L'expérience cnnfirma cette idée qui fut acueillie de tous les Savans, & qui ſert encore aujourd'hui de baſe à la théorie, pour les écoulemens par de petits nrifices; mais quand les orifices ſont un peu grands, le problême demande d'autres conſidératinns. Le Théorême de Toricelli, & les conſéquences qu'il en tire ſont partie de ſon ouvrage, *de motu gravium naturaliter accelerato*, que nous avons déja cité.

Ce Théorême donna le jour à pluſieurs ouvrages ſur cette matiere. Dans ce nombre, nous diſtinguons le *Traité du mouvement des eaux* de Marintte. Il contient pluſieurs expériences en grand ſur le mouvement des eaux, & pluſieurs vues qui ont contribué au progrès de l'hydraulique pratique.

Phyſique céleſte.

Dans le temps où les découvertes de Galilée, ſur le mouvement, commençoient à diriger de ce côté les études des Savans, Deſcartes conçut la penſée d'expliquer, par les loix de la Méchanique, le mouvement général qui entraîne les planetes d'Occident en Orient. Les anciens regardoient le ciel planétaire, comme compoſé d'orbes ſolides & mobiles, dont chacun emportoit la planete qui lui étoit atachée. On ſent l'horrible confuſion, ou plutôt l'impoſſibilité abſolue de tous ces mouvemens, ſur-tout dans le ſyſtême de Ptolomée. Deſcartes tranſporta dans le Ciel le méchaniſme infiniment plus ſimple d'une barque flotante ſur une riviere, & emportée par le courant : il imagina que les planetes nageoient dans un vaſte tourbillon qui tournoit d'Occident en Orient, de telle maniere néanmoins que, dans le tourbillon général, il ſe trouvoit pour chaque planete des courans particuliers qui coupoient l'écliptique ſous différentes obliquités. Cette idée vrai-ſemblable & impoſante, ſéduiſit pluſieurs illuſtres Philoſophes qui s'en déclarerent publiquement les défenſeurs. On étoit alors trop peu avancé dans la théorie du mouvement des ſolides & des fluides, pour entreprendre de la ſoumettre à un examen critique, fondé ſur cette théorie : elle s'eſt même ſoutenue pendant long-temps contre les plus fortes objections; enfin, elle a ſuccombé ſous les coups redoublés qui lui ont été portés par l'Aſtronomie & la Méchanique, dont elle bleſſe les loix fondamentales.

IVe PÉRIODE.

De toutes les découvertes qui ſe ſont jamais faites dans les Sciences, il n'y en a point d'auſſi importante, ni d'auſſi féconde en applications, que celle de l'analyſe infinitéſimale. A cette époque, les Mathématiques changent de face; des problêmes inacceſſibles aux anciennes méthodes, ou dont elles n'auroient pu même donner l'idée, ſont facilement réſolus; toute la maſſe des Sciences prend du mouvement, & de nouveles forces tendent ſans ceſſe à le perpétuer & à l'augmenter.

On ſait que l'analyſe ordinaire compare les grandeurs finies. Dans l'analyſe infinitéſimale, certaines grandeurs ſont ſuppoſées augmenter ou diminuer de quantités infiniment petites : & on ſe propoſe de trouver, ou par la relation des grandeurs, celle de leurs élémens, ou par la relation des élémens, celle des grandeurs. On voit que l'un de ces problêmes eſt l'inverſe de l'autre. Le premier eſt l'objet du calcul *différentiel* ou de la méthode directe des fluxions; le ſecond, celui du calcul *intégral* ou de la méthode inverſe des fluxions. Une fonction quelconque étant donnée, on peut en trouver l'élément ou la différentiele; mais on ne peut pas toujours également remonter d'une différentiele à l'intégrale, ſoit par l'imperfection de l'art, ſoit parce que certaines différentieles ſont purement fictives & n'ont point d'intégrale. Ainſi, le calcul différentiel, conſidéré en lui-même, & indépendament des applications qu'on en peut faire, eſt entiérement trouvé : le calcul intégral ne l'eſt encore qu'en partie, & tous les jours il reçoit de nouveaux accroiſſemens.

Fermat, Deſcartes, Paſcal & Barrow, avoient préparé la naiſſance de l'analyſe infinitéſimale. En 1684, Léibnitz (*a*) publia, dans les actes de Léipſick, les principes, la notation, & l'algorithme de ce nouveau genre de calcul; & il en fit voir l'uſage pour réſoudre généralement les problêmes des *tangentes*, & celui des *maxima* & *minima*, parmi les ordonnées des courbes : problêmes auxquels les méthodes connues ne s'appliquoient que dans un nombre de cas aſſez limité.

Trois ans après, Newton (*b*) donna ſes *principes Mathématiques de la Philoſophie naturele*. Toutes les grandes queſtions de la Méchanique & de l'Aſtronomie ſont réſolues ou entamées dans cet ouvrage. L'Auteur aprofondit la nature & les propriétés du mouvement dans les ſections coniques. La théorie des forces centrales de Huguens, généraliſée & appliquée aux loix Aſtronomiques de Kepler, apprit au Géometre Anglois, que les planetes ſont attirées vers le ſoleil, avec une force réciproquement proportionele aux carrés de leurs diſtances à cet aſtre, & que cette attraction modifiée ou altérée par la force centrifuge, produit leur mouvement elliptique. Mais

(*a*) Léibnitz, né en 1646, mort en 1716.
(*b*) Newton, né en 1642, mort en 1727.

comme dans ce ſyſtême, la gravitation doit être univerſele & réciproque entre toutes les planetes, Newton eſſaya encore de déterminer les inégalités que le mouvement elliptique de chacune d'elles doit ſubir en vertu des attractions qu'elle éprouve de la part des autres. Il a également ébauché, ſuivant les mêmes principes, l'explication du phénomene des marées, & celle de la préceſſion des équinoxes. Dans toutes ces ſublimes recherches, Newton ſemble avoir pris plaiſir à cacher la méthode qui le dirige; il eſt extrêmement avare de paroles dans les endroits où elles ſeroient le plus néceſſaires. Auſſi ſon ouvrage reſta-t-il pendant long-temps dans une eſpece d'obſcurité. On ne commença à l'étudier & à l'entendre qu'au commencement de ce ſiecle : alors on vit que la clef de Newton étoit la nouvele analyſe, ou, comme diſent les Anglois, la méthode des fluxions.

La maniere dont Newton emploie cette méthode, prouve qu'il la tenoit de lui-même. Quand elle eut acquis, dans le monde ſavant, l'éclat que ſon utilité devoit lui donner, il s'en arrogea l'invention excluſive, ſans vouloir admettre Léibnitz au partage. J'examinerai leurs droits réciproques; mais, pour ſuivre l'ordre hiſtorique, il faut que j'expoſe auparavant le progrès des idées que Léibnitz avoit jetées dans les actes de Léipſick.

En 1686, il eut une diſpute avec les Carteſiens ſur la meſure des forces, & ſur les avantages qu'ils attribuoient à l'analyſe ordinaire, pour la réſolution des problêmes de Géométrie & de Méchanique. Cette diſpute dégénéra bientôt en ſubtilités Métaphyſiques. Ne pouvant forcer ſes Adverſaires dans de pareils retranchemens, Léibnitz leur propoſa comme un défi & comme un moyen de terminer la queſtion, de trouver la courbe *iſochrone*, c'eſt-à-dire, une courbe telle qu'un corps grave, en la parcourant, s'approche de l'horizon, de hauteurs égales en temps égaux. Leur ſilence confondit la vanité de leurs prétentions. Huguens, étranger d'ailleurs à la querele, jugea le problême digne de ſon application; il le réſolut, & publia, en 1687, les propriétés de la courbe cherchée, ſans en ajouter les démonſtrations. Léibnitz, après avoir atendu long-temps la réponſe des Carteſiens, donna, en 1689, la ſolution & l'analyſe de ſon problême; & pour leur offrir, diſoit-il, *la revanche*, il leur propoſa de trouver la courbe *iſochrone paracentrique*, où les approches égales devoient ſe faire, non plus vers l'horizon, comme dans le premier cas, mais vers un point fixe. La même année, il appliqua ſon *calcul* à des recherches concernant le mouvement des planetes & la réſiſtance des milieux.

Ces premiers rayons de l'analyſe de Léibnitz, fraperent vivement les ieux des deux illuſtres freres Jacques (*a*) & Jean (*b*) Bernoulli. L'aîné (Jacques) déja célebre par différens ouvrages de Géométrie, de Méchanique & de Phyſique, avoit initié ſon frere aux mêmes connoiſſances. Tous deux s'approprierent tellement la Géométrie des infiniment petits, & en firent un ſi grand nombre d'applications importantes & difficiles, qu'elle leur eſt preſqu'auſſi redevable qu'à Léibnitz même. Tous deux ont été ſucceſſivement Profeſſeurs de Mathématiques à Bâle, leur patrie; & leur école peut être comparée à celle d'Alexandrie, par le mérite des Éleves qu'ils ont formés.

À ſon début dans cette nouvele carriere, Jacques Bernoulli donna (*c*) une ſolution très-élégante du problême de la courbe iſochrone: il trouva, comme Léibnitz & Huguens, que cette courbe étoit la ſeconde parabole cubique. Il prit de là occaſion de propoſer à ſon tour aux Géometres un problême que Galilée avoit autrefois inutilement ataqué: c'étoit de trouver la courbe que forme la *chaînete*, c'eſt-à-dire, un fil parfaitement flexible, ataché par ſes extrémités à deux points fixes.

Pendant qu'on s'en occupoit, il publia (*d*) deux Mémoires dans leſquels il détermine les longueurs de deux courbes fameuſes, la ſpirale parabolique, & la ſpirale logarithmique; les eſpaces qu'elles enferment; & les ſolides qu'elles produiſent, en tournant autour d'une ligne donnée de poſition. De plus, comme la ſpirale logarithmique, & la loxodromie, ont la propriété analogue de couper ſous des angles égaux, l'une, les rayons du cercle, l'autre,

(*a*) Jacques Bernoulli, né en 1654, mort en 1705.
(*b*) Jean Bernoulli, né en 1667, mort en 1748.
(*c*) An. 1690.
(*d*) An. 1691.

les méridiens de la terre, Jacques Bernoulli examine à ce ſujet pluſieurs queſtions curieuſes, relatives aux longitudes & à la navigation. Ces deux Mémoires contienent les premiers eſſais de calcul intégral, un peu dévelopés. Léibnitz fit auſſi des remarques intéreſſantes ſur la conſtruction, les uſages, & la projection de la courbe loxodromique.

Le problême de la chaînete fut réſolu (*a*) par Huguens, Léibnitz & Jean Bernoulli. Il fournit aux Géometres un ſujet de méditations nouveles & utiles ſur la théorie & les uſages des nouveaux calculs. Jacques Bernoulli étendit la ſolution au cas où l'épaiſſeur de la chaînete ne ſeroit pas conſtante, mais variable ſuivant une loi donnée.

La conſidération de la chaînete donna lieu au même Jacques Bernoulli, d'examiner pluſieurs autres courbes que la nature place continuélement ſous nos ieux : telles ſont, par exemple, celle que forme une voile enflée par le vent, celle d'un arc tendu, celle d'une lame élaſtique, dont une extrémité ſeroit atachée ſolidement à un plan, & l'autre extrémité porteroit un poids donné, *&c.* Il fit voir (*b*) que la voile enflée par un vent horizontal, ſe courberoit en chaînete ; & que ſi cette même voile étoit enflée par un fluide qui peſât ſur elle verticalement, elle formeroit la courbe *élaſtique*. La ſolution de ces problêmes, & principalement l'analyſe de la courbe élaſtique, ſont d'une profonde recherche. Jean Bernoulli chercha la courbure de la voile dans l'hypotheſe du vent horizontal, & parvint au même réſultat que ſon frere.

Viviani (*c*), Géometre Italien, propoſa, en 1692, le problême de la voûte *hémiſphérique carrable* : il éteit queſtion de percer un dôme en plein cintre, de quatre fenêtres égales, telles que le reſte de la ſuperficie du dôme fût abſolument carrable. Le jour même que Léibnitz & Jacques Bernoulli reçurent le programme de Viviani, ils répondirent à ſa queſtion de pluſieurs manieres ; & ſans doute les Géometres de la même école en auroient fait autant, ſi elle étoit parvenue aſſez tôt à leur connoiſſance. Mais nous devons ajouter que la propre ſolution de Viviani, fondée ſur la méthode ſynthétique des anciens, eſt recomandable par ſa ſimplicité. Il démontre qu'on ſatisfait au problême, en élevant perpendiculairement, à la baſe de l'hémiſphere, quatre cylindres qui ſe toucheroient deux à deux, & dont les baſes touchent, par leurs circonférences, celle de la baſe de l'hémiſphere.

La Géométrie des infiniment petits s'accroiſſoit tous les jours ; elle en étoit principalement redevable aux freres Bernoulli. Un problême que le cadet propoſa, & dont l'objet étoit de *trouver une courbe telle que toutes ſes tangentes terminées à l'axe, fuſſent en raiſon donnée avec les parties de l'axe compriſes entre la courbe & ces tangentes*, contribua au progrès de la méthode pour intégrer les équations différentieles. Il fut réſolu par Huguens, Léibnitz, Jacques Bernoulli, & le Marquis de l'Hôpital (*d*). A cette occaſion, Huguens rendit un témoignage d'autant plus honorable aux nouveaux calculs, que ce grand homme ayant fait pluſieurs ſublimes découvertes, ſans ces calculs, ponvoit être diſpenſé d'en célébrer les avantages : il avoua qu'*il voyoit, avec ſurpriſe & avec admiration, l'étendue & la fécondité de cet art ; que de quelque côté qu'il tournât la vue, il en découvroit de nouveaux uſages, & qu'enfin il y concevoit un progrès & une ſpéculation infinie*.

La courbe *iſochrone paracentrique*, dont Léibnitz avoit demandé la nature, paroiſſoit oubliée des Géometres. Sans doute ils avoient été arrêtés par la difficulté d'intégrer l'équation différentiele à laquelle on eſt conduit, lorſque l'on raporte cette courbe à des coordonées perpendiculaires entr'elles. Enfin, Jacques Bernoulli, prenant pour abſciſſes des lignes qui partoient d'un point fixe, & les ordonées paralleles entr'elles, parvint (*e*) à une équation où les indéterminées étoient ſéparées. Son frere, qui eut connoiſſance de cette ſolution, en trouva une autre un peu plus ſimple en apparence, mais la même quant au fond. Léibnitz étoit arivé depuis long-temps à des reſultats ſemblables ; mais il les tenoit cachés, pour

(*a*) An. 1691. (*b*) An. 1691.
(*c*) Viviani, né en 1622, mort en 1703.
(*d*) L'Hôpital, né en 1661, mort en 1704.
(*e*) An. 1696.

pour laiſſer aux autres Géometres le temps & le plaiſir de les trouver.

On voit, par le commerce de lettres de Léibnitz & de Jean Bernoulli, que, dès l'année 1694, ces deux grands Géometres avoient ioventé, chacun de leur côté, cette branche particuliere de la nouvele analyſe, qu'on appele le *calcul exponentiel*. Léibnitz a la priorité de date pour la découverte ; mais Bernoulli y eſt arivé par lui-même ; il publia, en 1697, les regles & l'uſage de ce genre de calcul, & on croit ordinairement qu'il en eſt le premier inventeur.

Les principes du calcul différentiel, épars de tous côtés dans les Journaux, furent raſſemblés (*a*) en corps d'ouvrage par le Marquis de l'Hôpital, qui y ajouta pluſieurs choſes nouveles. Ce Livre intitulé, *Analyſe des infiniment petits, pour l'intelligence des lignes courbes*, contient le calcul différentiel, & ſes uſages pour déterminer les tangentes des courbes, leurs plus grandes & leurs moindres ordonées, les points d'inflexioo & de rebrouſſement, les rayons des dévelopés, & les propriétés de ces courbes connues en optique, ſous les noms de *cauſtiques*, ſoit par réflexion, ou par réfraction. Il fut reçu avec un applaudiſſement univerſel, & l'Auteur ſe vit placer à peu près ſur la même ligne que Léiboitz, Newton & les freres Bernoulli.

Il jouiroit encore de toute ſa gloire, ſi la reconoiſſance avoit pu empêcher la vanité de revendiquer des droits incertains, ou du moins exagérés. Jean Bernoulli étoit venu à Paris en 1692, & le Marquis de l'Hôpital l'avoit emmené dans ſa Terre d'Ourques, où ils paſſerent quatre mois entiers à étudier enſemble la Géométrie des infiniment petits. Bientôt le Marquis de l'Hôpital fut en état de réſoudre les grands problêmes que les Géometres ſe propoſoient ; & on obſerve que Jean Bernoulli ne laiſſoit échaper aucune occaſion de lui prodiguer, dans les Journanx, les éloges les plus magnifiques. A peine eût-il les ieux fermés, que Jean Bernoulli réclama en différens temps & par degrés, preſque toute l'analyſe des infiniment petits. L'envie, qui pourſuit juſqu'aux morts, applaudit à cette eſpece de flétriſſure imprimée à la mémoire d'un homme célebre : la morale condamna Jean Bernoulli qui obligé, par de ſolides raiſons, à taire les ſervices ſcientifiques qu'il pouvoit avoir rendus au Marquis de l'Hôpital, ſe croyoit maintenant quite de ſes engagemens, & ſe permettoit de remuer la cendre d'un bienfaiſteur généreux, homme d'un profond ſavoir, & peut-être ſeulement un peu trop ambitieux des honeurs & de la réputation que l'on n'acquiert jamais ſans honte & ſans danger, que par ſes propres travaux.

Hâtons-nous de revenir à Jean Bernoulli, comme Géometre. Il propoſe (*b*) de trouver la courbe *Brachyſtochrone*, c'eſt-à-dire, la courbe que doit décrire un corps grave, pour ariver dans le moindre temps poſſible, d'un point à un autre, ces deux points n'étant pas ſitués dans la même ligne verticale. Au premier coup d'œil, on eſt porté à croire que la ligne droite, comme le chemin le plus court d'un point à l'autre, doit être auſſi le chemin de la plus vîte deſcente ; mais on eſt arrêté par cette réflexion, que dans une courbe décrite d'un point à l'autre, le mobile peut d'abord deſcendre plus verticalement, & par conſéquent acquérir une plus grande viteſſe qu'il ne feroit le long du ſimple plan incliné, ce qui produit une compenſation capable de faire ariver le corps plus promptement ſuivant la ligne courbe, que ſuivant la ligne droite. Le calcul ſeul doit décider la queſtion. Or, en y appliquant la méthode des infiniment petits, on trouva que la ligne de la plus vîte deſcente étoit un arc de cycloïde : nouvele propriété très-ſinguliere de cette courbe, que les recherches de Paſcal & de Huguens avoient déja rendue ſi célebre. Léibnitz réſolut le problême, le jour même qu'il en eut connoiſſance ; & le lendemain, il envoya ſa ſolution à Jean Bernoulli, en le priaot de ne pas ſe preſſer de la publier, non plus que la ſiene propre, afin de donner aux autres Géometres, le temps de s'exercer ſur une ſi belle queſtion. Jean Bernoulli conſentit à leur acorder un an pour cette recherche. Dans cet intervalle, outre les ſolutions de Léibnitz & de Jean Bernoulli, il en parut trois autres, dont les Auteurs étoient Newton, le Marquis de l'Hôpital, & Jacques Bernoulli. Celle de Newton

(*a*) An. 1696. (*b*) An. 1697.

parut anonyme dans les *tranſactions philoſophiques*, de Londres ; mais Jean Bernoulli connut la main d'où elle partoit, *tanquam*, dit-il, *ex ungue leonem*. Le Marquis de l'Hôpital eut beaucoup de peine à trouver la ſiene ; ce qui paroîtra d'autant plus ſurprenant, qu'on peut réſoudre facilement le problême par une méthode qu'il emploie lui-même, lorſqu'il cherche (*a*) la route que doit ſuivre un voyageur pour ariver dans le moindre temps poſſible d'un lieu à un autre, en traverſant deux campagnes, où il éprouve des réſiſtances qui ſont varier les viteſſes dans un raport donné ; car ſi l'on regarde les deux campagnes, comme les deux élémens d'une courbe, & ſi l'on ſuppoſe conformément à la théorie de la chute des graves, que les viteſſes du mobile, le long d'une courbe quelconque, ſoient comme les racines carrées de ſes diſtances, à une ligne horizontale fixe, on parviendra, en un inſtant, à l'équation différentiele de la cycloïde. Mais cette remarque ne prouve rien en faveur de la prétention de Jean Bernoulli ſur le Livre des infiniment petits, car il ne l'a pas faite ; & les deux ſolutions qu'il a données ſucceſſivement de ſon problême, ſont fondées ſur d'autres principes. Jacques Bernoulli fut auſſi quelque temps ſans publier ſa ſolution : en la cherchant, il s'étoit élevé à des problêmes d'une ſpéculation encore plus profonde, qu'il vouloit d'abord réſoudre, & puis propoſer aux Géometres. Son Frere hazarda quelques malignes réflexions ſur cette prétendue lenteur : il s'en ſeroit abſtenu, ſans doute, s'il avoit prévu qu'elle étoit employée à lui préparer des chagrins d'autant plus amers, qu'à un talent ſupérieur pour la Géométrie, il avoit la foibleſſe de joindre un amour propre exceſſif, qui n'eſt pardonable qu'à l'homme médiocre.

Il y avoit déja long-temps que la méſintelligence régnoit entre les deux Freres. Le Cadet ayant été nommé Profeſſeur de Mathématiques à Groningue, en 1695, ils ne conſerverent bientôt plus de relations particulieres ; ils ne ſe parloient que dans les Journaux, & c'étoit pour ſe propoſer les problêmes les plus difficiles. Léibnitz tenant la balance entr'eux, étoit, pour ainſi dire, l'âme de leurs travaux : il les encourageoit ſans ceſſe par des louanges privées & publiques ; il paroiſſoit plus occupé de leur gloire, que de la ſiene propre.

Enfin, ils en vinrent à une rupture ouverte. L'un vouloit peut-être trop conſerver ce ton de ſupériorité que lui avoit donné le droit d'aîneſſe, & la qualité d'inſtituteur de ſon Frere en Mathématiques : celui-ci oublia les loix de la reconoiſſance, & même les égards qu'il devoit, nous ne dirons pas ſimplement aux liens du ſang, mais à un homme illuſtre & modéré, occupé de la Science, & toujours prêt à répondre aux queſtions que l'on propoſoit. Jacques Bernoulli, qu'importunoient depuis long-temps les ataques & les critiques de de ſon ancien Éleve, ſaiſit l'occaſion de ſe venger d'une maniere éclatante, mais en même temps utile à la Géométrie, en propoſant aux Savans, & nommément à ſon Frere, avec la promeſſe d'un prix, le problême général des iſopérimetres. Il demandoit une courbe, telle que des puiſſances quelconques de ſes ordonées ou de ſes arcs, formaſſent ſur l'axe des abſciſſes un plus grand eſpace, que ne ſeroient de pareilles puiſſances des ordonées ou des arcs de toute autre courbe d'égal contour, & conſtruite ſur la même abſciſſe. La propriété qu'a le cercle de comprendre, ſous un contour donné, un *maximum* d'eſpace, ne doit être, comme on voit, qu'un corollaire très-particulier de la ſolution générale.

Auſſi-tôt que Jean Bernoulli eut reçu ce programme, il ſe hâta de faire imprimer, dans les Journaux, le réſultat d'une ſolution qu'il aſſuroit y ſatisfaire, s'applaudiſſant d'ailleurs lui-même de n'avoir employé que *deux ou trois minutes pour tenter, commencer & achever d'aprofondir tout le myſtere*, & demandant hautement le prix que ſon Frere avoit promis. Mais Jacques Bernoulli, qui ne trouva pas ce réſultat conforme au ſien, fit imprimer, à ſon tour, un *avis*, où il ſoutenoit que la méthode de ſon Frere étoit défectueuſe : il acordoit encore quelque temps aux Géometres pour chercher la véritable ſolution ; & ſi perſone ne la donnoit, il s'engageoit à trois choſes. 1°. *À deviner au juſte l'analyſe de ſon Frere.* 2°. *Quelle qu'elle fût, à y faire voir des paralogiſmes, ſi on vouloit la publier.* 3°. *À donner la véritable ſolution du problême dans toutes ſes parties* : ajoutant *que s'il ſe trouvoit quelqu'un qui s'intéreſ-*

(*a*) Analyſe des inf. pet. *art.* 59.

ſût aſſez à l'avancement des Sciences, pour propoſer quelque prix pour chacun de ces trois articles, il s'engageoit à perdre autant, s'il ne s'acquitoit pas du premier; le double, s'il ne réuſſiſſoit pas au ſecond; & le triple, s'il manquoit au troiſieme.

Cette admonition fraternele obligea Jean Bernoulli de revoir ſa méthode; il reconut qu'en effet il s'étoit trompé en quelque choſe, & il attribuoit ſa mépriſe à une trop grande précipitation: il envoya aux Journaux une ſolution différente, à certains égards, de la premiere, mais ſans prendre un ton plus modeſte. À ſon Ecrit, Jacques Bernoulli repliqua laconiquement en ces termes: *Avant que de publier ma réponſe aux ſolutions de mon frere, je le prie de repaſſer tout de nouveau ſa derniere, d'en examiner attentivement tous les points, & de nous dire enſuite ſi tout va bien: lui déclarant qu'après que j'aurai donné la mienne, les prétextes de précipitation ne ſeront plus écoutés.* Mais cet avertiſſement & une autre remarque ſemblable, un peu plus étendue, ne firent aucune impreſſion ſur Jean Bernoulli, qui ſoutint que ſa ſeconde ſolution étoit bonne dans tous les points.

Preſqu'en même temps on imprima une lettre de Jacques Bernoulli à Varignon, dans laquelle l'Auteur, joignant la plaiſanterie à la diſcuſſion, expliquoit une analyſe défectueuſe en elle-même, où néanmoins des fauſſetés redreſſées par d'autres fauſſetés faiſoient ariver, en certains cas, à une concluſion vraie; & trouvoit, au moyen de cette analyſe, les mêmes équations que ſon frere; d'où il conjecturoit que, ſelon toutes les apparences, elles en étoient émanées. Cette imputation mit Jean Bernoulli hors de lui-même, & lui arracha, contre ſon frere, un torrent d'injures que je me garderai bien de répéter.

La querele ne pouvoit être terminée que par des Arbitres. Jean Bernoulli en demandoit; il étoit déja ſûr de l'approbation de Léibnitz, qui n'avoit pas ſans doute examiné la matiere avec toute l'attention qu'elle méritoit. De ſon côté, Jacques Bernoulli conſentit que Léibnitz, Newton & le Marquis de l'Hôpital ſuſſent pris pour Juges pourvu qu'on lui donnât tout le temps de parler. Le procès traîna en longueur. En 1701, Jean Bernoulli envoya à l'Académie des Sciences de Paris ſa ſolution, ſous une envelope qui ne devoit être ouverte qu'après que ſon frere auroit publié ſa Méthode. Celui-ci donna, en 1704, l'analyſe & la ſolution complete de ſes problêmes: prodige de ſagacité & d'invention; il mourut l'année ſuivante, à l'âge de cinquante ans.

La Méthode de Jean Bernoulli parut dans les Mémoires de l'Académie pour l'année 1706. Elle étoit effectivement défectueuſe, comme Jacques Bernoulli l'avoit toujours ſoutenu; & voici en quoi conſiſtoit l'erreur.

Dans tous les problêmes du même genre que celui de *la plus vite deſcente*, où il s'agit ſimplement de remplir la condition du *minimum* ou du *maximum*, il ſuffit d'appliquer cette condition à deux élémens conſécutifs de la courbe pour en trouver l'équation différentiele. Mais, dans ceux où l'on eſt obligé de remplir tout-à-la-fois deux conditions, l'une qu'une certaine propriété ſoit la même, l'autre qu'une ſeconde propriété ſoit un *minimum* ou un *maximum*, il faut employer trois élémens conſécutifs de la courbe: ou, ſi l'on veut n'en employer que deux, il faut multiplier les deux fonctions propoſées, par des coëfficiens conſtans, ajouter enſemble les produits, & alors la ſomme réſultante ſe raporte aux problêmes du premier genre (*a*). C'eſt à quoi Jean Bernoulli ne prit pas garde, & ce qui lui fit donner des ſolutions fauſſes, excepté dans les cas où une courbe ne peut pas ſatisfaire à l'une des deux conditions propoſées, ſans ſatisfaire en même temps à l'autre. Jacques Bernoulli avoit conſidéré trois élémens de la courbe; & par-là il étoit parvenu à une ſolution exacte & complete.

La force de la préoccupation empêcha longtemps Jean Bernoulli de reconoître la vérité, & de lui rendre hommage. Enfin, il reprit cette matiere en 1718; il convint qu'il s'étoit trompé; &, abandonant ſes ancienes Méthodes, il en donna une autre où il emploie, comme ſon frere, trois élémens de la courbe, & d'où il tire, d'une maniere fort ſimple, les véritables équations du problême.

Il réſulte de cet expoſé, que Jacques Bernoulli eut, dans la queſtion des Iſopérimetres, un avantage marqué ſur ſon frere. Mais il

(*a*) *Voyez* l'ouvrage de M. Euler, intitulé: *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes.*

faut ſe ſouvenir que celui-ci, pendant ſa longue carriere, n'a ceſſé d'enrichir les Mathématiques, & d'en reculer les limites. Tous deux ont été des génies du premier ordre. Sans prétendre décider la prééminence entr'eux, je crois que Jacques avoit plus de profondeur, Jean plus de flexibilité, & de cet eſprit qui ſe porte indifféremment vers tous les objets. Le premier a donné pluſieurs ouvrages, tels que la Théorie des ſpirales, le Problême de la courbe élaſtique, celui des Iſopérimetres, & le livre *de Arte Conjectandi*, qui n'appartienent qu'à lui ſeul, & où il a déployé un génie vraiment original: le ſecond embraſſoit toutes les parties des Mathématiques; il avoit un art particulier de propoſer & de réſoudre de nouveaux problêmes: quelque ſujet que l'on préſentât à ſes recherches, il y entroit promptement, & il n'en a jamais traité aucun, ſans le montrer ſous le jour le plus lumineux, & ſans y faire quelque découverte importante. Je compare Jacques Bernoulli à Newton, Jean Bernoulli à Léibnitz.

En propoſant le problême des Iſopérimetres, Jacques Bernoulli y en avoit joint un autre: c'étoit de trouver, parmi toutes les cycloïdes d'une même origine, & conſtruites ſur une même baſe horizontale, celle qu'un corps grave doit ſuivre pour ariver, dans le moindre temps poſſible, à une ligne verticale donnée de poſition. Jean Bernoulli le réſolut ſans peine, & il lui donna même plus de généralité: à la ſimple ligne verticale, il ſubſtitua une courbe quelconque, & il fit voir que la cycloïde de la moindre deſcente étoit celle qui coupoit cette courbe à angles droits. Sa ſolution étoit fondée ſur les propriétés de la courbe *ſynchrone*, dont la nature eſt de couper une infinité de cycloïdes, ou de courbes ſemblables, de maniere que les arcs ſoient parcourus en temps égaux. Il reſtoit cependant une difficulté. La courbe ſynchrone eſt facile à tracer par points; mais, pour en trouver l'équation différentiele, il falloit ſoumettre au calcul & à la loi de continuité le paſſage de l'une quelconque des courbes coupées, à la courbe contiguë. Jean Bernoulli ne put y parvenir: il s'en ouvrit par lettres à Léibnitz, qui ſurmonta la difficulté (*a*), & qui donna, en cette rencontre, une extenſion très-importante à l'analyſe infinitéſimale; j'entends la méthode de différentier *de curva in curvam*, en faiſant varier le parametre. La réponſe de Léibnitz ſaiſit de joie & d'admiration Jean Bernoulli, qui auſſi-tôt dévelopa cette idée, & en fit pluſieurs applications intéreſſantes. Ils convinrent enſemble de tenir la méthode cachée, juſqu'à ce qu'ils s'en fuſſent ſervis pendant un temps ſuffiſant. Léibnitz ne l'a jamais publiée lui-même; car il ſe bornoit ſouvent à ouvrir de nouveles routes, & il abandonoit volontiers aux autres le plaiſir de les étendre & de les perfectioner. Il paroît, par les Œuvres Poſthumes de Jacques Bernoulli, qu'il avoit auſſi trouvé, de ſon côté, une méthode ſemblable, & qu'il l'avoit employée pour réſoudre les problêmes que ſon frere lui propoſoit, pendant la diſpute ſur les iſopérimetres: il ſe contentoit de donner ſes ſolutions ſous des lettres tranſpoſées, voulant éviter toute diverſion, avant que l'afaire des iſopérimetres fût terminée.

J'omets pluſieurs autres problêmes moins importans par leur objet, quoique très-difficiles en ce temps-là. Tel eſt, par exemple, celui de la courbe d'*égale preſſion*, qui fut propoſé en 1700, par Jean Bernoulli, & réſolu par le Marquis de l'Hôpital.

Dans cette lice de combats ſcientifiques, qui durerent pendant plus de trente-ans, on ne vit point paroître Varignon (*b*), qu'on regardoit néanmoins, en France, comme un grand Géometre. Mais avouons-le ſans détour: quoique La Hire, Sauveur, Lagni, *&c*, reconuſſent ſa ſupérioriré, il étoit loin d'égaler Léibnitz, Newton, les freres Bernoulli, & même le Marquis de l'Hôpital. Cependant on ne peut pas nier qu'il n'eût beaucoup de ſavoir & de facilité dans le travail. Son projet *d'une nouvele Méchanique*, & la maniere adroite dont il applique le parallélogramme des forces aux loix de l'équilibre, lui feront toujours honeur. Il eſt un des premiers qui ait entendu & commenté le Livre de Newton. Il poſſédoit ſinguliérement l'art de généraliſer les méthodes, & d'épuiſer, pour ainſi dire, un ſujet. Par malheur ſes ſolutions générales ne renfermoient preſque jamais d'autres difficultés, que celles des ſolutions particulieres, données par d'autres Géometres: c'eſt ce qui faiſoit dire aſſez plai-

(*a*) Voyez *Leibnitii & Joan. Bernoulli commercium epiſtolicum*, tome 1er, page 119.
(*b*) Varignon, né en 1659, mort en 1722.

ſament à Jean Bernoulli, quand il avoit réſolu quelque problême nouveau & difficile: *M. Varignon nous généraliſera cela.*

Cette plaiſanterie pouroit être ſouvent renouvelée, & peut-être même appliquée avec plus de juſteſſe. Les moyens d'augmenter nos connoiſſances, & de les raprocher les unes des autres, étant aujourd'hui fort variés & fort étendus, rien n'eſt moins rare, parmi les Savans, que cette faculté de l'eſprit, qui ſemble quelquefois imaginer, tandis qu'elle ne fait réellement qu'imiter & amplifier. Elle eſt l'apanage de certains hommes ſtudieux qui, dépourvus ſonciérement de génie, trouvent dans les écrits des inventeurs, quelques idées acceſſoires & peu dévelopées qu'ils s'approprient, & auxquelles ils ont l'art de donner l'apparence de la nouveauté. La nature leur acorde ordinairement une opinion très-avantageuſe d'eux-mêmes, & le ſecret de l'inſpirer en partie à la médiocrité ou à l'ignorance. Mais les juſtes apréciateurs du mérite corrigent cette erreur, mettent chacun à ſa place, & regardent avec indifférence de vaſtes édifices de calcul, bâtis ſur les fonds d'autrui, qui ne préſentent qu'un amâs de formules inſignifiantes, inutiles au progrès de l'Analyſe, & deſtinées ſeulement à couvrir les pages d'un livre malheureux.

Diſpute entre Léibnitz & Newton, ſur la découverte de la nouvele Analyſe.

Il ſemble que la nouvele Géométrie offroit un aliment ſuffiſant à la curioſité humaine, & qu'on auroit dû ſe contenter de eultiver en paix ce champ inépuiſable de reecherches. Mais plus ces objets étoient grands, plus l'orgueil, toujours prêt à étendre ſon empire, ſut habile à ſuſciter, entre Léibnitz & Newton, une querele ſur les droits à l'invention de la méthode; & il faut avouer que ſi les mouvemens de cette paſſion pouvoient jamais être excuſables, ils le ſeroient ici, par l'importance de la découverte dont on vouloit connoître le véritable Auteur.

La premiere étincele de la guerre fut excitée par Fatio de Duiller, Génevois, retiré en Angleterre, le même qui, dans la ſuite, donna un étrange ſpectacle de démence, en voulant reſſuſciter publiquement un mort dans l'Égliſe de S. Paul de Londres, mais qui avoit alors la tête ſaine & même de la réputation parmi les Géometres. Pouſſé d'un côté par les Anglois, de l'autre, par un reſſentiment perſonel contre Léibnitz dont il prétendoit avoir reçu de trop foibles marques d'eſtime, il s'aviſa de dire dans un petit Traité ſur la courbe *de la plus vite deſcente*, & ſur *le ſolide de la moindre réſiſtance*, qui parut en 1699 que Newton étoit le *premier* inventeur des nouveaux calculs; qu'il parloit ainſi pour l'honeur de la vérité & l'aquit de ſa conſcience; & qu'il laiſſoit à d'autres le ſoin de décider ce que Léibnitz, *ſecond* inventeur, pouvoit avoir emprunté du Géometre Anglois. Léibnitz fit, à cette ataque imprévue, une réponſe modérée, & ſuffiſante pour détruire une aſſertion hazardée & dénuée de preuves.

Quelque temps après, Keil renouvela l'accuſation de Fatio. Léibnitz répondit que Keil, qu'il appeloit d'ailleurs un homme *Savant*, étoit trop nouveau pour porter un jugement certain de choſes arivées depuis un grand nombre d'années, & qu'il s'en raportoit là-deſſus à Newton même. Keil revint à la charge, & dans une lettre adreſſée à Hansloane, Secrétaire de la Société Royale, il ne ſe contenta plus de dire que Newton étoit le premier inventeur: il fit entendre aſſez clairement que Léibnitz, après avoir puiſé la méthode dans les écrits de Newton, ſe l'étoit appropriée, en y appliquant ſeulement une notation particuliere, ce qui étoit, en termes équivalens, le taxer de plagiat. Léibnitz indigné d'une pareille inculpation, en porta de vives plaintes à la Société Royale, & demanda hautement que l'on réprimât les clameurs d'un homme inconſidéré qui ataquoit, ſans raiſon & ſans pudeur, ſa réputation & ſa bonne foi. La Société Royale nomma des Commiſſaires pour examiner tous les écrits qui regardoient ce ſujet, & elle les oublia, en 1712, avec le raport des Commiſſaires, ſous ce titre: *Commercium Epiſtolicum de Analyſi promota*. Sans être abſolument affirmative, la concluſion du raport eſt que Keil n'a pas calomnié Léibnitz. J'obſerverois que Newton étoit alors préſident de la Société Royale, & s'il avoit montré le déſir, il auroit eu le pouvoir de faire pencher la balance en ſa faveur.

La Société Royale n'avoit ni le droit, ni l'intention de juger le procès ſans appel; & puiſqu'elle a fait imprimer les pieces qui y ſont relatives, elle a laiſſé la liberté de les diſcuter & d'en dire ſon avis. Je demande donc la permiſſion de me livrer à cet examen: j'y apporterai toute l'impartialité dont je ſuis ca-

Digitized by Google

pable. Léibnitz & Newton me ſont indifférens: je n'ai reçu d'eux, ſi je puis employer une expreſſion de Taeite, *ni bienfait, ni injure*. La ſublimité de leur génie exige un profond hommage; mais on doit encore plus de reſpect à la vérité.

Newton tenant de la nature une intelligence ſupérieure, & né dans un temps où Harriot, Wren, Wallis & Barrow, avoient déja rendu les Mathématiques floriſſantes en Angleterre, eut de plus l'avantage de recevoir, dans ſon enfance, les leçons de Barrow à l'univerſité d'Oxford. Toutes les forces de ſon génie ſe porterent vers ce genre d'études: les ſuccès qu'il y obtint furent prodigieux. Fontenelle lui a appliqué ce que Lucain avoit dit du Nil: qu'*il n'a pas été donné aux hommes de le voir foible & naiſſant*. Dès l'âge de vingt-cinq ans, il avoit jeté les fondemens des grandes théories qui l'ont rendu depuis ſi fameux. Léibnitz, plus jeune de quatre ans, ne trouva en Allemagne que de médiocres ſecours pour ſon inſtruction. Il ſe forma, pour ainſi dire, tout ſeul. Son génie actif & dévorant, ſecondé par une mémoire extraordinaire, embraſſoit toutes les branches des connoiſſances humaines: littérature, hiſtoire, poéſie, droit des gens, ſciences exactes, phyſique, *&c.* Cette multiplicité de goûts nuiſit néceſſairement à la rapidité de ſes progrès dans chaque genre. Il ne s'annonça donc, comme un grand Mathématicien, que ſept ou huit ans après Newton.

Ces deux grands hommes poſſédoient la nouvele Analyſe long-temps avant que de la mettre au jour. Si la priorité de la publication emportoit la priorité de l'invention, Léibnitz auroit gain de cauſe: mais ce moyen n'eſt pas ſuffiſant pour prononcer avec aſſurance; & il faut remonter à des faits antérieurs, apuiés ſur des titres authentiques.

Le *commercium epiſtolicum* contient d'abord, à dater de l'année 1669, pluſieurs belles découvertes Analytiques de Newton. Dans la piece intitulée: *de Analyſi per æquationes numero terminorum infinitas*, outre la méthode pour réſoudre les équations par approximation, dont il ne s'agit pas ici, Newton enſeigne à carrer les courbes qui ont, pour ordonées, des expreſſions monômes, ou l'aſſemblage de pluſieurs monômes; & lorſque les ordonées ſont des radicaux complexes, il ramene la queſtion au premier cas, en dévelopant l'ordonée en une ſuite infinie de termes ſimples, au moyen de la formule du binome, ce que perſone n'avoit fait encore. Sluze & Grégori avoient trouvé, chacun de leur côté, une méthode pour les tangentes: Newton, dans une letre à Collins, en date du 10 Décembre 1672, prouve qu'il l'avoit auſſi trouvée: il l'applique à un exemple, ſans y ajouter la démonſtration: il dit enſuite qu'elle n'eſt qu'un corollaire d'une autre méthode générale qu'il a pour mener les tangentes, carrer les courbes, trouver leurs longueurs & leurs centres de gravité, *&c.* ſans être arrêté par les quantités radicales, comme Hudde l'eſt dans ſa méthode pour les *maxima* & les *minima*. Les Anglois voient clairement la méthode des fluxions dans ces deux écrits de Newton; mais les Géometres des autres Nations ne penſent pas tout-à-fait de même. En convenant que le dévelopement des radicaux en ſéries eſt un pas conſidérable que Newton a fait, ils ne peuvent s'empêcher de reconoître d'ailleurs, que les méthodes de Fermat, de Wallis & de Barrow, pouvoient ſervir à trouver les réſultats concernant les quadratures des courbes, que Newton ſe contente de donner, ſans indiquer la marche qui l'y a conduit. Ils avouent que les deux pieces dont il s'agit, contienent une indication vague de la méthode des fluxions; indication peut-être ſuffiſante pour montrer que Newton poſſédoit alors les premiers principes de cette méthode, mais trop obſcure pour en donner l'intelligence au lecteur. Et ce qui rend cette conjecture très-vrai-ſemblable, c'eſt qu'Oldenbourg, Secrétaire de la Société Royale, envoyant (10 Juillet 1673) à Sluze, un exemplaire de la méthode de celui-ci pour les tangentes qu'on avoit imprimée à Londres, raporte un fragment de lettre de Newton, où après avoir dit que cette méthode apartient bien véritablement à Sluze, Newton pourſuit ainſi: *quant aux méthodes* (il entend celle de Sluze & la ſiene propre), *elles ſont les mêmes, quoique je les croie tirées de principes différens. Je ne ſai cependant ſi les principes de M. Sluze ſont auſſi féconds que les miens, qui s'étendent aux équations affectées de termes irrationels, ſans qu'il ſoit néceſſaire d'en changer la forme.* Auroit-il parlé avec tant de réſerve, & n'auroit-il pas dit nétement que la méthode de Sluze, & celle des fluxions, étoient différentes, s'il avoit poſſédé la derniere dans un degré auſſi parfait qu'on l'a prétendu depuis. La modeſtie peut-elle conſiſter à cacher la vérité?

Quoi qu'il en ſoit, Léibnitz n'a pas eu communication de ces deux écrits de Newton, ou il n'en a tiré aucune lumiere, avant que d'avoir trouvé ſon calcul différentiel : c'eſt un point important que les défenſeurs de Léibnitz n'ont pas aſſez diſcuté juſqu'ici, & dont je donnerai bientôt la preuve démonſtrative.

Léibnitz vint en France, en 1672, au ſortir des univerſités d'Allemagne, où il s'étoit principalement occupé du droit & de l'hiſtoire : il étoit néanmoins déja initié aux Mathématiques, puiſqu'en 1666, il avoit publié un petit Livre ſur quelques propriétés des nombres. Il paſſa à Londres, au commencement de 1673; il y vit Oldenbourg, & ils lierent enſemble un commerce de lettres. Dans une de ces lettres, écrite de Londres même à Oldenbourg, Léibnitz expoſe qu'ayant trouvé une maniere de ſommer certaines ſuites par le moyen de leurs différences, on lui avoit montré cette méthode déja imprimée dans un Livre de Mouton, Chanoine de S. Paul de Lyon, ſur les diametres du ſoleil & de la lune; qu'alors il imagina une autre maniere qu'il explique, de former les différences, & d'en conclure les ſommes des ſuites : qu'il eſt en état de ſommer une ſuite de fractions, dont les numérateurs ſont l'unité, & dont les dénominateurs ſont, ou les termes de la ſuite des nombres naturels, ou ceux de la ſuite des nombres triangulaires, *&c.* Toutes ces recherches ſont ingénieuſes, & ſemblent avoir un raport, au moins éloigné, au calcul des différences.

Après quelques mois de ſéjour à Londres, Léibnitz revint à Paris, où il ſe lia d'amitié avec Huguens, qui lui ouvrit le ſanctuaire de la plus profonde Géométrie. Il trouva bientôt la ſuite, qui donne, pour la quadrature du cercle, une expreſſion analogue à celle que Mercator avoit donnée pour la quadrature de l'hyperbole. Il la communiqua à Huguens, qui en fit de grands éloges, & à Oldenbourg, qui lui répondit que Newton avoit déja trouvé des choſes ſemblables, non ſeulement pour le cercle, mais encore pour toutes ſortes de courbes, & qui en envoya des eſſais. En effet, la théorie des ſuites étoit très-avancée dès ce temps-là en Angleterre; & quoique Léibnitz y eut pénétré fort avant de ſon côté, il a toujours néanmoins reconu que les Anglois, & principalement Newton, l'avoient précédé & ſurpaſſé dans cette branche de l'analyſe : mais elle n'eſt pas le calcul différentiel, & les Anglois ont montré une partialité trop évidente, en cherchant à lier enſemble ces deux objets.

Écoutons & peſons l'hiſtoire que Léibnitz fait de ſa découverte du calcul différentiel. Il raconte que joignant ſes ancienes remarques ſur les différences des nombres, à ſes nouveles méditations de Géométrie, il trouva ce calcul vers l'année 1676; qu'il en fit de merveilleuſes applications à la Géométrie; qu'étant obligé, en ce même temps, de retourner à Hanover, il ne put ſuivre entiérement le fil de ſes méditations; que cherchant néanmoins à *faire valoir* ſa nouvele découverte, il paſſa par l'Angleterre & par la Hollande; qu'il reſta quelques jours à Londres, où il fit connoiſſance avec Collins, qui lui montra pluſieurs lettres de Grégori, de Newton, & d'autres Mathématiciens, leſquelles rouloient principalement ſur les Séries. D'après cet expoſé, il ſembleroit que Léibnitz, voulant répandre *ſa nouvele découverte*, auroit dès-lors fait connoître le calcul différentiel en Angleterre. Ajoutons que, dans une lettre de Collins à Newton, du 5 Mars $167\frac{8}{7}$, il eſt dit que Léibnitz ayant paſſé une ſemaine à Londres, au mois d'Octobre 1676, *avoit remis à Collins quelques écrits* (*a*), dont Newton recevroit inceſſament des extraits ou des copies. Collins ne déſigne point la nature de ce *écrits*, & on n'en trouve aucun veſtige dans le *commercium epiſtolicum*. Mais ſi le récit de Léibnitz eſt fidele, ou ſi ſa mémoire ne l'a pas trompé, quand il a dit qu'il poſſédoit le calcul différentiel avant ce ſecond voyage en Angleterre, il lui ſurvint ſans doute alors quelque raiſon particuliere de tenir encore ſa découverte cachée, contre le projet qu'il avoit formé d'abord de la *faire valoir*; car, dans cette même lettre, Collins en raporte une autre de Léibnitz à Oldenbourg, écrite d'Amſterdam, le $\frac{10}{20}$ Novembre 1676, où Léibnitz propoſe de conſtruire des Tables de formules, tendantes à perfectioner la méthode de Sluze, au lieu d'expliquer, ou, au moins, d'indiquer le calcul différentiel, comme beaucoup plus expéditif & plus commode.

(*a*) Ce paſſage & pluſieurs autres grands morceaux de cette lettre ont été ſupprimés dans le *Commercium Epiſtolicum*. Voyez-la en entier dans les Œuvres de Wallis, *t. III, page 646*.

Digitized by Google

Les Anglois ont donc eu raiſon de dire qu'à ſon paſſage à Londres, en 1676, Léibnitz ne leur a pas appris le calcul différentiel ; mais ils devoient reconoître que la même lettre prouve, avec la derniere évidence, qu'il n'a nnn plus rien appris d'eux ſur ce ſujet. En effet, ſi, comme ils l'ont avancé depuis, on lui eût donné connoiſſance de la méthode des fluxions, ne faudroit-il pas qu'il fût tombé en démence pour oſer propoſer, un mois après, au Secrétaire de la Société Royale, les mnyens de perfectioner la méthode de Sluze en elle-même, ſans parler, le moins du monde, d'une autre méthode beaucoup plus ſimple qu'on venoit de lui enſeigner en Angleterre? Ainſi, de deux choſes l'une: ou Léibnitz ne vit point, au mois d'Octobre 1676, l'ouvrage *de Analyſi per æquationes*, & la lettre de Newton, du 10 Décembre 1672 : ou s'il vit ces deux pieces, il n'en tira aucun ſecours, non plus que les Géometres Anglois, qui avoient eu tout le temps de les méditer. Ses Adverſaires n'ont jamais dit formélement qu'il eût vu l'ouvrage *de Analyſi per æquationes* ; ils ſe ſont contentés d'avancer qu'il avoit vu la lettre du 10 Décembre 1672 ; mais cette lettre eſt ſi vague & ſi obſcure, que leur aſſertion, fût-elle vraie, ne prouve rien contre Léibnitz.

Il n'y a, dans toute cette afaire, que trois pieces véritablement déciſives ; ſavoir, 1°. une lettre de Newton à Oldenbourg, du 24 Octobre 1676 ; lettre communiquée, l'année ſuivante, à Léibnitz. 2°. La réponſe que Léibnitz fit à Oldenbourg, le 21 Juin 1677, relativement à cette lettre. 3°. Le Scholie qui acompagne la propoſition VII du Livre II, *des principes Mathématiques* de Newton, ouvrage publié en 1686.

La lettre de Newton contient, indépendament de différentes recherches ſur les ſuites, qu'il faut ici mettre de côté, pluſieurs Théorêmes qui ont la méthode des fluxions pour baſe ; mais il en cache les démonſtrations ; il ſe contente de dire qu'il les a tirées de la ſolution d'un problême général qu'il énonce énigmatiquement ſous des lettres tranſpoſées, & dont le ſens eſt: *étant donnée une équation qui contiene des quantités fluentes, trouver les fluxions, & réciproquement*. Il eſt évident, par cette lettre, que Newton poſſédnit alors la méthode des fluxions, ou le calcul différentiel.

Léibnitz, dans ſa réponſe, commence par dire qu'il avoit reconu, comme Newton, que la méthode de Sluze pour les tangentes étoit imparfaite. Enſuite il explique celle du calcul différentiel, aſſurant que depuis long-temps, il s'en étoit ſervi pour mener les tangentes des courbes. Il donne ainſi ouvertement la ſolution du problême que Newton avoit propoſé en énigme.

Le Scholie, cité du Livre des *principes*, porte: *dans un commerce de lettres que j'entretenois, il y a dix ans* (a), *avec le très-ſavant Géometre M. Léibnitz, ayant mandé que je poſſédois une méthode pour déterminer les* maxima & *les* minima, *mener les tangentes, & faire autres choſes ſemblables, laquelle réuſſiſſoit également dans les quantités rationeles & dans les quantités radicales, & ayant caché cette méthode ſous des lettres tranſpoſées qui ſignifioient*: étant donnée une équation qui contiene un nombre quelconque de quantités fluentes, trouver les fluxions, & réciproquement : *cet homme célebre répondit qu'il avoit trouvé une méthode ſemblable, & il me communiqua ſa méthode qui ne différoit de la miene que dans l'énoncé & la notation*. L'édition de 1714 ajoute, *& dans l'idée de la génération des quantités*.

Il eſt conſtant, par ces trois pieces, que Newton ſemble avoir trouvé le premier la méthode des fluxions, mais que Léibnitz l'a trouvée également de ſon côté, ſans rien emprunter de Newton. Ces deux grands hommes ſont arivés, par la force de leurs génies, au même but, par des chemins différens : l'un, en regardant les fluxions comme de ſimples raports de quantités qui naiſſent ou s'évanouiſſent au même inſtant ; l'autre, en conſidérant que dans une ſuite de quantités qui croiſſent ou décroiſſent, la différence entre deux termes conſécutifs peut devenir infiniment petite, c'eſt-à-dire, plus petite que toute grandeur finie déterminable.

Cette opinion, aujourd'hui reçue univerſélement, excepté en Angleterre, a été celle de Newton même, dans un temps où la vérité étoit encore proche de ſa ſource, & où les paſſions ne l'avoient pas altérée. En vain, entraîné dans la ſuite par la flaterie de ſes diſciples,

(a) Par l'entremiſe d'Oldenbourg.

ſciples, a-t-il changé de langage: en vain a-t-il prétendu que la gloire d'une découverte appartenoit toute entiere au premier inventeur, & que les ſeconds inventeurs n'y avoient aucune part; la propoſition a beſoin d'être modifiée: deux hommes, qui ſont chacun une même découverte, ont un droit égal à l'admiration: celui qui la publie le premier, a le premier droit à la reconoiſſance publique.

Le projet de dépouiller Léibnitz, & de le faire regarder comme plagiaire, fut porté ſi loin en Angleterre, qu'on oſa dire, & Newton lui-même n'eut pas honte d'apuier l'objection, que le calcul différentiel de Léibnitz n'étoit autre choſe que la méthode de Barrow. À quoi penſez-vous, répondit Léibnitz, de me faire un pareil reproche? Vous voulez, tout-à-la-fois, que le calcul différentiel ſoit la méthode de Barrow, & que M. Newton en ſoit l'inventeur. Faut-il que la paſſion vous aveugle au point de ne pas ſentir cette contradiction manifeſte? Si le calcul différentiel étoit réellement la méthode de Barrow, (& vous ſavez très-bien qu'il ne l'eſt pas), qui mériteroit plus juſtement d'être appelé plagiaire, ou de M. Newton qui a été le diſciple, l'ami de Barrow, qui a été à portée de puiſer dans la converſation des vues que Barrow n'a pas miſes dans ſes livres: ou de moi, qui n'ai pu connoître que les livres, & qui n'ai jamais eu de relations avec l'Auteur?

Jean Bernoulli, qui avoit appris conjointement avec ſon Frere, l'Analyſe infinitéſimale dans les écrits de Léibnitz, oppoſa au *commercium epiſtolicum*, une lettre où il mit en avant, que Newton n'avoit pas d'abord ſongé à ſon calcul des fluxions, ou qu'il ne l'avoit réduit à des opérations analytiques générales en forme d'algorithme, qu'après que le calcul différentiel étoit déja répandu dans tous les Journaux de Hollande & d'Allemagne. Les raiſons qu'il en donne ſont, 1°. que dans le *commercium epiſtolicum*, on ne voit pas que Newton ait jamais employé les lettres pointées, pour déſigner les fluxions. 2°. Que dans le Livre des *principes*, où l'Auteur avoit ſi ſouvent occaſion d'employer ce calcul, & d'en donner l'algorithme, il ne l'a point fait; qu'il procede par-tout par les lignes & les figures, ſans aucune analyſe déterminée, & ſeulement à la maniere de Huguens, Roberval, Cavalleri, &c. 3°. Que les lettres pointées n'ont commencé à paroître que dans le troiſieme volume des œuvres de Wallis, pluſieurs années après que le calcul différentiel étoit connu par-tout. 4°. Que la vraie méthode de différentier les différences, ou de prendre les fluxions des fluxions, étoit ignorée de Newton, puiſque dans ſon Traité *des quadratures des courbes*, publié en en 1706, il donne, pour trouver les différentielles de tous les ordres, une regle qui eſt fauſſe, excepté dans le ſeul cas des premieres différences.

À cette lettre, on répondit que la notation ne conſtituoit pas la méthode; que les principes du calcul des fluxions étoient contenus dans les lettres & dans le grand ouvrage de Newton; que la regle du Traité *des quadratures*, pour trouver les fluxions de tous les ordres, étoit vraie en ſupprimant les dénominateurs, & donnoit par conſéquent des quantités *proportioneles* aux véritables fluxions. Les partiſans de Léibnitz répliquerent que les avantages d'une méthode analytique tienent en grande partie à la ſimplicité de l'algorithme; que la caractériſtique de Léibnitz avoit déja fait faire des progrès conſidérables à la nouvele Analyſe, dans un temps où preſque perſone n'entendoit le Livre de Newton; & qu'enfin la regle donnée par Newton, pour trouver les fluxions de tous les ordres, prouve qu'il ne poſſédoit pas, même en 1706, la nouvele Analyſe; avec autant d'évidence & de ſûreté, que les Géometres de l'École de Léibnitz.

La queſtion étoit ainſi dégénérée en diſputes, qui ne faiſoient que l'embrouiller & l'obſcurcir. Elle parut terminée par la mort de Léibnitz, qui ariva en 1716. Les Anglois pourſuivant l'ombre de ce grand Homme, publierent en 1726 une édition du Livre des *principes*, où l'on ſupprima le ſcholie qui concernoit Léibnitz. C'étoit avouer ſa découverte d'une maniere bien authentique & bien mal-adroite. Ne devoient-ils pas ſentir que l'on attribueroit à une prévention nationale, ou peut-être à un ſentiment encore plus injuſte, le deſſein chimérique d'anéantir l'hommage qu'une noble émulation avoit autreſois rendu à la vérité?

Il s'eſt trouvé dans les temps poſtérieurs, des Géometres qui, ſans prendre un parti déciſif entre Newton & Léibnitz, ont objecté au dernier que la métaphyſique de ſa méthode étoit obſcure ou même défectueuſe; qu'il n'y a point de quantités infiniment petites, & qu'il reſte des doutes ſur l'exactitude d'une méthode

où ces quantités ſont introduites. Mais Léibnitz peut répondre : je n'ai propoſé l'exiſtence des quantités infiniment petites, que comme une ſimple hypotheſe qui ſert à abréger le calcul & les raiſonemens ſur lequel il eſt fondé ; je n'ai pas beſoin qu'il y ait des quantités infiniment petites à la rigueur ; il me ſuffit, comme je l'ai imprimé dans pluſieurs ouvrages, que mes *différences* ſoient moindres que toute quantité *finie* que vous voudrez aſſigner, & que par conſéquent l'erreur qui peut réſulter de ma ſuppoſition, ſoit au deſſous de toute erreur déterminable, c'eſt-à-dire, abſolument nulle. La maniere dont Archimede trouve la proportion de la ſphere au cylindre, a pour baſe des principes ſemblables. M. de Fontenelle, qui étoit d'ailleurs bien intentioné pour moi, a eu tort de ſe contenter de dire, à la tête de ſa *Géométrie de l'infini*, qu'après avoir admis d'abord les infiniment petits, je m'étois relâché dans la ſuite, juſqu'au point de réduire les infiniment petits de différens ordres, à n'être que des *incomparables*, dans le ſens qu'un grain de ſâble ſeroit incomparable au globe de la terre : il devoit ajouter que cette comparaiſon ne me ſert qu'à préſenter une idée ſenſible & groſſiere des mes différences à l'imagination de certains lecteurs, & que, dans le Mémoire (*a*) auquel il fait alluſion, je finis par remarquer expreſſément, qu'au lieu de l'infini ou de l'infiniment petit, il faut prendre des quantités auſſi grandes ou auſſi petites qu'il eſt néceſſaire, pour que l'erreur ſoit moindre que toute erreur donnée. La métaphyſique de mon calcul eſt donc entiérement conforme à celle de la méthode d'*exhauſtion* des anciens, dont jamais perſone n'a révoqué la certitude en doute. Et, quoi qu'on ait voulu dire, mon rival n'a réellement, à cet égard, aucun avantage ſur moi.

Enfin, on a dit que Newton avoit pouſſé plus loin que Léibnitz, les applications de la nouvele Analyſe à de grands objets, & que cet avantage forme un préjugé pour faire regarder le premier comme le véritable inventeur. Ce raiſonement demande une explication.

Il n'a peut être pas exiſté d'homme plus doué que Newton, de cette intelligence & de cette vigueur de tête, capables de ſoutenir une longue méditation, de concevoir & d'exécuter un vaſte plan. La preuve en eſt dans ſon Livre des *principes*, l'un des plus beaux monumens de l'eſprit humain, par la variété, l'enchaînement & l'importance des matieres qui y ſont traitées. Léibnitz n'a point donné de Livre ſemblable. Trop emporté par la vivacité de ſon génie, & par la multitude de ſes occupations, de ſes voyages & de ſes correſpondances avec la plupart des Savans de ſon temps, il ne pouvoit s'aſtreindre à creuſer long-temps un même ſujet, ni à pourſuivre en détail toutes les conſéquences d'un grand principe. Mais le recueil de ſes ouvrages, & ſon *commerce épiſtolaire* avec Jean Bernoulli, portent le plus haut caractere de l'invention. Il ſeme par-tout des idées neuves & des germes de Théories, dont le dévelopement produiroit quelquefois des traités entiers. S'il n'a pas égalé Newton du côté de la profondeur, il paroît le ſurpaſſer par cette pénétration rapide & cette pointe d'eſprit, qui vont ſaiſir dans une matiere, les queſtions les plus ſubtiles & les plus piquantes. L'un a laiſſé une plus grande maſſe de vérités Géométriques ; l'autre a plus accéléré, en ſon temps, les progrès de la Science, par la notation ſimple & commode de ſon calcul, les applications nombreuſes qu'il èn fit lui-même, ou qu'il mit les Savans à portée d'en faire, les encouragemens qu'il leur donnoit, & les routes nouveles qu'il ouvroit continuélement à leurs méditations.

La diſpute dont je viens de rendre compte ne fut pas bornée au ſeul genre polémique : elle aluma heureuſement entre les Anglois & les partiſans de Léibnitz, une guerre de problêmes, dont la Géométrie retira pluſieurs avantages conſidérables. On en étoit venu à s'accuſer de part & d'autre de ne pas bien entendre la nouvele analyſe. Léibnitz, *pour táter le pouls aux Anglois*, comme il diſoit, leur fit propoſer peu de temps avant ſa mort (*b*), le fameux problême des trajectoires orthogonales, ou la recherche des courbes qui coupent ſous un angle donné une ſuite de courbes de la même eſpece, comme toutes les hyperboles d'un même ſommet & d'un même centre. Cet exemple des hyperboles étoit indiqué pour fixer clairement l'état de la queſtion ; car il n'étoit pas d'ailleurs bien difficile à réſoudre ; &

(*a*) Voyez *Leibnitii opera*, tome III, pag. 370.
(*b*) An. 1715.

Digitized by Google

le jeune Nicolas Bernoulli, fils de Jean, en donna une ſolution fort élégante. Mais Léibnitz exigeoit une méthode générale, d'où l'on pût tirer, dans chaque cas particulier, la conſtruction de la trajectoire, du moins en ſuppoſant la quadrature des courbes. Newton ayant vu cet énoncé, indique tout de ſuite une ſolution fondée ſur ces principes : que la nature des courbes coupées donnoit les tangentes aux points d'interſection ; que les angles d'interſection donnoient les perpendiculaires ; que les perpendiculaires donnoient le centre de courbure, ou le rayon oſculateur, d'où l'on pouvoit toujours ariver à l'équation différentiele de la trajectoire. Quant à l'intégration de cette équation, il la renvoyoit au calcul intégral, prétendant qu'elle ne faiſoit plus partie du problême. Mais Jean Bernoulli, chargé de la cauſe de Léibnitz qui venoit de mourir (*a*), le moqua hautement de ce projet de ſolution : il ſoutint que rien n'étoit plus facile que de parvenir à l'équation de la trajectoire ; qu'on avoit même traité depuis long-temps avec ſuccès pluſieurs cas particuliers de ce problême ; que la grande difficulté étoit d'aſſigner, en général, les cas où l'équation de la trajectoire étoit intégrale, & de réduire l'intégration à la quadrature des courbes. La diſpute s'échauffant de plus en plus, eut de longues ſuites. On voyoit (*b*), d'un côté, les Diſciples de Newton (car il ne paroiſſoit plus dans la lice), & de l'autre, Jean Bernoulli leur faiſant tête, & ſoutenant ſeul ſur un pont, comme Horatius Cochles, tout l'éfort de l'armée Angloiſe, ſuivant l'ingénieuſe comparaiſon de Fontenelle.

Du problême des trajectoires orthogonales, on paſſa (*c*) à celui des trajectoires réciproques ou des courbes qui ſe coupent mutuélement ſous un angle donné. Toutes ces recherches tenoient à des principes ſemblables. Elles demandoient une Géométrie très-délicate & très-profonde. Jean Bernoulli y déploya toutes les reſſources de l'art & du génie. Il avoit entre les mains un inſtrument qu'il manioit avec dextérité : la méthode de différentier *de curva in curvam*.

Parmi les combatans Anglois, on diſtingua principalement Taylor (*d*) qui réſolut la plupart des problêmes de l'ennemi commun. Avant ce temps-là, il avoit publié un ouvrage célebre, intitulé : *Methodus incrementorum directa & inverſa*. C'eſt-là qu'on trouve les premiers eſſais de la nouvele analyſe appliquée aux différences finies : eſſais préſentés d'une maniere très-obſcure, & que Nicole (*e*) eut le mérite de développer clairement, & de pouſſer plus loin (*f*). Taylor a donné, dans ce même ouvrage, la premiere ſolution du problême des cordes vibrantes, en ſuppoſant que tous les points de la corde arivent en même temps à l'axe. Nous verrons ce qu'on a ajouté depuis à cette Théorie.

Keil ne fut pas auſſi heureux. Il oſa (*g*), pour ſa propre honte, provoquer Jean Bernoulli ſur un autre ſujet. Newton avoit déterminé, dans le livre *des Principes*, la courbe que décrit un projectile dans un milieu réſiſtant comme la ſimple viteſſe ; mais il n'avoit pas touché au cas, beaucoup plus difficile, où le milieu réſiſte comme le carré de la viteſſe. Keil propoſa ce cas à Jean Bernoulli, qui non ſeulement le réſolut en très-peu de temps, mais qui étendit la ſolution à l'hypotheſe générale où la réſiſtance du milieu ſeroit comme une puiſſance quelconque de la viteſſe du mobile. Quand cette Théorie fut trouvée, l'Auteur offrit, à différentes repriſes, de l'envoyer à un homme de confiance à Londres, ſous la condition que Keil remettroit auſſi ſa ſolution. Mais Keil, vainement interpellé, garda un profond ſilence : la raiſon en étoit facile à deviner ; il n'avoit pas réſolu ſon problême : en le propoſant, il s'étoit atendu que perſone ne trouveroit ce qui avoit échapé à la ſagacité de Newton. Il ſe trompa dans ſa conjecture ; & ſon défi, plus qu'indiſcret, lui attira de la part du Géometre de Bâle, une reprimande d'autant plus humiliante, que le ſeul moyen ſolide d'y répondre étoit de réſoudre le problême, & que Keil ne put trouver ce moyen, ni dans ſes propres forces, ni dans les ſecours de ſes amis. Le triomphe de Jean Bernoulli fut complet. Dans l'ivreſſe de ſa vi-

(*a*) An. 1716. (*b*) An. 1717, 1718.
(*c*) An. 1721.
(*d*) Taylor, né en 1690, mort en 1734.
(*e*) Nicole, né en 1683, mort en 1758.
(*f*) Mém. de l'Acad. 1717, 1721, 1724, 1727.
(*g*) An. 1717.

étoire, il ſe permit, contre ſes rivaux, des ſarcaſmes & des plaiſanteries qui n'étoient pas de bon goût, mais pardonables ſans doute au caractere franc & loyal d'un homme ataqué inſidieuſement, ayant à venger ſes propres outrages & ceux d'un illuſtre ami dont il pleuroit encore la perte.

Toutes ces diſcuſſions ſcientifiques, mal-gré l'aigreur qu'y mêloient les paſſions humaines, échaufoient les eſprits, & formoient de tous côtés des proſélytes à la Géométrie. L'École de Bâle avoit déja produit, ſous Jacques Bernoulli, pluſieurs hommes célebres dans les Sciences, entr'autres Herman (*a*), Auteur d'un excellent Traité de *Phoronomie*, & Nicolas Bernoulli (*b*), neveu, profond dans l'analyſe des jeux de hazard, & le premier qui ait donné la fameuſe équation de condition, d'où dépend la réalité de l'équation aux différences partieles entre trois grandeurs variables. De nouveaux Éleves, excités par les leçons de Jean Bernoulli, & ſur-tout par le ſpectacle de ſes combats avec les Anglois, ſe montrerent dignes d'un tel maître. Son fils aîné, Nicolas (*c*), s'élevoit rapidement aux régions ſupérieures de la Géométrie, quand la mort vint le fraper à l'âge de 27 ans. Il eut, dans ſon frere Daniel Bernoulli (*d*) & dans Euler (*e*) leur compatriote, des rivaux, qui, nés avec un génie égal au ſien, mais ayant vécu plus long-temps, ont fait auſſi de plus grands pas dans la même carriere. En Italie, Gabriel Manfrédi (*f*) avoit publié, dès l'année 1707 un ſavant ouvrage ſur l'analyſe des courbes & des équations différentieles : ouvrage où, par la ſeule conformité des eſprits & de la doctrine, l'Auteur s'étoit rencontré avec Jean Bernoulli dans la Théorie générale des équations différentieles homogenes.

Rien n'a plus contribué à augmenter le nombre & l'émulation des ſavans, que l'établiſſement des Académies dans les principales villes de l'Europe. On connoît les riches collections de Mémoires publiés par ces illuſtres Compagnies : ſouvent encore leurs membres ont donné ſéparément des ouvrages conſidérables. La nouvele Géométrie a été appliquée à toutes les autres parties des Mathématiques ; & toutes l'ont forcée de ſe perfectioner elle-même, en offrant ſans ceſſe des problêmes qui finiſſent par ſe réduire à de pures queſtions d'Analyſe.

Méchanique.

Nous trouvons d'abord, dans la Méchanique, une preuve ſenſible de cette dépendance mutuele. Il n'y a point de Science à qui le ſecours d'une profonde Géométrie ſoit plus néceſſaire qu'à la Théorie générale de l'équilibre & des mouvemens variés. On en avoit déja vu pluſieurs exemples ; & cette ſource étoit loin de tarir.

Emportés par le plaiſir de réſoudre de nouveaux problêmes, les Géometres s'étoient peu atachés à examiner ſi les principes de la Méchanique avoient l'évidence néceſſaire pour ſervir de baſe à un ſyſtême de connoiſſances véritablement ſcientifiques. M. Daniel Bernoulli entreprit (*g*) cet examen : il éclaircit quelques propoſitions ; il en démontre rigoureuſement d'autres qui en avoient beſoin : telle eſt, en particulier, celle de la compoſition & décompoſition des forces qui vont concourir en un point. Quand il eut ainſi aſſuré ſa marche, il voulut (*h*) à ſon tour, réſoudre des problêmes de Méchanique. Je citerai d'abord celui des *chaînetes*, conſidéré généralement, c'eſt-à-dire, en ſuppoſant le fil ſoumis à l'action de puiſſances quelconques ; & celui de la courbure que doit prendre une lame élaſtique, en ayant égard à ſa peſanteur que l'on n'avoit pas encore fait entrer dans le calcul. M. Euler, qui traita de ſon côté les mêmes queſtions, parvint à des réſultats ſemblables.

La découverte que Huguens avoit faite du *tautochroniſme* de la cycloïde, dans l'hypotheſe du vide & de la gravité ordinaire, excita la curioſité des Géometres à chercher les courbes tautochrones pour d'autres hypotheſes. Newton fit voir (*i*) que la cycloïde eſt encore la courbe tautochrone, lorſque le corps toujours peſant à l'ordinaire, éprouve de la part du

(*a*) Herman, né en 1680, mort en 1734.
(*b*) Nicolas Bernoulli, né en 1681, mort en 1760.
(*c*) Nicolas Bernoulli, né en 1699, mort en 1726.
(*d*) Daniel Bernoulli, né en 1700, mort en 1782.
(*e*) Euler, né en 1707, mort en 1781.
(*f*) Gabriel Manfrédi, né en 1681, mort en 1761.
(*g*) An. 1736. (*h*) An. 1738. (*i*) An. 1686.

Digitized by Google

milieu où il ſe meut, une réſiſtance proportionele à ſa ſimple viteſſe : réſultat curieux & remarquable. Mais on déſirnit en vain depuis long-temps de connoître la tautochrone pour un milieu réſiſtant cnmme le carré de la viteſſe. M. Euler & M. Jean Bernnulli réſolurent (*a*) ce problême à peu près dans le même temps. En 1734, M. Fnntaine (*b*) donna, ſur ce ſujet, une nouvele méthode plus générale, & d'un tour vraiment original : nù faiſant varier les lignes de deux manieres, l'une relative à la différence entre deux arcs finis conſécutifs, l'autre au mouvement le long de l'un de ces arcs, il parvient à une équatinn d'nù l'nn tire ſans peine tnus les cas cnnnus, tandis qu'auparavant chacun d'eux exigeoit une ſnlution particuliere. Il trouva de plus que la tautochrone eſt la même quand le milieu réſiſte comme le carré de la viteſſe, & quand il réſiſte comme le carré de la viteſſe plus le produit de la viteſſe par un coëfficient conſtant : Thénrême non moins ſingulier que celui de Newtnn.

Dans tous les mouvemens de rotatinn, nn avnit toujours regardé l'axe cnmme fixe. M. Daniel Bernoulli étendit les lnix de la Méchanique à des problêmes où l'axe lui-même eſt mobile : tel eſt celui des nſcillatinns d'une chaîne ſuſpendue verticalement, qu'il réſolut (*c*), en conſidérant cette chaîne comme l'aſſemblage d'une infinité de petits poids mobiles à charniere, & en ſuppoſant qu'ayant été d'abord un peu détournée de la ligne verticale, puis abandonée à elle-même, tnus ſes points arivent à la verticale dans le même temps. M. Euler, invité par M. Bernoulli à chercher auſſi la ſolution de ce problême, la trouva également. Ces deux grands Génmetres ſe cnmmuniqunient volnntiers & ſans myſtere les nbjets de leurs méditatinns, & ſouvent ils ont traité les mêmes ſujets. L'étroite amitié qu'ils avnient liée enſemble, dans leur jeuneſſe ne fut jamais altérée par le temps, ni par de fréquentes diſcuſſinns ſcientifiques où ils n'étoient pas de même avis.

Le problême de la *percuſſion excentrique* les occupa l'un & l'autre (*d*). Il conſiſtnit, en général, à déterminer le mnuvement que dnit prendre un corps frapé ou pouſſé ſuivant une direction quelconque. Les ſolutinns qu'ils en donnerent étnient un ſupplément néceſſaire à la Théorie du choc des corps, où l'on avoit tnujnurs ſuppoſé auparavant que les corps ſe frapoient ſuivant des lignes qui paſſoient par leurs centres de gravité. Mais elles ſuppoſnient elles-mêmes que le cnrps choqué, quelle que ſnit ſa figure, ne prend, nutre le mouvement de translation, qu'un mouvement de rotatinn autnur d'un ſeul axe qui conſerve ſon parallélilme : nn a déterminé, à l'nccaſinn d'un autre problême dnnt nous parlerons plus loin, le mouvement pour un nombre quelconque d'axes, quand le cas a lieu.

Pendant que les deux plus illuſtres Éleves de Jean Bernoulli marchoient d'un ſi grand pas dans la carriere qu'il leur avoit ouverte : lui-même, nonobſtant ſnn âge avancé, conſervnit tout ſon goût & toute ſon activité pour les Sciences. Il étnit infatigable à propoſer & à réſoudre de nouveaux problêmes. On admire, comme une recherche alors très-délicate, ſa méthode pour trouver le *centre ſpontanée* de rotation d'un cnrps qui ſe meut librement en vertu d'une percuſſion excentrique.

À la mort de Paſcal & de Fermat, la France avnit un peu perdu, dans les Sciences, l'équilibre avec les Natinns voiſines ; mais elle a ſu le reprendre & le conſerver, à peu près depuis l'époque du problême des tautochrones dans les milieux réſultans, nù elle remporta un avantage marqué. Bientôt après, M. Clairaut (*e*) & M. d'Alembert (*f*) ſe diſtinguerent par de profnndes recherches de Dynamique. On ſait que les problêmes de cette claſſe nnt pour nbjet les mouvemens de pluſieurs corps qui agiſſent les uns ſur les autres d'une maniere quelconque. Pour les réſoudre, les Géometres ſe fnrmoient, ſuivant les loix de la Méchanique, certaines regles qu'ils combinoient, au beſnin, avec les propriétés du mouvement, déja connues. C'eſt ainſi que Jean Bernoulli emplnyoit le principe des *tenſions* ; M. Euler, celui des *preſſions* ; M. Daniel Bernoulli, la puiſſance virtuele qu'a un ſyſtême de corps de

(*a*) An. 1729.
(*b*) Fontaine, né en 1705, mort en 1771.
(*c*) An. 1732.
(*d*) An. 1717.
(*e*) Clairaut, né en 1713, mort en 1765.
(*f*) D'Alembert, né en 1717, mort en 1783.

ſe rétablir dans ſon premier état, quand il en a été dérangé, *&c.* L'adreſſe étoit enſuite d'y ramener chaque problême particulier, & d'intégrer les équations auxquelles on étoit conduit. M. d'Alembert, remontant aux notions primordiales de l'équilibre & du mouvement, a imaginé un principe général, dont tous les autres ne ſont que des corollaires. Il regarde le mouvement qu'a chacun des corps du ſyſtême, en un inſtant quelconque, comme formé du mouvement qu'il avoit dans l'inſtant précédent, & d'un autre mouvement qu'il a perdu; enſuite, obſervant que la connoiſſance des mouvemens perdus doit mener néceſſairement à celle des mouvemens conſervés, il exprime les conditions de l'équilibre entre les premieres; & par-là il réduit toujours la queſtion à un ſimple problême de ſtatique.

Ce même homme, qui réuniſſoit dans le plus haut degré la Science de l'Analyſe à celle de la Méchanique, généraliſa (*a*) le problême des cordes vibrantes, que Taylor & enſuite d'autres Géometres n'avoient réſolu que dans la ſeule hypotheſe où tous les points de la corde arivent en même temps à l'axe, ſoit parce que cette hypotheſe avoit paru ſuffiſante pour rendre raiſon des principaux phénomenes des ſons muſicaux, ſoit parce qu'on n'avoit pu réuſſir à ſurmonter les difficultés de calcul que l'on rencontre, lorſqu'on s'en écarte. Un Théorême de M. Euler ſur les fonctions aux différences partieles, & de nouveles conſidérations analytiques dont M. d'Alembert ne fut redevable qu'à ſon propre génie, le conduiſirent à une équation de la courbe vibrante, où il entroit deux fonctions variables indéterminées, comme il entre des conſtantes indéterminées dans les intégrations ordinaires. Il ne s'agiſſoit plus que de ſubordoner ces fonctions à l'état initial de la corde; &, dans cette généralité, la ſolution fondée ſur l'hypotheſe de Taylor étoit compriſe comme un cas très-particulier. M. Euler fut frapé de ce nouveau genre d'Analyſe: il donna une ſolution qui reſſemhloit à celle de M. d'Alembert, dans pluſieurs points eſſentiels. M. d'Alembert, craignant ſans doute de partager avec un autre la gloire d'une ſi belle découverte, ne vit dans la ſolution de M. Euler que les traits de reſſemblance avec la ſiene, & ne voulut pas reconoître le mérite qu'elle avoit d'être un peu plus directe, plus analytique & plus facilement applicable à toutes les queſtions de cette eſpece. M. Daniel Bernoulli avoua que tous ces calculs étoient ce que l'Analyſe avoit encore produit de plus abſtrait & de plus épineux; mais en même temps il entreprit de faire voir que la corde vibrante forme toujours, ou une trochoïde ſimple, telle que la Théorie de Taylor la donne, ou un aſſemblage de ces trochoïdes; & que toutes les courbes déterminées par MM. d'Alembert & Euler ne pouvoient être admiſes, & n'étoient réellement applicables à la nature, qu'autant qu'elles étoient réductibles à une pareille forme. Cette diſcuſſion lui donna lieu d'aprofondir la formation phyſique du ſon, que l'on ne connoiſſoit encore que très-imparfaitement; il explique, par exemple, avec toute la néteté poſſible, comment une corde miſe en vibration, ou en général un corps ſonore quelconque, peut rendre à la fois pluſieurs ſons différens, formant un même ſyſtême. Mais, en admirant ſon adreſſe à ſimplifier le ſujet, & à préter l'apui de l'expérience à ſes raiſonemens, les Géometres convienent que ſa ſolution eſt moins générale & moins parfaite que celles de MM. d'Alembert & Euler.

Mal-gré la conformité qui ſe trouvoit entre les principaux réſultats de ces deux derniers, ils eurent enſemble une longue diſpute ſur l'étendue qu'on pouvoit donner aux fonctions arbitraires qui entrent dans l'équation de la corde vibrante. M. d'Alembert vouloit que la courbure initiale de la corde fût aſſujétie à la loi de continuité: M. Euler la croyoit abſolument arbitraire, & introduiſoit dans les calculs les fonctions diſcontinues. D'autres Géometres ont cru que cette diſcontinuité des fonctions pouvoit être admiſe, mais qu'elle devoit être aſſujétie à une loi, & qu'il falloit que trois points conſécutifs de la courbe initiale apartinſſent toujours à une courbe continue. Mais juſqu'ici il ne paroît pas que perſone ait donné des preuves entiérement démonſtratives de ſon opinion: & il ne faut pas s'en étoner. Cette queſtion tient à des idées métaphyſiques; & les problêmes de Méchanique, ou de pure Analyſe, auxquels on a appliqué ce nouveau genre de calcul, n'ont encore fourni aucun

(*a*) An. 1747.

Digitized by Google

moyen de diſcerner celle de ces opinions, qui donnoit des réſultats conformes ou contraires à des vérités déja reconues & avouées univerſélement.

Au problême des cordes vibrantes ſuccéda bientôt une autre queſtion de même genre : celle du mouvement oſcillatoire & réciproque d'une maſſe d'air que l'on a tirée de l'état de repos. M. Euler traita ce nouveau ſujet avec la même généralité que le premier; &, pour vaincre les difficultés de calcul qui y ſont atachées, il déploya toutes les forces, toutes les reſſources du génie analytique. M. Daniel Bernoulli trouva le moyen d'éluder la plupart de ces difficultés, en ſe bornant à diſcuter, avec ſa pénétration & ſon adreſſe ordinaires, les hypotheſes les plus conformes à l'expérience : il parvint ainſi à établir une très-belle Théorie Phyſique & Mathématique des ſons produits par les tuyaux d'orgue. Si je ne m'étois impoſé ſilence ſur les découvertes des hommes vivans, j'aurois commencé par citer, au ſujet du problême de la propagation du ſon, un Géometre dont l'Italie & l'Allemagne s'honorent, l'une pour lui avoir donné la naiſſance, l'autre parce qu'il eſt à la tête de ſa plus célebre Académie.

Hydrodynamique.

Les progrès de l'Hydrodynamique ont été plus lents que ceux de la Méchanique des ſolides. Avant M. Daniel Bernoulli, on ne ſavoit déterminer avec exactitude l'écoulement des fluides par des orifices, que dans le ſeul cas où ces orifices pouvoient être regardés comme infiniment petits : car je ne crois pas devoir parler de la Théorie générale que Newton entreprit de donner ſur ce ſujet, parce qu'il y emploie des ſuppoſitions précaires & même incompatibles avec les loix de l'Hydroſtatique. M. Bernoulli s'apuie ſur l'expérience (*a*) : il ſuppoſe ſimplement que la ſurface d'un fluide qui ſort d'un vaſe par un orifice de grandeur quelconque, demeure toujours de niveau, & que tous les points d'une même tranche s'abaiſſent verticalement avec des viteſſes égales : il applique à cette hypotheſe le principe de la conſervation des forces vives, & parvient à des formules remarquables par l'élégance du calcul & la ſimplicité des réſultats. Jamais l'eſprit d'invention, la Géométrie & la Phyſique n'ont été réunis plus avantageuſement.

MM. Maclaurin & Jean Bernoulli traiterent (*b*) les mêmes queſtions, au moins les principales, mais en employant d'autres méthodes. Le choix de ces méthodes étoit fondé ſur des motifs bien différens. Maclaurin plaçoit le principe de la conſervation des forces vives au nombre des vérités ſecondaires, & ne croyoit pas qu'on pût le prendre pour baſe d'une ſolution : au contraire, Jean Bernoulli l'avoit toujours regardé comme une loi fondamentale de la Méchanique, & il s'en étoit ſervi pour réſoudre un grand nombre de problêmes ; mais, devenu un peu jaloux de ſon fils depuis que l'Académie des Sciences avoit partagé entr'eux le prix de l'année 1734, il prétendit que ce principe étoit indirect dans la queſtion du mouvement des fluides.

Celui de M. d'Alembert ne craignoit aucun reproche ; & l'Auteur, après l'avoir appliqué aux plus difficiles problêmes de Dynamique, en montra également l'uſage pour déterminer le mouvement des fluides. Il fait les mêmes ſuppoſitions que M. Daniel Bernoulli, & il parvient aux mêmes réſultats, de la maniere la plus ſimple & la plus directe. Sa méthode a l'avantage d'embraſſer tous les cas, au lieu que la loi de la conſervation des forces vives ſoufre une reſtriction, lorſque la viteſſe change bruſquement d'un inſtant à l'autre, ou quand il y a une percuſſion de corps durs.

Les calculs de tous ces grands Géometres étant fondés ſur l'hypotheſe du paralléliſme des tranches, laiſſoient encore un petit ſcrupule ſur la parfaite exactitude des réſultats, parce que cette hypotheſe n'a pas lieu en rigueur, & qu'elle ne peut même être admiſe en certains cas. M. d'Alembert donna (*c*) une nouvele ſolution, où il ne ſuppoſoit autre choſe, ſinon que les particules demeurent toujours contiguës les unes aux autres, & qu'une petite maſſe élémentaire, de figure quelconque, en paſſant d'un endroit à l'autre, conſerve le même volume lorſque le fluide eſt incompreſſible, ou change de volume ſuivant une loi donnée lorſque le fluide eſt élaſtique. D'après ce principe conforme à la nature des fluides, les nouveles é-

(*a*) An. 1738. (*b*) An. 1742. (*c*) An. 1752.

quations de M. d'Alembert ſont plus générales & plus rigoureuſes que les premieres ; mais il n'a fait, pour ainſi dire, que les indiquer, ſans pouſſer l'Analyſe auſſi loin qu'il étoit néceſſaire pour former des réſultats précis & ſatisfaiſans. M. Euler a traité (*a*) la matiere ſous le même point de vue, mais avec plus de clarté & d'étendue. Le recueil des Mémoires qu'il a donnés ſur ce ſujet, formeroit le Traité Théorique le plus complet qui ait encore paru de l'équilibre & du mouvement des fluides.

Ceux qui déſiroient qu'on rendît l'Hydrodynamique utile à la ſociété, & qui ſentoient l'impoſſibilité d'appliquer à cette fin un ſyſtême de formules compliquées, invitoient depuis long-temps les Géometres à faire une ſuite d'expériences en grand ſur le mouvement des fluides, à diſcuter ſoigneuſement ces expériences, & à les comparer avec la Théorie. Ce travail long & pénible a été entrepris: on me diſpenſera d'en parler.

Figure de la terre par les obſervations.

Il ſemble que l'expérience de Richer à Cayenne, & les raiſonemens théoriques de Huguens & Newton ne permettoient plus de douter que la terre fût un ſphéroïde aplati vers les poles. Cependant les meſures que MM. Caſſini avoient priſes, en divers temps des degrés du méridien dans toute l'étendue de la France, avoient rendu la queſtion comme problématique: car, ſelon ces meſures, la longueur du degré terreſtre augmentoit en allant du nord de la France au midi, ce qui ſuppoſeroit que la terre, au lieu d'être un ſphéroïde aplati, ſeroit au contraire un ſphéroïde alongé. A ce réſultat, les Géometres convaincus de l'aplatiſſement de la terre, oppoſoient que les opérations de MM. Caſſini n'étoient pas ſuffiſantes pour réſoudre le problême, que ces opérations avoient été faites en des lieux trop voiſins les uns des autres, & qu'il n'étoit pas poſſible de connoître les quantités préciſes des petites différences qui ſe trouvoient entre les degrés meſurés, ni même le ſens dans lequel elles avoient lieu. On ne pouvoit donc ſortir de cette incertitude, qu'en meſurant les degrés du méridien en des endroits dont les latitudes fuſſent très-différentes. La France envoya (*b*), pour cet effet, des Académiciens en Lapponie & au Pérou: la premiere troupe étoit compoſée de MM. de Maupertuis (*c*), Clairaut, Camus (*d*) & le Monnier, auxquels ſe joignirent M. l'Abbé Outhier, Chanoine de Baïeux, & M. Celſius, Profeſſeur d'Aſtronomie à Upſal ; la ſeconde, de MM. Godin (*e*), Bouguer (*f*), & la Condamine (*g*), acompagnés de M. de Juſſieu, Botaniſte, & de deux Officiers Eſpagnols, Dom *Antonio* de *Ulloa*, & Dom *Georges Juan*. On trouva que la longueur d'un degré du méridien, au cercle polaire, étoit de 57438 toiſes, & que celle du premier degré de latitude étoit de 56753 toiſes. Ainſi, voilà une différence très-ſenſible entre deux degrés terreſtres du méridien, meſurés à de très-grandes diſtances l'un de l'autre. Il réſulte de cette différence que les degrés terreſtres du méridien vont en diminuant du pole à l'équateur, & que par conſéquent la terre eſt un ſphéroïde aplati vers les poles. Cette conſéquence ſe trouve également par la comparaiſon de chacun des degrés meſurés au nord & au midi avec le degré moyen déterminé par MM. Picard & Caſſini. C'eſt ainſi que la France a eu ſucceſſivement la gloire d'indiquer d'abord, & puis de démontrer ſans réplique l'aplatiſſement de la terre.

Mais il ne ſuffiſoit pas de ſavoir que la terre eſt aplatie: il falloit encore trouver ſon axe, & le diametre de l'équateur: M. de Maupertuis détermina (*b*) ces deux lignes par le moyen des longueurs de deux degrés du méridien, en conſidérant la terre comme un ſphéroïde elliptique.

De tous les Académiciens qui ont eu part aux expéditions du nord & du Pérou, il n'en reſte qu'un ſeul: célebre par d'excellens ouvrages, cher à ſa famille & à ſes amis par de ſolides vertus.

Figure

(*a*) An. 1755. (*b*) An. 1755.
(*c*) Maupertuis, né en 1698, mort en 1759.
(*d*) Camus, né en 1699, mort en 1768.
(*e*) Godin, né en 1704, mort en 1760.
(*f*) Bouguer, né en 1698, mort en 1758.
(*g*) La Condamine, né en 1701, mort en 1774. (*b*) An. 1717.

Figure de la terre par l'Hydroſtatique.

La recherche de la figure de la terre, par la voie de la théorie, préſentoit des difficultés, ſoit pour le choix des vrais élémens de la queſtion, ſoit pour la maniere de les employer. Huguens étoit parti de ce principe, que la gravité primitive, ſuppoſée conſtante & dirigée au centre, étant modifiée par l'action de la force centrifuge, il en doit réſulter une peſanteur actuele dirigée perpendiculairement à tous les points de la ſurface de la terre: Newton, de celui-ci, que la gravité primitive, conſidérée comme formée de toutes les attractions des parties de matiere dont le ſphéroïde terreſtre eſt compoſé, doit ſe combiner avec la force centrifuge, de telle maniere que le poids d'une colonne centrale équatoriene, & celui d'une colonne centrale polaire, ſoient égaux entr'eux, ſans s'embaraſſer d'ailleurs ſi la direction de la peſanteur actuele eſt perpendiculaire ou non à la ſurface de la terre, & ſans rien prononcer ſur la figure préciſe du méridien. M. de Maupertuis & M. Bouguer, voulant ſavoir (*a*) ſi les deux principes de Huguens & de Newton donnoient la même courbe pour le méridien, trouverent que dans pluſieurs hypotheſes de peſanteur, cette identité n'avoit pas lieu; & ils conclurent que tous deux devoient être obſervés en même temps, pour l'équilibre de la terre à la ſurface & dans l'intérieur. Mais ces hypotheſes n'étoient pas celles de la nature: il falloit trouver directement la figure de la terre, ſuivant la théorie de l'attraction réciproquement proportionele au carré des diſtances; & prouver l'équilibre, par cette loi fondamentale de l'Hydroſtatique, qu'un fluide ne ſauroit demeurer en repos, à moins que chacune de ſes parties ne ſoit également preſſée en toutes ſortes de ſens. La ſolution de Newton étoit inſuffiſante, en ce qu'il n'avoit pas donné l'équation du ſphéroïde terreſtre, & qu'il s'étoit contenté de le regarder tacitement comme elliptique. M. Maclaurin (*b*) eſt le premier qui ait démontré (*c*) en rigueur ce beau Théorême: que toutes les particules de la terre regardée comme fluide, étant ſuppoſées ſoumiſes à l'attraction Newtoniene & à l'action d'une force centrifuge, elle ſera en équilibre; ſi elle a la forme d'un ſphéroïde elliptique homogene, quelque ſoit d'ailleurs le raport des axes. Il étendit cette propoſition au cas où les particules de la terre ſont de plus attirées par le ſoleil & par la lune: il apprit à déterminer l'attraction d'un ſphéroïde elliptique homogene ſur un point placé en un endroit quelconque du prolongement de ſon axe, ou du prolongement d'un diametre de l'équateur. Tous ces problêmes étoient alors de la plus grande difficulté; l'Auteur les réſout par la méthode ſynthétique des anciens, avec une adreſſe & une élégance admirées des Géometres.

Sa théorie n'auroit rien laiſſé à déſirer, ſi elle eût donné pour le raport de l'axe de la terre au diametre de l'équateur une fraction ſenſiblement égale à celle que donnoient les meſures immédiates. Mais les termes de la premiere fraction étoient les nombres 230 & 231; ceux de la ſeconde, les nombres 177 & 178. On voit que la différence méritoit quelque attention. Ne falloit-il pas, pour l'expliquer, abandoner l'hypotheſe de l'homogénéité de la terre? M. Clairaut, intéreſſé perſonélement à l'examen de cette queſtion, comme ayant eu part à la meſure du nord, entreprit de la traiter de nouveau (*d*) en détail ſuivant les principes de l'Hydroſtatique. Il ne ſe borne pas à regarder la terre comme homogene; il la ſuppoſe compoſée de différentes couches fluides ou ſolides; il cherche la loi des denſités de ces couches, & les erreurs qu'il faudroit attribuer aux obſervations, afin que les dimenſions du ſphéroïde terreſtre ſoient à peu près telles que la comparaiſon des meſures le demande. Dans tous ſes calculs de l'attraction des parties de la terre, il regarde le ſphéroïde terreſtre comme elliptique. M. d'Alembert a depuis (*e*) généraliſé davantage la queſtion, en déterminant, ce que perſone n'avoit fait encore, l'attraction pour un ſphéroïde dont l'équation comprend la ſuite des puiſſances du ſinus de la latitude d'un point quelconque. Il a tiré de cet important problême pluſieurs conſéquences relatives à la figure de la terre; & , par une ſuite de réflexions, il a propoſé, en différens temps, un grand nombre de remarques nouveles & utiles ſur les loix générales de l'équilibre des fluides.

(*a*) An. 1734. (*b*) Maclaurin, né en 1698, mort en 1746.
(*c*) An. 1740. (*d*) An. 1741. (*e*) An. 1754.

Digitized by Google

Application de l'Hydrodynamique à la Navigation.

L'architecture navale & la manœuvre des vaiſſeaux reſſentirent les progrès de l'Hydrodynamique. On ſavoit depuis long-temps qu'afin qu'un corps ſolide, flotant ſur un fluide, demeure en équilibre, il faut que le centre de gravité de ce corps, & celui de ſa partie ſubmergée, conſidérée comme homogene, ſoient placées dans une même ligne verticale. M. Daniel Bernoulli fit voir (*a*) de plus qu'eu égard aux diverſes ſituations reſpectives de ces deux points ſur la ligne verticale, il exiſte diverſes ſituations d'équilibre, qui ont plus ou moins de conſiſtance; que l'équilibre eſt toujours *ferme*, ou que le corps, dérangé de cet état, y revient en vertu de ſa peſanteur & de la pouſſée verticale de l'eau, lorſque ſon centre de gravité eſt placé au deſſous de celui de la partie ſubmergée; que la *fermeté* de l'équilibre diminue, à meſure que le premier centre s'éleve, & qu'enfin, lorſqu'il eſt arivé à une certaine limite au deſſus du ſecond, l'état d'équilibre devient verſatile. Il paroît que M. Euler avoit trouvé, de ſon côté, dans le même temps, de ſemblables réſultats: ils ſont expliqués fort au long dans ſon ouvrage, intitulé: *Scientia Navalis* (*b*). Le Mémoire de M. Daniel Bernoulli, ſur ce ſujet, étoit public depuis quelques années, lorſque M. Bourguer, traitant (*c*) de la conſtruction & des mouvemens du navire, donna cette même théorie de l'équilibre des corps flotans, d'une maniere nouvele & très-ſimple: il fit connoître, ſous le nom de *Métacentre*, la limite au deſſous de laquelle il faut qu'un vaiſſeau ait ſon centre de gravité, pour n'être pas expoſé à verſer, quand l'impulſion du vent & l'agitation des lames vienent à l'incliner.

Les problêmes relatifs aux mouvemens du vaiſſeau ſont plus compliqués, & plus difficiles. MM. Jean Bernoulli, Bouguer & Euler en ont réſolu un grand nombre. Mais leurs travaux ſur cet objet n'ont été que d'un médiocre ſecours à la Navigation, parce que dans la plupart de ces problêmes, on eſt obligé d'avoir égard à l'impulſion du vent contre les voiles, & à la réſiſtance que le Navire éprouve en diviſant l'eau, & que les méthodes connues & employées pour déterminer ces éforts, ſont fondées ſur des principes contraires à l'expérience, en pluſieurs points eſſentiels.

Aſtronomie.

On ſeroit étoné des progrès que l'Aſtronomie a fait depuis cent ans, ſi l'on ne ſongeoit aux ſecours qu'elle a tirés de la Méchanique, de la Phyſique & de la Géométrie, ſoit pour la conſtruction des inſtrumens, ſoit pour le calcul des obſervations. Tout a concouru à perfectioner les différentes parties de cette Science. Un des travaux les plus néceſſaires & les plus pénibles qu'on ait entrepris, eſt le Catalogue des étoiles viſibles dans nos climats, auquel Flamſteed (*d*) a donné plus de trente ans. En 1703, Halley (*e*) ſe rendit à l'île Sainte-Hélene, pour dreſſer un ſemblable catalogue des étoiles auſtrales. De notre temps, M. l'Abbé de la Caille (*f*) a fait, dans la même vue, le voyage du Cap de Bonne-Eſpérance; il vouloit de plus vérifier pluſieurs élémens de l'Aſtronomie, tels que les parallaxes des planetes, l'obliquité de l'écliptique, *&c.*, au moyen d'obſervations correſpondantes à celles qu'on étoit convenu de faire en quelques villes de l'Europe. En général, on a porté dans toutes les théories Aſtronomiques une recherche, une préciſion, auparavant inconnues, & ſans leſquelles néanmoins il étoit impoſſible de fixer exactement à chaque inſtant la poſition d'un aſtre dans le ciel. Je m'arrêterai un moment aux deux plus grandes découvertes de l'Aſtronomie moderne.

Théorie de l'aberration des étoiles.

Parmi les raiſons qu'on oppoſa dans le temps contre le ſyſtême de Copernic, on dit que, ſi la terre tourne en effet autour du ſoleil, les étoiles fixes devoient paroître en des lieux diſférens pour un obſervateur placé ſucceſſivement

(*a*) An. 1738.
(*b*) An. 1749.
(*c*) An. 1746.
(*d*) Flamſteed, né en 1646, mort en 1719.
(*e*) Halley, né en 1656, mort en 1742.
(*f*) La Caille, né en 1713, mort en 1762.

Digitized by Google

aux deux extrémités d'un diametre de l'orbite terreſtre : différence que l'on n'avoit pas encore remarquée. L'objection étoit ſolide, & les Aſtronomes, perſuadés de l'exiſtence de cette parallaxe, n'avoient ceſſé depuis Copernic de chercher à la déterminer ; mais trouvant conſtamment qu'elle étoit inſenſible, & ne voulant pas abandoner le ſyſtême de Copernic, ſi bien prouvé d'ailleurs, ils avoient fini par conclure qu'il falloit compter pour rien la diſtance de la terre au ſoleil, en comparaiſon de la diſtance de la terre aux étoiles fixes. Cependant on obſervoit quelques changemens ſenſibles dans les poſitions des étoiles ; mais ils étoient contraires à ceux qu'auroit dû produire la parallaxe du grand orbe : on n'en connoiſſoit point la cauſe, & on les déſignoit ſous le nom général *d'aberration apparente des étoiles fixes*. En 1725, M. Molineux & M. Bradley s'appliquerent à obſerver ces mouvemens avec plus de ſuite & plus de préciſion, qu'on n'avoit fait encore, mais toujours ſans pouvoir en trouver l'explication.

Enfin M. Bradley, d'après de nouveles obſervations qu'il fit avec un excellent ſecteur de Graham, conçut (*a*) l'idée ingénieuſe & vraie, que l'aberration apparente des étoiles étoit produite par la combinaiſon du mouvement progreſſif de la lumiere avec le mouvement de la terre dans ſon orbite. Il y fut conduit par ce raiſonement : la Théorie de Roëmer m'apprend que la viteſſe de la lumiere n'eſt pas inſtantanée, & qu'elle a un raport fini, celui de 10000 à 1, à la viteſſe de la terre dans ſon orbite ; donc un rayon de lumiere, parti d'une étoile, & apportant l'impreſſion de cette étoile à mon œil, n'arive qu'après que la terre a changé ſenſiblement de place depuis l'inſtant où il eſt parti : ainſi, quand mon œil reçoit le coup, il doit raporter l'étoile à un endroit différent de celui où il l'auroit raportée, ſi j'avois toujours conſervé la même place. Rien de plus clair & de plus conſéquent. Auſſi, avec cette clef, tous les phénomenes de l'aberration s'expliquent d'une maniere ſimple, exacte & préciſe. Il en eſt réſulté en même temps la démonſtration phyſique la plus complete du mouvement de la terre, & de la propagation ſucceſſive de la lumiere.

Nutation de l'axe de la terre.

M. Bradley obſerva encore, dans les étoiles fixes, un petit mouvement apparent, dont il rendit raiſon avec le même ſuccès, en attribuant, conformément aux principes de la gravitation univerſele, un balancement ou une *nutation* à l'axe de la terre par raport au plan de l'écliptique. La quantité moyene de la nutation eſt d'environ neuf ſecondes, & ſa période s'acheve en 18 ans. Cette découverte n'eſt pas moins importante que celle de l'aberration, & toutes deux placent M. Bradley au rang des Aſtronomes du premier ordre.

Phyſique céleſte.

Si l'Angleterre a jeté les fondemens de la véritable Phyſique céleſte, en découvrant le principe & la loi de la gravitation univerſele, l'Allemagne & la France ont, en grande partie, élevé l'édifice. La tendance d'une planete vers le ſoleil étant ſuppoſée proportionele au carré inverſe de la diſtance, la planete décrit une ellipſe, dont le ſoleil occupe le foyer ; & ſon mouvement doit ſe conformer exactement aux loix aſtronomiques de Kepler. Mais les obſervations faites avec une grande préciſion apprenent que le mouvement elliptique & les conſéquences qui en réſultent, n'ont pas lieu en rigueur. Chaque planete, principale ou ſecondaire, éprouve non ſeulement l'attraction du ſoleil, ou de la planete principale, mais encore les attractions de toutes les autres planetes. Or ces dernieres forces, moins conſidérables, à la vérité, que la premiere, peuvent néanmoins en altérer l'effet d'une maniere ſenſible ; &, pour connoître la vraie courbe que décrit une planete principale ou un ſatellite, il faut avoir égard à toutes les forces dont cet aſtre eſt animé, en ſe permettant ſeulement de négliger, pour la ſimplicité du calcul, celles dont l'influence eſt comme infiniment petite. Newton a donné quelques eſſais ſur les effets de l'attraction, conſidérés avec cette généralité ; mais l'Analyſe n'avoit pas fait, de ſon temps, d'aſſez grands progrès pour traiter ces problêmes avec la préciſion que les Géometres de nos jours y ont apportée.

(*a*) An. 1727.

La premiere queſtion qu'ils aient ainſi aprofondie, ſuivant les principes de l'attraction newtoniene, eſt celle du flux & reflux de la mer, que l'Académie des Sciences propoſa pour ſujet du prix de l'année 1740. MM. Daniel Bernoulli, Maclaurin & Euler partagerent ce prix (*a*). Leurs pieces, excellentes à divers égards, contienent une explication complete des marées comme produites par ſes attractions de la lune & du ſoleil.

Il en eſt de l'atmoſphere comme de la mer: les attractions du ſoleil & de la lune, qui produiſent le flux & reflux des eaux, doivent exciter de ſemblables mouvemens dans la maſſe de l'air. L'examen de ces derniers mouvemens eſt l'objet d'une piece de M. d'Alembert ſur la cauſe générale des vents (*b*). Cet ouvrage eſt remarquable par la ſolution de pluſieurs nouveaux problêmes, & ſur-tout parce qu'on y trouve les premiers germes du calcul intégral aux différences partieles.

C'eſt encore aux ſoins de l'Académie des Sciences qu'on doit la Théorie générale du mouvement des planetes, en faiſant entrer dans le calcul tous les élémens du problême. Elle propoſa pour ſujet du prix de l'année 1748 la recherche des mouvemens de Jupiter & de Saturne. M. Euler remporta ce prix. Sa piece contient une profonde analyſe & pluſieurs ſéries d'une eſpece abſolument nouvele. Il perfectiona encore ſes Méthodes dans une piece qui remporta le prix de l'année 1752, ſur le même ſujet.

Pendant qu'on s'occupoit de cette queſtion, le même M. Euler, M. Clairaut & M. d'Alembert examinoient le mouvement de la lune. Tous trois reconurent que l'attraction Newtoniene rendoit raiſon des principaux mouvemens de cette planete: cependant une difficulté les arrêta quelque temps. Un premier calcul approché ne donnoit pour le mouvement de l'apogée de la lune, qu'environ la moitié de ce qu'il eſt en effet. Cette différence entre la Théorie & l'obſervation fit beaucoup de bruit. On crut d'abord, & les Cartéſiens en triomphoient déja, que le ſyſtême de l'attraction Newtoniene alloit être renverſé. M. Clairaut, partiſan de ce ſyſtême, mais plus amateur encore de la vérité, annonça dans une aſſemblée publique de l'Académie des Sciences (*c*) que la loi du carré inverſe des diſtances lui paroiſſoit inſuffiſante pour rendre une entiere raiſon des inégalités de la lune. Mais un examen plus attentif de ſes calculs, lui fit apercevoir qu'il n'avoit pas pouſſé aſſez loin l'approximation de la ſérie qui repréſentoit le mouvement de l'apogée: ayant mis dans cette opération l'exactitude néceſſaire, il trouva l'autre moitié du mouvement de l'apogée. M. d'Alembert & M. Euler firent, chacun de leur côté, la même remarque. Alors l'attraction Newtoniene fut rétablie avec honeur dans les eſpaces céleſtes, d'où les Cartéſiens avoient eſpéré de la voir banir.

M. Mayer (*d*) dreſſa, en partie ſur la Théorie de M. Euler, en partie ſur les obſervations, de nouveles Tables de la lune, plus exactes que toutes les précédentes. M. Clairaut en conſtruiſit auſſi de très-bonnes, ſur ſa propre Théorie.

On a ſoumis par degrés aux loix de l'attraction Newtoniene le mouvement de toutes les planetes principales, & celui des ſatellites. M. Euler a porté, à différentes repriſes, la Théorie de la lune à un point de perfection que l'on ne paſſera guere, à moins qu'il n'arive dans l'Analyſe quelque révolution qui en recule conſidérablement les limites.

Les mêmes prineipes ont été appliqués au mouvement des cometes. On ſait que ces aſtres décrivent autour du ſoleil des orbites très-excentriques. Quand ils paſſent dans le voiſinage d'une planete conſidérable, leur mouvement eſt altéré par l'attraction qu'elle exerce ſur eux. C'eſt ainſi que les attractions de Jupiter & de Saturne ont troublé le mouvement de la comete de 1759. M. Clairaut avoit prédit, par ſa Théorie, le moment du paſſage de cette comete au périhélie; & ſon calcul s'eſt trouvé, à moins d'un mois près, d'acord avec l'obſervation: réſultat qu'on peut regarder comme fort juſte, eu égard à l'incertitude de pluſieurs élémens du problême. M. d'Alembert & M. Euler ont auſſi publié de très-belles recherches ſur le mouvement des cometes.

On doit à M. d'Alembert la ſolution d'un

(*a*) An. 1740. (*b*) An. 1746.
(*c*) An. 1747.
(*d*) Mayer, né en 1720, mort en 1762.

Digitized by Google

autre problême alors (*a*) très-difficile : c'eſt celui de la préceſſion des équinoxes, & de la nutation de l'axe de la terre dans le ſyſtême Newtonien. Il falloit que l'Auteur, après avoir ſoumis la queſtion aux loix de l'équilibre, au moyen de ſon principe de Dynamique, trouvât encore ces loix pour des forces de quantités & de directions quelconques: car, avant lui, on n'avoit guere conſidéré l'équilibre que pour des forces dirigées dans un même plan. Les recherches de M. d'Alembert ſur cette matiere ont produit une révolution dans la Méchanique : elles ont été ſucceſſivement perfectionées & généraliſées, ſoit par lui-même, ſoit par d'autres Géometres. M. Euler eſt celui qui a le plus étendu cette branche de la Méchanique. Il a donné en général les équations du mouvement d'un corps ſollicité par des puiſſances quelconques ; il a exécuté des intégrations très-difficiles, & il en a tiré une foule de Théorêmes remarquables.

Optique.

Comme un rayon de lumiere, en ſe réfléchiſſant, fait toujours l'angle de réflexion égal à celui d'incidence, on ſuit facilement ſa marche dans l'eſpace, quelque ſoit le nombre de réflexions. La conſtruction des miroirs par réflexion, ſimples ou compoſés, n'a donc aucune difficulté. Il n'en eſt pas ainſi des verres par réfraction. Lorſqu'un rayon paſſe d'un milieu dans un autre, il change de route, de telle maniere que les ſinus de réfraction & d'incidence ſont toujours entr'eux dans un raport conſtant pour tous les angles relatifs à ces deux milieux ; mais ce raport n'eſt pas le même pour deux autres milieux, & il doit être déterminé, dans chaque cas, par la voie de l'expérience. De plus, Newton a fait voir (*b*) que la lumiere n'eſt pas homogene ; qu'il exiſte ſept eſpeces principales de rayons ; & que tous ces rayons, à raiſon d'une différence dans les maſſes ou dans les viteſſes, ne ſont pas le même angle de réfraction pour le même angle d'incidence. De là réſulte un inconvénient : tous les rayons ne vont pas ſe réunir en un même point ; ils forment un foyer d'une certaine étendue que l'on appele aberration de *réfrangibilité*. Il y a encore une aberration : celle de *ſphéricité*, occaſionée par la forme ſphérique des objectifs ; ce qui oblige à leur donner peu d'ouverture.

Ces obſtacles à la perfection des lunetes dioptriques avoient tourné les vues des ſavans vers les miroirs par réflexion ; & on étoit parvenu à leur conférer à peu près tous les avantages dont ils ſont ſuſceptibles. Mais on ne fut pas long-temps à remarquer qu'il ſe perd plus de rayons par la réflexion du miroir de métal, le plus poli, que par la réfraction des verres dioptriques ; & qu'ainſi ces verres ſeroient préférables aux miroirs par réflexion, ſi l'on pouvoit donner une plus grande ouverture aux objectifs, & détruire en même temps les couleurs produites par la diverſe réfrangibilité des rayons.

Newton propoſa de corriger l'aberration de ſphéricité, en compoſant l'objectif, de deux verres entre leſquels il y auroit de l'eau. Il penſoit auſſi à détruire l'aberration de réfrangibilité, par un moyen ſemblable ; mais la proportion qu'il trouva, par l'expérience, entre les différentes réfrangibilités pour différens milieux, lui fit conclure que cette deſtruction étoit impoſſible.

Mal-gré une autorité ſi impoſante. M. Euler ſe perſuada fortement que l'aberration de réfrangibilité pouvoit être anéantie par la combinaiſon de pluſieurs matieres diaphanes : il citoit en exemple l'œil humain, où les rayons, après avoir traverſé les différentes humeurs dont il eſt compoſé, vont ſe réunir en un même foyer. Il éleva des doutes ſur l'exactitude de l'hypotheſe que Newton avoit adoptée, d'après ſes expériences, ſur la proportion des réfrangibilités des rayons pour différens milieux : il en propoſa une autre, plus plauſible en apparence, mais dénuée elle-même de preuves ſuffiſantes, & ſujete à l'inconvénient de donner une trop grande courbure aux lentilles. M. Dollond, célebre Opticien Anglois, auſſi ſavant dans la théorie que dans la pratique de ſon art, ataqua le ſentiment de M. Euler, auquel il oppoſoit le nom & les expériences de Newton, avec de nouveaux raiſonemens apuiés ſur ces mêmes expériences. La queſtion demeuroit à ces termes (*c*), lorſque M. Klingenſtierna fit voir, par des raiſons métaphyſiques & géométriques, l'incertitude, pour ne

(*a*) An. 1749. (*b*) An. 1706. (*c*) An. 1755.

pas dire la fauſſeté abſolue, de l'hypotheſe de Newton. Alors M. Dollond reconut la néceſſité de faire de nouveles expériences; il en fit, & il trouva que Newton s'étoit trompé en effet. Sans adopter certaines formules de M. Euler, qui lui paroiſſoient trop hypothétiques, il convint que le fond de ſon projet étoit vrai, & pouvoit ſe réaliſer. Mais, au lieu de combiner enſemble du verre & de l'eau dans la conſtruction des lunetes, ce qui avoit pluſieurs inconvéniens, il employa deux eſpeces différentes de verres connus en Angleterre ſous les noms de *fintglaſſ* & *crounglaſſ*; & il parvint à conſtruire des lunetes *achromatiques*, dont l'effet étoit très-ſupérieur à celui des lunetes ordinaires.

Les expériences de M. Dollond donnerent lieu à MM. Euler, Clairaut, d'Alembert, *&c.*, de chercher, par la Théorie, les dimenſions des objectifs qu'il avoit employés. Leurs méthodes s'étendent à un nombre quelconque de verres. Toutes ces recherches demandoient beaucoup de ſagacité, & d'adreſſe à manier le calcul. M. Euler a raſſemblé ſes principales idées en un corps d'ouvrage; & c'eſt le Traité de Dioptrique le plus clair, le plus profond & le plus complet qui ait encore paru. On doit à ce grand homme la révolution que les lunetes achromatiques ont opérée dans l'Optique.

Analyſe.

L'Algebre n'a pas encore pu réſoudre, en général, les équations qui paſſent le quatrieme degré. En 1683, Tſchirnhaus (*a*) propoſa ſur cet objet une méthode qui conſiſtoit à faire diſparoître tous les termes intermédiaires au premier & au dernier. Sans remplir les vues générales de l'Auteur, elle donne en effet la réſolution de pluſieurs équations de tous les degrés: on l'a dévelopée & perfectionée de notre temps. Tſchirnhaus s'eſt principalement rendu célebre par la découverte des cauſtiques par réflexion & par réfraction.

Cotes (*b*) a trouvé, dans les propriétés du cercle, un moyen très-ingénieux de décompoſer en facteurs un binome dont les termes ſont des puiſſances ſemblables de deux quantités. Cette Théorie a été étendue par M. de Moivre (*c*) à des formules plus générales: il décompoſe en facteurs, ou il abaiſſe à un degré inférieur les équations ou les polynomes de tous les degrés, lorſque les termes également éloignés des extrêmes ſont affectés des mêmes coëfficiens.

La Théorie des ſuites ne lui a pas moins d'obligations. Il a obſervé le premier la nature & la formation des ſuites récurentes: il y fut conduit par des problêmes relatifs à l'Analyſe des jeux de hazard. M. Daniel Bernoulli, M. Euler, *&c.*, ont fait diverſes autres applications très-belles de ces ſuites.

L'art d'éliminer les inconnues, ou de réduire les équations d'un problême au plus petit nombre poſſible, eſt une partie eſſentiele de l'Analyſe. Pluſieurs Géometres s'en ſont occupés. M. Cramer (*d*) l'avoit déja fort ſimplifiée. M. Bezout (*e*) en a fait l'objet d'un ſavant Traité, où il a porté la matiere beaucoup plus loin qu'elle ne l'avoit été encore.

C'eſt principalement dans la Géométrie mixte qu'on reconoît l'uſage & la fécondité des Théories analytiques. Ici je ſuis forcé plus que jamais de me contenir: car il me faudroit un eſpace très-étendu, ſi je voulois raporter avec quelque détail les découvertes qu'on a faites en ce genre. Je ne citerai donc pas l'énumération des lignes du troiſieme ordre par Newton, ni les méthodes ingénieuſes de Stirling pour les interpolations des ſéries & pour les quadratures des courbes, ni l'Analyſe des courbes algébriques de M. Cramer, ni un ſemblable ouvrage de M. Euler, *&c.* (*f*). Je paſſerai ſous ſilence, dans un autre genre, les méthodes de MM. Jean Bernoulli, Maupertuis, Nicole, pour trouver des courbes rectifiables ſur la ſurface de la ſphere, l'extenſion que M. Euler a donnée à ce problême, les recherches du même Auteur ſur les trajectoires réciproques, ſur la courbure des ſurfaces, & ſur une infinité d'autres objets dont il a enrichi les actes de Leipſick, les Mémoires des Académies de Berlin

(*a*) Tſchirnhaus, né en 1651, mort en 1708.
(*b*) Cotes, né en 1690, mort en 1722.
(*c*) Moivre, né en 1667, mort en 1754.
(*d*) Cramer, né en 1704, mort en 1752.
(*e*) Bezout, né en 1730, mort en 1783.
(*f*) An. 1730

& de Petersbourg, *&c.* Mais je dois un peu plus d'attention à quelques Théories générales, qui, par leur uſage ou leur difficulté, forment des points remarquables dans la chaîne des vérités Mathématiques.

De ce genre eſt le calcul des ſinus & des co-ſinus, inventé par M. Euler. La ſimplicité de ce calcul & l'Algorithme commode auquel l'Auteur l'a ſoumis, facilitent la ſolution de certains problêmes que l'on ſeroit quelquefois obligé d'abandoner, ſi on vouloit employer les ſinus & les co-ſinus ſous leur forme ordinaire, ou même ſous la forme exponentiele.

La Méthode que le même Géometre a donnée pour réſoudre le problême des iſopérimetres dans le ſens le plus étendu, eſt un éfort de génie, auſſi admirable par le fond des principes, que par l'adreſſe & la ſagacité avec leſquelles l'Auteur ataque & ſurmonte les difficultés d'Analyſe. Il manquoit cependant encore à cette Méthode un degré de perfection, qu'un autre Géometre y a donné : M. Euler a reconu, en grand Homme, les avantages de la nouvele ſolution, & lui-même s'eſt appliqué à la préſenter dans ſon plus beau jour.

Le Comte de Fagnani, Géometre Italien, s'eſt illuſtré par une découverte que Jean Bernoulli & Léibnitz regardoient, ſi non comme impoſſible, au moins comme ſupérieure à l'Analyſe de leur temps : il détermine (*a*), avec un art très-ingénieux & très-adroit, des arcs d'ellipſe ou d'hyperbole, dont la différence eſt égale à une quantité algébrique. M. Euler a depuis fort enrichi cette nouvele branche de la Géométrie.

Toutes les parties du calcul intégral ont fait, de notre temps, des progrès qu étoneroient ſes premiers inventeurs s'ils pouvoient en être les témoins. Il n'y a pas de Géometre d'un certain nom, qui n'y ait contribué. M. d'Alembert a donné les Élémens du calcul intégral aux différences partieles : car cette nouvele Analyſe porte eſſentiélement ſur la néceſſité & la maniere, qu'il a expliquées, d'introduire des fonctions arbitraires dans les intégrations des formules aux différences partieles. M. Euler a préſenté cette Théorie ſous une forme ſi claire & ſi commode pour les calculs analytiques, que pluſieurs Géometres lui attribuent toute la gloire de l'invention. Leur zele pour lui va un peu trop loin, & ne reſpecte pas aſſez les droits de M. d'Alembert. Mais les hommes juſtes & indifférens reconoiſſent d'ailleurs que M. Euler a porté en général la Science de l'Analyſe proprement dite à un ſi haut degré, que perſone ne peut lui diſputer la prééminence dans cette partie.

On le rencontre ſans ceſſe, ſoit comme Inventeur, ſoit comme Promoteur de toutes les Théories Mathématiques. Ainſi, dans l'Analyſe dont il eſt ici queſtion, on diſtingue ſes recherches ſur les intégrales qui doivent répondre à des points déterminés. On cite également l'extenſion qu'il a donnée au calcul intégral aux différences finies, dont Taylor & Nicole n'avoient fait qu'indiquer & expoſer les élémens, & qui depuis ce temps-là paroiſſoit entiérement oublié. C'eſt une nouvele branche de l'Analyſe, importante par ſa difficulté & par ſes applications à la Théorie des ſuites & à celle des probabilités. Elle a fort occupé & elle occupe encore pluſieurs Géometres vivans, parmi leſquels il s'en trouve un qui, à des talens du premier ordre pour les Sciences, joint celui d'écrire comme Tacite & Voltaire.

S'il eſt des problêmes qui demandent une profonde méditation & toute la Science du calcul, il en eſt d'autres qui, tenant à la fineſſe de l'eſprit & à une Métaphyſique ſubtile, ſont quelquefois auſſi difficiles à réſoudre que les premiers, lorſqu'on veut employer tous les Élémens eſſentiels à la queſtion, & apprécier exactement l'influence que chacun d'eux peut avoir ſur le réſultat. On en trouve des exemples dans pluſieurs queſtions de Géométrie ou de Méchanique : c'eſt aux différentes manieres d'enviſager le problême des cordes vibrantes, qu'il faut attribuer les diſputes qu'il a excitées entre MM. Daniel Bernoulli, Euler & d'Alembert. La même diverſité dans les principes a conduit M. Daniel Bernoulli & M. d'Alembert à donner ſouvent des ſolutions très-oppoſées de problêmes qui apartienent à la Théorie des jeux de hazard & à celle de l'inoculation de la petite vérole : mais, de quelques ſuppoſitions qu'ils ſoient partis, on admire toujours leur marche.

(*a*) An. 1754.

Digitized by Google

CONCLUSION.

Tel est le Tableau très-abrégé des progrès que les Mathématiques ont faits pour ariver à l'état où elles ſe trouvent aujourd'hui. Les grands Hommes, dont nous avons expoſé les principales découvertes, ont laiſſé pluſieurs dignes ſucceſſeurs qui, réuniſſant le génie, le goût de l'étude & l'amour de la gloire, ajouteront encore de nouveles conhoiſſances au dépôt qu'ils ont reçu. Pouroient-ils en effet repouſſer les ſuccès & les honeurs qui les atendent? Si la carriere devient tous les jours plus difficile, & ſi, à meſure qu'on avance, l'empreinte des pas eſt moins ſenſible aux ieux du vulgaire: les vrais Juges ſavent meſurer l'éfort à la réſiſtance, & diſtribuer avec impartialité les biens de l'opinion, entre les morts qui ne ſont plus à craindre, & les vivans dont ils ne redoutent pas davantage la vanité ou les prétentions, parce que la juſtice eſt toujours courageuſe, & qu'elle doit compte de ſes arrêts à la poſtérité.

ABAISSEMENT, ſ. m. (*Alg.*) On appele *abaiſſemene* d'une équation, la réduction de cette équation à la forme la plus ſimple, dont elle eſt ſuſceptible. Par exemple, l'équation $x^4 + nx^3 + px = o$, qui paroît être du 4e degré, s'abaiſſe au 3e & devient $x^3 + nx^2 + p = o$, en diviſant tout par $x = o$. De même l'équation $x^3 + ax^2 - 5a^2x - 2a^3 = a$, ſe décompoſe (*Voyez* DIVISEUA COMMENSUAAALE) en ces deux-ci: $x - 2a = o$, $x^2 + 3ax + a^2 = o$; & par conſéquent elle s'abaiſſe réellement au premier degré, ou au ſecond.

De là, *abaiſſer une équation*, & *réduire une équation à ſa forme la plus ſimple*, ſont des expreſſions ſynonymes.

En géométrie, ont dit *abaiſſer* une perpendiculaire d'un point placé hors d'une ligne, ſur cette ligne; & alors le mot *abaiſſer* veut dire *mener*.

AAAISSEMENT *de l'horizon viſible*, eſt la quantité dont l'horizon viſible eſt abaiſſé au deſſous du plan horizontal qui touche la terre. Pour faire entendre en quoi conſiſte cet *abaiſſement*, ſoit *T* le centre de la terre, *Fig.* 27, *Aſtronom.*, & *BSC* le cercle ou globe de la terre. Ayant tiré d'un point quelconque *O* élevé au deſſos de la ſurface du globe, les tangentes *OB*, *OC* & la ligne *OT*, il eſt évident qu'un ſpectateur, dont l'œil ſeroit placé au point *O*, verroit toute la portion *BSC* de la terre terminée par les points touchans *B* & *C*; de ſorte que le plan qui paſſe par *BC* eſt proprement l'horizon du ſpectateur placé en *O*. *Voyez* HORIZON.

Ce plan eſt abaiſſé de la quantité *SG*, au deſſous du plan horizontal qui touche la terre en *S*, &, ſi la diſtance *SO* eſt très-petite par raport au rayon de la terre, la ligne *OS* eſt preſqu'égale à la ligne *SG*. Donc, ſi l'on a la diſtance *SO*, ou l'élévation de l'œil du ſpectateur, évaluée en pieds, on trouvera facilement le ſinus verſe *SG* de l'arc *BS*. Par exemple, ſoit *SO* = 5 pieds, le ſinus verſe *SG* de l'arc *BS* ſera donc de 5 pieds, le ſinus total ou rayon de la terre étant de 19000000 pieds en nombre ronds: ainſi, on trouvera que l'arc *BS* eſt d'environ deux minutes & demie; par conſéquent l'arc *BSC* ſera de cinq minutes: &, comme un degré de la terre eſt de 25 lieues, il s'enſuit que, ſi la terre étoit parfaitement ronde & unie ſans aucune éminence, un homme de taille ordinaire devroit découvrir à la diſtance d'environ une lieue à la ronde, car la courbure de la terre pour 2400 toiſes, eſt de 5 pieds 3 pouces; à la hauteur de 20 pieds, l'œil devroit découvrir à 2 lieues à la ronde; à la hauteur de 50 pieds, 3 lieues, ou plus exactement 7382 toiſes; pour voir à un degré de diſtance ou 57069 toiſes, il faudroit être élevé de 2988 pieds.

Les montagnes font quelquefois que l'on découvre plus loin ou plus près que les diſtances précédentes. Par exemple, une montagne placée entre *O* & le point *B*, empêcheroit le ſpectateur *O* de voir la partie *B*; & au contraire, une montagne placée au delà de *B*, feroit que ce même ſpectateur pourroit voir les objets terreſtres ſitués au delà de *B*, & placés, ſur cette montagne, au deſſus du rayon viſuel *OB*.

AAAISSEMENT *des planetes par l'effet de la parallaxe* (*Aſtron.*); c'eſt la quantité dont nous les voyons néceſſairement plus baſſes que ſi nous étions placés au centre de la terre, où il faudroit être pour voir les mouvemens céleſtes plus uniformes. Cet *abaiſſement* eſt de plus d'un degré pour la lune dans certains cas; on ne peut faire uſage d'aucune obſervation qu'on ne la corrige par l'effet de cet *abaiſſement*. *Voyez* PARALLAXE.

ABAISSEMENT *des ſignaux* (*Aſtronomie*). Lorſque, pour meſurer la grandeur de la terre, les aſtronomes ont été obligés de former de grands triangles, & de placer des marques ou *ſignaux*, à de très-grandes diſtances, pour y apuier leurs triangles, l'*abaiſſement de ces ſignaux* au deſſous de l'horizon rationel, rendoit l'obſervation des angles plus difficile, & le calcul beaucoup plus long: on doit même y faire attention dans l'arpentage & en levant des cartes topographiques. On trouvera cette matiere ſavament diſcutée dans les ouvrages qu'ont donnés, ſur la meſure de la terre, Bouguer, la Condamine, & M. Boſcovich. (*M. DE LA LANDE.*)

ABAISSEMENT *du cercle crépuſculaire* (*Aſtronomie.*) c'eſt la quantité dont le ſoleil eſt abaiſſé au deſſous de l'horizon, lorſque le crépuſcule du ſoir eſt totalement fini, ou lorſque l'aurore commence; c'eſt-à-dire, quand on commence à voir les plus petites étoiles le ſoir après le coucher du ſoleil, ou qu'on ceſſe de les voir le matin. Sui-

vant l'opinion commune, cet *abaiſſement* eſt de dix-huit degrés, ou de la vingtieme partie du tour du ciel: mais ces dix-huit degrés doivent ſe meſurer perpendiculairement ſous l'horizon, le long d'un cercle vertical, qui paſſe par le zénith & le nadir, & par le centre du ſoleil: il ne doit pas ſe meſurer le long du cours oblique du ſoleil. Le temps que le ſoleil emploie à deſcendre de dix-huit degrés, ou à parvenir à l'*abaiſſement* du cercle crépuſculaire, eſt au moins d'une heure douze minutes; mais il eſt plus long pour un obſervateur qui n'eſt pas placé ſous la ligne équinoxiale, & dans tous les cas où le ſoleil n'eſt pas préciſément dans l'équateur. *Voy.* Crépuscule. (*M.* de la Lande.)

L'*abaiſſement d'une étoile ſous l'horizon* eſt meſuré par l'arc d'un cercle vertical, qui ſe trouve au deſſous de l'horizon, entre cette étoile & l'horizon. *Voyez* Étoile, Vertical.

Abaissement *du Pole*. Autant on fait de chemin en degrés de latitude, en allant du pole vers l'équateur, autant eſt grand le nombre de degrés dont le pole s'abaiſſe, parce qu'il devient continuélement plus proche de l'horizon. *V.* Hauteur *du Pole*.

ABAQUE, ſ. f. (*Arith. & Géom.*) table ſur laquelle les premiers mathématiciens faiſoient leurs calculs, ou traçoient leurs figures; c'étoit originairement une planche bien unie que l'on couvroit de pouſſiere, & qui par-là étoit propre à recevoir toutes ſortes d'empreintes: témoins Marcius Capella & ce paſſage de Perſe, *Sat.* 1, *v.* 131:

Nec qui abaco numeros, & ſecto in pulvere metas
Scit riſiſſe vafer.

On employa enſuite, pour les comptes & les calculs, une eſpece de cadre long & diviſé par pluſieurs cordes d'airain, paralleles entr'elles, qui enfiloient chacune une même quantité de petites boules d'ivoire ou de bois, mobiles comme des grains de chapelets: ces petites boules, par l'arrangement qu'on leur donnoit, & par la correſpondance des inférieures avec les ſupérieures, repréſentoient tous les nombres, & ſervoient à faire toutes ſortes de calculs. Cette maniere de calculer, uſitée parmi les Grecs, fut auſſi connue & employée parmi les Romains. Peu à peu elle fut abandonée, & on trouva plus court de compter avec des jetons. A la Chine, & dans quelques cantons de l'Aſie, les négocians comptent encore avec de petites boules d'ivoire ou d'ébene, enfilées dans un fil de laiton, qu'ils portent acroché à leur ceinture.

L'*abaque* de *Pythagore*, eſt ce qu'on appele aujourd'hui la *table de multiplication*. *Voyez* Multiplication.

ABATRE *du bois au trictrac*; c'eſt étaler beaucoup de dames de deſſus le premier tas, pour faire plus facilement des câſes dans le courant du jeu. *Voyez* Câse.

ABÉE, ſ. f. ouverture pratiquée à la baie d'un moulin, par laquelle l'eau tombe ſur la grande roue & fait moudre. Cette ouverture s'ouvre & ſe ferme avec des pales ou lamoirs.

ABEILLE (*Aſtronomie.*) conſtellation méridionale: on l'appele auſſi *mouche indienne*; en latin *Muſca* ou *Apis*; on ne la voit point en Europe. Elle ne renferme que quatre étoiles remarquables, dont trois ſont de la quatrieme grandeur; les autres ſont plus petites. La principale étoile eſt marquée dans le *Catalogue d'étoiles* de l'abbé de la Caille, pour 1750, à 185° 38′ 44″ d'aſcenſion droite, & à 67° 45′ 15″ de déclinaiſon auſtrale. *Voyez* Constellation. (*M.* de la Lande.)

ABENEZRA; c'eſt un des noms de la belle étoile du taureau. *Voyez* Aldebaran.

ABERRATION (*Aſtronomie*); changement apparent dans la ſituation des étoiles, par lequel elles paroiſſent éloignées, quelquefois de 20 ſecondes, de leur véritable ſituation, par un effet du mouvement annuel de la terre combiné avec le mouvement de la lumiere. La découverte de l'*aberration* étant une des plus ſingulieres que l'on ait faites en aſtronomie, la plus intéreſſante de ce ſiecle-ci, il importe à l'hiſtoire des progrès de l'eſprit humain de faire voir comment Bradley a dû y parvenir. On étoit perſuadé, avant les obſervations de Picard, faites en 1672, que les étoiles ne changeoient point de poſition pendant le cours d'une année. Tycho-Brahé & Riccioli croyoient s'en être aſſurés par leurs obſervations; ils en concluoient que la terre ne tournoit point autour du ſoleil, puiſqu'il n'y avoit point de *parallaxe annuele* dans les étoiles. *Voyez* Parallaxe *annuele*. Picard, dans la relation de ſon voyage d'Uranibourg, fait en 1672, dit que l'étoile polaire, en divers temps de l'année, a des variations de quelques ſecondes, qu'il obſervoit depuis environ dix ans. Les ſavans, qui étoient déja convaincus du mouvement de la terre (*a*), étoient portés à en conclure que ces variations étoient l'effet de la parallaxe annuele ou parallaxe du grand orbe.

Flamſteed crut, d'après ſes obſervations & celles que le docteur Hook avoit publiées, qu'il y avoit réellement une *parallaxe annuele* dans les étoiles; Caſſini & Manfrédi ſoutinrent qu'il n'y en avoit point; mais il étoit impoſſible de démêler la nature & les cauſes des variations annueles qu'on apercevoit dans la poſition des étoiles, à moins qu'on n'en déterminât les circonſtances par des obſervations très-exactes & très-multipliées. C'eſt ce qu'entreprit, en 1725, un riche particulier d'Angleterre, nommé Samuël Molineux, amateur des ſciences; il fut heureuſement ſecondé par Graham, cet horloger célebre dans

(*a*) L'opinion des Pythagoriens ſur le mouvement de la terre, renouvelée par Copernic & éclairée par Galilée, a été confirmée par M. Newton & par d'autres aſtronomes de ce ſiecle qui nous ont donné des lumieres nouveles ſur cette matiere.)

les arts & même dans les ſciences, qui fit conſtruire un ſecteur de vingt-quatre pieds de rayon, avec lequel une ſeule ſeconde étoit ſenſible. Cet inſtrument fut placé à Kew; on y obſerva l'étoile γ du dragon, & l'on ne tarda pas à reconoître que les variations de cette étoile étoient tout-à-fait oppoſées à celles que produiroit la parallaxe annuele.

Suivant les loix de cette parallaxe, une étoile ſituée au pole de l'ecliptique, paroîtroit décrire, dans une année, un petit cercle parallele à l'orbite de la terre, mais dont elle paroîtroit toujours occuper la partie oppoſée à celle où ſe trouve la terre; ce phénomene étoit tout différent dans les nouveles obſervations. Bradley, qui avoit obſervé avec Molineux, ſe trouva fort embaraſſé pour aſſigner une cauſe à ce nouveau phénomene. Sa premiere idée fut d'examiner ſi cela ne prouvoit point quelque nutation dans l'axe de la terre, produite par l'action du ſoleil ou de la lune, à cauſe de l'aplatiſſement de la terre, ainſi que cela devoit avoir lieu par l'attraction. *Voyez* PRÉCESSION & NUTATION. Mais d'autres étoiles, obſervées en même temps, ne permettoient pas d'adopter cette hypotheſe. Une petite étoile, qui étoit à même diſtance du pole, & oppoſée en aſcenſion droite à γ du dragon, auroit dû avoir, par l'effet de cette nutation, le même changement en déclinaiſon; cependant elle n'en avoit eu environ que la moitié, comme cela parut en comparant jour par jour les variations de l'une & de l'autre, obſervées en même temps; c'étoit la trente-cinquieme étoile de la giraſe dans le *catalogue britannique*.

Bradley remarquoit que les changemens de déclinaiſon de cette étoile, par raport à ſon lieu moyen, étoient comme les ſinus des diſtances du ſoleil au ſolſtice; cela ſembloit indiquer un raport avec le mouvement de la terre. Mais il falloit des obſervations ſur un plus grand nombre d'étoiles, pour ſavoir ſi cette regle étoit conſtante. Bradley fit donc faire un autre ſecteur en 1727; il obſerva beaucoup d'étoiles, & il reconut que la regle précédente n'avoit lieu que pour les étoiles qui répondoient au ſolſtice; mais une regle générale, qui ne pouvoit guere lui échaper, étoit que chaque étoile paroiſſoit ſtationaire, ou dans ſon plus grand éloignement, vers le nord ou vers le ſud, lorſqu'elle paſſoit au zénith vers ſix heurex du ſoir ou du matin; que toutes les étoiles avançoient d'un jour à l'autre verx le ſud, lorſqu'elles paſſoient le matin, & vers le nord, lorſqu'elles paſſoient le ſoir, & que le plus grand écart étoit à peu près comme le ſinus de la latitude de chacune. Enfin, lorſqu'au bout d'une année, il eut vu toutes les étoiles reparoître, chacune au même lieu où elle avoit d'abord paru, Bradley, muni d'un aſſez bon nombre d'obſervations, s'occupa à trouver la cauſe de ces variations.

Il avoit reconu que le plus grand effet du nord au ſud étoit comme le ſinus de la latitude de chaque étoile; que, lorſqu'une étoile paſſoit au méridien à ſix heures, elle paroiſſoit ou le plus haut, ou le plus bas; elle étoit alors à 90° de l'endroit où elle auroit dû être, ſuivant les loix de la parallaxe annuele. De là il étoit naturel de conclure que l'étoile en oppoſition ſeroit la plus orientale, au lieu d'être la plus méridionale, comme l'auroit exigé la parallaxe.

Soit *A B C* l'orbite de la terre (*Fig.* 132 *d'Aſtronomie.*); *E G*, le rayon vrai de l'étoile; *B E*, un rayon incliné de 20″ vers l'orient, pour marquer le lieu apparent de l'étoile: car Bradley avoit déja reconu que la plus grande *aberration* étoit d'environ 20″. On ſavoit, par la découverte de Roëmer, que la lumiere employoit environ un demi-quart d'heure à parcourir un eſpace *E G*, égal au rayon de l'orbite terreſtre. *Voyez* PROPAGATION *de la lumiere*. Or un arc *B G* de 20″, ſur l'orbite terreſtre, exige auſſi environ un demi-quart d'heure; ainſi, il étoit clair que la viteſſe *E G* de la lumiere, & la viteſſe *B G* de la terre formoient les deux côtés d'un parallélogramme, dont le rayon viſuel *B E* étoit la diagonale, & faiſoit un angle de 20″. Bradley dut donc penſer qu'il y avoit quelque raport entre le mouvement de la terre & le mouvement de la lumiere, qui pouvoit faire paroître les étoiles dans l'endroit où l'on devroit les voir un quart d'heure plutôt. Enfin, il eut l'idée heureuſe de combiner le mouvement de la lumiere avec celui de la terre, ſuivant les loix de la décompoſition des forces; il eſſaya cette hypotheſe, &, voyant qu'elle s'acordoit parfaitement avec toutes les obſervations, il rendit compte de ſa découverte ou mois de décembre 1728, dans une lettre au docteur Halley, *philoſophical tranſactions*, *n.°* 406; il eſſaya ſon hypotheſe ſur un grand nombre d'étoiles; il les trouva d'acord dans tous les temps de l'année, preſque toujours dans la même ſeconde que l'obſervation.

Nous allons expliquer comment cette *aberration* eſt produite par le mouvement de la terre. Soit *E* une étoile, *Fig.* 133, placée à une diſtance prodigieuſe, *C B* le chemin que fait le rayon de l'étoile en un quart d'heure de temps, *A B* le chemin que la terre fait en même temps ſur ſon orbite, qui eſt 1313 fois moindre, en ſorte que l'angle *B C A* ſoit de 20 ſecondes: le corpuſcule de lumiere *B* vient fraper notre œil avec la viteſſe *C B*; mais, puiſque l'œil en même temps va de *A* en *B* avec la viteſſe *A B*, il vient auſſi fraper le rayon, en ſorte qu'il y a un double choc tout-à-la-fois; celui de la lumiere qui vient contre l'œil avec la viteſſe *C B*; celui de l'œil qui va contre la lumiere avec la viteſſe *A B*. A la place de ce dernier choc, on peut imaginer, ſans rien changer à l'effet qui en réſultera, que le corpuſcule ſoit venu de *F* en *B* fraper l'œil avec une viteſſe *F B*, égale à *A B*; ainſi, l'œil reçoit une impreſſion ſuivant *C B*, & une ſuivant *F B*. De ces deux impreſſions faites ſuivant les côtés *C B*, & *F B* du parallélogramme *C F*, il réſulte une impreſſion unique & compoſée, qui

ſe fait ſentir ſuivant la diagonale *D B*; donc l'on apercevra l'étoile dans la direction *B D*, ou dans la direction *A C*, qui lui eſt parallele, & non dans la direction *B C E* du véritable rayon.

M. Bradley, M. d'Alembert & M. Clairaut préſentent, chacun à leur maniere, cette compoſition des forces; on les verra toutes dans mon *Aſtronomie*, & celle que je viens d'expliquer me paroît la plus facile à concevoir: mais des exemples familiers feront peut-être encore mieux comprendre le méchaniſme de ces impreſſions compoſées. Soit un vaiſſeau *G C E A*, *Fig.* 134, qui va de droite à gauche; que, d'un angle *C* de ce vaiſſeau, on ait jeté une pierre à l'autre angle *A*, & que, dans le temps où elle a parcouru *C A*, le vaiſſeau ait avancé de la quantité *C D* ou *A B*; celui qui eſt dans le vaiſſeau en *A*, ſe trouvera alors parvenu au point *B*, & ſera frapé de la même maniere que ſi le vaiſſeau n'avoit eu aucun mouvement; la pierre lui paroîtra venir de l'angle *D*, ſuivant *D B*, comme elle lui auroit paru venir de *C*, ſuivant *C A*, ſi le vaiſſeau eût été immobile. L'impreſſion ſera la même, puiſque la relation du point *C* au point *A*, leur ſituation, leur diſtance, ne dépendent en aucune façon du mouvement du vaiſſeau. Ce mouvement eſt commun à la pierre & au vaiſſeau, & il eſt nul par raport au choc: néanmoins, dans l'eſpace abſolu, cette pierre eſt venue de *C* en *B*; ainſi, elle a fait le même chemin réel qu'auroit fait une pierre qui, du rivage *R*, eût été jetée directement ſuivant *R C B*. Voilà donc deux pierres; l'une qui vient du rivage *R*, & qui a parcouru la ligne *C B*; l'autre qui eſt partie du point *C* du vaiſſeau, & qui a de même parcouru *C B*, à cauſe du mouvement du vaiſſeau: or celle-ci s'eſt fait ſentir ſuivant la direction *D B*; donc celle qui aura été jetée du rivage *R*, ſe ſeroit fait ſentir auſſi ſuivant la direction *D B*, à celui qui, étant dans l'angle du vaiſſeau, ſe ſeroit trouvé tranſporté de *A* en *B*, tandis que la pierre venoit de *C* en *B*. *Voyez* COMPOSITION *des forces*.

Un fait dont les voyageurs font l'expérience, pourra ſervir à ceux pour qui les notions de méchanique ne ſont pas familieres. Je ſuppoſe que, dans un temps calme, la pluie tombe perpendiculairement, & qu'on ſoit dans une voiture ouverte ſur le devant: ſi la voiture eſt en repos, on ne reçoit pas la moindre goute de pluie; ſi la voiture avance avec rapidité, la pluie entre ſenſiblement, comme ſi elle avoit pris une direction oblique: c'eſt une choſe que chacun peut éprouver, & dont la raiſon eſt évidente; le mouvement par lequel nous allons contre la pluie, fait que nous recevons celle qui eſt en l'air, avant qu'elle ſoit tombée; & cela revient au même que ſi la pluie avoit pris une direction oblique, en ſuivant la diagonale d'un parallélogramme dont les côtés ſeroient la viteſſe de la pluie de haut en bas, & la viteſſe de la voiture horizontalement ou en avant.

On trouve dans la plupart des cabinets de phyſique, ſur-tout à Amſterdam, une machine de Steiz, qui rend viſible cette décompoſition du mouvement. Un petit chariot mobile, par un reſſort, roule ſur le parquet d'une ſalle; une balle placée au fond d'une cuvete eſt au deſſus d'un reſſort; une détente fait partir le reſſort, & jete la balle en l'air, pendant que le chariot avance avec rapidité; la balle s'éleve & retombe enſuite; &, quoique le chariot ait avancé, elle retombe dans la même cuvete ou coquille, comme ſi cette coquille fût reſtée à la même place; on diſtingue très-bien que la balle, au lieu de s'élever perpendiculairement, & de deſcendre verticalement, a décrit deux lignes obliques, ou deux branches d'une parabole, une en s'élevant, & l'autre en retombant ſur le chariot, & qu'elle l'a acompagné dans ſa courſe.

Ainſi, le mouvement de la balle eſt évidemment compoſé de deux mouvemens, celui que le chariot avoit communiqué horizontalement à la balle, & celui que le reſſort lui a donné de bas en haut; la balle décrit la diagonale de ces deux directions, & cette diagonale eſt courbe, parce qu'une des deux viteſſes eſt retardée, & enſuite accélérée, tandis que l'autre eſt uniforme, & qu'on a par conſéquent une ſuite de diagonales qui ſont différemment inclinées, parce que le raport des côtés varie continuélement.

On doit être convaincu, par les démonſtrations précédentes, qu'une étoile nous paroît toujours plus avancée du côté où nous marchons, & cela de la quantité de l'angle, *B C A*, *Fig.* 133; la valeur de cet angle dépend du raport de la viteſſe *A B* de la terre, à la viteſſe *C B* de la lumiere: ce raport eſt celui de 1 à 10313; ce qui donne un angle de 20", dans le cas où *C B* eſt perpendiculaire à *A B*; ainſi, l'*aberration* ſera toujours de 20", quand la route de l'œil ſera perpendiculaire au rayon de l'étoile; mais, lorſque le rayon de lumiere *M F*, *Fig.* 132, eſt incliné ſur la route *F L* de l'œil, alors l'angle d'*aberration F M L* devient moindre; il eſt alors meſuré par *L N*, au lieu d'être meſuré par le mouvement entier *F L* de la terre; & parce *F L* eſt à *L N* comme le ſinus de l'angle *N* eſt au ſinus de l'angle *F*, il ſuit que l'*aberration* eſt comme le ſinus de l'inclination du rayon *M F* ſur la route de l'œil, c'eſt-à-dire, qu'il eſt égal à 20", multipliées par le ſinus de l'angle que fait la route de l'œil avec le rayon de lumiere; enfin, ſi la ligne *F L* s'inclinoit juſqu'à ſe confondre avec la ligne *M F*, l'angle *M* s'évanouiroit, & il n'y auroit plus d'*aberration*, comme cela arive quand la terre eſt en *C*: cela eſt évident, puiſqu'alors le rayon de lumiere arive toujours ſous la même direction que ſi la terre n'avoit point de mouvement.

Suppoſons maintenant que l'œil, au lieu d'avancer de *B* en *G*, aille de *D* en *H*; en ſorte que le rayon arive en *H* en même temps que l'œil; on verra, par le même raiſonement, que

l'étoile paroîtra plus à droite, au lieu de paroître plus à gauche ; toujours l'*aberration* porte une étoile du côté où va la terre. Quand la terre eſt au point *G* de ſon orbite *G C D*, & enſuite au point *D*, elle paroît aller en deux ſens oppoſés ; dans le premier cas, l'étoile eſt en oppoſition, & paroît à gauche du lieu moyen *E* ; dans le ſecond cas, la terre allant de *D* en *H*, l'étoile eſt en conjonction avec le ſoleil, & paroît de 20 ſecondes à droite, c'eſt-à-dire, à l'occident du point *E*.

Quand nous avons ſuppoſé l'étoile au point *E*, nous n'avons pas prétendu dire que les étoiles n'éſoient pas plus éloignées de nous que le ſoleil ; elles le ſont deux cents mille fois plus : la lumiere emploie peut-être trois ans à venir des étoiles juſqu'à nous ; mais, comme l'effet eſt toujours le même, nous ne pouvons nous en apercevoir ; nous ne pouvons juger que du temps qu'elle emploie à parcourir *E G*, parce que l'effet de cette partie étant ſucceſſivement en plus & en moins, il devient ſenſible par cela même ; tout le reſte ne peut s'apercevoir.

D'après les principes établis ci-deſſus, on peut calculer l'effet de l'*aberration* ſur la longitude & la latitude de différentes étoiles. L'*aberration* d'une étoile qui ſeroit ſituée au pole même de l'écliptique, eſt le plus ſimple de tous, & nous commencerons par celui-là, en faiſant voir que l'étoile paroîtra décrire un cercle de 40″ de diametre autour de ſon vrai lieu, c'eſt-à-dire, autour du pole de l'écliptique. Le cercle *ABCD*, *Fig.* 132, repréſentant l'écliptique ou l'orbite de la terre, que l'on ſuppoſe circulaire, parce que la différence de ſes diametres eſt ici négligeable, concevons que le point *P* exprime le pole de cette orbite ; il faut le concevoir élevé perpendiculairement au deſſus du plan de la figure ; autour du pole *P*, l'on décrira un petit cercle, dont le diametre eſt de 40″ ; lorſque la terre eſt en *A*, & va de *A* vers *B*, l'étoile ſituée au pole de l'écliptique, paroîtra 20″ plus avancée du même côté, c'eſt-à-dire, en *a* ; quand la terre ſera en *B*, l'étoile paroîtra en *b*, de là en *c*, *d*, & elle aura parcouru, dans l'eſpace d'un an, le petit cercle *abcd*, décrit autour du pole de l'écliptique, toujours plus avancée de 90 degrés dans ſon petit cercle, que la terre ne l'eſt dans le ſien, & ayant toujours 20″ de moins en latitude, qu'elle n'auroit dans ſon vrai lieu, puiſqu'elle eſt toujours éloignée de 20″ du pole de l'écliptique.

Pour les étoiles qui ſont dans le plan même de l'écliptique, comme l'étoile *E*, le point *G* eſt celui où ſe trouve la terre quand l'étoile eſt en oppoſition, *D* le point où eſt la terre quand l'étoile eſt en conjonction avec le ſoleil ; dans l'oppoſition, la terre allant de *B* en *G*, ou d'occident vers l'orient, l'étoile paroîtra plus avancée de 20″ vers l'orient, c'eſt-à-dire, que ſa longitude ſera augmentée de 20″ ; mais, dans la conjonction de la terre, allant dans un ſens contraire, par raport à l'étoile, c'eſt-à-dire, de *D* vers *H*, la longitude de l'étoile ſera diminué de 20″. Dans les quadratures, la terre étant en *A* & en C, l'*aberration* ſera nulle, parce que le rayon qui ſe dirige à l'étoile, & qui eſt parallele à *G E*, à cauſe de la grande diſtance des étoiles, devient la tangente de l'orbite, & la route de l'œil ſe confondant avec cette tangente, il n'y a plus d'*aberration*.

Pour trouver l'*aberration* en longitude hors des conjonctions ou des oppoſitions, c'eſt-à-dire, dans les ſituations intermédiaires, ſoit *F L* le petit eſpace de 20″, parcouru en 8′ de temps par la terre, en un point de ſon orbite, qui eſt éloigné du point *G* de l'oppoſition de la quantité *G L*, ſoit *M F* le chemin de la lumiere pendant le même temps, *FML* l'angle d'*aberration* ; le rayon *MF* de l'étoile étant parallele à la ligne *EG*, l'angle *M L F* ou l'angle *L F N* (car on peut prendre ici l'un pour l'autre, puiſqu'ils ne different pas de 20″), ont pour meſure l'arc *C F* ; ainſi, l'angle d'*aberration* eſt égal à 20″ ſin. *F*, ou 20″ ſin. *C F*, ou 20″ co-ſ. *F G*. Donc l'*aberration* en longitude eſt proportionele au ſinus de la diſtance à la quadrature, ou de la diſtance au point où elle eſt nulle ou proportionele au co-ſinus de la diſtance au point où elle eſt la plus grande, diſtance que nous appelons l'*argument d'aberration*.

Ce que nous avons démontré pour l'*aberration* en longitude d'une étoile ſituée dans le plan de l'écliptique, a lieu pour une étoile ſituée au deſſus ou au deſſous de l'écliptique, à quelque latitude que ce ſoit. En effet, que l'on conçoive le point *M* du triangle d'*aberration MFL*, élevé au deſſus du plan de la figure, & dirigé en haut vers une étoile, la baſe *LN* demeurant toujours dans le plan de la figure, alors le mouvement de la terre dans le ſens de *L N*, ou vers la gauche, étant toujours le même, l'*aberration*, dans le ſens de la longitude, ne changera pas ; mais, pour le réduire à l'écliptique, il faudra le diviſer par le co-ſinus de la latitude. *Voyez* RÉDUCTION *à un grand cercle*.

L'*aberration* en latitude peut ſe déduire des mêmes principes ; car, en concevant le point *M*, relevé au deſſus du plan de la figure, le mouvement de la terre, dans la direction *FN*, produira l'*aberration* perpendiculairement à l'écliptique, c'eſt-à-dire, l'*aberration* en latitude ; &, comme *F N* eſt proportionele au ſinus de l'arc *G F*, ou de la diſtance à la conjonction, cette *aberration* en latitude ira en augmentant juſqu'à la quadrature, où elle ſera la plus grande. Le rayon viſuel eſt incliné ſur le plan de l'écliptique ; le mouvement de la terre, dans le ſens perpendiculaire à ce rayon, devient plus petit à proportion du ſinus de l'angle ou du ſinus de la latitude ; ainſi, la plus grande *aberration* en latitude eſt égale à 20″, multipliées par le ſinus de la latitude de l'étoile, & elle augmente depuis les ſyzygies juſqu'aux quadratures, dans le même raport que le ſinus de l'arc parcouru par la terre, ou le ſinus de la diſtance du ſoleil à l'étoile. Toutes ces regles ſont expliquées beaucoup plus en détail dans mon *Aſtronomie*.

M. Bradley avoit joint lui-même à ſa théorie

Digitized by Google

des formules, pour calculer l'*aberration* des fixes en longitude, latitude, aſcenſion droite & déclinaiſon : ces formules ont été démontrées en deux différentes manieres, & réduites à un uſage fort ſimple par M. Clairaut, dans les *Mémoires de l'Académie pour* 1737. Elles ont auſſi été démontrées par Simpſon, de la Société royale de Londres, dans un *Recueil de différens opuſcules Mathématiques, imprimé en Anglois à Londres*, 1740. Enfin, M. Fontaine des Cretes a publié, ſur le même ſujet, un traité à Paris en 1744. On ne peut en placer ici que le réſultat. Chaque étoile paroît décrire dans le cours d'une année, par l'effet de *aberration*, une ellipſe dont le grand axe eſt de 40″, & dont le petit axe perpendiculaire à l'écliptique, eſt de 40″, multipliées par le ſinus de la latitude de l'étoile. L'extrémité orientale du grand axe marque le lieu apparent de l'étoile, le jour de l'oppoſition ; & l'extrémité du petit axe, qui eſt la plus éloignée de l'écliptique, marque ſa ſituation trois mois après, comme on le voit pour Arcturus & pour Sirius, dans les *Fig.* 135 *&* 136, où j'ai tracé les ellipſes d'*aberration*, & marqué la place de l'étoile, pour le premier jour de chaque mois, au dehors de chaque ellipſe.

La plus grande *aberration* eſt égale à 20″, diviſées par le co-ſinus de la latitude ; elle eſt la plus grande quand la longitude du ſoleil eſt égale à la longitude de l'étoile.

La plus grande *aberration* en latitude eſt égale à 20″, multipliées par le ſinus de la latitude ; elle eſt la plus grande ſouſtractive quand la longitude du ſoleil ſurpaſſe de trois ſignes celle de l'étoile ; ainſi, la laritude en ſera diminnée avant l'oppoſition, ou vers la premiere quadrature, & augmentée après l'oppoſition, ſoit dans les étoiles boréales, ſoit dans celles dont la latitude eſt auſtrale.

Pour trouver l'*aberration* en déclinaiſon, il faut commencer par calculer l'*angle de poſition*, ou l'*angle du cercle de latitude & du cercle de déclinaiſon*, qui paſſent par l'étoile ; alors le ſinus de la latitude de l'étoile eſt au rayon, comme la rangente de l'angle de poſition eſt à la tangente d'un arc, qui eſt la diſtance entre le lieu du ſoleil, au temps de la conjonction, c'eſt-à-dire, le lieu même de l'étoile, & le lieu du ſoleil quand l'*aberration* en déclinaiſon eſt nulle. Ce lieu du ſoleil, augmenté de trois ſignes, eſt celui qui a lieu quand l'*aberration* en déclinaiſon eſt la plus grande. Pour avoir la quantité de cette plus grande *aberration*, on dira : le co-ſinus de l'élongation de l'étoile au temps de la plus grande *aberration* en déclinaiſon, eſt au ſinus de l'angle de poſition, comme 20″ ſont à la plus grande *aberration* en déclinaiſon.

Pour l'*aberration* en aſcenſion droite, on dira d'abord : le ſinus de la latitude de l'étoile eſt au rayon, comme la co-tangente de l'angle de poſition eſt à la rangente de la différence entre la longitude de l'étoile & celle du ſoleil, au temps où l'*aberration* en aſcenſion droite eſt nulle. Quand le lieu du ſoleil eſt plus avancé de trois ſignes, l'*aberration* en aſcenſion droite eſt la plus grande.

Le ſinus de la différence trouvée eſt au co-ſinus de l'angle de poſition, comme 20″ ſont à la plus grande *aberration* en aſcenſion droite.

L'*aberration* actuele, dans les quatre cas que nous venons de parcourir, eſt égale à la plus grande *aberration* multipliée par le co-ſinus de la différence entre la longitude du ſoleil au temps où elle étoit la plus grande : & la longitude actuele du ſoleil, pour le temps donné, que l'on retranche de la premiere.

On trouve des tables détaillées de toutes ces *aberrations* en aſcenſion droite & en déclinaiſon, dont les aſtronomes font un uſage continuel, dans *la Connoiſſance des Temps de* 1760, & des années ſuivantes ; on les a réunies dans le volume de 1781, & M. Mezger en a donné un recueil plus complet à Manheim, en 1778, ſous ce titre : *Tabulæ aberrationis*. Voici les principaux articles pour dix étoiles principales, vers 1750.

Noms des étoiles.	*Lieu du ☉ au temps de la plus gr. aberr. en aſcenſion droite.*	*La plus grande aberration, en aſcenſion droite.*	*Lieu du ☉ au temps de la plus gr. aberr. en déclinaiſon.*	*La plus grande aberration en déclinaiſon.*
Étoile polaire . .	0ˢ 11° 38′	8′ 38″, 4	3ˢ 8° 48′	19″, 9
Aldebaran	2 7 10	0 20, 6	1 6 46	3, 8
La Chevre	2 15 43	28, 5	5 1 36	8, 1
Sirius	3 7 48	20, 8	6 3 45	12, 8
Régulus	4 26 28	19, 3	10 25 3	6, 8
L'épi de la Vierge	6 19 30	18, 6	6 25 14	7, 6
Arcturus	7 33 15	20, 1	5 0 55	12, 4
Antarès	8 5 24	21, 8	8 29 40	3, 9
La Lyre	9 6 33	25, 5	0 5 1	17, 6
L'Aigle	9 22 48	19, 9	0 6 37	10, 3

Pour qu'on puiſſe voir dans les ellipſes, *Fig.* 135 *&* 136, les changemens d'aſcenſions droites & de déclinaiſons, je les ai diſpoſées ſur un parallele à l'équateur, repréſenté par *AB*, on voit qu'au mois de juillet Arcturus paroît à gauche, & Sirius à droite ou à l'occident, ſur ſon ellipſe *d'aber-*

ration ; ainſi, leur différence d'aſcenſion droite augmente en été ; mais leur différence de déclinaiſon varie peu, parce qu'elles ſont à peu près vues dans les mêmes temps aux parties ſupérieures ou inférieures de leurs ellipſes.

Nous n'avons eu égard, dans tout ce qui précede, qu'au mouvement annuel de la terre, & non point au mouvement diurne, parce qu'il eſt trop lent pour qu'il puiſſe avoir un effet ſenſible. En effet, la viteſſe du mouvement diurne eſt à celle du mouvement annuel, en raiſon inverſe des temps, & en raiſon diverſe des diſtances; elle n'eſt donc que $\frac{1}{6\,0}$ de la viteſſe du mouvement annuel : ce qui feroit une *aberration* de deux tiers de ſeconde dans l'eſpace de douze heures, quantité abſolument inſenſible.

L'*aberration* a lieu dans les planetes, auſſi-bien que dans les étoiles fixes ; mais elle eſt plus facile à calculer, quand on connoît leur mouvement & leur diſtance. L'*aberration* d'une planete eſt toujours égale à ſon mouvement vu de la terre, pendant le temps que la lumiere emploie à venir de la planete juſqu'à la terre. Par exemple, la lumiere emploie 8′ 8″ à venir du ſoleil juſqu'à nous ; le mouvement du ſoleil pendant ces 8′ eſt de 20″ : d'où il ſuit que le ſoleil à 20″ d'*aberration* en longitude en tout temps ; &, comme l'*aberration* fait paroître la planete du côté où va la terre, oppoſé à celui où la planete paroît aller, il s'enſuit que, ſi la longitude eſt croiſſante, l'*aberration* la diminue, & il faudra l'ôter de la longitude calculée, pour avoir la longitude apparente. Il en ſera de même de la latitude, de l'aſcenſion droite, de la déclinaiſon, pourvu qu'on prene le mouvement géocentrique en latitude, en aſcenſion droite, en déclinaiſon, pendant le temps que la lumiere emploie à venir de la planete juſqu'à nous. On peut voir des formules & des méthodes particulieres de M. Clairaut, à ce ſujet, dans les *Mém. de l'Acad.* 1746 ; & celles de M. Euler, dans les *Mém. de Berlin*, 1746, *tome II* ; & j'ai donné de nouveles tables d'*aberration* pour toutes les planetes, calculées avec ſoin par M. de Lambre, dans le 8ᵉ volume des Éphémérides de Paris, publié en 1783 ; on y voit que l'*aberration* peut aller juſqu'à une minute ou 60″ pour Mercure, 44″ pour Vénus, 38″ pour Mars, 29″ pour Jupiter, & 26″ pour Saturne.

L'*aberration* dépend toujours du raport entre la viteſſe de la lumiere & celle de l'obſervateur ; d'après ce principe, M. Boſcovich m'écrivoit, en 1766, qu'il avoit imaginé un moyen de voir ſi la viteſſe de la lumiere eſt plus grande dans l'eau que dans l'air, en ſe procurant deux meſures différentes de l'*aberration*. Il ſuppoſe, ſur un même inſtrument, une lunete ordinaire & une lunete dont le tube ſeroit plein d'eau depuis l'objectif juſqu'au réticule ; celui-ci ſeroit formé par une plaque de verre, l'on y traceroit les lignes néceſſaires pour obſerver la diſtance d'une étoile au zénith. La viteſſe de la lumiere dans la lunete d'eau étant augmentée, ſon raport avec la viteſſe de la terre deviendroit plus grand ; il faudroit par conſéquent une moindre inclinaiſon dans cette lunete d'eau, pour que le rayon de l'étoile parvînt à la ligne du réticule ; donc l'*aberration*, dans la lunete d'eau, ſeroit moindre ; donc elle donneroit la vraie diſtance au zénith plus ou moins cette nouvele *aberration* ; &, en retournant l'inſtrument, on auroit le double de cette diſtance plus ou moins le double de *l'aberration* ; donc on obſerveroit la double diſtance dans une des lunetes plus grande que dans l'autre du double de la quantité dont l'*aberration* de la lunete ordinaire ſurpaſſeroit l'*aberration* de la lunete d'eau.

On a objecté, contre cette idée, que le rayon, en ſortant de la lunete d'eau, devroit perdre l'augmentation de viteſſe qu'il avoit acquiſe en y entrant ; mais on répond que le rayon arivé une fois au trait du micrometre intérieur, la direction de l'étoile eſt déterminée par là même ; le rayon intercepté ne ſort plus, & il n'importe plus que les rayons, en ſortant de la lunete, changent de direction & de viteſſe ; ainſi, l'inclinaiſon de la lunete ſera toujours différente.

Il paroît par les raports de réfraction de l'air dans l'eau, que les viteſſes de la lumiere y ſont comme 3 à 4 ; ainſi, le cercle d'*aberration* des étoiles ayant 40″ par la viteſſe de la lumiere dans l'air, il auroit 30″ ſeulement par la viteſſe de la lumiere dans l'eau ; il y auroit donc 10″ de différence dans l'obſervation, ſi, comme on le croit, la viteſſe du rayon augmente dans l'eau. (DE LA LANDE.)

ABERRATION (*Optique.*) diſperſion des rayons de lumiere, qui, partant d'un objet & traverſant un verre de lunete, au lieu d'aller ſe réunir en un même point ou *foyer*, ſe répandent ſur une petite étendue, & forment en conſéquence une image, un peu confuſe de l'objet.

Il y a deux cauſes d'*aberration* ; la premiere cauſe eſt la ſphéricité des verres ou des miroirs ; la ſeconde eſt la diverſe réfrangibilité des rayons. L'*aberration de ſphéricité* vient de ce qu'un verre de figure exactement circulaire, tel qu'on les travaille dans les baſſins pour faire les lunetes d'approche, ne peut pas raſſembler en un ſeul point tous les rayons de lumiere qui, partant de l'objet, traverſent les différens points du verre ; cette *aberration* eſt d'autant plus grande que le verre a une plus grande ouverture : il faut voir à ce ſujet le *Traité d'Optique* de Smith, imprimé à Cambridge en 1738, en deux volumes *in*-4°, traduit par le P. Pezenas, à Avignon, 1767 ; & par M. Duval le Roi, à Breſt, 1767. Ces deux dernieres éditions renferment beaucoup d'augmentations nouveles, ſur tout par raport aux lunetes achromatiques.

L'*aberration de réfrangibilité* vient de la décompoſition d'un faiſceau de rayons, qui, en traverſant un milieu diaphane tel qu'un verre de lunete, ſe diviſe en différentes couleurs, dont les plus remarquables ſont les ſept couleurs ſuivantes,

Digitized by Google

violet, indigo, bleu, vert, jaûne, orangé, rouge. Dans une lunete de 27 pieds, les rayons rouges ſe réuniſſent dans un foyer qui differe de près d'un pied du foyer des rayons violets. Il faudroit cependant que tous ces rayons ſe raſſemblaſſent au même point, pour que l'image d'un objet fût tranchée, nette & diſtincte; c'eſt pour remédier à cette *aberration de réfrangibilité & de ſphéricité*, que M. Euler chercha le moyen de faire des verres de lunetes, compoſés de differentes ſubſtances; & c'eſt ce qui a donné naiſſance à la nouvele invention des lunetes achromatiques, qui diminuent en effet conſidérablement les deux eſpeces *d'aberrations* dont nous venons de parler. *Voyez* ACHROMATIQUE. (*M.* DE LA LANDE.)

ABONDANT, adj. (*Arithm.*) Nombre *abondant* eſt un nombre dont les parties aliquotes, priſes enſemble, forment un bout plus grand que le nombre. Par exemple, 12 a pour parties aliquotes 1, 2, 3, 4, 6, dont la ſomme 16 ſurpaſſe 12. Le nombre *abondant* eſt oppoſé au nombre *défectif*, qui eſt plus grand que la ſomme de ſes parties aliquotes, comme 14 dont les parties aliquotes ſont 1, 2, 7; & au nombre *parfait* qui eſt égal à la ſomme de ſes parties aliquotes, comme 6 dont les parties aliquotes ſont 1, 2, 3. *Voyez* NOMBRE & ALIQUOTE.

ABOUTIR, *en Hydraulique*, c'eſt racorder un grôs tuyau ſur un petit. S'il eſt de fer, de grès, ou de bois, ce ſera par le moyen d'un collet de plomb, qui viendra en diminuant du grôs au petit. Quand le tuyau eſt de plomb, l'opération eſt encore plus aiſée: mais, quand il s'agit de racorder une conduite de ſix pouces ſur une de trois, il faut un tambour de plomb fait en cône, en prenant une table de plomb dont on forme un tuyau que l'on ſoude par-deſſus. (*K.*)

ABRACHALEUS (*Aſtr.*); c'eſt un des noms de la ſeconde étoile des Gémeaux, marqué β, & qu'on appele auſſi Pollux.

ABSCISSE, ſ. f. (*Géom.*) du mot latin *abſcindere*, partie quelconque de l'axe ou du diametre d'une courbe, compriſe depuis un point fixe où toutes les *abſciſſes* prenent leur origine, juſqu'à une autre ligne nommée *ordonée*, qui ſe termine à la courbe. Ainſi, *ſect. Con. Fig.* 37; *A* étant un point fixe, *AP* eſt une *abſciſſe* de la courbe *OMM'*, *PM* eſt l'ordonée correſpondante; de même *AP'* eſt une autre *abſciſſe*, *P'M'* l'ordonée correſpondante.

L'*abſciſſe* & l'ordonée correſpondante, conſidérées enſemble, ſe nomment les *co-ordonées* de la courbe.

ABSENT. (*Calcul des probabilités.*) Lorſque M. Nicolas Bernoulli, neveu des célebres Jacques & Jean Bernoulli, ſoutint à Bâle, en 1709, ſa theſe de docteur en droit; comme il étoit grand géometre, auſſi bien que juriſconſulte, il ne put s'empêcher de choiſir une matiere qui admît de la Géométrie. Il prit donc pour ſujet de ſa theſe, *de uſu artis conjectandi in Jure*; c'eſt-à-dire, *de l'application du calcul des probabilités aux matieres de Juriſprudence*, & le troiſieme chapitre de cette theſe traite du temps où *un abſent doit être réputé pour mort*. Selon lui, il doit être cenſé tel, lorſqu'il y a deux fois plus à parier qu'il eſt mort que vivant. Suppoſons donc un homme parti de ſon pays à l'âge de vingt ans, & voyons, ſuivant la Théorie de M. Bernoulli, en quel temps il peut être cenſé mort.

Suivant les Tables données par M. Deparcieux, de l'Académie Royale des Sciences, de 814 perſones vivantes à l'âge de 20 ans, il n'en reſte, à l'âge de 72 ans, que 271, qui ſont à peu près le tiers de 814; donc il en eſt mort les deux tiers depuis 20 juſqu'à 72, c'eſt-à-dire, en 52 ans; donc, au bout de 52 ans, il y a deux fois plus à parier pour la mort que pour la vie d'un homme qui s'abſente & qui diſparoît à 20 ans. J'ai choiſi ici la Table de M. Deparcieux, & je l'ai préférée à celle dont M. Bernoulli paroît s'être ſervi, me contentant d'y appliquer ſon raiſonement: mais je crois notre calcul trop fort en cette occaſion, à un certain égard, & trop foible à un autre; car, 1°. d'un côté, la Table de M. Deparcieux a été faite ſur des rentiers de tontines, qui, comme il le remarque lui-même, vivent ordinairement plus que les autres, parce que l'on ne met ordinairement à la tontine que quand on eſt aſſez bien conſtitué, pour ſe flater d'une longue vie. Au contraire, il y a à parier qu'un homme qui eſt abſent, & qui depuis long-temps n'a donné de ſes nouveles à ſa famille, eſt au moins dans le malheur ou dans l'indigence, qui, joints à la fatigue des voyages, ne peuvent guere manquer d'abréger les jours. 2°. D'un autre côté, je ne vois pas qu'il ſuffiſe pour qu'un homme ſoit cenſé mort, qu'il y ait ſeulement deux contre un à parier qu'il l'eſt, ſur-tout dans le cas dont il s'agit. Car, lorſqu'il eſt queſtion de diſpoſer des biens d'un homme, & de le dépouiller ſans autre motif que ſa longue abſence, la loi doit toujours ſuppoſer ſa mort certaine. Ce principe me paroît ſi évident & ſi juſte, que, ſi la Table de M. Deparcieux n'étoit pas faite ſur des gens qui vivent ordinairement plus long-temps que les autres, je croirois que l'*abſent* ne doit être cenſé mort que dans le temps où il ne reſte plus aucune des 814 perſones âgées de 20 ans, c'eſt-à-dire, à 93 ans. Mais, comme la Table de M. Deparcieux ſeroit, dans ce cas, trop favorable aux *abſens*, on poura, ce me ſemble, faire une compenſation, en prenant l'année où il ne reſte que le quart des 814 perſones, c'eſt-à-dire, environ 75 ans. Cette queſtion ſeroit plus facile à décider, ſi on avoit des Tables de mortalité des voyageurs: mais ces Tables nous manquent encore, parce qu'elles ſont très-difficiles & peut-être impoſſibles dans l'exécution.

M. de Buffon a donné, à la fin du troiſieme volume de ſon Hiſtoire Naturele, des Tables de la durée de la vie, plus exactes & plus commodes que celle de M. Deparcieux, pour réſoudre le pro-

le problême dont il s'agit; parce qu'elles ont été faites pour tous les hommes ſans diſtinction, & non pour les rentiers ſeulement. Ces Tables ſeroient peut-être encore un peu trop favorables aux voyageurs, qui doivent généralement vivre moins que les autres hommes. Mais, comme elles le ſont moins que les autres, au lieu d'y prendre les trois quarts, comme nous avons fait dans les Tables de M. Deparcieux, il ſeroit bon de ne prendre que les $\frac{5}{6}$ ou peut-être les $\frac{9}{10}$. Le calcul en eſt aiſé à faire; il nous ſuffit d'avoir indiqué la méthode. (*O.*)

D'ailleurs la ſolution de ce problême ſuppoſe une autre theorie ſur la probabilité morale des événemens que celle qu'on a ſuivie juſqu'à préſent. Cette théorie nouvele eſt de M. de Buffon, & nous allons mettre le lecteur en état de ſe ſatisfaire lui-même ſur la queſtion préſente *des abſens réputés pour morts*, en lui indiquant les principes qu'il pourroit ſuivre. Il eſt conſtant que, quand il s'agit de décider par une ſuppoſition du bien-être d'un homme, qui n'a contre lui que ſon abſence, il faut avoir la plus grande certitude poſſible que la ſuppoſition eſt vraie. Mais comment avoir cette plus grande certitude morale poſſible? Où prendre ce *maximum*? Comment le déterminer? Voici comment M. de Buffon veut qu'on s'y prene, & l'on ne peut douter que ſon idée ne ſoit très-ingénieuſe, & ne donne la ſolution d'un grand nombre de queſtions embaraſſantes, telles que celles du problême ſur la ſomme que doit parier à croix ou pile un joueur *A* contre un joueur *B* qui lui donneroit un écu, ſi lui *B* amenoit pile du premier coup; deux écus, ſi lui *B* amenoit encore pile au ſecond coup; quatre écus, ſi lui *B* amenoit encore pile au troiſieme, & ainſi de ſuite; car il eſt évident que la miſe de *A* doit être déterminée ſur la plus grande certitude morale poſſible que l'on puiſſe avoir, que *B* ne paſſera pas un certain nombre de coups: ce qui fait rentrer la queſtion dans le fini, & lui donne des limites. Mais on aura, dans le cas de l'*abſent*, la plus grande certitude morale poſſible de ſa mort, ou d'un événement en général, par celui où un nombre d'hommes ſeroit aſſez grand pour qu'aucun ne craignît le plus grand malheur, qui devroit cependant arriver infailliblemens à un d'entr'eux. Exemple: prenons dix mille hommes de même âge, de même ſanté, *&c.* parmi leſquels il en doit certainement mourir un aujourd'hui: ſi ce nombre n'eſt pas encore aſſez grand pour délivrer entiérement de la crainte de la mort chacun d'eux, prenons-en vingt. Dans cette derniere ſuppoſition, le cas où l'on auroit la plus grande certitude morale poſſible qu'un homme ſeroit mort, ce ſeroit celui où de ces vingt mille hommes vivans, quand il s'eſt abſenté, il n'en reſteroit plus qu'un.

Voilà la route qu'on doit ſuivre ici & dans toutes autres conjonctures pareilles, où l'humanité ſemble exiges la ſuppoſition la plus favorable.

Cette Addition eſt de M. DIDEROT.

Nous avons cru devoir ajoutes à cet article, tiré de la premiere édition de l'Encyclopédie, les réflexions ſuivantes:

I. La nouvele Théorie que M. de Buffon a propoſée, ne nous paroît point pouvois être admiſe.

1°. Elle eſt inexacte en elle-même, puiſqu'elle tend à confondre deux choſes de natuse différente, la probabilité & la certitude.

2°. Elle ne peut ſervir qu'à ſimplifier le calcul, dans le cas où le réſultat, auquel cette hypotheſe conduiroit, ne différeroit que d'une maniere inſenſible des réſultats rigoureux: ainſi, elle ne doit pas êrse employée à reſoudre aucune des difficultés qui peuvent s'élever ſur les principes même du calcul.

3°. On ne ſe permet, dans le calcul, d'employer comme abſolue une détermination approchée, que pour une quantité dont on connoît une valeur très-peu différente de la réelle, & dont la valeur réelle eſt incertaine; or ici la valeur de la certitude eſt déterminée & égale à l'unité. Ainſi, il n'y a aucune raiſon pour ſuppoſer dans le calcul, ni aucune probabilité égale à l'unité, ni la certitude égale à une fraction peu différente de l'unité.

4°. Lorſqu'on ſe permet de négliges une quantité, c'eſt toujours par la raiſon qu'on la regarde comme nulle, par raport à celle que l'on veut connoître, & c'eſt ce qui ne peut avois lieu ici. Toutes les fois que la probabilité d'un événement eſt très-peu différente de l'unité, la probabilité de l'événement contraire eſt une très-petite quantité. Ainſi, je puis bien regarder comme étant également probables les événemens dont les probabilités $\frac{10000}{10000} - \frac{1}{10}$ & $\frac{10001}{10000} - \frac{5}{10}$ ſont très-peu différentes.

Mais il n'en eſt pas de même des événemens contraires, dont les probabilités $\frac{5}{10000}$, $\frac{1}{10001}$ ſont dans le raport d'un à dix.

5°. Un *maximum* de probabilité eſt une expreſſion qui ne peut s'entendre en mathématiques; le *maximum* de la probabilité ſeroit 1, & elle ne peut y atteindre. Mais on peut fixer un *minimum* de probabilité, c'eſt-à-dire, une probabilité au deſſous de laquelle, par exemple, il ne peut être permis ni de condamner un homme, ni de le dépouilles de ſon bien, ni de le séputer mort. Cette idée eſt abſolument l'oppoſée de celle que propoſe M. de Buffon, & c'eſt la ſeule que l'on doive admetre.

II. Dans les queſtions relatives aux biens des

abſent, il faut examiner ſéparémrnt les trois hypotheſes ſuivantes:

Celle où l'*abſent* reviendroit au bout d'un certain temps, celle où l'*abſent* ne reviendra jamais, mais où l'époque de ſa mort eſt connue, & celle où l'on ignore cette époque à perpétuité.

Cela poſé, nous demanderons d'abord d'après quel principe on doit régler l'adminiſtration des biens d'un *abſent*, pour que, dans le cas où il reviendroit, il n'eût éprouvé aucune injuſtice.

Il eſt clair qu'à ſon retour, il reprendroit ſes droits ſur tous ſes biens, & qu'il s'agit donc ſeulement de déterminer à quelle époque on peut ceſſer de les laiſſer en ſéqueſtre, & permettre à ſes héritiers de les partager, & d'en diſpoſer, en donnant, pour leur ſûreté, les cautions convenables, & au bout de quel temps on peut même les diſpenſer des formalités.

Pour le 1er. cas, on voit que, du moment où la vie d'un homme eſt incertaine, on lui fait une injuſtice, dans le cas où il vivroit, en permettant à ſes héritiers de diſpoſer de ſon bien, & que, s'il eſt mort, on en fait une à ſes héritiers en les privant de la ſucceſſion. Soit donc a la probabilité du riſque auquel vous expoſeriez un *abſent*, en permettant de diſtribuer ſon bien b au bout d'un nombre n d'années d'abſence; la valeur de la perte à laquelle il ſeroit expoſé ſera exprimée par ab, &, ſi u eſt la probabilité qu'il eſt vivant, ſon riſque s'exprimera par $\overline{u\ a\ b}$.

Maintenant, quelle eſt la perte de l'héritier, ſi on refuſe de le mettre en jouiſſance? Le bien eſt ici toujours b: ſoit $s-r$, la probabilité qu'il en jouira toujours, ſans être obligé de le rendre; c'eſt-à-dire, la probabilité que l'*abſent* ne reviendra pas; $s-r.b$ eſt le tort fait à l'héritier.

Mais ce tort n'eſt pas irréparable, puiſque, ſi l'on lui rend b, augmenté de l'intérêt, l'année d'après il n'aura rien perdu: ſoit donc u' la probabilité qu'il ne mourra pas dans l'année; $\overline{s-u'.\ 1-r.\ b}$, exprimera le riſque qu'on lui fait courir, en ne lui remettant pas la diſpoſition au commencement de cette même année; ainſi, pour livrer le bien de l'*abſent* aux héritiers même, en exigeant une caution, il faut que $\overline{s-r.\ 1-u'.} > ua$. Le cas où l'on peut ceſſer d'exiger les formalités de cautions, ſe réſolvera de même, à cela près que a doit être alors plus grand. On peut, ſans beaucoup d'erreur, ſuppoſer $s-r = t-u+\frac{1}{2}u$: en effet $s-r$ eſt la probabilité que l'*abſent* ne reviendra jamais; mais la probabilité qu'il eſt mort eſt $s-u$, & on peut ſuppoſer que, s'il eſt vivant, il y a autant à parier qu'il reviendra, qu'à parier qu'il ne reviendra pas.

Cette 1ere. condition ne ſuffit pas; il faut encore que, dans le cas où l'on ſauroit un jour l'époque fixe de la mort de l'*abſent*, il ne réſultât des diſpoſitions faites de ſes biens, aucune injuſtice à l'égard de ſes héritiers.

Il eſt clair que les biens doivent être partagés définitivement, comme ſi la ſucceſſion étoit ouverte du jour de ſa mort. Ainſi, ſuppoſons que b eſt, à une époque donnée, la portion du bien que demande un héritier A, & que, par la mort de A, cette portion paſſeroit à B, le tort fait à A eſt ici comme ci-deſſus $\overline{t-r : r-u'}\ b$. Pour évaluer le tort fait à B, on trouvera:

1o. Que a peut exprimer le danger auquel on l'expoſe;

2o. Que ce danger n'a lieu qu'autant que A mourroit avant l'*abſent*; donc, ſi u'' exprime la probabilité que A meure avant l'*abſent*, on aura $u''\ a\ b$ pour le riſque auquel B eſt expoſé, ſi on donne une partie de l'héritage à A. Ainſi, il faudra, pour laiſſer à A la diſpoſition de ſa portion, que $\overline{1-r\ \ t-u' > u''\ a}$.

Cette condition doit être remplie dans toutes les combinaiſons qui peuvent avoir lieu dans l'ordre de mortalité des différens héritiers.

Suppoſons enfin qu'il ſoit queſtion de régler le partage des biens, en ayant également égard à la juſtice, dans la ſuppoſition que l'*abſent* ne revienne jamais, & qu'on doive ignorer l'époque de ſa mort. Nous connoiſſons, 1o. l'époque où l'on peut, ſans injuſtice, faire le partage de ſes biens. Soit b le bien; puiſqu'il y a $1-u$ à parier qu'il eſt mort, il faudra d'abord prendre une partie $\overline{t-u\ b}$.

2o. Si, depuis l'incertitude de ſon ſort juſqu'à cette époque, il y a pour une ou deux autres époques A. B. des variations dans l'ordre de la ſucceſſion, il faudra, ſi $s-u.\ x$, $1-u.\ x+z$ repréſentent la probabilité de la mort à ces époques, partager $\overline{1-u.\ x\ b}$, comme à l'époque A; $\overline{t-uz.b}$, comme à l'époque B; $\overline{s-u.\ s-z-x.b}$, comme à l'époque de la diſtribution. Le reſte peut être diſtribué proviſoirement, mais toujours à la condition que, s'il ſurvient un changement dans l'ordre de la ſucceſſion, une partie de ce reſte proportionele à la probabilité que la mort n'eſt pas arivée avant ce changement, ſera diſtribuée comme elle l'auroit été, ſi on eût appris que ſa mort eſt arivée après ce changement. Enfin, lorſque la probabilité de la mort de l'*abſent* aura ſurpaſſé ce *minimum* de certitude morale dont nous avons parlé ci-deſſus, il faudra diſtribuer définitivement tous les biens, ſuivant la même regle (*): d'où il réſulte que c'eſt la ſeule époque à laquelle les formalités de cautions, *&c.* doivent être ſupprimées.

Ces principes ſuffiſent pour réſoudre toutes les

(*) *Voyez*, ſur le principe général de diſtribuer les ſommes proportionélement à la probabilité du droit, l'*art.* PROBABILITÉ.

queſtions qui peuvent ſe préſenter ſur cet objet; ils ſe bornent à cette regle très ſimple, de ſuppoſer proportionel à la probabilité de la vie & de la mort de l'*abſent*, le tort qui réſulte pour lui ou pour ſon héritier, de la ſuppoſition qu'il eſt mort ou vivant à chaque époque que l'on conſidere, & d'attendre, pour toute déciſion irrévocable, que la probabilité de la mort ſoit au delà du *minimum* de probabilité, pour lequel il peut être permis de priver un homme de ſes droits. (*Voyez l'article* PROBABILITÉ.) Les queſtions relatives à la diſtribution des ſucceſſions qui peuvent échoir à un *abſent*, aux droits de ſes créanciers ſur ces biens, *&c.* doivent ſe réſoudre par les mêmes principes.

Nous nous ſommes bornés ici à des principes généraux, parce que leur application à la pratique, dépend des loix de chaque pays ſur les cautions, ſur la preſcription, ſur l'ordre de ſucceſſion, ſur le plus ou moins de liberté des diſpoſitions teſtamentaires. Ainſi, dans chaque nation, pour faire, ſur cet objet, une loi conforme à la raiſon & à la juſtice, il faudroit, après avoir réſolu, dans tous les cas, les queſtions qui peuvent ſe préſenter, chercher à déduire de tous les réſultats qu'on auroit obtenus par le calcul, quelques regles générales & ſimples, qui n'expoſeroient à commettre des injuſtices, que dans des cas preſqu'impoſſibles à ſuppoſer. (*M. D. C.*)

ABSIDES. *Voyez* APSIDES.

ABSOLU: *nombre abſolu*, en *Algebre*, eſt la quantité ou le nombre connu qui fait un des termes d'une équation. *Voyez* ÉQUATION & RACINE.

Ainſi, dans l'équation $xx + 16x = 36$, le nombre abſolu eſt 36, qui égale x multiplié par lui-même, ajouté à 16 fois x.

C'eſt ce que Viéte appele *homogeneum comparationis*. *Voyez* HOMOGENE *de comparaiſon*.

ABSTRAIT, adj. (*Arith.*); nombre *abſtrait*, collection d'unités conſidérées en elles-mêmes, & qui ne déſignent point de choſes particulieres & déterminées. Par exemple, 3 eſt un nombre *abſtrait*; 3 *fois* eſt auſſi un nombre *abſtrait*: mais, quand on dit 3 *hommes*, 3 *écus*, le nombre 3 eſt *concret*. *Voyez* CONCRET.

On appele *mathématiques abſtraites*, ou *mathématiques pures*, la claſſe des mathématiques qui conſiderent la grandeur en elle-même, & d'une maniere générale. *Voyez* MATHÉMATIQUES.

ABSURDE. (*Géom.*) En Géométrie, on démontre preſque toutes les converſes, en les réduiſant à l'*abſurde*; c'eſt-à-dire, en prouvant que, ſi la converſe n'étoit pas vraie, une propoſition, déja démontrée, ſeroit fauſſe. Or il eſt contraire au ſens commun, il eſt *abſurde* qu'une propoſition démontrée ne ſoit pas vraie. (*J. D. C.*)

ABUTER, v. a. Aux quilles, avant que de commencer le jeu, chaque joueur en prend une, la jete vers la boule placée à une diſtance convenue entre les joueurs; voilà ce qu'on appele *abuter*. Celui qui *abute* le mieux, c'eſt-à-dire, dont la quille eſt la plus proche de la boule, gâgne l'avantage de jouer le premier.

ACADÉMIE. *Voyez* ASTRONOMIE.

ACARNAR. *Voyez* ACHARNAR.

ACAMPTE, adj. (*Opt.*); mot employé par Léibnitz, (*Op. Léib. tom. III, p.* 203) pour déſigner une figure qui étant opaque & polie, & par conſéquent douée des propriétés néceſſaires pour réfléchir la lumiere, n'en réfléchit point. *Voyez*, *dans l'endroit cité des Œuvres de Léibnitz, l'explication de ce paradoxe*.

ACCÉLÉRATION; dans le moyen mouvement de la lune, & dans celui de Jupiter. *Voyez* ÉQUATION *ſéculaire*.

ACCÉLÉRATION *diurne des étoiles* (*Aſtronomie.*); c'eſt la quantité dont leurs levers & leurs couchers avancent chaque jour, ainſi que leurs paſſages au méridien; elle eſt de 3′ 56″. Cette *accélération*, dont les aſtronomes font un uſage continuel, vient du retardement effectif du ſoleil; ſon mouvement propre vers l'orient, qui eſt de 59′ 8″ de degré tous les jours, fait que l'étoile, qui paſſoit au méridien hier en même temps que le ſoleil, eſt plus occidentale aujourd'hui de 59′ 8″, ce qui exige 3′ 56″ de temps; elle paſſera donc plutôt, de la même quantité.

Pour calculer rigoureuſement la quantité de cette *accélération*, il faut faire la proportion ſuivante 360° 59′ 8″ 204, ſont à 24^h 0′ 0″, comme 360° 0′ ſont à 23^h 56′ 4″ 098; c'eſt la durée moyene de la révolution diurne des étoiles fixes, qui differe de 24 heures ſolaires moyenes de 3′ 55″ 902.

Il y a eu des aſtronomes célebres qui ſe ſont mépris à cet égard, qui faiſoient l'*accélération* de 3′ 56″ 55; ils commençoient la proportion par 360°, & dès-lors ils ſuppoſoient implicitement que l'*accélération* étoit comptée en heures du premier mobile ou des étoiles fixes, au lieu que tous les temps doivent ſe compter en heures ſolaires moyenes; ou bien ils ſuppoſoient que l'*accélération* ſe comptoit ſur l'horloge du temps moyen; mais au moment où le ſoleil paſſe par le méridien, au lieu de la compter au moment du paſſage de l'étoile, c'eſt le retardement du ſoleil qu'ils prenoient, au lieu de l'*accélération* des étoiles.

Le vrai paſſage d'une étoile au méridien, n'avance pas tous les jours de 3′ 56″, ni tous les jours également, par raport au ſoleil vrai qui regle nos cadrans, mais ſeulement par raport à un ſoleil moyen ſuppoſé uniforme, que les aſtronomes imaginent pour conſtruire leurs tables & pour régler leurs horloges: le temps moyen differe d'un quart d'heure du temps vrai en certain temps de l'année. *Voyez* ÉQUATION *du temps*; & il s'en faut de la même quantité que les *accélérations* diurnes des étoiles ne faſſent des ſommes toujours égales. L'*accélération* n'eſt que de 3′ 35″ le 19 de ſeptembre, & cette *accélération* va juſqu'à 4′ 27″ le 21 de décembre. L'*accélération* diurne ſert à régler des pendules; ſi je vois une étoile

fixe ſe coucher derriere une montagne ou un clocher, lorſque ma pendule marquoit 7^h 4′ 0″, & que le lendemain, mon œil étant fixé à la même place, l'étoile diſparoiſſe à 7^h 0′ 4″, j'en conclus que la pendule eſt bien réglée quant à ſon mouvement, ou à ſa marche d'un jour à l'autre; mais, pour la mettre à l'heure, il faut ſavoir le temps vrai par des *hauteurs correſpondantes*, par une *méridiene* ou par quelque autre moyen. (*M.* DE LA LANDE.)

ACCÉLÉRATION, ſ. f. (*Méchanique.*); augmentation de viteſſe que reçoit un corps en mouvement. Ce mot eſt oppoſé à *retardation*, qui ſignifie diminution de viteſſe. Par exemple, un corps qui tombe librement par ſa peſanteur, reçoit continuélement une *accélération* de viteſſe; car, ſi la viteſſe demeuroit toujours la même, le choc de ce corps contre un obſtacle ſeroit toujours le même, de quelque hauteur que le corps tombât; ce qui eſt contraire à l'expérience, qui nous apprend qu'à une plus grande hauteur de chute répond un plus grand choc. *Voyez* ACCÉLÉRÉ. Au contraire, un projectile qui ſe meut dans un eſpace ou milieu réſiſtant, par exemple, un boulet de canon, éprouve une *retardation* de viteſſe, qui dénature la courbe qu'il décriroit en vertu de la force d'impulſion initiale, & de la peſanteur. *Voyez* PROJECTILE.

ACCÉLÉRATRICE *Force*. (*Méch.*) On appele ainſi, en Méchanique, la force ou cauſe qui accélere le mouvement d'un corps. Lorſqu'on examine les effets produits par de telles cauſes, & qu'on ne connoît point ces cauſes en elles-mêmes, les effets doivent toujours être donnés indépendament de la connoiſſance de la cauſe, puiſqu'ils ne peuvent en être déduits; c'eſt ainſi que, ſans connoître la cauſe de la peſanteur, nous apprenons, par l'expérience, que les eſpaces décrits par un corps qui tombe, ſont entr'eux comme les carrés des temps. En général, dans les mouvemens variés, dont les cauſes ſont inconnues, il eſt évident que l'effet produit par la cauſe, ſoit dans un temps fini, ſoit dans un inſtant, doit toujours être donné par l'équation entre le temps & les eſpaces; cet effet une fois connu, & le principe de la force d'inertie ſuppoſé, on n'a plus beſoin que de la Géométrie ſeule & du calcul, pour découvrir les propriétés de ces ſortes de mouvemens. Il eſt donc inutile d'avoir recours à ce principe, dont tout le monde fait uſage aujourd'hui, que la force accélératrice ou retardatrice eſt proportionele à ſa cauſe. Nous n'examinerons point ſi ce principe eſt de vérité néceſſaire; nous avouerons ſeulement que les preuves qu'on en a données juſqu'ici, ne nous paroiſſent pas fort convaincantes: nous ne l'adopterons pas non plus, avec quelques Géometres, comme de vérité purement contingente; ce qui ruineroit la certitude de la Méchanique, & la réduiroit à n'être plus qu'une ſcience expérimentale. Nous nous contentons d'obſerver que, vrai ou douteux, clair ou obſcur, il eſt inutile à la Méchanique, & que par conſéquent il doit en être bani. (*O.*)

ACCÉLÉRÉ, adj. (*Méch.*) mouvement *accéléré*, mouvement qui reçoit continuelement de nouveaux accroiſſemens de viteſſe, &, par oppoſition, mouvement *retardé*, mouvement qui perd continuélement des parties de ſa viteſſe. On déſigne, en général, ces ſortes de mouvemens ſous le nom commun de *mouvemens variés*. *Voyez* MOUVEMENT.

Lorſque les accroiſſemens ou les décroiſſemens de viteſſe ſont égaux en temps égaux, le mouvement eſt dit *accéléré* ou *retardé uniformément*.

Nous allons donner ici briévement la théorie du mouvement uniformément *accéléré*: elle s'appliquera, dans un ordre renverſé, au mouvement uniformément retardé.

I. Tout corps en repos ou en mouvement perſévere dans cet état, juſqu'à ce qu'une cauſe extérieure l'en retire. *Voyez* INERTIA & MOUVEMENT.) Ainſi, 1°. un corps ne peut pas de lui-même *accélérer* ſon mouvement; il a beſoin, pour cela, d'être pouſſé par une force accélératrice. 2°. Pour que l'accélération ſoit continue, il faut que la force accélératrice agiſſe continuélement. 3°. La force accélératrice, en ſe répétant continuélement, doit donner, en des inſtans égaux, des coups égaux au mobile, afin que les degrés de viteſſe, produits par ces coups, ſoient égaux, & que le mouvement ſoit uniformément *accéléré*, conformément à l'hypotheſe.

II. On voit par-là que la viteſſe *finale* d'un corps qui ſe meut d'un mouvement uniformément *accéléré* (j'entends la viteſſe qu'a le mobile, au bout d'un certain temps, en vertu des coups ſucceſſifs & égaux de la force accélératrice) eſt toujours proportionele au temps écoulé depuis le moment où la force accélératrice a commencé d'agir. Car le mobile reçoit continuélement, pendant les inſtans égaux & ſucceſſifs du temps, des degrés égaux de viteſſe, en vertu de la force accélératrice; & il conſerve ces degrés de viteſſe, en vertu de ſon inertie. D'où il réſulte que la viteſſe finale, qui n'eſt autre choſe que la ſomme des degrés de viteſſe acquis & conſervés, eſt proportionele à leur nombre, ou au nombre des inſtans du temps, ou enfin au temps même.

Nous ſuppoſons, comme on voit, qu'au premier inſtant où la force accélératrice commence d'agir, la viteſſe eſt zéro, ou que le mobile n'a aucune viteſſe primitivement acquiſe: la même ſuppoſition aura lieu dans la comparaiſon que nous allons faire de deux mouvemens uniformément *accélérés*.

III. *Lorſque deux corps ſe meuvent avec des mouvemens uniformément accélérés, les eſpaces qu'ils parcourent ſont entr'eux comme les produits des temps par les viteſſes finales.*

En effet, repréſentons le temps du mouvement de l'un des corps, par le côté *A B* du triangle rectangle *ABC*, *Méch. Fig. 6*, & ſa viteſſe finale par l'autre côté *B C*. Ayant partagé le temps en une

infinité d'inſtans AD, DF, &c. menons parallélement à BC les ordonées DF, FG : ces lignes exprimeront les viteſſes correſpondantes à la fin des temps AD, AF, de même que BC exprime la viteſſe correſpondante à la fin du temps AB, puiſque les viteſſes finales ſont entr'elles comme les temps, par l'article précédent, & qu'à cauſe des triangles ſemblables ADE, AFG, ABC, (*Voy.* TRIANGLE) les droites DE, FG, BC, ſont entr'elles comme les droites AD, AF, AB. Conſidérons les deux viteſſes LM, NO, qui répondent l'une au commencement, l'autre à la fin d'un inſtant quelconque LN, & menons Mm parallele à AB: il eſt clair que les deux viteſſes LM, NO, qui ne different l'une de l'autre que de la quantité mO infiniment petite par raport à chacune d'elles, peuvent être regardées comme égales, ou que le mouvement peut être cenſé uniforme pendant l'inſtant LN. Or, dans le mouvement uniforme, l'eſpace parcouru eſt comme le produit du temps par la viteſſe. (*Voyez* UNIFORME.) Ainſi, le petit eſpace parcouru pendant l'inſtant LN, eſt proportionel au produit $LN \times LM$; c'eſt-à-dire, au rectangle $LMmN$, ou au trapeze $LMON$, qui en differe infiniment peu, & qui eſt un des élémens du triangle ABC. D'où il réſulte que l'eſpace total, parcouru pendant le temps AB, eſt proportionel à l'aire du triangle ABC.

Semblablement, ſi l'on repréſente le temps du mouvement de l'autre corps, par le côté ab du triangle rectangle abc, *Méch. Fig.* 6, *n.* 2, & ſa viteſſe finale par bc, on trouvera que l'eſpace total, parcouru pendant le temps ab, eſt proportionel à l'aire du triangle abc.

Donc, en nommant reſpectivement E & e les eſpaces parcourus par les deux corps, T & t les temps des mouvemens, V & v les viteſſes finales, on aura $E : e :: \frac{TV}{2} : \frac{tv}{2} :: TV : tv$.

Cette proportion donne la formule (A) $Etv = eTV$.

IV. *Les produits des forces accélératrices, qui animent les deux mobiles, par les temps de leurs applications, ſont entr'eux comme les produits des maſſes par les viteſſes finales.*

Car la force accélératrice, qui anime l'un ou l'autre corps, lui donne autant de coups égaux, qu'il y a d'inſtans égaux dans la durée du mouvement de ce corps; & la ſomme de tous ces coups eſt la cauſe de la quantité finale de mouvement, ou du produit de la maſſe par la viteſſe finale. Donc ſi l'on nomme P & Π les forces accélératrices des deux mobiles, M & m leurs maſſes, V & v leurs viteſſes finales, T & t les temps des mouvemens, on aura $PT : \Pi t :: MV : mv$.

De là ſuit la formule (B) $PTmv = \Pi tMV$.

V. *Les forces accélératrices, multipliées par les carrés des temps, ſont comme les produits des maſſes par les eſpaces parcourus.*

Car ſi l'on diviſe membre à membre, la formule (B) par la formule (A), on aura $\frac{PTm}{Et} = \frac{\Pi tM}{eT}$; d'où l'on tire $PTT : \Pi tt :: ME : me$.

De là ſuit la formule (C), $PTTme = \Pi ttME$.

VI. *Les forces accélératrices, multipliées par les eſpaces parcourus, ſont comme les produits des maſſes par les carrés des viteſſes finales.*

Car, en diviſant les deux membres de la formule (B), par ceux de la formule (A), pris en croix, on aura $\frac{Pmv}{eV} = \Pi \frac{MV}{Ev}$; d'où l'on tire $PE : \Pi e :: MVV : mvv$.

De là ſuit la formule (D) $PEmvv = \Pi e MVV$.

VII. Les quatre formules (A), (B), (C), (D), renferment toute la théorie du mouvement uniformément *accéléré*; c'eſt-à-dire, toutes les relations poſſibles entre les forces accélératrices, les maſſes, les temps, les eſpaces & les viteſſes finales, pour deux corps dont les mouvemens ſont uniformément *accélérés*; de maniere que, connoiſſant tout ce qui eſt relatif à l'un de ces mouvemens, on connoîtra auſſi tout ce qui eſt relatif à l'autre. Nous allons appliquer ces formules aux mouvemens des corps qui tombent librement par la peſanteur, ou qui gliſſent ſur des plans inclinés: donnons auparavant, ſur ce ſujet, deux propoſitions générales de la plus grande utilité.

VIII. *Si un corps, après s'être mû d'un mouvement uniformément accéléré, pendant un certain temps, vient à ſe mouvoir d'un mouvement uniforme, pendant le même temps, avec une viteſſe égale à celle qu'il a au dernier inſtant du mouvement uniformément accéléré, il parcourra un eſpace double de celui qu'il a parcouru par le même mouvement.*

En effet, nous avons vu (*III*) qu'en repréſentant le temps d'un mouvement uniformément *accéléré* par le côté AB du triangle rectangle ABC, la viteſſe finale du mobile par le côté AB: l'eſpace parcouru eſt repréſenté par l'aire du triangle ABC. Or, ſi durant le même temps AB, le mobile ſe meut d'un mouvement uniforme, avec une viteſſe égale à BC, l'eſpace qu'il parcourra ſera repréſenté par l'aire du rectangle $ABCV$, double du triangle ABC, puiſque, dans ce dernier mouvement, à chaque élément du temps, répond conſtament une viteſſe égale à BC, & que, dans le mouvement uniforme, l'eſpace parcouru eſt comme le produit de la viteſſe par le temps. Donc, *&c.*

Cette propoſition ſert à comparer le mouvement uniformément *accéléré*, avec le mouvement uniforme.

IX. *Si un corps, lancé avec certaine viteſſe, éprouve l'action d'une force retardatrice conſtante, il perdra entiérement cette viteſſe dans le même temps qu'il auroit employé à l'acquérir, en vertu d'une force accélératrice conſtante égale à la force retardatrice; & les eſpaces par courus, dans les deux cas, ſeront égaux.*

Cela eſt évident par ſoi-même, puiſque les deux forces étant égales, mais contraires, doivent produire des effets égaux & contraires. C'eſt ainſi que

les corps graves peuvent remonter à la hauteur d'où ils ſont deſcendus ; que les jets d'eau s'élevent à la hauteur des réſervoirs, *&c.* En effet, on va démontrer que le mouvement des graves ſe raporte à la théorie précédente.

X. Le mouvement des corps qui tombent par la peſanteur, eſt *accéléré* ; Galilée eſt le premier qui ait découvert la loi de cette accélération ; il ſuppoſa qu'elle ſe faiſoit par des degrés égaux, ou que le mouvement des corps graves étoit uniformément *accéléré* ; & l'expérience ayant confirmé cette hypotheſe, elle eſt devenue une vérité & une loi fondamentale dans la théorie de la chute des graves.

On doit obſerver cependant que le mouvement des graves n'eſt uniformément *accéléré*, ou, ce qui en eſt la cauſe, que la peſanteur n'eſt une force accélératrice conſtante, que pour des chutes d'une médiocre hauteur : car, à la rigueur, la peſanteur eſt variable, & proportionele au carré inverſe de la diſtance au centre de la terre (*Voyez* ATTRACTION) ; mais, lorſque la hauteur, dont un corps tombe, eſt peu ſenſible par raport au rayon de la terre, on peut ſuppoſer que la peſanteur eſt conſtante ; & c'eſt ce que nous ſuppoſons ici avec Galilée.

XI. Quelle que ſoit la cauſe de la peſanteur, cette force pénetre toute la maſſe des corps ; elle agit également ſur toutes les molécules égales de matiere ; & le poids total d'un corps eſt proportionel au nombre de molécules qui compoſent ſa maſſe totale. Car, ſuivant l'expérience, deux corps de maſſes très-inégales, par exemple, une balle de plomb & une plume tombent également vîte dans un eſpace vide, ou très-peu réſiſtant, tel qu'eſt le récipient de la machine pneumatique, après qu'on en a pompé l'air. D'où il ſuit que les poids des corps, c'eſt-à-dire, les forces accélératrices qui les font deſcendre, ſuivent la raiſon des maſſes. En effet, il eſt évident que, pour mouvoir, avec la même viteſſe, deux maſſes qui ſont exprimées, par exemple, par les nombres 100 & 1, il faut que la premiere force ſoit centuple de la ſeconde, puiſque la maſſe 100 peut être décompoſée en 100 maſſes, qui ſont chacune 1, & qui demandent chacune, pour être mûe, une force 1.

XII. Il ſuit de là que, ſi l'on a deux corps M & m, dont les poids ſuivent P & Π, on aura $P : \Pi :: M : m$; ce qui donne $Pm = \Pi M$. Ainſi, en appliquant aux mouvemens de deux corps qui tombent librement par leurs peſanteurs, les formules générales des mouvemens uniformément *accélérés*, on voit que les trois formules (B), (C), (D), ſe ſimplifieront, puiſque, dans chacune d'elles, les deux membres peuvent être diviſés par les quantités égales Pm & Πm. Nous aurons donc, au lieu de ces trois formules, les trois ſuivantes, (H) $Tv = tV$; (I) $TTe = ttE$; (K) $Evv = eVV$, dont la premiere nous apprend que *les viteſſes finales de deux corps qui tombent, ſont comme les temps* ; la ſeconde, que *les eſpaces parcourus ſont comme les carrés des temps* ; la troiſieme, qui eſt une ſuite des deux autres, que *les eſpaces parcourus ſont comme les carrés des viteſſes fineles*.

Quant à la formule (A), elle ſubſiſte toujours ; mais elle eſt inutile à conſidérer ici, comme trop générale ; elle ne demande point que, pour deux corps, les viteſſes finales ſoient comme les temps, ou, ce qui revient au même, que les forces accélératrices ſoient proportioneles aux maſſes. La ſuppoſition de cette proportionalité eſt un cas particulier auquel ſe raporte le mouvement des corps graves ; & les trois formules (H), (I), (K), ſuffiſent pour toute la théorie de ce mouvement.

XIII. On voit, par la formule (I), que, lorſqu'on connoîtra l'eſpace qu'un corps grave parcourt pendant un temps donné, on connoîtra auſſi l'eſpace que ce corps, ou tout autre corps grave parcourt pendant un temps auſſi donné. Or l'expérience apprend que tout corps grave parcourt, à très-peu près, 15 pieds pendant la premiere ſeconde de ſa chute. Si donc on veut connoître, par exemple, combien de pieds un corps grave parcoura pendant 7 ſecondes, on fera cette proportion $(1'')^2 : (7'')^2 :: 15 \text{ pieds} : x = 735$ pieds.

XIV. Il ſuit de la même formule, que, ſi l'on partage le temps de la chute d'un grave en parties égales, les eſpaces parcourus pendant chacune de ces parties ſéparément, ſeront entr'eux comme la ſuite des nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, *&c.* Car, en repréſentant la ſuite des temps, à compter toujours depuis zéro, par la ſuite des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, *&c.*, la ſuite des eſpaces parcourus, à compter auſſi depuis zéro, eſt repréſentée par la ſuite des carrés 1, 4, 9, 25, *&c.* Ainſi, 1 eſt l'eſpace parcouru pendant la premiere partie du temps ; 4 eſt l'eſpace parcouru pendant les deux premieres parties du temps ; 9 eſt l'eſpace parcouru pendant les trois premieres parties du temps, *&c.* Donc, pour avoir l'eſpace parcouru pendant la ſeconde partie du temps ſeule, il faut retrancher 1 de 4, ce qui donne 3 pour cet eſpace ; pour avoir l'eſpace parcouru pendant la troiſieme partie du temps, ſeule, il faut retrancher 4 de 9, ce qui donne 5 pour cet eſpace, *&c.* D'où l'on voit que les eſpaces parcourus, pendant chacun des intervalles égaux du temps, en particulier, ſont repréſentés par les termes de la ſuite, 1, 3, 5, 7, *&c.* Ainſi, par exemple, ſi on veut connoître l'eſpace parcouru pendant la ſeptieme ſeconde ſeule, on fera cette proportion, $1 : 13 :: 15$ pieds $: x = 195$ pieds.

XV. On a ſouvent beſoin, dans la Méchanique, du problême ſuivant : *Un corps parcourt uniformément un eſpace E, pendant le temps t : déterminer la hauteur H dont il devroit tomber, par ſa peſanteur, pour acquérir la viteſſe avec laquelle il ſe meut*. Or, pour réſoudre ce problême, je nomme a la hauteur *connue* dont tombe un corps grave

pendant le temps *connu* ϑ; & j'obſerve qu'en vertu de la formule (*K*), la viteſſe finale de ce corps ſera repréſentée par $\sqrt{a}$, & que, s'il tomboit de la hauteur *b*, ſa viteſſe finale ſeroit repréſentée par $\sqrt{b}$. D'un autre côté, on voit, par l'article VIII, que, ſi le même corps vient à ſe mouvoir uniformément, pendant le temps ϑ, avec la viteſſe $\sqrt{a}$, il parcourra un eſpace $= 2a$; & comme, par hypotheſe, le mobile du problême parcourt uniformément l'eſpace *E*, pendant le temps *t*, avec une viteſſe qui doit être repréſentée par $\sqrt{b}$, & que, dans les mouvemens uniformes, les eſpaces parcourus ſont comme les produits des viteſſes par les temps, il s'enſuit qu'on aura la proportion $2a : E :: \vartheta\sqrt{a} : t\sqrt{b}$: d'où l'on tire $b = \frac{E^2}{4a} \times \frac{\vartheta^2}{t^2}$.

Soient, par exemple, $E = 100$ pieds, $t = 3$ ſecondes, & ſuppoſons $a = 15$ pieds, & par conſéquent $\vartheta = 1$ ſeconde, on trouvera $b = 18\ \frac{4}{9}$ pieds. Ainſi, pour qu'un corps acquiere, par ſa peſanteur, une viteſſe capable de lui faire parcourir uniformément 100 pieds en 3 ſecondes, il faut qu'il tombe de $18\ \frac{4}{9}$ pieds de hauteur.

On trouve, par la même méthode, la hauteur à laquelle remontera un corps grave, lancé verticalement avec une viteſſe capable de lui faire parcourir uniformément un eſpace donné dans un temps donné. Car il remontera (*IX*) à la hauteur d'où il auroit dû tomber pour acquérir cette viteſſe.

XVI. Je paſſe aux mouvemens des corps qui gliſſent ſur des plans inclinés; (*Voyez* ce qu'on entend par *plan incliné*, au mot PLAN INCLINÉ.) Soit un corps *A* (*Méch. Fig.* 7) qui deſcende le long d'un plan incliné *BD*; repréſentons ſon poids par la verticale *AN*, & décompoſons cette force en deux autres *AM*, *AO*, l'une perpendiculaire, l'autre parallele au plan incliné; il eſt clair que la premiere eſt détruite, & que la ſeconde eſt la ſeule qui faſſe gliſſer le corps; nous faiſons abſtraction du frotement & de toute autre réſiſtance. En nommant *p* le poids abſolu du corps, ou la force *AN*, *F* la peſanteur *relative* ou la force qui pouſſe le corps paralléleſment à *BD*, on aura $F = p \times \frac{AO}{AN}$. Or, à cauſe des triangles ſemblables *A O N*, *B C D*, ou à $\frac{AO}{AN} = \frac{BC}{BD}$; donc $F = p \times \frac{BC}{BD}$. Par où l'on voit que le mouvement du corps *A* eſt de même nature que celui des corps qui tombent librement par la peſanteur, c'eſt-à-dire, uniformément *accéléré*, puiſque la force accélératrice *F*, eſt à la peſanteur abſolue *p*, dans le raport conſtant de la hauteur *B C* du plan incliné à ſa longueur *BD*. Ainſi, on peut appliquer aux mouvemens de deux corps qui gliſſent ſur des plans inclinés, les formules générales (*A*), (*B*), (*C*), (*D*) des mouvemens uniformément *accélérés*.

XVII. Soient donc deux plans inclinés comme on voudra, parcourus par deux mobiles, & nommons reſpectivement:

Les longueurs des plans inclinés, ou les eſpaces parcourus . . . . . *E* & *e*,
Les hauteurs de ces plans . . . . . *H* & *b*,
Les temps des mouvemens . . . . . *T* & *t*,
Les maſſes des corps . . . . . *M* & *m*,
Leurs peſanteurs relatives . . . . . *F* & *f*,
Leurs viteſſes finales . . . . . *V* & *v*,

Cela poſé, 1°. la formule (*A*) a lieu ici, ſans aucune ſimplification.

2°. Les forces accélératrices, que nous avons nommées *P* & Π (*IV*), ſont ici *F* & *f*. De plus, en nommant *p* & ϖ les peſanteurs abſolues de nos corps, on a, par l'article précédent, $F = \frac{pH}{E}$, $\frac{\varpi b}{e}$. Subſtituons pour *P* & Π ces valeurs dans les formules (*B*), (*C*), (*D*), nous aurons $pHTmve = \varpi btMVE$; $pHTTmee = \varpi btsMEE$; $pHmvv = \varpi bMVV$. Or on a (*XII*), $p : \varpi :: M : m$, ou bien $pm = \varpi M$; donc, en diviſant ces trois formules par les quantités égales pm & ϖM, on aura (*L*) $HTev = btEV$; (*M*) $HTTee = bttEE$; (*N*) $Hvv = bVV$.

Les formules (*A*), (*L*), (*M*), (*N*) repréſentent de la maniere la plus générale toutes les propriétés relatives des mouvemens de deux corps qui gliſſent ſur deux plans inclinés. Nous nous contenterons d'en faire une application.

Trouver le raport des temps employés à parcourir les cordes d'un cercle vertical, menées des extrémités d'un diametre vertical?

Soit *BR* le diametre vertical du cercle propoſé, *Méch. Fig.* 8, & ſoient *B D*, *B K* deux cordes quelconques menées de l'extrémité *B* de ce diametre; *DQ*, *KP* les ordonées correſpondantes: il eſt clair qu'on peut regarder *BD* & *BK* comme deux plans inclinés, dont *BQ* & *BP* ſont les hauteurs. Or, par la propriété du cercle, on a $BD^2 : BK^2 :: BQ : BP$, c'eſt-à-dire, $EE : ee :: H : b$; donc $EEb = eeH$.

Diviſant les deux membres de la formule (*M*) par ces quantités égales, on aura $TT = tt$, $T = t$. Ainſi, les temps employés à parcourir les cordes *BD*, *BK* ſont égaux entr'eux.

On trouveroit de même que le temps employé à parcoorir la corde quelconque *NR*, menée de l'extrémité inférieure du diametre *BR*, eſt égal au temps employé à parcourir toute autre corde *BD* ou *BK*. Ainſi, on doit conclure que toutes les cordes d'un cercle vertical, tirées des extrémités d'un diametre vertical, ſont parcourues en temps égaux. Je n'ai pas beſoin d'ajouter que le diametre vertical eſt compté lui-même au nombre des cordes qui partent de ſes extrémités. (*L. B.*)

Voyez la Théorie générale des mouvemens variés au mot MOUVEMENT.

ACCIDENTEL, adj. (*Perſpective.*) On nomme *point accidentel*, en perſpective, le point de la ligne horizontale, où ſe rencontrent les projections

Digitized by Google

de deux lignes, qui ſont paralleles l'une à l'autre, dans l'objet qu'on veut mettre en perſpective, & qui ne ſont pas perpendiculaires au tableau. On appele ce point *accidentel*, pour le diſtinguer du point principal, qui eſt le point où tombe la perpendiculaire menée de l'œil au tableau, & où ſe recontrent les projections de toutes les lignes perpendiculaires au tableau. *Voyez* LIGNE HORIZONTALE. (*O.*)

ACCROISSEMENT, ſ. m. (*Algebre.*) On appele *accroiſſement* l'augmentation qu'une quantité variable, dans un calcul, eſt ſuppoſée recevoir par raport à d'autres quantités conſtantes ou variables: augmentation qui peut être finie ou infiniment petite. *Voyez* DIFFÉRENCE.

ACHARNAR, (*Aſtron.*) nom arabe de la belle étoile de premiere grandeur, qui eſt à l'extrémité de l'Éridan, que les aſtronomes déſignent par la lettre *α*. On l'appele auſſi *acharnahar*, *acharnarim*, *énar*; en grec ἰοχαμὰ τοῦ ποταμοῦ (*Al mag. p.* 196.) la derniere du fleuve. (*D. L.*)

ACHLUSCHEMALI; nom de la conſtellation appelée *couronne boréale*.

ACHROMATIQUE, *terme d'Optique*; c'eſt le nom que j'ai cru devoir donner dans mon *Aſtronomie*, à des lunetes de nouvele invention, deſtinées à corriger les aberrations & les couleurs, par le moyen de pluſieurs ſubſtances différentes. Je fais dériver cet adjectif du mot grec χρῶμα, couleur, précédé d'un *α* privatif. La premiere trace de cette idée ingénieuſe, ſe trouve dans un Mémoire du célebre M. Euler. (*Acad. de Berlin*, 1747, *tom. III.*) Voici ce qu'il en diſoit en 1747: „ Il eſt reconu parmi les aſtronomes, que „ les verres objectifs dont on ſe ſert ordinaire„ment dans les lunetes, ont ce défaut, qu'ils „ produiſent une infinité de foyers, ſelon les dif„férens degrés de réfrangibilité des rayons. Les „ rayons rouges ſoufrant la plus petite réfraction „ en paſſant par le verre, forment leurs foyers à „ une plus grande diſtance du verre, que les ray„ons violets dont la refraction eſt la plus grande; „ de là vient que, ſi la lumiere, qui paſſe par „ le verre objectif, eſt compoſée de pluſieurs „ ſortes de rayons, ce n'eſt plus dans un point „ que les rayons rompus ſe raſſemblent, comme „ on le ſuppoſe communément, dans l'Optique. „ Mais le foyer ſera étendu ſur un eſpace qui „ ſera d'autant plus conſidérable que le foyer ſera „ plus éloigné du verre objectif .... Newton a „ déja ſoupçoné que des objectifs, compoſés de „ deux verres dont l'eſpace intermédiaire ſeroit „ rempli d'eau, pouroient ſervir à perfectioner „ les lunetes, par raport à l'aberration des rayons „ qu'ils ſoufrent à cauſe de la figure ſphérique „ des verres. Mais il ne paroît pas qu'il eût „ l'idée que, par ce même moyen, il ſeroit poſ„ſible de rétrécir l'eſpace par lequel les foyers „ de divers rayons ſe trouvent diſperſés. Or il „ m'a paru d'abord très-probable qu'une certaine „ combinaiſon de différens corps tranſparens, pou„roit être capable de remédier à cet incon„vénient, & je ſuis perſuadé que, *dans nos „ ieux, les différentes humeurs s'y trouvent aran„gées, en ſorte qu'il n'en réſulte aucune diffuſion „ du foyer.* C'eſt, à mon avis, un ſujet tout „ nouveau d'admirer la ſtructure de l'œil; car, „ s'il n'avoit été queſtion que de repréſenter les „ images des objets, un ſeul corps tranſparent y „ auroit été ſuffiſant, pourvu qu'il eût eu la fi„gure convenable; mais, pour rendre cet or„gane acompli, il falloit employer pluſieurs „ différens corps tranſparens, leur donner la juſte „ figure, & les joindre ſelon les regles de la „ plus ſublime Géométrie, pour que la diverſe „ réfrangibilité des rayons ne troublât point les „ repréſentations „. C'eſt ainſi que la conſidération de ce qui ſe paſſe dans nos ieux, conduiſoit M. Euler à chercher un moyen d'imiter la nature, & lui faiſoit eſpérer d'y parvenir par des combinaiſons de fluides entre deux verres.

En conſéquence, M. Euler chercha les dimenſions des objectifs formés de verre & d'eau, de maniere à pouvoir imiter la combinaiſon qui ſe fait naturélement dans l'œil; mais toutes les reſſources de la plus profonde géométrie ne pouvoient compenſer ce qui manquoit alors à nos connoiſſances, par raport à l'effet des différentes ſubſtances pour la diſperſion des rayons colorés. Les lunetes qui furent exécutées à Paris ſur ce principe, ne réuſſirent qu'imparfaitement.

Dès que le Mémoire de M. Euler parut, feu Jean Dollond le pere, célebre opticien de Londres, (mort en 1761), voulut en tirer parti; mais il crut reconoître que cette théorie ne s'acordoit point avec celle de Newton, ni avec ſes expériences, & cela ſuffiſoit en Angleterre pour arrêter le progrès de ces recherches. On diſputa quelque temps ſur cette matiere; mais, en 1755, M. Klingenſtierna fit remettre à Dollond un écrit qui le força de douter de l'expérience de Newton, qu'il avoit long-temps oppoſée à M. Euler. Dans cet écrit, qui fut communiqué, en 1761, à M. Clairaut par M. Ferner, collegue de M. Klingenſtierna, l'expérience de Newton n'eſt ataquée que par la métaphyſique & la géométrie; mais c'eſt en ſuivant une route qui montre, au premier coup d'œil, la légitimité du doute que l'auteur élevoit. (*Mém. de l'Acad.* 1757, *p.* 524.)

La propoſition expérimentale de Newton, que l'on trouve dans ſon *Optique*, *p.* 145 *de l'édition françoiſe*, *in*-4.°, eſt énoncée ainſi: „ Toutes les „ fois que les rayons de lumiere traverſent deux „ milieux de denſité différente, de maniere que la „ réfraction de l'un détruiſe celle de l'autre, & „ que par conſéquent les rayons émergens ſoient „ paralleles aux incidens, la lumiere ſort toujours „ blanche „. Cette propoſition, que l'on ſoutenoit en Angleterre, n'eſt point vraie exactement & dans tous les cas.

Dollond voulant reconoître la vérité ou la fauſſeté de cette propoſition, en fit l'épreuve de la maniere

maniere que Newton indique lui-même. Dans un priſme d'eau renfermé entre deux plaques de verre, le tranchant tourné en bas, il plaça un priſme de verre, dont le tranchant étoit en haut; &, comme il avoit diſpoſé les plaques de verre de maniere que leur inclinaiſon pût être changée à volonté, il parvint facilement à leur en donner une, telle que les objets, regardés au travers de ce double priſme, paruſſent à même hauteur que lorſqu'on les regarde à la vue ſimple; ce qui apprenoit que les deux réfractions s'étoient mutuélement détruites; alors les objets ſe trouvoient teints des couleurs de l'iris, comme on ſait que le ſont tous les objets qu'on regarde an traverr des priſmes. Dollond fit enſuite mouvoir de nouveau les plaques du priſme d'eau, juſqu'à ce qu'il leur trouvât une inclinaiſon telle que les objets regardés au travers des deux priſmes, paruſſent ſans iris, & alors leur hauteur apparente n'étoit plus la vraie; ce qui montroit qne les réfractions ne s'étoient point redreſſées mutuélement, quoique les différences de réfrangibilité des rayons colorés, ſe fuſſent corrigées les unes par les autres.

Dollond ſachant qu'il y avoit deux ſortes de verres bien plus propres l'un que l'autre à la néteté des images, conjectura que cette différence de qnalité venoit de celle de leurs vertus réfringentes ou diſperſives, relativement aux rayons colorés. Il penſa que tel verre pouroit rendre la différence de réfrangibilité du rouge au violet, beaucoup plus ſenſible que tel autre, & cauſer, par ce moyen, des iris beaucoup plus étendnes, quoique la réfraction moyene ne fût pas fort différente; il en conçut l'eſpérance de réuſſir mieux dans ſon objet, en combinant des lentiller de verres de différentes qualités, qu'en employant dn verre & de l'eau, parce que l'eau & le verre, relativement à leurs réfractions moyenes, ne produiſoient pas der différences aſſez ſenſibles dans les réfrangibilités des couleurs. Un verre très-blanc & fort tranſparent, appelé communément *flintglaſſ*, en France *cryſtal d'Angleterre*, eſt celui qui, ſuivant Dollond, donne les iris les plus remarquables, & par conſéquent celui dans lequel la réfraction du rouge differe le plus de celle du violet. Un verre verdâtre, connu en Angleterre ſous le nom *crownglaſſ*, & qui reſſemble beaucoup, en qualité, à notre verre commun, eſt au contraire celui qui donne la moindre différence dans la réfrangibilité: ce ſont les deux matieres dont Dollond imagina de ſe ſervir en 1758, après avoir meſuré leurs qualités réfringentes; ce qu'il fit d'une maniere analogue à celle qu'il avoit employée pour le verre & l'eau. Il trouva que le raport des différentes diſperſions étoit celui de trois à deux, en ſorte que le ſpectre coloré, qui, avec un priſme de *crownglaſſ*, auroit deux pouces de longueur, en a troir avec un priſme de *flintglaſſ* ou de cryſtal d'Angleterre. (*Mém. Acad.* 1756, *pag.* 386. *Philoſophical Tranſactions* 1758, *p.* 740.)

Les premieres lunetes qui furent exécutées par Dollond, eurent un très-grand ſuccès. Les géometres s'exercerent bientôt à chercher les conrbures les plus propres à corriger les aberrations de réfrangibilité, & en même temps de ſphérieité: on peut voir ſur la théorie de ces lunetes *achromatiques*, M. Clairaut, (*Mém. Acad.* 1756, *pag.* 380; 1757, *pag.* 524; 1762, *pag.* 578.) M. Euler, dans ſes trois volumer de dioptrique, *Mém. Acad.* 1765, *p.* 555; *Mém. de Berlin*, *tome XXII*, *p.* 119; M. d'Alembert, *Opuſcules math.* d'abord dans le *tome III*, publié en 1764, & enſuite dans les *tomes IV & ſuivans*, juſqu'en 1780, & dans les Mémoires de l'académie pour 1764; M. Klingenſtierna, dans une piece qui a remporté le prix de l'Académie de Petersbourg en 1762; M. Rochon, dans ſes *Opuſcules* publiés en 1768, & ſes *Mémoires* publiés en 1783, *in*-8°; le pere Boſcovich, dans les cinq *Diſſertations latines* qu'il a publiées à Vienne en 1767, *in*-4°, & dans l'ouvrage intitulé *Memorie ſulli Cannocchiali*, 1781; le pere Pézenas, dans ſa traduction de l'*Optique de Smith*, Avignon, 1767; M. Duval le Roi, dans celle qu'il donna la même année à Breſt. Nous nous contenterons de raporter ici les dimenſions de deux lunetes excellentes, d'environ quarante-trois pouces de foyer, faites par le fils de Dollond vers 1765, & qui ſurpaſſent tont ce qu'on avoit fait dans ce genre; elles ſont très-ſupérieures aux téleſcopes de même longueur, parce que de tels téleſcopes ne porteroient pas une plus grande ouverture, n'augmenteroient pas davantage l'objet, & auroient d'ailleurs moins de champ & beaucoup moins de clarté.

L'objectif eſt compoſé de trois verres, dont un eſt de *flintglaſſ*, concave des deux côtés, placé entre deux lentilles bi-convexes, de verre commun. Les ſix rayons des courbures, à commencer par celui de la ſurface extérieure, ſont, dans une de ces lunetes, de 315, 450, 235, 315, 320 & 320 lignes. Dans la ſeconde lunete, les ſix rayons ſont de 315, 400, 258, 290, 316, 316 lignes: cette derniere a 43 pouces 5 lignes de foyer, & 3 pouces 4 lignes d'ouverture. Ces lunetes grôſſiſſent depuis cent juſqu'à deux cents fois, ſuivant les différens équipages qu'on y applique, & ſurpaſſent par conſéquent les anciennes lunetes de vingt-cinq à trente piedr. Ces lunetes deviendront encore meilleures, lorſqu'on y emploira trois eſpeces différentes de verres, au lieu de deux, qui, à la rigueur, ne réuniſſent que deux ſortes de rayons. (Le pere Boſcovich, *Diſſertation II*, *page* 101.) *Voyez* LUNETES. (*M. DE LA LANDE.*)

ACHRONYQUE. (*Aſtronomie.*) *Voyez* ACRONYQUE.

ACLASTE, adj. (*Optique.*) Léibnitz donne ce nom (Voyez *Léib. Op. Tome III*, *page* 203.) aux figures qui ont les propriétés requiſes pour rompre les rayons de lumiere, & qui cependant les laiſſent paſſer ſans aucune réfraction.

ACOUPLER. On dit au trictrac *acoupler ſes dames*: c'eſt proprement les diſpoſer deux à deux ſur une fleche. *Voyez* DAMES.

ACOUSTIQUE, ſ. f. eſt la doctrine ou la théorie des ſons. *Voyez* SON.

L'*Acouſtique* eſt proprement la partie théorique de la Muſique : c'eſt elle qui donne les raiſons plus ou moins ſatisfaiſantes du plaiſir que nous fait l'harmonie, qui détermine les affections ou propriétés des cordes vibrantes, *&c.* *Voyez* SON, HARMONIE, CORDES.

L'*Acouſtique* eſt la même ſcience qu'on a autrement appelée *Phonique*. *Voyez* PHONIQUE.

On appele inſtrumens *acouſtiques*, les inſtrumens par leſquels ceux qui ont l'ouïe dure, remédient à ce défaut. *Voyez* CORNET & PORTE-VOIX.

Le docteur Hook prétend qu'il n'eſt pas impoſſible d'entendre à la diſtance d'une ſtade, le plus petit bruit qu'une perſone puiſſe faire en parlant, & qu'il ſait un moyen d'entendre quelqu'un à travers une muraille de pierre, épaiſſe de trois pieds. *Voyez* ÉCHO & PORTE-VOIX.

ACQUIT, ou AQUIT, ſ. m. (*terme de jeu*) au billard; c'eſt le coup que celui qui a le devant, donne à jouer ſur ſa bille, à celui qui eſt le dernier.

ACRE, *meſure de ſuperficie*. Ce mot eſt commun à pluſieurs Langues; en Arabe, c'eſt *Acar*, en Grec, Ἄγρος; en Celte & en Teuton, *Acker*; en Saxon, *Acer*; en Latin, *Ager*. Il ſignifioit originairement une terre labourable; Saumaiſe le fait venir d'*Acra*, qui a été dit pour *Akena*, qui ſignifioit, chez les Anciens, une meſore de dix pieds; mais ce mot ſe prend aujourd'hui pour une meſure de terre, différente ſelon les différens pays. En Normandie, l'*Acre* eſt de 160 perches carrées.

L'*Acre* d'Angleterre contient 43560 pieds anglois *carrés*, qui valent 5535 toiſes carrées de ſuperficie, meſure de Paris; l'arpent de Paris eſt de 900 toiſes carrées, & celui des Eaux & Forêts eſt de $1344\frac{4}{9}$ dans toute la France, ſuivant l'ordonance des Eaux & Forêts. Voici une table de ſubdiviſion de l'*acre* d'Angleterre, en meſures angloiſes.

Pouces, Inches.	*Pieds, Foots.*	*Yards.*	*Paces.*	*Poles.*	*Rood.*	
144						
1296	9					
3600	25	$2\frac{1}{9}$				
39204	$272\frac{1}{4}$	$30\frac{1}{4}$	50,89			
1568160	10890	1210	435,6	40	*Rood.*	
6272640	43560	4840	5743,6	160	4	*Acre.*

Ainſi, l'*acre* contient 4 roods, le rood 40 poles, & 5210 yards ou braſſes, chacune de trois pieds. Le pied d'Angleterre, ſuivant les dernieres vérifications que M. Maskeline, aſtronome royal d'Angleterre, en a faites ſur les toiſes que je lui avois envoyées, eſt de 11 pouces 3 lignes, & 1154 dix milliemes de lignes, du pied de Paris, pris ſur la toiſe de l'Académie, qui ſert actuélement de regle dans le royaume. (*De la Lande.*)

ACRONYQUE, adj. m. (*Aſtronomie.*) ſe dit du lever d'une étoile au deſſus de l'horizon ou de ſon coucher, lorſque le ſoleil ſe couche. *Voyez* LEVER & COUCHER.

La plupart écrivent *achronique*, faiſant venir ce mot de α privatif & χρόνος, *temps*, en quoi ils ſe trompent; car c'eſt un mot franciſé du Grec ἀκρονύχος, compoſé de ἄκρον, *extrémité*, & νύξ, *nuit*: *ideo acronychum quod circa ἄκρον τῆς νυκτὸς*; auſſi quelques auteurs écrivent-ils même *acronyctal* au lieu d'*acronychus*; & cette façon de l'écrire eſt en effet très-conforme à l'étymologie, mais contraire à l'uſage.

Lever ou coucher *acronyque* eſt oppoſé à lever ou coucher *coſmique* qui a lieu quand le ſoleil ſe leve; l'un eſt le lever oo le coucher du matin, l'autre le lever ou le coucher du ſoir. *Voy.* LEVER.

ACTION, ſ. f. (*Méchanique*): mot dont on ſe ſert quelquefois pour déſigner l'éfort que fait un corps ou une puiſſance contre un autre corps ou une autre puiſſance, quelquefois l'effet même qui réſulte de cet éfort.

C'eſt pour nous conformer au langage commun des méchaniciens & des phyſiciens, que nous donnons cette double définition. Car ſi on nous demande ce qu'on doit entendre par *action*, en n'atachant à ce terme que des idées claires, nous répondrons que c'eſt le mouvement qu'un corps produit réellement, ou qu'il tend à produire dans un autre, c'eſt-à-dire, qu'il y produiroit, ſi rien ne l'empêchoit. *Voyez* MOUVEMENT.

En effet, toute puiſſance n'eſt autre choſe qu'un corps qui eſt actuélement en mouvement, ou qui tend à ſe mouvoir; c'eſt-à-dire, qui ſe mouvroit ſi rien ne l'en empêchoit. *Voyez* PUISSANCE. Or dans un corps, ou actuélement mû, ou qui tend à ſe mouvoir, nous ne voyons clairement que le mouvement qu'il a ou qu'il auroit s'il n'y avoit point d'obſtacle; donc l'*action* d'un corps ne ſe manifeſte à nous que par ce mouvement; donc nous ne devons pas atacher une autre idée au mot d'*action*, que celle d'un mouvement actuel ou de ſimple tendance; & c'eſt embrouiller cette idée, que d'y joindre celle de je ne ſai quel être métaphyſique, qu'on imagine réſider dans le corps, & dont perſone ne ſauroit avoir de notion claire & diſtincte. C'eſt à ce même mal-entendo qu'on doit la fameuſe queſtion des forces vives, qui, ſelon les apparences, n'auroit jamais été un objet de diſpute, ſi on avoit bien voulu obſerver que la ſeule notion préciſe & diſtincte, qu'on puiſſe donner au mot de *force*, ſe réduit à *ſon effet*; c'eſt-à-dire, au mouvement qu'elle produit, ou tend à produire. *Voyez* FORCE.

Quantité d'action, eſt le nom que donne M. de Maupertuis, dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris, 1744, & dans ceux de l'Académie de Berlin, 1746, au produit de la maſſe d'un corps, par l'eſpace qu'il parcourt, & par ſa viteſſe. M. de Maupertuis a découvert cette loi générale, que dans les changemens qui ſe font dans l'état d'un corps, la quantité d'action néceſ-

faire pour produire ce changement, eſt la moindre qu'il eſt poſſible. Il a appliqué heureuſement ce principe à la recherche des loix de la réfraction, des loix du choc, des loix de l'équilibre, *&c.*; il s'eſt même élevé à des conſéquences plus ſublimes ſur l'exiſtence d'un premier être. Les deux Ouvrages de M. de Maupertuis que nous venons de citer, méritent toute l'attention des Philoſophes; & nous les exhortons à cette lecture: ils y verront que l'Auteur a ſu allier la métaphyſique des cauſes finales (*Voyez* CAUSES FINALES) avec les vérités fondamentales de la Méchanique; faire dépendre d'une même loi le choc des corps élaſtiques, & celui des corps durs, qui juſqu'ici avoient eu des loix ſéparées, & réduire à un même principe les loix du mouvement, & celles de l'équilibre.

Le premier Mémoire où M. de Maupertuis a donné l'idée de ſon principe, eſt du 15 Avril 1744; & à la fin de la même année, M. le Profeſſeur Euler publia ſon excellent Livre: *Methodus inveniendi lineas curvas maximi vel minimi proprietate gaudentes*. Dans le ſupplément qui y eſt joint, cet illuſtre Géometre démontre que dans les trajectoires que des corps décrivent par des forces centrales, la viteſſe multipliée par l'élément de la courbe, fait toujours un *minimum*. Ce Théorême eſt une belle application du principe de la moindre action, au mouvement des planetes.

Par le Mémoire du 15 Avril 1744, que nous venons de citer, on voit que les réflexions de M. de Maupertuis, ſur les loix de la réfraction, l'ont conduit au Théorême dont il s'agit. On ſait le principe que M. de Fermat, & après lui, M. Léibnitz, ont employé pour expliquer les loix de la réfraction. Ces grands Géometres ont prétendu qu'un corpuſcule de lumiere, qui va d'un point à un autre, en traverſant deux milieux différens, dans chacun deſquels il a une viteſſe différente, doit y aller *dans le temps le plus court* qu'il eſt poſſible: &, d'après ce principe, ils ont démontré géométriquement, que ce corpuſcule ne doit pas aller d'un point à l'autre en ligne droite, mais qu'étant arivé ſur la ſurface qui ſépare les deux milieux, il doit changer de direction, de maniere que le ſinus de ſon incidence, ſoit au ſinus de la réfraction, comme ſa viteſſe dans le premier milieu, eſt à ſa viteſſe dans le ſecond; d'où ils ont déduit la loi ſi connue du raport conſtant des ſinus. *Voyez* SINUS, RÉFRACTION, *&c.* Cette explication, quoique fort ingénieuſe, eſt ſujete à une grande difficulté, c'eſt qu'il faudroit que le corpuſcule s'approchât de la perpendiculaire, dans les milieux où ſa viteſſe eſt moindre, & qui par conſéquent lui réſiſtent davantage; ce qui paroit contraire à toutes les explications méchaniques qu'on a données juſqu'à préſent de la réfraction des corps, & en particulier de la réfraction de la lumiere.

L'explication, entr'autres, qu'a imaginée M. Newton, la plus ſatisfaiſante de toutes celles qui ont été données juſqu'ici, rend parfaitement raiſon du raport conſtant des ſinus, en attribuant la réfraction des rayons, à la force attractive des milieux; d'où il s'enſuit que les milieux plus denſes, dont l'attraction eſt plus forte, doivent approcher le rayon de la perpendiculaire, ce qui eſt en effet confirmé par l'expérience. Or l'attraction du milieu ne ſauroit approcher le rayon de la perpendiculaire, ſans augmenter ſa viteſſe, comme on peut le démontrer aiſément: ainſi, ſuivant M. Newton, la réfraction doit ſe faire s'approchant de la perpendiculaire, lorſque la viteſſe augmente; ce qui eſt contraire à la loi de MM. Fermat & Léibnitz. M. de Maupertuis a cherché à concilier l'explication de M. Newton, avec les principes métaphyſiques: au lieu de ſuppoſer avec MM. de Fermat & Léibnitz, qu'un corpuſcule de lumiere va d'un point à un autre dans le plus court temps poſſible, il ſuppoſe qu'un corpuſcule de lumiere va d'un point à un autre, de maniere que la quantité d'*action* ſoit la moindre qu'il ſoit poſſible. Cette quantité d'*action*, dit-il, eſt la vraie dépenſe que la nature ménage: par ce principe philoſophique, il trouve que non ſeulement les ſinus ſont en raiſon conſtante, mais qu'ils ſont en raiſon inverſe des viteſſes, (ce qui s'acorde avec l'explication de M. Newton), & non pas en raiſon directe, comme le prétendent MM. de Fermat & Léibnitz.

Il eſt ſingulier que tant de philoſophes, qui ont écrit ſur la réfraction, n'aient pas imaginé une maniere ſi ſimple de concilier la Métaphyſique avec la Méchanique; il ne falloit, pour cela, que faire un aſſez léger changement au calcul fondé ſur le principe de M. de Fermat. En effet, ſuivant ce principe, le temps, c'eſt-à-dire, l'eſpace diviſé par la viteſſe, doit être un *minimum*: de ſorte que, ſi l'on appele E l'eſpace parcouru dans le premier milieu avec la viteſſe V, & e l'eſpace parcouru dans le ſecond milieu avec la viteſſe v, on aura $\frac{E}{V}+\frac{e}{v}=$ à un *minimum*, c'eſt-à-dire, $\frac{dE}{V}+\frac{de}{v}=0$. Or il eſt facile de voir que les ſinus d'incidence & de réfraction ſont entr'eux comme dE à de; d'où il s'enſuit que ces ſinus ſont en raiſon directe des viteſſes V, v; & c'eſt ce que prétend M. Fermat. Mais, pour que ces ſinus fuſſent en raiſon inverſe des viteſſes, il n'y avoit qu'à ſuppoſer $Vde+vde=0$, ce qui donne $E\times V+e\times v=$ à un *minimum*; & c'eſt le principe de M. de Maupertuis. *Voyez* MINIMUM.

On peut voir dans les Mémoires de l'Académie de Berlin, que nous avons déja cités, toutes les autres applications qu'il a faites de ce même principe, qu'on doit regarder comme un des plus généraux de la Méchanique.

Quelque partie qu'on prene ſur la métaphyſique qui lui ſert de baſe, ainſi que ſur la notion que

M. de Maupertuis a donnée de la quantité d'*action*, il n'en ſera pas moins vrai que le produit de l'eſpace par la viteſſe, eſt un *minimum* dans les loix les plus générales de la nature. Cette vérité géométrique, due à M. de Maupertuis, ſubſiſtera toujours, & on poura, ſi l'on veut, ne prendre le mot de *quantité d'action* que pour une maniere abrégée, d'exprimer le produit de l'eſpace par la viteſſe. (*O.*)

ACUTANGLE, adj. Un triangle *acutangle* eſt celui dont les trois angles ſont aigus. On appele auſſi cette eſpece de triangle, *Triangle oxigone*. *Voyez* TRIANGLE.

ACUTANGULAIRE. *Section acutangulaire d'un cône*, eſt la ſection d'un cône, par un plan qui fait un angle avec l'axe du cône.

Les premiers Géometres qui conſidérerent les ſections coniques, ne firent attention qu'au cône droit, tel que le cône défini par Euclide (*Déf.* 18, *livre XI.*); & ils s'atacherent uniquement aux ſections formées par un plan perpendiculaire à un des côtés du cône. Il eſt manifeſte qu'une pareille ſection eſt une ellipſe, ſi le cône eſt acutangle; une parabole, s'il eſt rectangle; & une hyperbole, s'il eſt obtuſangle, parce que, dans le premier cas, le plan coupant rencontre le côté oppoſé du cône; dans le ſecond cas, le plan eſt parallele au côté oppoſé; & dans le troiſieme cas, le plan rencontre le cône oppoſé par le ſommet au cône coupé. Auſſi Archimede ne parle que de la ſection du cône acutangle, de celle du cône rectangle, & de celle du cône obtuſangle. Les noms d'*ellipſe*, de *parabole* & d'*hyperbole* ſe trouvent pour la premiere fois dans Appollonius, qui fut probablement le premier à conſidérer le cône ſcalene & les ſections obtuſangles. *Voyez* Wallis *Oper. tome I, page* 293. (*J. D. C.*)

ADDITION, ſ. f. (*Arithmétique.*); opération par laquelle on trouve un nombre égal à pluſieurs autres pris enſemble. Le nombre trouvé s'appele *ſomme* des nombres ajoutés.

Tout nombre qui n'eſt exprimé que par un ſeul chifre, s'ajoute à un autre nombre quelconque, par les premiers principes de la numération. Par exemple, ſi, au nombre 15, on veut ajouter le nombre 8, on obſervera que chacune des unités de 8 étant jointe ſucceſſivement au nombre 15, il en réſulte le nombre 23. De même, s'il faut ajouter 7 au nombre 349, on verra que le nombre 349 étant augmenté de 7 unités, donne le nombre 356. On apprendra en très-peu de temps à ajouter tout-d'un-coup, & avec le ſeul ſecours de la mémoire, chacun des nombres ſimples 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, avec un autre nombre exprimé par tant de chifres qu'on voudra. Cette premiere connoiſſance eſt la baſe de l'*addition* pour toutes ſortes de nombres, comme on le va voir.

PROBLÊME I. *Ajouter enſemble pluſieurs nombres incomplexes* (*Voyez* ce mot) *exprimés chacun par tant de chifres qu'on voudra.*

Écrivez tous ces nombres les uns ſous les autres, en obſervant de placer dans la même colonne verticale, les unités du même ordre, c'eſt-à-dire, les unités ſimples ſous les unités ſimples, les dixaines ſous les dixaines, les centaines ſous les centaines, &c. Les nombres étant ainſi diſpoſés, tirez au deſſous une bâre horizonrale: ajoutez enſemble ſucceſſivement tous les chifres d'une même colonne verticale, en commençant par la colonne qui contient les unités du plus bas ordre, & paſſant ſucceſſivement aux autres colonnes de la gauche. Si la ſomme des nombres d'une même colonne peut s'exprimer par un ſeul chifre, vous le placerez dans cette colonne au deſſous de la bâre; ſi la ſomme eſt exprimé par plus d'un chifre, vous placerez celui de la droite dans la colonne propoſée, comme étant du même ordre qu'elle, & vous retiendrez les autres pour les joindre avec la ſomme des nombres de la colonne voiſine à gauche. Mêmes opérations ſucceſſivement pour toutes les colonnes. Il eſt clair que le nombre total écrit au deſſous de la bâre, & réſultant de toutes les opérations qu'on vient d'indiquer, eſt la ſomme demandée, puiſqu'il eſt l'aſſemblage des unités, des dixaines, des centaines, &c., qui compoſent les nombres qu'on devoit ajouter.

EXEMPLE I. *Ajouter enſemble les nombres* 5049; 7898; 459.

Ces nombres étant écrits comme on le voit ici: premiérement, j'ajoute enſemble les unités, en diſant 9 & 8 font 17, & 9 font 26; j'écris le chifre 6 ſous la colonne des unités, & je retiens le chifre 2, qui exprime des dixaines, pour l'ajouter avec la colonne des dixaines. Paſſant à cette colonne, je dis 2 de retenus & 4 font 6, & 9 font 15, & 5 font 20; j'écris 0 ſous la colonne des dixaines, & je retiens 2 centaines pour les joindre à la troiſieme colonne. À cette colonne, je dis 2 de retenus, & 0 font toujours 2, & 8 font 10, & 4 font 14; j'écris 4 ſous la colonne des centaines, & je retiens 1 mille pour la colonne des mille. Je continue & je dis, 1 de retenu & 5 font 6, & 7 font 13, que j'écris, en mettant le chifre 3 ſous les mille, & le chifre 1 au rang des dixaines de mille. Les opérations ſont ainſi finies, & on a 13406 pour la ſomme des trois nombres qu'il falloit ajouter enſemble.	5049 7898 459 13406

EXEMPLE II. *Ajouter les nombres* 458; 98475; 24; 94002.

J'écris les quatre nombres qu'il faut ajouter enſemble, comme on le voit ici; puis j'ajoute enſemble les chifres qui compoſent chaque colonne, en commençant par celle des unités, & paſſant ſucceſſivement aux dixaines, aux centaines, aux mille, &c. Ces *additions* particulieres ſe font comme dans l'exemple précédent; & on trouve que la ſomme des quatre nombres en queſtion eſt 192959.	458 98475 24 94002 192959

Tous ces nombres peuvent être ou de ſimples nombres abſtraits (*Voyez* ABSTRAIT), ou des nombres concrets (*Voyez* CONCRET), comme des livres, ou des toiſes, *&c.*

Remarque. Lorſque les nombres, qu'il faut ajouter enſemble, contiennent des parties décimales (*Voyez* NUMÉRATION), on écrit les dixiemes ſous les dixiemes, les centiemes ſous les centiemes, les milliemes ſous les milliemes, *&c.* Puis l'*addition* ſe fait en commençant par la colonne des parties décimales du plus bas ordre, & paſſant ſucceſſivement aux colonnes ſupérieures, juſqu'à ce qu'on les ait toutes épuiſées. Il peut ſe trouver dans les ordres ſupérieurs, des unités ſimples, des dixaines, des centaines, *&c.*

EXEMPLE I. *Ajouter les nombres* 478; 489,745; 8,03; 0,029.

Ayant diſpoſé ces nombres, comme on le voit ici, on les additionera à l'ordinaire, en commençant par la colonne des milliemes, qui ſont les unités du plus bas ordre, & venant enſuite aux autres colonnes à gauche. On trouvera pour ſomme, 975,804.	478 489,745 8,03 0,029 975,804

Comme on ne change point (*Voyez* NUMÉRATEUR) la valeur d'un nombre, en écrivant à ſa droite, après la virgule, tant de zéros qu'on voudra, on auroit pu donner le même nombre de places décimales aux nombres propoſés, en les écrivant ſous la forme qu'on voit ici. Et on auroit toujours trouvé la même ſomme. Par ce moyen, les unités du plus bas ordre ſe trouvent de la même eſpece, ce qui eſt plus clair & marque mieux la diſtinction des places.

478,000 489,745 8,030 0,029 975,804	

EXEMPLE II. *Ajouter enſemble les nombres* 45,0484; 9462; 425,079; 4,7926.

J'écris ces nombres, comme on le voit ici, & je trouve pour ſomme, 9936,9200. On peut ſupprimer, dans ce nombre, les deux zéros de la fin, ſans en changer la valeur (*Voyez* NUMÉRATION); ce qui donne 9936,92 pour notre ſomme.	45,0484 9462,0000 425,0790 4,7926 9936,9200

PROBLÉME II. *Ajouter enſemble pluſieurs nombres complexes*. (*Voyez* COMPLEXE.)

L'*addition* de ces ſortes ſe fait comme celle des nombres incomplexes. On écrit tous les nombres propoſés les uns ſous les autres, de maniere que ceux de même eſpece ſoient dans une même colonne, & on commence par ajouter les nombres de la plus baſſe eſpece. On retient autant d'unités qu'ils en peuvent fournir, pour les porter avec celles de l'eſpece immédiatement ſupérieure. Le réſultat de toutes ces *additions* forme la ſomme totale.

EXEMPLE I. *Additionner enſemble les trois nombres complexes qu'on voit ici, & qui ſont compoſés de livres, ſous & deniers?*

Je commence par ajouter enſemble les deniers; &, comme les dixaines de deniers ne ſont pas des unités particulieres, & qu'il faut 12 deniers pour faire un ſou, on ajoutera à la fois les dixaines de deniers avec les unités, pour ne former du tout qu'une même ſomme. Ainſi, je dirai 9 deniers & 11 deniers font 20 deniers, & 6 deniers font 26 deniers. Dans ces 26 deniers, il y a 2 ſous & 2 deniers. J'écris les deux deniers ſous la colonne des deniers, & je retiens 2 ſous pour les ajouter avec les ſous.	345[l]	8[s]	9[d]
	542	12	11
	2453	50	6
	3345[l]	5[s]	2[d]

Paſſant à l'*addition* des ſous, & obſervant que 2 dixaines de ſous font une livre, j'additionerai ſucceſſivement les unités & les dixaines de ſous. Je dirai donc 2[f] de reſtent de la colonne des deniers, & 8[f] font 10[f], & 2[f] font 5 2[f]; j'écris 2 ſous les unités de ſous, & je retiens 1 dixaine de ſous pour la joindre aux dixaines de ſous. Je pourſuis, & je dis, 1 dixaine de ſous de retenue, & 1 dixaine, font 2 dixaines, & 1 font trois dixaines, qui donnent 3 dixaine de ſous & 5[l]. J'écris la dixaine de ſous, & je retiens 1[l] pour la joindre à la ſomme des livres.

Cette ſomme ſe trouve comme nous l'avons vu pour les nombres incomplexes.

Ainſi, la ſomme totale des trois nombres propoſés eſt 3341[l] 12[s] 2[d].

Remarque. Il eſt clair que, dans les nombres de ce genre, qu'on propoſe d'ajouter enſemble, il ne peut pas entrer au rang des ſous plus de 19 ſous, ni au rang des deniers plus de 11 deniers; autrement, il en réſulteroit des livres & des ſous, qui ſeroient cenſés faire partie des livres & des ſous, & qu'il faudroit y raporter. De même, s'il étoit queſtion d'ajouter enſemble des nombres compoſés de jours, d'heures, de minutes, on ne pouroit pas mettre plus de 23 heures au rang des heures, ni plus de 59 minutes au rang des minutes. Ainſi des autres eſpeces de nombres complexes.

EXEMPLE II. *Ajouter enſemble les trois nombres ſuivans, qui ſont compoſés de toiſes, pieds, pouces*.

La ſomme des pouces eſt 29, qui donnent 5 pouces & 2 pieds. J'écris les 5 pouces, & je retiens les 2 pieds pour les joindre aux pieds.	345[t]	5[p]	8[po]
	98	3	11
	1249	4	10
	1694[t]	2[p]	5[po]

La ſomme des pieds, en y comprenant les 2 dont on vient de parler, eſt 14, qui donnent 2 pieds & 2 toiſes; j'écris les 2 pieds, & je retiens les deux toiſes.

Ces deux toiſes, joinies à la ſomme de toutes les autres toiſes, forment la ſomme 1694 toiſes.

Ainſi, la ſomme totale des trois nombres qu'il s'agiſſoit d'ajouter, eſt 1694[t] 2[p] 5[po]. (*L. B.*)

ADDITION (*Algebre*): opération par laquelle

on ajoute enſemble pluſieurs quantités algébriques. (*Voyez* QUANTITÉ.)

Les quantités qu'on propoſe d'ajouter enſemble, peuvent être *poſitives* ou *négatives*. (*Voyez* ces mots.) On diſtingue les unes des autres, en écrivant au devant des premieres le ſigne + qui ſignifie *plus*; & au devant des ſecondes le ſigne — qui veut dire *moins*. Sur quoi il faut obſerver que, lorſqu'une quantité n'eſt précédée d'aucun ſigne, elle eſt cenſée être précédée du ſigne +, & par conſéquent du genre des quantités poſitives.

Cela poſé, ajouter enſemble pluſieurs quantités, c'eſt les joindre, les prendre à la fois avec les ſignes qu'elles ont. Ainſi, ajouter enſemble pluſieurs biens, c'eſt former un bien plus grand, ajouter enſemble pluſieurs dettes, c'eſt former une dette plus grande; ajouter un bien avec une dette, c'eſt former un réſultat qui eſt l'excès du bien ſur la dette, ou de la dette ſur le bien, ſelon que le bien eſt plus grand que la dette, ou que la dette eſt plus grande que le bien.

Il eſt clair par-là qu'en Algebre, *ajouter* ne ſignifie pas toujours *augmenter*. Quand j'ajoute un bien avec un bien, j'augmente le bien; de même quand j'ajoute une dette avec une dette, j'augmente la dette. Mais quand je joins un bien avec une dette, je *diminue* réellement l'une ou l'autre quantité.

PROBLÊME I. *Ajouter enſemble pluſieurs monomes*. (*Voyez* MONOME.)

Écrivez tous ces monomes les uns à la ſuite des autres, avec les ſignes + & — qu'ils ont. Si dans le réſultat, la ſomme des quantités poſitives l'emporte ſur la ſomme des quantités négatives, c'eſt une marque qu'il y a plus de biens que de dettes; au contraire, il y auroit plus de dettes que de biens, ſi la ſomme des quantités négatives l'emportoit ſur la ſomme des quantités poſitives. Par exemple, qu'il s'agiſſe d'ajouter enſemble les quatre monomes $+a$, $+b$, $-c$, $+d$. On écrira $+a+b-c+d$, ou bien $a+b-c+d$, en ſous-entendant le ſigne + qui commence la phraſe.

PROBLÊME II. *Ajouter des monomes avec des polynomes, ou des polynomes avec des polynomes*. (*Voyez* POLYNOME.)

Il eſt clair qu'un tout étant égal à la ſomme de toutes ſes parties priſes enſemble, on aura la ſomme demandée, en joignant enſemble tous les termes des grandeurs qu'il faut ajouter, & en les affectant des ſignes qu'ils ont.

EXEMPLE I. *Ajouter enſemble les trois polynomes*:

$$a+b-c,$$
$$g-b-k,$$
$$m+n-p.$$

Somme $a+b-c+g-b-k+m+n-p$.

EXEMPLE II. *Ajouter enſemble les quatre polynomes*:

$$a+b+c-d,$$
$$b-f+g+a,$$
$$c+e-b+g,$$
$$h+c+n-d.$$

Somme $a+b+c-d+b-f+g+a+c+e-b+g+h+c+n-d$.

Remarque. Lorſque, dans la ſomme, il ſe trouve des termes *ſemblables*, c'eſt-à-dire, des termes qui contienent la même lettre, s'ils n'ont qu'une dimenſion; ou les mêmes lettres écrites le même nombre de fois, s'ils ont plus d'une dimenſion: alors au lieu d'écrire pluſieurs fois le même terme, on ne l'écrit qu'une ſeule fois, mais on met au devant un chifre qui marque combien de fois ce terme doit être répété. Cela s'appele *faire la réduction*. Ainſi, dans l'exemple précédent, au lieu de $a+a$, j'écris $2a$; au lieu de $+b+b-b$, j'écris ſimplement $+b$, parce que l'un des biens $+b$, eſt détruit par la dette $-b$, & que par conſéquent le réſultat du tout $+b+b-b$ eſt ſimplement $+b$; au lieu de $+c+c+c$, j'écris $+3c$; au lieu de $-d-d$, j'écris $-2d$; enfin, au lieu de $+g+g$, j'écris $+2g$. Par toutes ces réductions, notre ſomme devient $2a+b+3c-2d-f+2g+e+h+n$.

Le chifre qu'on place ainſi au devant d'une quantité, pour marquer combien de fois elle doit être répétée poſitivement ou négativement, s'appele *coëfficient*.

Lorſqu'une quantité n'a point de coëfficient, elle eſt cenſée avoir l'unité pour coëfficient. Ainſi a eſt la même choſe que $1a$; ab eſt la même choſe que $1ab$.

Voici encore deux exemples d'additions de polynomes, avec le réductions.

EXEMPLE I. *Ajouter enſemble les polynomes*:

$$3a-2b+4c-8d,$$
$$-8a+7b-5c+4d,$$
$$3a-4b+6b.$$

Somme $-2a+b-c-4d+6b$.

EXEMPLE II. *Ajouter enſemble les polynomes*:

$$6aa-5bc+3k\sqrt{de},$$
$$-7aa+3bc-2k\sqrt{de},$$
$$2mn-f\sqrt[3]{mnp}+ff-gh.$$

Somme $-aa-2bc+k\sqrt{de}+2mn-f\sqrt[3]{mnp}+ff-gh$. (*L. B.*)

ADDITIONEL, adj. (*Tuyaux additionels*.) C'eſt ainſi que j'appele, dans mon Hydrodynamique, des tuyaux cylindriques de 2 à 3 pouces de longueur, que j'adapte à un réſervoir qui a de minces parois, afin que l'eau ſuive la direction de ces cylindres, & ſorte *à gueule-bée*, par l'orifice extérieur. En effet, l'expérience m'a appris qu'en ſuppoſant ces orifices égaux, & les charges d'eau égales, il n'eſt pas indifférent que l'eau ſorte par un orifice percé dans une mince paroi, (j'appele ici ces ſortes d'orifices, *orifices ſimples*, pour

abréger), ou par un tuyau *additionel* ; car l'eau, au ſortir de l'orifice ſimple, éprouve une contraction de la premiere eſpece (*Voyez* CONTRACTION), qui diminue dans le raport de 8 à 5, ou de 16 à 10, le produit que l'orifice devroit donner ſuivant la théorie, au lieu que l'eau, au ſortir d'un tuyau *additionel*, éprouve une contraction de la ſeconde eſpece, qui diminue ſeulement, dans le raport de 16 à 13, le produit théorique ; de ſorte que pour des orifices égaux, & des charges d'eau égales, le produit par un orifice ſimple, eſt au produit par un tuyau *additionel*, comme 10 eſt à 13, du moins à peu de choſe près. Voyez mon *Hydrodynamique*, *tome II*, *page* 47 *& ſuiv.* (*L. B.*)

ADIGEGE ou ADEGIGE, (*Aſtron.*). Nom que les Arabes donnent à la conſtellation du cygne, & qui ſignifie roſe odoriférante.

ADJACENT, adj. (*Géom.*) *ce qui eſt immédiatement à côté d'un autre*. On dit qu'un angle eſt *adjacent* à un autre angle, quand l'un eſt immédiatement contigu à l'autre ; de ſorte que les deux angles ont un côté commun. On ſe ſert même plus particuliérement de ce mot, lorſque les deux angles ont non ſeulement un côté commun, mais encore lorſque les deux autres côtés forment une même ligne droite. *Voyez* ANGLE *&* CÔTÉ.

Ce mot eſt compoſé de *ad*, à, & *jacere*, être ſitué.

ADOUBLER, v. a. (*terme de Jeu*) ſe dit au jeu de trictrac, aux dames, aux échecs, pour faire connoître qu'on ne touche une piece que pour l'aranger en ſa place, & non pas pour la jouer.

ÆGOCEROS ou ÆGOCERUS ; (*Aſtron.*) nom que quelques Auteurs donnent à la conſtellation du capricorne, & qui vient du mot Grec Αἴξ chevre ; il y en a qui donnent ce nom à la conſtellation du bélier, mais il apartient au capricorne, comme on le voit dans Lucain, L. IX, vers 537 & L. X, vers 213.

..... Varii mutator circulus anni
Ægoceron, cancrumque tenet.....

C'eſt-à-dire, le zôdiaque qui s'étend depuis le tropique du capricorne, juſqu'à celui du cancer. *Voyez* CAPRICORNE. Les Poëtes diſent que Pan mis par les Dieux au rang des aſtres, ſe métamorphoſa lui-même en chevre, ce qui le fit ſurnomer Ægoceros. (*D. L.*)

ÆQUATEUR. *Voyez* ÉQUATEUR.

AÉRIENE (PERSPECTIVA). *Optique*. Illuſion d'optique qui change l'apparence des couleurs, des jours & des ombres dans les objets, ſuivant les différens degrés de leur éloignement. Voici comment la décrit le Comte Algarotti, grand connoiſſeur, parlant des objets vus dans la chambre obſcure. (*Seggio ſopra la Pittura, nel tom. II delle ſue opere*, *page* 153, 154, *édit. de Livourne* 1764.) „ Le tableau que nous offre la chambre „ obſcure, différencie à merveille les figures qui „ ſont plus près ou plus loin du ſpectateur. Non „ ſeulement la grandeur des objets y diminue à „ meſure qu'ils s'éloignent de l'œil, mais auſſi „ leurs couleurs & leur lumiere s'afoibliſſent, & „ leurs parties ſe confondent. Plus l'éloignement „ eſt conſidérable, moins les objets ſont colorés, „ moins on diſtingue leurs contours ; &, le jour „ étant plus foible ou plus éloigné, les ombres „ ſont moins fortes. Au contraire, lorſque les „ objets ſont plus près de l'œil, & plus grands, „ les contours ſont plus précis, les ombres plus „ vives, & les couleurs plus éclatantes. C'eſt en „ cela que conſiſte la perſpective qu'on nomme „ *aérienne* „. La perſpective linéaire conſiſte dans le changement du contour. *Voyez* PERSPECTIVE. (*J. D. C.*)

AÉROMÉTRIE. *Voyez* AIROMÉTRIE.

AFFECTÉ. *Équation affectée*, *en Algebre*, eſt une équation dans laquelle la quantité inconnue monte à deux ou pluſieurs degrés différens. Telle eſt, par exemple, l'équation $x^3 - px^2 + qx = a^2 b$, dans laquelle il y a trois différentes puiſſances de x ; ſavoir x^3, x^2, & x^1 ou x. *Voyez* ÉQUATION.

Affecté ſe dit auſſi quelquefois en Algebre, en parlant des quantités qui ont des coëfficiens : par exemple, dans la quantité $2a$, a eſt *affecté* du coëfficient 2. *Voyez* COËFFICIENT.

On dit auſſi qu'une quantité algébrique eſt *affectée* du ſigne + ou du ſigne −, ou d'un ſigne radical, pour dire qu'elle a le ſigne + ou le ſigne −, ou qu'elle renferme un ſigne radical. *Voyez* RADICAL, *&c.* (*O.*)

AFFECTION ; terme qu'on employoit autrefois en Géométrie, pour déſigner une propriété de quelque courbe. *Cette courbe a telle affection*, eſt la même choſe que *cette courbe a telle propriété*. *Voyez* COURBE. (*O.*)

AFFIRMATIF, IVE, adj. Il y a *en Algebre* des quantités *affirmatives* ou poſitives. Ces deux mots reviennent au même. *Voyez* QUANTITÉ *&* POSITIF.

Le ſigne ou le caractere *affirmatif* eſt +. (*O.*)

ÂGE *de la Lune* (*en Aſtron.*), ſe dit du nombre de jours écoulés depuis la nouvele Lune. Ainſi, trouver l'*âge de la Lune*, c'eſt trouver le nombre de jours écoulés depuis la nouvele Lune. *Voyez* LUNE. (*O.*)

AGENT, ſ. m. (*Méch.*) Puiſſance ou force qui produit ou tend à produire du mouvement.

AGIR, ſe dit en *Méchanique* & en *Phyſique*, pour *produire* tel ou tel effet. On dit auſſi qu'un corps *agit* ſur un autre, lorſqu'il le pouſſe, ou tend à le pouſſer.

AIGLE (*Aſtron.*) ; conſtellation boréale. *Aquila*, *Jovis nutrix*, *Jovis Armiger*, *raptrix Ganymedis*, *ſervans Antinoum*, *Promethei Aquila*, *Vultur volans*, *tertor Promethei*. Les poëtes diſent que l'*aigle* apportoit du nectar à Jupiter, lorſqu'il étoit caché dans une antre de Crete, ſon pere voulant le faire pétir : l'*aigle* contribua à ſa victoire contre

les géans, en lui apportant des armes; il contribua à ſes plaiſirs, en enlevant Ganymede, pour le ſervir à table. C'eſt pourquoi l'*aigle* étoit conſacré à Jupiter; il fut placé dans le ciel. D'autres prétendent que c'eſt l'*aigle* engendré par Typhon, qui dévoroit le cœur de Prométhée, & qui fut tué par Hercule. M. Dupuis croit que l'*aigle* fut placé dans le ciel, comme le ſymbole de la plus grande élévation du ſoleil, & qu'il marquoit le ſolſtice d'été par ſon coucher héliaque, dans le premier établiſſement des conſtellations. *Voyez* ſon *Mémoire* dans le IV volume de mon *Aſtronomie*.

La conſtellation de l'*aigle* réunie avec celle d'Antinoüs, renferme 71 étoiles dans le Catalogue britannique; & dans ce nombre eſt une belle étoile qui approche de la premiere grandeur, & dont on verra la poſition au mot ÉTOILE.

AIGU, adj. (*Géom.*). On appele *angle aigu*, celui qui eſt plus petit qu'un angle droit. *Voyez* ANGLE.

AIGUILLE (*Hydrodynamique*.) eſt une piece de bois arondie, aſſez menue, & longue de ſix pieds, retenue en tête par la briſe, & portant par le pied ſur le ſeuil d'un pertuis. Cette piece ſert, en la fermant, à faire hauſſer l'eau. (*K.*)

AILE, ſ. f. (*Hydr.*) On appele ailes ou *ailerons* des planches rectangulaires, qu'on place à des diſtances égales, ſur la circonférence d'une roue hydraulique, pour recevoir le choc de l'eau. C'eſt par cette raiſon, qu'on appele ces ſortes de roues, *roues à ailes*. *Voyez* ROUES.

On appele auſſi *ailes*, dans les machines à vent, les châſſis garnis de toile, qui reçoivent l'impulſion du vent, & qui par-là font marcher le moulin.

AILES, *terme de riviere*, ſont deux planches formant arondiſſement, de trois pouces d'épaiſſeur, que l'on met au bout des femelles d'un bateau foncet, en avant & en arriere. *Voyez* FONCET.

AIR, ſ. m. (*Hydr.*) aſſemblage de molécules, très-ſubtiles, élaſtiques, & parfaitement mobiles, qui forment cette maſſe fluide & inviſible, qu'on appele *atmoſphere*, dans laquelle nous vivons, nous nous mouvons, que nous inſpirons & expirons alternativement.

Il ne s'agit point ici d'examiner la nature phyſique de l'*air*, ni l'analogie & les différenees qu'il a avec les fluides que l'on appele du nom général de *gaz*, du mot hollandois *Ghoaſt*, qui ſignifie *eſprit*. Nous renvoyons tous ces objets au *Dictionaire de Phyſique*. Ici nous ne conſidérons que les propriétés *méchaniques* de l'*air*, ou les effets qui réſultent de ſa fluidité, de ſa peſanteur, de ſon élaſticité, *&c.*

I. *L'air eſt fluide*. En effet, il cede ſans peine au toucher, au mouvement des corps qui le traverſent; il tranſmet avec facilité & promptitude, les ſons, les odeors, & en général, toutes les émanations qui s'échapent des corps; il ſe meut lui-même avec une grande viteſſe, auſſi-tôt qu'il trouve un eſpace dans lequel il puiſſe ſe répandre; en un mot, il a tous les earacteres de la fluidité.

II. *L'air eſt un fluide peſant*. Car la peſanteur eſt une force univerſele, répandue dans la nature, & il n'y a point de corps qui ne lui ſoit ſoumis. Cependant, les anciens, loin de ſoupçoner que l'air eſt un fluide peſant, le regardoient comme un corps *léger*, c'eſt-à-dire, comme un corps qui, par ſa nature, tend à s'élever. Galilée eſt le premier qui air connu la peſanteur de l'*air*; ſon diſciple Toricelli la démontra en 1643, par une expérience que nos Barometres ordinaires nous mettent ſans ceſſe ſous les ieux.

Tout le monde ſait que le Barometre eſt un tuyau de verre, fermé hermétiquement par-en-haut, ouvert par-en-bas, dans lequel une colonne de mercure demeure ſuſpendue à une certaine hauteur au deſſus du mercure contenu dans une cuvete, où l'extrémité inférieure du tube eſt plongée. La cauſe qui ſoutient le mercure du tube au deſſus du mereure de la cuvete, eſt la preſſion de l'*air* extérieur ſur la ſurface de la cuvete, preſſion qui n'a pas lieu ſur la colonne de mercure, puiſque le bout ſupérieur du tube étant fermé, ne permet pas à l'*air* d'y entrer. Car, ſi l'on ouvre ce bout, la colonne de mercure tombe auſſi-tôt, & ſe répand dans la cuvete.

Il faut faire à ce ſujet deux remarques: 1°. la hauteur du mercure dans le tube du Barometre eſt différente, & plus ou moins grande, ſelon que les lieux ſont moins ou plus élevés par raport à un même niveau, tel, par exemple, que celui de la mer. La premiere expérienee de ce genre, eſt celle que Paſcal fit exécuter ſur la montagne du Puy de Domme, voiſine de Clermont en Anvergne. Du pied au ſommet de cette montagne, qui eſt élevée d'environ 500 toiſes au deſſus de Clermont, le mercure baiſſa dans le tube de trois pouces une ligne & demie; 2°. dans un même lieu, la hauteur du mercure dans le tube n'eſt pas conſtante: elle varie à raiſon des changemens qui arivent dans le poids où le reſſort de l'atmoſphere, par la pluie, par les vents, *&c.* L'explication de ces phénomenes n'apartient pas à notre ſujet.

III. COROLLAIRE I. Il eſt facile de trouver, du moins pour un inſtant donné, le poids de toute la maſſe d'air qui environe le globe terreſtre. Car ſoient R le rayon du globe terreſtre, r la hauteur donnée de filet de mercure, auquel la preſſion de l'atmoſphere fait équilibre; Π le raport de la circonférence au diametre, π la peſanteur ſpécifique du mercure. On cherchera les ſolides de deux ſpheres, dont l'une a pour rayon $R+r$, l'autre R; & on retranchera le ſecond ſolide du premier; ce qui donnera $\frac{4\,\Pi\,(R+r)^3}{3} - \frac{4\,\Pi\,R^3}{3}$ ou $4\,\Pi\left(R^2\,r + r^2\,R + \frac{3}{r^3}\right)$ pour reſte. On multipliera

tipliera ce reſte par π, &, obſervant que les termes, qui contiennent r^2 & r^1, peuvent être négligés ſans craindre d'erreur ſenſible, on aura $4\pi\Pi R^2 r$ pour l'expreſſion générale & très-approchée du poids demandé.

Par exemple, ſoient $r = 28$ pouces; le poids d'un pied cube de mercure $= 960$ livres. Suppoſons de plus, ſuivant les obſervations, que chaque degré d'un grand cercle de la terre, eſt de 57000 toiſes. On trouvera, en effectuant tous les calculs indiqués par la formule précédente, que le poids total de l'atmoſphere, eſt de s102885487709090901 livres environ.

IV. Corollaire II. Deux colonnes, l'une de mercure, l'autre d'eau, qui ſe font mutuélement équilibre, ont des hauteurs réciproquement proportionelles à leurs peſanteurs ſpécifiques (*V.* Pression); de ſorte que ſi la colonne de mercure a 28 pouces de hauteur, celle d'eau doit avoir environ 32 pieds de hauteur. Or la preſſion de l'atmoſphere contre-balance la premiere de ces deux colonnes, comme nous venons de le voir; donc elle contrebalancera auſſi la ſeconde. Ainſi, dans le vide, la preſſion de l'atmoſphere doit ſoutenir une colonne d'eau d'environ 32 pieds de hauteur.

V. Corollaire III. Soit *ABHO*, *Hyd. Fig.* 1, un ſiphon recourbé & compoſé de deux branches d'inégale longueur; qu'on plonge la plus courte *BA* dans la liqueur *CN* d'un toneau *CD*; & qu'on ôte l'air contenu dans l'intérieur du ſiphon, en le ſuçant par le bout *O*: alors la liqueur du toneau montera dans le ſiphon; & ſortira par le bout *O*, pourvu que ce bout ſoit au deſſous de la ſurface *MN* de la liqueur du toneau.

Ce phénomene eſt le même que celui du Barometre. En effet, imagine que le bout *O* du ſiphon eſt plongé dans un vaſe *EF*, qui contient de la liqueur. On voit que chacune des parties *AB*, *OH* du ſiphon, peut être regardée comme un tube particulier, pareil à celui de Toricelli. Ainſi, en repreſentant la preſſion de l'atmoſphere, par *KX*, le poids de la colonne fluide *AB* par *KV*, celui de la colonne *HO*, par *KZ*, il eſt clair que *VX* exprime la force qui ſouleve le fluide dans le tuyau *AB*, & que *ZX* exprime la force qui tend à ſoulever le fluide dans le tuyau *OH*. Or, comme ces deux dernieres forces ſont contraires, la plus foible eſt détruite; & *ZV* eſt la force reſtante, qui produit l'écoulement dans le ſens *ABHO*.

On voit par-là, 1°. que ſi $KV = KZ$, il ne peut pas y avoir d'écoulement; 2°. que ſi le poids de la plus courte branche, eſt plus grand que celui de l'atmoſphere, il n'y aura pas d'écoulement, parce qu'alors la preſſion de l'atmoſphere n'a pas la force ſuffiſante pour ſoulever la liqueur juſqu'en *B*. Ainſi, par exemple, ſi la liqueur eſt de l'eau, il faut que la hauteur de la plus courte branche *AB* ſoit de moins de 32 pieds; pour le mercure, *AB* doit être moins de 28 pouces, &c.

VI. *L'air eſt un fluide élaſtique*. Qu'on prene une veſſie, & qu'on la gonfle, en y introduiſant de l'air: on aura un ballon qui ſe comprime lorſqu'on le preſſe, & qui ſe dilate, lorſqu'on ceſſe de le preſſer. Donc, &c.

VII. *La force élaſtique de l'air comprimé, eſt égale à celle qui produit la compreſſion*. La fontaine de *Héron* en fournit la preuve. Cette machine, *Hyd. Fig.* 2, qu'on fait ordinairement avec du fer-blanc, eſt compoſée d'une caiſſe *ABCD*, fermée de tous côtés, pleine d'eau juſqu'en *EF*, un peu au deſſous de *AB*; d'une autre caiſſe *GHKI*, auſſi fermée de tous côtés, égale à la premiere, & pleine d'air; d'un tuyau *OT*, ſoudé exactement avec les platines *AB*, *DC*, *GH*, lequel communique au dehors par le bout *O*, & avec la caiſſe inférieure par le bout *T* qui eſt très-près du fond *IK*; d'un tuyau *XY*, ſoudé aux deux caiſſes, & dont le bout ſupérieur *X* eſt près du fond *AB*; d'un tuyau *QP*, dont le bout inférieur *P* eſt proche le fond *DC*, & le bout ſupérieur *Q*, ſoudé avec le fond *AB*, eſt garni d'un ajutage. Cela poſé, fermez l'ajutage *Q* avec le doigt, & verſez un peu d'eau par le bout *O* du tuyau *OT*: elle deſcendra juſqu'en *IK*, & montera, par exemple, en *VS*. Alors il n'y aura plus aucune communication de l'air extérieur avec celui qui reſte dans les deux caiſſes. Continuez à verſer de l'eau; l'air contenu dans les eſpaces *GHSV*, *ABFE*, *XT* ſe condenſera peu à peu, juſqu'à ce que la force élaſtique ſoit en équilibre avec la preſſion de l'eau verſée par *OT*. Si la ſurface de l'eau dans la caiſſe *GHKI* eſt *MN*, l'air dont on vient de parler, preſſera perpendiculairement chaque partie de la ſurface qui l'environe, avec une force égale au poids d'une colonne d'eau, qui auroit pour baſe la partie preſſée, & *OL* pour hauteur. Ainſi, la ſurface *EF* de l'eau contenue dans la caiſſe ſupérieure, eſt pouſſée de haut en bas par ce même air, & tend à s'élever par le tuyau *PQ*; de ſorte que ſi l'on ôte le doigt de deſſus l'ajutage, il ſortira un jet d'eau qui s'élévera à la hauteur *RZ* égale à *OL*. On voit donc que le reſſort de l'air produit le même jet que produiroit le poids de l'eau, par lequel il a été comprimé.

On peut remarquer qu'en faiſant rentrer par *O*, l'eau qui tombe du jet, cette eau paſſe dans la caiſſe inférieure, & que par conſéquent le jet durera juſqu'à ce que toute l'eau compriſe depuis le point *P* juſqu'en *EF*, ſoit ſortie en jailliſſant.

VIII. *L'air ſe comprime lui-même par ſon propre poids*. Car l'air étant un fluide peſant, ſi l'on conçoit l'atmoſphere partagée en une infinité de tranches, ou plutôt de couches perpendiculaires à la direction de la peſanteur; il eſt évident que les couches inférieures ſeront chargées du poids des ſupérieures; d'où réſultera néceſſairement une compreſſion qui ſera plus grande, toutes choſes d'ailleurs égales, à meſure que la couche comprimée ſera placée plus bas dans l'atmoſphere. Je dis *toutes choſes d'ailleurs égales*, car il y a d'autres

cauſes, comme le froid & le chaud, qui concourent à comprimer & à dilater l'air. La denſité de ce fluide eſt extrêmement variable; elle eſt environ huit ou neuf cents fois moindre que celle de l'eau ordinaire. Le rsport moyen de ces denſités, dans nos climats, peut s'exprimer ſenſiblement psr la fraction $\frac{1}{870}$.

IX. Conollaire. De là & de l'article VII, il ſuit qne ſi l'air, après s'être comprimé lui-même par ſon propre poids, vient à agir par ſon ſeul reſſort, il produira le même effet qu'il produiſoit par ſon poids; cela eſt confirmé par l'expérience que voici.

Prenez une bouteille de verre *ABCD*, *Fig.* 3, de figure cylindrique; verſez-y du mercure *AEFD*; faites-y entrer un petit tuyau de verre *K* de 29 ou 30 pouces de hauteur, ouvert par les deux bouts, & dont celui d'en bas trempe de quelques lignes dans le mercure; ſcellez ce tuyau exactement au col de la bouteille, de maniere que l'air contenu dans l'eſpace *EBCF* n'ait aucune communication avec l'sir extérieur; mettez enſuite cette bouteille & ſon tuyau ſous le récipient *LIHM* de la machine pneumatique, pompez, autant qu'il ſera poſſible, l'air contenu dans ce récipient: alors le mercure s'abaiſſera en *NO*, & il s'élévera dans le tuyau au deſſus de *NO*, à peu près à la même hauteur qu'il ſe ſoutient dans le Barometre, dsns l'endroit où l'on fait l'expérience. La raiſon en eſt évidente; car avant que de commencer à faire le vide dans la machine pneumatique, l'air contenu dans l'eſpace *EBCF*, eſt dans le même état que l'air extérieur; lorſqu'enſuite on vient à faire le vide ſous le récipient, le même air *EBCF* déploie ſon reſſort, force en conſéquence le mercure à s'abaiſſer en *NO*, & à monter dans le tuyau vide; & cette aſcenſion eſt à peu près égale à celle qui eſt produite dans le Barometre, par le poids de l'air. Je dis *à peu près*, parce qu'il n'eſt jamais poſſible de vider parfaitement d'air, le récipient de la machine pneumatique.

X. *Si l'on comprime une même maſſe ou quantité d'air, & qu'on la réduiſe à occuper différens eſpaces ou volumes, ces volumes ſeront entr'eux, en raiſon inverſe des forces comprimantes.* Cette propoſition ſe prouve par l'expérience ſuivante, qui eſt très-connue des Phyſiciens, & que M. Mariotte a fait le premier. Soit *ABC*, *Fig.* 4, un tuyau de verre recourbé, fermé hermétiquement psr le bout *C*, & ouvert par le bout *A*. Les deux branches *DA*, *EC* ſont verticales; mais la branche *DE* de jonction, eſt horizontale. On donne ordinairement trois ou quatre lignes de diametre intérieur à ce tuyau. La petite branche *EC* doit être parfaitemeot cylindrique, pour pouvoir comparer exactement entr'eux les différens volumes de la maſſe d'air qu'on y condenſe. Nous ſuppoſons qu'elle ait 12 pouces de hauteur; l'autre *DA* eſt beaucoup plus haute. Verſez légérement dans le tube un peu de mercure pour remplir la brsnche horizontale, & faites en ſorte que les deux ſurfaces *DV*, *TE* de ce fluide, dans les deux branches verticales, ſoient de niveau, afin que l'air enfermé dans l'eſpace *EC*, ſoit dans le même état que l'air eatérieur; car il eſt évident que ſi le reſſort de l'air intérieur *EC*, étoit plus ou moins tendu que celui de l'air extérieur, les ſurfaces *IE*, *DV* ſeroient inégalement preſſées, & que par conſéquent elles ne pouroient pas être de niveau. Continuez enſuite à verſer du mercure dans la branche *DA*, & vous verrez qu'à meſure qu'il s'élévera en *H*, la ſurfsce *EI* s'élévera en *F*. En ſuppoſant que la preſſion de l'atmoſphere ſoit équivalente au poids d'une colonne de mercure, de 28 pouces de hauteur, vous trouverez que ſi, ayant mené l'horizontale *FG*, la hsuteur *GH* = 14 pouces, la hauteur *FC* de l'eſpsce occupé par l'air ſera = 8 pouces; ſi *GH* = 28 pouces, *FC* ſera = 6 pouces, &c. Or il ſuit de là, que les différens volomes de l'air enfermé d'abord dans *EC*, ſuivent la raiſon inverſe des poids comprimans; car au premier inſtant où cet air ne ſupporte que la preſſion de l'atmoſphere, il peut être regardé comme chsrgé du poids d'une colonne de mercure, haute de 28 pouces; lorſqu'on met enſuite dans la branche *DA* du mercure, à la hauteur de 14 pouces au deſſus de la ligne de niveau *FG*, la preſſion que ſoufre notre maſſe d'air, eſt égale au poids d'une colonne de mercure, qui a 28 pouces + 14 pouces, ou 42 pouces de hauteur; lorſque la hauteur du mercure dans la braoche *DA*, au deſſus de *FG* = 28 pouces, la preſſion de la même maſſe d'air eſt égale au poids d'une colonne de mercure, qui a 28 pouces + 14 pouces + 14 pouces, ou en tout 56 pouces de hauteur, &c. D'où l'on voit qne les poids comprimans étant repréſentés par les nombres 28, 42, 56, les volumes de la maſſe d'air ſont exprimés psr les nombres 12, 8, 6. Or, on a ces différentes proportions, 12 : 8 :: 42 : 28; 12 : 6 :: 56 : 28; 8 : 6 :: 56 : 42. Done les volumes ſuivent la raiſon renverſée des poids comprimans.

On fera des raiſonemens analogues pour des hauteurs de mercure qui ſuivroient tout autre rapport dans les deux branches du tube; & ces raiſonemens fondés ſur l'expérience, aboutiſsnt à la même concluſion finsle.

Toutes ces expériences doivent être faites, de maniere que l'air enfermé en *FC*, ait la même température que l'air extérieur, & que par conſéquent ſon volume ne varie qu'à raiſon des poids comprimsns. Sans cette précautiou, le chand & le froid n'agiſſant pas de même ſur les deux airs, changeroient les réſultats, & il ſeroit difficile de ſéparer, par une méthode sûre & non hypothétique, leurs effets avec ceux des poids comprimans.

XI. Conollaire I. Puiſque la force élaſtique de l'air eſt égale à la force qui le comprime (VII), il s'enſuit qne les différentes forces élaſtiques d'une même maſſe d'air, à qui l'on fait occuper différens volumes, ſont en raiſon inverſe de ces volumes.

XII. Corollaire II. Sous même maſſe, les denſités ſont en raiſon inverſe des volomes (*Voy.* Densité). Donc les denſités d'une même maſſe d'air, comprimée par différens poids, ſont directement proportioneles à ces poids, ou (VII) aux forces élaſtiques qu'elle a dans ces différens états.

XIII. Corollaire III. Les denſités des différens points d'une colonne vertisale de l'atmoſphere, forment, à température égale, une progreſſion géométrique, décroiſſante à l'infini, cette ſuite étant ſuppoſée commencer à un même niveau, par exemple, à celui de la mer, & ſe continuer ſuivant la hauteur de l'atmoſphere; car ſi l'on imagine que la colonne dont il s'agit, eſt compoſée d'une infinité de tranches horizontales de même maſſe, la denſité de chacune de ces tranches eſt proportionele au poids dont elle eſt chargée, c'eſt-à-dire, à la ſomme faite de ſon propre poids, & de la ſomme des poids des tranches ſupérieures, ou à la ſomme faite de la denſité due à ſon propre poids, & de la ſomme des denſités des tranches ſupérieures. Or, ſi l'on a une progreſſion géométrique, $\div a:b:c:d:e:f$: &c. décroiſſante à l'infini, & que l'on nomme s la ſomme entiere de ſes termes, s' la ſomme depuis b incluſivement, s'' la ſomme depuis c incluſivement, &c.; on aura ces proportions (*Voyez* Progression) $a:b::s:s-a$; $b:c::s':s'-b$; $c:d::s'':s''-c$; *&c.* Ainſi, les denſités de nos tranches ſuivent entr'elles la même loi que les termes d'une progreſſion géométrique, décroiſſante à l'infini, & forment par conſéquent une telle progreſſion.

XIV. *Remarque.* Toutes les expérienees qu'on a faites ſur la compreſſibilité de l'air, prouvent qu'one même maſſe de ce fluide ſe comprime ſuivant la proportion des poids dont elle eſt chargée; mais on doit obſerver que ees expériences ont pour objet des condenſations *moyenes*; car il paroît que dans les cas extrêmes, la regle ne ſauroit être exacte. En effet, imaginons d'abord que la compreſſion augmente à l'infini: il faudroit que la condenſation augmentât de même, & qu'enfin l'air n'occupât plus qu'un eſpace infiniment petit. Or, quelque figure qu'on attribue aux moléeules aérienes, il eſt clair que lorſque leurs reſſorts ont été eomprimés juſqu'à ce que toutes leurs parties ſe touchent, l'impénétrabilité mutnele de ces parties ne permet plus de compreſſion. Ajoutez que l'air peut être mêlé de parties dures, dénuées de reſſort, ou douées d'un reſſort très-imparfait. Si au contraire on ſuppoſe que la compreſſion diminue à l'infini, on ne peut pas ſuppoſer de même que l'air ſe dilate à l'infini; ear le reſſort parfait ou imparfait des moléeules aérienes, ne peut avoir qu'une extenſion déterminée, & il eſt impoſſible de concevoir qu'une maſſe finie viene à occuper un eſpace infini. Il n'eſt done pas vrai en tigueur que les condenſations de l'air ſuivent généralement le raport des poids comprimans. Mais eomme les forees eomprimantes que nous ponvons employer dans nos expérienees, ne paſſent jamais certaines limites, la propoſition de l'article X peut alors être regardée comme vraie ſans reſtriction.

XV. *Scholie.* Les principes précédens ſervent eneore à expliquer l'aſcenſion de l'eau dans les pompes. *Voyez* Pompes. Nous allons déduire ici des mêmes principes nne théorie du mouvement de l'air, laquelle eſt néceſſaire & ſuffiſante pour l'explication d'un grand nombre de phénomenes phyſiques. On trouvera au mot Son, la théorie des ébranlemens de l'air, qui produiſent le ſon.

XVI. Soit *ABCD*, *Fig.* 5, un eylindre fermé de tous côtés, contenant un air homogene & également denſe dans toute ſon étendue. Cet air eſt dans un état de compreſſion, & ſi-tôt qu'on lui donne quelque iſſue, on qu'on lui facilite le moyen de s'étendre ou de ſe dilater, il ſe dilate en effet, & ſa force élaſtique dimime. Dans chaque état de compreſſion, la force élaſtique eſt toujours égale à la force qui a prodnit cette compreſſion (X). Ainſi, par exemple, ſi l'air *ABCD* eſt pareil à eelui que nous reſpirons, & que par conſéquent il ait été eomprimé, ou par la preſſion même de l'atmoſphere, ou par une force équivalente, il ſoutiendra par ſon reſſort le poids d'une colonne d'ean de 32 pieds de hauteur; c'eſt-à-dire, qu'en regardant le fond ſupérieur *AD* du eylindre, comme un eouvercle librement mobile le long des parois, & imaginant que ee couvercle eſt chargé dans toute ſa ſurface, d'nne eolonne d'ean de 32 pieds de haoteur, il y aura équilibre entre la force élaſtique de l'air, & le poids de la colonne d'eau; & le couverele *AD* ne poura ni monter, ni deſcendre. Je ſuppoſe que la chaleur de l'air *ABCD* demeure roujours la même; car ſi elle venoit à augmenter ou à diminuer, la force élaſtique augmenteroit on diminueroit. Pareillement je ſuppoſerai dans la ſuite, que le degré de chaleur eſt le même pour tous les airs dont je ehercherai à meſurer & à eomparer les forees élaſtiques.

XVII. L'expérience fait voir (X & XI), que ſi une même maſſe d'air, qui conſerve toujours le même degré de rempérature, eſt réduite à occuper ſucceſſivement différens volumes; les forces qui la compriment, & par conſéqnent auſſi ſes différentes forces élaſtiques, ſuivent la raiſon inverſe des volumes, ou la raiſon directe des denſités. Or, réduire nne même maſſe d'air à occuper différens volumes, c'eſt la même choſe que faire entrer dans un même volome différentes quantités d'air, dont les denſités ſoient les mêmes reſpectivement que celles de la maſſe propoſée dans ſes différens étais. Concluons donc de cette expérience, que ſi différentes maſſes d'air occupent ſucceſſivement nn même volnme, elles ont des forees élaſtiques qui leur ſont proportioneles; ou, ee qui revient au même, qui ſont proportioneles à leurs denſités, puiſque la denſité n'eſt antre choſe que

la quantité de matiere compriſe ſous un même volume donné.

XVIII. Problême I. *Déterminer la viteſſe avec laquelle l'air ſort à chaque inſtant du vaſe* ABCD, *par le petit orifice* C, *en ſuppoſant qu'il s'échape dans le vide, ou qu'il n'éprouve aucune réſiſtance à ſa ſortie.*

Soient, pour le premier inſtant du mouvement, P le poids auquel la force élaſtique de l'*air* peut faire équilibre, Q la denſité de ce fluide, V ſa viteſſe; & nommons q la denſité qu'il a au bout d'un certain temps t, u ſa viteſſe à la fin de ce même temps. De plus, nommons M & m les maſſes d'*air* qui ſortent en temps égaux dans les deux cas. On voit, par l'article précédent, que la force élaſtique de l'air, après le temps t, ſera $\frac{Pq}{Q}$; & comme les forces motrices ſont proportionelles aux quantités de mouvement qu'elles produiſent dans le même temps, on aura $P : \frac{Pq}{Q} :: MV : mu$. Mais les maſſes M & m ſont comme les produits de leurs volumes par leurs denſités, & leurs volumes ſont comme les produits de l'orifice par les viteſſes. Ainſi, l'orifice étant le même dans les deux cas, on aura $M : m :: QV : qu$. Donc $P : \frac{Pq}{Q} :: QVV : quu$. D'où l'on tire $u = V$. Ainſi, l'*air* ſort continuélement avec la même viteſſe, qui eſt la viteſſe initiale V.

XIX. Corollaire. Suppoſons qu'au premier inſtant l'*air* contenu dans le vaſe ſoit de l'*air* naturel, ou que le poids P ſoit égal au poids d'une colonne d'eau, de 32 pieds de hauteur. Comme l'*air* eſt environ 850 fois moins denſe que l'eau, il eſt évident que l'écoulement de l'*air* par l'orifice C, eſt le même que ſi cet *air* étoit pouſſé par la preſſion d'une colonne d'*air*, de pareille denſité uniforme, & de 850 fois 32 pieds de hauteur, ou de 27200 pieds de hauteur. Ainſi, la viteſſe V eſt due à cette chute. Or un corps grave, qui tombe de 15 pieds de hauteur, acquiert une viteſſe capable de lui faire parcourir uniformément 30 pieds en une ſeconde. Par conſéquent on aura la viteſſe V, pour une ſeconde, en faiſant cette proportion, $\sqrt{15} : \sqrt{27200} :: 30 \text{ pieds} : V = 1277$ pieds. L'*air* doit donc parcourir, en vertu de ſon reſſort dans l'état ordinaire de l'atmoſphere, environ 1277 pieds en 1 ſeconde, dans le vide.

XX. Problême II. *Déterminer en général, dans l'hypotheſe du problême précédent, le temps que l'air emploie à paſſer de la denſité Q à la denſité q.*

Soient H la hauteur due à la viteſſe conſtante V de l'*air* au paſſage C; a la hauteur *donnée* qu'un corps grave parcourt en tombant pendant le temps *donné* ϑ; C l'aire de l'orifice; A le volume du cylindre $ABCD$. Il ſortira, pendant l'inſtant dt, un petit volume d'*air*, exprimé par $\frac{2C\,dt\sqrt{aH}}{\vartheta}$. (*Voyez* Écoulement). Or la maſſe étant comme le produit du volume par la denſité (*Voyez* Masse, Volume, Densité), il s'enſuit qu'il ſort, pendant l'inſtant dt, une petite maſſe d'*air* exprimée par $\frac{2C\,q\,dt\sqrt{aH}}{\vartheta}$; mais, d'un autre côté, il eſt évident que, durant le temps t, il eſt ſorti du cylindre une maſſe exprimée par $AQ - Aq$. On aura donc $\frac{2C\,qdt\sqrt{aH}}{\vartheta} = d(AQ - Aq) = -Adq$; ce qui donne $dt = \frac{\vartheta A}{2C\sqrt{aH}} \times -\frac{dq}{q}$, dont l'intégrale eſt (en faiſant $t = 0$, lorſque $q = Q$), $t = \frac{\vartheta A}{2C\sqrt{aH}} \times L\frac{Q}{q}$. (*Voyez* Intégrale.

On voit, par cette expreſſion du temps, que le vaſe ne ſe videroit entiérement qu'au bout d'un temps infini; mais il ne faut pas oublier ici que, ſuivant la remarque de l'article XIV, l'hypotheſe ſur laquelle cette formule eſt fondée, ceſſe d'être exacte, lorſque la denſité q devient très-petite.

XXI. Problême III. *L'air ayant été condenſé dans le vaſe* ABCD, *on demande la viteſſe avec laquelle il ſortira par le petit orifice* C, *en ſuppoſant qu'il ſe répande dans un air environant plus rare que lui, & d'une étendue infinie telle qu'on peut toujours l'attribuer à l'atmoſphere par raport au vaſe* ABCD.

Nommons D la denſité de l'*air* extérieur; F ſa force élaſtique; Q la denſité initiale de l'*air* intérieur, ou de l'*air* contenu dans le vaſe, & par conſéquent $\frac{QF}{D}$ ſa force élaſtique initiale; q la denſité de l'*air* intérieur, après un certain temps t, & par conſéquent $\frac{qF}{D}$ ſa force élaſtique correſpondante; M la petite maſſe initiale d'*air* qui ſort par l'orifice; V ſa viteſſe; m la petite maſſe d'*air* qui ſort après le temps t; u ſa viteſſe. L'*air* extérieur oppoſant conſtamment la réſiſtance F à la ſortie de l'*air* intérieur, il eſt évident que la force expulſive initiale de l'*air* intérieur eſt $\frac{QF}{D} - F$, ou $\frac{(Q-D)F}{D}$, & que la force expulſive, après le temps t, eſt $\frac{(q-D)F}{D}$. Or les forces expulſives ſont comme les quantités de mouvement qu'elles produiſent dans le même temps; ainſi on a $\frac{(Q-D)F}{D} : \frac{(q-D)F}{D} :: MV : mu$. Mais les maſſes M & m ſont comme les produits de leurs denſités par leurs volumes, & ces volumes ſont comme les produits de l'orifice par les viteſſes; donc $\frac{(Q-D)F}{D} : \frac{(q-D)F}{D} :: QV^2 : qu^2$; ce qui donne $u = V \times \sqrt{\frac{Q(q-D)}{q(Q-D)}}$.

On voit qu'on aura $u = 0$, ou que l'*air* ceſſera de couler, lorſqu'on aura $q = D$. Je n'ai pas beſoin de faire obſerver que, ſi on avoit $D = Q$, il n'y auroit point du tout de mouvement, puiſqu'alors la force expulſive initiale $\frac{(Q-D)F}{D}$ étant nulle, la viteſſe initiale V ſeroit auſſi nulle.

XXII. Corollaire. Suppoſons, par exemple, $Q = 10\,D$, $q = 9\,D$; & que la preſſion de l'atmoſphere, ou la force élaſtique F, ſoit équivalente au poids d'une colonne d'eau de 32 pieds de hauteur. La force expulſive initiale $\frac{(Q-D)F}{D}$ de l'*air* équivaudra au poids d'une colonne d'eau de 9×32 pieds, ou de 288 pieds de hauteur: &, comme l'*air*, que cette force fait ſortir par l'orifice, eſt 85 fois moins denſe que l'eau, il s'enſuit que l'écoulement initial eſt le même que ſi l'*air* étoit alors chaſſé par la preſſion d'une colonne d'*air*, par-tout de même denſité que lui, & de 85 fois 288 pieds, ou de 24480 pieds de hauteur; & que par conſéquent la viteſſe V eſt due à cette hauteur. Donc la viteſſe V, pour une ſeconde, ſera de 30 pieds $\times \frac{\sqrt{24480}}{\sqrt{15}}$, & la viteſſe u, auſſi pour une ſeconde, ſera de 30 pieds $\times \frac{\sqrt{24480}}{\sqrt{15}} \times \frac{\sqrt{80}}{\sqrt{81}}$. Ainſi, on aura, à peu près, $V = 1212$ pieds, $u = 1204$ pieds.

On peut ſe faire par-là une idée de la viteſſe avec laquelle une balle eſt chaſſée de ces fuſils qu'on appele *arquebuſes à vent*, & dont la deſcription ſe trouve dans tous les Livres de Phyſique.

XXIII. Problême IV. *Trouver le temps t que l'air emploie à paſſer de la denſité Q à la denſité q, dans l'hypotheſe du problême précédent.*

En repréſentant par H la hauteur due à la viteſſe initiale V, & conſidérant (*Voyez* Accéléré) que les hauteurs dues aux viteſſes V & u ſont comme les carrés de ces viteſſes: on verra que la hauteur due à la viteſſe u ſera $H \times \frac{Q(q-D)}{q(Q-D)}$. Ainſi, la petite maſſe d'*air* qui ſort pendant l'inſtant dt, eſt $\frac{2Cq\,dt}{3}\sqrt{\frac{aHQ(q-D)}{q(Q-D)}}$. Mais cette maſſe a pour autre expreſſion $d(AQ - Aq)$. Par conſéquent on aura $dt = \frac{3A\sqrt{(Q-D)}}{2C\sqrt{aHQ}} \times \frac{-dq}{\sqrt{(qq - Dq)}}$, dont l'intégrale eſt (en faiſant toujours $t = 0$, lorſque $q = Q$), $t = \frac{3A}{2C}\sqrt{\left(\frac{Q-D}{AHQ}\right)} \times L.\left(\frac{Q - \frac{1}{2}D + \sqrt{(Q^2 - D.Q)}}{q - \frac{1}{2}D + \sqrt{(qq - Dq)}}\right)$.

Nous avons vu que l'*air* ceſſe de couler, lorſque $q = D$. Faiſant donc $q = D$, on aura, pour le temps que dure l'écoulement, $t = \frac{3A}{2C}\sqrt{\left(\frac{Q-D}{aHQ}\right)} \times L.\left(\frac{Q - \frac{1}{2}D + \sqrt{(Q^2 - D.Q)}}{\frac{1}{2}D}\right)$.

XXIV. Problême V. *Le vaſe* ABCD *étant ſuppoſé contenir un air plus rare que celui de l'atmoſphere, on demande la viteſſe avec laquelle ce dernier entrera dans le vaſe, par le petit orifice* C.

En nommant D la denſité conſtante de l'*air* extérieur; F ſa force élaſtique; Q la denſité initiale de l'*air* contenu dans le cylindre, & par conſéquent $\frac{QF}{D}$ ſa force élaſtique initiale; q la denſité de cet *air*, après les temps t, & par conſéquent $\frac{qF}{D}$ ſa force élaſtique après ce même temps; V la viteſſe initiale avec laquelle l'*air* extérieur entre dans le cylindre; u ſa viteſſe après le temps t: on voit que la force impulſive initiale de l'*air*, dans le cylindre, eſt $F - \frac{QF}{D}$ ou $\frac{(D-Q)F}{D}$, & qu'après le temps t la force impulſive eſt $\frac{(D-q)F}{D}$. On aura donc, $\frac{(D-Q)F}{D} : \frac{(D-q)F}{D} :: DV^2 : Du^2$; & par conſéquent $u = V \times \sqrt{\frac{D-q}{D-Q}}$.

Si, au premier inſtant, le cylindre étoit vide, on auroit $Q = 0$; & alors $u = V \times \sqrt{\frac{D-q}{D}}$.

On voit, dans l'un & l'autre cas, que l'*air* ceſſe d'entrer dans le cylindre, lorſque $q = D$, ou lorſque la denſité de l'*air* eſt la même en dedans qu'en dehors.

XXV. Problême VI. *Trouver l'équation entre le temps t & la denſité q, dans l'hypotheſe générale du problême précédent.*

Soit H la hauteur due à la viteſſe V, & gardons les autres dénominations. La petite maſſe d'*air* qui entre dans le cylindre $ABCD$, pendant l'inſtant dt, eſt exprimée par $\frac{2CD\,dt}{3}\sqrt{\frac{aH(D-q)}{D-Q}}$; &, comme elle a pour ſeconde valeur $d(Aq)$, on aura $dt = \frac{3A\sqrt{(D-Q)}}{2CD\sqrt{aH}} \times \frac{dq}{\sqrt{(D-q)}}$, dont l'intégrale eſt en faiſant $t = 0$,

Digitized by Google

lorſque $q = Q$) $t = \frac{2AV(D-Q)}{CDV\,aH} \times [V(D-Q) - V(D-q)]$.

XXVI. Problème VII. *Les deux cylindres* ABCD, FCHG, *Fig. 6, fermés de tous côtés, & contenant des airs différemment condenſés : on demande la viteſſe avec laquelle l'air paſſera d'un cylindre dans l'autre, par le petit orifice* C.

Il eſt d'abord évident que l'*air* le plus denſe coulera dans le plus rare. Suppoſons que cet écoulement ſe faſſe du vaſe $ABCD$ dans le vaſe $FCHG$. Nommons D la denſité de l'*air* de l'atmoſphere; F ſa force élaſtique; Q la denſité initiale de l'*air* $ABCD$, & par conſéquent $\frac{QF}{D}$ ſa force élaſtique initiale; q ſa denſité, après le temps t; & par conſéquent $\frac{qF}{D}$ ſa force élaſtique après ce même temps; R la denſité initiale de l'air $FCHG$, & par conſéquent $\frac{RF}{D}$ ſa force élaſtique initiale; r ſa denſité après le temps t, & par conſéquent $\frac{rF}{D}$ ſa force élaſtique après ce même temps; V la viteſſe initiale de l'*air* $ABCD$; u ſa viteſſe après le temps t. Il eſt clair que la force expulſive de l'air $ABCD$ eſt $\frac{QF}{D} - \frac{RF}{D}$, au premier inſtant; & $\frac{qF}{D} - \frac{rF}{D}$, après le temps t. Ainſi, on aura $\frac{QF-RF}{D} : \frac{qF-rF}{D} :: QVV : quu$; ce qui donne $u = V \times \sqrt{\frac{Q(q-r)}{q(Q-R)}}$.

L'écoulement ceſſera, quand on aura $r = q$.

Comme la maſſe totale d'*air*, contenue dans les deux cylindres, demeure conſtamment la même; ſi l'on nomme A la capacité ou le volume du cylindre $ABCD$, B celui du cylindre $FCHG$, on aura cette ſeconde équation $A.Q + B.R = A.q + B.r$, parce que les maſſes ſont comme les produits des volumes par les denſités. Cette équation donne $r = \frac{A(Q-q)+B.R}{B}$. Subſtituant cette valeur de r dans la valeur de u, on aura $u = V \times \sqrt{\frac{Q[B(q-R)-A(Q-q)]}{Bq(Q-R)}}$: équation qui donne la viteſſe u correſpondante à chaque denſité q.

XXVII. Problème VIII. *Trouver l'équation entre le temps t & la denſité q, dans l'hypotheſe du problème précédent.*

Suppoſons, pour abréger un peu le calcul, $AQ + BR = f$, $AQ + BQ = K$, $BQ - BR = m$: on trouvera, en raiſonant toujours de même, $2CqdtV\frac{aH(Kq-fQ)}{mq} = d(AQ-Aq) = -Adq$; ou bien $dt = \frac{AVm}{2CVaHK} \times \frac{-dq}{\sqrt{\left(q^2 - \frac{fQ}{K}.q\right)}}$, dont l'intégrale eſt (en faiſant $t = 0$, lorſque $q = Q$), $t = \frac{AVm}{2CVaHK} \times L.\left\{\frac{Q - \frac{fQ}{2K} + V\left(Q^2 - \frac{fQ^2}{K}\right)}{q - \frac{fQ}{2K} + V\left(q^2 - \frac{fQ^2}{K}\right)}\right\}$.

Nous ne nous arrêterons pas à développer en détail toutes les conſéquences qui réſultent de ces formules: le lecteur y ſuppléera facilement. (*L. B.*)

AIRE, ſ. f. (*Géométrie*); ſurface d'une figure rectiligne, curviligne, ou mixtiligne, c'eſt-à-dire, l'eſpace que cette figure renferme. *Voyez* Surface, Figure, *&c.*

Si une *aire*, par exemple un champ, a la figure d'un carré, dont le côté ſoit de 40 pieds, cette *aire* aura 1600 pieds carrés, ou contiendra 1600 petits carrés, dont le côté ſera d'un pied. *Voyez* Carré, Meſure.

Ainſi, trouver l'*aire* ou la ſurface d'un triangle, d'un carré, d'un parallélogramme, d'un rectangle, d'un trapeze, d'un rhombe, d'un polygone, d'un cercle, ou d'une autre figure, c'eſt trouver combien cette *aire* contient de pieds, de pouces & de lignes carrés. Quant à la maniere de faire cette réduction d'une ſurface en ſurfaces parteles carrées, *Voyez* Triangle.

Pour meſurer un champ, un jardin, un lieu entouré de murs, fermé de haies, ou terminé par des lignes, il faut prendre les angles qui ſe trouvent dans le contour de ce lieu, les porter ſur le papier, & réduire ainſi l'*aire* compriſe entre ces angles & leurs côtés en arpens, *&c.*, en ſuivant les méthodes preſcrites pour la meſure des figures planes en général. *Voyez* Faire *ou* Lever un Plan.

Si du centre du ſoleil, on conçoit un ligne tirée au centre d'une planete, cette ligne engendrera autour du ſoleil des *aires* elliptiques proportioneles au temps. Telle eſt la loi que ſuivent les planetes dans leur mouvement autour du ſoleil; ainſi le ſoleil étant ſuppoſé en S, & une planete en A, *Pl. Aſtronom. Figure* 86, ſi cette planete parvient en B, dans un temps quelconque donné; le rayon vecteur AS aura formé dans ce mouvement l'*aire* ASB: ſoit enſuite la même planete parvenue en P, & ſoit pris le point F, tel que l'*aire* PSF, ſoit égale à l'*aire* ASB; il eſt certain par la propoſition précédente, qu'elle

aura parcouru les arcs *PF* & *AB*, dans des temps égaux. *Voyez* PLANETE & ELLIPSE.

Le célebre Newton a démontré que tout corps qui dans ſon mouvement autour d'un autre, ſuit la loi dont nous venons de parler, c'eſt-à-dire, que tout corps qui décrit autour d'un autre corps, des *aires* proportioneles au temps, gravite ou tend vers ce corps. *Voyez* GRAVITATION & PHILOSOPHIE NEWTONIENE. (*O.*)

AIRE *de pont*; c'eſt le deſſus d'un pont ſur lequel on marche, pavé ou non pavé.

AIRE *d'un baſſin*; c'eſt un maſſif d'environ un pied d'épaiſſeur, fait de chaux & de ciment avec des cailloux, ou un corroi de glaiſe pavé par-deſſus, ce qui fait le fond du baſſin. Cette *aire* ſe conſerve long-temps, pourvu que la ſuperficie de l'eau s'écoule aiſément; quand le tuyau de décharge eſt trop menu, l'eau ſuperfine régorgeant ſur les bords, délaye le terrain ſur lequel eſt aſſis le baſſin, & le fait périr. (*K.*)

AIRES proportioneles au temps, (*Aſtron.*); c'eſt une des lois de Kepler, qui ont lieu dans les mouvemens des planetes, & que ce grand homme découvrit en même temps que la figure elliptique de leurs orbites; elle conſiſte en ce que le rayon mené du centre du ſoleil, au centre de la planete qui tourne autour de lui, parcourt des ſecteurs égaux, en temps égaux: ſi la planete eſt deux fois plus éloignée du ſoleil, elle va deux fois plus lentement; en ſorte que le triangle ou le ſecteur parcouru, étant deux fois plus étroit, quoique deux fois plus long, la ſurface eſt toujours la même.

Kepler démontre d'abord à la page 565 de ſa *nouvele Phyſique céleſte*, que le mouvement des planetes dans les apſides, eſt proportionel à leur diſtance au ſoleil, même dans l'hypotheſe de Ptolomée; c'eſt-à-dire, qu'en prenant un arc de l'excentrique, vers l'aphélie, & un autre arc de même longueur vers le périhélie, la planete eſt plus long-temps dans l'arc aphélie, à proportion que la diſtance aphélie eſt plus grande. Soit *E*, *Aſtron. Fig.* 81, le point autour duquel le mouvement eſt ſuppoſé uniforme; *S* le centre du ſoleil à même diſtance du centre *C* que le point *E*, ayant tiré deux lignes *MEO*, *NEP*, l'arc *MN*, & l'arc *OP* ſont parcourus dans le même temps, ſuivant cette hypotheſe; puiſque les angles en *E* ſont égaux. Si du point *S* on tire les lignes *SO*, *SP*, & les lignes *SN*, *SM*, elles formeront des ſecteurs égaux *OSP*, *NSM*: en effet, à cauſe des triangles ſemblables *NEM*, *OEP*, on a cette proportion *MN*: *OP*:: *ER*: *EQ*; donc *MN*. *EQ* = *OP*. *ER* = *OP*. *SQ* = *MN*. *SR*; donc le ſecteur *SNM* eſt égal au ſecteur *OSP*: donc dans l'hypotheſe même d'un cercle excentrique, ſi l'on prend deux arcs *MN* & *OP* décrits par une planete dans des temps égaux, on aura au point *S* des *aires* égales.

Lorſque Kepler paſſe à la conſidération des orbes elliptiques, il tranſporte à l'ellipſe cette propriété qu'il n'avoit prouvée que pour le cercle excentrique, & cela ſans y employer de nouveles démonſtrations. Il n'avoit d'abord conſidéré que le cas de l'aphélie & du périhélie; mais la regle ſe trouva vérifiée d'ailleurs par un accord général entre les obſervations & les calculs.

Ce fut Newton qui, dans ſon fameux livre des principes, fit voir que cette loi étoit une ſuite néceſſaire du mouvement des planetes autour du ſoleil & de la force centrale, dirigée conſtamment vers le ſoleil.

Conſiderons une planete tournant autour du ſoleil *S*, *Fig.* 82, en un point quelconque *Q* de ſon orbite, venant de parcourir l'inſtant d'auparavant une très-petite portion *PQ* de cette orbite, que l'on ſuppoſe une très-petite ligne droite; la planete parvenue de *P* en *Q* & le rayon de ſon orbite ayant paſſé de *SP* en *SQ*, a décrit l'*aire SPQ* en une minute de temps; je dis que dans la minute ſuivante, il décrira une *aire SQR*, égale à l'*aire SPQ*, ou un triangle égal en ſurface à *SPQ*, en ſorte que l'*aire* décrite par le rayon, ſera égale en temps égal. En effet, ſi la planete livrée a elle-même, eût continué à ſe mouvoir de *Q* en *F*, en vertu de la loi générale du mouvement, elle auroit décrit une *aire QSF* égale à l'*aire PSQ*; parce que ces deux triangles ſont égaux, ayant des baſes égales *PQ* & *QF*, & pour hauteur commune la perpendiculaire abaiſſée du point *S* ſur la direction *FQP* prolongée au dehors; mais à cauſe de la force centrale, qui attire la planete vers le ſoleil, avec une force exprimée par *QG*, elle décrira la diagonale *QR* d'un parallélogramme *FQGR*, & ce ſera une *aire QSR* (à la place de l'*aire QSF*) qui ſera décrite par la planete: or les triangles *QSR*, *QSF* ſont encore égaux, parce qu'ils ont la même baſe *QS*, & ſont compris entre les mêmes paralleles *FR* & *QS*; donc l'*aire QSR* eſt auſſi égale à l'*aire PSQ*: ainſi il eſt démontré que la petite *aire* décrite dans la premiere minute eſt égale à la petite *aire* décrite dans la minute ſuivante; procédant enſuite de minute en minute dans toute la durée de la révolution, on démontreroit avec la même facilité, que la même planete décrira éternélement la même *aire* dans le même temps, à quelque diſtance du ſoleil qu'elle parvienne, tant qu'il ne ſurviendra pas une force étrangere, qui puiſſe troubler l'égalité entre *QF* & *PQ*, c'eſt-à-dire, entre la ligne qu'une planete vient de parcourir, & celle qu'elle tend à parcourir dans la minute ſuivante.

Ainſi la loi des *aires* proportioneles aux temps, eſt prouvée non ſeulement par l'obſervation, c'eſt-à-dire, par l'acord général des calculs fondés ſur cette loi avec les obſervations, mais encore par la nature même des deux forces qui animent les planetes. *Voyez* LOIX DE KEPLER. PLANETES. (*M. DE LA LANDE.*)

AIROMÉTRIE ou mieux AÉROMÉTRIE, ſ. f. Science des propriétés de l'air. *Voyez* AIR.

AIS, *terme de Paumier*; c'eſt une planche maçonée dans le mur à l'extrémité d'un tripot ou jeo de paume, qu'on appele *carré*. L'*ais* eſt placé préciſément dans l'angle du jeu de paume, qui touche à la galerie, & dans la partie do tripot, où eſt placé le ſerveur. Les tripots on jeux de paume qu'on appele des *dedans*, n'ont point d'*ais*. Quand la balle va frsper de volée dans l'*ais*, ce qoi ſe connoît par le ſon de la planche, le joueur, qui l'a pouſſée, gâgne un quinze. *Voyez* JEU DE PAUME.

AISSIEU, (*Aſtron.*) *Voyez* AXE.

AISSIEU, (*Méch.*) *Voyez* ESSIEU.

AIXOLENIA, (*Aſtron.*); c'eſt un des noms de la conſtellation de la *chevre*.

AJUTAGE ou AJUTOIR, ſ. m. (*Hyd.*) : orifice par lequel un fluide ſort d'un réſervoir ou d'un vaſe quelconqoe. On donne ordinairement ce nom à des tronçons de cylindre ou de cônes, de coivre, de fer-blanc, de plomb, qu'on adapte à un réſervoir, ou à la *ſouche* d'un tuyao de conduite, pour procurer l'écoulement d'un fluide, ou poor former un jet d'eau. La quantité d'eau que donne un *ajutage*, eſt proportionele au produit de ſa ſorface, par la racine carrée de la hauteur de l'eao au deſſus de cet *ajutage*. On peot prendre pour cette hauteur, la diſtance du centre de gravité de la ſurface de l'*ajutage* au plan horizontal, qui raſe la ſurface du fluide dans le réſervoir, parce qo'ordinairement le diametre de l'*ajutage* eſt très-petit en comparaiſon de la haoteur propoſée ; autrement il faudroit déterminer la qoanité d'eao écoulée, par la méthode qu'on expliquera ao mot ÉCOULEMENT.

Voyez ao mot JET D'EAU la meilleure forme des *ajutages*, pour produire la plus grande élévation de l'eau. (*L. B.*)

ALAMAC, ALAMAK *ou* AMAK, (*Aſtron.*); nom que les Arabes ont donné à une étoile de la ſeconde grandeur, qui eſt dans le pied auſtral d'Andromede ; elle eſt appelée γ dans les cartes céleſtes de Bayer, & de Flamſteed, ainſi que dans nos catalogues d'étoiles. (*M. DE LA LANDE.*)

ALBEGALA, (*Aſtr.*); c'eſt un des noms dela lyre.

ALBIREO, (*Aſtr.*); c'eſt un des noms de l'étoile β du cygne.

ALCYONE, (*Aſtr.*); c'eſt le nom d'une des pléiades, la plus brillante de toutes, marquée η dans nos catalogues.

ALDEBARAN, (*Aſtr.*); nom qne les Auteurs Arabes ont donné & que nous donnons encore à l'étoile de la premiere grandeur, qui eſt dans les hyades, appelée auſſi *œil du taureau* ; le nom Arabe ſignifie étoile principale ou dominante : on l'appele en Grec, Λαμπαδίας & ἱππόκρος ; en Latin, *palilicium* ou *parilicium*, *ſubrufa* ; en Arabe, *abenezra*, *Atin*, *Eltaur* : mais ſon nom le plus ordinaire, eſt *Aldebaran*. On croit que c'eſt le Taſchter des Indiens, le génie qui préſidoit à l'équinoxe du printemps. Voyez *M. Bailly*, *Hiſtoire de l'Aſtronomie* ; on peut facilement la reconoître, en la voyant dans le méridien, à neuf heures du ſoir, le 8 janvier à 57° de haoteur à Paris : noos verrons à l'article CONSTELLATION, d'autres manieres de reconoître cette étoile, de même que toutes celles qui ſont un peo remarquables. *Aldebaran* eſt ſouvent éclipſée par la lune, & ces éclipſes ſont fort utiles pour trouver les longitudes des lieux, elle eſt ſujete à de petites inégalités, qui annoncent un déplacement réel. *Voy.* ÉTOILE. (*D.L.*)

ALÉSÉ, adj. (*Hydraul.*) ſe dit des parois ou côtés d'un tuyau qui ſont bien limés, c'eſt-à-dire, dont on a abatu tout le rude. (*K.*)

ALFONSINES. *Voyez* ALPHONSINES.

ALGEBAR ou ALGEBARO ; nom Arabe de la conſtellation d'Orion.

ALGEBRE, ſ. f. *Science du calcul des grandeurs conſidérés généralement*. On a choiſi, poor repréſenter les grandeurs ou les quantités, les lettres de l'alphabet, comme étant d'un nſage plos facile & plus commode qu'aucune autre ſorte de ſignes.

Ménage dérive ce mot de l'Arabe *Algiabarat*, qui ſignifie le *rétabliſſement d'une choſe rompue* ; ſoppoſant fauſſement que la principale partie de l'*Algebra* conſiſte dans la conſidération des nombres rompus. Quelqoes-uns penſent contre M. d'Herbelot, qoe l'*Algebre* prend ſon nom de Geber, philoſophe Chimiſte & Mathématicien célebre, que les Arabes appelent *Giabert*, & qoe l'on croit avoir été l'inventeur de cette ſcience ; d'autres prétendent que ce nom vient de *geſr*, eſpece de parchemin, fait de la peao d'on chameao, ſur leqoel Ali & Giafur Sadek écrivirent en caracteres miſtiques la deſtinée do Mahométiſme, & les grands événemens qoi devoient ariver juſqu'à la fin du monde ; d'autres le dérivent du mot *gober*, dont avec la particule *al* on a formé le mot *Algebre*, qui eſt purement arabe, & ſignifie proprement *la réduction des nombres rompus en nombres entiers* ; étymologie qui ne vaot guere mieux que celle de Ménage. Au reſte, il faut obſerver que les Arabes ne ſe ſervent jamais du mot *Algebre* ſeul, pour exprimer ce que nous entendons aujourd'hui par ce mot ; mais ils y ajoutent toujours le mot *macabelah*, qui ſignifie *oppoſition & comparaiſon* ; ainſi *Algebra-Almacabelah* eſt ce que nous appelons proprement *Algebre*.

Quelques Auteurs définiſſent l'Algebre, l'*art de réſoudre les problêmes mathématiques* ; mais c'eſt-là l'idée de l'Analyſe ou de l'art analytique pluiôt que de l'*Algebre*. *Voyez* ANALYSE.

En effet l'*Algebre* a proprement deux parties : 1°. la méthode de calculer les grandeurs, en les repréſentant par les lettres de l'alphabet ; 2°. la maniere de ſe ſervir de ce calcul pour la ſolotion des problêmes. Comme cette derniere partie eſt la plus étendue & la principale, on lui donne ſouvent le nom d'*Algebre* tout court, & c'eſt principalement dans ce ſens qoe nous l'enviſagerons dans la ſuite de cet article.

Les

Les Arabes l'appelent *l'art de reſtitution & de comparaiſon*, ou *l'art de réſolution & d'équation*. Les anciens Auteurs Italiens lui donnent le nom de *regula rei & cenſus*, c'eſt-à-dire, la regle de la racine & du carré : chez eux, la racine s'appele *res* ; & le carré, *cenſus*. *Voyez* RACINE, CARRÉ. D'autres la nomment *Arithmétique ſpécieuſe*, *Arithmétique univerſele*, &c.

L'*Algebre* eſt proprement la méthode de calculer les quantités indéterminées ; c'eſt une ſorte d'Arithmétique, par le moyen de laquelle on calcule les quantités inconnues, comme ſi elles étoient connues. Dans les calculs algébriques, on regarde la grandeur cherchée, nombre, ligne, ou toute autre quantité, comme ſi elle étoit donnée ; & par le moyen d'une ou de pluſieurs quantités données, on marche de conſequence en conſequence, juſqu'à ce que la quantité que l'on a ſuppoſée d'abord inconnue, ou au moins quelqu'une de ſes puiſſances, deviene égale à quelques quantités connues ; ce qui fait connoître cette quantité elle-même. *Voyez* QUANTITÉ & ARITHMÉTIQUE.

On peut diſtinguer deux eſpeces d'*Algebre* ; la *numérale* & la *littérale*.

L'*Algebre numérale* ou *vulgaire*, eſt celle des anciens Algébriſtes, qui n'avoit lieu que dans la réſolution des queſtions arithmétiques. La quantité cherchée y eſt repréſentée par quelque lettre ou caractere : mais toutes les quantités données ſont exprimées en nombre. *Voyez* NOMBRE.

L'*Algebre littérale* ou *ſpécieuſe*, ou la *nouvele Algebre*, eſt celle où les quantités données ou connues, de même que les inconnues ſont exprimées ou repréſentées généralement par les lettres de l'alphabet. *Voyez* SPÉCIEUSE.

Elle ſoulage la mémoire & l'imagination, en diminuant beaucoup les éforts qu'elles ſeroient obligées de faire, pour retenir les différentes choſes néceſſaires à la découverte de la vérité ſur laquelle on travaille, & que l'on veut conſerver préſentes à l'eſprit : c'eſt pourquoi quelques Auteurs appelent cette ſcience *Géométrie métaphyſique*.

L'*Algebre ſpécieuſe* n'eſt pas bornée comme la *numérale*, à une certaine eſpece de problêmes : mais elle ſert univerſellement à la recherche ou à l'invention des théorêmes, comme à la réſolution & à la démonſtration de toutes ſortes de problêmes, tant arithmétiques que géométriques. *Voyez* THÉORÊME, *&c.*

Les lettres dont on fait uſage en *Algebre*, repréſentent chacune ſéparément des lignes ou des nombres, ſelon que le problême eſt arithmétique ou géométrique ; & miſes enſemble, elles repréſentent des produits, des plans, des ſolides & des puiſſances plus élevées, ſi les lettres ſont en plus grand nombre : par exemple, en Géométrie, s'il y a deux lettres, comme *a b*, elles repréſentent un rectangle dont deux côtés ſont exprimés, l'un par la lettre *a*, & l'autre par *b* ; de ſorte qu'en ſe multipliant réciproquement, elles produiſent le plan *a b* : ſi la même lettre eſt répétée deux fois, comme *a a*, elle ſignifie un carré : trois lettres *a b c*, repréſentent un ſolide ou un parallélépipede rectangle, dont les trois dimenſions ſont exprimées par les trois lettres *a*, *b*, *c* ; la longueur par *a*, la largeur par *b*, la profondeur ou l'épaiſſeur par *c* ; en ſorte que par leur multiplication mutuele, elles produiſent le ſolide *a b c*.

Comme dans les carrés, cubes, 4.es puiſſances, *&c.* la multiplication des dimenſions ou degrés eſt exprimée par la multiplication des lettres, & que le nombre de ces lettres peut croître juſqu'à devenir trop incommode, on ſe contente d'écrire la racine une ſeule fois, & de marquer à la droite l'expoſant de la puiſſance, c'eſt-à-dire, le nombre des lettres dont eſt compoſée la puiſſance ou le degré qu'il s'agit d'exprimer, comme a^2, a^3, a^4, a^5 : cette derniere expreſſion a^5 veut dire la même choſe que *a* élevé à la cinquieme puiſſance ; & ainſi du reſte. *Voyez* PUISSANCE, RACINE, EXPOSANT, *&c.*

Quant aux ſymboles, caracteres, *&c.* dont on fait uſage en *Algebre*, avec leur application, *&c. Voyez les articles*, CARACTERE, QUANTITÉ, *&c.*

Pour la méthode de faire les différentes opérations de l'*Algebre*, *Voyez* ADDITION, SOUSTRACTION, MULTIPLICATION, *&c.*

Quant à l'origine de cet art, nous n'avons rien de fort clair là-deſſus : on en attribue ordinairement l'invention à Diophante, Auteur grec, qui en écrivit treize livres, quoiqu'il n'en reſte que ſix. Xylander les publia pour la premiere fois en 1575 ; & depuis ils ont été commentés & perfectionés par Gaſpard Bachet, ſieur de Méziriac, de l'Académie Françoiſe, & enſuite par M. de Fermat.

Néanmoins il ſemble que l'*Algebre* n'a pas été totalement inconnue aux anciens Mathématiciens, qui exiſtoient bien avant le ſiecle de Diophante : on en voit les traces en pluſieurs endroits de leurs ouvrages, quoiqu'ils paroiſſent avoir eu le deſſein d'en faire un myſtere. On en aperçoit quelque choſe dans Euclide, ou au moins dans Théon, qui a travaillé ſur Euclide. Ce Commentateur prétend que Platon avoir commencé le premier à enſeigner cette ſcience. Il y en a encore d'autres exemples dans Pappus, & beaucoup plus dans Archimede & Apollonius.

Mais la vérité eſt que l'analyſe dont ces Auteurs ont fait uſage, eſt plutôt géométrique qu'algébrique, comme cela paroît par les exemples que l'on en trouve dans leurs ouvrages ; en ſorte que l'on peut dire que Diophante eſt le premier & le ſeul Auteur parmi les Grecs, qui ait traité de l'*Algebre*. On croit que cet art a été fort cultivé par les Arabes : on dit même que les Arabes l'avoient reçu des Perſes, & les Perſes des Indiens. On ajoute que les Arabes l'apporterent en Eſpagne ; d'où, ſuivant l'opinion de quelques-uns, il paſſa en Angleterre avant que Diophante fût connu.

Luc Paciolo, ou Lucas à Burgo, Cordelier, eſt le premier dans l'Europe, qui ait écrit ſur ce ſujet: ſon livre, écrit en Italien, fut imprimé à Veoiſe en 1494. Il étoit, dit-on, diſciple d'on Léonard de Piſe, & de qoelques autres dont il avoit appris cette méthode: mais noos n'avons aucun de leurs écrits. Selon Paciolo, l'*Algebre* vient originairement des Arabes: il ne fait aucune mention de Diophante; ce qui feroit croire que cet Auteur n'étoit pas encore connu en Europe. Son *Algebre* ne va pas plus loin que les équations ſimples & carrées; encore ſon travail ſur ces dernieres obſervations eſt-il fort imparfait, comme on peut le voir par le détail qoe donne ſur ce ſujet M. l'Abbé du Gua, dans on excellent Mémoire imprimé parmi ceux de l'Académie des Seiences de Paris 1741. *Voyez* CARRÉ *ou* QUARRATIQUE, ÉQUATIONS, RACINE, *&c.*

Après Paciolo parut Stifelius, Auteor qui n'eſt pas ſans mérite: mais il ne fit faire aucun progrès remarquable à l'*Algebre*. Vinrent enſuite Scipion Ferrei, Tartaglia, Cardan & quelques autres, qui pouſſerent cet art juſqu'à la réſolution de quelques équations cubiques: Bombelli les ſuivit. On peut voir dans la diſſertation de M. l'Abbé du Gua que nous venons de eiter, l'hiſtoire très-eurieuſe & très exacte des progrès plus ou moins grands que chacun de ces Auteurs fit dans la icienee dont nous parlons: tout ce que nous allons dire dans la ſuite de cet artiele ſur l'hiſtoire de l'*Algebre*, eſt tiré de cette diſſertation. Elle eſt trop honorable à notre nation, pour n'en pas inſérer iei la plus grande partie.

„ Tel étoit l'état de l'*Algebre* & de l'Analyſe, „ lorſque la France vit naître dans ſon ſein Fran- „ çois Viete, ce grand Géometre, qui lui fit „ ſeul autant d'honeur que tous les Auteurs dont „ nous venons de faire mention, en avoient fait „ enſemble à l'Italie.

„ Ce que nous pourions dire iei à ſon éloge, „ ſeroit certainement au deſſous de ce qu'en ont „ dit déja depuis iong-temps les Auteurs les plus „ illuſtres même parmi les Anglois, dans la bou- „ che deſquels ces louanges doivent être moins „ ſuſpectes de partialité, qoe dans celle d'on „ compatriote. *Voyez* ee qu'en dit M. Halley, „ *Tranſ. philoſ. n°.* 190, *art.* 2, *an.* 1687.

„ Ce témoignage, quelque avantageux qu'il ſoit „ pour Viete, eſt à peine égal à celui qu'Harriot, „ autre Algébriſte Anglois, rend au même Au- „ teur dans la préface du livre qui porte pour „ titre, *Artis analyticæ praxis*.

„ Les éloges qu'il lui donne, ſont d'autant „ plus remarquables, qu'on les lit à la tête de „ ce même ouvrage d'Harriot, où Wallis a pré- „ tendu apercevoir les découvertes les plus im- „ portantes qui ſe ſoient faites dans l'analyſe, „ qooiqu'il lui eût été facile de les trouver preſ- „ que toutes dans Viete, à qui elles apartienent „ en effet pour la plupart, comme on le va „ voir.

„ On peut entr'autres en compter ſept de ce „ genre.

„ La premiere, c'eſt d'avoir introduit dans les „ ealeuls les lettres de l'alphabet, pour déſigner „ même les quantités connues. Wallis convient „ de eet artiele, & il explique au *chap. xiv* de „ ſon traité d'*Algebre*, l'utilité de cette pratiqoe.

„ La ſeconde, c'eſt d'avoir imaginé preſque „ tootes les transformations des équations, auſſi- „ bien que les différens uſages qu'on en peut „ faire, pour rendre plus ſimples les équations „ proposées. On peut conſolter là-deſſus ſon traité „ *de recognitione Æquationum*, à la page 91 & „ ſuivantes, édition de 1646, auſſi-bien que le „ commencement do traité *de emendatione Æqua-* „ *tionum*, page 127 & ſuivantes.

„ La troiſieme, c'eſt la méthode qu'il a donnée, „ pour reconoître, par la comparaiſon de deux „ équations, qoi ne différoient que par les ſignes, „ quel raport il y a entre chacun des eoëfficiens „ qui leur ſont communs, & les racines de l'une „ & de l'autre. Il appele cette méthode *ſyncriſis*, „ & il l'explique dans le traité *de recognitione*, „ page 104 & ſuivantes.

„ La quattieme, c'eſt l'uſage qu'il fait des „ découvertes précédentes, pour réſoudre généra- „ lement les équations du quatrieme degré, & „ même celles du troiſieme. *Voyez* le traité *de* „ *emendatione*, pages 140 & 147.

„ La cinqoieme, c'eſt la formation des équa- „ tions composées par leurs racines ſimples, lorſ- „ qu'elles ſont toutes poſitives, ou la détermina- „ tion de tontes les parties de chacun des co- „ efficiens de ces équations, ce qui termine le „ livre *de emendatione*, page 158.

„ La ſixieme & la plus cônſidérable, e'eſt la „ réſolution numériqoe des équations, à l'imita- „ tion des extractions de racines numériques, „ matiere qni fait elle ſeule l'objet d'un livre „ tout entier.

„ Enfin, on peut prendre poor ane ſeptieme „ déeonverte, ce qoe Viete a enſeigné de la „ méthode pour conſtruire géométriquement les „ équations, & qu'on trouve expliquées *pages* 229 „ *& ſuiv.*

„ Qooiqu'un ſi grand nombre d'inventions pro- „ pres à Viete dans la ſeule Analyſe, l'aient „ fait regarder, avec raiſon, comme le pere de „ cette Seience, nous ſommes néanmoins obligés „ d'avouer qu'il ne s'étoit ataché à reconoître „ combien il pouvoit y avoir dans les éqoations „ de racines de chaque eſpece, qu'autant que „ cette recherche entroit dans le deſſein qu'il „ s'étoit proposé, d'aſſigner en nombre les valeurs „ on exactes, ou approchées de ces racines. Il „ ne eonſidéra done point les racines réelles néga- „ tives, non plus que les racines impoſſibles, que „ Bombelli avoit introduites dans le ealcol; & ce „ ne fut que par des voies indirectes, qu'il vint „ à bout de déterminer, lorſqu'il en eut beſoin, „ le nombre des racines réelles poſitives. L'illuſtre

Digitized by Google

„ M. Halley lui fait même avec fondement, „ quelques reproches ſur les regles qu'il donne „ pour cela.

„ Ce que Viete avoit omis de faire au ſujet „ du nombre des racines, Harriot qui vint bientôt „ après, le tenta inutilement dans ſon *Artis analytica praxis*. L'idée que l'on doit ſe former „ de cet ouvrage, eſt préciſément celle qu'en „ donne ſa préface; car pour celle qu'on pouroit „ en prendre par la lecture du traité d'*Algebre* „ de Wallis, elle ne ſeroit point du tout juſte. „ Non ſeulement ce livre ne comprend point, „ comme Wallis vouloit l'inſinuer, tout ce qui „ avoit été découvert de plus intéreſſant dans l'analyſe, lorſque Wallis a écrit; on peut même „ dire qu'il mérite à peine d'être regardé comme „ un ouvrage d'invention. Les abrégés que Harriot a imaginés dans l'*Algebre*, ſe réduiſent à „ marquer les produits de différentes lettres, en „ écrivant ces lettres immédiatement les unes après „ les autres: (car nous ne nous arrêterons point „ à obſerver avec Wallis, qu'il a employé dans „ les calculs les lettres minuſcules au lieu des „ majuſcules). Il n'a point ſimplifié les expreſſions où une même lettre ſe trouvoit pluſieurs „ fois, c'eſt-a-dire, les expreſſions des puiſſances, „ en écrivant l'expoſant à côté. On verra bientôt que c'eſt à Deſcartes qu'on doit cet abrégé, „ ainſi que les premiers élémens du calcul des „ puiſſances; découverte qui en a été la ſuite „ naturele, & qui a été depuis d'un ſi grand „ uſage.

„ Quant à l'analyſe, le ſeul pas qu'Harriot „ paroiſſe proprement y avoir fait, c'eſt d'avoir „ employé dans la formation des équations du „ 3e & du 4e degré, les racines négatives, & „ même des produits de deux racines impoſſibles; ce que n'avoit point fait Viete dans ſon dernier chapitre *de emendatione*: encore trouve-t-on „ ici une faute; c'eſt que l'Auteur forme les „ équations du 4e degré, dont les quatre racines „ doivent être tout-à-la-fois impoſſibles, par le „ produit de $be+ea=0$, & $df+aa=0$, ce „ qui n'eſt pas aſſez général, les quatre racines „ ne devant pas être tout-à-la-fois ſuppoſées des „ imaginaires pures, mais tout au plus deux imaginaires pures, & deux mixtes imaginaires „.

M. l'Abbé du Gua fait encore à Harriot pluſieurs autres reproches qu'on peut lire dans ſon mémoire.

„ Il n'eſt preſqu'aucune Science qui n'ait dû „ au grand Deſcartes quelque degré de perfection: „ mais l'*Algebre* & l'Analyſe lui ſont encore plus „ redevables que tous les autres. Vrai-ſemblablement il n'avoit point lu ce que Viete avoit „ découvert dans ces deux ſciences, & il les „ pouſſa beaucoup plus loin. Non ſeulement il „ marque, ainſi que Harriot, le produit de deux „ lettres, en les écrivant à la ſuite l'une de l'autre; il ajoute à cela l'expreſſion du produit de „ deux polynomes, en ſe ſervant du ſigne de la „ multiplication, & en tirant une ligne ſur chacun de ces polynomes en particulier, ce qui „ ſoulage beaucoup l'imagination. C'eſt lui qui a „ introduit dans l'*Algebre* les expoſans, ce qui a „ donné les principes élémentaires de leurs calculs: c'eſt lui qui a imaginé le premier des „ racines aux équations, dans les cas mêmes où „ ces racines ſont impoſſibles; de façon que les „ imaginaires & les réelles rempliſſent le nombre „ des dimenſions de la propoſée: c'eſt lui qui a „ donné le premier des moyens de trouver les „ limites des racines des équations, qu'on ne peut „ réſoudre exactement: enfin, il a beaucoup ajouté „ aux affections géométriques de l'*Algebre* que „ Viete nous a laiſſés, en déterminant ce que „ c'eſt que les lignes négatives; c'eſt-à-dire, celles „ qui répondent aux racines des équations qu'il „ nomme *fauſſes*; & en enſeignant à multiplier „ & à diviſer les lignes les unes par les autres. „ *Voyez le commencement de ſa Géométrie*. Il „ forme, comme Harriot, les équations par la „ multiplication de leurs racines ſimples, & ſes „ découvertes dans l'analyſe pure ſe réduiſent „ principalement à deux. La premiere, d'avoir „ enſeigné combien il ſe trouve de racines poſitives ou négatives dans les équations qui n'ont „ point de racines imaginaires. *Voyez* RACINE. „ La ſeconde, c'eſt l'emploi qu'il fait de deux „ équations du ſecond degré à coefficiens indéterminés, pour former par leur multiplication, „ une équation qui puiſſe être comparée terme à „ terme avec une propoſée quelconque du quatrieme degré, afin que ces comparaiſons différentes fourniſſent la détermination de toutes les „ déterminées qu'il avoit priſes d'abord, & que „ la propoſée ſe trouve ainſi décompoſée en deux „ équations du ſecond degré, faciles à réſoudre „ par les méthodes qu'on avoit déja pour cet „ effet. *Voyez ſa Géométrie, page* 89, *édit. d'Amſt. An.* 1649. Cet uſage des indéterminés, eſt ſi „ adroit & ſi élégant, qu'il a fait regarder Deſcartes comme l'inventeur de la méthode des „ indéterminés; car c'eſt cette méthode qu'on a „ depuis appelée & qu'on nomme encore aujourd'hui proprement l'*Analyſe de Deſcartes*; „ quoiqu'il faille avouer que Ferrei, Tartaglia, „ Bombelli, Viete ſur-tout, & après lui Harriot, „ en euſſent eu connoiſſance.

„ Pour l'Analyſe mixte, c'eſt-à-dire, l'application „ de l'Analyſe à la Géométrie, elle appartient preſqu'entiérement à Deſcartes, puiſque c'eſt à lui „ qu'on doit inconteſtablement les deux découvertes „ qui en ſont comme la baſe. Je parle de la „ détermination de la nature des courbes par les „ équations à deux variables, (*page* 26), & de la „ conſtruction générale des équations du 3e & du „ 4e degré, (*page* 95). On peut y ajouter l'idée „ de déterminer la nature des courbes à double „ courbure par deux équations variables, (*page* „ 74); la méthode des tangentes, qui eſt comme „ le premier pas qui ſe ſoit fait vers les infiniment

„ petits, (*page* 46); la détermination des courbes „ propres à réfléchir ou à réunir par réfraction, en „ un ſeul point, les rayons de lumiere; enfin, l'ap„ plication de l'Analyſe & de la Géométrie à la „ Phyſique, dont on n'avoit point vu juſqu'alors „ d'auſſi grand exemple. Si on réunit toutes ces „ différentes productions, qu'elle idée ne ſe formera„ t-on pas du grand homme de qui elles nous vie„ nent! & que ſera-ce en comparaiſon de tout cela „ que le peu qui reſtera à Harriot, lorſque des „ découvertes que Wallis lui avoit attribuées ſans „ fondement dans le chapitre 53 de ſon *Algebre* „ *hiſtorique & pratique*, on aura ôté, comme on le „ dois, ce qui appartient à Viete ou à Deſcartes, „ ſuivant l'énumération que nous en avons faite?

„ Outre la détermination du nombre des racines „ vraies ou fauſſes, c'eſt-à-dire, poſitives ou néga„ tives, dans les équations de tous les degrés qui „ n'ont point de racines imaginaires, Deſcartes a „ mieux déterminé qu'on n'avoit fait juſqu'alors, „ le nombre & l'eſpece des racines des équations „ quelconques du 3. & du 4e degré; ſoit au „ moyen des remarques qu'il a faites ſur les for„ mules algébriques, ſoit en employant à cet uſage „ différentes obſervations ſur les conſtructions géo„ métriques.

„ Ce dernier ouvrage qu'il avoit néanmoins laiſſé „ imparfait, a été perfectioné depuis peu à peu „ pas différens Auteurs, Debaune, par exemple; „ juſqu'à ce que l'illuſtre M. Halley y ait mis, pour „ ainſi dire la derniere main, dans un beau mé„ moire inſéré dans les *Tranſactions philoſophiques*, „ *n.°* 190, *art.* 2, *an.* 1687, & qui porte le titre „ ſuivant: *De numero radicum in æquationibus ſo„ lidis ac biquadraticis, ſive tertiæ ac quartæ po„ teſtatis, eorumque limitibus, tractatulus*.

„ Quoique Newton fût né dans un temps où „ l'analyſe paroiſſoit déja preſque parfaite, cepen„ dant un ſi grand génie ne pouvoit manquer de „ trouver à y ajouter encore. Il a donné en effet „ ſucceſſivement dans ſon Arithmétique univerſele, „ 1.° une regle très-élégante & très-belle pour „ connoître les cas où les équations peuvent avoir „ des diviſeurs rationels, & pour déterminer dans „ ces cas, quels polynomes peuvent être ces „ diviſeurs; 2.° une autre regle pour reconoître „ dans un grand nombre d'occaſions, combien il „ doit ſe trouver de racines imaginaires dans une „ équation quelconque: une troiſieme, pour déter„ mines, d'une maniere nouvele, les limites des „ équations; enfin, une quatrieme qui eſt peu con„ nue, mais qui n'en eſt pas moins belle, pour „ découvrir en quel cas les équations des degrés „ pairs peuvent ſe réſoudre en d'autres degrés „ inférieurs, dont les coëfficiens ne contienens que „ de ſimples radicaux du premiee degré.

„ À cela il faut joindre l'applicasion des fractions „ au calcul des expoſans; l'expreſſion en ſuites „ infinies des puiſſances entieres ou fractionalres, „ poſitives ou négatives d'un binome quelconque; „ l'excellente regle connue ſous le nom de *Regle* „ *du parallélogramme*, & au moyen de laquelle „ Newton aſſigne en ſuites infinies, toutes les ra„ cines d'une équation quelconque; enfin, la belle „ méthode que ces Auteur a donnée pour interpoler „ les ſéries, & qu'il appele *methodus differentialis*.

„ Quant à l'application de l'analyſe à la Géomé„ trie, Newton a fait voie combien il y étoit „ verſé, non ſeulement par les ſolutions élégantes „ de différens problêmes qu'on trouve ou dans ſon „ Arithmétique univerſele, ou dans ſes principes de „ la Philoſophie naturele; mais principalement „ par ſon excellent traité *des Lignes du troiſieme* „ *ordre*„. *Voyez* COURBES.

Voilà tout ce que nous dirons ſur le progrès de l'*Algebre*: les élémens de cet art furent compilés & publiés par Kerſey en 1673; l'Arithmétique ſpécieuſe, & la nature des équations y ſont amplement expliquées & éclaircies par un grand nombre d'exemples différens: on y trouve toute la ſubſtance de Diophante. On y a ajouté pluſieurs choſes qui regardent la compoſition & la réſolution mathématique, tirée de Ghetaldus. La même choſe a été exécutée depuis par Preſtet en 1694, & par Ozanam en 1703. Mais ces Auteurs ne parlent point, ou ne paslent que fort briévement, de l'application de l'*Algebre* à la Géométrie. Guiſnée y a ſuppléé dans un traité écris en françois, qu'il a compoſé exprès ſur ce ſujet, & qui a été publié en 1705: auſſi-bien que le Marquis de l'Hôpital, dans ſon *traité analytique des ſections coniques*, 1707. Il exiſte une multitude d'ouvrages où l'on peut s'inſtruire de l'*Algebre*. Tels ſont *le traité de la Grandeur*, du P. Lamy; l'*Analyſe démontrée*, du P. Regneau; *la Science du calcul*, du même Auteur; les élémens d'*Algebre*, de Saunderſon, de Maclaurin, de Clairaut; & dans ces derniers temps, l'*Algebre* de M. l'Abbé Boſſut; celle de M. Bezout; celle de M. l'Abbé de la Caille, augmentée par M. l'Abbe Marie, *&c.* (*a*).

(*a*) C'eſt ici que nous nous croyons en devoir d'annoncer aux amateurs de l'analyſe l'ouvrage intitulé *Nova Analyſeos Elementa, Auctore Joanne Baptiſta Nicolai, Academiæ Patavinæ, Ruvenienſis & Taurinenſis ſocio*, qui parut l'an 1786, à Padoue dans l'Imprimerie du Séminaire; & que le Journal des Savans annonça avec tant d'éloges. L'auteur dans cet ouvrage, montre avec autant d'exactitude que de clarté, que c'eſt à l'incertitude des premieres notions & à l'imperfection des principes de l'analyſe *finie*, qu'on doit attribuer l'impuiſſance des calculs les plus ſublimes par les méthodes juſqu'ici en uſage. Et c'eſt par-là que cet auteur nous donne trois méthodes générales tout-à-fait nouveles qui ſont les fondemens de toute ſa ſcience. Il appele la premiere méthode *abſoluti zero*, la ſeconde *abſoluti infiniti*, & la troiſieme *circulationis*; & avec ces trois méthodes il montre la maniere de paſſer du poſitif au négatif, & du négatif au poſitif. Les analyſtes, dit-il, juſqu'ici ont connu la premiere, ont ignoré la ſeconde & ont mal-entendu la troiſieme; & de là, ſuit-il, prit ſa ſource l'*imaginaire*, qui a troublé toutes les productions des analyſtes. Il montra qu'avec les méthodes par lui expoſées, on évite l'incongruence de faire le poſitif égal au négatif, dont eut naiſſance l'*imaginaire*, & indique les progrès admirables & très-sûrs qu'on peut faire par ſes principes dans l'analyſe. (*r*)

On a appliqué auſſi l'*Algebre* à la conſidération & au calcul des infinis, ce qui a donné naiſſance à une nouvele branche fort étendue du calcul algébrique: c'eſt ce que l'on appele *la doctrine des fluxions*, ou *le calcul différentiel*. *Voyez* FLUXIONS & DIFFÉRENTIEL. On peut voir à l'*article* ANALYSE, les principaux Auteurs qui ont écrit ſur ce ſujet.

Je me ſuis contenté dans cet article, de donner l'idée générale de l'*Algebre*, telle à peu près qu'on la donne communément; & j'y ai joint, d'après M. l'Abbé du Gua, l'hiſtoire de ſes progrès. Les ſavans trouveront à l'*article* ARITHMÉTIQUE UNIVERSELE, des réflexions plus profondes ſur cette Science; & à l'*article* APPLICATION, des obſervations ſur l'*application de l'Algebre à la Géométrie*. (*O.*)

ALGÉBRIQUE, adj. ce qui apartient à l'Algebre. *Voyez* ALGEBRE.

Ainſi l'on dit *caracteres* ou *ſymboles algébriques*, *courbes algébriques*, *ſolutions algébriques*. *Voyez* CARACTERE, *&c.*

Courbe algébrique, c'eſt une courbe dans laquelle le raport des abſciſſes aux ordonées, peut être déterminé par une équation *algébrique*. *Voyez* COURBE.

On les appele auſſi *lignes* ou *courbes géométriques*. *Voyez* GÉOMÉTRIQUE.

Les courbes *algébriques* ſont oppoſées aux courbes *méchaniques* ou *tranſcendantes*. *Voyez* MÉCHANIQUE & TRANSCENDANT. (*O.*)

ALGÉBRISTE, ſ. m. ſe dit d'une perſone verſée dans l'Algebre. *Voyez* ALGEBRE. (*O.*)

ALGEDI, nom de l'étoile γ du Capricorne.

ALGENEB ou ALGENIB, (*Aſtr.*); c'eſt le nom d'une étoile de la ſeconde grandeur, ſituée dans la conſtellation de Pégaſe, & que les aſtronomes marquent par la lettre γ; d'autres donnent ce nom à la ceinture de Perſée.

ALGOL ou *tête de Méduſe*; étoile fixe de la ſeconde grandeur, dans la conſtellation de Perſée. *Voyez* PARSÉE.

On avoit remarqué, dans le dernier ſiecle, que cette étoile changeoit de grandeur & de lumiere; mais, en 1783, M. Goodricke, gentilhomme d'Yorck, a reconu que cette étoile, qui eſt ordinairement de ſeconde grandeur, n'eſt plus que de la 4e pendant quelques heures; & cela tous les trois jours; la période de ces variations eſt de 69 heures; elle emploie trois heures & demie à diminuer, & autant à recouvrer ſa lumiere. Le 3 mai 1783, à 9 heures du ſoir, elle étoit la plus foible, & tous les 23 jours cette phaſe doit revenir vers la même heure; ce ſera donc à minuit, le 1er février 1784, le 24, *&c.* Cette étoile ne paſſe à Paris, ſous l'horizon, que pendant une heure & 27 minutes. On peut expliquer ces variations par la figure aplatie de cette étoile, comme Manpertuis, par quelque grande tache à ſa ſurface, comme Riccioli, ou par l'interpoſition de quelque grande planete qui tourneroit autour de cette belle étoile: c'eſt l'opinion de M. Goodricke. (*De la Lande.*)

ALGOMEIZA; nom de l'étoile Procyon.

ALGORAB; nom de l'étoile γ du Corbeau.

ALGORITHME, ſ. m. *terme Arabe*, employé par quelques auteurs, & ſingulièrement par les Eſpagnols, pour ſignifier *la pratique de l'Algebre*. *Voyez* ALGEBRA.

Il ſe prend auſſi quelquefois pour l'*Arithmétique par chifres*. *Voyez* ARITHMÉTIQUE.

L'*algorithme*, ſelon la force du mot, ſignifie proprement l'*art de ſupputer avec juſteſſe & facilité*: il comprend les regles de l'Arithmétique vulgaire. Ainſi, l'on dit l'*algorithme* des entiers, l'*algorithme* des fractions, l'*algorithme* des nombres ſourds, &c.

Le même mot ſe prend, en général, pour déſigner la méthode & la notation de toute eſpece de calcul. En ce ſens, on dit l'*algorithme du calcul intégral*, l'*algorithme du calcul exponentiel*, l'*algorithme du calcul des ſinus*, &c.

ALHABOR; nom de l'étoile Sirius.

ALHAIOTH; nom Arabe de la belle étoile de la Chevre.

ALHATOD, autre nom de la belle étoile de la Chevre.

ALIATH; (*Aſtr.*) c'eſt le nom que les Arabes donnoient à la premiere étoile de la queue de la grande ourſe, que nous marquons par la lettre greque ε; elle eſt auſſi appelée quelquefois *Ris Alioth*, *Allioth*, *Miraeh*, *Micar*, ou *Mizar*, ſuivant Bayer, dans ſon *Uranométrie*. (*M. de la Lande.*)

ALIDADE ou ALHIDADE; regle qui ſe meut ſur le centre d'un quart-de-cercle, & qui porte une lunete pour meſurer les angles. *Voyez* MURAL. (*D. L.*)

ALIDADE, ſ. f. (*Géom.*). On appele ainſi l'index ou la regle mobile, qui, partant du centre d'un inſtrument aſtronomique ou géométrique, peut en parcourir tout le limbe pour montrer les degrés qui marquent les angles, avec leſquels on détermine les diſtances, les hauteurs, &c. Ce mot vient de l'arabe, où il a la même ſignification. En grec & en latin, on l'appele ſouvent διόπτρα, *dioptra*, & encore *linea fiduciæ*, ligne de foi.

Cette piece porte deux pinnules élevées perpendiculairement à chaque extrémité. *Voy.* PINNULE, DEMI-CERCLE, &c.

ALIEMINI; nom de la belle étoile du Grand-Chien. *Voy.* SIRIUS.

ALIQUANTE, adj. f. (*Arith.*), du mot latin *aliquantus*. Les parties *aliquantes* d'un nombre, ou, en général, d'un tout, ſont celles qui ne ſont pas contenues un certain nombre de fois juſte dans ce tout. Par exemple, 5 eſt une partie *aliquante*, de 52, parce que 5 eſt contenu plus de *deux fois*, & moins de *trois fois*, dans 52.

ALIQUOTE, adj. f. (*Arith.*), du mot latin *aliquotus*. Partie *aliquote* d'un tout, partie qui eſt contenue un certain nombre de fois juſte dans ce

tout. Par exemple, 3 eſt une partie *aliquote* de 12, parce que 3 eſt contenu juſte quatre fois dans 12.

ALKAMELUZ; nom de l'étoile Arcturus.

ALLIAGE, ſ. m. (*Arith.*). On appele, en général, *alliage*, un mélange que l'on fait d'un certain nombre de choſes de différentes valeurs, pour former un tout d'un même nombre de parties, égales entr'elles, & d'une valeur moyene. La *regle d'alliage*, en Arithmétique, ſert à trouver, ou cette valeur moyene de l'une des parties du mélange, quand on connoît la valeur & le nombre des choſes dont il eſt compoſé; ou le nombre des parties des choſes qui doivent être alliées, quand on connoît la valeur de chacune de ces parties, & celle du mélange. Le premier de ces problêmes eſt déterminé dans tous les cas; le ſecond eſt ſuſceptible de pluſieurs ſolutions, lorſqu'il entre plus de deux eſpeces de choſes dans le mélange, comme on le verra ci deſſous.

Question I. *Trouver la valeur de l'unité du mélange, lorſque l'on connoît le nombre & la valeur des choſes dont il doit être compoſé.*

Multipliez le nombre des choſes de chaque eſpece, par la valeur de l'unité de chaque choſe; additionez enſemble tous ces produits, & diviſez la ſomme par le nombre total des choſes alliées, le quotient vous donnera la valeur de l'unité du mélange. Par exemple, ſi on propoſe de mêler enſemble 300 bouteilles de vin, à 25 ſous la bouteille; 200 bouteilles à 20 ſous; 150 bouteilles à 15 ſous, & de trouver la valeur d'une bouteille du mélange, il faudra multiplier 25 ſous par 300, & le produit 7500 ſous ſera la valeur de toutes les bouteilles de la premiere eſpece; de même, en multipliant 20 ſous par 200, le produit 4000 ſous ſera la valeur de toutes les bouteilles de la ſeconde eſpece, & en multipliant 15 ſous par 150, le produit 2250 ſous ſera la valeur de toutes les bouteilles de la troiſieme eſpece. Donc, ſi l'on ajoute enſemble ces trois produits, la ſomme 13750 ſous eſt le prix de toutes les bouteilles, ou du mélange qui en réſulte. Donc, en diviſant cette ſomme par 650, nombre total des bouteilles, le quotient 21 ſous $\frac{2}{13}$ ſera évidemment le prix de la bouteille du mélange.

Question II. *Deux quantités de différentes valeurs étant données, déterminer ce qu'il faut prendre de chacune pour former une quantité moyene dont la valeur eſt donnée?*

Je prends, pour exemple, le problême de la courone de Hyéron, Roi de Syracuſe. Ce Prince, ſoupçonant que ſa courone n'étoit pas d'or pur, & qu'elle étoit formée d'un mélange d'or & d'argent, propoſe à Archimede de déterminer les quantités de ces deux matieres, qui peuvent entrer dans le mélange. Archimede, inſtruit par les loix de l'*hydroſtatique* (*Voyez* ce mot), que les corps d'un même *volume* (*Voyez* ce mot), étant plongés dans l'eau, y perdent des parties égales de leurs poids, parvient à former une maſſe d'or pur, une maſſe d'argent pur, qui ont chacune le même volume que la courone; & peſant enſuite hors de l'eau la maſſe d'or, la maſſe d'argent, & la courone, il juge, par la comparaiſon des poids, ſi la courone eſt d'or pur, ou d'argent pur, ou enfin un mélange d'or & d'argent. Suppoſons ce dernier cas. Suppoſons de plus que les poids de la maſſe d'or, de celle d'argent, & de la courone, ſoient entr'eux en nombres ronds, comme les nombres 19, 10, 15. La queſtion ſe réduit donc à former, avec les parties de deux corps égaux en volume, qui peſent 19 & 10, un troiſieme corps, de même volume, qui peſe 15. Pour y parvenir, imaginons que les trois volumes égaux de nos trois corps ſont partagés chacun en un même nombre de parties égales. Cela poſé, l'excès du poids 19, ſur le poids 15, étant 4, tandis que l'excès du poids 15, ſur le poids 10, eſt 5, il eſt clair que, ſi l'on mettoit, dans le mélange, pareil nombre de parties du volume d'or & du volume d'argent, les premieres y produiroient une augmentation de poids, exprimée par 4, tandis que les ſecondes y produiroient une diminution de poids, exprimée par 5. Or, pour que l'augmentation & la diminution ſe compenſent mutuélement, on doit prendre ſur les volumes compoſans plus ou moins de parties, ſelon que ces parties ſont moins ou plus peſantes. Donc, ſi vous prenez en tout 9 parties ſur les deux volumes compoſans, vous en devez prendre 4 ſur celui d'argent, & 5 ſur celui d'or. Donc, en repréſentant chacun de nos trois volumes égaux par 1, ou par la fraction $\frac{9}{9}$, le volume $\frac{9}{9}$ du mélange, ou de la courone, ſera compoſé des $\frac{4}{9}$ du volume d'argent, & des $\frac{5}{9}$ du volume d'or.

En raiſonant de la même maniere, dans tous les cas pareils, on formera cette regle générale pour réſoudre ces ſortes de problêmes. Faites deux fractions qui aient pour dénominateur commun l'excès de la plus haute valeur ſur la plus petite, & dont la premiere ait pour numérateur l'excès de la plus haute valeur ſur la moyene, & l'autre, pour numérateur, l'excès de la valeur moyene ſur la plus petite. La premiere fraction ſera la partie qu'il faut prendre de la plus petite quantité; & la ſeconde, la partie qu'il faut prendre de la plus grande quantité.

Cette regle peut ſe démontrer ainſi, en général, par le calcul algébrique. Soient A & B les poids des deux corps compoſans; M le poids du corps mixte; G le volume commun aux trois corps; x & y les parties qu'il faut prendre des volumes des corps compoſans, pour former le corps mixte. Il eſt clair d'abord qu'on aura $x+y=G$. D'un autre côté, le poids de x ſera $\frac{Ax}{G}$, comme étant le quatrieme d'une proportion (*Voyez* Proportion); dont le trois premiers ſont G, x, A, & par une raiſon ſemblable, le poids de y ſera $\frac{By}{G}$. Or la ſomme des deux poids $\frac{Ax}{G}$,

$\frac{By}{G}$ doit être M. Ainſi, on aura $\frac{Ax+By}{G} = M$. Mettons dans cette équation, pour y, ſa valeur $G-x$, que donne la premiere, nous aurons $Ax+BG-Bx=GM$; ce qui donne $x=G\times\left(\frac{M-B}{A-B}\right)$; & (à cauſe de $y=G-x$), $y=G\times\left(\frac{A-M}{A-B}\right)$. On voit que ces valeurs de x & y ſont celles que preſcrit la regle propoſée.

Remarque. Si, dans ces ſortes de queſtions, le mélange devoit être compoſé de plus de deux eſpeces de choſes, il y auroit pluſieurs manieres de prendre ces choſes pour former le mélange. Ainſi, dans le problême de la courone du Roi Hyéron, ſi l'on ne ſavoit pas, ou l'on ne ſuppoſoit pas que la courone ne contient que de l'or & de l'argent; & ſi, outre ces deux métaux, elle contenoit, par exemple, du cuivre, alors les peſanteurs de l'or, de l'argent & du cuivre étant à peu près comme les nombres 19, 10, 8, il eſt clair qu'on pourra former ſucceſſivement avec l'argent & le cuivre, une infinité de corps mixtes, chacun de même volume que chacune des trois matieres propoſées, & combiner enſuite chacun de ces mixtes avec l'or, pour former, des trois métaux, un mixte qui peſe 15 livres. On pouroit auſſi former d'abord, de pluſieurs manieres, un mixte d'or & d'argent, pourvu que ce mixte peſât plus de 25 livres, puis le combiner avec le cuivre.

Dans ces ſortes de cas, où le problême admet pluſieurs ſolutions, il eſt *indéterminé*. Sur quoi, *Voyez* PROBLÊME. (*L. B.*)

ALMAGESTE; nom du plus ancien livre d'Aſtronomie qui nous ſoit reſté, & qui fut compoſé par Ptolomée, vers l'an 140; ſon nom vient de Μέγιστος, qui ſignifie très-grand. Ce livre eſt intitulé en grec, Μεγάλη Σύνταξις, grande compoſition; il fut traduit du grec en arabe, vers l'an 827, par l'ordre du calife Almamom, qui régnoit à Bagdad. L'Empereur Frédéric II le fit traduire en latin vers l'an 1230. Il fut imprimé, pour la premiere fois, à Veniſe en 1515, mais le texte grec ne fut imprimé qu'en 1538, à Bâle. Georges de Trebizonde fit une traduction latine de l'*almageſte*, qui fut imprimée à Veniſe en 1537, à Bâle en 1541 & en 1551. Ce livre contient un Recueil précieux d'anciennes obſervations; ce ſont les ſeules qui nous ſoient parvenues; mais toutes les concluſions que l'auteur en avoit tirées ſont défectueuſes, & ont été rectifiées par les modernes, comme on le peut voir ſur-tout dans les Élémens d'Aſtronomie publiés par M. Caſſini, en 1740, & dans les Mémoires que j'ai donnés ſur la Théorie de Mercure dans le volume de l'Académie des Sciences, pour 1766. Riccioli a donné auſſi un grand ouvrage d'Aſtronomie intitulé, *Almageſtum novum*, en 2 volumes *in-folio*, à Bologne, 1651, qui eſt une collection immenſe & précieuſe de toute l'Aſtronomie hiſtorique & théorique, & dont les aſtronomes font un uſage continuel, ainſi que de l'*almageſte* de Ptolomée. (*D. L.*)

ALMANACH, ſ. m. (*Aſtron.*); *calendrier* ou *table*, où ſont marqués les jours de fêtes de l'année, le cours de la Lune pour chaque mois, *&c.* *Voyez* CALENDRIER, ANNÉE, JOUR, MOIS, LUNE, *&c.*

Les grammairiens ne ſont point d'acord ſur l'origine de ce mot: les uns le font venir de la particule arabe *al*, & de *manah*, compter: d'autres, du nombre deſquels eſt Scaliger, le dérivent de cette même prépoſition *al*, & du mot grec μήνας, *le cours des mois*. Golius n'eſt pas de ce ſentiment: voici quel eſt le ſien. C'eſt, dit-il, l'uſage, dans tout l'Orient, que les ſujets faſſent des préſens à leurs princes au commencement de l'année: or le préſent que font les aſtronomes ſont des *éphémérides* pour l'année commençante; & c'eſt de là que ces éphémérides ont été nommés *almanha*, qui ſignifie *étrennes* ou *préſent* de la nouvele année. *Voyez* ÉPHÉMÉRIDE. Enfin, Vetſtegan écrit *almon-ac*, & le fait venir du ſaxon. Nos ancêtres, dit-il, traçoient le cours des lunes pour toute l'année, ſur un bâton ou morceau de bois carré, qu'ils appeloient *al monaght*, par contraction, pour *al-moen-held*, qui ſignifie en vieil anglois ou en vieux ſaxon, *contenant toutes les lunes*.

Nos *almanachs* modernes répondent à ce que les anciens Romains appeloient *faſtes*.

Le lecteur peut s'inſtruire de ce qu'il faut faire pour conſtruire un *almanach*, à l'*article* CALENDRIER.

Le roi de France Henri III, par une ordonnance de l'an 1579, défendit „ à tous faiſeurs „ d'*almanachs* d'avoir la témérité de faire des „ prédictions ſur les afaires civiles ou de l'état, „ ou des particuliers, ſoit en termes exprès, ou „ en termes couverts „. *Voyez* ASTROLOGIE. Notre ſiecle eſt trop éclairé pour qu'une pareille défenſe ſoit néceſſaire; & quoique nous voyons encore pluſieurs *almanachs* remplis de ces ſortes de prédictions, à peine le plus bas peuple y ajoute-t-il quelque foi.

La plupart de nos *almanachs* d'aujourd'hui contienent non ſeulement les jours & les fêtes de l'année, mais encore un très-grand nombre d'autres choſes.

Un des plus connus en France, eſt l'*Almanach Royal*, vol. *in*-8°. Dans ſon origine, qui remonte à l'année 1679, cet *almanach* ou calendrier, avec quelques prédictions, ajoutées aux phaſes de la lune, renfermoit ſeulement le départ des couriers, le journal des fêtes du Palais, un extrait des principales foires du royaume, & les villes où l'on bat monoie. Les premieres lettres de privilége ſont datées du 16 mars 1679; il a ſubſiſté à peu près dans la même forme juſqu'en 1697.

Louis XIV ayant eu la curioſité de le voir cette année, Laurent d'Houry eut l'honeur de le lui préſenter, & peu de temps après, il obtint un renouvélement de privilége, ſous le titre d'*Almanach Royal*, le 29 janvier 1699. Le but de l'auteur, dès cet inſtant, fut d'y ajouter peu à peu les naiſſances des Princes & les noms de toutes les perſones importantes dans le Clergé, l'Épée, la Robe, & la Finance; ce qu'il a exécuté en très-grande partie juſqu'à ſa mort, arivée en 1725. Depuis ce temps, cet ouvrage a été continué, tant par la veuve d'Houry que par Le Breton, petit-fils d'Houry. Cet *almanach* a aujourd'hui 683 pages; les calculs en ſont tirés de mes Éphémérides.

L'*almanach* de Paris, qui ſert de baſe à tous les autres pour les calculs du calendrier, eſt la *connoiſſance des temps*, que l'Académie des Sciences publie chaque année depuis 1679; ce fut M. Picard, célebre aſtronome du dernier ſiecle, qui en fut le premier auteur; elle a été continuée ſucceſſivement par M. Lefebvre, M. Lieutaud, M. Godin, M. Maraldi, enſuite par moi, actuélement par M. Jeaurat; elle s'imprime chaque année à l'Imprimerie Royale à Paris. Mais le plus utile de tous les *almanachs* de ce genre, eſt celui qu'on a publié en Angleterre ſous le nom de *Nautical Almanac*. *Voyez* Éphéméride.

Depuis 1750 ou environ, l'uſage des *almanachs* s'eſt prodigieuſement multiplié: en France, on a vu ſur-tout avec plaiſir l'*almanach* des Beaux Arts, aujourd'hui la France Littéraire, celui des Spectacles, celui des Curioſités de Paris, l'*almanach* de Gotha, rempli de faits intéreſſans pour la Phyſique & l'Hiſtoire; il y a des *almanachs* Géographiques, Militaires, des *almanachs* Chantans, *&c.* Toutes les connoiſſances utiles & les choſes d'agrément ont été miſes en *almanachs*, & je crois que cet uſage a contribué à répandre le goût de la littérature. (*D. L.*)

(Il paroît en Italie un ouvrage périodique intitulé: *Almanaco* o Giornale Aſtrometeorologico &c. c'eſt-à-dire, *Almanach* Aſtro-météorologique, qui marque les heures Italiennes de l'aurore, du lever du ſoleil, du midi, de la minuit, de la durée du jour: le lever, & le coucher de la lune; ſes phaſes, les points lunaires pour les changemens des temps; l'âge de la lune: le lieu de la lune, du ſoleil & des planetes; leurs aſpects principaux: le *faras* ou nouveau cycle de 223 lunes, qui ramenent le retour des conſtitutions de l'atmoſphere & des ſaiſons; ſuivi toujours par quelque diſcours ou raport d'obſervations météorologiques &c. À Padoue & à Veniſe.

Sur cet *Almanach* que M. L'Abbé Toaldo ſe plait de nous donner, on ne ſauroit porter d'autre jugement que ce qu'en dit le *Montly Review* de Londres vol. 71, art. 39, pag. 570: „ Cet excellent & très-utile ouvrage périodique qui a continué réguliérement depuis 1773, à été reimprimé à Rome. Il méritetoit d'être traduit dans toutes les langues & gardé comme un *veni mecum* de poche par tous les Curés & maîtres de maiſon de campagne, par les artiſtes, les médecins, les navigateurs, les voyageurs, & les chaſſeurs même„. (*π*)

ALMERZAMONNAGIED; nom de l'étoile qui eſt à l'épaule orientale d'Orion.

ALMICANTARATS ou ALMUCANTARATS, (*Aſtron.*); ce ſont de petits cercles paralleles à l'horizon; c'eſt-à-dire, dont tous les points ſont à la même hauteur au deſſus de l'horizon: on les appele auſſi cercles de hauteur, paralleles de hauteur. Quand un aſtre a, par exemple, vingt degrés de hauteur, tous les points qui ſont à cette même hauteur, en faiſant le tour du Ciel, paralléléement à l'horizon, forment l'*Almicantarat* de l'aſtre dont il s'agit; ce mot eſt venu, par corruption du Grec & de l'Arabe; car du mot Grec, *κέντρον*, centre, les Arabes ont fait Mokenter, ſuivant la maniere de former les participes, & au plutiel Mokenterat, ce qui déſigne des cercles dont les centres ſont ſur une même ligne verticale. (*Coſtard, Hiſtory of Aſtronomy.* 1707, *page* 18).

Les paſſages de deux étoiles connues par un même *Almicantarat*, peuvent faire connoître l'heure qu'il eſt: ſi l'on a ces paſſages par deux *Almicantarats*, on peut trouver la hauteur du pole, & la déclinaiſon de deux étoiles. F. C. Mayer a réſolu ce problême dans les mémoires de Petersbourg, & Maupertuis, dans ſon *Aſtronomie nautique*, de même que pluſieurs autres queſtions de cette eſpece, mais qui ne ſont d'aucun uſage dans l'aſtronomie. (*D. L.*)

ALMUCANTARAT. *Voyez* Almicantarat.

ALMUCÉDIE ou ALMUREDIN; nom de l'étoile ε à l'aile précédente de la vierge.

ALONGÉ, adj. ſe dit généralement, en *Géométrie*, de ce qui eſt plus long que large. C'eſt en ce ſens qu'on dit, *un exagone*, *un eptagone*, *un octogone* &c. *alongé*, *un ovale fort alongé*.

Sphéroïde alongé, ſe dit d'un ſphéroïde dont l'*axe* ſeroit plus grand que le diametre du cercle perpendiculaire à cet axe, & également éloigné de ſes extrémités.

Ainſi, on peut donner le nom de *ſphéroïde alongé* à un ſphéroïde qui eſt formé par la révolution d'une demi-ellipſe autour de ſon grand axe. *Voyez* Sphéroïde. Si le ſphéroïde eſt formé par la révolution d'une demi-ellipſe autour de ſon petit axe, ou, en général, ſi ſon axe eſt plus petit que le diametre du cercle dont le plan eſt perpendiculaire au milieu de cet axe, il s'appele alors *ſphéroïde aplati*. Cette derniere figure eſt à peu près celle de la terre que nous habitons, & peut-être de toutes les planetes, dans la plupart deſquelles on obſerve que l'axe eſt plus petit que le diametre de l'équateur. *Voyez* Terre. Le mot *alongé* s'emploie auſſi quelquefois en parlant des cycloïdes & des épicycloïdes, dont la baſe eſt plus grande que la circonférence du cercle générateur. *Voyez* Cycloïde & Épicycloïde. (*O.*)

AL-

à gauche, en forme de pates d'oie, pour ramaſſer le plus d'eau que vous pourez. Toutes ces pierrées, tranchées & rameaux ſe rendront par une petite pente douce, dans une ſeule & grande pierrée, qui portera l'eau dans le regard de priſe, ou dans le réſervoir.

On pratique depuis ce regard de 50 toiſes en 50 toiſes, des puiſarts ou puits maçonés, pour examiner ſi l'eau y coule, & en connoître la quantité. On marque le chemin de l'eau par des bornes, afin d'empêcher les plantations d'arbres dont les racines perceroient les tranchées, & feroient perdre les eaux. (*K*).

AMBEZAS, ſe dit au *trictrac* de deux âs qu'on amene en jouant les dés. *Voyez* Âs, Rafle & Trictrac.

AMBIGENE, adj. (*Géom.*); c'eſt le nom qu'on donne à une eſpece d'*hyperbole*, qui a une de ſes branches infinies inſcrite, l'autre circonſcrite à ſon aſymptote. Telle eſt, *Pl. Analy. Fig.* 38, la *courbe B C E D*, dont une branche *C B* eſt inſcrite à l'aſymptote *A G*, c'eſt-à-dire, tombe au dedans; & l'autre branche *C E D*, eſt circonſcrite à l'aſymptote *A F*, c'eſt-à-dire, tombe au dehors de cette aſymptote. Newton paroît être le premier qui ſe ſuit ſervi de ce terme, pour déſigner certaines courbes hyperboliques du troiſieme ordre. (*O*).

AMBLYGONE, adj. (*Géom.*); on appele triangle *amblygone*, ou plus ordinairement *triangle obtuſangle*, un triangle qui a un angle obtus. *Voyez* Triangle & Angle.

AMIABLES, (*Arith.*): on entend par nombres *amiables*, ceux qui ſont réciproquement égaux à la ſomme totale des parties aliquotes l'un de l'autre: tels ſont les nombres 284 & 220; car les parties aliquotes du premier ſont 1, 2, 4, 71, 142, dont la ſomme eſt 220; & les parties aliquotes du ſecond ſont 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110, dont la ſomme eſt 284. *Voyez* Nombre. (*O*).

AMIS & ENNEMIS, *terme d'Aſtrologie*, par lequel on exprimoit autrefois la correſpondance des arcs qui indiquoient du bonheur ou du malheur: les ſignes amis, par exemple, étoient ceux qui employoient le même temps à s'élever dans le mouvement diurne de la ſphere; mais ceux qui ſont dans la partie d'été, commandent à ceux qui ſont dans la partie d'hiver; ceux qui ſont éloignés de 30 degrés ou de 150 ſont ennemis. *Voyez* le livre *de judiciis*, attribué à Ptolomée. (*D. L.*)

AMPHISCIENS, *terme d'Aſtronomie ou de Géographie*, par lequel on exprime les peuples qui voient leurs ombres à midi, quelquefois vers un des poles, & quelquefois vers l'autre. Lucain obſerve avec raiſon, que dans la Zône tempérée boréale, on a toujours l'ombre à droite ou au nord, en regardant le couchant: au lieu qu'on a dans certains temps les ombres vers le midi, c'eſt-à-dire, à gauche, en regardant le couchant, dès qu'on eſt dans la Zône Torride.

Ignotum vobis, Arabes, veniſtis in orbem;
Umbras mirati nemorum non ire ſiniſtras.
Pharſ. III, 247.

Il nous apprend auſſi qu'à Syene, ville d'Égypte, ſituée ſous le Tropique, l'ombre du ſoleil diſparoiſſoit à midi le jour du ſolſtice, & ne s'étendoit ni à droite, ni à gauche.

Umbras nuſquam flectente Syene. I, 587.

Les diverſes ſituations des ombres à midi, ont produit une ſubdiviſion géographique des habitans de la terre en Hétéroſciens, Périſciens, *Amphiſciens* ou *Aſciens*. Les Hétéroſciens ſont ceux dont les ombres méridiennes ſont toujours tournées du côté du même pole; tels ſont les habitans des Zônes tempérées: ainſi, dans nos régions, l'ombre verticale ſe dirige toujours à midi vers le nord, par ce qu'elle eſt toujours oppoſée au ſoleil qui eſt du côté du midi. Les Périſciens ſont ceux dont les ombres tournent en 24 heures, vers tous les points de l'horizon: ce ſont les habitans des Zônes froides, pour qui le ſoleil ne ſe couche pas pendant un certain temps de l'année; lorſqu'il eſt du côté du midi, les ombres vont vers le nord; & lorſqu'il eſt du côté du nord au deſſous du pole, il rejete l'ombre vers le midi. Les *Amphiſciens* ſont ceux dont les ombres méridiennes ſont tantôt au nord, & tantôt au ſud; tels ſont les habitans de la Zône Torride: mais afin que cette définition comprît auſſi ceux qui habitoient ſous les Tropiques même, Varenius y ſubſtitue dans ſa Géographie, le mot Aſciens; cela veut dire ceux pour qui l'ombre devient totalement nulle à un ou deux jours de l'année, le ſoleil étant alors au Zénith. On diviſa les Aſciens en deux parties: les *Aſciens-Amphiſciens*, pour qui l'ombre s'étend quelquefois vers le nord, & quelquefois vers le midi, & diſparoît deux fois l'année: les Aſciens-Hétéroſciens, dont les ombres ſont toujours du même côté, & diſparoiſſoient ſeulement une fois, c'eſt-à-dire, le jour où le ſoleil arive dans le Tropique, ſous lequel ces peuples ſont ſitués; ces différens mots ſont formés de σκιὰ, *umbra*, avec les prépoſitions relatives à chaque ſignification, comme Ἀμφὶ, *ex utraque parte*. (*D. L.*)

AMPHORA, (*Aſtronom.*); ce nom qui eſt latin, ſe donne quelquefois à la conſtellation du Verſeau. *Voyez* Verseau. (*O*).

AMPLIFICATION, *en Optique*, ſignifie l'augmentation du diametre d'un objet vu dans un téleſcope, ou dans une lunete. L'amplification linéaire dans une lunete aſtronomique ſimple à deux verres, eſt égale au nombre de fois que le foyer de l'objectif contient le foyer de l'oculaire; par exemple, un objectif de ſix pieds de foyer, combiné avec un oculaire de 2 pouces, grôſſira la largeur d'un objet 36 fois, parce que 2 pouces ſont contenus 36 fois dans 6 pieds.

Digitized by Google

Les lunetes dont les Aſtronomes ſe ſervent actuélement plus ſouvent, grôſſiſſent 100 ou 150 fois au plus. Short avoit fait un téleſcope de 12 pieds qu'il prétendoit grôſſir 1000 fois ; mais perſone n'étoit parvenu au point de les faire grôſſir 6000 fois, comme M. Herſchel, qui donne ce réſultat dans les tranſactions philoſophiques de 1782; l'uſage d'un pareil téleſcope eſt infiniment difficile : un aſtre n'emploie que trois ſecondes de temps à traverſer le champ de téleſcope ; & il faut une adreſſe ſinguliere, pour pouvoir ſe ſervir d'une ſemblable machine.

Pour meſurer le grôſſiſſement d'une lunete ordinaire, on regarde un objet des deux ieux à la fois, ayant un œil au téleſcope, tandis que l'autre œil voir l'objet directement & ſimplement : alors les images qu'aperçoivent les deux ieux, ſont différentes ; & comme on les voit l'une à côté de l'autre, ſi eſt aiſé de voir combien la petite image eſt contenue dans la grande. On rend cette opération plus facile, en traçant des lignes ſur un objet éloigné, pour examiner combien l'un des intervalles vu dans le téleſcope, couvre d'intervalles vus à l'œil nu.

L'amplification ſe dit auſſi de l'augmentation que les corps lumineux paroiſſent avoir, quand ils ſont comparés à des corps obſcurs ; ainſi la lune, deux ou trois jours avant ou après ſa conjonction, ſe voit à la vérité toute entiere, mais la partie qui eſt éclairée par le ſoleil, paroît excéder & déborder le reſte de la circonférence, qui n'eſt éclairée que par la réflexion de la lumiere de la terre. *Voyez* LUMIERE CENDRÉE.

Les Aſtronomes ſoupçonent que le ſoleil, même dans les meilleures lunetes, eſt ſujet à une eſpece d'amplification de quelques ſecondes, ou environé d'une couronne d'aberration, qui augmente ſon véritable diſque : il m'a paru que cette quantité devoit être de 6 ou 7 ſecondes ſur le diametre du ſoleil, vu dans une lunete de 18 pieds, à en juger par les paſſages de Vénus ſur le ſoleil, où cet effet doit diſparoître. (*M.* DE LA LANDE.)

AMPLITUDE, (*Aſtron.*) ; c'eſt l'arc de l'horizon, compté depuis le vrai point d'orient ou d'occident, juſqu'à celui où un aſtre paroît ſe lever ou ſe coucher : les navigateurs s'en ſervent pour trouver la déclinaiſon de l'aiguille aimantée, ou la variation du compas. Pour cet effet, on a publié long temps dans le livre de la *connoiſſance des temps*, des tables où l'*amplitude* eſt marquée pour chaque degré de la terre, & pour les différens degrés de la déclinaiſon que les aſtres peuvent avoir : on y voit, par exemple, qu'à 50° de latitude géographique, un aſtre qui auroit 6° de déclinaiſon ſeptentrionale, ſe léveroit à 10° d'*amplitude* ; ſi le navigateur, au même inſtant, voit l'aiguille de ſa bouſſole à 80° du ſoleil levant, il ſera ſûr qu'elle eſt véritablement dirigée vers le nord, ou qu'elle n'a point de variation ou de déclinaiſon ; mais ſi l'aiguille n'eſt qu'à 70° degrés du ſoleil levant, c'eſt une preuve qu'elle eſt à 80° du vrai point d'orient, au lieu d'être à 90 degrés, comme le vrai point du nord ; c'eſt-à-dire, qu'elle varie de dix degrés à l'orient : l'*amplitude* magnétique eſt alors de 20 degrés du point de l'eſt, marqué par la bouſſole. *Voyez* AMPLITUDE *dans le dictionaire de Marine*.

Les navigateurs cherchent quelquefois l'*amplitude* par une ſimple opération géographique ; mais les Aſtronomes qui veulent tenir compte de la réfraction, ſe ſervent du triangle *PZS*, *Aſtr. Fig.* 40, dans lequel on connoît trois côtés ; ſavoir, *PZ*, qui eſt le complément de la latitude, *PS* qui eſt la ſomme ou la différence de 90 degrés, & de la déclinaiſon vraie de l'aſtre au moment donné ; *ZS* qui eſt de 90 degrés & 33^{m} à cauſe de la réfraction moins la parallaxe du ſoleil ; & l'on cherche l'angle *Z* ou *PZS* de ce même triangle. La différence entre cet angle *Z* & 90 degrés, ſera l'*amplitude* cherchée.

L'*amplitude* differe de l'azimut, premiérement, parce que l'azimut ſe compte depuis le point du midi ; c'eſt le ſupplément de l'angle *PZS*, qui eſt compté depuis le nord : ainſi l'azimut d'un aſtre qui ſe leve, eſt la ſomme ou la différence de 90 degrés & de l'*amplitude*. Secondement, le mot d'*amplitude* s'applique ſeulement à l'aſtre qui eſt dans l'horizon, au lieu que l'azimut ſe dit également d'un aſtre qui eſt élevé, & qu'on raporte à l'horizon par le moyen d'un arc de cercle vertical, paſſant par le zénith de l'obſervateur, & par l'aſtre dont il s'agit. (*M.* DE LA LANDE.)

AMPLITUDE, ſ. f. (*Géom.*) : on appele *amplitude* d'un arc de *parabole*, la ligne horizontale, compriſe entre le point d'où l'on ſuppoſe qu'un arc ou portion de parabole commence, & le point où cette portion ſe termine. Ce terme eſt principalement en uſage dans le jet des bombes ; & l'*amplitude* de la parabole s'appele alors *amplitude du jet*. *Voyez* PARABOLE & PROJECTILE.

AN, *voyez* ANNÉE. On dit l'an de grâce, pour dire l'année de Jéſus-Chriſt ou de l'Ere vulgaire ; l'*an* de Rome, *&c.* ; mais le mot d'année eſt plus uſité.

Jour de l'an. Chez les Romains, le premier & le dernier jour de l'*an* étoient conſacrés à Janus ; & c'eſt par cette raiſon qu'on le préſentoit avec deux viſages.

C'eſt de ce peuple que vient la cérémonie de ſouhaiter la bonne année ; cérémonie qui paroît très-ancienne. Non ſeulement les Romains ſe rendoient des viſites, & ſe faiſoient réciproquement des compliments avant la fin du premier jour : mais ils ſe préſentoient auſſi des étrennes, *ſtrenæ*, & offroient aux Dieux des vœux pour la conſervation les uns des autres. Lucien en parle comme d'une coutume très-ancienne, même de ſon temps, & il en raporte l'origine à Numa.

Ovide fait alluſion à la même cérémonie au commencement de ſes faſtes.

Poſtera lux oritur, linguiſque animiſque favete;
Nunc dicenda bono ſunt bona verba die.

Et Pline dit plus expreſſément, L. XXVIII, c. v. *primum anni incipientis diem latis precationibus invicem fauſtum ominantur.*

ANABIBAZON, ſ. m. *terme d'Aſtronomie*; c'eſt le nom qu'on donne à la queue du dragon, ou au nœud méridional de la lune; c'eſt-à-dire, à l'endroit où elle coupe l'écliptique, pour paſſer de la latitude ſeptentrionale à la méridionale. C'eſt le nœud deſcendant oppoſé au nœud aſcendant de la lune. *Voyez* Nœud.

ANACAMPTIQUE, adj. m. (*Acouſtique*), ſignifie la même choſe que *réfléchiſſant*, & ſe dit ſinguliérement des échos qu'on dit être des ſons réfléchis. *Voyez* Réflexion, Écho, Son.

Et par analogie, quelques-uns appelent auſſi *anacamptique*, la ſcience qui a pour objet les rayons réfléchis, & qu'on appele autrement *catoptrique*. *Voyez* Catoptrique & Phonique.

ANACLASTIQUE, ſ. m. (*Opt.*), eſt la partie de l'optique qui a pour objet les réfractions: c'eſt la même choſe que ce qu'on appele autrement *dioptrique*. Car le mot d'*anaclaſtique* s'emploie rarement. *Voyez* Dioptrique.

Ce mot ſe prend auſſi adjectivement: *point anaclaſtique*, eſt le point où un rayon de lumiere ſe rompt; c'eſt-à-dire, le point où il rencontre la ſurface rompante. *Voyez* Réfraction. Ce mot eſt formé des mots Grecs, ἀνά, de rechef, & κλάζω, *frango*, je romps.

Courbes anaclaſtiques, eſt le nom que M. de Mairan a donné aux courbes apparentes que forme le fond d'un vaſe plein d'eau, pour un œil placé dans l'air; ou le plafond d'une chambre, pour un œil placé dans un baſſin plein d'eau, au milieu de cette chambre; ou la voûte du Ciel, vue par réfraction, à travers l'atmoſphere. M. de Mairan détermine ces courbes d'après un principe d'optique adopté par pluſieurs Auteurs, & rejeté par d'autres, mais qu'on peut ne prendre, dans ſon mémoire, que pour un principe purement géométrique, auquel cas ſes recherches conſerveront tout le mérite qu'elles ont à cet égard. Barrow à la fin de ſon *Optique*, détermine ces mêmes courbes par un autre principe. *Voyez* ce que c'eſt que le principe de M. de Mairan, & celui de Barow, à l'*article* Apparent. *Mém. ac.* 1740. (*O*).

ANALEMMATIQUE, *Voyez* Cadran.

ANALEMME, (*Aſtron.*). L'*analemme* eſt un planiſphere ou une projection orthographique de la ſphere ſur le plan du méridien, l'œil étant ſuppoſé à une diſtance infinie, & dans le point oriental ou occidental de l'horizon, comme dans la figure 23, où l'équateur & l'horizon ſont repréſentés par des lignes droites; ſi cette projection eſt faite ſur le colure des ſolſtices, l'écliptique y ſera auſſi une ligne droite: c'eſt ainſi que l'*analemme* eſt exprimé dans Ozanam, Bion, *&c. V.* Planisphere, Projection. *Analemme* vient du verbe grec ἀναλαμβάνω, qui ſignifie hauteur, parce qu'il ſert à trouver quelle eſt la hauteur du ſoleil, à une heure quelconque, par une opération graphique. L'*analemme* donne auſſi le temps du lever & du coucher du ſoleil, pour un jour & pour une latitude quelconque, & l'heure du jour quand on connoît la hauteur. En effet, ſoit *P* le pole, *Fig. aſtron.* 186, *QV* l'équateur, *QH* un arc égal à la déclinaiſon du ſoleil, *HG* le rayon du parallele diurne du ſoleil *HDE*; *IA* égal au ſinus de la hauteur du ſoleil; la perpendiculaire *AD* marquera ſur le point *D* du parallele, un arc *DH* égal à l'angle horaire du ſoleil, ou ſa diſtance au méridien; & cette diſtance étant convertie en temps, fera connoître l'heure qu'il eſt. *Voyez* Projection, Astrolabe.

L'inſtrument appelé *Trigone des ſignes*, s'appele auſſi quelquefois *analemme*. *Voyez* Trigone des Signes, Cadran.

ANALYSE, ſ. f. eſt proprement la méthode de réſoudre les problêmes mathématiques, en les réduiſant à des équations. *Voyez* Problême & Équation.

L'*analyſe*, pour réſoudre tous les problêmes, emploie le ſecours de l'algebre, ou le calcul des grandeurs en général: auſſi ces deux mots, *analyſe*, *algebre*, ſont ſouvent regardés comme ſynonymes.

L'*analyſe*, eſt l'inſtrument ou le moyen général par lequel on a fait depois près de deux ſiecles, dans les Mathématiques, de ſi belles découvertes. Elle fournit les exemples les plus parfaits de la maniere dont on doit employer l'art du raiſonement, donne à l'eſprit une merveilleuſe promptitude pour découvrir des choſes inconnues, au moyen d'un petit nombre de données; & en employant des ſignes abrégés & faciles pour exprimer les idées, elle préſente à l'entendement des choſes, qui autrement ſembleroient être hors de la ſphere. Par ce moyen, les démonſtrations géométriques peuvent être ſinguliérement abrégées: une longue ſuite d'argumens, où l'eſprit ne pouroit ſans le dernier éfort d'attention, découvrir la liaiſon des idées, eſt convertie en des ſignes ſenſibles, & les diverſes opérations qui y ſont requiſes, ſont effectuées par la combinaiſon de ces ſignes. Mais ce qui eſt encore plus extraordinaire, c'eſt que, par le moyen de cet art un grand nombre de vérités ſont ſouvent exprimées par une ſeule ligne; au lieu que, ſi on ſuivoit la maniere ordinaire d'expliquer & de démontrer, ces vérités rempliroient des volumes entiers. Ainſi, par la ſeule étude d'une ligne de calcul, on peut apprendre en peo de temps des ſciences entieres, qui autrement pouroient à peine être appriſes en pluſieurs années. *Voy.* Mathématique, Théorême, Algebre, *&c.*

L'*analyſe* eſt diviſée, par raport à ſon objet, en *analyſe des quantités finies*, & *analyſe des quantités infinies*.

Analyſe des quantités finies, eſt ce que nous appelons autrement *Arithmétique ſpécieuſe* ou *Algebre*. *Voyez* ALGEBRE.

Analyſe des quantités infinies ou *des infinis*, appelée auſſi *la nouvele Analyſe*, eſt celle qui calcule les raports des quantités qu'on prend pour infinies, ou iufiniment petites. Une de ſes principales branches eſt *la méthode des fluxions* ou *le calcul différentiel*. *Voy.* FLUXION, INFINIMENT PETIT, *&* DIFFÉRENTIEL.

Le grand avantage des mathématiciens modernes ſur les anciens, vient principalement de l'uſage qu'ils font de l'*analyſe*.

Les anciens auteurs d'*analyſe* ſont nommés par Pappus, dans la préface de ſon ſeptieme livre des Collections Mathématiques; ſavoir, Euclide, en ſes *Data & Poriſmata*; Apollonius, *de Sectione Rationis*, & dans ſes *Coniques*; Ariſtæus, *de Locis ſolidis*; & Ératoſthenes, *de Mediis proportionalibus*. Mais les anciens auteurs d'*Analyſe* étoient très-différens des modernes. *Voyez* ARITHMÉTIQUE.

L'algebre apartient principalement à ceux-ci: on en peut voir l'hiſtoire, avec ſes divers auteurs, ſous l'*article* ALGEBRE.

Les principaux auteurs ſur l'*Analyſe* des infinis, ſont Walis, dans ſon *Arithmétique des infinis*; Newton, dans ſon *Analyſis per quantitatum ſeries, fluxiones & differentias*, & dans ſon excellens traité, qui a pour titre, *de Quadratura curvarum*: Leibnitz, *act. eruditor.* an. 1684: le marquis de l'Hôpital, en ſon *Analyſe des infiniment petits*, 1696. Carré, en ſa *méthode pour la meſure des ſurfaces, la dimenſion des ſolides*, &c. *par l'application du calcul intégral*, 1700. G. Manfredi, dans ſon ouvrage *de conſtructione equationum differentialium primi gradus*, 1707. Nic. Mercator, dans ſa *Logarithmotechnia*, 1668. Cheyne, dans ſa *Methodus fluxionum inverſa*, 1703. Craig, *Methodus figurarum lineis rectis & curvis comprehenſarum, quadraturas determinandi*, 1685, & *de quadraturis figurarum curvilinearum & locis*, &c. 1693. Dav. Gregory, dans ſon *Exercitatio geometrica, de dimenſione figurarum*, 1684, & Nieuwentijt, dans ſes *Conſiderationes circa analyſeos ad quantitates infinite parvas applicatæ, principia*, 1695.

L'*Analyſe* démontrée du P. Reynau de l'Oratoire, imprimée, pour la premiere fois, à Paris en 1708, en 2 volumes *in*-4.° eſt un livre auquel ceux qui veulent étudier cette ſcience, ne peuvent ſe diſpenſer d'avoir recours. Quoiqu'il s'y ſoit gliſſé quelques erreurs, c'eſt cependant juſqu'à préſent un des ouvrages le plus complets que nous avons ſur l'*Analyſe*. Il ſeroit à ſouhaiter que quelque habile Géometre nous donnât ſur cette matiere un traité encore plus exact & plus étendu à certains égards, & moins étendu à d'autres, que celui du P. Reynau. On pouroit abréger le premier volume, qui contient, ſur la théorie des équations, beaucoup de choſes aſſez inutiles, & augmenter ce qui concerne le calcul intégral, en ſe ſervant pour cela des différens ouvrages qui en ont été publiés, & des morceaux répandus dans les mémoires des Académies des Sciences de Paris, de Berlin, de Londres & de Petersbourg, dans les actes de Leipſick, dans les ouvrages de MM. Bernoulli, Euler, Maclaurin, *&c.* *Voyez* CALCUL INTÉGRAL.

Cet article *analyſe* eſt deſtiné au commun des lecteurs, & c'eſt pour cela que nous l'avons fait aſſez court: on trouvera à l'*article* ARITHMÉTIQUE UNIVERSELLE, un détail plus aprofondi; & à l'*article* APPLICATION, on traitera de celle de l'*Analyſe* à la Géométrie. L'*article* ALGEBRE contient l'hiſtoire de l'*Analyſe*. (*O*).

§ ANALYSE, (*Mathématiques*). Le judicieux & profond écrivain, qui a compoſé l'*article* ANALYSE qui précede, s'eſt borné au ſens que les modernes donneut à ce mot; &, dans ce ſens, il a traité ce ſujet d'une maniere digne de lui dans l'article cité, & dans les autres auxquels il renvoie. Cependant je ne crois pas inutile de dire quelque choſe de la méthode des anciens.

L'*analyſe*, dit *Pappus* dans la préface du ſeptieme livre de ſes *Collections mathématiques*, eſt la méthode de parvenir, par des conſéquences néceſſaires depuis ce qu'on cherche, & qu'on regarde comme déja trouvé, à une concluſion qui fourniſſe la réponſe à la queſtion propoſée, c'eſt-à-dire, à une propoſition connue, & miſe au nombre des principes.

Le but de l'*analyſe* eſt ou de découvrir la vérité, ou de trouver le moyen d'exécuter ce qu'on s'eſt propoſé. Conſidérée ſous le premier point de vue, l'*analyſe* s'appele *théorétique*; elle ſuppoſe certaine la propoſition douteuſe, & en tire des conſéquences juſqu'à ce qu'elle parviene à une concluſion manifeſtement vraie ou manifeſtement fauſſe. Dans le premier cas, la propoſition priſe pour vraie, l'eſt réellement, & dans le ſecond cas, elle eſt fauſſe. Sous la ſeconde face, l'*analyſe* ſe nomme *problématique*; elle regarde comme fait ce qu'on dois faire, & tire de cette ſuppoſition des conſéquences juſqu'à ce qu'elle parviene à une concluſion évidemment poſſible & exécutable, ou certainement impoſſible; dans le premier cas, le problême eſt poſſible; dans le ſecond, il eſt impoſſible; toujours il eſt réſolu, comme il eſt manifeſte.

Je me ſuis ſervi du mot *exécutable* pour rendre le ποριστὸν des Grecs, parce que les anciens diſtinguoient, pour ce qui concerne les problêmes, ce que nous ſavons & pouvons exécuter de ce qui eſt poſſible en ſoi, mais que nous ne pouvons pas déterminer. Ainſi, la triſection de l'angle eſt poſſible en elle-même, elle eſt poſſible géométriquement, c'eſt-à-dire, par la ligne droite & le cercle: la quadrature indéfinie du cercle eſt poſſible en elle-même; mais nous ne la connoiſſons pas. Les anciens ne regardoient pas comme pleinement & géométriquement réſolu un problême qui étoit amené à la triſection de l'angle ou à la quadrature du cercle.

Digitized by Google

J'ai dit que la quadrature indéfinie du cercle eſt poſſible ; j'ai voulu dire que l'impoſſibilité de trouver un eſpace terminé par des droites, & égal à la ſurface d'un ſegment de cercle quelconque, n'eſt pas démontrée. Au reſte, je ſai qu'il eſt démontré qu'on ne peut pas exprimer par nombres la vraie raiſon du diametre à la circonférence. Ainſi, je regarde comme impoſſible la quadrature *arithmétique* du cercle, mais je crois très-poſſible la quadrature *géométrique* ; nous en avons un exemple dans les *Lunules* d'Hippocrate. Revenons.

Les anciens n'avoient rien qui reſſemblât à notre calcul : ils pratiquoient leur *analyſe* à force de tête. Pour en diminuer la difficulté, ils avoient compoſé des livres qui contenoient la ſolution détaillée de quelques problêmes généraux, auxquels ils tâchoient de ramener les autres. La note de ces livres ſe trouve dans la premiere partie du préſent article. Ainſi, l'on regardoit comme réſolu un problême qui étoit réduit à celui de faire paſſer un cercle par deux points donnés, en ſorte qu'il touchât une droite donnée de poſition, parce que ce dernier problême étoit réſolu dans le traité *de Tactionibus* d'Apollonius.

Il ne nous reſte des écrits analytiques des anciens, que les *Data* d'Euclide, & le traité *de ſectione rationis* d'Apollonius. Nous devons ce dernier à l'étonante patience & à la merveilleuſe ſagacité du célebre Edmond Halley, qui le traduiſit de l'Arabe qu'il ignoroit. Feu M. Simſon, profeſſeur à Édimbourg, a fort bien reſtitué ces *lieux plans* d'Apollonius. Quelques autres traités ont été rétablis par d'autres auteurs, qui tous ſe ſont ſervis d'algebre, & ont fourni une tâche qui, de cette maniere, n'étoit pas fort difficile. „ Mais, „ dit Halley, autre choſe eſt réſoudre en quelque „ façon un problême, ce qu'ordinairement on peut „ exécuter de pluſieurs manieres différentes ; autre „ choſe eſt le réſoudre par la méthode la plus „ élégante, en faiſant uſage de l'*analyſe* la plus „ courte & la plus claire, & de la ſynthèſe ou „ conſtruction la plus convenable & la plus fa„ cile. „ C'eſt ce que les anciens ont fait, &c. (*Verum perpendendum eſt, aliud eſſe problema aliqualiter reſolutum dare, quod modis variis plerumque fieri poteſt, aliud methodo elegantiſſima idipſum efficere, analyſi breviſſima & ſimul perſpicua, ſyntheſi concinna & minime operoſa. Hoc veteres præſtitiſſe, argumento eſt* Apollonii *liber, quem in præſentiarum tibi iſtimus*. Halley, *præf. ad Apoll. de ſect. rat. circa finem.*)

Si nous en croyons cet homme illuſtre, qui certainement poſſédoit les calculs des modernes, la méthode des anciens diſpute à l'algebre l'avantage de la facilité, & l'emporte de beaucoup ſur elle par l'évidence & l'élégance de ſes démonſtrations : *ſi methodus hac cum* algebra ſpeciosa *facilitate contendit, evidentia vero & demonſtrationum elegantia eam longe ſuperare videtur*. Halley, *loc. cit. p.* 4.) Je ne vais pas ſi loin. À mon avis, les découvertes étonantes que les modernes ont faites dans la phyſique & dans les mathématiques, ſont uniquement dues à leurs calculs. Pour s'élever au deſſus des connoiſſances ordinaires, les anciens devoient péniblement entaſſer raiſonement ſur raiſonement, comme les géans entaſſerent montagne ſur montagne pour eſcalader les cieux. Les modernes, comme Dédale, ſe ſont fait des ailes, avec leſquelles ils montent aiſément aux plus ſublimes régions auxquelles puiſſe s'élever l'entendement humain. Ceux qui ont perfectioné les calculs, & qui les perfectionent journélement avec tant de peine & avec tant de ſagacité, méritent toute notre admiration & toute notre reconoiſſance.

Les calculs ont deux avantages ſur la méthode des anciens. Ils ſoulagent infiniment l'attention par les ſymboles qu'ils emploient ; & ils ne demandent que la connoiſſance d'un petit nombre de théorêmes pour réſoudre les problêmes les plus difficiles. Ils ſont pour les ſciences, ce que les métaux ſont pour le commerce ; il repréſentent ſans embaras, & procurent ſans peine les vraies richeſſes. Il me ſemble cependant qu'on tireroit encore plus de parti des calculs, ſi l'on faiſoit plus d'uſage de quelques théorêmes que les anciens nous ont laiſſés. Tels ſont ſur-tout, à mon avis, ceux qui ſont contenus dans le livre des *Data* d'Euclide. Il ne renferme que quatre-vingt & quinze théorêmes, (Pappus, dans ſa préface, n'en compte que quatre-vingt-dix). De ces théorêmes, au moins quarante ſont connus au moindre géometre. Il ſuffiroit de charger ſa mémoire de quarante ou quarante-cinq propoſitions de plus. Pour en voir l'utilité, conſidérons rapidement la nature de ces *Data*. Je tâcherai de me mettre à la portée de ceux même qui ne ſont pas géometres.

Quand on commande, par exemple, une table à un menuiſier, ce n'eſt pas aſſez de dire qu'on veut une table ; il faut fixer la matiere, la figure, les dimenſions. Quand on propoſe un problême à un géometre, il faut déterminer certaines choſes. Il ne ſuffit pas de dire qu'on veut un triangle ; il faut déterminer ou la longueur de chaque côté de ce triangle, ou celle de deux côtés, & la grandeur de l'angle que ces deux côtés forment, ou la longueur d'un côté, & la grandeur des deux angles qui ſont ſur ce côté, &c.

Dans cet exemple, les côtés & les angles, en général toutes les choſes qui ſont déterminées par celui qui propoſe le problême, s'appelent des *données* ou des *data*, d'un mot latin que les géometres François ont adopté. Je les appelerai des *données par convention*. Car chaque choſe qui eſt donnée de cette maniere, eſt néceſſairement acompagnée d'autres données, qu'on ne découvre qu'avec quelque attention ; par exemple, les trois côtés d'un triangle étant donnés de longueur, les angles, la ſurface du triangle, la perpendiculaire tirée du ſommet d'un angle ſur le côté oppoſé, &c. ſont auſſi donnés. C'eſt ainſi qu'ayant preſcrit au menuiſier la ſorte de bois & les dimenſions de ma table, je

Digitized by Google

lui ai auſſi preſcrit le poids. J'appele *données en conſéquence* les données de la ſeconde ſorte, pour les diſtinguer de celle de la premiere.

Euclide réduiſit, ſous certains chefs, tout ce qui peut être donné *par convention* en Géométrie, & fit voir les *données en conſéquence*, qui néceſſairement acompagnent chaque *donnée par convention*. C'eſt ce que contient ſon livre des *Data*. Les propoſitions qu'on y trouve ſervent d'abord à faire voir quelles conditions d'un problême ſont ſuperflues, parce qu'elles ſont néceſſairement renfermées dans les autres. En ſecond lieu, les mêmes propoſitions ſont utiles à réſoudre pluſieurs problêmes géométriques ſans peine & ſans calcul, & à ſimplifier le calcul néceſſaire à la ſolution de nombre d'autres.

Cet article n'eſt fait que pour les commençans; c'eſt pourquoi je donnerai un exemple ſimple & facile de la ſeconde utilité des *Data* d'Euclide, en réſolvant, par une ſeule propoſition de ce livre, les problêmes 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 de l'*Arithmétique univerſele* de Newton. Quand je la commentai, je ne vis pas cette ſolution. Je n'avois pas aſſez préſens à l'eſprit les *data* que je n'avois lus que fort tard. Mon exemple doit engager les jeunes gens, qui ſe deſtinent aux mathématiques, à étudier ce livre de bonne heure, & à ſe le rendre familier.

La propoſition dont je fais uſage, eſt la 67 de ce traité. L'auteur la démontre en quatre manieres différentes. Voici la troiſieme avec un léger changement, néceſſaire pour faciliter la conſtruction des problêmes. La propoſition d'Euclide eſt: *Si un triangle a un angle donné, l'excès du carré de la ſomme des deux côtés qui forment l'angle donné, ſur le carré de la baſe, eſt au triangle en raiſon donnée.*

Dans le triangle ABC, *Géom. Fig.* 106, 107, 108, ſoit donné l'angle ABC; prolongez le côté AB, que pour épargner la multiplicité des cas & des figures, je ſuppoſe le plus grand des deux côtés qui forment l'angle donné; & prenez BD égale à BC; donc la droite AD eſt égale aux deux CB, BA enſemble. Du point C tirez ſur la droite AD la perpendiculaire CE.

Avant d'entamer la démonſtration, je remarquerai:

1°. Que, pour cette propoſition, j'ai fait trois figures: la premiere pour l'angle B aigu; la ſeconde pour l'angle B obtus; la troiſieme pour le même angle droit, afin de démontrer tous les cas de cette propoſition importante.

2°. Que, comme cette propoſition ſe démontre par la comparaiſon des rectangles & des carrés, je me ſers des ſignes algébriques. Dans ces cas, le raiſonement des anciens ne differe du calcul des modernes, qu'en ce que le ſecond s'exprime d'une maniere beaucoup plus courte que le premier. Les principales opérations de l'algebre ſont démontrées dans le ſecond livre d'*Euclide*; & tout ce qu'on prouve par ce ſecond livre, eſt prouvé algébriquement, auſſi-bien quand on ſe ſert des mots, que quand on ſe ſert des ſignes.

Démonſtration.

On ſait que $\overline{AD}^2 = \overline{AB}^2 + 2AB \times BD + \overline{BD}^2 = \overline{AB}^2 + 2AB \times BC + \overline{BC}^2$, parce que l'on a fait BD égale à BC. On ſait auſſi que $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{CA}^2 \pm 2AB \times BE$ (où il faut prendre le ſigne $+$ pour la *Fig.* 106, dans laquelle l'angle ABC eſt aigu; & le ſigne $-$ pour la *Fig.* 107, dans laquelle l'angle ABC eſt obtus); donc $\overline{AD}^2 = \overline{CA}^2 + 2AB(DB \pm BE)$, ou bien, $DA - AC = 2AB \times ED$; mais $2AB \times ED : 2AB \times EC = DE : EC$ & $2AB \times EC$ eſt égal à quatre fois la ſurface du triangle ABC: donc l'excès du carré de la ſomme des deux côtés d'un triangle ſur le carré du troiſieme côté $(\overline{DA}^2 - \overline{AB}^2 = (AB + BC)^2 - AC)^2$ eſt à la ſurface du triangle ABC, comme DE à la quatrieme partie de EC.

Cette raiſon eſt donnée lorſque l'angle ABC eſt donné, parce que, dans ce cas, l'angle ADC, qui en eſt la moitié, eſt auſſi donné; c'eſt pourquoi le triangle rectangle CED eſt donné d'eſpece, & la raiſon de DE à EC eſt donné. C. Q. F. D.

J'ajoute qu'auſſi l'*excès du carré de la baſe ſur le carré de la différence des côtés qui forment l'angle donné, eſt au triangle en raiſon donnée.*

Prenez la partie BF égale au côté BC, & joignez la CF; donc AF eſt la différence des côtés AB, BC. D'abord $\overline{AF}^2 + 2AB \times BF = \overline{AB}^2 + \overline{BF}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = CA \pm 2AB \times BE$; donc $CA - AF = 2AB(FB \mp BE) = 2AB \times EF$; mais $2AB \times EF : 2AB \times EC = FE : EC$, & l'angle BFC, moitié de l'angle donné CBD, eſt donné; donc le triangle FEC, rectangle en E, eſt donné d'eſpece; & la raiſon de FE à EC eſt donné, auſſi-bien que celle de FE, au quart de EC; & la derniere eſt la même que celle de l'excès du carré de la baſe du triangle ſur le carré de la différence des deux côtés qui forment l'angle donné, de $(CA)^2 - (AB - BC)^2$ à la ſurface du triangle; donc cette raiſon eſt donnée.

Cette démonſtration s'applique ſans peine à la *Fig.* 108.

En termes trigonométriques, la premiere raiſon eſt celle de la co-tangente de la moitié de l'angle donné au quart du rayon, & la ſeconde eſt celle de la tangente de la moitié de l'angle donné au quart du rayon. Parce que, ſi CE repréſente le rayon, ED repréſente la co-tangente de l'angle CDE, moitié de l'angle donné CBA; mais FE repréſente la co-tangente de l'angle EFC, moitié de CBD, ſupplément de l'angle donné.

Digitized by Google

Obſervez que l'angle DCF eſt droit, puiſque les angles CDF, DFC enſemble font un droit, étant la moitié des angles ABC, CBD qui enſemble valent deux droits. Ou bien parce que le demi-cercle décrit du centre B & de l'intervalle BD, paſſe par les points C & F, puiſque les droites BD, BC, BF ſont égales, donc $DE : EC = CE : EF$.

Nous avons vu que le premier excès eſt au quadruple de la ſurface du triangle, comme DE à EC; que le ſecond excès eſt au quadruple de la même ſurface, comme FE à EC; & que DE eſt à EC comme CE à EF. Il en réſulte que le quadruple de la ſurface d'un triangle eſt moyen proportionel entre l'excès du carré de la ſomme de deux côtés ſur le carré du troiſieme côté, & l'excès du carré du troiſieme côté ſur le carré de la différence des deux autres côtés. Nous montrerons dans la ſuite que ce corollaire renferme une propoſition trigonométrique importante, que les modernes démontrent d'une maniere fort embaraſſée.

De cette propoſition réſulte auſſi que, ſi la raiſon de l'excès du carré de la ſomme de deux côtés d'un triangle ſur le carré du troiſieme côté au triangle, ou celle de l'excès du carré du troiſieme côté ſur le carré de la différence de deux côtés au même triangle eſt donnée, l'angle EDC, ou EFC, & par conſéqnent l'angle ABC eſt donné.

C'eſt par cette propoſition qu'on réſout ſans peine les problêmes de *Newton* rendus généraux. Ils ſe réduiſent à décrire un triangle, étant donnés :

1.° Un angle, le périmetre, & la perpendiculaire tirée de l'angle donné ſur le côté oppoſé. C'eſt le probl. IV de l'*Arithmétique univerſele*.

2.° Un angle, le côté oppoſé à l'angle donné, & la ſomme des deux côtés qui forment l'angle donné & de la perpendiculaire tirée de l'angle donné ſur le côté oppoſé & donné. C'eſt le problême V.

3.° Un angle, la ſomme des côtés qui le forment, & la perpendiculaire tirée de l'angle donné ſur le côté oppoſé. C'eſt le probl. VI.

4.° Un angle, la ſomme des côtés qui le forment, & la ſomme de la baſe & de la perpendiculaire tirée de l'angle donné ſur le côté oppoſé. C'eſt le probl. VII.

5.° Un angle, la ſurface & le périmetre. C'eſt le problême VIII.

6.° La baſe, la perpendiculaire élevée ſur la baſe, & la ſomme des deux côtés. C'eſt le problême IX.

7.° Un angle, la ſomme des côtés qui le forment & le côté oppoſé. C'eſt le probl. X.

1.° Soit donc $AB + BC + CA = a$; $CE = b$; $AB = x$; donc $BC + CA = a - x$ (juſqu'ici comme *Newton*), $(BC + CA)^2 = a^2 - 2ax + x^2$; $(BC + CA)^2 - BA = a^2 - 2ax$; & $AB \times EC = bx$.

Mais, par la propoſition précédente, la raiſon de $a^2 - 2ax$ à $2bx$ eſt donnée. Soit donc $a^2 - 2ax : 2bx = c : b$; donc $a^2 - 2ax = 2ex$; $a^2 = 2ex + 2ax$; & $\frac{a^2}{2e + 2a} = x$.

2.° Soit $AC + CB + CE = a$; $AB = b$; $CE = x$; par conſéquent $AC + CB = a - x$ comme dans *Newton*. Mais $(AC + CB)^2 = a^2 - 2ax + x^2$; $(AC + CB)^2 - AB^2 = a^2 - 2ax + x^2 - b^2$; $AB \times CE = bx$; & par la propoſition précédente, $a^2 - 2ax + x^2 - b^2 : 2bx = c : b$; donc $a^2 - 2ax + x^2 - 2b^2 = 2ex$; & $a^2 - b^2 = 2ax + 2ex - x^2$.

Ces deux concluſions s'accordent avec celles de *Newton*, qui fait droit l'angle donné. Car, dans ce cas, la tangente de la moitié de l'angle droit eſt $= b$ dans ces deux problêmes.

3.° Soit $AC + CB = a$; $CE = b$; $AB = x$, comme *Newton* dans la ſeconde ſolution. Ici $(AC + CB)^2 = a^2$; $(AC + CB)^2 - AB^2 = a^2 - x^2$; $AB \times CE = bx$; & $a^2 - x^2 : 2bx = c : b$; par conſéquent $a^2 - x^2 = 2ex$, comme Newton.

4.° Soit $AC + CB = a$; $AB + CE = b$; $AB = y$. Donc $(AC + CB)^2 - AB^2 = a^2 - y^2$; $CE = b - y$; $CE \times AB = by - y^2$. Mais $a^2 - y^2 : 2by - 2y^2 = c : b$: donc $a^2 - y^2 = 2ey - \frac{2ey^2}{b}$.

Cette équation, quand l'angle eſt droit, & par conſéquent $c = b$, devient $a^2 = 2by - y^2$, équation que Newton auroit trouvé, ſi, au lieu d'exterminer y, il avoit exterminé x.

5.° Soit A l'angle donné, & $AB + CB + CA = a$; $AB \times CE = 2b^2$; $BC = y$; donc $BA + AC = a - y$; $(BA + AC)^2 = a^2 - 2ay + y^2$; $(BA + AC)^2 - BC^2 = a^2 - 2ay$; & $a^2 - 2ay : 4b^2 = c : b$; donc $a^2 - 2ay = 4bc$.

6.° Soit $CE = a$; $AB = 2b$; $BC + CA = 2c$; $BC - CA = 2z$; donc $(BC + CA)^2 - AB^2 = 4c^2 - 4b^2$. La ſurface du triangle $= \frac{AB \times CE}{2} = ab$; $AB - (BC - CA)^2 = 4b^2 - 4z^2$. Mais par le théorême, $4c^2 - 4b^2 : 4ab = 4ab : 4b^2 - 4z^2$; donc $\frac{a^2 b^2}{c^2 - b^2} = b^2 - z^2$; & $z^2 = b^2 - \frac{a^2 b^2}{c^2 - b^2}$, comme Newton.

7.° Enfin ſoit C l'angle donné; $AC + CB = 2b$; $AB = a$; $CE = y$; $(AC + CB)^2 - AB^2 = 4b^2 - a^2$; $AB \times CE = ay$; mais $4b^2 - a^2 : 2ay = f : a$; donc $4b^2 - a^2 = 2fy$.

Si, dans ce dernier problême, on avoit, comme Newton, cherché la différence des côtés, on auroit

voit trouvé la même équation que l'auteur. Car ſoit B l'angle donné; CE la perpendiculaire ſur AB; $BD = BC$; & $CA = a$; $AB + BC = 2b$; $AB - BC = 2x$. Il eſt clair que $(AB + BC)^2 - \overline{CA}^2 = 4b^2 - a^2$; & $\overline{CA}^2 - (AB - BC)^2 = a^2 - 4x^2$.

Or $4b^2 - a^2$ eſt à quatre fois la ſurface du triangle en raiſon donnée de DE à EC. Soit $DE : EC = m : n$; donc quatre fois la ſurface du triangle eſt à $a^2 - 4x^2$ comme m à n; donc $\frac{4b^2 n - a^2 n}{m} : a^2 - 4x^2 = m : n$; & $\frac{4b^2 n^2 - a^2 n^2}{m^2} = a^2 - 4x^2$; par conſéquent $x^2 = \frac{a^2 (m^2 + n^2) - 4b^2 n^2}{4m^2}$.

Newton a fait $CB : BE = d : e$; & il a trouvé $x^2 = \frac{a^2 d - 2b^2 (d - e)}{2d + 2e}$.

Cette équation & la précédente ſont les mêmes. Car, ſuivant notre auteur, $\overline{CB}^2 : \overline{BE}^2 = d^2 : e^2$; donc $\overline{CB}^2 : \overline{BE}^2 = d^2 : e^2$; & $\overline{CB}^2 - \overline{BE}^2 (CE)^2 : \overline{BE}^2 = d^2 - e^2 : e^2$, & auſſi $CB + BE (DE) : EB = d + e : e$; & $\overline{BE}^2 : \overline{ED}^2 = e^2 : (d + e)^2$; donc *ex æquo*, $CE^2 : ED^2 = d^2 - e^2 : (d + e)^2 = d - e : d + e$.

Nous avons fait $CE : ED = n : m$, c'eſt-à-dire, $\overline{CE}^2 : \overline{ED}^2 = n^2 : m^2$; c'eſt pourquoi $d - e : d + e = n^2 : m^2$; & *componendo*, $2d : d + e = n^2 + m^2 : m^2$: on $\frac{d - e}{d + e} = \frac{n^2}{m^2}$, & $\frac{2d}{d + e} = \frac{m^2 + n^2}{m^2}$.

Donc $\frac{a^2 (m^2 + n^2)}{4m^2} - \frac{a^2 d}{2d + 2e}$; & $- \frac{b^2 n^2}{m^2} = - \frac{2b^2 (d - e)}{d + e} = \frac{2b^2 (d - e)}{2d + 2e}$, qui eſt préciſément l'équation de Newton.

J'ai un peu étendu ces ſolutions en faveur des commençans, à qui cet article eſt deſtiné. Cependant je ne m'arrêterai pas à réſoudre les mêmes problêmes, en ſuppoſant données les différences au lieu des ſommes, *&c.* Je finirai en montrant, comme je l'ai promis, que le théorême fondamental de cet article renferme celui qu'on donne pour trouver la ſurface d'un triangle par les côtés; voici la regle. Prenez la moitié du périmetre du triangle, ce ſera la premiere quantité. De cette moitié de périmetre, ôtez ſucceſſivement les trois côtés du triangle, vous aurez trois autres quantités qui, avec la premiere, ſeront quatre quantités; tirez la racine carrée du produit de ces quatre quantités, vous aurez la ſurface du triangle. Nous avons montré que quatre fois la ſurface d'un triangle eſt moyene proportionele entre l'excès du carré de la ſomme de deux côtés ſur le carré de la baſe; & entre l'excès du carré de la baſe ſur le carré de la différence des côtés. Mais, par la cinquieme propoſition du *II livre* d'Euclide, la différence de deux carrés eſt égale à un rectangle, dont un côté eſt la ſomme, & l'autre eſt la différence des côtés des carrés: donc les deux côtes du premier excès ſont l'un, le périmette du triangle, & l'autre l'excès de la ſomme des deux côtés ſur la baſe; & les deux côtés de l'autre ſont l'un la ſomme de la baſe & de la différence des deux côtés, & l'autre l'excès de la baſe ſur la même différence, & prenant le quart des rectangles, on la moitié de chacun des quatre facteurs, *&c.* (*J. D. C.*)

ANALYSTE, ſ. m. *en Mathématique*, ſe dit d'une perſone verſée dans l'*analyſe* mathématique. *Voyez* ANALYSE.

ANALYTIQUE, adj. (*Math.*), qui apartient à l'*analyſe*, ou qui eſt de la nature de l'*analyſe*, ou qui ſe fait par la voie de l'*analyſe*. *Voyez* ANALYSE. Ainſi l'on dit *équation analytique*, *démonſtration analytique*, *recherches analytiques*, *table analytique*, *calcul analytique*, &c. *Voyez* MÉTHODE.

La *méthode analytique* eſt oppoſée à la *ſynthétique*. Dans la Philoſophie naturele, auſſi-bien que dans les Mathématiques, il faut commencer à aplanir les difficultés par la *méthode analytique*, avant que d'en venir à la méthode ſynthétique. Or cette analyſe conſiſte à faire des expériences & des obſervations, à en tirer des conſéquences générales par la voie de l'induction, & ne point admetre d'objections contre ces conſéquences, que celles qui naiſſent des expériences ou d'autres vérités conſtantes. Et quand même les raiſonemens qu'on fait ſur les expériences par la voie de l'induction, ne ſeroient pas des démonſtrations des conſéquences générales qu'on à tirées, c'eſt du moins la meilleure méthode de raiſoner ſur ces ſortes d'objets; le raiſonement ſera d'autant plus fort, que l'induction ſera plus générale. S'il ne ſe préſente point de phénomenes, qui fourniſſent d'exception, on peut tirer la conſéquence générale. Par cette voie *analytique*, on peut procéder des ſubſtances compoſées à leurs élémens, des mouvemens aux forces qui les produiſent, & en général des effets à leurs cauſes, & des cauſes particulieres à de plus générales, juſqu'à ce que l'on ſoit parvenu à celle qui eſt la plus grande de toutes. Voilà ce que c'eſt que la méthode *analytique*, dit M. Newton.

La méthode ſynthétique conſiſte à prendre comme principes, les cauſes déja connues & conſtatées; à les faire ſervir à l'explication des phénomenes qui en proviennent, & à juſtifier cette explication par des preuves. *Voyez* SYNTHESE.

Méthode analytique, *en Géométrie*, eſt la méthode de réſoudre les problêmes, & de démontrer les théorêmes de Géométrie, en y employant l'analyſe ou l'algebre. *Voyez* ALGEBRE, ANALYSE & APPLICATION.

Cette méthode eſt oppoſée à la méthode appelée *ſynthétique*, qui démontre les théorêmes, & réſout les problêmes, en ſe ſervant des lignes mêmes qui compoſent les figures, ſans repréſenter ces lignes par des noms algébriques. La méthode ſynthétique étoit celle des anciens ; l'*analytique* eſt due aux modernes. *Voyez les articles cités ci-deſſus ; Voyez auſſi* SYNTHESE. (*O*).

ANAMORPHOSE, ſ. f. *en perſpective & en peinture*, ſe dit d'une projection monſtrueuſe, ou d'une repréſentation défigurée de quelque image, qui eſt faite ſur un plan ou ſur une ſurface courbe, & qui néanmoins, à un certain point de vue, paroît réguliere & faite avec de juſtes proportions. *Voyez* PROJECTION.

Pour faire une *anamorphoſe*, ou une projection monſtrueuſe ſur un plan, tracez le carré *A B C D*, *Pl. de Perſpective*, *Fig.* 19, *n°.* 1, d'une grandeur à volonté, & ſubdiviſez-le en aréoles ou en petits carrés. Dans ce carré ou cette eſpece de réſeau que l'on appele *prototype craticulaire*, tracez au naturel l'image dont l'apparence doit être monſtrueuſe : tirez enſuite la ligne *a b*, *Fig.* 19, *n°.* 2, égale à *A B*, & diviſez-la dans le même nombre de parties égales que le côté du prototype *A D* : au point du milieu *E*, élevez la perpendiculaire *E V*, & menez *V S* perpendiculaire à *E V*, en faiſant la ligne *E V* d'autant plus longue, & la ligne *V S* d'autant plus courte, que vous avez deſſein d'avoir une image plus difforme. De chaque point de diviſion, tirez au point *V* des lignes droites, & joignez les points *b*, *S*, par la ligne droite *b*, *S*. Par les points *e*, *c*, *f*, *g*, &c., tirez des lignes droites paralleles à *a b* : alors *a b c d* ſera l'eſpace où l'on doit tracer la projection monſtrueuſe ; & c'eſt ce que l'on appele *l'ectype craticulaire*.

Enfin, dans chaque aréole ou petit trapeze de l'eſpace *a b c d*, deſſinez ce que vous voyez tracé dans l'aréole correſpondante du carré *A B C D* ; par ce moyen vous aurez une image difforme, qui paroîtra néanmoins dans ſes juſtes proportions, ſi l'œil eſt placé de maniere qu'il en ſoit éloigné de la longueur *E V*, & élevé au deſſus, à la hauteur de *V S*.

Le ſpectacle ſera beaucoup plus agréable, ſi l'image défigurée ne repréſente pas un pur chaos, mais quelque autre apparence : ainſi, l'on a vu une riviere avec des ſoldats, des chariots, *&c.*, marchant ſur l'une de ſes rives, repréſentée avec un tel artifice, que quand elle étoit regardée au point *S*, il ſembloit que ce fût le viſage d'un ſatyre : mais on ne peut donner facilement des regles pour cette partie, qui dépend principalement de l'induſtrie & de l'adreſſe de l'artiſte.

On peut auſſi faire méchaniquement une *anamorphoſe* de la maniere ſuivante : on percera de part en part le prototype à coups d'aiguille, dans ſon contour & dans pluſieurs autres points ; enſuite on l'expoſera à la lumiere d'une bougie ou d'une lampe & on marquera bien exactement les endroits où tombent ſur un plan, ou ſur une ſurface courbe, les rayons qui paſſent à travers ces petits trous ; car ils donneront les points correſpondans de l'image difforme, par le moyen deſquels on peut achever la déformation.

Faire une anamorphoſe ſur la ſurface convexe d'un cône. Il paroît aſſez par le problême précédent, qu'il ne s'agit que de faire un ectype craticulaire ſur la ſurface d'un cône qui paroiſſe égal au prototype craticulaire, l'œil étant placé à une diſtance convenable, au deſſus du ſommet du cône.

C'eſt pourquoi, ſoit la baſe *A B C D* du cône, *Fig.* 20, diviſée par des diametres en un nombre quelconque de parties égales ; ou, ce qui revient au même, ſoit diviſée la circonférence de cette baſe, en tel nombre qu'on voudra de parties égales, & ſoient tirées par les points de diviſion des lignes droites au centre. Soit auſſi diviſé un rayon en quelques parties égales ; par chaque point de diviſion, décrivez des cercles concentriques ; par ce moyen vous aurez tracé le prototype craticulaire *A*. Avec le double du diametre *A B*, comme rayon, décrivez le quart-de-cercle *E G*, *Fig.* 21, afin que l'arc *E G* ſoit égal à la circonférence entiere, & pliez ce quart-de-cercle, de maniere qu'il forme la ſurface d'un cône, dont la baſe ſoit le cercle *A B C D* ; diviſez l'arc *E G* dans le même nombre de parties égales que le prototype craticulaire eſt diviſé, & tirez des rayons de chacun des points de diviſion ; prolongez *G F* en *I*, juſqu'à ce que *F I* = *F G* : du centre *I*, & du rayon *I F*, décrivez le quart-de-cercle *F K H*, & du point *I* au point *D*, tirez la droite *I E* ; diviſez l'arc *K F* dans le même nombre de parties égales que le rayon du prototype craticulaire ; & du centre *I* par chaque point de diviſion, tirez des rayons qui rencontrent *E F* aux points 1, 2, 3, *&c.* ; enfin, du centre *F*, & des rayons *F 1*, *F 2*, *F 3*, décrivez des arcs concentriques : de cette maniere vous aurez l'ectype craticulaire, dont les aréoles paroîtront égales entr'elles.

Ainſi, en tranſportant dans les aréoles de l'ectype craticulaire, ce qui eſt deſſiné dans chaque aréole du prototype craticulaire, vous aurez une image monſtrueuſe, qui paroîtra néanmoins dans ſes juſtes proportions, ſi l'œil eſt élevé au deſſus du ſommet du cône, d'une quantité égale à la diſtance de ce ſommet à la baſe.

Si l'on tire dans le prototype craticulaire, les cordes des quarts-de-cercle, & dans l'ectype craticulaire, les cordes de chacun de ſes quarts, toutes choſes d'ailleurs reſtant les mêmes, on aura l'ectype craticulaire dans une pyramide quadrangulaire.

Il ſera donc aiſé de deſſiner une image monſtrueuſe ſur toute pyramide, dont la baſe eſt un polygone régulier quelconque.

Comme l'illuſion eſt plus parfaite, quand on ne peut pas juger, par les objets contigus, de la diſtance des parties de l'image monſtrueuſe, il eſt mieux de ne regarder ces ſortes d'images, que par un petit trou.

Digitized by Google

On voit à Paris, dans le cloître des Minimes de la Place Royale, deux *anamorphôſes* tracées ſur deux des côtés du cloître; l'une repréſente la Magdaleine, l'autre, S. Jean écrivant ſon Évangile. Elles ſont telles, que quand on les regarde directement, on ne voit qu'une eſpece de payſage, & quand on les regarde d'un certain point de vue, elles repréſentent des figures humaines très-diſtinctes. Ces deux figures ſont l'ouvrage du P. Niceron, Minime, qui a fait ſur ce même ſujet un traité latin, intitulé: *Thaumaturgus opticus*, Optique miraculeuſe, dans lequel il traite de pluſieurs phénomenes curieux d'optique, & donne fort au long les méthodes de tracer ces ſortes d'*anamorphôſes* ſur des ſurfaces quelconques. Le P. Emmanuel Maignan, Minime, a auſſi traité cette même matiere, dans un ouvrage latin, intitolé: *Perſpectiva horaria*, imprimé à Rome en 1648. *Voyez la propoſition 77 de la catoptrique horaire de ce dernier ouvrage, page* 438.

Comme les miroirs cylindriques, coniques & pyramidaux, ont la propriété de rendre difformes les objets qu'on leur expoſe, & que par conſéquent ils peuvent faire paroître naturels des objets difformes; on donne auſſi dans l'optique, des moyens de tracer ſur le papier des objets difformes, qui étant vus par ces ſortes de miroirs, paroiſſent de leur figure naturele.

Par exemple, ſi on veut tracer une image difforme, qui paroiſſe de ſa figure naturele, étant vue dans un miroir cylindrique; on commencera, *Fig.* 14, *Perſpect.*, par décrire un cercle *HBC*, égal à la baſe du cyliodre; enſuite ſuppoſant que *O* ſoit le point où tombe la perpendiculaire menée de l'œil; on tirera les tangeutes *OC* & *OB*, on joindra les points d'attouchement *C* & *B* par la droite *CB*, on diviſera cette ligne *CB* en tant de parties égales qu'on voudra, & par les points de diviſion, on tirera des lignes au point *O*; on ſuppoſera que les rayons *OH*, *OI* ſe réfléchiſſent en *F* & en *G*; enſuite, *Fig.* 15, *Perſpect.*, ſur une droite indéfinie *MQ*, on élévera la perpendiculaire *MP* égale à la hauteur de l'œil; on fera *MQ* égale à *OH* de la *Fig.* 14, & au point *Q*, on élévera la perpendiculaire *QR* égale à *CB*, & diviſée en autant de parties que *CB*; par les points de diviſion, on tirera des lignes au point *P*, qui étant prolongées juſqu'à la ligne *MN*, donneront les points *I*, *III*, *&c.* & les diſtances *QI*, *III*, *IIIII*, *&c.* qu'il faudra tranſporter dans la *Fig.* 14 de *I* en *I*, de *I* en *II*, de *II* en *III*, *&c.* de cette maniere, les points *F*, *G* de la *Fig.* 14, répondront au point *N* ou *IV* de la *Fig.* 15. Par ces points *FG*, & par le point *K*, tel que *KH*=*IG*, on tracera un arc de cercle juſqu'en *S* & en *T*, c'eſt-à-dire, juſqu'à la rencontre des tangentes, *OS*, *OT*, & on fera de même pour les points, *III*, *II*, *&c.* enſuite on deſſinera une figure quelconque dans un carré dont les côtés ſoient égaux à *CB* ou *QR*, & ſoient diviſés en autant de parties qu'on a diviſé ces lignes, en ſorte que le carré dont il s'agit, ſoit partagé lui-même en autant de petits carrés. On deſſinera après cela dans la figure *SFGT*, une image difforme, dont les parties ſoient ſituées dans les parties de cette figure correſpondante aux parties du carré. Cette image étant approchée d'un miroir cylindrique, dont *HBC* ſoit la baſe, & l'œil étant élevé au deſſus du point *O*, à une hauteur égale à *MP*, on verra dans le miroir cylindrique, la figure naturele qui avoit été tracée dans le petit carré.

On a auſſi des méthodes aſſez ſemblables à la précédente, pour tracer des images difformes, qui ſoient rétablies dans leur figure naturele, par des miroirs coniques ou pyramidaux. On peut voir une idée de ces méthodes dans la *Catoptrique* de M. Wolf. Nous nous bornerons ici à ce qui regarde nos miroirs cylindriques, comme étant les plus communs. On trouve dans les actes de Léipſick de 1712, la deſcription d'une machine *anamorphotique* de M. Jacques Léopold, par le moyen de laquelle on peut décrire méchaniquement & aſſez exactement des images difformes qui ſoient rétablies dans leur état naturel par des miroirs cylindriques ou coniques.

On fait auſſi dans la dioptrique des *anamorphôſes*. Elles conſiſtent en des figures difformes, qui ſont tracées ſur un papier, & qui paroiſſent dans leur état naturel, lorſqu'on les regarde à travers un verre polyëdre, c'eſt-à-dire, à pluſieurs faces. Et voici de quelle maniere elles ſe font.

Sur une table horizontale *ABCD*, on éleve à angles droits, *Fig.* 11, *Perſpect.*, une planche *AFED*; on pratique dans chacune de ces deux planches ou tables, deux couliſſes, telles que l'apui *BHC* puiſſe ſe mouvoir entre les couliſſes de la table horizontale, & qu'on puiſſe faire couler un papier entre les couliſſes de la planche verticale; on adapte à l'apui *BHC* un tuyau *IK*, garni en *I* d'un verre polyëdre, plan convexe, compoſé de 24 plans triangulaires, diſpoſés à peu près ſuivant la courbure d'une parabole. Le tuyau eſt percé en *K* d'un petit trou, qui doit être un peu au delà du foyer du verre; on éloigne l'apui *BHC* de la planche verticale, & on l'en éloigne d'autant plus que l'image difforme doit être plus grande.

On met au devant du trou *K* une lampe; on marque avec du crayon les aréoles ou points lumineux que ſa lumiere forme ſur la planche *ADEF*; & pour ne point ſe tromper en les marquant, il faut avoir ſoin de regarder par le trou ſi en effet ces aréoles ne forment qu'une ſeule image.

On tracera enſuite dans chacune de ces aréoles des parties d'un objet, qui, étant vues par le trou *K*, ne paroîtront former qu'un ſeul tout; & on aura ſoin de regarder par le trou *K*, en faiſant cette opération, pour voir ſi toutes ces parties forment en effet une ſeule image. À l'égard des

eſpaces intermédiaires, on les remplira de tout ce qu'on voudra; & pour rendre le phénomene plus curieux, on aura ſoin même d'y tracer des choſes toutes différentes de celles qu'on doit voir par le trou; alors regardant par le trou *K*, on ne verra qu'une image diſtincte, fort différente de celle qui paroiſſoit ſur le papier à la vue ſimple.

On voit à Paris, dans la bibliotheque des Minimes de la place Royale, deux *anamorphoſes* de cette eſpece; elles ſont l'ouvrage du P. Niceron, dont nous avons déja parlé: & on trouve auſſi, dans le *tome IV des Mémoires de l'Académie Impériale de Peterſbourg*, la deſcription d'une *anamorphoſe* ſemblable, faite par M. Lutman, membre de cette Académie, en l'honeur de Pierre II, empereur de Ruſſie: cet auteur expoſe la méthode qu'il a ſuivie pour cela, & fait des remarques utiles ſur cette matiere. *Voyez, ſur cet article, la* CATOPTRIQUE *& la* DIOPTRIQUE *de M. Wolf, déja citées*, (*O*).

ANCIENE GÉOMETRIE peut s'entendre de deux manieres; ou de la Géométrie des *anciens*, juſqu'à Deſcartes, dans laquelle on ne faiſoit aucun uſage du calcul analytique; ou de la Géométrie depuis Deſcartes juſqu'à l'invention des calculs différentiel & intégral. *Voyez* ALGEBRE, DIFFÉRENTIEL, INTÉGRAL, *&c. Voyez auſſi* GÉOMÉTRIE. (*O*).

ANDROIDE, ſ. m. (*Méchan.*); automate ayant figure humaine, & qui, par le moyen de certains reſſorts, *&c.* bien diſpoſés, agit & fait d'autres fonctions extérieurement ſemblables à celles de l'homme. *Voyez* AUTOMATE. Ce mot eſt compoſé du grec ἀνὴρ, génitif ἀνδρὸς, *homme*, & de εἶδος, *forme*.

Albert le-Grand avoit, dit-on, fait un *androïde*. Nous en avons vu un à Paris en 1738, dans le *Flûteur automate* de M. Vaucanſon, de l'Académie Royale des Sciences.

L'auteur publia cette année 1738, un Mémoire approuvé avec éloge par la même Académie: il y fait la deſcription de ſon *Flûteur*, que tout Paris a été voir en foule. Nous inſérerons ici la plus grande partie de ce Mémoire, qui nous a paru digne d'être conſervé.

La figure eſt de cinq pieds & demi de hauteur environ, aſſiſe ſur un bout de rocher, placée ſur un piédeſtal carré, de quatre pieds & demi de haut ſur trois pieds & demi de large.

A la face antérieure du piédeſtal (le paneau étant ouvert), on voit à la droite un mouvement, qui, à la faveur de pluſieurs roues, fait tourner en deſſous un axe d'acier de deux pieds ſix pouces de long, coudé en ſix endroits dans ſa longueur par égale diſtance, mais en ſens différens. A chaque coude ſont atachés des cordons qui aboutiſſent à l'extrémité des paneaux ſupérieurs de ſix ſouflets de deux pieds & demi de long, ſur ſix pouces de large, rangés dans le fond du piédeſtal, où leur paneau inférieur eſt ataché à demeure; de ſorte que, l'axe tournant, les ſix ſouflets ſe hauſſent & s'abaiſſent ſucceſſivement les uns après les autres.

A la face poſtérieure, au deſſus de chaque ſouflet, eſt une double poulie, dont les diametres ſont inégaux; ſavoir, l'un de trois pouces, & l'autre d'un pouce & demi; & cela pour donner plus de levée aux ſouflets, parce que les cordons, qui y ſont atachés, vont ſe rouler ſur le plus grand diametre de la poulie, & ceux qui ſont atachés à l'axe qui les tire, ſe roulent ſur le petit.

Sur le grand diametre de trois de ces poulies du côté droit, ſe roulent auſſi trois cordons, qui, par le moyen de pluſieurs petites poulies, aboutiſſent aux paneaux ſupérieurs de trois ſouflets placés ſur le haut du bâti, à la face antérieure & ſupérieure.

La tenſion qui ſe fait à chaque cordon, lorſqu'il commence à tirer le paneau du ſouflet où il eſt ataché, fait mouvoir un levier placé au deſſus, entre l'axe & les doubles poulies, dans la région moyene & inférieure du bâti. Ce levier, par différens renvois, aboutit à la ſoupape, qui ſe trouve au deſſous du paneau inférieur de chaque ſouflet, & la ſoutient levée, afin que l'air y entre ſans aucune réſiſtance, tandis que le paneau ſupérieur, en s'élevant, en augmente la capacité. Par ce moyen, outre la force que l'on gâgne, on évite le bruit que fait ordinairement cette ſoupape, cauſé par le tremblement que l'air occaſione en entrant dans le ſouflet: ainſi les neuf ſouflets ſont mûs ſans ſecouſſe, ſans bruit, & avec peu de force.

Ces neuf ſouflets communiquent leur vent dans trois tuyaux différens & ſéparés. Chaque tuyau reçoit celui de trois ſouflets; les trois qui ſont dans le bas du bâti à droite par la face antérieure, communiquent leur vent à un tuyau qui regne en devant ſur le montant du bâti du même côté, & ces trois-là ſont chargés d'un poids de quatre livres: les trois qui ſont à gauche dans le même rang, donnent leur vent dans un ſemblable tuyau, qui regne pareillement ſur le montant du bâti du même côté, & ne ſont chargés chacun que d'un poids de deux livres: les trois qui ſont ſur la partie ſupérieure du bâti, donnent auſſi leur vent à un tuyau qui regne horizontalement ſous eux & en devant; ceux-ci ne ſont chargés que du poids de leur ſimple paneau.

Ces tuyaux, par différens coudes, aboutiſſent à trois petits réſervoirs placés dans la poitrine de la figure. Là, par leur réunion, ils en forment un ſeul, qui, montant par le goſier, vient par ſon élargiſſement former dans la bouche une cavité, terminée par deux eſpeces de petites levres qui poſent ſur le tron de la flûte; ces levres donnent plus ou moins d'ouverture, & ont un mouvement particulier pour s'avancer & ſe reculer. En dedans de cette cavité, eſt une petite languete mobile, qui, par ſon jeu, peut ouvrir & fermer au vent le paſſage que lui laiſſent les levres de la figure.

Digitized by Google

Voilà par quel moyen le vent a été conduit jusqu'à la flûte. Voici ceux qui ont servi à le modifier.

À la face antérieure du bâti à gauche, est un autre mouvement qui, à la faveur de son rouage, fait tourner un cylindre de deux pieds & demi de long sur soixante-quatre pouces de circonférence. Ce cylindre est divisé en quinze parties égales d'un pouce & demi de distance. À la face postérieure & supérieure du bâti, est un clavier traînant sur ce cylindre, composé de quinze leviers très-mobiles, dont les extrémités du côté du dedans sont armées d'un petit bec d'acier, qui répond à chaque division du cylindre. À l'autre extrémité de ces leviers, sont atachés des fils & chaînes d'acier, qui répondent aux différens réservoirs de vent, aux doigts, aux levres & à la langue de la figure. Ceux qui répondent aux différens réservoirs de vent, sont au nombre de trois, & leurs chaînes montent perpendiculairement derriere le dos de la figure jusque dans la poitrine, où ils sont placés, & aboutissent à une soupape particuliere à chaque réservoir: cette soupape étant ouverte, laisse passer le vent dans le tuyau de communication qui monte, comme on l'a déja dit, par le gosier dans la bouche. Les leviers qui répondent aux doigts sont au nombre de sept, & leurs chaînes montent aussi perpendiculairement jusqu'aux épaules, & là se coudent pour s'insérer dans l'avant-bras jusqu'au coude, où elles se plient encore pour aller le long du bras jusqu'au poignet; elles y sont terminées chacune par une charniere qui se joint à un tenon que forme le bout du leviec contenu dans la main, imitant l'os que les anatomistes appelent l'os *du métacarpe*, & qui, comme lui, forme une charniere avec l'os de la premiere phalange, de façon que, la chaîne étant tirée, le doigt puisse se lever. Quatre de ces chaînes s'inserent dans le bras droit, pour faire mouvoir les quatre doigts de cette main, & trois dans le bras gauche pour trois doigts, n'y ayant que trois trous qui répondent à cette main. Chaque bout de doigt est garni de peau, pour imiter la molesse du doigt naturel, afin de pouvoir boucher le tron exactement. Les leviers du clavier qui répondent au mouvement de la bouche, sont au nombre de quatre: les fils d'acier qui y sont atachés forment des renvois, pour parvenir dans le milieu du rocher en dedans; & là ils tienent à des chaînes qui montent perpendiculairement & parallélement à l'épine du dos dans le corps de la figure; & qui, passant par le cou, vienent dans la bouche s'atacher aux parties, qui font faire quatre différens mouvemens aux levres intérieures: l'un fait ouvrir ces levres pour donner une plus grande issue au vent; l'autre la diminue en les caprochant; le troisieme les fait retirer en arriere, & le quatrieme les fait avancer sur le bord du trou.

Il ne reste plus sur le clavier qu'un levier, où est pareillement atachée une chaîne qui monte ainsi que les autres, & vient aboutir à la languete qui se trouve dans la cavité de la bouche derriere les levres, pour en boucher le trou, comme on l'a dit ci-dessus.

Ces quinze leviers répondent aux quinze divisions du cylindre par les bouts où sont atachées les becs d'acier, & à un pouce & demi de distance les uns des autres. Le cylindre venant à tourner, les lames de cuivre placées sur ses lignes divisées, rencontrent les becs d'acier, & les soutienent levés plus ou moins long temps, suivant que les lames sont plus ou moins longues: &, comme l'extrémité de tous ces becs forme entr'eux une ligne droite, parallele à l'axe du cylindre, coupant à angle droit toutes les lignes de division, toutes les fois qu'on placera à chaque ligne une lame, & que toutes leurs extrémités formeront entr'elles une ligne également droite, & parallele à celle que forment les becs des leviers, chaque extrémité de lame (le cylindre retournant) touchera & soulévera dans le même instant chaque bout de levier; & l'autre extrémité des lames formant également une ligne droite, chacune laissera échaper son levier dans le même temps. On conçoit aisément par-là comment tous les leviers peuvent agir & concourir tous à la fois à une même opération, s'il est nécessaire. Quand il n'est besoin de faire agir que quelques leviers, on ne place des lames qu'aux divisions où répondent ceux qu'on veut faire mouvoir: on en détermine même le temps, en les plaçant plus ou moins éloignées de la ligne que forment les becs: on fait cesser aussi leur action plutôt ou plutard, en les mettant plus ou moins longues.

L'extrémité de l'axe du cylindre du côté droit, est terminée par une vis-sans-fin à simples filets, distans entr'eux d'une ligne & demie, & au nombre de douze, ce qui comprend en tout l'espace d'un pouce & demi de longueur, égal à celui des divisions du cylindre.

Au dessus de cette vis, est une piece de cuivre immobile, solidement atachée au bâti, à laquelle tient un pivot d'acier d'une ligne environ de diametre, qui tombe dans une cannelure de la vis, & lui sert d'écrou, de façon que le cylindre est obligé, en tournant, de suivre la même direction que les filets de la vis, contenus par le pivot d'acier, qui est fixe. Ainsi, chaque point du cylindre décrira continuélement en tournant une ligne spirale, & fera par conséquent un mouvement progressif de droite à gauche.

C'est par ce moyen que chaque division du cylindre, déterminée d'abord sous chaque bout de levier, changera de point à chaque tour qu'il fera, puisqu'il s'en éloignera d'une ligne & demie, qui est la distance qu'ont les filets de la vis entr'eux.

Les bouts des leviers atachés au clavier restant donc immobiles, & les points du cylindre auxquels ils répondent d'abord, s'éloignant à chaque instant de la perpendiculaire, en formant une ligne spirale,

qui, par le mouvement progreſſif du cylindre, eſt toujours dirigée au même point, c'eſt-à-dire, à chaque bout de levier, il s'enſuit que chaque bout de levier trouve à chaque inſtant des points nouveaux ſur les lames du cylindre, qui ne ſe répetent jamais, puiſqu'elles forment entr'elles des lignes ſpirales qui forment douze tours ſur le cylindre, avant que le premier point de diviſion viene ſous un autre levier, que celui ſous lequel il a été déterminé en premier lieu.

C'eſt dans cet eſpace d'un pouce & demi qu'on place toutes les lames, qui forment elles-mêmes les lignes ſpirales, pour faire agir le levier ſous qui elles doivent toujours paſſer pendant les douze tours que fait le cylindre. À meſure qu'une ligne change pour ſon levier, toutes les autres changent pour le leur; ainſi, chaque levier a douze lignes de lames, de 64 pouces de diametre, qui paſſent ſous lui, & qui font entr'elles une ligne de 768 pouces de long. C'eſt ſur cette ligne que ſont placées toutes les lames ſuffiſantes pour l'action du levier durant tout le jeu.

Il ne reſte plus qu'à faire voir comment tous ces différens mouvemens ont ſervi à produire l'effet qu'on s'eſt propoſé dans cet automate, en les comparant avec ceux d'une perſone vivante.

Eſt-il queſtion de lui faire tirer du ſon de ſa flûte, & de former le premier ton, qui eſt le *ré* d'en-bas? On commence d'abord à diſpoſer l'embouchure; pour cet effet, on place ſur le cylindre une lame deſſous le leviee qui répond aux parties de la bouche, ſervant à augmenter l'ouverture que font les levres. Secondement, on place une lame ſous le levier, qui ſert à faire reculer ces mêmes levres. Troiſiémement, on place une lame ſous le levier, qui ouvre la ſoupape du réſervoir du vent qui vient des petits ſouflets qui ne ſont point chargés. On place, en dernier lieu, une lame ſous le levier, qui fait mouvoir la languete pour donner le coup de langue; de ſaçon que, ces lames venant à toucher dans le même temps les quatre leviers qui ſervent à produire les ſuſdites opérations, la flûte ſonera le *ré* d'en-bas.

Par l'action du levier qui ſert à augmenter l'ouverture des levres, on imite l'action de l'homme vivant, qui eſt obligé de l'augmenter dans les tons bas. Par le levier, qui ſert à faire reculer les levres, on imite l'action de l'homme, qui les éloigne du trou de la flûte, en la tournant en dehors. Par le levier qui donne le vent provenant des ſouflets qui ne ſont chargés que de leur ſimple paneau, on imite le vent foible que l'homme donne alors, vent qui n'eſt pareillement pouſſé hors de ſon réſervoir, que par une légere compreſſion des muſcles de la poitrine. Par le levier qui ſert à faire mouvoir la languete, en débouchant le trou que forment les levres pour laiſſer paſſer le vent, on imite le mouvement que fait auſſi la langue de l'homme, en ſe retirant du trou pour donner paſſage au vent, & par ce moyen lui faire articuler une telle note. Il réſultera donc de ces quatre opérations différentes, qu'en donnant un vent foible, & le faiſant paſſer par une iſſue large dans toute la grandeur du trou de la flûte, ſon retour produira des vibrations lentes, qui ſeront obligées de ſe continuer dans toutes les particules du corps de la flûte, puiſque tous les trous ſe trouveront bouchés, & par conſéquent la flûte donnera un ton bas; c'eſt ce qui ſe trouve confirmé par l'expérience.

Veut-on lui faire donner le ton au deſſus, ſavoir, le *mi?* aux quatre premieres opérations pour le *ré*, on en ajoute une cinquieme; on place la lame ſous le levier, qui fait lever le troiſieme doigt de la main droite, pour déboucher le troiſieme trou de la flûte, & on fait approcher tant ſoit peu les levres du trou de la flûte, en baiſſant un peu la lame du cylindre qui tenoit le levier élevé pour la premiere note, ſavoir, le *ré*: ainſi, donnant pluiôt aux vibrations une iſſue en débouchant le premier trou du bout, la flûte doit ſoner un ton au deſſus; ce qui eſt auſſi confirmé par l'expérience.

Toutes ces opérations ſe continuent à peu près les mêmes dans les tons de la premiere octave, où le même vent ſuffit pour les former tous; c'eſt la différente ouverture des trous, par la levée des doigts, qui les caractériſe: on eſt ſeulement obligé de placer ſur le cylindre des lames ſous les leviers, qui doivent lever les doigts pour former tel ou tel ton.

Pour avoir les tons de la ſeconde octave, il faut changer l'embouchure de ſituation; c'eſt-à-dire, placer une lame deſſous le levier, qui contribue à faire avancer les levres au delà du diametre du trou de la flûte, & imiter par-là l'action de l'homme vivant, qui, en pareil cas, tourne la flûte un peu en dedans. Secondement, il faut placer une lame ſous le levier, qui, en faiſant raprocher les deux levres, diminue leur ouverture: opération que fait pareillement l'homme quand il ſerre les levres pour donner une moindre iſſue au vent. Troiſiémement, il faut placer une lame ſous le levier qui fait ouvrir la ſoupape du réſervoir, qui contient le vent provenant des ſouflets chargés du poids de deux livres: vent qui ſe trouve pouſſé avec plus de force, & ſemblable à celui que l'homme vivant pouſſe par une plus forte compreſſion des muſcles pectoraux. De plus, on place des lames ſous les leviers néceſſaires, pour faire lever les doigts qu'il faut. Il s'enſuivra de toutes ces différentes opérations, qu'un vent envoyé avec plus de force, & paſſant par une iſſue plus petite, redoublera de viteſſe & produira par conſéquent les vibrations doubles; & ce ſera l'*octave*.

À meſure qu'on monte dans les tons ſupérieurs de cette ſeconde octave, il faut de plus en plus ſerrer les levres, pour que le vent, dans un même temps, augmente de viteſſe.

Dans les tons de la troiſieme octave, les mêmes leviers, qui vont à la bouche, egiſſent comme

dans ceux de la seconde, avec cette différence que les lames sont un peu plus élevées, ce qui fait que les levres vont tout-à-fait sur le bord du trou de la flûte, & que le trou, qu'elles ferment, devient extrêmement petit. On ajoute seulement une lame sous le levier qui fait ouvrir la soupape, pour donner le vent qui vient des soufflets les plus chargés, savoir, du poids de quatre livres; par conséquent le vent poussé avec une plus forte compression, & trouvant une issue encore plus petite, augmentera de vitesse en raison triple: on aura donc *la triple octave*.

Il se trouve des tons dans toutes ces différentes octaves plus difficiles à rendre les uns que les autres; on est pour lors obligé de les ajuster, en plaçant les levres sur une plus grande ou plus petite corde du trou de la flûte, en donnant un vent plus ou moins fort, ce que fait l'homme dans les mêmes tons où il est obligé de ménager son vent, & de tourner la flûte plus ou moins en dedans ou en dehors.

On conçoit facilement que toutes les lames placées sur le cylindre, sont plus ou moins longues, suivant le temps que doit avoir chaque note, & suivant la différente situation où doivent se trouver les doigts pour les former; ce qu'on ne détaillera point ici, pour ne point donner à cet article trop d'étendue. On fera remarquer seulement que, dans les enflemens de son, il a fallu, pendant le temps de la même note, substituer imperceptiblement un vent foible à un vent fort, & à un plus fort un plus foible, & varier conjointement les mouvemens des levres, c'est-à-dire, les mettre dans leur situation propre pour chaque vent.

Lorsqu'il a fallu faire le doux, c'est-à-dire, imiter un écho, on a été obligé de faire avancer les levres sur le bord du trou de la flûte, & envoyer un vent suffisant pour former un tel ton, mais dont le retour, par une issue aussi petite qu'est celle de son entrée dans la flûte, ne peut fraper qu'une petite quantité d'air extérieur: ce qui produit, comme on l'a dit ci-dessus, ce qu'on appele *écho*.

Les différens airs de lenteur & de mouvement ont été mesurés sur le cylindre, par le moyen d'un levier, dont une extrémité, armée d'une pointe, pouvoit, lorsqu'on frapoit dessus, marquer ce même cylindre. À l'autre bras du levier, étoit un ressort qui faisoit promptement relever la pointe. On lâchoit le mouvement qui faisoit tourner le cylindre avec une vitesse déterminée pour tous les airs: dans le même temps, une personne jouoit sur la flûte l'air qu'on vouloit mesurer: un autre batoit la mesure sur le bout du levier, qui pointoit le cylindre, & la distance, qui se trouvoit entre les points, étoit la vraie mesure des airs qu'on vouloit noter; on subdivisoit ensuite les intervalles en autant des parties que la mesure avoit de temps. (*O.*)

* Combien de finesse dans tout ce détail! Que de délicatesse dans toutes les parties de ce mécanisme! Si cet article, au lieu d'être l'exposition d'une machine exécutée, étoit le projet d'une machine à faire, combien de gens ne le traiteroient-ils pas de chimere? Quant à moi, il me semble qu'il faut avoir bien de la pénétration & un grand fonds de méchanique, pour concevoir la possibilité du mouvement des levres de l'automate, de la ponctuation du cylindre, & d'une infinité d'autres particularités de cette description. Si quelqu'un nous propose donc jamais une machine moins compliquée, telle que seroit celle d'un harmonometre, ou d'un cylindre divisé par des lignes droites & des cercles dont les intervalles marqueroient les mesures, & percé sur ces intervalles de petits trous, dans lesquels on pourroit insérer des points mobiles, qui, s'appliquant à discrétion sur telles touches d'un clavier que l'on voudroit, exécuteroit telle piece de Musique qu'on désireroit à une ou plusieurs parties; alors gardons-nous bien d'accuser cette machine d'être impossible, & celui qui la propose d'ignorer la Musique; nous risquerions de nous tromper lourdement sur l'un & sur l'autre cas. (*M. Diderot.*)

ANDROMEDE, (*Astr.*); constellation boréale, située au nord des poissons & du bélier; on l'appele quelquefois en latin, *Perſea*, *mulier catenata*, *virgo devota*: les Arabes peignent à sa place un phoca, ou veau marin, enchaîné avec l'un des poissons. On raporte cette constellation à l'histoire d'*Andromede*, que son pere Céphée fut obligé de sacrifier à un monstre marin, pour garantir son royaume de la peste, & qui fut délivrée par Persée. Cette constellation contient 63 étoiles dans le grand catalogue Britannique: voici les plus remarquables: « à la tête d'*Andromede*; cette étoile est commune aussi à la constellation de Pégase, elle est appelée *umbilicus Pegaſi*. La seconde est l'étoile β à la ceinture d'*Andromede*, appelée *mirach* ou *mizar*; la troisieme γ est sur le pied austral d'*Andromede*: elle s'appele *alamack*, quelquefois *alhamec*. Le coucher d'*Andromede*, lorsque le soleil est dans le signe du Bélier, a donné lieu au 9e travail d'Hercule, contre les Amazones. (*Astr. IV*, 490.)

ANELAR ou ANHELAR; nom de l'étoile α des Gémeaux, tête de Castor. (*M. de la Lande.*)

ANÉMOMETRE, s. m. (*Hyd.*); machine qui sert à estimer la force du vent. *Voyez* Vent. Il y a des *anémometres* de différentes façons.

On trouve dans les *Transactions philoſophiques* la description d'un *anémometre*, qui consiste en une plaque mobile sur le limbe gradué d'un quart-de-cercle. Le vent est supposé souffler perpendiculairement contre cette plaque mobile, & la force est indiquée par le nombre de degrés qu'il lui fait parcourir.

M. Wolf donne dans son *cours de Mathématiques* la construction d'un autre *anémometre*, qui se ment par le moyen des ailes *A*, *B*, *C*, *D*, *Pneumat. Fig.* 17. Ces ailes sont assez ressemblantes à celles d'un moulin à vent. En tournant,

elles font mouvoir le rayon *KM*, de ſorte que le corps *L*, placé dans une rainure qu'on a pratiquée dans ce rayon, s'éloigne de plus en plus du centre du mouvement, & conſéquemment agit à chaque inſtant ſur ce rayon, & par ſon moyen ſur l'axe auquel il eſt ataché, avec une force qui va toujours en croiſſant; car le bas du levier, auquel ce corps eſt appliqué, s'alonge juſqu'à ce que le mouvement des ailes ſoit arrêté: alors le poids fait équilibre avec la force du vent: & cette force eſt marquée par une aiguille *MN*, fixée ſur l'axe, & faiſant un angle droit avec le rayon *KM*, laquelle tourne, par ſon extrémité *N*, ſur un quart-de-cercle diviſé en parties égales. La force eſt d'autant plus grande ou plus petite, que l'aiguille marque un plus grand ou un plus petit nombre de ces parties égales, ſoit en deſcendant, ſoit en montant. Cette machine ne paroît pas fort exacte.

M. d'Onſenbray a donné la deſcription d'un *anémometre* de ſon invention, qu'il prétend marquer de lui même ſur un papier, non ſeulement les vents différens qui ont ſouflé vingt-quatre heures, avec les heures auxquelles ils ont commencé & ceſſé de régner, mais encore les forces ou viteſſes de ces vents. *Voyez Mémoires de l'Académie des Sciences, ann.* 1734, *p.* 169. *Voyez* un plus long détail à l'*article* VENT. (*O*.)

ANÉMOSCOPE, ſ. m. (*Hyd.*); machine qui ſert à prédire les changemens du vent.

On a prétendu que des hygroſcopes faits des boyaux d'un chat, &c. ſe trouvoient en effet très-bons *anémoſcopes* pour annoncer d'avance les variations du vent: mais ce fait mériteroit d'être vérifié. *Voyez* HYGROSCOPE.

L'*anémoſcope* en uſage parmi les anciens, paroît, ſuivant la deſcription qu'en donne *Vitruve*, avoir plus ſervi à montrer de quel côté venoit le vent, qu'à faire prévoir d'où il viendroit.

Otto de Guericke donne le nom d'*anémoſcope* à une machine de ſon invention, pour indiquer d'avance les changemens de temps. *Voyez* TEMPS.

C'étoit un petit homme de bois, qui s'élevoit & retomboit dans un tube de verre, ſelon que l'atmoſphere étoit plus ou moins peſante.

M. Lomiers a montré que cet *anémoſcope* n'étoit qu'une application du Barometre ordinaire. *Voyez* BAROMETRE. *Voyez auſſi Merc. Gal.* 1683. *Act. Erud.* 1684, *page* 26. (*O*).

ÂNES, ſ. m. pl. (*Aſtr.*), ſont deux étoiles de la conſtellation du cancer ou de l'écreviſſe, marquées par les lettres γ & δ dans les catalogues, & qui ſont de quatrieme & cinquieme grandeur; on voit entre ces deux étoiles un amas appelé l'*étable* (*præſepe*), & que l'on nomme plus communément la *nébuleuſe du cancer*. Ces deux *ânes* repréſentent, ſuivant les poëtes, ceux qui, dans la guerre de Jupiter contre les géans, contribuerent à ſa victoire, ou par leurs cris, ou parce qu'ils ſervirent à Vulcain & aux ſatyres qui venoient au ſecours de Jupiter. Quoi qu'il en ſoit, ce nom eſt ancien, car il ſe trouve dans l'*almageſte* de Ptolomée. (*M.* DE LA LANDE.)

ANGLE, ſ. m. (*Géom.*). On appele *angle* l'ouverture formée par deux lignes qui ſe rencontrent: tel eſt, *Géom. Fig.* 2, 3, 4, l'*angle BAC*, formé par les deux lignes *BA*, *CA*, qui ſe rencontrent au point *A*.

On déſigne ordinairement un *angle* par la ſimple lettre placée à ſa *pointe* ou *ſommet A*, ou par trois lettres, & alors celle du milieu répond au ſommet.

Un *angle* eſt appelé *rectiligne*, lorſque ſes *côtés* ou *jambes BA*, *CA* ſont des lignes droites, *Fig.* 2; *curviligne*, lorſque ſes jambes ſont des lignes courbes, *Fig.* 3; *mixtiligne*, lorſqu'une jambe eſt droite, & l'autre courbe, *Fig.* 4.

On doit bien prendre garde qu'un *angle* n'eſt pas l'eſpace compris entre ſes côtés, mais uniquement l'inclinaiſon que ces côtés ont, l'un par raport à l'autre, à leur interſection *A*. Ainſi, la grandeur d'un *angle* ne dépend point de la longueur de ſes côtés; en ſorte que, ſi, par exemple, on prolonge les côtés *AB*, *AC* de l'*angle* rectiligne *BAC*, *Fig.* 2, vers *D* & *E*, ces côtés, quoique devenus plus longs, conſerveront toujours, l'un à l'égard de l'autre, la même ſituation ou inclinaiſon, ou formeront toujours le même *angle*. Il en eſt de même pour les *angles* curvilignes ou mixtilignes: car, par exemple, l'*angle* curviligne *BAC*, *Fig.* 3, eſt la même choſe que l'*angle* rectiligne *MAN*, formé par les deux droites *MA*, *NA*, qui touchent les courbes *BA*, *CA*, au ſommet *A*, & qui ont par conſéquent les mêmes directions que ces courbes à leur origine *A*; il demeure donc toujours conſtant, quelles que ſoient les longueurs de ſes côtés *BA*, *CA*. On voit en même temps par-là que la meſure des *angles* curvilignes ou mixtilignes ſe réduit à celle des *angles* rectilignes, puiſque la queſtion, dans tous les cas eſt de meſurer l'*angle* que forment deux lignes droites, qui ſe rencontrent en un point *A*.

Deux plans, ou, en général, deux ſurfaces qui ſe rencontrent, forment un *angle* qui ſe réduit pareillement à un *angle* rectiligne. *Voyez* PLAN.

On appele, dans un ſens un peu impropre, *angle ſolide* l'eſpace formé autour d'un point par pluſieurs plans qui paſſent tous par ce point.

Tout angle rectiligne MCN, Fig. 5, *peut être meſuré par l'arc de cercle MN, décrit du ſommet C, pour centre, avec un rayon arbitraire, entre ſes côtés CM, CN.*

En effet, nous pouvons concevoir que l'*angle MCN* eſt produit par la rotation du côté *CN*, qui tourne autour du point *C*, tandis que le côté *CM* demeure immobile. Suppoſons donc qu'au premier inſtant le côté *CN* étoit couché ſur le côté *CM*, & que le point *N* étoit confondu avec le point *M*: on voit qu'à meſure que le point *N* chemine, & décrit l'arc *MN*, il ſe forme ſucceſſivement autant de petits *angles MCm*, *mCm*,

mCm, *&c.* qu'il y a de parties élémentaires *Mm*, *mm*, *&c.*, dans l'arc *MN*. Or la ſomme de tous ces petits *angles*, n'eſt autre choſe que l'*angle* propoſé *MCN*; donc ce même *angle* eſt proportionel au nombre de parties de l'arc *MN*, ou peut être meſuré par cet arc.

Nous avons pris à volonté le rayon *CM*, parce qu'il y a dans l'arc *MN* le même nombre de parties, relativement à la circonférence entiere pour ce rayon, qu'il y en auroit dans l'arc *M'N'*, décrit avec le rayon *CM'*, relativement à la circonférence entiere pour ce rayon. Ainſi, les *angles* égaux ont pour meſures des arcs égaux en nombre de parties des circonférences auxquelles ces arcs apartienent. Si les rayons ſont égaux, non ſeulement les arcs ſeront égaux en nombre de parties des circonferences, mais ces parties elles-mêmes ſeront égales en longueur.

Il y a, en géneral trois ſortes d'*angles*, l'*angle droit*, l'*angle aigu* & l'*angle obtus*.

L'*angle droit* eſt celui qui eſt formé par deux lignes perpendiculaires entr'elles. (*Voyez* PERPENDICULAIRE.) Ainſi, lorſqu'une droite *DE*, *Fig. 6*, tombe ſur une autre *AB*, ſans pencher d'aucun côté, les *angles ACD*, *BCD*, *ACE*, *BCE* ſont droits. Il eſt évident que tous les *angles* droits ſont égaux entr'eux, & que tout *angle* droit a pour meſure un quart de circonférence.

L'*angle aigu* eſt moindre que l'*angle* droit, & au contraire l'*angle obtus* eſt plus grand que l'*angle droit*. Dans la *Figure 7*, *BCO* eſt un *angle* aigu, & *ACO* eſt un *angle* obtus. L'arc qui meſure l'*angle* aigu eſt moindre qu'un quart de circonférence, & l'arc qui meſure l'*angle* obtus eſt plus grand qu'un quart de circonférence.

Les deux *angles BCO*, *OCA*, formés d'un même côté de la droite *AB*, s'appelent *angles de ſuite*. Ils valent enſemble deux *angles* droits, puiſque leur ſomme eſt évidemment égale à celle des deux *angles* droits *BCD*, *DCA*. On les appele *ſupplémens* l'un de l'autre.

On voit pareillement que la ſomme d'un nombre quelconque d'*angles BCO*, *OCF*, *FCH*, *HCA*, formés d'un même côté de la droite *AB*, *Fig. 8*, vaut deux *angles* droits; & que la ſomme d'un nombre quelconque d'*angles BCO*, *OCF*, *FCH*, *HCA*, *ACR*, *RCK*, *KCB*, formés autour du point *C*, vaut quatre *angles* droits.

Deux *angles BCO*, *OCD*, *Fig. 7*, qui, pris enſemble, valent un *angle* droit, s'appelent *complémens* l'un de l'autre.

Deux *angles BCD*, *ACQ*, *Fig. 10*, formés par deux droites *BA*, *DQ*, qui ſe rencontrent en C (& qu'on appele *angles oppoſés par le ſommet*), ſont égaux entr'eux, puiſque le premier joint à l'*angle DCA*, vaut deux *angles* droits, & que le ſecond joint au même *angle DCA*, vaut auſſi deux *angles* droits.

Le ſommet d'un *angle* peut être placé ailleurs qu'au centre d'un cercle; & on a ſouvent beſoin de meſurer l'*angle* par des arcs de la circonférence de ce cercle. C'eſt à quoi on parviendra par le moyen des propoſitions ſuivantes.

Un angle qui a ſon ſommet à la circonférence d'un cercle, & qui eſt formé par deux cordes, a pour meſure la moitié de l'arc compris entre ſes côtés.

En effet, nous venons de voir qu'un *angle*, qui a ſon ſommet au centre du cercle, a pour meſure l'arc compris entre ſes côtés: il ſera donc démontré qu'un *angle*, qui a ſon ſommet à la circonférence, a pour meſure la moitié de l'arc compris entre ſes côtés, ſi l'on démontre que cet arc eſt la moitié de celui que comprendroient les côtés de l'*angle*, s'il avoit ſon ſommet au centre. Or il peut ariver trois cas: ou l'un des côtés de l'*angle*, propoſé *BAD*, *Fig. 11*, *12*, *13*, paſſe par le centre C, *Fig. 11*; ou le centre eſt placé au dedans de l'*angle*, *Fig. 12*; ou le centre eſt placé hors de l'*angle*, *Fig. 13*.

Ier. CAS. *Fig. 11.* Menez le diametre *MN* parallele à la cordé *AB*: les deux *angles BAD*, *NCD* ſont égaux (*Voyez* PARALLELE); donc l'arc *ND*, qui eſt la meſure de l'*angle NCD*, dont le ſommet eſt au centre C du cercle, eſt auſſi la meſure de l'*angle BAD*. Or l'arc *ND* eſt la moitié de l'arc *DB*, ou, ce qui revient au même, l'arc *ND* = l'arc *NB*; car les deux *angles NCD*, *MCA*, oppoſés par le ſommet, étant égaux, les arcs *ND*, *MA*, qui en ſont les meſures, ſont egaux; mais l'arc *MA* = l'arc *NR*, puiſque, ſi l'on mene le diametre *KH* perpendicolaire aux deux paralleles *AB*, *MN*, & que l'on conçoive que le demi-cercle *KAMH* tournant autour de *KH*, viene s'appliquer ſur le demi cercle *KBNH*, le point *A* tombera ſur le point *B*, le point *M* ſur le point *N*, & l'arc *AM* ſur l'arc *BN*; donc l'arc *BN* = l'arc *ND*.

IIe. & IIIe. CAS. *Fig. 12 & 13.* Menez par le ſommet *A* de l'*angle* propoſé *BAD*, le diametre *AO*: chacun des deux *angles BAO*, *DAO* a pour meſure la moitié de l'arc compris entre ſes côtés (*cas 1*); & par conſéquent l'*angle BAD*, qui eſt la ſomme ou la différence de ces deux *angles*, a pour meſure la moitié de l'arc *BO*, plus ou moins la moitié de l'arc *BO*, c'eſt-à-dire, la moitié de l'arc *BO*.

Il ſuit de-là qu'un *angle* eſt droit, lorſqu'ayant ſon ſommet à la circonférence, il s'apuie ſur un diametre, ou qu'il comprend entre ſes côtés une demi-circonférence; & qu'il eſt aigu ou obtus, ſelon que l'arc compris eſt moins ou plus grand qu'une demi circonférence.

Un angle BAF, Fig. 14, formé par une corde AB & par une droite AF, extérieure au cercle, a pour meſure la moitié de l'arc AEB, ſous-tendu par la corde AB, plus la moitié de l'arc AGD, ſous-tendu par la corde AD, prolongement de FA.

Car la ſomme des deux *angles* de ſuite *BAD*, *BAF*, étant égale à la ſomme de deux *angles* droits, a pour meſure la demi-circonférence. Or

l'*angle B A D*, formé par les deux cordes *A B*, *A D*, a pour meſure la moitié de l'arc *B O D*. Donc l'*angle B A F* a pour meſure la moitié de la partie reſtante *B E A G D*, ou la moitié de l'arc *B E A*, plus la moitié de l'arc *A G D*.

Un angle B A D, *Fig.* 15, *qui a ſon ſommet en un point quelconque, au dedans du cercle, a pour meſure la moitié de l'arc B O D, compris entre ſes côtés, plus la moitié de l'arc* b o d *compris entre les prolongemens A b, A d de ſes côtés.*

Menez, par le point *b*, la corde *b f* parallele à *d D*, l'*angle B A D* ſera égal à l'*angle B b f* (*Voyez* Parallele); & par conſéquent ces deux *angles* auront la même meſure. Or l'*angle B b f* a pour meſure la moitié de l'arc *B o f*, ou, ce qui revient au même, la moitié de l'arc *B O D*, plus la moitié de l'arc *D f*. Et comme les arcs *D f*, *d b* ſont égaux, à cauſe des cordes paralleles *b f*, *d D*, nous pouvons dire que l'*angle B b f* a pour meſure la moitié de l'arc *B O D*, plus la moitié de l'arc *b o d*. Donc auſſi l'*angle B A D* a la même meſure.

Un angle B A D, *Fig.* 16, *qui a ſon ſommet hors du cercle, a pour meſure la moitié de l'arc concave B D, compris entre ſes côtés, moins la moitié de l'arc convexe H K, compris auſſi entre ſes côtés.*

Menez, par le point *K*, la corde *K Q* parallele à *A B*, les deux *angles B A D*, *Q K D* ſont égaux, & par conſéquent ils auront la même meſure. Or l'*angle Q K D* a pour meſure la moitié de l'arc *Q D*, ou, ce qui revient au même, la moitié de l'arc *B D*, moins la moitié de l'arc *B Q*. Et comme l'arc *B Q* = l'arc *H K*, à cauſe des paralleles *A B*, *K Q*, il s'enſuit que la meſure de l'*angle Q K D* eſt la moitié de l'arc *B D*, moins la moitié de l'arc *H K*. Donc l'*angle B A D* a cette même meſure.

Si on veut faire un angle qui ſoit égal à un angle donné A C B, *Fig.* 17, *ou qui en ſoit multiplié un certain nombre de fois.*

1.° Du ſommet *C*, avec le rayon arbitraire *C A*, on décrira l'arc *A M B*, & on tirera la corde *A B*; du point *c* pour centre, *Fig.* 18, avec le rayon *c a* = *C A*, on décrira l'arc *a m b d e*; du point *a* pour centre, avec un rayon *a b* égal à la corde *A B*, on décrira un arc de cercle qui coupe l'arc *a m b d* au point *b*; on tirera la droite *c b*; & par-là l'*angle a c b* = l'*angle* propoſé *A C B*.

2.° On feta de même chacun des *angles b c d*, *d c e* égal à l'*angle A C B*. D'où l'on voit que l'*angle a c d* ſera double de l'angle *A C B*; que l'*angle a c e* en ſera triple, ainſi de ſuite.

Si on veut partager un angle A C B, *Fig.* 19, *en deux parties égales*: du point *C*, pour centre, avec un rayon arbitraire *C A*, on décrira l'arc *A m B*; enſuite des points *A* & *B*, pour centres, on décrira, avec un même rayon, deux arcs de cercle qui ſe coupent au point *x*; on menera la droite *C x*, & par-là l'*angle* propoſé *A C B* ſera partagé en deux *angles* égaux *A C m*, *m C B*, parce que la droite *C x* eſt perpendiculaire ſur le milieu de la corde *A B*, & partage l'arc *A m B* en deux parties égales. (*Voyez* Perpendiculaire.)

En opérant de la même maniere, on peut partager chacun des *angles A C m*, *m C B*, en deux parties égales; de même chacun des *angles* réſultans peut être partagé en deux parties égales; chacun de ceux-ci en deux parties égales, ainſi de ſuite. D'où l'on voit que l'*angle* primitif *A C B* peut être partagé ſucceſſivement en un nombre de parties égales, exprimé par les termes de cette progreſſion géométrique ∺ 2:4:8:16:32:64: &c.

Pour couper un *angle* en trois parties égales, *Voyez* le mot Triſection. (*L. B.*)

L'art de prendre la valeur des *angles* eſt une opération d'un grand uſage & d'une grande étendue dans l'arpentage, la Navigation, la Géographie, l'Aſtronomie, *&c. Voyez* Hauteur, Arpentage.

Les inſtrumens qui ſervent principalement à cette opération, ſont les *quarts-de-cercle*, les *théodolites* ou *planchetes rondes*, les *graphometres*, &c. *Voyez* Cercle d'Arpenteur, Planchete, Graphometre, *&c.*

Les *angles* dont il faut déterminer la meſure ou la quantité, ſont ſur le papier ou ſur le terrain. 1.° Quand ils ſont ſur le papier, il n'y a qu'à appliquer le centre d'un raporteur ſur le ſommet de l'*angle O*, *Table d'Arpent. Fig.* 29, de maniere que le rayon *O B* ſoit couché ſur l'un des côtés de cet *angle*; alors le degré que coupera l'autre côté *O P* ſur l'arc du raporteur, donnera la quantité de l'*angle* propoſé. *Voyez* Raporteur. On peut auſſi déterminer la grandeur d'un *angle* par le moyen de la ligne des cordes. *Voyez* Corde *&* Compas de Proportion.

2.° Quand il s'agit de prendre des *angles* ſur le terrain, il faut placer un graphometre ou un demi cercle, *Fig.* 16, de telle ſorte que le rayon *C G* de l'inſtrument réponde bien exactement à l'un des côtés de l'*angle*, & que le centre *C* ſoit verticalement au deſſus du ſommet: on parvient à la premiere de ces opérations, en obſervant, par les pinnules *F*, *G*, quelque objet remarquable, placé à l'extrémité ou ſur l'un des points du côté de l'*angle*; & à la ſeconde, en laiſſant tomber un plomb du centre de l'inſtrument. Enſuite on fait aller & venir l'alidade juſqu'à ce que l'on aperçoive, par ſes pinnules, quelque marque placée ſur l'un des points de l'autre côté de l'*angle*: & alors le degré que l'alidade coupe ſur le limbe de l'inſtrument, fait connoître la quantité de l'*angle* que l'on ſe propoſoit de meſurer. *Voyez* Demi-cercle.

L'on peut voir aux articles Cercle d'Arpenteur, Planchete, Boussole, *&c.* comment l'on prend des *angles* avec ces inſtrumens.

Que l'on conſulte auſſi les articles Lever un

PLAN & RAPORTER, pour ſavoir la maniere de tracer un *angle* ſur le papier quand ſa grandeur eſt donnée. *Voyez* aux mots SPHÉRIQUE, EXTÉRIEUR, INTÉRIEUR, ALTERNES, *&c.*, ce qu'on entend par un *angle ſphérique*, un *angle extérieur*, un *angle intérieur*, des *angles alternes*, *&c.*

ANGLE (*Aſtr.*), ſe dit dans pluſieurs circonſtances différentes. Les *angles* ou les arcs dont ils ſont la meſure, ſe prenent les uns pour les autres, & l'*angle* ſous lequel nous voyons la diſtance de deux aſtres, eſt la même choſe que l'arc qui les ſépare.

ANGLE *d'élongation*, eſt la différence vue de la terre entre la longitude d'une planete & celle du ſoleil.

ANGLE *horaire*, eſt un *angle* ſphérique formé au pole du monde, où l'arc de l'équateur, compris entre le méridien & le cercle horaire ou cercle de déclinaiſon qui paſſe par un aſtre; c'eſt la diſtance au méridien; elle marque l'heure qu'il eſt quand il s'agit du ſoleil; & c'eſt la meſure directe du temps vrai, ainſi, lorſque le ſoleil eſt à 15° du méridien, il eſt toujours une heure, ſi c'eſt à l'occident, ou 11^h du matin, ſi c'eſt à l'orient, dans le triangle *PZS*, *Fig.* 40, dans lequel *P* repréſente le pole, *Z* le zénith, & *S* le ſoleil ou un aſtre quelconque; l'*angle* au pole, ou l'*angle* horaire *P* ſert à trouver la diſtance au zénith *ZS*, & par conſéquent la hauteur de l'aſtre. *Voyez* ANGLE *horaire*, *dans la Dictionaire de Marine, où M. Blondeau explique la maniere de le calculer, par le moyen de la hauteur obſervée en mer.*

ANGLE *azimutal*. *Voyez* AZIMUT.

ANGLE *d'azimut* (*Aſtr.*), dans le calcul des éclipſes du ſoleil, eſt quelquefois l'*angle* formé au centre du ſoleil par le vertical & par la ligne qui joint les centres du ſoleil & de la lune; cet *angle* dépend en effet de la différence d'azimut entre les deux aſtres, & s'évanouit avec elle.

ANGLE *de commutation*; c'eſt la différence entre la longitude d'une planete vue du ſoleil, & la longitude de la terre vue du même point, l'une & l'autre comptées ſur l'écliptique, en partant de l'aſtre qui a le moins de mouvement pour aller à celui qui en a le plus. Copernic appeloit *commutation* ce qu'on appele aujourd'hui *parallaxe annuele* ou *parallaxe du grand orbe*, c'eſt-à-dire, la différence entre la longitude vue du ſoleil & la longitude vue de la terre, comptée dans l'écliptique.

ANGLE *de conjonction*, dans le calcul des éclipſes, eſt l'*angle* formé par le cercle de latitude & l'arc qui joint les centres du ſoleil & de la lune; cet *angle* dépend en effet de la diſtance à la conjonction, & il eſt nul dans la conjonction même, la ligne des centres coïncidant avec le cercle de latitude.

ANGLE *parallactique*, dans l'uſage de l'aſtronomie, ſe dit de l'*angle* formé par le vertical & par un cercle ou de déclinaiſon ou de latitude; ainſi, l'on en diſtingue de deux ſortes: l'*angle* parallactique du cercle de latitude ſert à trouver les parallaxes de longitude & de latitude, & par conſéquent à calculer les éclipſes; cette méthode eſt celle que j'ai adoptée de préférence, comme la plus exacte & la plus courte, & que j'ai expliquée fort au long dans le *X^e livre* de mon *Aſtronomie*.

ANGLE *de poſition*, dans l'Aſtronomie moderne, eſt l'*angle* formé au centre du ſoleil ou d'une étoile par le cercle de déclinaiſon & le cercle de latitude: cet *angle* dépend en effet de la poſition de l'aſtre, par raport aux poles de l'écliptique & de l'équateur. La maniere de le calculer pour le ſoleil, conſiſte à dire: le rayon eſt à la tangente de l'obliquité de l'écliptique 23° 28', comme le co-ſinus de la longitude du ſoleil eſt à la tangente de l'*angle* de poſition. Pour les étoiles, il faut dire: le co-ſinus de la latitude de l'étoile eſt au co-ſinus de l'aſcenſion droite, comme le ſinus de l'obliquité de l'écliptique eſt au ſinus de l'*angle* de poſition. J'ai donné, dans la *Connoiſſance des mouvemens céleſtes* pour 1766, une table générale de l'*angle* de poſition, & dans le *IVe livre* de mon *Aſtronomie*, une table particuliere pour 157 étoiles principales, avec le changement pour dix ans.

ANGLE *oriental*, en Aſtrologie, ſe dit de l'horoſcope.

ANGLE *d'occident*, eſt la ſeptieme maiſon.

ANGLES *du ciel* ou *maiſons angulaires*, en Aſtrologie, ſont les maiſons 1, 4, 7, 10.

ANGLE *au ſoleil*, ſe diſoit autrefois de l'anomalie vraie.

ANGLE *de la terre*, en Aſtrologie, eſt la quatrieme maiſon, dans le plus bas du ciel.

ANGLE *horaire*, dans la Gnomonique, ſe dit quelquefois de l'*angle* formé au centre du cadran par une ligne horaire avec la méridiene. (*M.* DE *LA* LANDE.)

ANGUINÉE, adj. f. *terme de Géométrie*; c'eſt le nom que M. Newton donne dans ſon énumération des lignes du troiſieme ordre, aux hyperboles de cet ordre, qui, ayant des points d'inflexion, coupent leur aſymptote, & s'étendent vers des côtés oppoſés. *Voyez* ASYMPTOTE, INFLEXION. Telle eſt la courbe *DHGAFIC*, *Fig.* 40, *Anal. n.°* 2, qui coupe ſon aſymptote *DAB* en *A*, & qui, ayant en *H* & en *I* des points d'inflexion, s'étend vers des côtés oppoſés, ſavoir, à la gauche de *AD* en en-haut, & à la droite de *AB* en en-bas.

Cette courbe s'appele *anguinée* du mot *anguis*, ſerpent, parce qu'elle paroît ſerpenter autour de ſon aſymptote. *Voyez* SERPENTEMENT.

ANGULAIRE, adj. m. (*Géom.*); ſe dit de tout ce qui a des angles, ou ce qui a raport aux angles. *Voyez* ANGLE.

La diſtance fait diſparoître les angles des polygones; l'œil apercevant le corps de l'objet, lorſqu'il n'apercevoit plus les inégalités que les angles

faiſoient ſur ſa ſurface, on croit que cette ſurface eſt unie, & le corps de l'objet paroît rond. *Voyez* VISION.

Mouvement angulaire. C'eſt le mouvement d'un corps qui décrit un angle, ou qui ſe meut circulairement autour d'un point. Ainſi, les planetes ont un *mouvement angulaire* autour du ſoleil. Le *mouvement angulaire* d'un corps eſt d'autant plus grand, que ce corps décrit, dans un temps donné, un plus grand angle. Deux points mobiles *A*, *F*, *Méch. Fig. 9*, dont l'un décrit l'arc *A B*, & l'autre l'arc *F G*, dans le même temps, ont le même *mouvement angulaire*, quoique le mouvement réel du point *A* ſoit beaucoup plus grand que le mouvement réel du point *F*; car l'eſpace *A B* eſt beaucoup plus grand que *F G*.

Le *mouvement angulaire* ſe dit auſſi d'une eſpece de mouvement compoſé d'un mouvement rectiligne, & d'un mouvement circulaire, *&c.*

Tel eſt le mouvement d'une roue de caroſſe, ou d'une autre voiture. *Voyez* ROUE D'ARISTOTE. (*O*).

ANNEAU *de Saturne*, (*Aſtron.*); c'eſt une bande circulaire large & mince, qui environe, à une certaine diſtance, le globe de ſaturne, & qui paroît être ſituée dans le plan de ſon équateur. Elle acompagne ſaturne dans ſa révolution, & reſte toujours parallele à elle-même. Ce cercle, vu obliquement, paroît ſous une forme ovale ou elliptique, *Fig. 160 d'Aſtron.*, & diſparoît totalement, quand il ne nous préſente que ſon épaiſſeur.

L'*anneau* de ſaturne eſt une des choſes les plus ſingulieres qu'on ait découvertes par le moyen des lunetes d'approche. Galilée écrivoit, en 1612, qu'il avoit vu ſaturne compoſé de trois parties, *ſaturnum triformem*; mais, comme cela paroiſſoit fort extraordinaire, & qu'il le vit enſuite d'une forme tout-à-fait ronde, il ne ſuivit point cette recherche. Gaſſendi, en 1643, diſoit que ſaturne lui paroiſſoit acompagné de deux globes de même blancheur que ſaturne lui-même; Hévélius, dans ſa *Sélénographie*, publiée en 1647, diſoit formélement qu'il ne comprenoit rien à ces deux bras de ſaturne. En 1656, dans ſa Diſſertation *de ſaturni facie*, il diſtinguoit ſix phaſes différentes de ſaturne; il l'appeloit *monoſphæricum*, *triſphæricum*, *ſphærico-cuſpidatum*, *ſphærico-anſatum*, *elliptico-anſatum diminutum*, *elliptico-anſatum plenum*. Mais la ſeconde & même la troiſieme phaſe étoient des illuſions optiques provenant du défaut de ſes lunetes. Perſone avant Huygens ne comprit & n'expliqua la cauſe de ces apparences de ſaturne. Les uns crurent que c'étoit la figure particuliere de la planete, vue plus ou moins obliquement; les autres deux grôs ſatellites (*Veidler hiſtoria Aſtronomiæ*, p. 500). Mais depuis l'explication de Huygens, dans ſon *Syſtema ſaturnium*, 1659, il n'y a plus eu aucun doute. L'*anneau* eſt concentrique à ſaturne, également éloigné de ſa ſurface dans tous ſes points; il eſt ſoutenu par la peſanteur naturele & ſimultanée de toutes ſes parties, tout ainſi qu'un pont, qui ſeroit aſſez vaſte pour environer toute la terre, ſe ſoutiendroit ſans piliers. La partie de l'*anneau* qui eſt la plus voiſine de ſaturne, eſt un peu plus lumineuſe que les parties éloignées. Domin. Caſſini obſerva que la largeur de l'*anneau* étoit diviſée, en deux parties égales, par un trait obſcur dont la courbure étoit la même que celle de l'*anneau*; mais Short, avec ſon grand téleſcope de douze pieds, m'aſſura, en 1763, qu'il y avoit diſtingué pluſieurs lignes noires concentriques à la circonférenee de l'*anneau*, & qui donnent lieu de croire qu'il y a comme pluſieurs couches ou pluſieurs *anneaux* placés dans un même plan; mais Hadley n'en voyoit qu'un avec ſon téleſcope de $5\frac{1}{2}$ pieds de foyer (*Phil. tranſ. n.° 378, abrégé VI*, 222). Les lignes noires, repreſentées dans la *Figure* 160, mais qui s'aperçoivent difficilement dans le ciel, diſtinguent les conches de l'*anneau*; elles ſe raprochent & ſe confondent vers le milieu, en C & en *E*, parce que l'*anneau* y eſt trop étroit, à raiſon de l'obliquité de l'œil. Il y a auſſi une bande obſcure que l'on voit ſur le diſque de ſaturne, qui paroît être l'ombre de l'*anneau*. On voit encore quelquefois le bord de l'ombre de ſaturne, projeté ſur la partie de l'*anneau* qui eſt au delà de ſaturne.

Le diametre de l'*anneau* eſt à celui du globe de ſaturne comme 7 eſt à 3 ſuivant les meſures de Pound; le vide *A F* qui eſt entre le globe & l'*anneau*, eſt à peu près égal à la largeur *A B* de l'*anneau*, ainſi la largeur de la couronne eſt un tiers du diametre de ſaturne. Le diametre de ſaturne dans ſes moyenes diſtances, étant de 9"; le diametre intérieur de l'*anneau* ſera de 15" & le diametre extérieur 21", le vide étant de 6", & la largeur de la couronne également de 6". À l'égard de la grandeur abſolue, le diametre de ſaturne étant de 28605 lieues, celui de l'*anneau* eſt de 66737 lieues. *Voyez* la table, à l'article *planete*, ainſi la largeur eſt de 9534 lieues.

L'*anneau* de ſaturne paroît être comme l'équateur de cette planete, incliné ſur ſon orbite de 30° & toujours parallele à lui-même pendant la révolution de ſaturne. Ce paralléliſme produit ſes diverſes apparences dans la durée d'une révolution, comme celui de l'axe de la terre prodnit la diverſité des ſaiſons. L'*anneau* diſparoît quelquefois, comme on l'a obſervé en 1655, 1671, 1714, 1760 & 1773, & comme on l'obſervera encore 1789, 1803, 1819, 1832, 1848, 1862, 1878 & 1891. Il y a trois cauſes qui peuvent occaſioner cette phaſe ronde.

Lorſque ſaturne eſt dans le 20.e degré de la vierge ou des poiſſons, le plan de ſon *anneau* qui eſt conſtament dirigé vers ces points de l'écliptique, (conſidérée dans la région des étoiles à une diſtance infinie), ſe trouve en même temps dirigé vers le ſoleil: il ne reçoit de lumiere que ſur ſon épaiſſeur, qui n'eſt pas aſſez conſidérable

pour être aperçue de ſi loin ; ſaturne alors paroît rond & ſans *anneau*. Huygens le vit ainſi en 1655 ; (*ſyſtema ſaturnium*). M. Maraldi obſerva ſur-tout avec grand ſoin cette phaſe ronde, depuis le 13 octobre 1714, juſqu'au 10 février 1715. (*Mém. Acad.* 1715, *pag.* 12 ; 1716, *pag.* 172.) Enfin, nous l'avons obſervé depuis le 5 octobre 1773, juſqu'au 11 janvier 1774, & depuis le 3 avril juſqu'au premier juillet : il ſuffit que le ſoleil ſoit élevé ſur le plan de l'*anneau* d'un angle de trois minutes, pour qu'il paroiſſe éclairé ; auſſi cet *anneau* ne diſparoît faute de lumiere que pendant trois ou quatre jours avant le paſſage de ſaturne par les nœuds de l'*anneau*. (*Mém.* 1774, *pag.* 91.)

Voici à peu près les temps où ſaturne ſe trouvant à 5ˢ 20° ou 11ˢ 20°, l'*anneau* doit être dirigé vers le ſoleil, ſuivant les calculs de M. Heinſius. Le 21 décembre 1671, 6 juin 1701, 31 janvier 1715, 20 novembre 1730, 15 juillet 1744, 5 mai 1760, 30 décembre 1773, 20 octobre 1789, 17 juin 1803, 6 avril 1819, &c. ; mais au lieu du 30 décembre 1773, j'ai trouvé par obſervation le 11 janvier 1774. *Voyez* les circonſtances des autres diſparitions juſqu'en 1891 dans l'ouvrage de M. du Séjour, intitulé : *eſſai ſur les phénomenes relatifs aux diſparitions périodiques de l'anneau de ſaturne*, 1776, in-8°, pag. 124 — 180.

Le lieu du nœud de l'*anneau* ſur l'orbite de ſaturne, étoit à 5ˢ 20° 30′ vers le milieu du dernier ſiecle, ſuivant Huygens, de même que le nœud des quatre premiers ſatellites de ſaturne. Par les obſervations de 1685, le nœud de l'anneau parut à 5ˢ 19° 55′, compté ſur l'orbite de ſaturne. M. Caſſini dans ſes élémens d'Aſtronomie, le place à 5ˢ 22° ; M. Maraldi à 5ˢ 19° 48′, par les obſervations de 1715 ; cette poſition fut obſervée & diſcutée avec le plus grand ſoin ; enfin, j'ai trouvé pour 1774, 5ˢ 20° 38′ ou 5ˢ 17° 5′ ſur l'écliptique, ce qui ne differe de M. Maraldi qu'à raiſon de la préceſſion des équinoxes en 59 ans. Ainſi, le nœud de l'*anneau* paroît être ſenſiblement immobile.

On auroit pu croire cependant que les attractions du ſoleil, de jupiter & des ſatellites de ſaturne ſur un équateur auſſi mince, devoient cauſer un déplacement pareil à celui que la terre éprouve & qui fait la préceſſion des équinoxes ; c'eſt ce qui me détermina en 1773 à rapeler l'attention des aſtronomes ſur ce phénomene par des avertiſſemens réitérés dans les papiers publics. Ces avis n'ont point été inutiles, ces obſervations furent faites en divers endroits, & elles réuſſirent très-bien. Je me tranſportai moi-même à Béziers au mois d'octobre 1773, pour obſerver ſous le plus beau ciel de la France, la premiere diſparition, & j'en ai rendu compte, ainſi que de toutes les autres obſervations qui nous ſont parvenues dans les *Mémoires de* 1774.

M. Meſſier a publié auſſi beaucoup d'obſervations dans les *Mémoires de Berlin* pour 1776.

L'*anneau* diſparoît lorſque ſon plan paſſe par notre œil, étant dirigé vers la terre ; nous ne voyons alors que ſon épaiſſeur, qui eſt trop petite pour qu'on puiſſe l'apercevoir.

Heinſius dans ſa diſſertation, publiée à Léipſick en 1745, croyoit qu'il falloit que la terre fût élevée au moins d'un demi-degré ſur le plan de l'*anneau*, pour qu'on pût l'apercevoir avec une bonne lunete de 15 pieds, ce qui faiſoit dans certains cas plus de huit jours avant ou après le paſſage ; mais par les obſervations de 1774, j'ai reconn que l'*anneau* ne diſparoît que le jour même ou la terre paſſe par le plan de l'*anneau*. (*Mém. de l'Ac.* 1774, *pag.* 91.) Le mouvement de la terre fait que ce paſſage eſt plus rapide que celui du ſoleil par le plan de l'*anneau*, & qu'il eſt plus aiſé d'obſervee la diſparition qui vient du paſſage de la terre, que celle qui vient du paſſage du ſoleil ; d'ailleurs on peut avoir pour celui de la terre deux phaſes correſpondantes qui rendent la détermination plus exacte ; voilà pourquoi j'expliqueral bientôt la maniere de trouver le nœud de l'*anneau* par les dernieres obſervations. M. du Séjour croit que l'*anneau* n'a diſparu que lorſque la terre avoit déja une petite dépreſſion d'une ou deux minutes (*p.* 369).

Il y a une troiſieme cauſe qui peut faire diſparoître pour nous l'*anneau* de ſaturne ; elle a lieu lorſque ſon plan paſſe entre nous & le ſoleil ; cae alors ſa ſurface éclairée n'eſt point tournée vers nous : tant que ſaturne eſt entre 11ˢ 20° & 5ˢ 20° de longitude, le ſoleil éclaire la ſurface méridionale de l'*anneau* ; ſi la terre eſt alors élevée ſue la ſurface ſeptentrionale, elle ne peut voir la lumiere de l'*anneau*, & ce ſera un des temps de la phaſe ronde ; ainſi, l'on peut voir diſparoître les anſes deux fois dans la même année, & les voir reparoître deux fois, comme on l'a véritablement obſervé. (*Mém. Acad.* 1716, 1774.)

Ces diſparitions étant bien obſervées, font connoître les poſitions du nœud de l'*anneau*. Soit *LMA*, *Planches d'Aſtronomie*, *Figure* 163, le globe de ſaturne, ſur lequel on imagine trois cercles pour repréſenter l'écliptique, l'orbite de ſaturne, & le cercle de l'*anneau*. La ligne *NM* repréſente l'orbite que le ſoleil paroît décrire en trente ans autour de ſaturne ; cet orbite eſt exactement dans le même plan, & décrite avec les mêmes viteſſes que l'orbite de ſaturne vue du ſoleil. Le cercle *ATOSL* repréſente la trace du plan de l'*anneau* ſur la ſurface de ſaturne ; enfin, le cercle *NOI* repréſente un plan qui paſſe par le centre de ſaturne, parallélement à l'écliptique ou au plan de l'orbite terreſtre : ce plan *NOI* prolongé dans l'immenſité de la ſphere céleſte, paſſe ſur les mêmes étoiles & marque dans le ciel la même trace & les mêmes points que le plan de l'orbe terreſtre également prolongé. L'arc *NOI* apartient donc à un plan que l'on conçoit parallele au plan de écliptique, faiſant en *N* un angle de 2° 30′ 20″ qui eſt l'inclinaiſon de l'orbite de Saturne, à 3ˢ 21° 31′ de longitude pour 1750. Suppoſons le nœud *S* de

l'*anneau* & de l'orbite de ſaturne, à 5ˢ 20° 8′ pour l'année 1744, avec Heinſius, & le nœud *N* de ſaturne à 3ˢ 21° 55′, la diſtance *SN* ſera de 58° 13′; l'on connoît l'angle *N* & l'angle *S*, inclinaiſon de l'*anneau* ſur l'orbite de ſaturne, que les obſervations donnent de 30°, on pourra réſoudre le triangle *NSO*. L'on trouvera *NO* = 54° 41′ 30″ ce qui, ajouté à la longitude du nœud *N*, donnera pour la longitude du nœud *O*, 5ˢ 17° 36′ 30″; c'eſt que MM. Maraldi & Heinſius appelent *la longitude de nœud de l'anneau ſur l'écliptique*. Mais quoique le cercle *NOI* repréſente l'écliptique, il ne faut pas imaginer que la terre ou le ſoleil décrive ce cercle réellement, c'eſt ſeulement un cercle parallele dont les poles étant prolongés dans l'immenſité de la ſphere étoilée, répondent aux mêmes points que les poles de l'écliptique, ou de l'orbite de la terre. Mais cela n'empêche pas que cette écliptique ne ſerve à calculer les obſervations. Par exemple, la terre étant ſuppoſée en *T*, avec one latitude *TE* vue de ſaturne, égale à celle de ſaturne vue de la terre, le point *E* étant éloigné de ſix ſignes de la longitude géocentrique de ſaturne réduite à l'écliptique, telle qu'on l'obſerve de la terre, l'arc *TE* & l'angle *TOE* nous feront trouver *OE*, & par conſéquent la longitude du nœud *O* ſur l'écliptique. Dans la diſparition de l'*anneau*, obſervée au mois d'octobre 1714, le lieu de ſaturne dans l'écliptique, oppoſé au point *E*, étoit de 5ˢ 19° 15′ vu de la terre, ſuivant M. Maraldi. La latitude ſeptentrionale *ET* de la terre, égale à celle de ſaturne, étoit 1° 51′; & l'angle *O* de 31° 20′, d'où l'on conclut le côté *EO* = 3° 3′ & la longitude du nœud *O* ſur l'écliptique 5ˢ 16° 12′; je l'ai trouvé en 1774 5ˢ 17° 5′. Ces déterminations donnent auſſi un moyen de trouver le nœud *S* de l'*anneau* ſur l'orbite de ſaturne; car dans le triangle *SON*, ſuppoſant l'angle *S* & l'angle *N* connus, de même que la diſtance *ON* du nœud *N* de l'orbite au nœud *O* de l'*anneau* ſur l'écliptique, on trouve *SN* qui, ajouté à la longitude du nœud *N* de l'orbite de ſaturne, donne celle du nœud *S* de l'*anneau* ſur l'orbite de ſaturne, que j'ai trouvé en 1774, 5ˢ 20° 38′. M. du Séjour dans un mémoire analytique lu à l'Académie en 1773 ſur cette matiere, faiſoit voir que dans un eſpace de 59 ans, il y avoit quatre diſparitions de l'*anneau*, deux conſécutives qui ſont doubles, mais dont il peut arriver qu'une ſoit inviſible, & les deux autres qui ſont ſimples, c'eſt-à-dire, où l'*anneau* ne diſparoît qu'une fois, mais il a beaucoup plus aprofondi cette matiere dans l'ouvrage que j'ai cité, & il fait voir (*p.* 186), que cette période ne fait pas une regle conſtante. En 1714 & en 1773, on a obſervé des phénomenes correſpondans & ſemblables, preſque dans les mêmes jours du mois. Le 13 octobre 1714 & le 5 octobre 1773, la terre approchant do plan de l'*anneau*, on ceſſa de le diſtinguer. Le 10 février 1715 & le 11 janvier 1774, le ſoleil ayant paſſé au nord de l'*anneau*, on recomença de le voir. Le 23 mars 1715 & le 3 avril 1774, la terre revenant vers le plan de l'*anneau*, il diſparut pour la ſeconde fois. Le 12 juillet 1715 & le premier juillet 1774, la terre dépaſſa de nouveau le plan de l'*anneau* & on le révit pour la ſeconde fois. (*Mém. Acad.* 1715, 1716, 1774.) En 1789, il y aura auſſi deux diſparitions & deux réapparitions, les 5 mai, 24 août, 16 octobre, & 30 janvier 1790, (*M. du Séjour*, *p.* 164); en 1832 & 1833, l'on obſervera preſque la même choſe (*pag.* 171).

Les différences des lunetes, & les inégalités de l'atmoſphere en divers climats, mettent quelques jours d'incertitude dans ces ſortes d'obſervations, mais avec les lunetes achromatiques, dont la plupart des aſtronomes ſe ſervent actuélement, & qui ſont à peu près égales, on a été d'acord à un ou deux jours près dans les obſervations de 1774; il n'y a que la diſparition du mois d'octobre 1773 ſur laquelle on a différé de quelques jours, parce que le temps étoit peu ſerein & ſaturne fort près de l'horizon. Dès le 5 octobre preſque tous les aſtronomes l'avoient perdu de vue, quoique ce ne dût être que le 9 ſuivant le calcul déduit des autres phaſes.

Dans la détermination du nœud de l'*anneau*, l'on ſuppoſe connue ſon inclinaiſon, parce qu'une petite incertitude ſur l'inclinaiſon n'empêcheroit pas qu'on ne déterminât fort bien le lieu du nœud. Paſſons actuélement à la recherche de cette inclinaiſon. Lorſque ſaturne eſt le plus éloigné du nœud de l'*anneau*, & que la terre eſt la plus élevée au deſſus du plan de l'*anneau*, il nous paroît ſous la forme d'une ellipſe, dont le petit axe eſt la moitié du grand, du moins en réduiſant les obſervations au centre du ſoleil; ainſi, en ſuppoſant l'*anneau* abſolument circulaire, il faut que ſon inclinaiſon ſoit de 30° ſur le plan de l'orbite de ſaturne, pour paroître ſous cette forme; par-là il eſt aiſé de calculer quelle doit être l'inclinaiſon de cet *anneau* ſur le plan de l'écliptique; car dans le triangle *NOS* on connoît l'angle *N*, la diſtance *NS* des nœuds, & l'angle *S* de 30°; on aura facilement l'angle *O* qui eſt de 31° 20′; mais nous n'obſervons jamais l'*anneau* d'une ſi grande ouverture, à cauſe de la latitude de ſaturne.

Il eſt aiſé de déduire de ces principes la figure de l'*anneau* pour un temps donné, car elle ne dépend que de l'élévation de la terre ſur le plan de cet *anneau*. Soit *B* le lieu de la terre oppoſé à la longitude géocentrique de ſaturne, *BF* la latitude de la terre vue de ſaturne, égale à la latitude de ſaturne vue de la terre, mais de dénomination contraire, *OF* la différence entre la longitude de la terre vue de ſaturne, & celle du nœud de l'*anneau* ſur l'écliptique; dans le triangle *FBO*, l'on cherchera *BO*, & l'angle *O*, la

ſomme ou la différence de *BOF* & de l'angle *SOF*, inclinaiſon de l'*anneau* ſur l'écliptique, 31° 20′, donnera l'angle *SOB* ou *GOB*; dans le triangle *BOG*, l'on connoît l'hypoténuſe *OB*, & l'angle *BOS*, l'on cherchera *BG* qui eſt la latitude de la terre, par raport à l'*anneau* vue de ſaturne, ou l'élévation de la terre au deſſus de l'*anneau*.

Par le moyen de l'élévation de notre œil ſur le plan de l'*anneau*, on trouve la figure de l'*anneau*, ou le raport des axes de ſon ellipſe apparente pour un temps quelconque; car le grand axe eſt toujours au petit, comme le rayon eſt au ſinus de l'élévation ou de l'obliquité de l'œil.

L'élévation du ſoleil au deſſus du plan de l'*anneau* eſt plus aiſée à calculer. Suppoſons le ſoleil en *C* ſur l'orbite qu'il paroît decrire autour de ſaturne, l'arc *CD* perpendiculaire ſur l'*anneau* *LSA*, *CD* eſt la latitude du ſoleil, par raport à l'*anneau* qui ſe trouve par le ſimple triangle *CSD* dans lequel on connoît la diſtance héliocentrique *CS* de ſaturne au nœud *S* de l'*anneau*, meſurée ſur l'orbite de ſaturne *MCSN*, & l'angle *S* 30°, cet arc *CD* eſt l'inclinaiſon du rayon ſolaire ſur le plan de l'*anneau*, ou l'élévation du ſoleil, par raport à ce plan. De là on pouroit conclure les temps où l'angle de cette inclinaiſon eſt aſſez petit, pour que le ſoleil ne puiſſe plus éclairer ſenſiblement une des ſurfaces de l'*anneau*, & nous le rendre viſible. On peut auſſi par les mêmes principes réduire les obſervations qu'on en fait ſur la terre à celles qui auroient lieu pour un obſervateur ſitué dans le ſoleil.

J'ai dit que l'*anneau* eſt comme un plan ou un corps très mince; en effet, dès qu'il eſt dirigé vers nous & que ſon plan paſſe par notre œil, nous ne diſtinguons rien; nous le perdons de vue, parce qu'il n'a pour lors que ſon épaiſſeur qui ſe préſente à nous, & elle eſt trop petite pour etre diſtinguée; il eſt vrai qu'alors on voit l'ombre de l'*anneau* ſur le diſque de ſaturne, parce que le ſoleil l'éclaire obliquement & qu'il y a par conſequent une ombre plus large que celle de l'épaiſſeur de l'*anneau*. Quand l'*anneau* eſt dirigé vers le ſoleil & que ſon épaiſſeur ſeule eſt éclairée, il diſparoît également; ce qui prouve que cette épaiſſeur eſt fort petite, c'eſt-à-dire, inſenſible pour nous; car elle pouroit être encore aſſez grande, ſans que nous puſſions la diſtinguer, le diametre reel de l'*anneau* étant de 66737 lieues, & un quart de ſeconde étant inſenſible ſur une planere auſſi peu éclairée.

L'*anneau* eſt ſi mince que les anſes diſparoiſſent, le jour même que la terre eſt dans le plan de l'*anneau*, & reparoiſſent dès que la terre a dépaſſé le plan. M. Maraldi s'en étoit aſſuré en 1715; & j'ai trouvé le même réſultat par la diſparition du 3 avril 1774 & la réapparition du premier juillet. En effet, le 3 avril la latitude géocentrique de ſaturne, ou celle de la terre *ET*, étoit de 2° 27′ 5″; ſi l'on diviſe la tangente de cet arc par celle de l'inclinaiſon de l'*anneau* ſur l'écliptique, ou de l'angle *EOT* 31° 20′, l'on a le ſinus de la diſtance *EO* de la terre au nœud, ſur l'écliptique, = 4° 1′ 20″; & cette diſtance retranchée du lieu de la terre ou de ſaturne, en *E*, 11ˢ 21° 7′ 38″ donne le lieu du nœud *O* ſur l'écliptique 11ˢ 17° 6′ 18″.

Dans la réapparition du premier juillet, la latitude 2° 12′ 23″ donne pour la diſtance au nœud 3° 37′ 16″ & comme la longitude de ſaturne étoit 11ˢ 20° 41′ 41″ le lieu du nœud ſe trouve 11ˢ 17° 4′ 25″. La différence 1′ 53″ entre ces deux réſultats ne dépend que de quelques heures de différence dans les obſervations; ainſi, il eſt évident que c'eſt le jour même du paſſage de la terre dans le plan de l'*anneau* que nous le voyons diſparoître ou reparoître. Le ſegment *AB*, *Fig.* 160, de 88° 50′, qui eſt entierement illuminé, & dont la corde entiere a 29″ 4, paroît 12 heures après le paſſage de la terre dans le plan de l'*anneau* comme ſi il avoit 36 lieues; ainſi l'épaiſſeur de l'*anneau* peut n'être que de cette quantité, ou ſeulement de 18 lieues ſi l'on voit les anſes détachées douze heures avant que nous ſoyons dans le plan de l'*anneau*. (*Mém.* 1774, *pag.* 93.)

L'*anneau* de ſaturne paroît n'être pas exactement plan, car Maraldi obſerva qu'une des anſes diſparoiſſoit avant l'autre, & Heintius aſſure que le 29 novembre 1743, l'anſe orientale étoit plus courte que l'autre; ce qui ſemble annoncer qu'il y a un peu de courbure dans l'*anneau*.

Le 9 octobre 1714, les anſes étoient de moitié plus courtes qu'à l'ordinaire, (*Mém.* 1715, *p.* 12.); la partie orientale paroiſſoit plus large que l'occidentale. Le 12 octobre ſaturne parut avec une ſeule anſe du côté de l'occident, cela pouroit donner lieu de croire que depuis le 9 juſqu'au 12, la rotation de ſaturne avoit pu faire paſſer de l'orient à l'occident cette partie de l'*anneau* qui étoit la plus viſible, la moins inclinée ou la moins approchante de notre rayon viſuel.

Le 6 octobre 1773, on ne voyoit à Cadis que l'anſe occidentale. Le 11 janvier 1774, M. Meſſier voyoit les anſes détachées, & l'anſe orientale plus longue. Le premier juillet, il remarqua ſur l'*anneau* qui étoit encore extrêmement mince, des points lumineux plus gros que le filet de lumiere qui formoit les anſes. Ces obſervations faites ſur des objets imperceptibles, ne ſont ni faciles à faire, ni d'une certitude abſolument ſatisfaiſante; mais elles indiquent cependant qu'il y a un peu de courbure dans le plan de l'*anneau*; car s'il étoit dans un ſeul plan, ſes parties droites & gauche diſparoîtroient en même temps, & le ſegment extérieur qui eſt d'une lumiere pleine ne diſparoîtroit pas le premier, comme cela arive quelquefois.

On trouve des conjectures & des réflexions ingénieuſes ſur la cauſe & la formation de l'*anneau* de ſaturne, dans Maupertuis; *Diſcours ſur les fi-*

gures des aſtres, Imprimé en 1732, & en 1742.

Anneau *ſolaire* ou *horaire*, eſt une eſpece de petit cadran portatif, qui conſiſte en un *anneau* ou cercle de cuivre d'environ deux pouces de diametre, & d'un tiers de pouce de largeur.

Dans un endroit du contour de l'*anneau*, il y a un trou par lequel on fait paſſer un rayon du ſoleil, qui fait une petite marque lumineuſe à la circonférence concave du demi-cercle oppoſé; & le point ſur lequel tombe cette petite marque, donne l'heure du jour que l'on cherche.

Mais un inſtrument ainſi diſpoſé n'eſt bon que dans le temps des équinoxes; pour qu'il puiſſe ſervir tout le long de l'année, il faut que le trou puiſſe changer de place, & que les ſignes du zôdiaque ou les jours du mois ſoient marqués ſur la convexité de l'*anneau*; au moyen de quoi le cadran peut donner l'heure pour tel jour de l'année qu'on veut.

Pour s'en ſervir, il ne faut que mettre le trou ſur le jour du mois ou ſur le degré du zôdiaque que le ſoleil occupe ce jour-là, enſuite ſuſpendre la cadran à l'ordinaire vis-à-vis du ſoleil; le rayon qui paſſera par le trou, marquera l'heure ſur le point oppoſé où il tombera.

Anneau *aſtronomique* ou *univerſel*, eſt un inſtrument compoſé de deux ou trois cercles, qui ſert à trouver l'heure du jour en quelque endroit que ce ſoit de la terre, au lieu que l'*anneau* ſolaire dont nous venons de parler eſt borné à une certaine latitude. L'*anneau* aſtronomique eſt repréſenté dans les *Planches d'Aſtronomie*, *Fig.* 248, dans ſa conſtruction la plus ſimple. C'eſt une eſpece de cadran équinoxial portatif, & qui s'oriente à peu près de la façon que nous l'expliquerons en indiquant la conſtruction du cadran équinoxial. *Voyez* Cadran.

L'*anneau* aſtronomique eſt une imitation des armilles d'Ératoſthene, qui étoient à Alexandrie 250 ans avant J. C, & les armilles portatives ont été employées très-anciénement. Gemma-Friſon, dans ſon uſage de l'*anneau* aſtronomique, imprimé en 1544, dit que ce n'eſt pas du tout ſon invention, mais qu'il en a rendu l'uſage plus étendu.

On fait des *anneaux* aſtronomiques depuis deux pouces de diametre juſqu'à ſix: il conſiſte en deux *anneaux* ou cercles minces, qui ſont larges & épais à proportion de la grandeur de l'inſtrument. Le cercle extérieur *A* repréſente le méridien du lieu où l'on eſt; il contient deux diviſions de 90d chacune, diamétralement oppoſées, & qui ſervent, l'une pour l'hémiſphere boréal, l'autre pour l'hémiſphere auſtral. L'*anneau* intérieur repréſente l'équateur, & tourne exactement en dedans du premier par le moyen de deux pivots qui ſont en *E* & en *F* dans chaque cercle. Au dedans des deux cercles eſt une petite regle *A P*, ou lame mince, qui tourne auſſi ſur deux pivots avec un curſeur marqué *C*, qui peut gliſſer le long du milieu de la regle. Dans ce curſeur eſt un petit trou pour laiſſer paſſer les rayons du ſoleil.

On regarde l'axe de la regle *A P* comme l'axe du monde, & ſes extrémités comme les deux poles. On y marque d'un côté les ſignes du zôdiaque, de l'autre les jours du mois: ſur le méridien eſt une piece de ſuſpenſion qui peut gliſſer ſur la circonférence, & à laquelle on atache un petit pendant *G*, qui porte une boucle *H* pour tenir l'inſtrument ſuſpendu.

Uſage de cet inſtrument. Mettez le milieu du pendant, au degré de latitude ou de hauteur du pole du lieu où vous êtes, ſur la circonférence *A M P*, par exemple, à 48d 50′ pour Paris; mettez le trou du curſeur au degré du ſigne, ou au jour du mois ſur la regle *D D*; ouvrez enſuite l'inſtrument, de ſorte que les deux *anneaux* faſſent un angle droit entr'eux, & ſuſpendez-le par la boucle *H*, de maniere que l'axe de la regle qui repréſente celui de l'inſtrument puiſſe être parallele à l'axe du monde; enſuite tournez le côté plat de la regle vers le ſoleil, juſqu'à ce que le rayon qui paſſera par le petit trou tombe exactement ſur la ligne circulaire qui eſt tracée au milieu de la circonférence concave *D B* de l'*anneau* intérieur: le rayon ſolaire marquera l'heure qu'il eſt ſur cette circonférence concave. En effet on éloigne l'alidade de l'équateur, par exemple, de 23° ½ ſi c'eſt au ſolſtice, dans cet état le ſoleil paſſant par l'alidade raſera l'équateur dès que cet équateur eſt bien placé, puiſqu'on a fait d'avance l'angle égal à celui du rayon ſolaire ſur le plan de l'équateur, & qu'une ligne détermine un plan quand l'inclinaiſon de ce plan eſt donnée.

Pour diviſer la regle *D D* ſuivant les ſignes ou les jours, on met dans le milieu *N* les équinoxes 21 de mars & 21 de ſeptembre, & ſur un rayon *F N* on forme des angles égaux aux déclinaiſons du ſoleil, au commencement de chaque ſigne, ou au commencement de chaque mois, enſorte que les portions de la regle, à partir du milieu, ſuivent le progrès des tangentes des déclinaiſons du ſoleil.

Il faut remarquer que l'heure de 12 ou de midi n'eſt point donnée par le cadran, par la raiſon que le cercle extérieur étant dans le plan du méridien, il empêche les rayons du ſoleil de tomber ſur le cercle intérieur. D'ailleurs le ſoleil changeant peu de hauteur aux environs du midi, la ſituation de l'*anneau* eſt mal déterminée. L'*anneau*, tel que nous venons de le décrire, ne donnera point non plus l'heure quand le ſoleil ſera dans l'équateur, parce qu'alors ſes rayons ſeront paralleles au plan du cercle intérieur; mais on y remédie par une autre conſtruction.

En effet, il y a encore une eſpece d'*anneau aſtronomique*, auquel on ajoute un cercle horaire tournant autour des poles *A P*, & portant une alidade: ainſi, au lieu de deux cercles, il en a trois; mais il faut que l'inſtrument ſoit plus grand, celui ci marque lorſque le ſoleil eſt dans l'équateur, & il eſt beaucoup plus juſte. On ne ſe ſert plus guere de ces inſtrumens, l'uſage des montres

ayant

ayant rendu inutiles tous ces cadrans qui ne donnent pas l'heure avec une certaine juſteſſe, mais l'*anneau aſtronomique* eſt excellent pour porter dans les campagnes où l'on n'a point de méridiens & de cadrans ſolaires.

On fait des *anneaux aſtronomiques* de ſix pouces qui coûtent cent écus, *Voy. Fig.* 249, où l'on diſtingue facilement toutes les minutes d'heures; la hauteur du pole de deux en deux minutes, & les minutes de la declinaiſon du ſoleil par le moyen d'un vernier qui occupe 60° ſur le cercle horaire.

L'équateur y eſt maintenu perpendiculairement au méridien par une rainure dans laquelle entre une pointe fixée dans le cercle horaire qui tourne autour des poles.

La piece de ſuſpenſion eſt formée comme la lampe de Cardan, ainſi que l'inſtrument preue ſon à-plomb dans tous les ſens, & on l'arrête avec une vis ſur la hauteur du pole du lieu où l'on obſerve.

L'alidade, qui ſe meut ſur le plan du cercle horaire, a un verre objectif au lieu d'un trou de pinnule & l'image du ſoleil qui ſe peint ſur la pinnule, oppoſée, ſert à prendre des hauteurs correſpondantes, qu'on peut avoir facilement à 2″ près, comme l'a éprouvé M. le cardinal de Lynes.

Dans les *anneaux* où il y a un cercle horaire portant l'alidade des déclinaiſons, le rayon ſolaire ne peut enfiler l'alidade que quand le cercle horaire eſt dirigé à la diſtance actuele du ſoleil au méridien; ainſi, il y a deux tâtonemens à faire pour avoir le rayon ſolaire dans l'alidade.

On le ſentira mieux dans le cas le plus ſimple qui eſt celui de l'équinoxe; je ſuppoſe que le ſoleil eſt dans l'équateur, & que je veux diriger vers le ſoleil l'alidade qui tourne dans le plan de l'équateur de l'*anneau*, il ne ſuffira pas de tourner ce plan vers le ſoleil, il faudra encore tourner l'alidade à la hauteur du ſoleil, ou à la diſtance du méridien.

Anneau aſtronomique en terme de marine, eſt un inſtrument fort ſimple dont on ſe ſert en mer pour prendre ſimplement la hauteur du ſoleil: c'eſt un cercle de métal où il y a un trou éloigné de 45 degrés de la ſuſpenſion, & à la partie oppoſée du cercle, des diviſions qui marquent les hauteurs du ſoleil de degré en degré, lorſque le rayon ſolaire paſſant par le petit trou tombe ſur les diviſions oppoſées. (*D. L.*)

ANNEAU (*Meſure de bois*); c'eſt un cercle de fer qui a ſix pieds & demi de circonférence, que l'on nomme auſſi *moule*, & dont le patron prototype eſt à l'hôtel-de-ville. C'eſt ſur ce patron que tous ceux dont on ſe ſert ſont étalonés & marqués aux armes de la ville. Trois moules ou *anneaux* remplis, plus douze bûches, doivent faire la charg d'une charete. Le tout fait ordinairement depuis cinquante-deux juſqu'à ſoixante-deux bûches, qui ſont nommées par cette raiſon *bois de compte*. Toutes les bûches qui ſont au deſſous de dix-ſept à dix-huit pouces de groſſeur, doivent être rejetées du moule & renvoyées au bois de corde: mais il y a encore tant d'inégalité entre les plus groſſes, que ſouvent ce nombre ne ſe trouve pas complet. Il y en a quelquefois de ſi groſſes, ſur-tout dans le bois qui vient de Montargis, que ces quarante-ſept ou quarante-huit bûches rempliſſent les trois *anneaux*, & font la voie. *Voyez* VOIE.

Le bois qui vient par la riviere d'Andelle, & qui en porte le nom, n'ayant que deux pieds & demi de longueur, quand il s'en rencontre d'aſſez grôs pour être de moule ou de compte, on en donne quatre *anneaux* & ſeize bûches pour la voie.

ANNÉE, ſ. f. (*Aſtron.*); eſt le temps que le ſoleil emploie à faire le tour du zôdiaque pour ramener les ſaiſons: ſa véritable durée eſt de 365 jours, 5 heures, 48 minutes, 48 ſecondes; mais le nom d'*année* a été donné à toutes ſortes de périodes, ſervant à meſurer le temps, *année* ſolaire, *année* lunaire, *année* de ſaturne, de jupiter, &c. *Voyez* RÉVOLUTION & PÉRIODE.

Il paroît que les jours furent d'abord la ſeule maniere de compter; du moins on explique d'une maniere ſatisfaiſante les 450 mille *années* dont ſe vantoient les Babyloniens ſuivant Cicéron & Diodore; cela s'acorde avec les *années* dont parloit Caliſthenes ſuivant Simplicius. *Voyez M. Bailly, hiſt. de l'Aſtron. p.* 373.

Le mois lunaire étant très-remarquable pour tous les ieux, fut la premiere période ou la premiere *année* chez preſque tous les peuples du monde. *Voyez Diodore, l.* 1, *p.* 30, *édition* 1745; *Varron, ſuivant Lactance, inſt. l.* 2, *c.* 13; *Pline, l. vij, ch.* 49; *Plutarque dans la vie de Numa, p.* 72, *édit.* 1624; *Eudoxe ſuivant Platon dans ſon Timée, p.* 31 *de l'édition de* 1603; *Stobée Eclogæ phyſ. p.*21, *édit. de* 1609; *Geminus, p.* 34, *édition du P. Petau*, 1630; *Suidas au mot* Ἥλιος *tom. II, p.* 54, *édition de Cambridge*, 1605.

Dans la ſuite, on vit qu'il y avoit douze mois lunaires ou douze changemens des phaſes de la lune d'un hiver à l'autre, & on forma l'*année* lunaire. Ces variétés du cours de la lune étant plus fréquentes & par conſéquent mieux connues aux hommes que celles de toutes les autres planetes, les Romains réglerent leurs *années* par la lune juſqu'au temps de Jules Céſar. *Voy.* CALENDRIER, LUNA.

Les Juifs avoient auſſi leur mois lunaire. Quelques rabbins diſent que le mois lunaire ne commençoit pas au premier moment où la lune paroiſſoit, mais qu'il y avoit une loi qui obligeoit la premiere perſone qui la verroit paroître d'en aller avertir le ſanhédrin: ſur quoi le préſident du ſanhédrin prononçoit ſolemnélement que le mois étoit commencé, & on en donnoit avis au peuple par des feux qu'on alumoit au haut des montagnes; les Arabes ne comptent encore leur *année* que quand ils ont vu paroître la lune.

On diſtingua auſſi les temps par ſaiſons, & voilà pourquoi l'on trouve des *années* de trois mois, de quatre mois, de ſix mois; *Diodore*, *ibid. Pline*, *ibid. Cenſorinus*, *ch.* 19; *S. Auguſtin*, *de civitate Dei*, *l.* 12, *c.* 10: mais il réfute ceux qui prétendent que la diviſion de quatre mois étoit ſur-tout naturele en Égypte, où l'inondation faiſoit abandoner les terres pendant quatre mois, où il y avoit qoatre mois de fécondation & quatre mois ſans culture: Le P. Kircher prétend même qo'outre l'*année* ſolaire quelques provinces d'Égypte avoient des *années* lunaires: & que dans les *années* les plus reculées, quelques-uns des peuples de ces provinces prenoient une ſeule révolution de la lune pour une *année*; que d'autres trouvant cet intervalle trop court, faiſoient l'*année* de deux mois, d'autres de trois, *Œdip. Ægypt. tom. II*, *p.* 252.

Un auteur de ces derniers temps aſſure que Varron a attribué à toutes les nations ce que nous venons d'attribuer aux Égyptiens, & il ajoute que Lactance le releve à ce ſujet.

Nous ne ſavons pas ſur quels endroits de Varron & de Lactance cet auteur le fonde; tout ce que nous pouvons aſſurer, c'eſt que Lactance, *divin. inſtit. lib. II*, *cap. xiij* en parlant de l'opinion de Varron ſuppoſe qu'il parle ſeulement des Égyptiens.

Au reſte Saint Auguſtin, *de civit. Dei*, *lib. XV*, *cap. xiv*, fait voir que les *années* des patriarches raportées dans l'Écriture, ſont les mêmes que les nôtres; & qu'il n'eſt pas vrai, comme beaucoup de gens ſe le ſont imaginés, que dix de ces *années* n'en valoient qo'une d'à-préſent.

Les habitans de l'Île de Taïti, découverte depuis quelques *années*, comptent par lunes de 29 jours, & 13 lunes font une *année*; ils déſignent chaque mois par un nom propre, & les 13 mois par un nom collectif, mais dont ils ne ſe ſervent qo'en parlans des myſteres de leur religion. Le jour eſt diviſé en 12 parties, dont ſix pour la nuit, ce qui eſt une ſuite naturele des 12 lunes qui ſe srouvent dans une *année* ſolaire; cependant ils comptent par 10 dans l'uſage de la numération ordinaire. *Hydrographie de la mer du ſud*, *par M. de Freville*, 1774, *tom.* 1, *pag.* 455.

Indépendament de la variété des ſaiſons qui ſuivoient la période du ſoleil, les penples Paſteurs virent bientôt que les étoiles ſe levoient & ſe couchoient deux heures plutôt à chaque mois, & qo'an boot d'enviton 12 mois, elles paroiſſoient & diſparoiſſoient à la même heure; ils comprirent alors que le ſoleil tournoit en douze lunes ou en douze mois, & parcouroit tout le ciel. Alors on examina les étoiles, dont il s'approchoit ſucceſſivement; l'on en forma douze grandes diviſions, qui formerent les douze ſignes du zôdiaque. Cette invention parut une découverte admirable, & on la chanta avec enthouſiaſme. On en fit les douze travaux du dieu Hercule, les voyages de Bacchus, tels qu'ils ſont dans le poëme des Dyoniſiaques, de Nonnus, & une quantité d'autres fâbles, ainſi qoe l'a fait voir M. Dupuis, profeſſeur de rhétorique en l'Univerſité de Paris, dans le Journal des Savans de 1779, & dans un mémoire qui fait partie du quatrieme volume de mon *Aſtronomie*. Chaque ſigne ſe partageoit en trois parties, qu'on appeloit Decans, parce qo'elles contenoient environ dix jours; les dix doigts de la main déterminerent de toute ancienneté la diviſion par dix, & voilà peut-être pourquoi l'on fit d'abord les *années* de 360 jours.

Il eſt conſtant, par le témoignage des anciens, qoe les *années* comptées en Égypte, depuis l'origine de la monarchie, n'étoient pas de 12 mois; mais qoe l'*année* fut augmentée par pluſieors rois. *Voyez Diodore de Sic. liv.* 1, *pag.* 22, *édit. Hanov.* 1604; *Pline*, *l.* 7, *c.* 48; *Plut. in Numa*. *Cenſorinus*, *corrigé par Saumaiſe*; *in Solin. S. Auguſt. de civ. Dei*, *l.* 12, *c.* 15, & *l.* 15, *c.* 12; *Riccioli chron. ref. p.* 31.

Il y a des auteurs qui penſent que du temps de Moyſe l'*année* n'avoit encore qoe 360 jours; ils ſe fondent ſur le calcul que donne la Geneſe de la durée du déluge, où il paroît que l'*année* dont l'hiſtorien fait uſage, eſt de douze mois, chacon de 30 joors; il ne dit rien qui puiſſe faire ſuppoſer qu'on connût alors la néceſſité d'ajouter qoelques jours aux 360 que donnent douze mois de 30 jours chacun pour égaler la durée de l'*année* civile à la révolution du ſoleil. En effet, dit M. Goguet, on voit, *Gen. ch.* 7, *v.* 11 & 24, & *ch.* 8, *v.* 3 & 4, *ſelon l'hébreu*, qoe le déluge commença le 17e jour du ſecond mois, l'an 600 de Noé; que les eaux s'accrurent & ſe ſoutinrent enſuite au même degré d'élévation pendant 150 jours conſécotifs, juſqu'au dix-ſeptieme du ſeptieme mois. Ainſi les cinq mois de l'*année* valoient 550 jours: ces mois étoient donc de 30 jours chacun, & l'*année* entiere de 360 jours.

On ajoute à cela le témoignage des auteurs, qui diſent que la plûpart des nations de l'antiquité, même les plus éclairées, n'ont connu pendant bien des ſiecles d'autre *année* que celle de 360 jours. *Voyez* la diſſert. de M. Allin, inſérée dans la théorie de la terre de Wiſthon, *l.* 2, *p.* 144, *édit. de Londres*, 1737.

On croit ſur-tout que l'*année* de Égyptiens étoit autrefois de 360 jours: on peut voir à ce ſujet *Plutarque de Iſide*, *Diodore de Sicile*, *Scaliger*, *Kircher*, *Golius ſur Alfragan*, *M. Goguet*, *origine des loix*, *des arts & des ſciences*, *tom.* 1, *p.* 220, 230, *t.* 2, *p.* 254, *in*-4°.

L'enceinte de Babylone avoit 360 ſtades; elle avoit été bâtie en un an, un ſtade chaque jour. Les prêtres aſtronomes de Memphis étoient au nombre de 360, & chacun obſervoit un jour de l'*année*: enfin, la diviſion du cercle en 360°, en fournit une indication bien ancienne: mais ne pourroit-on pas dire que les 360 jours formoient douze mois, & que les cinq derniers jours additionels ou épagomenes, étant hors de rang, on

Digitized by Google

n'en tenoit pas compte dans certaines circonſtances, quoiqu'on les connût très-bien. Ne voit-on pas que même du temps de Ptolomée, cent ans après l'ere vulgaire, on comptoit tous les mois de 30 jours, quoique l'*année* en eût 365 ? J'ai peine à concevoir qu'on ait été long-temps à ſe tromper de cinq jours ſur la durée de l'*année*, auſſi-tôt qu'on eut obſervé les levers héliaques des différentes étoiles, du moins les Égyptiens faiſoient monter juſqu'à une antiquité fabuleuſe l'origine de l'*année* de 365 jours; c'étoit mercure qui avoit joué aux dés avec la lune; *Plutarque*, *t.* 2, *p.* 355, *édition de Paris*, 1624; *Diodore*, *l.* 1, *p.* 17, *édition de* 1745.

Le Syncelle (*p.* 123, *édit. de Paris*, 1612), dit qu'un roi d'Égypte, nommé Aſeth, avoit réglé l'*année* égyptiene à 365 jours, & qu'avant lui elle n'avoit eu que 360 jours; mais on ne peut ſavoir en quel temps vivoit Aſeth.

Newton, dans ſa chronologie, prétend que l'*année* de 365 jours fut établie en Égypte ſous le regne d'Amenophis, 884 ans avant la naiſſance de J. C., 72 ans après la mort de Séſoſtris; que c'étoit en mémoire de cet établiſſement que l'on avoit placé dans le *Memnonium* un cercle d'or de 365 coudées de tour, dont chacune répondoit à un jour de l'*année*, & pour tous les jours étoient marqués les levers des étoiles, ſuivant Diodore, de Sicile, *l.* 1, *p.* 30.

Mais Freret, qui a ſi bien réfuté le ſyſtême chronologique de Newton, ſoutient que Oſimandés ou Oſimandias, roi de Thebes, dont le tombeau étoit environé par le cercle dont il s'agit, étoit plus ancien que Séſoſtris. (*Défenſe de la chronologie*, *pag.* 387.) Il fait Seſoſtris contemporain de Moyſe 1550 ans avant J. C. (*ib. p.* 247.)

M. Gognet (*t.* 2, *p.* 255), eſtime qu'Oſimandès vivoit vers le temps de la guerre de Troye, 1284 ans avant J. C. Il y a donc apparence qu'à cette époque on avoit déja fait l'*année* de 365 jours; mais on fut enſuite bien long-temps avant de penſer à y ajouter un quart de jour, & avant de reconoître l'erreur de ſix heures: c'eſt ce que je vais diſcuter en faiſant voir que pluſieurs auteurs ſe ſont trompés ſur l'époque de cette découverte.

Le Syncelle nous dit que l'ancienne chronique égyptiene comptoit 36525 ans depuis le regne du ſoleil juſqu'à celui d'Alexandre. Les Égyptiens attribuoient à mercure 36525 traités, & il eſt sûr qu'ils attachoient quelques ſignifications cachées à ce nombre. (*Freret*, *p.* 230.) M. Dupuis penſe que cela ſignifioit 365 & un quart, exprimés en décimales, & cela ſuppoſeroit la connoiſſance du quart de jour; mais on ne peut pas ſavoir à quelle époque remontoit la fable des 36525 ans. Le Syncelle dit que ce nombre marquoit les *années* de la révolution des étoiles par raport aux équinoxes; mais, comme cet auteur étoit fort ignorant en Aſtronomie, il n'eſt par étonant qu'il ſe ſoit trompé ſur cet article; quoi qu'il en ſoit, ce nombre myſtérieux ne prouve pas qu'on connût le quart de jour, ou le cycle canieulaire, ſeulement 600 ans avant J. C.

Le cycle canieulaire de 1460 ans, ou la période Sothiaque, qui ramenoit les levers d'étoiles aux mêmes ſaiſons de l'*année*, indique bien la connoiſſance du quart de jour; mais ce cycle ne me paroît pas avoir été connu dans la haute antiquité.

M. de la Nauze, qui a donné une hiſtoire du calendrier égyptien dans les mémoires de l'Académie royale des inſcriptions & belles-lettres (*tom. xiv*, *pag.* 334), fixe cette découverte à l'*année* 1322, qui eſt celle où le lever de Sirius concouroit avec le premier jour du mois thot, & qui fut la premiere *année* du cycle caniculaire ou de la période Sothiaque, dont les *années* ſont employées par Cenſorinus; mais il a déja été réfuté par M. Dupuis, de l'Académie des inſcriptions, dans le tome xxix de la même Académie.

M. Freret (*défenſe de la chronologie*, *p.* 400), eſt du même avis que M. de la Nauze. Il va même plus loin; & trouvant des indices du cycle précédent qui avoit dû commencer 2782 ans avant J. C., il penſe que le cycle qui avoit commencé l'an 1322 n'étoit pas le plus ancien, ni celui au commencement duquel on avoit établi l'uſage de l'*année* vague de 365 jours. Mais de ce que Manéthon, Cenſorinus, Clément d'Alexandrie ſe ſervent de ce cycle, il ne s'enſuit pas qu'on le connût déja 1322 ans avant J. C.; & quant aux inductions que M. Freret tire des livres de Moyſe elles prouveroient tout au plus que l'uſage de l'*année* de 365 jours avoit lieu au temps de Moyſe, né ſelon lui l'an 1589. Les Juifs avoient une *année* civile ancienne, qui commençoit en automne comme celle des Égyptiens, & une *année* religieuſe depuis l'exode; celle-ci commençoit à la nouvele lune, qui précédoit l'équinoxe du printemps. Mais les équinoxes, les ſolſtices, le lever de ſirius, étoient des choſes aſſez faciles à obſerver pour qu'on en ait fait des époques. Cela ne prouve pas qu'on connût déja la durée de l'*année* à quelques heures près, & qu'on connût la différence de l'*année* vague de 365 jours & de l'*année* ſydérale de 365 jours & un quart.

L'*année* vague étoit l'*année* religieuſe qui ſervoit à régler les fêtes & les ſacrifices. L'*année* civile régloit la culture des terres & le paiement des impôts. (*Vettius valens Anthol. liv.* 1.) Le commencement en étoit marqué par le lever héliaque de ſothis ou ſirius. (*Porphirius de antro nympharum*, *Bainbrigius de anno caniculari*, *ch.* 4, *pag.* 26, *M. Freret*, *pag.* 393.) Mais on ignore à quelle époque la différence de ces deux *années* a été connue. Les auteurs, d'après leſquels on fait remonter auſſi haut la découverte du cycle caniculaire, ſont des auteurs de deux ou trois cents ans avant Jéſus-Chriſt, qui s'en ſervoient dans leurs calculs, qui ne diſent point qu'on s'en fût ſervi à l'époque à laquelle ils remontent par

le calcul. Suivant M. Dupuis dans les mémoires de l'Académie des inſcriptions, *tom. xxix*, *p.* 114, il eſt douteux que même au temps d'Hérodote, 450 ans avant J. C., on connût d'autre *année* que celle de 365 jours, & qu'on ſût en Égypte la différence de l'*année* fixe à l'*année* vague, qui eſt d'environ ſix heures. On voit dans Hérodote *l.* 1, que Solon donnoit 30 jours à chaque mois, & qu'il croyoit qu'en intercalant un mois tous les deux ans, on aſſignoit des limites au retour des ſaiſons. Cependant il y avoit neuf jours & trois quart de trop dans cette méthode, connue ſous le nom de Triétéride. On voit auſſi dans Hérodote qu'il ignoroit le quart de jour, dont l'*année* ſurpaſſe l'*année* vague, (*l.* 2, *p.* 57, *édit. Henr. St.* 1570). Ce n'eſt que Geminus qui vivoit du temps de Cicéron, & Cenſorinus l'an 238, qui parlent du cycle caniculaire de 1461 *années* vagues. Les Égyptiens croyoient qu'elles faiſoient 1460 *années*, tant tropiques que ſydérales, & que cette période devoit ramener le commencement de leur *année* civile au lever de la canicule, où ils avoient fixé le commencement de leur *année* tropique, ſuivant Cenſorinus; mais il y avoit une erreur de 36 ans ou de 47 pour cette grande *année* ſothiaque; 36 ans pour les levers des étoiles, 47 pour les ſaiſons. L'*année* tropique avoit environ 20 jours d'avance ſur l'année ſydérale à la fin de leur prétendue période caniculaire de 1461 *années* égyptiennes, civiles ou vagues; car en diviſant 365 jours par 5h 48' 48" & par 6h 9' 10", on trouve 5506,9 & 1423,7 pour les deux périodes; c'eſt-à-dire, 47 ans de plus pour l'une, & 36 de moins pour l'autre: ainſi, dans le temps même où l'on faiſoit uſage du cycle caniculaire, on en connoiſſoit fort mal la durée, ce qui n'annonce pas une haute antiquité pour la découverte du quart de jour. Geminus (*p.* 19), cite Ératoſthene comme ayant donné raiſon du cycle de 1460 ans: on connoiſſoit donc alors le quart de jour; ainſi, c'eſt vers le temps de Platon, 80 ans après Hérodote, ou 370 ans avant J. C. qu'on a été certain de cette différence. M. Freret dans ſa défenſe de la chronologie, *p.* 247 & 400, entreprend de prouver que 2780 ans avant l'ere vulgaire, les Égyptiens connoiſſoient deja la période ſothiaque. M. Bailly, dans ſon Hiſtoire de l'Aſtronomie, dit auſſi que Manéthon donne lieu de croire que la période ſothiaque remontoit à 2782 ans, & il regarde l'obſervation de quart de jour comme prouvant dans les obſervations la plus haute antiquité; mais c'eſt parce que Manéthon, 280 ans avant J. C. s'en étoit ſervi pour calculer ſon hiſtoire d'Égypte; c'eſt comme ſi l'on vouloit prouver que Jules-Céſar avoit réformé le calendrier il y a 6000 ans, parce que nous comptons les *années* de la création du monde ſur le calendrier Julien. Il n'y a pour le quart de jour aucune autorité, puiſque les auteurs les plus anciens & les plus inſtruits, comme Platon & Hérodote, n'en parlent point.

Ainſi, du temps même de Platon, on ne connoiſſoit ni le quart du jour, ni la période caniculaire. Avant le temps d'Hipparque, il étoit très-difficile de déterminer la durée de l'année, parce qu'on n'obſervoit point les équinoxes, mais ſeulement les ſolſtices qui ſont très-difficiles à obſerver exactement. Pour le prouver, je remarque 1°. que Ptolomée ne put trouver d'équinoxes plus anciens que ceux d'Hipparque pour les comparer avec les ſiens. 2°. Que Hipparque, dans un paſſage cité par Ptolomée, ſe ſert d'un ſolſtice plus ancien. 3°. Que Ptolomée lui-même ſe ſert d'un ſolſtice. 4°. Que l'uſage des gnomons étoit beaucoup plus ancien que celui des armilles, parce qu'il étoit plus naturel & plus ſimple: or, les gnomons donnoient facilement & directement les ſolſtices; ainſi il eſt évident qu'on a dû ſe borner long-temps à l'obſervation des ſolſtices, mais ils n'étoient pas ſuſceptibles de préciſion.

Voilà pourquoi l'on ignora juſqu'au temps d'Hipparque, la diminution de quelques minutes qu'il y avoit à faire au quart de jour. Il paroît donc qu'environ 300 ans avant l'ere chrétiene, on croyoit l'*année* de 365 jours & un quart. Méton la crut même un peu plus grande; nous ignorons ſur quel fondement. Ce furent les obſervations faites à Alexandrie qui commencerent à donner le goût de la préciſion, & Hipparque vers l'an 530 avant l'ere vulgaire, s'aperçut qu'il y avoit quelque choſe à ôter du quart de jour; ainſi, la plus ancienne détermination que l'on ait de la durée de l'*année* eſt celle d'Hipparque, raportée dans l'almageſte de Ptolomée. (*Lib.* 3, *c.* 2.) Dans un livre fait exprès ſur la grandeur de l'année, Hipparque comparoit un ſolſtice obſervé par Ariſtarque 280 ans avant l'ere vulgaire avec celui qu'il avoit obſervé lui-même après un intervalle de 545 ans, & il trouva qu'il étoit arivé douze heures plutôt que ne l'avoit exigé le quart de jour. Dans un autre livre ſur les mois & les jours intercalaires, il parloit de la durée de l'*année* qui étoit, ſuivant Méton & Euctemon, de $365\frac{1}{4}$ jours & quelques choſes de plus, & il diſoit: „Nous avons trouvé „ le même nombre qu'eux pour les mois ſolaires, „ contenus dans 19 ans: mais nous avons trouvé „ que l'année anticipoit de la trois-centieme partie „ d'un jour. Suivant Méton, il manque cinq „ jours en 300 ans; ſuivant Calippus c'eſt un „ jour ſeulement. J'ai écrit (ajoute Hipparque) „ ſur la durée de l'*année*, un livre où je démon„tre que l'*année* ſolaire, c'eſt-à-dire le temps „ dans lequel le ſoleil revient au ſolſtice ou à l'é„quinoxe, ne contient pas 365 jours & un quart, „ comme l'eſtiment les mathématiciens, mais „ qu'il s'en faut la trois-centieme partie d'un „ jour„. Ptolomée ajoute: ſi nous partageons un jour en 300 parties, nous trouverons 52 parties ſexagéſimales ſecondes, qui étant ôtées de 365 jours, & 15 parties premieres, il reſtera pour la durée de l'année 365, 54, 48.

Cette même quantité réduite en heures, minu-

tes, ſecondes, ſuivant notre maniere de compter, fait 365 jours 5^h 55′ 12″; ainſi, Hipparque diminüa l'année de 4′ 48″, mais il y avoit encore 6′ 24″ d'erreur dans ſa détermination. Cependant Ptolomée dit que c'eſt auſſi à très-peu-près ce qu'il a trouvé par beaucoup d'obſervations; mais il paroît que Ptolomée ſe ſervoit des obſervations d'Hipparque & de ſes réſultats, en ſorte que la détermination précédente tire toute ſa valeur de l'autorité d'Hipparque. On voit que la raiſon pour laquelle Ptolomée admit la durée de l'*année* d'après Hipparque, eſt qu'elle étoit commenſurable avec le cycle lunaire de Méton; mais, comme celui-ci étoit trop long, l'année ſe trouva auſſi trop longue de ſix minutes. Ptolomée rempli de reſpect & d'admiration pour Hipparque, & ſe défiant de lui-même, comme le dit Bouillaud, (*Aſtron. philol.*, *p.* 73) ne crut pas pouvoir mieux faire que de s'en tenir aux déterminations d'Hipparque: mais pourquoi faire ſemblant de les avoir trouvées par ſes propres obſervations? c'eſt un reproche qu'on lui fera dans tous les temps, comme d'avoir changé les temps des obſervations pour les faire acorder avec ſes hypotheſes.

On ne connut pendant pluſieurs ſiecles d'autre Aſtronomie que celle de Ptolomée, ni d'autre détermination de l'*année* que celle dont nous venons de parler. Mais enfin les Arabes furent à portée de reconoître l'erreur, lorſqu'ils comparerent leurs obſervations avec celles d'Hipparque; auſſi dans Albategnius, qui vivoit en 880, on ne trouve plus que 365 jours 5^h 46′ 24″; & dans les tables alphonſines 5^h 49′ 16″, ce qui approche beaucoup de ce que nous trouvons actuellement; c'eſt celle-ci qui fut adoptée par Copernic & par les réformateurs du calendrier ſous Grégoire XIII, en 1582. (*Voyez* Clavius, *Romani calendarii explicatio*, *p.* 65, *édit.* 1612, in-folio.) Mais, comme il n'y a pas une demi-minute de trop, le calendrier grégorien n'en eſt pas moins très-exact relativement aux uſages de la ſociété, c'eſt-à-dire, propre à ramener les ſaiſons aux mêmes jours des mois.

Dans le livre de Copernic qui parut en 1543, la durée moyene de l'*année* eſt de 365^j 5^h 49′ 16″.

Tycho, dans ſes progymnaſmes, *p.* 53, 365^j 5^h 48′ 45″ $\frac{1}{2}$.

Kepler dans ſes Tables rudolphines, 365^j 5^h 48′ 57″ $\frac{1}{2}$.

Boulliaud, dans ſon Aſtronomie philolaïque, 365^j 5^h 49′ 4″ $\frac{1}{2}$.

Riccioli, dans ſon Almageſte, *tom.* 1, *p.* 139, 365^j 5^h 48′ 40″. dans ſon Aſtronomie réformée, 48″.

Flamſteed & Newton ont ſuppoſé la longueur de l'*année* 365^j 5^h 48′ 57″ $\frac{1}{2}$.

M. le Monnier, Inſtitut. Aſtronom. *p.* 469, 365^j 5^h 48′ 57″.

M. Halley, dans ſes Tables aſtronomiques, 365^j 5^h 48′ 54″, 8.

M. Caſſini, dans ſes tables, 365^j 5^h 48′ 52″, 4.

M. Mayer, (*Mem. de Gottingen*, *tom. III*), 365^j 5^h 48′ 51″.

M. de la Caille, dans ſes tables (*Mém. Acad.* 1757, *p.* 140), 365^j 5^h 48′ 49″.

Enfin, dans un grand Mémoire qui a remporté le prix de l'Académie de Copenhague en 1781, & qui ſera impſimé dans les Mémoires de l'Académie des Sciences, j'ai diſcuté avec le plus grand ſoin les neuf équinoxes obſervés par Hipparque, qui m'ont donné 48″; les 22 équinoxes obſervés par Tycho-Brahé qui m'ont donné 46″; enfin, 50 obſervations de Flamſteed, faites en 1689, 1690 & 1691; 56 obſervations de Mayer, & 56 obſervations faites par M. Dagelet à l'école militaire en 1780, elles m'ont donné 50″; ainſi, le milieu eſt encore 48″, ce qui prouve inconteſtablement que la durée de l'*année* ſolaire eſt réellement de 365^j 5^h 48′ 48″.

Ainſi, les obſervations d'Hipparque faites il y a près de deux mille ans, celles de Tycho-Brahé faites il y a deux cents ans, & celles du dernier ſiecle s'acordent également ſur la durée de l'*année ſolaire*. Il n'y a que les obſervations de Ptolomée qui s'en écartent, mais il eſt prouvé qu'elles ſont defectueuſes ou ſuppoſées, & qu'il faut les rejeter.

Dans le temps où l'on admétoit les obſervations de Ptolomée, on étoit tenté de croire que la durée de l'*année* étoit devenue plus petite, c'eſt-à-dire, que la terre accéléroit ſon mouvement autour du ſoleil; M. Euler, dans ſes tables du ſoleil, admétoit cette diminution de l'année. Cette accélération de la terre donnoit déja lieu à une funeſte conſéquence pour l'humanité, en nous annonçant preſque & le temps & la maniere dont elle doit finir: en effet, ſi la terre accélere ainſi ſon mouvemrnt, c'eſt une preuve certaine qu'elle éprouve une réſiſtance de la part de l'éther ou de la matiere ſubtile qui remplit l'univers, ne fût-ce que celle de la lumiere. L'idée la plus naturele que l'on puiſſe ſe former de cette réſiſtance, c'eſt qu'elle diminue la viteſſe de projection; or la force centripete dans une orbite donnée eſt comme le carré de la viteſſe, donc ſi la viteſſe diminne, la force centrale prévaudra; la planete ſe raprochera du centre; ſon orbite deviendra moindre; elle ſera donc parcourue dans un temps plus court, parce que les durées des révolutions diminuent comme les racines carrées des cubes des diſtances, ainſi on obſervera une accélération continuele dans ſon mouvement.

Crte cauſe ayant commencé d'agir une fois, elle agiroit toujours; la diſtance de la terre au ſoleil ne ceſſeroit de diminuer, parce que la viteſſe éprouveroit toujours une nouvele réſiſtance, l'effet deviendroit même de plus en plus conſidérable, à meſure que la terre approcheroit du centre, parce que la denſité de la lumiere & la force centrale augmenient l'une & l'autre, comme le carré de la diſtance diminne. C'eſt ainſi que la terre deſcendroit par degrés juſqu'au ſoleil pour

y être abſorbée & détruite. Il ſeroit peut-être même poſſible de calculer le temps de ce grand événement : auſſi-tôt que l'on reconoîtroit par les obſervations le retardement qu'a éprouvé la terre depuis environ deux mille ans ; & l'on verroit un jour les planetes inférieures, mercure & vénus, diſparoître ſucceſſivement à nos ieux, ſe perdre dans le ſoleil & nous marquer le temps de notre fin ; mais j'écartai bientôt de ſi triſtes préſages en faiſant voir qu'il falloit rejeter les obſervations de Ptolomée, & qu'il n'y avoit aucune preuve d'accélération dans le mouvement de la terre. (*Mém. de l'Ac.* 1757, *p.* 413.)

L'*année ſolaire* dont nous venons de voir la durée exacte par les obſervations aſtronomiques eſt l'*année tropique* ou le temps qui s'écoule entre deux équinoxes de printemps ou d'autone ; on la nomme *année tropiqur*, parce qu'il ſant que cet intervalle de temps s'écoule pour que chaque ſaiſon ſe rétabliſſe dans le même ordre qu'auparavant : cette *annér* eſt de 365 jours 5 heures 48 minutes 48 ſecondes.

L'*année ſydérale* eſt l'eſpace de temps que le ſoleil met à faire ſa révolution apparente autour de la terre, & à revenir à la même étoile, ou plutôt, c'eſt le temps que la terre met à revenir au même point du ciel. Ce temps eſt de 365 jours 6 heures 9 minutes 11 ſecondes & demi. La raiſon de la différence entre l'*annér ſolaire tropique* & l'*année ſydérale*, vient de ce que l'équinoxe, ou la ſection de l'écliptique & de l'équateur retrograde de 50 ſecondes & un quart par an, le ſoleil, après qu'il eſt parti d'un équinoxe, doit paroître rencontrer ce même équinoxe l'*année* ſuivante dans un point un peu en-deçà de celui où il l'a quité ; & par conſéquent le ſoleil n'aura pas encore achevé ſa révolution entiere lorſqu'il ſera de retour aux mêmes points des équinoxes.

Année *civile* eſt celle que l'on compoſe d'un nombre de jours à peu près égal à celui de l'*année* ſolaire ; elle eſt chez nous de 365 jours, & quelquefois de 366.

L'*année* civile des Égyptiens étoit de 365 jours, comme nous l'avons expliqué ; c'étoit une *année* vague diviſée en 12 mois, dont voici les noms. *thoth*, *phaophi*, *athyr*, *kiak*, *tybi*, *mechir*, *phamenoth*, *pharmouthi*, *pakon*, *payni*, *epiphi*, *meſori*, & cinq jours épagomenes. Ptolomée, dans ſon *Almageſte*, compte des *années* égyptienes depuis l'ere de Nabonaſſar, qui ſe raporte au 26 février 746 avant J. C., ſuivant la méthode des Aſtronomes, ou 747, ſuivant la méthode des Chronologiſtes ; en ſorte que le premier du mois thoth avançoit d'un jour tous les 4 ans, & l'*année* 748 de Nabonaſſar tombe au 23 août de l'année zéro de notre ere, ou de celle qui ſépare les années avant J. C. des années après J. C.

Lorſque les Égyptiens furent ſubjugués par les Romains, ils reçurent l'*année Julienne*, dont nous parlerons bientôt, mais avec quelque altération ; car ils retinrent leurs anciens noms de mois avec les cinq jours épagomenes, & ils placerent le jour intercalé tous les quatre ans, entre le 28 & le 29 d'août.

Le commencement de leur *année* répondit au 29 août de l'*annér Juliene*. Leur *année* réformée de cette maniere, s'appeloit *annus Actiacus*, à cauſe qu'elle avoit été inſtituée après la bataille d'Actium, 32 ans avant J. C.

L'*année Éthiopique* eſt une *année* ſolaire qui s'acorde parfaitement avec l'Actiaque, excepté dans les noms des mois. Son commencement répond à celui de l'*année* Égyptiene, c'eſt-à-dire, ſuivant quelques Auteurs au 29 d'avril de l'*année* Juliene ; mais je crois que c'eſt plutôt au 29 d'août.

Les mois de cette *année* ſont, 1°. *maſcaram*, 2°. *tykympi*, 3°. *hydar*, 4°. *tyrhas*, 5°. *tyr*, 6°. *jacatil*, 7°. *magabit*, 8°. *mijaria*, 9°. *giribal*, 10°. *ſyne*, 11°. *hamle*, 12°. *hahaſr*, & il y a de plus cinq jours intercalaires.

L'*Année Greque* étoit lunaire, & compoſée de douze mois, qui étoient d'abord tous de 30 jours, & qui furent enſuite alternativement de 30 & de 29 jours ; les mois commençoient avec la premiere apparence de la nouvele lune, & à chaque 3e, 5e, 8e, 11e, 14e, 16e, & 17e *année* du cycle de 19 ans, on ajoutoit un mois emboliſmique de trente jours, afin que les nouveles & pleines lunes revinſſent aux mêmes termes ou ſaiſons de l'*année*. *Voyez* Cycle lunaire.

L'*année Greque* commençoit à la premiere pleine lune d'après le ſolſtice d'été. L'ordre de leurs mois étoit, 1°. *hecatombæon*, de 29 jours ; 2°. *metagitnion*, de 30 jours ; 3°. *boëdromion*, de 29 jours ; 4°. *mœmacterion*, de 30 jours ; 5°. *pyanepſion*, de 29 jours ; 6°. *poſideon*, de 30 jours ; 7°. *gamelion*, de 29 jours ; 8°. *anthefterion*, de 30 jours ; 9°. *elaphebolion*, de 29 jours ; 10°. *munichion*, de 30 jours ; 11°. *thargelion*, de 29 jours ; 12°. *ſcirophorion*, de 30 jours.

Cette *année* étoit particuliérement nommée l'*année Attique* ; & le mois intercalaire ou emboliſmique ſe plaçoit après *poſideon*, ou le ſixieme mois ; il étoit appelé *poſideon* 2, ou ſecond *poſideon*.

Les Macédoniens avoient donné d'autres noms à leurs mois, ainſi que les Syro-Macédoniens, les Smyrniens, les Tyriens, les peuples de Cypre, les Paphiens, les Bythiniens, *&c.*

L'ancienne *année Macédonienne* étoit une *année* lunaire, qui ne différoit de la Greque que par le nom & l'ordre des mois. Le premier mois Macédonien répondoit au mois mœmactérion, ou quatrieme mois attique : voici l'ordre, la durée & les noms de ces mois Macédoniens : 1°. *panemus*, de 29 jours ; 2°. *Lous* de 30 jours ; 3°. *gorpiæus*, de 29 jours ; 4°. *hyperberetæus*, de 30 jours ; 5°. *dius*, de 29 jours ; 6°. *apellæus* de 30 jours ; 7°. *audynæus*, de 29 jours ; 8°. *peritius*, de 30 jours ; 9°. *dyſtrus*, de 29 jours ; 10°. *xanticus*, de 30 jours ; 11°. *artemiſius*, de 29 jours ; 12°. *deſius*, de 30 jours.

La nouvele *année Macédonienne* eſt une *année*

ſolaire, dont le commencement eſt fixé au premier de janvier de l'*année* Juliene, avec laquelle elle s'acorde parfaitement.

L'*année des Juifs* étoit une *année* lunaire compoſée ordinairement de 12 mois alternativement de 30 & de 29 jours. On la faiſoit répondre à l'*année* ſolaire, en ajoutant à la fin 11 & quelfois 12 jours, ou en inſétant un mois emboliſmique.

Voici les noms & la durée de ces mois : 1°. *niſan* ou *abib*, 30 jours; 2°. *jiar* ou *zius*, 29; 3°. *ſiban* ou *ſivan*, 30; 4°. *thamuz* ou *tamuz*, 29; 5°. *ab*, 30; 6°. *elul*, 29; 7°. *tiſri* ou *ethanim*, 30; 8°. *marcheſvan* ou *bul*, 29; 9°. *ciſleu*, 30; 10°. *thebeth*, 29; 11°. *ſabat* ou *ſchebeth*, 30; 12°. *adar*, dans les *années* emboliſmiques, 30 jours; *adar* dans les *années* communes étoit de 29.

L'*année Juive moderne* eſt pareillement une *année* lunaire de 12 mois dans les *années* communes, & de 13 dans les *années* emboliſmiques, leſquelles ſont la 3e, la 6e, 8e, 11e, 14e, 17e & 19e du cycle de 19 ans. Le commencement de cette *année* civile des Juifs eſt fixé à la nouvele lune la plus voiſine de l'équinoxe d'autone. En 1779, elle a commencé le 11 ſeptembre; en 1780 le 7 ſeptembre.

Les noms des mois & leur durée ſont, 1°. *tiſri*, 30 jourt; 2°. *marcheſvan*, 29; 3°. *ciſleu*, 30; 4°. *tebeth*, 29; 5°. *ſchebeth*, 30; 6°. *adar*, 29; 7°. *veadar*, dans les *années* emboliſmiques, 30; 8°. *niſan*, 30; 9°. *jiar*, 29; 10°. *ſivan*, 29; 11°. *thamuz*, 29; 12°. *ab*, 30; 13°. *elul*, 29.

Selon les Juifs, l'*année* de la création du monde eſt la 959e de la période juliene, commençant au 7e d'octobre; & comme l'année de la naiſſance de J. C. eſt la 4714e de la période juliene, il s'enſuit que J. C. eſt né l'an 3761 de l'ere des Juifs: c'eſt pourquoi ſi on ajoute 3761 à une *année* quelconque de l'ere chrétiene, on aura l'*année* Juive correſpondante qui doit commencer en autone; bien entendu qu'on regarde l'*année* Juive comme une *année* ſolaire: & elle peut être regardée comme telle en effet, à cauſe des années emboliſmiques, qui remettent à peu près de trois en trois ans le commencement de l'*année* Juive avec celui de l'*année* ſolaire.

L'*année Sabbatique*, chez les anciens Juifs, ſe diſoit de chaque ſeptieme *année*. Durant cette *année*, les Juifs laiſſoient toujours repoſer leurs terres.

Chaque ſeptieme *année Sabbatique*, c'eſt-à-dire, chaque 49e *année*, étoit appelée l'*année du Jubilé*, & étoit célébrée avec une grande ſolemnité.

Année *des anciens Romains*. Le *Calendrier romain*, qui eſt l'origine du nôtre, remonte à Romulus. Ce légiſlateur, plus verſé dans la guerre que dans les matieres aſtronomiques, ne diviſa l'*année* qu'en dix mois, qui étoient alternativement de trente-un & de trente jours: elle commençoit le premier de Mars; ainſi, les Romains ſuppoſoient qu'au moyen de cette diſtribution, l'*année* recomençoit toujours au printemps, s'imaginant que le ſoleil parcouroit toutes les ſaiſons dans l'eſpace de trois cents quatre jours; il s'en falloit ſoixante-un jours que cette *année* ne s'acordât avec la vraie *année* ſolaire. *Macrobe*, *ſaturn. l.* 1: *Solinus*, *memorab.*, *page* 1.

Le premier mois, celui de mars, contenoit 31 jours; le ſecond, celui d'avril, 30; 3°. Mai, 31; 4°. juin, 30; 5°. quintilis ou juillet, 31; 6o. ſextilis (août), 30; 7°. ſeptembre, 30; 8°. octobre, 31; 9°. novembre, 39; 10°. décembre, 40: le tout faiſant 304 jours. Ainſi, cette *année* ſe trouvoit moindre de 50 jours que l'*année lunaire* réelle, & de 61 que l'*année ſolaire*.

De là il réſultoit que le commencement de l'*année* de Romulus étoit vague, & ne répondoit à aucune ſaiſon fixe. Lorſqu'on apercevoit l'inconvénient d'une telle variation, l'on ajoutoit à l'*année* le nombre de jours néceſſaires, pour que le premier mois répondît à peu près au même état du ciel: mais ces jours ajoutés n'étoient point partagés en mois. *Macrobe*, *lib.* 1, *cap.* 12.

Le *calendrier de Romulus* fut réformé par Numa. Voici de quelle maniere Dom Clément, ſavant Bénédictin, auteur de la derniere édition de l'Art de vérifier les dates, explique cette réformation dans un manuſcrit qu'il a bien voulu me confier. Numa voulant mettre l'*année Romaine* dans un ordre plus conforme aux révolutions des aſtres, prit pour modele l'année dont ſe ſervoient la plupart des peuples de la Grece, cependant il n'en ſuivit pas exactement les proportions.

Pour la diſtribuer en douze mois comme celle des Grecs, il ôta un jour de chacun des ſix mois pairs de l'*année* de Romulus, & les joignant aux cinquante-un jours qu'il avoit à ajouter, il les diviſa en deux nouveaux mois: janvier compoſé de 29 jours, & février de 28. Par cette diſtribution, non ſeulement l'*année*, mais tous ſes mois furent impairs, ce qu'on croyoit d'un préſage heureux; ſi on excepte le mois de février, qui étant deſtiné à des cérémonies lugubres, avoit un jour de moins, & contenoit le nombre funeſte. (*Cenſorin.*, *c.* 20; *Macrob.*, *liv.* 1, *c.* 12; *Plut.* in Numa, *p.* 72; *Ovid. liv.* 1 *Faſt.*, *v.* 43.)

Le mois de janvier fut le premier mois de l'*année*, & ce mois a conſervé la place que Numa lui aſſigna; mais le mois de février deſtiné aux purifications, & conſacré aux Dieux Mânes, avoit été renvoyé par Numa à la fin des autres, & terminoit l'*année*.

Mais quelque conformité qu'eût cette *année* avec les révolutions de la lune, elle ne pouvoit ſuivre le court du ſoleil & l'ordre des ſaiſons. Les Grecs avoient remédié avec juſteſſe à cet inconvénient; & comme leur *année* réduite à 354 jours, étoit de onze jours ſix heures plus courte que la révolution tropique du ſoleil, & qu'à cauſe de la fraction de ſix heures, il n'étoit pas poſſible de faire chaque *année* une juſte intercalation; ils avoient

Digitized by Google

établi que tous les huit ans on ajouteroit les 90 jours réſultans des onze jours ſix heures qui manquoient à chacune de ces huit *années* lunaires, (*Macrob.*, *c.* 12, *Solin.*, *c.* 1), & leur *année* lunaire par les mois, devenoit ſolaire par l'emboliſme; c'eſt le nom qu'ils donnoient à l'intercalation.

Numa ſentit auſſi la néceſſité d'intercaler avec préciſion & avec ordre; mais oubliant que, par préjugé pour le nombre pair, il avoit formé ſon *année* d'un jour de plus que celle des Grecs, il donna à ſes intercalations le même nombre de jours que ce peuple leur avoit aſſigné, & elles ne different de l'emboliſme que par l'arangement. Il régla que l'intercalation ſe feroit tous les deux ans. La premiere *année* de ſon calendrier fut une *année* commune de 355 jours; la deuxieme une *année* intercalaire ſimple de 377 jours; la troiſieme une *année* commune de 355 jours; la quatrieme une *année* intercalaire double de 378 jours, & ainſi ſucceſſivement. Par ce moyen, l'*année Romaine* moyene étoit d'un jour plus longue que l'*année ſolaire*. (*Macrob.*, ibid. *Cenſorin.*, *c.* 20. *Plutar.* in Numa, *p.* 72.) Il ſuit de cette premiere inſtitution de Numa que chaque *année Romaine* avançant d'un jour ſur l'*année aſtronomique*, elle devoit enfin s'écarter de l'ordre des ſaiſons, & faire ſucceſſivement paſſer à l'été & à l'autone les mois affectés dans le principe au printemps & a l'hiver.

Nous venons de dire que les *années Romaines* étoient alternativement communes & intercalaires: l'*année* commune étoit compoſée de douze mois, & contenoit 355 jours, qui faiſoient en quelque ſorte la conſtitution fixe. L'*année* intercalaire ſimple contenoit 22 jours de plus, & l'*année* intercalaire double 23 jours de plus; par conſéquent elle avoit un treizieme mois nommé *intercalarius* par les Latins, & *merkedonius* par Plutarque.

Enfin, l'endroit que Numa déſigna pour mettre l'intercalation fut entre le 23 & le 24 de février, c'eſt-à-dire, après la fête des *terminales* & avant le *régifuge*; & quand on intercaloit, on ôtoit au mois de février les cinq derniers jours, & on les ajoutoit au mois intercalaire. (*Varo*, *de L. Lat.*, *lib.* 5, *p.* 32. *Macrob.*, *c.* 12.) C'eſt dans ce ſens que le Juriſconſulte *Celſus* (*in leg.* 98, §. 2 de verb. ſignif.), dit que le mois intercalaire étoit compoſé de 28 jours: il les contenoit en effet quand l'intercalation étoit double.

On trouve dans Tite-Live (*liv.* 1, *chap.* 19), que Numa, dès les premiers jours de ſon regne, ſe hâta de faire ſes inſtitutions politiques & religieuſes, & que la premiere de toutes fut la réformation du Calendrier. Plutarque (*Quæſt. Rom.*, *p.* 268) & Ovide (*liv.* 1, *f.* v. 160), diſent que Numa, en réformant le calendrier, mit le commencement de l'année au ſolſtice d'hiver, & comme les anciens plaçoient les points cardinaux au 8e degré des ſignes, & que le ſoleil au temps de Numa entroit dans le capricorne du 29 au 30 décembre, en remontant ſuivant le calendrier julien; il ſuit de là que la 1re année du calendrier de Numa doit être raportée au 6 janvier julien de l'an 41 de Rome avant J.C. 713; mais elle s'en ſépara bientôt, par la raiſon que l'*année romaine* moyene avançoit d'un jour ſur l'*année tropique*, & elle s'éloignoit toujours du ſolſtice juſqu'au moment que ce prince l'arrêta par les nouveles meſures dont nous allons parler.

Numa s'étant aperçu de ce vice & de la progreſſion ſucceſſive de ſon *année* ſur le cours du ſoleil, voulut y remédier: pour cet effet, il diviſa les temps en périodes de 24 *années*, il ordona, (*Macrob. lib.* 1. *Saturn.*, *c.* 13), que dans les huit dernieres *années* de chaque période, au lieu d'intercaler 90 jours, on n'en intercaleroit que 66, & il crut par ce moyen remédier au défaut de ſon calendrier.

L'époque de ce changement dans l'ordre des intercalations eſt de l'an 76 de Rome, avant J.C. 678, 37e du regne de Numa; cette *année* auroit dû recevoir une intercalation de 23 jours, mais elle n'en eut qu'une de 22; & l'an 80, qui devoit également avoir une intercalation de 23 jours, n'en eut point. Ainſi il ne ſupprima, dans l'eſpace de 40 ans qu'il y eut depuis l'établiſſement de ſon calendrier juſqu'à la fin de l'an 80 de Rome, que 24 jours, au lieu qu'il auroit dû en ſupprimer 40, attendu que l'*année romaine* moyene comme nous l'avons déja remarqué, avançoit d'un jour chaque *année* ſur le cours du ſoleil; par conſéquent il laiſſa ſeize jours de trop, puiſque l'an 81 de Rome, le 1er janvier romain concourut avec le 22 janvier julien, au lieu de concourir avec le 6 de ce mois; & cette année 81 eſt la premiere d'un cycle; mais comme on trouve en remontant que l'an 57 de Rome, avant J.C. 697, a commencé auſſi le 22 janvier julien, c'eſt cette *année* 57 où nous plaçons le premier cycle, & qui eſt le point fixe d'où partit chaque nouveau cycle, & où l'*année* revint à la fin de chaque révolution de 24 *années*.

D'après cette derniere diſpoſition du calendrier de Numa, à commencer de l'an 57 de Rome, qui eſt celle où commence la premiere *année* du 1er cycle, le 2e, 6e, 10e, 14e, 18e, 20e & 22e *années* devoient recevoir une intercalation de 22 jours; & l'intercalation de 23 jours devoit s'ajouter à la 4e, 8e, 12e & 16e *années* de chaque cycle. Par cette méthode Numa parvint à remettre tous les 24 ans ſon *année* au point où elle étoit quand la période avoit commencé; & ſans qu'il parût rétracter ſes principes, ni renverſer totalement le premier ordre, il eut l'art de le corriger.

Le calendrier étant deſtiné à régler les jours de fêtes & de ſacrifices, on le regarda comme faiſant partie du culte, & l'on en confia la garde aux pontifes. Ils étoient chargés de le rédiger, & ils le firent ſervir à l'accroiſſement de leur pouvoir; le calendrier étoit caché avec le plus grand

ſoin;

ſoin ; & aucun citoyen ne ſachant quel jour la religion permettoit de plaider, & même de tenir les comices, il devoit recourir, pour toutes ſes afaires, aux miniſtres de la religion, & atendre qu'il leur plût de l'éclairer & de régler ſes démarches. Les pontifes ſuivirent les principes établis par Numa pour les intercalations, juſqu'au commencement de la république ; mais dans la ſuite, ils dérogerent aux regles établies par ce prince, & s'arogerent le pouvoir de ſupprimer ou d'ajouter l'intercalation à leur volonté : ce qu'ils firent, pour la premiere fois, l'an de Rome 257, avant J. C. 497 ; & cette maniere arbitraire de placer les intercalations, eſt la vraie cauſe de la confuſion qui ſe trouve dans l'ancien calendrier romain. Car ce déſordre étoit parvenu dans les derniers temps de la république à tel point, que les mois deſtinés à concourir avec l'hiver, arivoient dans l'autone, *&c.* ce qne les pontifes auroient évité, s'ils euſſent ſuivi exactement la derniere méthode preſcrite par l'établiſſement des Cycles, puiſqu'on n'auroit eu qu'à retrancher ſa jours de l'*année romaine*, pour la remettre an point d'où Jules-Céſar vouloit la faire commencer l'an 47 avant J. C. comme on le verra ci-après.

Les mois de Numa étoient, 1°. janvier, 29 jouss ; 2°. mars, 31 ; 3°. avril, 29 ; 4°. mai, 31 ; 5°. juin, 29 ; 6°. quintilis, 31 ; 7°. ſextilis, 29 ; 8°. ſeptembre, 29 ; 9°. octobre, 31 ; 10°. novembre, 29 ; 11°. décembre, 29 ; & 12°. février, 28. Cette diſpoſition des mois ne ſubſiſta qu'environ trois ſiecles ; l'an 304 de Rome, avant J. C. 450, les Décemvirs déplacerent le mois de février, qu'ils mirent immédiatement après le mois de janvier de l'année ſuivante 305. Ainſi, ce mois, qui, dans l'ordre établi par Numa, étoit le dernier de l'année, devint le ſecond. Suivant Tudicanus, cité par Macrobe (*l.* 1, *ch.* 13), les Décemvirs, dans la deuxieme année de leur magiſtrature, donnerent une loi ſur les intercalations ; & ſi y a lieu de croire qu'en dérangeant le mois de février, ils furent obligés de régler, par une loi, que les intercalations, qui devoient être miſes par les loix de Numa à la fin de l'*année*, continueroient d'être atachées à ce mois, quoiqu'il ceſſât d'être le dernier de l'*année romaine*. Par cette innovation, les Décemvirs prolongeoient leur magiſtrature : ayant été inſtallés ſuivant Denis d'Halicarnaſſe & Tite-Live aux Ides de Mai, le mois de février de l'*année* de leur inſtallation (304) ſe trouvoit de droit dans l'*année* de leur décemvirat. Mais, employant le mois de février l'*année* ſuivante (305) plutôt qu'il n'étoit d'uſage, & lui faiſant quiter la derniere place qu'il occupoit dans l'*année*, pour le mettre à la ſuite du mois de janvier, ils donnoient à leur adminiſtrarion une *année* de 14 mois (compris l'intercalaire), faiſant 406 jours, & ſe ménageoient plus de temps pour faire réuſſir leurs projets. Il n'y a que cet intérêt des Décemvirs qui ait pu les porter à déplacer ce mois. Cette confuſion du calendrier romain ne fut levée que du temps de Jules-Céſar ; nous parlerons ci-après du calendrier julien.

L'*année ſyriene* eſt une *année* ſolaire, dont le commencement eſt fixé au commencement du mois d'octobre de l'*année* juliene, & qui ne differe d'ailleurs de l'*année* juliene que par le nom des mois, la durée étant la même. Les noms de ſes mois ſont, 1°. *tiſhrin* répondant au mois d'octobre & contenant 31 jours, 2°. le ſecond *tiſhrin*, contenant ainſi que novembre 30 jours, 3.° *canun* 31, 4°. le ſecond *canun* 31, 5°. *ſhabat* 28, 6°. *adar* 31, 7°. *niſan* 30, 8°. *acyar* 31, 9°. *haziram* 30, 10°. *tamuz* 31, 11°. *ab* 31, 12°. *elul* 30.

L'*année perſiene* eſt une *année* ſolaire de 365 jours, & compoſée de douze mois de 30 jours chacun, avec cinq jours intercalaires ajoutés à la fin. Voici le nom des mois de cette *année*, 1°. *atrudiamech*, 2°. *ardihaſchihmeh*, 3°. *cardimeh*, 4°. *thirmeh*, 5°. *merdedmeh*, 6°. *ſchahariurmeh*, 7°. *meharmeh*, 8°. *abenmeh*, 9°. *adarmeh*, 10°. *dimeh*, 11°. *behenmeh*, 12°. *aſpiurmeh*. Cette *année* eſt appelée *année jezdegerdique*. Cette *année* des Perſes eſt donc la même que l'*année* égyptiene ou *année* de Nabonaſſar, & elle fut employée depuis la mort de Jezdegerde, le dernier des rois de Perſe, lequel fut tué par les Iſraſins ; l'*année perſiene* étoit alors de 365 jours, ſans qu'on ſe ſoucîât d'y admettre aucune intercalarion ; & il paroît que plus anciénement, après 520 *années* écoulées, le premier jour de l'an, qui avoit rétrogradé très-ſenſiblement, étoit remis au même lieu qu'auparavant, en ajoutant un mois de plus à l'*année*, qui devenoit pour lors de 13 mois. Mais l'*année* dont tous les auteurs qui ont écrit en Arabe ou en Perſan, ont fait uſage dans leurs tables aſtronomiques, eſt ſemblable aux *années* égyptienes, leſquelles ſont toutes égales, étant de 365 jours ſans intercalation. *Inſt. aſtr. de M. le Monnier.*

Golius, dans ſes *notes ſur Alfergan*, *pag.* 27 *& ſuiv.* eſt entré dans un grand détail ſur la forme anciene & nouvele de l'*année* perſiene, laquelle a été ſuivie de la plupart des auteurs orientaux. Il nous apprend que ſous le ſultan Gelaluddanlé Melicxa, ou Gelaleddan, vers le milieu du onzieme ſiecle, on entreprit de corriger la grandeur de l'*année*, & d'établir une nouvele époque ; il fut donc réglé que de quatre ans en quatre ans, on ajouteroit un jour à l'*année* commune, laquelle ſeroit par conſéquent de 366 jours. Mais parce qu'on avoit reconu que l'*année* ſolaire n'étoit pas exactement de 365 jours 6 heures, il fut decidé qu'alternativement (après 7 ou 8 intercalations) on intercaleroit la cinquieme, & non pas la quatrieme *année* ; d'où il paroît que ces peuples connoiſſoient déja fort exactement la grandeur de l'*année*, puiſque ſelon cette forme, l'*année* perſiene ſeroit de 365 jours 5 heures 49 minures 31 ſecondes, ce qui differe peu de l'*année grégoriene*, que les Européens ou occidentaux n'ont

employée dans leur calendrier que plus de 500 ans après les Aſiatiques ou Orientaux.

Ainſi, le calendrier gélaléen eſt une correction du calendrier perſan jezdegerdique. Le commencement de l'ere gélaléene fut fixé à l'entrée du ſoleil dans le bélier, la 467e *année* de l'hégire, & de J. C. 1075. L'*année* arabique 467, commença au 27 août 1074. *Mémoires de l'Académie des Inſcriptions*, *tom.* 1, *pag.* 17.

L'*année* arabe ou turque eſt une *année* lunaire, compoſée de 12 mois, qui ſont alternativement de 30 & de 29 jours; quelquefois auſſi elle contient 13 mois. Voici les noms de ces mois. 1.° *muharaam* de 30 jours, 2.° *ſapher* 29, 3.° *rabia* 30, 4.° *ſecond rabia* 29, 5.° *jomada* 30, 6.° *ſecond jemada* 29, 7.° *rajab* 30, 8.° *ſhaaban* 29, 9.° *ſamadan* 30, 10.° *ſhawal* 29, 11.° *dulkaadah* 30, 12.° *dulheggia* 29, & de 30 dans les *années* hyperhémeres ou emboliſmiques. On ajoute un jour intercalaire à chaque 2e 5e 7e 10e 13e 15e 18e 21e 24e 26e 29e *année* d'un cycle de 30 ans, & les *années* ſont emboliſmiques ou de 355 jours; les autres communes, ou de 354 jours.

L'ere des mahométans commence au vendredi 6 juillet de l'an 622 de J. C. qui eſt la premiere *année* de l'hégire; d'où il s'enſuit que ſi d'une *année* quelconque de l'ere chrétiene on ôte 621, le reſte ſera le nombre des *années* de J. C. écoulées depuis le commencement de l'ere mahométane. Or l'*année* juliene eſt de 365 jours 6 heures, & les *années* de l'hégire, qui ſont des *années* lunaires, ſont de 354 jours 8 heures 48′; d'où il s'enſuit que chaque *année* de l'hégire anticipe ſur l'*année* juliene de 10 jours 11 heures 12′; & par conſéquent en 33 ans, de 359 jours 3 heures 36′, c'eſt-à-dire, d'une *année*, plus 4 jours 18 heures 48′: donc ſi on diviſe par 33 le nombre trouvé des *années* julienes écoulées depuis l'ere mahométane; & qu'on ajoute le quotient à ce nombre d'*années*, on aura le nombre des *années* mahométanes: on n'a point d'égard au reſte de la diviſion. Ce calcul ne nous apprend pas quel jour l'*année* a commencé; mais ce détail ſeroit trop long. *Voyez* Gravius *Epochæ celebriores*, 1650.

Il faut remarquer que le ſurplus des 4 jours 18 heures 48′, doit former auſſi une *année* au bout de pluſieurs ſiecles, c'eſt-à-dire, au bout d'environ 72 fois 33 ans. Mais les mahométans ne ſe piquent pas d'une ſi grande exactitude; ils ne ſont pas même bien d'acord entr'eux ſur le commencement de l'*année*. Il y a dans Gravius une table des *années* de l'hégire raportées à notre calendrier; il y en a une dans *l'Art de vérifier les dates*, qui fait commencer les *années* de l'hégire un jour plutard. M. Cardonne m'a fait voir un calendrier turc d'acord avec la premiere table, & ſuivant les lettres de M. Fonton, premier interprete du roi à Conſtantinople, l'*année* 1195 de l'hégire a commencé le 28 décembre 1780, ce qui s'acorde avec la ſeconde table. Peut-être que la table de Gravius eſt dreſſée ſuivant l'uſage des aſtronomes arabes, qui comptent depuis le coucher du ſoleil qui a précédé le jour civil, tandis que l'autre eſt dreſſée ſur l'uſage civil. Il y en a même qui font commencer l'*année* encore un jour plutôt, par exemple, le 26 décembre 1780. Au contraire, il y a des parties de l'Arabie où l'on ne commence l'*année* que quand on a vu la lune; ce qui retarde ſouvent de deux jours. *Voyez* Niebuhr, deſcription de l'Arabie, *tom.* 1, 1774, *pag.* 304.

L'*année* lunaire eſt compoſée de douze mois lunaires: mais il y a deux eſpeces de mois ou de révolutions lunaires; ſavoir, la révolution périodique, qui eſt de 27 jours 7 heures 43 minutes 4 ſecondes; c'eſt à peu près le temps que la lune emploie à faire ſa révolution autour de la terre par raport aux points équinoxiaux: 2.° le moia ſynodique, qui eſt le temps que cette planete emploie à ſetourner vers le ſoleil à chaque conjonction; ce temps, qui eſt l'intervalle de deux nouveles lunes, eſt de 29 jours 12 heures 44 minutes 3 ſecondes. *Voyez* Synodique, Lune. Ce mois ſynodique, marqué par les phaſes de la lune, eſt le ſeul dont on ſe ſerve pour meſurer les *années* lunaires: or comme ce mois eſt d'environ 29 jours & demi, on a été obligé de ſuppoſer les mois lunaires civils de 29 jours & de 30 alternativement; ainſi, le mois ſynodique étant de deux eſpeces, aſtronomique & civil, il a fallu diſtinguer auſſi deux eſpeces d'*années* lunaires, l'une aſtronomique, l'autre civile.

L'*année* aſtronomique lunaire eſt compoſée de douze mois ſynodiques lunaires, & contient par conſéquent 354 jours 8 heures 48 minutes 35 ſecondes.

L'*année* lunaire civile, eſt ou commune ou emboliſmique.

L'*année* lunaire commune eſt de douze mois lunaires civils, c'eſt-à-dire, de 354 jours.

L'*année* emboliſmique ou intercalaire eſt de treize mois lunaires civils, & de 384 jours.

Années julienes, ce ſont celles dont on s'eſt ſervi dans toute l'Europe depuis le temps de Jules-Céſar. Nous avons dit que les pontifes auxquels Numa avoit confié le ſoin du calendrier, avoient mis un grand déſordre dans la conſtitution de l'*année*: Jules-Céſar, en qualité de ſouverain pontife & de dictateur voulut y remédier. Dans cette vue, il s'adreſſa à Soſigenes, habile aſtronome: celui-ci chercha le moyen de rendre la diſtribution du temps dans le calendrier telle, que les mêmes ſaiſons revinſſent au même jour du mois; & comme le cours annuel du ſoleil s'acheve en 365 jours 6 heures, il fit l'*année* de ce même nombre de jours, & il en ajouta un tous les quatre ans. L'*année* de cette correction du calendrier fut une *année* de confuſion; car on fut obligé, afin d'ôter une erreur de 67 jours, dont le commencement de l'*année* s'étoit écarté du ſolſtice d'hiver, d'ajouter deux mois outre l'intercalation de 23 jours,

Digitized by Google

qui ſe trouvoit avoir lieu cette même *année* dans l'ancien calendrier ; de maniere que cette *année* fut compoſée de quinze mois, faiſant 445 jours (ou ſuivant d'autres 443). Cette réformation ſe fit l'an de Rome 707, quarante-ſept ans avant J. C. Mais on ne compte ordinairement que de l'an 444 ; l'équinoxe ariva le 25 ſeptembre. *Voyez* Scaliger & Petrus, *liv.* 4, *ch.* 1, *&* *liv.* 10, *chap.* 61.

Ce calendrier romain, que l'on appele auſſi calendrier julien, du nom de Jules-Céſar, étoit donc diſpoſé par périodes de quatre *années*. Les trois premieres *années*, qu'on appele *années* communes, ont 365 jours ; & la quatrieme, nommée *biſſextile*, en a 366, à cauſe des ſix heures qui, dans l'eſpace de quatre ans, compoſent un jour. On plaça le jour entier, formé par ces quatre fractions, après le vingt-quatrieme de février, qui étoit le ſixieme des calendes de mars.

Or comme ce jour ainſi répété étoit appelé en conſéquence *bis ſexto calendas*, l'*année* où ce jour étoit ajouté, fut auſſi appelé *bis ſextus*, d'où eſt venu *biſſextile*.

Le jour intercalaire n'eſt plus aujourd'hui regardé comme la répétition du 24 février, ſi ce n'eſt pour les fêtes de l'Égliſe ; mais il eſt ajouté à la fin de ce mois, & en eſt le vingt-neuvieme.

Les mois de l'*année* julienne étoient diſpoſés ainſi : 1.° janvier 31 jours, 2.° février 28, 3.° mars 31, 4.° avril 30, 5.° mai 31, 6.° juin 30, 7.° juillet 31, 8.° août 31, 9.° ſeptembre 30, 10.° octobre 31, 11.° novembre 30, 12.° décembre 31 ; & dans toutes les *années biſſextiles* le mois de février avoit comme à préſent 29 jours : on trouvera les mois romains plus en détail au mot Calendrier.

Cette alternative de mois de 30 & de 31 jours ne ſuffit pas pour que les 12 ſignes du zôdiaque ſoient d'acord avec les douze mois ; car pour que le ſoleil employât un mois à parcourir chaque ſigne, il faudroit que les trois premiers mois & les trois derniers fuſſent de 30 jours, & les autres de 31 ; dans les *années* communes on en ôteroit un du mois de janvier ou de décembre, qui ſont les plus voiſins du périgée du ſoleil, où ſa viteſſe eſt la plus grande.

L'*année juliene* ſuppoſoit l'*année aſtronomique* de 365 jours 6 heures ; & elle ſurpaſſoit par conſéquent la *vraie année ſolaire* d'environ 11 minutes, ce qui a occaſioné la correction grégoriene.

L'*année grégoriene* n'eſt autre que l'*année juliene*, corrigée par la ſuppreſſion de trois *biſſextiles* en quatre ſiecles.

La raiſon de cette correction, fut que l'*année juliene* avoit été ſuppoſée de 365 jours 6 heures, au lieu que la véritable *année ſolaire* eſt de 365 jours 5 heures 48′ 48″, ce qui produiſoit une anticipation de près d'un jour tous les cents ans, ou du moins de trois quarts de jour.

Or quoique cette erreur de 11 minutes qui ſe trouve dans l'*année juliene* ſoit fort petite, cependant elle étoit devenue ſi conſidérable en s'accumulant depuis le temps de Jules-Céſar, qu'elle avoit monté à 10 jours, ce qui avoit conſidérablement dérangé l'équinoxe. Car du temps du concile de Nicée, lorſqu'il fut queſtion de fixer le temps auquel on doit célébrer la Pâque, l'équinoxe du printemps ſe trouvoit au 21 de mars. Mais cet équinoxe ayant continuélement anticipé, on s'eſt aperçu l'an 1582, lorſqu'on propoſa de réformer le calendrier de Jules-Céſar, que le ſoleil entroit déja dans l'équateur dès le 11 mars ; c'eſt-à-dire, 10 jours pluôt que du temps du concile de Nicée. Pour remédier à cet inconvénient qui devoit aller enſuite encore plus loin, le Pape Grégoire XIII fit venir les plus habiles aſtronomes de ſon temps, & concerta avec eux la correction qu'il falloit faire, afin que l'équinoxe tombât au même jour que dans le temps du concile de Nicée ; comme il s'étoit gliſſé une erreur de dix jours depuis ce temps-là, on retrancha ces dix jours de l'*année* 1582, dans laquelle on fit cette correction ; & au lieu du 5 d'octobre de cette *année*, on compta tout de ſuite le 15.

La France, l'Eſpagne, les pays catholiques d'Allemagne, & l'Italie, en un mot tous les pays qui ſont ſous l'obéiſſance de l'Égliſe, reçurent cette réforme dès ſon origine : mais les proteſtans la rejeterent d'abord.

En l'an 1700 l'erreur des dix jours avoit augmenté encore & étoit devenue de onze ; c'eſt ce qui détermina les proteſtans d'Allemagne à accepter la réformation grégoriene & à compter ſur le nouveau ſtyle, auſſi-bien que les Danois & les Hollandois. En Angleterre même on l'a adopté au mois de ſeptembre 1752. Les Ruſſes ſont les ſeuls qui aient conſervé le calendrier julien, ou le vieux ſtyle, & comptent onze jours de plus. Les *années* 1700, 1800, 1900, ſont communes ; l'*année* 2000 ſera biſſextile, de même que 2400, 2800, & ainſi de ſuite en ajoutant toujours 4 ; ainſi, il n'y a que les *années* ſéculaires dont le nombre du ſiecle eſt diviſible par 4 qui ſoient biſſextiles ; comme dans le cours d'un ſiecle il n'y a que les *années* diviſibles par 4 qui ſoient biſſextiles, 1784, 1788, 1792, &c.

Suivant cette regle, on ſupprime trois biſſextiles ſur quatre ſiecles, ou en 36 ſiecles 27 biſſextiles ; il ſeroit plus exact d'en ſupprimer 28, pour s'accorder avec la vraie durée de l'*année ſolaire* ; mais la différence eſt inſenſible.

Commencement de l'année. Le jour de l'an, ou le jour auquel l'*année* commence, a toujours été très-différent chez les différentes nations.

Les François, ſous les rois de la race mérovingiene, commençoient l'*année* du jour de la revue des troupes, qui étoit le premier de mars ; ſous les rois Carlovingiens, ils commencerent l'*année* le jour de Noël ; & ſous les Capétiens, le jour

de Pâque ; de ſorte que le commencement de l'*année* varioit alors depuis le 22 mars juſqu'au 25 avril. L'*année eccléſiaſtique* en France commence au premier dimanche de l'Avent.

Quant à l'*année* civile, Charles IX ordonna en 1564, qu'on la feroit commencer à l'avenir au premier de janvier.

À Rome, il y a deux manieres de compter les *années* ; l'une commence à la Nativité de Notre-Seigneur ; & c'eſt celle que les Notaires ſuivent, datant *a Nativitate* ; l'autre commence au 25 mars, jour de l'Incarnation, & c'eſt de cette façon que ſont datées les bulles, *anno Incarnationis*.

En 1746, l'*année civile* à Piſe, commençoit encore au 25 mars ; l'Empereur ordonna le changement par un édit, dont l'extrait eſt gravé ſur un marbre en lettres d'or, ſur la rive gauche de l'Arno. Cet uſage remontoit aux Étruſques, de qui les Romains l'avoient emprunté.

L'*année civile* ou *légale*, en Angleterre, commence le jour de l'Annonciation, c'eſt-à-dire, le 25 mars ; quoique l'*année chronologique* commence le jour de la Circonciſion, c'eſt-à-dire, le premier jour de janvier, ainſi que l'*année* des autres nations de l'Europe. Guillaume le Conquérant ayant été couronné le premier de janvier, donna occaſion aux Anglois de commencer à compter l'*année* de ce jour-là pour l'hiſtoire ; mais, pour certaines afaires civiles, ils ont encore retenu leur ancienne maniere, qui étoit de commencer l'*année le* 25 mars.

Dans la partie de l'*année* qui eſt entre ces deux termes, on met ordinairement les deux dates à la fois, les deux derniers chifres étant écrits l'un ſur l'autre à la maniere des fractions ; par exemple, $172\frac{4}{5}$ eſt la date pour le temps entre le premier janvier 1725 & le 25 mars de la même *année*. Depuis Guillaume le Conquérant, les patentes des Rois, le chartes, *&c.* ſont ordinairement datées de l'*année* du regne du Roi.

L'Égliſe d'Angleterre commence l'*année* au premier dimanche de l'Avent.

Les Juifs, ainſi que la plupart des autres nations de l'Orient, ont une *année* civile qui commence avec la nouvele lune de ſaptembre, & une *année* eccléſiaſtique qui commence avec la nouvele lune de mars.

Les Grecs commencent l'*année* le premier ſeptembre, & datent du commencement du monde.

Les Mahométans commencent l'*année* au moment où le ſoleil entre dans le bélier.

Les Perſans, dans le mois qui répond à notre mois de juin.

Les Chinois, à la nouvele lune, après que le ſoleil eſt entré dans les poiſſons. La plupart des Indiens commencent leur *année* avec la premiere lune du mois de mars. Les Brames avec la nouvele lune d'Avril, auquel jour ils célébrent une fête appelée *Samvat ſaradi pauduga*, c'eſt-à-dire, la fête du nouvel an.

Les Mexicains, ſuivant d'Acoſta, commençoient l'*année* le 23 de février ; temps où la verdure commençoit à paroître. Leur *année* étoit compoſée de dix-huit moir de vingt jours chacun, & ils employoient les cinq jours qui reſtoient après ces dix-huit moir, aux plaiſirs, ſans qu'il fût permis de vaquer à aucune afaire, pas même au ſervice des temples. Alvarez raporte la même choſe des Abiſſins, qui commençoient l'*année* le 26 d'août, & avoient cinq jours oiſifs à la fin de l'*année*, qui étoient nommés *pagomen* ; mais cela n'eſt point exact ; on peut voir dans Ludolf ce qui regarde les Abiſſins.

Grande année ; *année* platonique eſt une expreſſion à laquelle on a ataché différentes ſignifications. C'étoit une opinion générale qu'il y avoit une *grande année* qui renfermoit en elle le principe & la fin de tous les êtres, leur changement & leur renouvélement : cette idée phyſique, morale ou ſuperſtitieuſe fut mêlée avec des idées aſtronomiques, & forma cette *grande année* appelée platonique ; mais Platon ne parle qu'en général de la période inconnue qui raméneroit les aſtres dans les mêmes circonſtances ; c'eſt ce qu'on doit appeler la *grande année* platonique. Voici ce qu'il en dit dans ſon Timée.

Eſt tamen intellectu facile, quod perfectus numerus temporis perfectum tum demum compleat annum, cum octo ambitus confectis ſuis curſibus, quos orbis ille ſemper idem ſimiliterque procedens metitur, ad idem ſe caput retulerunt.

Cette *grande année* platonique a lieu, ſuivant Cicéron, *de nat. deor. l.* 2, lorſque le ſoleil, la lune & les cinq planetes revienent à la même ſituation. Quelques-uns diſoient que tout ce qui arive dans le monde recommenceroit dans le même ordre, (*Clavius in ſph. c.* 1) ; on croit que c'eſt celle dont parle Virgile, *Egl.* 4 *v.* 5 *&* 36.

Magnus ab integro ſæclorum naſcitur ordo.
Atque iterum ad Trojam magnus mittetur Achille.

D'autres penſent que *magnus* ſignifie ſeulement illuſtre, & que la ſuite n'eſt qu'une maniere de dire que le ſiecle d'or renaîtroit après la paix qui venoit d'être conclue à Pouzol, 40 ans avant Jéſus-Chriſt, entre Octave & le fils de Pompée. Mais il ſeroit poſſible que Virgile, d'après les traditions anciennes, eût voulu dire que les événemens fabuleux recommenceroient dans le même ordre, puiſque ces événemens, tels que le ſiecle d'or, les voyages des Argonautes, les travaux d'Hercule, &c., ne ſont que des allégories tirées des ſituations des étoiles, & doivent par conſéquent recommencer quand ces ſituations ſe trouvant les mêmes, produiront les mêmes phénomenes au bout de 25750 ans, ainſi que M. Dupuis l'a fait voir aſſez au long dans un Mémoire ſur l'origine des conſtellations & de la fable, inſéré dans le quatrieme volume de mon *Aſtronomie*.

Mais ce mot de *grande année* a été pris en différens ſens. Les uns l'ont entendu de la période de 600 ans qui ramene la lune & le ſoleil au même point du ciel ; c'eſt la période luniſolaire dont M. Caſſini a parlé dans ſon Traité de l'origine de l'Aſtronomie, & dans ſes Regles de l'Aſtronomie indiene. M. de Mairan a donné une diſſertation à ce ſujet à la ſuite de ſes lettres au P. Parennin ; il eſt vrai que 7421 mois lunaires & 600 années tropiques ſont preſque le même intervalle, cependant les 600 *années* ſont 28½ heures de moins.

On a auſſi appelé la *grande année* la période caniculaire de 1460 ans, dans laquelle les *années* égyptienes revenoient avec les *années* ſolaires ; mais du moins on ſe trompe en citant Platon à ce ſujet, il ne connut jamais cette période, ni même celle de la préceſſion des équinoxes, qui eſt de 25750 ans ſuivant mes derniers calculs. D'autres ont fait la *grande année* de neuf mille ans, de 12, de 15, de 24, de 36, de 49, de 100, de 300, de 470 mille ans, & même de 1753 & de 6,570,000 ans. *Voyez* Joſeph Scaliger canon. iſagog. *p.* 252. Riccioli chronol. réform., *p.* 8. Hevelii prodromus, *p.* 86. Et M. de la Nauze, Mémoires de Académie des inſcriptions. *Tom. XXIII.*

La durée de 4,320,000 ans que les Indiens donnent à la durée du monde, n'eſt qu'un nombre allégorique, exprimant les douze ſignes par douze mille, répétés 360 fois, ce qui forme la révolution de l'année ; & la fable de la vache aux quatre jambes vient du taureau qui étoit le premier ſigne du printemps. M. Dupuis. *Mercure du 14 juin* 1783. (*M.* DE LA LANDE.)

ANNUEL (*Aſtron.*) ſe dit de tout ce qui revient chaque année ou qui dure une année. On appele mouvement *annuel* de la terre, celui par lequel elle décrit ſon orbite autour du ſoleil, comme nous le prouverons au mot Syſtême de Copernic.

Le *mouvement annuel* d'une planete ſignifie ſon mouvement en 365 jours, quelquefois auſſi ſon mouvement propre ou de révolution autour du ſoleil.

L'*argument annuel* dans les tables de la lune, eſt la diſtance du ſoleil à l'apogée de la lune, ainſi appelée, parce que l'inégalité qui en dépend eſt liée avec le mouvement *annuel* du ſoleil.

Équations annueles de la lune, de ſon apogée & de ſon nœud ; ce ſont les inégalités que l'attraction du ſoleil produit à raiſon de l'excentricité de ſon orbite ou du changement de ſes diſtances : l'équation *annuele* de la lune fut indiquée par Tycho-Brahé, déterminée plus exactement par Horoccius, d'après les obſervations ; enfin, Newton reconut qu'elle étoit une ſuite de la Théorie de l'attraction, & il conclut qu'il y avoit une équation ſemblable pour l'apogée & une pour le nœud, dont le ſoleil augmente le mouvement, lorſqu'étant plus près de la terre, il agit ſur la lune avec plus de force. L'action du ſoleil, en dilatant l'orbite de la lune, retarde ſon mouvement, & c'eſt ce qui produit l'équation *annuele*. La plus grande équation *annuele* de la lune eſt, dans Newton, de 11′ 51″ pour la lune, 20′ 9″ pour l'apogée & 9′ 30″ ſeulement pour le nœud dont le mouvement eſt plus lent que celui de l'apogée ; elles ſont dans les nouveles tables de Mayer de 11′ 16″, 23′ 12″ & 8′ 50″. *Voyez* LUNE. (*D. L.*)

Parallaxe annuele. *Voyez* PARALLAXE.

ANNUITÉ, ſ. f. (*Alg.*) ſe dit d'une rente qui n'eſt payée que pendant un certain nombre d'années ; de ſorte qu'au bout de ce temps, le débiteur ſe trouve avoir aquité ſon emprunt avec les intérêts, en donnant tous les ans une même ſomme.

Les *annuités* ſont extrêmement avantageuſes au commerce dans les pays où elles ſont en uſage ; le débiteur trouve dans cette maniere d'emprunter, la facilité de s'aquiter inſenſiblement & ſans ſe gêner, ſi le créancier a des dettes à payer avant l'échéance des *annuités*, & il s'en ſert comme de l'argent en déduiſant les intérêts à proportion du temps qu'il y a à atendre juſqu'à l'échéance.

Les *annuités* ſont fort en uſage en Angleterre, & l'état s'en ſert très-avantageuſement, lorſqu'il a des emprunts conſidérables à faire : peut-être un jour nous en ſervirons-nous en France. Les coupons de la loterie royale de 1744 étoient des *annuités*, dont chaque coupon perdant après le tirage de la loterie, doit produire 65 liv. par an, pendant dix ans, au bout deſquels le billet ſera rembourſé.

M. Deparcieux, des Académies Royales des ſciences de Paris & de Berlin, a inſéré à la fin de ſon *eſſai ſur les probabilités de la durée de la vie humaine*, imprimé à Paris en 1746, une table fort utile par laquelle on voit la ſomme que l'on doit préter pour recevoir 100 livres à la fin de chaque année, de maniere qu'on ſoit rembourſé entiérement au bout de tel nombre d'années qu'on voudra juſqu'à cent ans, c'eſt-à-dire, la valeur des *annuités* qui raporteroient 100 livres pendant un certain nombre d'années. Voici une partie de cette table, qui peut être très-commode dans le calcul des *annuités*.

Digitized by Google

Table des ſommes qu'on doit prêter pour recevoir 100 *liv. à la fin de chaque année, de maniere qu'on ſoit rembourſé entiérement au bout de tel nombre d'années qu'on voudra juſqu'à cent ans.*

Les intérêts compiés ſur le pied du den. 20.							
Ans.	*Liv.*	*S.*	*D.*	*Ans.*	*Liv.*	*S.*	*D.*
1	95	4	9	51	1833	17	3
2	185	18	10	52	1841	15	6
3	272	6	6	53	1849	6	1
4	354	11	11	54	1856	9	7
5	432	19	0	55	1863	6	3
6	507	11	5	56	1869	16	4
7	578	12	9	57	1876	0	4
8	646	6	5	58	1881	18	4
9	710	15	8	59	1887	10	9
10	772	3	5	60	1892	17	10
11	830	12	9	61	1897	19	9
12	886	6	5	62	1902	16	10
13	939	7	1	63	1907	9	4
14	989	17	2	64	1911	17	4
15	1037	19	3	65	1916	1	4
16	1083	15	5	66	1920	1	3
17	1127	8	0	67	1923	17	4
18	1168	16	0	68	1937	9	9
19	1208	10	6	69	1930	19	8
20	1246	4	3	70	1934	4	6
21	1282	2	1	71	1937	7	1
22	1316	5	10	72	1940	6	9
23	1348	16	11	73	1943	3	6
24	1379	17	0	74	1945	17	7
25	1409	7	8	75	1948	9	11
26	1437	10	1	76	1950	18	1
27	1464	5	9	77	1953	4	10
28	1489	15	11	78	1955	9	4
29	1514	1	10	79	1957	11	8
30	1537	4	6	80	1959	12	0
31	1559	5	3	81	1961	10	5
32	1580	5	0	82	1963	7	0
33	1600	4	8	83	1965	1	11
34	1619	5	5	84	1966	15	1
35	1637	7	11	85	1968	6	9
36	1654	13	3	86	1969	16	10
37	1671	2	1	87	1971	5	6
38	1686	15	4	88	1972	12	10
39	1710	13	7	89	1973	18	10
40	1715	17	8	90	1975	3	7
41	1729	8	2	91	1976	7	2
42	1742	5	10	92	1977	9	8
43	1754	11	3	93	1978	11	1
44	1766	5	0	94	1979	11	5
45	1777	7	6	95	1980	10	10
46	1787	19	6	96	1976	9	4
47	1798	1	5	97	1982	6	11
48	1807	13	8	98	1983	3	8
49	1816	16	10	99	1983	19	8
50	1825	11	2	100	1984	14	10

Si l'on veut ſavoir la méthode ſur laquelle cette table eſt formée, la voici. Suppoſons qu'on empruinte une ſomme, que j'appele a, & que, les intérêts étant comptés ſur le pied du denier 20, ou, en général, du denier $\frac{1}{m}$, on rende chaque année une ſomme b, & voyons ce qui en arrivera.

En premier lieu, puiſque les intérêts ſont comptés ſur le pied du denier $\frac{1}{m}$, il s'enſuit que celui qui a emprunté la ſomme a, devra, à la fin de la premiere année, cette ſomme, plus le denier $\frac{1}{m}$ a de cette ſomme, c'eſt-à-dire, qu'il devra $a + \frac{1}{m} a$ ou $a \times \left(\frac{m+1}{m}\right)$. Or, par la ſuppoſition, il rend, à la fin de la premiere année, la ſomme b; donc, au commencemont de la ſeconde année, il n'emprunte plus réellement que la ſomme $a\left(\frac{m+1}{m}\right) - b$.

À la fin de la ſeconde année, il devra donc $\left(a\left(\frac{m+1}{m}\right) - b\right) \times \left(\frac{m+1}{m}\right)$ ou $a\left(\frac{m+1}{m}\right)^2 - b\left(\frac{m+1}{m}\right)$; &, comme à la fin de cette ſeconde année, il rend encore b, il s'enſuit qu'au commencement de la troiſieme année, il n'emprunte plus que $a\left(\frac{m+1}{m}\right)^2 - b\left(\frac{m+1}{m}\right) - b$.

À la fin de la troiſieme année, il devra donc $a\left(\frac{m+1}{m}\right)^3 - b\left(\frac{m+1}{m}\right)^2 - b\left(\frac{m+1}{m}\right)$, dont il faut encore retrancher b, pour ſavoir ce qu'il emprunte réellement au commencement de la quatrieme année.

En continuant à raiſoner toujours de la même maniere, on voit qu'à la fin de la $n.^e$ année, ou au commencement de l'année ſuivante, il emprunteroit réellement $a\left(\frac{m+1}{m}\right)^n - b\left(\frac{m+1}{m}\right)^{n-1} - b\left(\frac{m+1}{m}\right)^{n-2} \ldots - b$.

D'où il s'enſuit que, ſi le paiement doit ſe faire en un nombre n d'années, il n'y a qu'à faire la quantité précédente égale à zéro; puiſqu'au bout de ce temps, par la ſuppoſition, le débiteur ſe ſera entiérement aquité, & qu'ainſi

ſa dette ſera nulle, ou zéro, à la fin de la $n.^e$ année.

Or, dans cette derniere quantité, tous les termes qui ſont multipliér par b, forment une progreſſion géométrique, dont $\left(\frac{m+1}{m}\right)^{n-1}$ eſt le premier terme, $\left(\frac{m+1}{m}\right)^{n-2}$ le ſecond, & 1 le dernier. D'où il s'enſuit (*Voyez* PROGRESSION) que la ſomme de cette progreſſion eſt $\left(\frac{m+1}{m}\right)^{n}$ — 1 diviſé par $\frac{m+1}{m} - 1$.

Ainſi, par cette équation générale, $a\left(\frac{m+1}{m}\right)^{n} - b \times \frac{\left(\left(\frac{m+1}{m}\right)^{n} - 1\right)}{\frac{m+1}{m} - 1} = 0$, on a $\left(\frac{m+1}{m}\right)^{n+1} - a\left(\frac{m+1}{m}\right)^{n} - b\left(\frac{m+1}{m}\right)^{n} + b = 0$, on peut trouver:

1.° La ſomme a, qu'il faut prêter pour recevoir la ſomme b chaque année, pendant un nombre d'années n, les intérêts étant comptés ſur le pied du denier $\frac{1}{m}$, c'eſt-à-dire, qu'on trouvera a, en ſuppoſant que b, n, $\frac{1}{m}$, ſoient donnés.

2.° On trouvera de même b, en ſuppoſant que a, n, $\frac{1}{m}$, ſoient données.

3.° Si a, b, n, ſont données, on peut trouver $\frac{1}{m}$; mais le calcul eſt plus difficile, parce que, dans les deux cas précédens, l'équation n'étoit que du premier degré, au lieu que, dans celui ci, l'équation qu'il faut réſoudre, eſt d'un degré d'autant plus élevé que n eſt plus grand. *Voyez* ÉQUATION.

4.° Enfin, ſi a, b, & $\frac{1}{m}$ ſont données, on peut trouver n, par le moyen des logarithmes. Pour cela, on écrira ainſi l'équation, $b = \left(\frac{m+1}{m}\right)^{n} \times \left(b + a - a\left(\frac{m+1}{m}\right)\right)$; d'où l'on tire

$$n = \frac{\log. b - \log. \left(b + a - a\left(\frac{m+1}{m}\right)\right)}{\log. \left(\frac{m+1}{m}\right)}.$$

Voyez ÉQUATION, INTÉRÊT.

M. Deparcieux, dans l'ouvrage que nous venons de citer, donne une table beaucoup plus étendue, & l'applique au calcul de la loterie royale de 1744.

Nous joindrons à cet article la table ſuivante, qui y a raport, & qui eſt encore tirée de M. Deparcieux.

DISTRIBUTION d'un emprunt de 6000000 livres, diviſé en 12000 actions ou billets de 500 liv. chacun, pour aquiter intérêts & capital en dix ans, en payant tous les ans la même ſomme ou à peu près, tant pour les intérêts, que pour le rembourſement d'une partie des actions ou billets.

ANS.	ACTIONS exiſtantes pendant chaque année.	Intérêts dûs à la fin de chaque année.	ACTIONS qu'on rembourſe tour ler ans.	Prix der actionr qn'on rembourſe tous ler anr.	TOTAL de chaque année.
On compte les intérêts ſur le pied du denier vingt.					
		Livres.		*Livres.*	
1	12000	300000	954	477000	777000
2	11046	276150	1002	501000	777150
3	10044	251100	1052	526000	777100
4	8992	224800	1104	552000	776800
5	7888	197200	1160	580000	777200
6	6728	168200	1218	609000	777200
7	5510	137750	1279	639500	777250
8	4231	105775	1342	671000	776775
9	2889	72225	1410	705000	777225
10	1479	36975	1479	739500	776475

Voici l'explication & l'uſage de cette table.

Suppoſons qu'une compagnie de négocians, ou ſi l'on veut, l'état, veuille emprunter 6000000 livrer en 12000 actionr de 500 liver chacune, dont on paye l'intérêt au denier vingt, cette compagnie rendra donc 300000 livres chaque année; ſavoir 25 livres pour chaque billet. Suppoſons outre cela que cette compagnie ſe propoſe de rembourſer chaque année une partie des billets, il eſt évident qu'elle devra donner chaque année plus de 300000 livres. Suppoſons enfin qu'elle veuille donner chaque année à peu près

Digitized by Google

la même ſomme, tant pour les intérêts que pour le rembourſement d'une partie des billets, en ſorte que tout ſoit rembourſé au bout de dix ans; on demande combien il faudra rembourſer de billets par an.

On trouve d'abord, par la premiere table ci-deſſus, que ſi l'on veut rembourſer 6000000 livres en dix ans, en dix paiemens égaux ſur le pied du denier vingt, il faut 777000 livres par an: ainſi comme les intérêts de 6000000 livres au bout d'un an ſont 300000 livres, il s'enſuit qu'il reſte 477000 livres qui ſervent à rembourſer 954 billets. Le débiteur ne doit donc plus que 11046 billets dont les intérêts dûs à la fin de la ſeconde année ſont 276150 livres, qui étant ôtées des 777000 livres que le débiteur paye à la fin de chaque année, reſte 500850 livres qui fourniſſent preſque de quoi rembourſer 1002 billets, *&c.* Pour les rembourſer exactement, il faut 777150 livres, au lieu de 777000.

Par ce moyen on peut faire l'emprunt par claſſes. La premiere ſera de 954 billets rembourſables à la fin de la premiere année, le débiteur payant 777000 livres; 1002 à la fin de la ſeconde, le débiteur payant 777150 livres; 1052 pour être rembourſés à la fin de la troiſieme année, le débiteur payant 777100 livres, *&c.*, ainſi de ſuite.

Cette ſorte d'emprunt pourroit être commode & avantageuſe en certaines occaſions, tant pour le débiteur que pour le créancier. *Voyez* l'ouvrage cité, *pag.* 32 *& ſuivantes.*

M. d'Alembert ajoute les réflexions ſuivantes, qui tendent à éclaircir la Théorie des *annuités*.

Soit a une ſomme prêtée, n le denier auquel eſt prêtée cette ſomme, m l'*annuité* ou la ſomme conſtante qu'on rend chaque année, k le nombre des années au bout deſquelles la dette eſt aquitée, il eſt clair,

1.° Que la premiere année étant échue & payée, la dette n'eſt plus que $a(1+n)-m$:

2.° Qu'à la fin de la ſeconde année, la dette eſt $a(1+n)^2 - m(1+n) - m$:

3.° Qu'à la fin de la troiſieme année, la dette eſt $a(1+n)^3 - m(1+n)^2 - m(1+n) - m$; & ainſi de ſuite.

D'où il s'enſuit qu'à la fin de la k^e année, la dette eſt $a(1+n)^k - m(1+n)^{k-1} - m(1+n)^{k-2} \ldots . m$; or cette quantité doit être $=0$, donc $m = a(1+n)^k$ diviſé par $(1+n)^{k-1} \ldots \ldots + 1 = a(1+n)^k$ diviſé par la ſomme d'une progreſſion géométrique, dont 1 eſt le premier terme, k le nombre des termes, & $1+n$ le ſecond terme, ce qui donne $a(1+n)^k$ diviſé par $\frac{(1+n)^k - 1}{n} = \frac{an(1+n)^k}{(1+n)^k - 1}$.

Le dénominateur de cette fraction eſt $kn + n^2 \frac{k-1}{2} + \frac{n^3}{2.3} k.k-1.k-2$. *&c.* & lorſque k eſt très-petit, $kn - \frac{kn^2}{2} + \frac{2.kn^3}{2.3}$ *&c.* Donc alors la fraction précédente ou la valeur de m devient $\frac{an(1+n)^k}{k(1 - \frac{n^2}{2} + \frac{n^3}{3}\ \&c.)}$ $= ($ en ſuppoſant $k = 0)$, $\frac{an}{0} = \infty$; ce qui donne une très-fauſſe valeur de m, puiſqu'il eſt évident que, lorſque $k = 0$, on a $m = 0$.

La ſolution de cette difficulté, c'eſt que, lorſque k eſt une fraction, la formule des *annuités* $a(1+n)^k - m(1+n)^{k-1} \ldots \ldots - m$, n'eſt plus la même que lorſque k eſt un nombre entier, & devient même très-fautive.

Si on fait le paiement par demi-années, on aura $m = \frac{an(1+n)^{\frac{k}{2}}}{(1+n)^{\frac{k}{2}} - 1}$, & ſi $k = 2$, on aura $m = \frac{an(1+n)}{n} = a(1+n)$, qui eſt la ſomme qu'on doit payer au bout d'un an; mais on remarquera que deux fois la valeur de m, c'eſt-à-dire, $\frac{2an(1+n)^{\frac{k}{2}}}{(1+n)^{\frac{k}{2}} - 1}$, n'eſt pas $=$ (en faiſant $k = 1$) à la ſomme $a(1+n)$.

ANNULAIRE, adj. *éclipſe annulaire* (*Aſtron.*). On appele ainſi une éclipſe de ſoleil dans laquelle la lune paroiſſant plus petite que le ſoleil, n'en couvre que le milieu, en ſorte que la lumiere du ſoleil déborde tout-autour de la lune; telle a été l'éclipſe du premier avril 1764, qu'on a obſervée en Eſpagne, en France, en Angleterre, comme on le voyoit ſur la grande carte de cette éclipſe publiée par madame le Paute. Le diametre de la lune eſt de 29′ 25″ dans ſon apogée, & de 33′ 37″ dans ſon périgée; le diametre du ſoleil eſt de 31′ 31″ dans ſon apogée, & de 32′ 36″ dans ſon périgée; d'où il eſt aiſé de conclure qu'il doit y avoir un grand nombre d'éclipſes où le diametre de la lune ne ſuffira pas pour couvrir celui du ſoleil. Dans la table des 59 éclipſes de ſoleil viſibles à Paris, que M. du Vaucel a donnée, & qui s'étend depuis 1769 juſqu'en 1900; il n'y en a aucune de totale pour Paris; mais il y en a une *annulaire*, annoncée pour le 8 octobre 1847. *Mém. préſentés à l'académie des Sciences, tome V, page* 575. Les éclipſes de 1737 & 1748 ont été *annulaires* en Ecoſſe, & M. le Monnier s'y tranſporta pour obſerver celle de 1748, & pour pouvoir meſurer le diametre de la lune, lorſqu'il paroîtroit en entier ſur le ſoleil. Indépendament des phénomenes optiques auxquels ces

ces obſervations donnent lieu, & qu'on peut voir dans l'*Avertiſſement* de M. Delile ſur l'éclipſe de 1748; cette éclipſe a ſervi à prouver, ainſi que celle de 1764, que le diametre de la lune ne paroît pas ſenſiblement plus petit lorſqu'il eſt ſur le ſoleil, que lorſque la lune eſt pleine & lumineuſe, quoique M. de la Hire le prétendît. Mais M. do Séjour, qui a fait ſur les obſervations de 1764 une multitude immenſe de calculs & de recherches, en a déduit une *inflexion* de 3 à 4 ſecondes, qui équivaut, pour la durée d'une éclipſe à une diminution de 6 ou 8 ſecondes dans le diametre de la lune. (*Mém. de l'acad.* 1767.) Il trouve auſſi que la plus grande durée poſſible d'une éclipſe *annulaire* eſt de 12′ 24″ (*Mém. de l'acad.* 1777), quoique la plus grande durée d'une éclipſe totale ne puiſſe pas aller au delà de 7′ 58″; parce que le diametre apparent de la lune eſt plus ſouvent au deſſous qu'au deſſus de la valeur du diametre ſolaire. (*M.* DE LA LANDE.)

ANNULAIRES (*voûtes*), (*Méch.*). Ce ſont celles dont la figure imite les anneaux en tout ou en partie; telles ſont les voûtes ſur noyau, & dont le plan eſt circulaire ou elliptique. *Voyez* VOÛTE.

On doit conſidérer ces voûtes comme des voûtes cylindriques dont l'axe ſeroit courbé circulairement: les joints de lits des claveaux étant prolongés, doivent paſſer par l'axe, & les joints ſont des portions de ſurfaces coniques. Les joints de tête doivent être perpendiculaires à l'axe; & en liaiſon entr'eux, comme doivent l'être ceux de toute bonne eſpece de maçonerie. *Voyez* LIAISON. (*D*).

ANOMALIE, (*Aſtron.*). C'eſt la diſtance d'une planete à ſon apſide ou au ſommet du grand axe de ſon orbite. Ce mot nous vient du mot grec Ἀνώμαλος, *inæqualis*, parce que la diſtance d'une planete à ſon apſide eſt en effet ce qui regle ſon inégalité, & ce qui ſert à la calculer dans les différens points de ſon orbite. Pour le ſoleil & la lune, l'*anomalie* eſt la diſtance par raport à l'apogée; dans les cinq planetes principales, c'eſt la diſtance à l'aphélie: on diſtingue trois ſortes d'*anomalies*.

L'*anomalie* vraie eſt l'angle formé au foyer de l'ellipſe par le rayon recteur, qui va du ſoleil à la planete, & par la ligne des apſides ou le grand axe de l'ellipſe. Soit *S* le ſoleil, *Fig. d'Aſtronom.* 83, *M* le lieu de la planete dans ſon orbite *AMP*, *A* l'aphélie, *P* le périhélie, l'*anomalie* vraie eſt l'angle *ASM*.

L'*anomalie* excentrique eſt l'angle *ACN* formé au centre *C* de l'ellipſe par le grand axe & par le rayon *CN* d'un cercle circonſcrit, mené à l'extrémité de l'ordonée *RMN*, qui paſſe par le lieu vrai *M* de la planete.

L'*anomalie* moyene eſt une diſtance à l'aphélie ſuppoſée uniforme & proportionele au temps; c'eſt celle qui augmente uniformément & également depuis l'aphélie juſqu'au périhélie; ainſi une planete qui emploîroit ſix mois à aller de l'aphélie au périhélie, auroit à la fin du premier mois 30 degrés d'*anomalie* moyene, 60 degrés à la fin du ſecond mois, & ainſi des autres.

Kepler ayant trouvé que les planetes décrivoient des ellipſes avec des aires proportioneles au temps (*Voyez* AIRES), ſentit bien que pour déterminer le vrai lieu d'une planete pour un temps donné, il falloit trouver l'*anomalie* vraie par le moyen de l'*anomalie* moyene, c'eſt ce qu'on appele *Problême de Kepler*. Lorſqu'on connoît la durée de la révolution de la planete, par exemple, celle de mercure, qui eſt de 86 jours; & qu'on demande le lieu de mercure au bout de deux jours, c'eſt-à-dire, au bout de la 43ᵉ partie de ſa révolution, on fait dès-lors que l'aire du ſecteur compris entre l'aphélie & le rayon vecteur, eſt la 43ᵉ partie de la ſurface de l'ellipſe: cette portion du temps ou cette portion de l'ellipſe eſt proprement l'*anomalie* moyene, que l'on peut exprimer auſſi en degrés, en prenant la 43ᵉ partie de 360 degrés ou du cercle entier; car nous pouvons appeler indifféremment *anomalie* moyene une portion du temps, une portion de l'ellipſe, une portion de la circonférence du cercle. C'eſt toujours une fraction qui eſt donnée, quand on cherche le lieu d'une planete; mais, c'eſt en degrés que nous prenons les *anomalies* pour ſuivre la forme uſitée dans les tables aſtronomiques, où toutes les *anomalies* & toutes les équations s'expriment en degrés, minutes & ſecondes. On peut imaginer une planete qui décrive le cercle *ANP* dans le même temps, & le point *X* où elle ſe trouvera marquera l'*anomalie* moyene *AX*. Ainſi l'on connoît pour un temps quelconque l'*anomalie AX*, ou la ſurface *AMS* d'un ſecteur elliptique, & il s'agit de trouver l'*anomalie* vraie ou l'angle de ce ſecteur. Kepler ſentit bien la difficulté de ce problême, qui eſt égale dans le cercle & dans l'ellipſe; il ſe contenta d'inviter les géometres à en chercher la ſolution, ſans eſpérer qu'on la pût trouver d'une maniere directe, parce qu'elle ſuppoſe connu le raport entre les arcs & leurs ſinus, qui n'eſt donné que par approximation. Ce fameux problême a toujours été appelé depuis *Problême de Kepler*, parce qu'en effet il le propoſa le premier, & en donna même une ſolution approchée dans ſon bel ouvrage *de Stella martis*.

On a des ſolutions du problême de Kepler données par Wallis & Newton, par le moyen de la cycloïde alongée; mais elles ſont inutiles dans la pratique. La Hire en a donné une dans les *Mémoires de l'Académie des ſciences* en 1710. Keill, dans les *Tranſ. philoſophiques* de 1713; M. Caſſini dans les *Mémoires* de 1719; Herman dans le premier volume des *Mémoires de Petersbourg*; Machin dans les *Tranſactions* de 1737; Simpſon dans ſes *Eſſays on ſeveral curious and uſeful ſubjects*, Londres 1740, page 41; il y en a une ſolution analytique dans le XXIᵉ livre de mon *Aſtronomie*.

Mais la ſolution inverſe, qui conſiſte à trouver l'*anomalie* moyene par le moyen de l'*anomalie*

vraie, étant beaucoup plus ſimple & pouvant ſuffire dans tous les cas, nous nous contenterons de la démontrer.

Dans une ellipſe AMP à laquelle on a circonſcrit un cercle ANP, CX étant la ligne de l'*anomalie* moyene, M le vrai lieu de la planete, RMN l'ordonée qui paſſe par le lieu de la planete; le ſecteur circulaire $ANSA$ eſt toujours égal au ſecteur circulaire ACX de l'*anomalie* moyene. En effet, ſoit T le temps entier de la révolution entiere de la planete, t le temps qu'elle a employé à aller de A en M, on aura par la regle des aires proportioneles au temps: t eſt à T comme le ſecteur AMS eſt à la ſurface de l'ellipſe; de même puiſque ACX eſt l'*anomalie* moyene, on aura: t eſt à T, comme ACX eſt à la ſurface du cercle; donc AMS eſt à ACX comme la ſurface de l'ellipſe, eſt à la ſurface du cercle. Mais par la propriété de l'ellipſe AMS eſt à ANS, comme la ſurface de l'ellipſe eſt à la ſurface du cercle. Nous avons donc deux proportions qui ont trois termes communs; ſavoir AMS, la ſurface de l'ellipſe & la ſurface du cercle; le terme qui paroît différent eſt donc néceſſairement le même; donc ACX & ANS ſont égaux entr'eux.

La racine carrée de la diſtance périhélie, eſt à la racine carrée de la diſtance aphélie, comme la tangente de la moitié de l'*anomalie* vraie, eſt à la tangente de la moitié de l'*anomalie* excentrique. En effet, c'eſt une propriété des triangles rectangles comme RSM, que la tangente de la moitié de l'angle RSM, eſt égal au côté oppoſé RM, diviſé par la ſomme des deux autres côtés SR, SM; ainſi, dans les triangles rectangles MSR & NCR, on a cette proportion: tang. $\frac{1}{2}$ MSR: tang. $\frac{1}{2}$ NCR :: $\frac{RM}{SR+SM}$: $\frac{RN}{CR+CN}$; ſi l'on met à la place du raport RM à RN, celui de CD à CA, qui lui eſt égal par la propriété de l'ellipſe, & à la place de $SR+SM$ ſa valeur $PR \cdot \frac{SA}{CA}$, tirée auſſi des propriétés de l'ellipſe, & enfin PR à la place de $CR+CN$, on changera la proportion en celle-ci: tang. $\frac{1}{2}$ MSR: tang. $\frac{1}{2}$ NCR :: $\frac{CD.CA}{PR.SA}$: $\frac{CA}{PR}$ :: $CD : SA$; & nommant a le demi-axe CA de l'ellipſe, & e l'excentricité CS, on aura T. $\frac{1}{2}$ MSR: tang. $\frac{1}{2}$ NCR :: $CD : SA$ :: $\sqrt{aa-ee} : a+e$; on diviſera les deux derniers termes par $\sqrt{a+e}$, & l'on aura tang. $\frac{1}{2}$ MSR : tang. $\frac{1}{2}$ NCR :: $\sqrt{a-e} : \sqrt{a+e}$ :: $\sqrt{PS} : \sqrt{SA}$: donc la tangente de la moitié de l'*anomalie* vraie ASM, eſt à la tangente de la moitié de l'*anomalie* excentrique ACN, comme la racine carrée de la diſtance périhélie PS eſt à celle de la diſtance aphélie AS. Cette proportion ſuffit pour trouver l'*anomalie* excentrique AN, au moyen de l'*anomalie* vraie ASM; la ſuivante fera trouver l'*anomalie* moyene par le moyen de l'excentrique.

La différence entre l'*anomalie* excentrique & l'*anomalie* moyene eſt égale au produit de l'excentricité, par le ſinus de l'*anomalie* excentrique. En effet, puiſque le ſecteur circulaire. $ANSA$ eſt égal au ſecteur de l'*anomalie* moyene ACX; ſi l'on ôte de tous deux la partie commune ACN, on aura le ſecteur NCX égal au triangle CNS. La ſurface du ſecteur circulaire NCX eſt égale au produit de CN par la moitié de l'arc NX; la ſurface du triangle CNS eſt égale au produit de CN par la moitié de la hauteur ST, qui eſt une perpendiculaire abaiſſée du foyer S ſur la baſe NC prolongée au delà du centre C. Ainſi, les deux ſurfaces étant égales, & ayant un des produiſans CN qui eſt commun à toutes deux, les autres produiſans ſont auſſi égaux; donc l'arc NX eſt égal à la ligne droite ST; mais dans le triangle STC, rectangle en T, l'on a $ST = CS$ ſin. TCS, par les regles de la Trigonométrie rectiligne; donc auſſi $NX = CS$ ſin. $TCS = CS$ ſin. ACN; donc la différence NX entre l'*anomalie* excentrique AN & l'*anomalie* moyene AX eſt égale au produit de l'excentricité CS par le ſinus de l'*anomalie* excentrique ACN; C. Q. F. D.

C'eſt en minutes & ſecondes qu'on a coutume d'exprimer toutes les *anomalies* des planetes; ainſi, pour trouver la différence en ſecondes entre l'*anomalie* moyene & l'*anomalie* excentrique, il faut que l'excentricité ſoit auſſi exprimée en ſecondes. Si cette excentricité eſt exprimée en parties de même eſpece que la diſtance moyene, on dira la diſtance moyene eſt à l'excentricité, comme le nombre de ſecondes qui contient le rayon d'un cercle 206264, 8, ou environ 57° eſt au nombre de ſecondes que l'excentricité contient.

Le rayon vecteur ou la diſtance d'une planete au ſoleil eſt facile à calculer, lorſqu'on connoît l'*anomalie* vraie & l'*anomalie* excentrique; il ſuffit de faire cette proportion: le ſinus de l'*anomalie* vraie eſt au ſinus de l'*anomalie* excentrique, comme la moitié du petit axe eſt au rayon vecteur. Car ayant tiré la ligne NQ, *Fig.* 83, parallele au rayon vecteur MS, on a par les triangles ſemblables cette proportion $SM : QN : RM : RN :: CD : CK$ ou CN; donc $SM : CD :: QN : CN ::$ ſin. QCN : ſin. CQN :: ſin. RCN : ſin. RSM; donc ſin. ASM : ſin. NCR : : $CD : SM$.

Pour donner auſſi une idée de la maniere de réſoudre directement par approximation le problême de Kepler, je choiſirai la méthode de M. Caſſini (*Elémens d'Aſtronomie*). Dans le cercle ANB, *Fig.* 84, circonſcrit à l'orbite AMB d'une planete, on a vu que l'arc AX étant pris pour *anomalie* moyene, la différence NX entre l'*anomalie* moyene & l'*anomalie* excentrique ACN eſt égale à la perpendiculaire ST: ſi du point X on tire une ligne HY parallele à NCT ou perpendiculaire ſur ST, la petite ligne SY ſera la différence entre l'arc NX égal à ST, & YT,

Digitized by Google

qui eſt égal au ſinus de cet arc XN. Cette différence entre l'arc & le ſinus n'excede pas une demi-ſeconde, lorſque l'arc NX ne va pas au delà d'un degré & demi; on peut alors la négliger entiérement & conſidérer les lignes NC, XS, comme paralleles entr'elles. Dans ce cas, l'angle CXS eſt égal à l'angle NCX; dans le triangle SCX, on connoît deux côtés & l'angle compris; ſavoir l'excentricité SC, le rayon du cercle, c'eſt-à-dire, CX, égal à la diſtance moyene ou au demi-axe de l'ellipſe, & l'angle compris SCX, qui eſt le ſupplément de l'*anomalie* moyene donnée ACX; on trouvera donc l'angle CXS égal à NCX, qui retranché de l'*anomalie* moyene ACX, donnera l'*anomalie* excentrique ACN, dont le ſupplément eſt NCS; dans le triangle NCS, on connoît encore les deux côtés SC, CN, & l'angle compris NCS; on trouvera donc l'angle NSP. On cherchera auſſi SN pour parvenir à trouver la diſtance; enfin, l'on dira ſuivant la propriété de l'ellipſe, PN eſt à PM, ou le grand axe eſt au petit axe comme la tangente de ce dernier angle NSP eſt à la tangente de l'*anomalie* vraie MSP. On pouroit auſſi à la place des deux dernieres opérations, employer la regle que nous avons démontrée ci-deſſus pour l'*anomalie* excentrique.

Si l'angle CXS ou l'arc NX, qui en differe très-peu, eſt aſſez grand pour que ſon ſinus égal à TT ſoit ſenſiblement moindre que l'arc ou que NX; c'eſt-à-dire, ſi cet angle paſſe, 1°. 30′ on prendra la différence de l'arc au ſinus en décimales du rayon CA, & M. Caſſini en a fait une table; ainſi, on aura ST: alors on cherchera auſſi le côté de SX du triangle CSX: dans le triangle TSX rectangle en T, on connoîtra SX & ST en parties du rayon CA, qui eſt toujours pris pour l'unité, on trouvera l'angle SXT, qui retranché de SXC, donnera TXC égal à l'angle NCX, dont on avoit beſoin dans le calcul précédent, pour le retrancher de l'*anomalie* moyene; le reſte du calcul ſera le même.

La diſtance de la planete au ſoleil eſt aiſée à trouver en même temps que l'*anomalie* vraie; car dans les triangles PSN, PSM, en prenant SP pour rayon, les côtés SN & SM ſeront comme les ſecantes des angles PSN, PSM, ou ce qui revient au même, en raiſon inverſe des co-ſinus, donc le co-ſinus de l'*anomalie* vraie eſt au co-ſinus de l'angle PSN comme le côté SN trouvé cidevant eſt au rayon vecteur SM.

ANOMALIE *de commutation*, ſuivant Kepler, étoit l'angle formé entre les rayons menés à une planete & à la terre, & partans du centre d'égalité ou du centre du mouvement moyen de la planete. *De ſtella martis*, *page* 128.

Les anciens appeloient *anomalia orbis* la diſtance d'une planete au ſommet de ſon épicycle; c'étoit dans Copernic *anomalia commutationis*, *anomalia ſecundæ inæqualitatis*; mais *anomalia excentrici* étoit le mouvement du centre de l'épicycle compté depuis l'apogée de l'excentrique; & comme la lune avoit d'autres inégalités, il y avoit d'autres *anomalies* qui, ſuivant Kepler, s'appeloient *ſoluta*, *menſtrua temporanea*, *menſtrua perpetua*; c'étoient les argumens des trois grandes inégalités de la lune.

ANOMALIE *égalée*, ſuivant quelques auteurs, eſt l'angle formé au centre de l'ellipſe par le grand axe de l'orbite & la ligne menée au vrai lieu de la planete. Ozanam.

ANOMALIE *complete de l'orbe*, ſuivant quelques auteurs, eſt pour la lune ce que nous avons appelé *anomalie* vraie.

ANOMALIE *de l'obliquité du zôdiaque*, *anomalie* des équinoxes, dans l'ancienne Aſtronomie étoient les inégalités qu'on admétoit dans ces deux élémens. On les appeloit auſſi *libration premiere*, & *libration ſeconde*, & *trépidation*. (*D. L.*)

ANOMALISTIQUE, adj. (*Aſtron.*), ſe dit de la révolution d'une planete, par raport à ſon apſide, ſoit apogée, ſoit aphélie, ou du retour au même point de ſon ellipſe. Si les orbites des planetes étoient fixes, & qu'elles répondiſſent toujours aux mêmes étoiles, la révolution *anomaliſtique* ſeroit égale à la révolution ſydérale; mais toutes les planetes ont un mouvement progreſſif dans leurs apſides; ainſi, il faut plus de temps pour atteindre l'aphélie qui s'eſt avancé dans l'intervalle que pour revenir à la même étoile. Par exemple la révolution tropique du ſoleil, par raport aux équinoxes eſt de $365^j\ 5^h\ 48'\ 48''$; l'année ſydérale, ou le retour aux étoiles eſt de $365^j\ 6^h\ 9'\ 10''\frac{1}{2}$; enfin, la révolution *anomaliſtique* eſt de $364^j\ 6^h\ 15'\ 22''$, parce que l'apogée du ſoleil avance chaque année de $65''\frac{1}{2}$ par raport aux équinoxes, & le ſoleil ne peut atteindre ſon apogée qu'après avoir parcouru les $65''\frac{1}{2}$ de plus que la révolution de l'année qui le ramene aux équinoxes. Pour trouver la durée d'une révolution *anomaliſtique*, on peut faire cette proportion, le mouvement total d'une planete, pendant un ſiecle, moins le mouvement de ſon aphélie, eſt à la durée d'un ſiecle, ou 3,155,760,000″ comme 360° ſont à la durée de la révolution *anomaliſtique*. (*M. DE LA LANDE.*)

ANSE *de panier*, ſ. f. (*Géom.*); c'eſt une courbe *AFDHB*, *Géom. Fig.* 31, compoſée de pluſieurs arcs de cercle qui ſont tous concaves d'un même côté, & qui pris enſemble, valent 180 degrés; elle reſſemble à une demi-ellipſe qui s'apuie ſur ſon grand ou ſur ſon petit axe, ſelon qu'elle eſt ſurbaiſſée ou ſurmontée. Dans la pratique de l'Architecture, on ſubſtitue ſouvent l'*anſe de panier* à l'ellipſe pour former des cintres de berceaux, parce qu'il eſt toujours plus facile de tracer des arcs de cercle que des arcs de l'ellipſe. (*Voyez* ELLIPSE.)

Le nombre des arcs qui compoſent une *anſe de panier* eſt toujours impair, & celui FDH du milieu eſt coupé en deux parties égales par la montée CD.

Ordinairement l'*anſe de panier* eſt formée avec trois arcs de cercle ; cependant ſi elle devoit être fort ſurbaiſſée, par exemple, ſi la montée CD devoit être moindre que le quart du diametre AB, il faudroit la compoſer de cinq arcs de cercle, ou de ſept, ou de neuf, &c. en augmentant toujours ainſi le nombre des arcs de cercle à meſure qu'elle ſeroit plus ſurbaiſſée. En effet, ſi dans ces ſortes de cas on employoit ſeulement trois arcs de cercle, les arcs extrêmes AF, BH auroient des courbures trop différentes de l'arc du milieu, & l'*anſe* ſeroit d'une figure déſagréable.

Nous allons traiter d'abord des *anſes de panier* à trois arcs, ou, comme on dit, *à trois centres* ; puis nous parlerons des *anſes de panier* à cinq centres, & ce que nous en dirons s'appliquera facilement aux cas où il y auroit un plus grand nombre de centres.

Des anſes de panier à trois centres.

I. Soient, *Fig.* 31, AB le diametre d'une *anſe de panier*, & CD perpendicolaire ſur le milieu de AB, ſa *montée*. Nous ſuppoſons que la courbe eſt *ſurbaiſſée* ; ſi elle étoit *ſurmontée*, on réſoudroit le problême en regardant CD comme le demi-diametre, & AC comme la montée. Soient les arcs égaux AF & BH les arcs extrêmes, FDH l'arc moyen. Les centres K & M des arcs extrêmes doivent être placés ſur le diametre AB, afin que la courbe tombe perpendiculairement ſur ce diametre, comme l'ellipſe, & le centre E de l'arc moyen doit être placé ſur la montée DC prolongée, afin que la courbe ſoit perpendiculaire en D ſur la montée, de même que l'ellipſe coupe perpendiculairement ſon petit axe. De plus, le centre E, le centre K, le point F de racordement des deux arcs AF, FDH, doivent être en ligne droite, ainſi que le centre E, le centre M, le point H de racordement des deux arcs BH, FHD, afin que les trois arcs qui forment la courbe ſe touchent ſimplement en ſe racordant, & ne ſe coupent point. Cela poſé, nommons AC, a ; CD, b ; AK, x ; ED, y. On aura $CK = a - x$; $EC = y - b$; $EK = y - x$. Or, par la nature de la courbe, on doit avoir $ED = EF = EH$, $KF = KA = MH = MB$. Donc (à cauſe du triangle rectangle ECK) on aura $(y-x)^2 = (a-x)^2 + (y-b)^2$; d'où l'on tire $2ax + 2by - 2xy = aa + bb$: équation entre les quantités données, & les deux rayons x & y, par laquelle on voit que connoiſſant l'un de ces rayons, on connoîtra auſſi l'autre, & le nombre de degrés des trois arcs AF, BH, FDH.

II. La meilleure forme de l'*anſe de panier* eſt celle où la courbure des arcs AF, DFH eſt la moins inégale qu'il eſt poſſible. Il faut donc faire en ſorte que le raport géométrique de la différence des deux rayons y & x à l'un d'eux, c'eſt-à-dire, $\frac{y-x}{x}$, ou $\frac{y-x}{y}$, ſoit un *minimum*. Or cette condition donne $x\,dy - y\,dx = 0$. Mettant, dans cette équation, à la place de y & de dy, leurs valeurs que donne l'équation $y = \frac{aa + bb - 2ax}{2b - 2x}$, réſultante de l'article précédent, on trouvera $-2a\,dx(bx - xx) - (b\,dx - 2x\,dx) \times (aa + bb - 2ax) = 0$; d'où l'on tire d'abord facilement $x = \frac{aa + bb \pm (a-b)\sqrt{(aa+bb)}}{2a}$; puis (en mettant pour x cette valeur dans l'expreſſion de y), $y = \frac{aa+bb\mp(a-b)\sqrt{(aa+bb)}}{2b}$.

On voit qu'à cauſe du double ſigne $\pm$, les rayons x & y ont chacun deux valeurs ; ce qui fait deux cas.

III. Cas. I. Ayant tiré par les points A & D, *Fig.* 32, la droite indéfinie ADT, portez CD en CX, & faites $DT = AX$: enſuite ſur le milieu Z de la droite AT, élevez la perpendiculaire indéfinie ZKF, qui déterminera, ſur le diametre AB, le centre K de l'arc extrême qui doit paſſer par le point A, & ſur la montée ou ſon prolongement, le centre E de l'arc moyen ; en ſorte que, ſi, après avoir pris $BM = AK$, vous menez les droites indéfinies KEF, MEH, & que du point E pour centre, avec le rayon ED, vous décriviez l'arc FDH, & que des points K & M pour centres, avec les rayons KF, MH, vous décriviez les arcs FVA, HNB : la courbe entiere $AVFDHNB$ ſera celle qui ſatisfait aux deux premieres valeurs de x & y ; c'eſt-à-dire, qu'on aura AK ou $BM = \frac{aa + bb + (a-b)\sqrt{(aa+bb)}}{2a}$, $ED = \frac{aa + bb - (a-b)\sqrt{(aa+bb)}}{2b}$.

Car, 1.° par conſtruction, $AT = \sqrt{(aa+bb)} + a - b$, $AZ = \frac{\sqrt{(aa+bb)} + a - b}{2}$; & (à cauſe des triangles ſemblables ACD, AZK), on a $AC : AD :: AZ : AK = \frac{aa + bb + (a-b)\sqrt{(aa+bb)}}{2a}$.

2.° Les triangles ſemblables ACD, ECK donnent $CD : CA :: CK : CE = \frac{aa - bb - (a-b)\sqrt{(aa+bb)}}{2b}$; donc $ED = \frac{aa + bb - (a-b)\sqrt{(aa+bb)}}{2b}$.

Il eſt viſible que, la courbe que nous venons de tracer ne peut pas être l'*anſe de panier* demandée, puiſqu'elle ne reſſemble pas à une demi-ellipſe, & que les arcs dont elle eſt compoſée ſe racordent au deſſous du diametre. Mais cette

courbe ſatisfait au problême où l'on demanderoit de tracer une coorbe avec trois arcs de cercle, qui paſſent par les points A, B, D, qui ſe touchent, & dont la coorbure ſoit la moins inégale qu'il eſt poſſible, ſans impoſer d'ailleurs la condition que tous les arcs ſoient concaves d'un même côté du diametre.

IV. Cas. II. Menez, comme ci-deſſus, la droite AD, *Fig.* 33, & faites $CX = CD$; mais, au lieu de porter AX ſur le prolongement de AD, portez AX ſur la droite DA même, de D en T. Sur le milieu Z de AT, élevez la perpendiculaire indéfinie ZKE, qui déterminera ſur le diametre AB le centre K de l'arc extrême AF, & ſur le prolongement de la montée le centre E de l'arc moyen FDH. Prenez $BM = AK$; & ayant tiré par les points E & M la droite indéfinie EMH, du point E pour centre, avec le rayon ED, décrivez l'arc FDH; du point K pour centre, avec le rayon KF, décrivez l'arc FA; & du point M pour centre, avec le rayon MH, décrivez l'arc HB: la courbe entiere $AFDHB$ ſera l'*anſe de panier* demandée.

Car, 1.° $AT = \sqrt{(aa+bb)} - (a-b)$; & (à cauſe des triangles ſemblables ACD, AZK) on a $AC : AD :: AZ : AK = \frac{aa+bb-(a-b)\sqrt{(aa+bb)}}{2a}$.

2.° Les triangles ſemblables ACD, ECK donnent $CD : AC :: CK : CE = \frac{aa-bb+(a-b)\sqrt{(aa+bb)}}{2b}$; donc $ED = \frac{aa+bb+(a-b)\sqrt{(aa+bb)}}{2a}$.

La conſtruction géométrique de l'*anſe de panier* que nous venons de donner, eſt fort ſimple & très-facile à exécuter dans la pratique. Mais ſi on vouloit déterminer par le calcul les rayons AK, ED, & les angles AKE, FEH, la choſe ſeroit fort aiſée. En effet, dans le triangle rectangle ACD, AC & CD étant donnés, l'hypoténuſe AD eſt auſſi donnée; donc AT eſt connue; & comme AZ eſt la moitié de AT, la ſimilitude des deux triangles rectangles ACD, AZK fera connoître AK. Retranchant AK de AC, on aura la droite CK par le moyen de laquelle & des deux triangles rectangles, ſemblables ACD, KCE, on connoîtra CE: ajoutant CD à CE, on aura ED: ainſi les rayons AK, ED ſeront connus. De plus, on pourra déterminer les angles AKF, FEH par les regles de la Trigonométrie (*Voyez* ce mot), puiſque dans le triangle KEM on connoît les trois côtés.

Des anſes de panier à cinq centres.

I. Soient, *Fig.* 34, AB le diametre, & CD perpendiculaire ſur le milieu de AB, la montée; ſuppoſons que l'*anſe de panier* ſoit conſtruite & compoſée de cinq arcs des cercles AF, FG, GDH, HI, IB. Il faut 1.° que les centres S & T des arcs extrêmes égaux AF, BI ſoient placés ſur le diametre AB, afin que ces arcs tombent perpendiculairement ſur ce diametre; 2.° que le centre O de l'arc moyen GDH ſoit placé ſur le prolongement de la montée, afin que cet arc coupe perpendiculairement la montée; 3.° que la montée CD diviſe l'arc moyen GDH en deux arcs égaux DG, DH, ce qui rend égaux les arcs GF, HI, puiſque les arcs AF, BI ont été ſuppoſés égaux; 4.° que les centres S, K des deux arcs conſécutifs AF, FG, & leur point F de raccordement, ſoient placés ſur une même ligne droite, afin que ces arcs, en ſe raccordant, ne faſſent que ſe toucher ſans ſe couper; 5.° par la même raiſon, les centres T, L & le point I de raccordement des arcs BI, IH doivent être placés ſur une même ligne droite; 6.° & 7.° de même, les trois points O, K, G doivent être placés ſur une même ligne droite, & les trois points O, L, H ſur une même ligne droite.

II. Cela poſé, on voit facilement que le diametre AB & la montée CD étant donnés, on peut ſatisfaire aux conditions précédentes d'une infinité de manieres. Le problême reſte même indéterminé, en ſe donnant (outre le diametre & la montée) les centres S & T des arcs extrêmes & les angles ASF, BTI; car les centres K & L peuvent occuper pluſieurs places ſur les droites données SM, TM, ce qui fait varier en même temps la poſition du point O. Mais ſi, par exemple, connoiſſant toujours AB, CD, AS, & l'angle ASF, on connoiſſoit de plus la poſition du point K, c'eſt-à-dire, la perpendiculaire KN ſur AB, ou la partie CN, ou quelque autre ligne relative à celles là (on doit entendre la même choſe pour l'autre moitié de l'*anſe de panier*): alors le problême ſeroit déterminé, & on trouveroit ainſi le rayon moyen OD.

III. Soient $AC = a$; $CD = b$; $AS = c$; l'angle $ASF = \vartheta$, pour le rayon 1; KF ou $KG = p$; l'inconnue OG ou $OD = q$. On aura d'abord $KN = KS$ ſin. $\vartheta = (p-c)$ ſin. ϑ; $SN = (p-c)$ Co-ſ. ϑ; KZ ou $CN = a - c - (p-c)$ Co-ſ. ϑ; $OZ = OC - KN = q - b - (p-c)$ ſin. ϑ; $OK = OG - KG = q - p$. Enſuite le triangle rectangle OZK donne $(OK)^2 = (KZ)^2 + (ZO)^2$, c'eſt-à-dire, en termes analytiques, $(q-p)^2 = (a - c - (p-c)\,\text{Co-ſ.}\,\vartheta)^2 + (q - b - (p-c)\,\text{ſin.}\,\vartheta)^2$; d'où l'on tire (A) $q = \frac{2ac+2pc-aa-bb-2cc+2(a-c)(p-c)\,\text{Co-ſ.}\,\vartheta - 2b(p-c)\,\text{ſin.}\,\vartheta}{2(p-(p-c)\,\text{ſin.}\,\vartheta)-2b}$.

IV. Dans la pratique, on ſuppoſe ordinairement que les quantités a, b, c étant données, l'angle ASF ſoit de 60 degrés, & que les deux

angles FKG, GOD soient chacun de 15 degrés. Alors on a *Co-s.* $\delta = \frac{1}{2}$; *sin.* $\delta = \frac{\sqrt{3}}{2}$. L'équation ($A$) a toujours lieu, &, dans le cas présent, il faudra y mettre pour *Co-s.* δ & *sin.* δ leurs valeurs; mais les deux rayons p & q sont inconnus. Pour former entr'eux une seconde équation, on observera que chacun des angles OKM, KOM étant de 15 degrés, le triangle MKO est isoscele. De plus, on a $SN = \frac{KS}{2} = \frac{p-c}{2}$; $MS = 2CS$; $KM = 2KZ = 2(a-c) - (p-c) = 2a - c - p$; $MZ = \frac{KM \cdot \sqrt{3}}{2}$.

Maintenant le triangle obtusangle MKO donne $\overline{OK}^2 = \overline{OM}^2 + \overline{KM}^2 + 2MO \times MZ$, c'est-à-dire, ici $\overline{OK}^2 = \overline{KM}^2 \times (2 + \sqrt{3})$, ou bien $OK = KM \cdot \sqrt{(2+\sqrt{3})}$. Ainsi, en termes analytiques, on aura l'équation (B), $q - p = (2a - c - p) \times \sqrt{2+\sqrt{3}}$. En combinant cette équation avec l'équation (A), on déterminera les deux inconnues p & q.

V. Si, connoissant les quantités a, b, c, δ, on vouloit déterminer les rayons p & q par la condition que la courbure des arcs FG, GDH fût la moins inégale qu'il est possible, il faudroit faire $\frac{q-p}{p}$, ou $\frac{q-p}{q} = \textit{minimum}$; ce qui donneroit $p\,dq - q\,dp = 0$. Ensuite on mettroit dans cette équation, pour q & dq, leurs valeurs résultantes de l'équation (A); ce qui donneroit une équation d'où l'on tireroit la valeur de p. Connoissant p, l'on connoîtroit q par l'équation (A).

Je me contente d'indiquer ces calculs, qui n'ont de difficulté qu'un peu de longueur. (*L. B.*)

ANSES, s. pl. f. *en Astronomie*; ce sont les parties sensiblement éminentes de l'anneau de saturne, qu'on aperçoit lorsque cet anneau commence à s'ouvrir, c'est-à-dire, lorsque sa partie antérieure & sa partie postérieure commencent à se distinguer; à la vue elles ont la forme de deux *anses* attachées à cette planete. *Voyez* ANNEAU. (*O*).

ANTARCTIQUE, adj. m. (*Astronom.*) *Pole antarctique*, ou *pole méridional*, est l'extrémité méridionale de l'axe de la terre, & l'un des points autour desquels la terre tourne. *Voyez* POLE *&c.* Ce mot est composé de la prépositon ἀντὶ, *contra*, vis-à-vis, & de ἄρκτος, *ursa*, ourse. *Voyez l'article* OURSE.

Les étoiles voisines du pole *antarctique* ne paroissent jamais sur notre horizon. Ainsi à Paris, dont la latitude est de 48 degrés 50 minutes, on ne voit jamais aucune des étoiles qui sont éloignées du pole *antarctique* de moins de 48 degrés 50 minutes: car ces étoiles demeurent toujours au dessous de l'horizon de Paris. *Voyez* ÉTOILE, HORIZON, *&c.*

Cercle *antarctique*, ou cercle polaire *antarctique*, c'est un des petits cercles de la sphere; il est parallele à l'équateur, & éloigné du pole méridional de 23 degrés 28 minutes. *Voy.* CERCLE.

L'épithete d'*antarctique* lui vient de son opposition à un autre cercle, qui est aussi parallele à l'équateur & à la distance de 23 degrés 28 minutes du pole septentrional. On l'appele *cercle arctique polaire*. *Voyez* ARCTIQUE. La partie de la surface du globe terrestre, comprise entre le pole *antarctique* & le cercle polaire *antarctique*, est appelée *zône glacée méridionale*. *Voyez* ZÔNE. (*O*).

ANTARÈS, (*Astron.*); nom d'une étoile de la premiere grandeur, située vers le cœur du scorpion; en grec Ἀντάρης. On la voit dans le méridien au commencement de juillet à $9^h\frac{1}{2}$ du soir, & vers 15° de hauteur à Paris; sa longitude, en 1750, étoit de $8^s\ 6^o\ 16'\ 28''$, & sa latitude $4^o\ 32'\ 12''$ australe. (*D. L.*)

ANTECANIS. *Voyez* PROCYON.

ANTÉCÉDENT, s. m. (*Analyse*); c'est le nom qu'on donne au premier des deux termes qui composent un raport. *Voyez* RAPORT. *Voyez* aussi CONSÉQUENT. Ainsi, en général, dans le raport de a à b, a est *antécédent*.

ANTECEDENTIA, *terme d'Astronomie*. On dit en Astronomie qu'une planete se meut *in antecedentia* ou *præcedentia* lorsqu'elle paroît aller vers l'occident contre l'ordre des signes, comme du taureau dans le bélier. *Voyez* PLANETE, SIGNE, *&c.* Au contraire, lorsqu'elle se meut du côté de l'orient, en suivant l'ordre des signes, comme du bélier dans le taureau, on dit qu'elle se ment *in consequentia* (*O*).

ANTICHTONES (*Astron.*); peuples qui habitent dans les hémispheres opposés de la terre, mais à des latitudes égales; l'un a l'été tandis que l'autre a l'hiver. Ce mot vient de ἀντὶ *contra*, & χθὼν *terra*. C'est pourquoi Macrobe appele aussi *antichtones* les habitans qu'il suppose dans la lune comme étant une terre opposée à la nôtre. Ce nom a été quelquefois donné aux antipodes, quelquefois aux antisciens; mais il est peu usité, & la signification n'en est pas assez déterminée. (*D. L.*)

ANTILOGARITHME, s. m. (*Analyse*), se dit quelquefois du complément du logarithme d'un sinus d'une tangente, d'une sécante: c'est-à-dire, de la différence de ce logarithme à celui du sinus total. *Voyez* LOGARITHME & COMPLÉMENT.

ANTINOUS; constellation boréale qu'on réunit ordinairement avec l'aigle; Ptolomée n'en fait point une constellation, il dit seulement, *les étoiles informes autour de l'aigle, dans lesquelles est Antinoüs*. *Proclus*, auteur du cinquieme siecle n'en parle pas non plus. *Voyez* M. Bailly, *tom.* 2, *page* 199. Cette constellation est appelée dans les auteurs *puer Adrianus* ou *Bithynicus*, *novus Ægyptii Deus*,

Digitized by Google

puer Troicus, *Phrygius*, *puer Aquila*, *Jovis cynædus* ou *Catamitus* (Favori) *Pincerna* ou *Pocillator*, *Ganymedes*. C'étoit, ſelon l'opinion commune, un jeune homme, d'une très-grande beauté, né à Claudiopolis en Bithynie, qui ſe noya dans le Nil l'an 131 (*Spart. Dion. liv. lxix*); d'autres diſent qu'il ſacrifia ſa vie pour ſauver celle d'Adrien: cet empereur pleura ſa perte amérement, & honora ſa mémoire au point de lui faire élever des autels comme à une nouvele divinité. Goltz, dans ſon Tréſor des antiquités, raporte une inſcription greque trouvée à Rome dans le champ de Mars, où étoit le temple d'Iſis: *Antinoo eumdem cum diis Ægyptiis thronum occupanti*. Ce fut à l'honeur d'*Antinoüs* que l'empereur Adrien fit fraper des monoies, & bâtir en Égypte une ville ſous le nom d'Antinoïa, qui fut enſuite appelée *Adrianopolis*: il étoit également adoré en Arcadie. On peut voir au ſujet du culte d'*Antinoüs* Pauſanias, Dion, Spartianus, Athanaſe, Théophile, Euſebe, Athénagore, Tertullien, & le Dictionaire de Bayle. M. Bailly, *hiſt. de l'Aſtron. II*, 19, reproche vivement à Ptolomée d'avoir nommé *Antinoüs* par une lâche flaterie. On a prétendu cependant que l'*Antinoüs* céleſte étoit un des amans de Pénélope, dont Properce fait mention.

Penelopem quoque neglecto clamore mariti
Nubere laſcivo cogeret Antinoo. L. iv, eleg. 5.

Enfin, d'autres ont cru que l'*Antinoüs* céleſte étoit le même que Ganymede, fils de Tros, roi des Troyens, qui fut aimé par Jupiter; ce qui l'a fait ſurnomer *puer Troicus*; mais il y a plus d'apparence que c'eſt au verſeau que cette derniere fable a raport. Au reſte Ptolomée nomme *Antinoüs*, mais il n'en fait pas une conſtellation, & ce ſont les étoiles $\nu, \vartheta, \iota, \varkappa, \lambda$ de la conſtellation de l'aigle, qui ſont repréſentées dans nos cartes céleſtes comme placées ſur la figure d'*Antinoüs*. (*D. L.*)

ANTIPARALLELES (*Lignes*). (*Géom.*) Soient deux lignes droites tirées comme on voudra dans le même plan, & que nous appélerons *A* & *B*; ſoient deux autres lignes qui coupent les lignes *A* & *B*, & que nous appélerons *C* & *D*: ſi l'angle de la ligne *C* avec la ligne *A* ou la ligne *B* eſt égal à l'angle de la ligne *D* avec la ligne *B* ou la ligne *A*, les lignes *C* & *D* ſont appelées *antiparalleles*; elles ſeroient paralleles ſi l'angle de *C* avec *A* ou *B* étoit égal à l'angle de *D* avec *A* ou *B*.

La ſection d'un cône oblique, faite par un plan *antiparallele* à la baſe, eſt un cercle. *Voyez* Cône. (*O*).

ANTIPODES, (*Aſtr. géogr.*) lieux de la terre qui ſont diamétralement oppoſés. Ce mot vient du grec; il eſt compoſé de ἀντὶ *contra*, & de ποῦς, ποδὸς, pied. Ceux qui ſont ſur des paralleles à l'équateur, également éloignés de ce cercle, les uns du côté du midi, les autres du côté du nord, qui ont le même méridien, & qui ſont ſous ce méridien à la diſtance les uns des autres de 180 degrés, ou de la moitié de ce métidien, ſont *antipodes*, c'eſt-à-dire, ont les pieds diamétralement oppoſés. Les *antipodes* ont à peu près le même degré de chaud & de froid; ils ont les jours & les nuits également longs, mais dans des temps oppoſés; il eſt midi pour les uns quand il eſt minuit pour les autres; & lorſque les uns ont les jours les plus longs, les autres ont les jours les plus courts.

Platon paſſe pour avoir imaginé le premier la poſſibilité des *antipodes*, & pour être l'inventeur de ce nom; mais les premiers philoſophes qui ont conſidéré que la terre étoit ronde, ont dû ſentir la néceſſité des *antipodes*: au contraire, ceux qui ont eu la préſomption de raiſoner ſur ce qu'ils n'entendoient pas, ont nié l'exiſtence des *antipodes*. Par exemple, Lactance differte fort au long pour prouver qu'il ne peut pas y avoir des *antipodes*, parce qu'ils auroient la tête en bas, *Inſtitutionum divinarum*, *l.* 3, *cap.* 24. Il traite de folie & d'impicié l'idée de la rondeur de la terre, & dit que le contraire eſt aſſez prouvé par les phyſiciens & par les écrivains ſacrés. On a peine à concevoir une pareille ignorance dans le précepteur du fils de Conſtantin; & un évêque, nommé *Virgilius*, fut dépoſé pour avoir ſoutenu les *antipodes* (*a*).

On trouve encore de temps en temps même dans la bonne compagnie, des perſones qui ne peuvent ſe familiariſer avec l'idée de ces habitans, dont les pieds ſont tournés vers les nôtres; il ſemble au premier abord que les uns ou les autres doivent avoir la tête en bas, c'eſt-à-dire, être placés dans une ſituation renverſée & contre l'état naturel. Mais, pour rectifier ſes idées là-deſſus, on n'a qu'à examiner pourquoi nous ſommes debout ſur la ſurface du globe, nos pieds tournés vers la terre & la tête élevée vers le ciel; pourquoi nous retombons ſans ceſſe à cette premiere ſituation, dès qu'un éfort ou un mouvement étranger nous en a détournés. Cette force avec laquelle tous les corps deſcendent vers la terre, ſoit qu'on l'appele peſanteur, gravité ou attraction, quoique ſa cauſe nous ſoit inconnue, ſe manifeſte dans tous les points de notre globe; par-tout les corps graves rendent vers le centre de la terre, par un éfort conſtant & inaltétable; par-tout on dit que ce qui tombe vers la terre deſcend, & qu'on monte en s'en éloignant. Ainſi le corps *A*, *Planch. d'Aſtr. Fig.* 35, attiré par le centre C du globe terreſtre ſuivant la ligne *A B C*, ou le corps *E*, attiré dans un ſens contraire, ſuivant la ligne

(*a*) Il y a des erreurs dans ce récit hiſtorique. *Voyez* notre *remarque* à l'Art. *Antipodes* du Diction. de Géographie de cette Encyclopédie. (*)

E D C, tombent & deſcendent tous deux vers la terre, parce que leur tendance ou leur direction naturele eſt de s'approcher du centre *C*. Un habitant placé en *B* verra tomber la pluie vers lui de *A* en *B*, & celui qui eſt aux *antipodes* en *D*, verra venir la pluie ſur la terre de *E* en *D*; ce ſont à la vérité des directions différentes, mais elles ſont également natureles, parce que le centre *C* de la terre eſt le terme commun, le point de réunion & de tendance de la pluie & de tous les autres corps graves.

J'ai oui des commençans demander pourquoi ſi le corps *A* deſcend de *A* en *B* l'autre ne deſcend pas pareillement de *D* en *E*; ils ne s'étoient pas encore acoutumés à obſerver que le corps *A* ne deſcend vers *B* que parce qu'il eſt forcé de ſe raprocher de la terre *C*, au lieu que le corps *F* n'a plus rien du côté de *F* qui puiſſe le déterminer à ſe mouvoir, aucune force, aucune loi, aucun objet, aucune cauſe de mouvement; il n'a de raport qu'avec la terre: c'eſt-là qu'eſt ſa propenſion naturele, la cauſe & le terme de ſon mouvement; & en allant de *E* vers *D*, il obéit à la même force, à la même cauſe; il ſe meut de la même maniere, par la même raiſon, & il ſuit la même loi que le corps *A* en deſcendant vers *B*: ainſi, l'on peut dire que deux corps tombent l'un & l'autre, quoiqu'ils aillent en deux ſens oppoſés; enfin c'eſt tomber que de ſe raprocher de la terre.

Les voyageurs qui ont fait le tour du monde, & ils ſont en grand nombre, ont été ſouvent à nos *antipodes*. Ceux de Paris ſont dans la mer du ſud, près de la nouvele Zélande, dont le capitaine Cook nous a donné la deſcription. Les *antipodes* de l'Eſpagne ſont ſur l'île même où M. Marion fut tué en 1772; & dans le planiſphere auſtral fait par M. le duc de Croy & M. Robert de Vaugondy (*à Paris chez Fortin*, 1773), on trouve marqués les *antipodes* des principaux lieux de l'Europe. (*De la Lande.*)

ANTITHESE, ſ. f. (*Algebre.*) Quelques autres appelent *antitheſe* l'opération par laquelle on tranſpoſe d'un membre à l'autre d'une équation un terme de cette équation, ce qui ſe fait en éfaçant ce terme dans le membre où il ſe trouve, & le plaçant dans l'autre membre avec un ſigne contraire à celui qu'il avoit. Ainſi, de l'équation $x + b = a$, on tire par *antitheſe* $x = a - b$.

AOUT, ſ. m. (*Aſtron.*); ſixieme mois de l'année de Romulus, le huitieme de celle de Numa & de notre année moderne. Il étoit appelé *ſextilis*, à cauſe du rang qu'il occupoit dans l'année de Romulus; & ce nom lui avoit été conſervé dans l'année de Numa. *Voyez* ANNÉE. Auguſte lui donna ſon nom, *Auguſtus*, qu'il conſerve encore, & d'où les François ont fait *Août* par corruption. Ce mois, & celui de juillet, dont le nom vient de Jules-Céſar, ſont les deux ſeuls qui aient conſervé les noms que les Empereurs leur ont donnés: le mois d'avril s'étoit appelé pendant quelque temps *Nereneus*, le mois de mai, *Claudius*, &c.

Le ſoleil pendant ce mois parcourt ou paroît parcourir la plus grande partie du ſigne du zôdiaque, appelé *le lion*; & vers le 23 de ce mois il entre au ſigne de la vierge: mais, à proprement parler, c'eſt la terre qui parcourt réellement le ſigne du verſeau, oppoſé à celui du Lion. Les mois d'*août* & de juillet ſont ordinairement les plus chauds de l'année, quoique le ſoleil commence à s'éloigner de notre zénith dès le 21 juin, parce que la terre échaufée plus long-temps, conſerve plus de chaleur.

Les Anglois appelent le premier jour d'*août*, qui eſt la fête de S. Pierre ès liens, *Lammas-day*, comme qui diroit *fête à l'agneau*; cela paroît venir d'une coutume qui s'obſervoit autrefois dans la province d'Yorck: tous ceux qui tenoient quelque terre de l'Égliſe cathédrale, étoient obligés ce jour-là d'amener dans l'Égliſe à la grand'meſſe un agneau vivant pour offrande. (*O.*)

APHÉLIE, ſ. m. C'eſt, *en Aſtronomie*, le point de l'orbite de la terre ou d'une planete, où la diſtance de cette planete au ſoleil eſt la plus grande qu'il eſt poſſible. *Voyez* ORBITE.

Aphélie eſt compoſé de ἀπὸ, *longe*, & de ἥλιος, *ſol*; ainſi, lorſqu'une planete eſt en *A*, *Planch. d'Aſtron. Fig.* 85, comme la diſtance au ſoleil *S* eſt alors la plus grande qu'il eſt poſſible, on dit qu'elle eſt à ſon *aphélie*. *Voyez* PLANETE, SOLEIL, *&c.*

Dans le ſyſtême de Ptolomée, ou dans la ſuppoſition que le ſoleil ſe meut autour de la terre, l'*aphélie* devient l'*apogée*. *Voyez* APOGÉE. L'*aphélie* eſt le point diamétralement oppoſé au périhélie. *Voyez* PÉRIHÉLIE. Les *aphélies* des planetes ne ſont point en repos; car l'action mutuele qu'elles exercent les unes ſur les autres, fait que ces points de leurs orbes ſont dans un mouvement continuel, lequel eſt plus ou moins ſenſible. Ce mouvement ſe fait *in conſequentia*, ou ſelon l'ordre des ſignes; & en ſuppoſant qu'il ſoit produit par l'action d'une planete fort éloignée, comme jupiter ou ſaturne, ſur pluſieurs planetes inférieures, il eſt ſelon Newton en raiſon ſeſquipliquée des diſtances de ces planetes au ſoleil, c'eſt-à-dire, comme les racines carrées des cubes de ces diſtances. *Princip. l. III, pr.* 54. Suivant cette regle, l'*aphélie* de mars étant ſuppoſé ſe mouvoir de 35″ relativement aux étoiles fixes, dans l'eſpace de 100 ans; les *aphélies* de la terre, de vénus & de mercure, ſeroient dans le même ſens & dans le même intervalle de temps, 18 minutes 36 ſecondes, 55 minutes 27 ſecondes & 4 minutes 29 ſecondes. Mais, pour calculer ces mouvemens avec une certaine préciſion, il faudroit calculer l'action de chaque planete ſur toutes les autres, car il eſt prouvé que tous les *aphélies* ont un mouvement cauſé par l'attraction des autres planetes, ainſi que l'apogée de la lune a un mouvement cauſé par l'attraction du ſoleil: on peut

voir

voir le calcul de ce mouvement de l'*aphélie*, produit par les attractions étrangeres, dans le XXIIe livre de mon Aſtronomie, & dans les pieces de M. Euler, ſur les inégalités de ſaturne, de jupiter & de la terre, dans la piece de Clairaut ſur les inégalités de la lune, & dans les *recherches* de M. d'Alembert.

Ce qu'il y a de plus néceſſaire à expliquer ici au ſujet de l'*aphélie* des planetes, eſt la maniere d'en déterminer la poſition & le mouvement, par des obſervations aſtronomiques. La méthode la plus ſimple eſt celle que Kepler tiroit de la nature du mouvement elliptique, (*De ſtella Martis*, *p.* 208). Le point de l'*aphélie A*, *Aſtr. Fig.* 86, eſt celui où la planete a la plus petite viteſſe, & le périhélie *P* eſt le point de la plus grande viteſſe; le grand axe *AP* de l'ellipſe ſépare deux portions de l'orbite qui ſont égales, ſemblables, & parcourues en temps égaux, & avec les mêmes degrés de viteſſe; mais ſi l'on tire, par le foyer de l'ellipſe, une autre ligne comme *DSE* qui ne paſſe point en *A* & en *P*, elle partagera l'ellipſe en deux parties *DAE*, *DBPE*, qui ne ſeront ni égales, ni parcourues en temps égaux. La partie *DAE*, où ſe trouve l'*aphélie*, exigera plus de temps que l'autre, ou plus de la moitié de la révolution; ainſi, l'on peut choiſir deux obſervations d'une planete, où les longitudes obſervées réduites au ſoleil aient été diamétralement oppoſées entr'elles; & ſi les temps de ces obſervations ſont éloignés auſſi d'une demi-révolution de la planete, on ſaura, par-là même, qu'elles ont été faites dans les apſides; plus l'intervalle approchera de la demi-révolution juſte, plus les poſitions obſervées approcheront d'être celles des abſides, ou de l'*aphélie* & du périhélie. Cette méthode réuſſit très-bien pour trouver l'apogée du ſoleil. (*Mém. de l'Acad.* 1757, *pag.* 141.)

Pour les planetes dont les oppoſitions ſont rares, il eſt difficile d'avoir deux longitudes vues du ſoleil diamétralement oppoſées; on eſt obligé de ſuppoſer connues l'excentricité & la plus grande équation, & l'on trouve la ſituation de l'*aphélie* par une autre conſidération. L'on prend deux obſervations faites aux environs du point *A*, & du point *F* qui eſt vers les moyenes diſtances, on a le mouvement vrai, ou l'angle *ASF*, mais par la durée connue de la révolution, on ſait toujours quel eſt le mouvement moyen pour un intervalle de temps donné; la différence du mouvement vrai au mouvement moyen doit être d'acord avec l'équation de l'orbite calculée, en ſuppoſant qu'on connoiſſe bien le lieu *A* de l'*aphélie*; mais ſi l'on ſe trompe ſur le lieu de l'*aphélie*, il y aura une erreur dans l'équation calculée vers le point *A*, où l'équation change rapidement; il n'y en aura preſque point vers la moyene diſtance *F*, où l'équation ne varie pas ſenſiblement, étant à ſon *maximum*; ainſi, le mouvement total calculé de *A* en *F*, ne pourra être conforme au mouvement obſervé, que quand on aura employé dans le calcul un lieu de l'*aphélie A* exactement connu; alors on changera d'hypotheſe juſqu'à ce que l'on ait acordé le calcul avec l'obſervation, & l'on reconoîtra ainſi la vraie ſituation de l'*aphélie*.

La troiſieme méthode pour déterminer l'*aphélie* eſt celle que j'ai employée pour mercure, & qui m'a très-bien réuſſi; elle conſiſte à obſerver la plus grande digreſſion de la planete vers ſes moyenes diſtances. Suppoſons que la terre *T* voit la planete *F* par un rayon viſuel *TF* qui touche l'orbite en *F* & qui marque la plus grande digreſſion *STF*; pour peu que vous changiez la ſituation *AP* de la ligne des apſides, le rayon *SF* changera de ſituation & ſortira de l'angle *STF* du côté du point *G*, en ſorte que l'angle d'élongation augmentera & devlendra *STG*, le calcul ne s'acordera plus avec l'obſervation que je ſuppoſe faite ſur la ligne *TF*; ainſi, l'élongation obſervée nous apprend quelle ſituation il faut donner au point *A* de l'*aphélie* pour que le calcul s'acorde avec l'obſervation; donc en faiſant différentes hypotheſes, on trouvera quel eſt le vrai lieu de l'*aphélie*. (*Mém. de l'Acad.* 1766, *pag.* 498.)

Enfin, il y a une quatrieme méthode plus générale pour déterminer l'*aphélie* d'une planete; elle conſiſte à employer trois obſervations raportées au ſoleil, pour déterminer à la fois les trois principaux élémens d'une orbite, c'eſt-à-dire, l'*aphélie*, l'excentricité & l'époque du moyen mouvement; pourvu que ces obſervations ſoient réparties vers les apſides & les moyenes diſtances; j'en ai donné le calcul appliqué à un exemple dans les *Mémoires de l'Académie pour* 1755; les principes ſont d'ailleurs les mêmes que ceux dont je viens de faire uſage: il s'agit de convertir les anomalies vraies en anomalies moyenes, dans différentes hypotheſes d'*aphélies* & d'excentricités, juſqu'à ce qu'on ait trouvé deux différences d'anomalies moyenes, exactement d'acord avec les intervalles des obſervations.

On trouvera au mot planete le réſultat des calculs que j'ai faits ſur toutes les planetes, en conſtruiſant mes tables, pour avoir le lieu de l'*aphélie* en 1750, avec l'augmentation pour cent ans; ce changement ne ſeroit que de 1^d^ 23' 45" comme celui de la préceſſion des équinoxes, ſi les *aphélies* étoient auſſi fixes que les étoiles, & qu'ils n'euſſent d'autre changement en longitude que celui qui vient de la rétrogradation du point équinoxial, d'où l'on compte ces longitudes; ainſi, l'excès de ces mouvemens ſur celui de la préceſſion, eſt le déplacement réel des *aphélies*, en un ſiecle, où le mouvement abſolu, que j'ai mis dans la derniere colonne. Au reſte ces quantités ſont peu ſenſibles, & par conſéquent n'ont pu être déterminées avec une bien grande exactitude. (*M.* DE LA LANDE.)

APHELLAN; nom de la belle étoile des gémeaux, marquée α.

APIS ; taureau ſacré des Égyptiens, emblême du taureau céleſte ou équinoxial, qui étoit conſacré dans les religions de tous les peuples anciens comme l'emblême du renouvélement de la nature, au printemps.

Apis, conſtellation. *Voyez* Asellus.

APLATI, adj. m. On appele *ſphéroïde aplati* un ſphéroïde dont l'axe eſt plus petit que le diametre de l'équateur. *Voyez* Sphéroïde.

APOCATASTASIS, (*Aſtron.*) ſignifie révolution. *Voyez* Grande année.

APOGÉE, (*Aſtron.*) vient de deux mots grecs ἀπὸ, *longe*, γῆ, *terra*, & ſignifie le point dans lequel une planete eſt le plus éloigné de la terre. Le ſoleil & la lune ont ſur-tout un *apogée* qui eſt le ſommet du grand axe des orbites, qu'ils décrivent ou paroiſſent décrire autour de la terre, car, quoique la terre tourne autour du ſoleil, on dit ſouvent, pour ſe conformer à l'ancien uſage, que le ſoleil eſt *apogée* lorſque la terre eſt aphélie, & les apparences ſont abſolument les mêmes quant au mouvement annuel ; la maniere de déterminer le lieu de l'*apogée* d'une planete, eſt exactement la même que pour déterminer le lieu de l'aphélie pour le ſoleil & les planetes ſupérieures. *Voyez* Aphélie. Le lieu de l'*apogée* du ſoleil, au commencement de 1750, étoit à 3ˢ 8° 38′ 4″ ſuivant les tables de la Caille, & ſon mouvement, par raport aux équinoxes, eſt de 1° 49′ 10″ par ſiecle. La cauſe de ce mouvement eſt l'attraction des planetes, ſur-tout de vénus & de jupiter, comme on le peut voir dans la piece de M. Euler *ſur les inégalités de la terre*, qui a remporté le prix de l'Académie des Sciences, en 1756 ; elle eſt dans le huitieme volume des pieces couronées, imprimé en 1771. On peut voir auſſi les *recherches* de M. d'Alembert ſur différens points importans du ſyſtême du monde ; le Mémoire de M. Clairaut ſur l'orbite apparente du ſoleil qui eſt dans les Mémoires de l'Académie, pour 1754, & la ſeconde édition de mon Aſtronomie.

L'*apogée* de la lune, en 1750, étoit à 5ˢ 21° 2′ 32″ ; & ſon mouvement dans l'eſpace d'une année commune eſt de 1ˢ 10° 39′ 50″ ; ſuivant la table de Mayer, la révolution de l'*apogée*, par raport aux étoiles fixes, eſt de 8 ans 311 jours ou 3231 jours 8ʰ 34′ 57″ ½. Outre le mouvement progreſſif de l'*apogée* de la lune, les aſtronomes ont conſidéré long-temps l'orbite de la lune comme étant ſujete à un balancement dans ſon *apogée*, joint à une variation dans l'excentricité. Horoccius fut le premier auteur de cette hypotheſe ingénieuſe que Newton adopta dans ſon fameux livre des Principes, & ſur laquelle ſont fondées les tables de la lune de Halley & celles de Flamſteed, que M. le Monnier a données dans ſes inſtitutions aſtronomiques. M. Euler eſt le premier qui ait ſubſtitué à cette hypotheſe une équation beaucoup plus commode, & que l'on appele évection ; ſa quantité eſt de 1° 20′ 34″. Pour rendre raiſon de l'hypotheſe d'Horoccius dans les principes de l'attraction, il faut conſidérer que le mouvement de l'*apogée* de la lune vient de ce que la force centrale de la lune vers la terre eſt diminuée, & le mouvement doit être le plus grand quand la ligne des ſyzigies concourt avec la ligne des apſides, ou lorſque le ſoleil répond à l'*apogée* ou au périgée de la lune. Quand il eſt dans les quadratures, le mouvement de l'*apogée* eſt au contraire le plus lent, parce que la diminution totale de la force centrale eſt la plus petite ; quand le ſoleil eſt à 45° des apſides, le mouvement vrai de l'*apogée* eſt égal au mouvement moyen ; mais ſon vrai lieu eſt alors le plus différent du lieu moyen, & l'équation eſt la plus forte parce qu'elle eſt le réſultat de tous les degrés de viteſſe que l'*apogée* a reçus juſque-là : cette équation dans les tables de Halley montoit à 12° 18′.

Il y a auſſi une inégalité dans le lieu de l'*apogée* qui provient des diſtances du ſoleil à la terre & qui eſt de 23′ 12″ additive quand le ſoleil eſt à 3 ſignes d'anomalie, c'eſt une *équation annuele*.

Le mouvement de l'*apogée* de la lune eſt difficile à calculer par la théorie de l'attraction. Clairaut, en 1747, avoit cru que la théorie ne donnoit que la moitié du mouvement qui s'obſerve ; il annonça ſolemnélement ce réſultat dans l'aſſemblée publique de l'Académie, du 15 novembre 1747, & il fit imprimer ſon Mémoire dans le volume de 1745, *pag.* 336 ; mais le volume n'étoit pas encore achevé d'imprimer qu'il lut à l'Académie, le 17 mai 1749, une eſpece de rétractation qui ſe trouve dans le même volume, *pag.* 557, & plus en détail dans les Mémoires de 1748, *pag.* 433. La premiere théorie détaillée où l'on ait vu que la loi de l'attraction ſatisfaiſoit exactement au mouvement de l'*apogée*, eſt la piece de Clairaut, qui remporta le prix de l'Académie de Petersbourg propoſé en 1750. M. Euler, qui en étoit juge, m'a raconté qu'il avoit trouvé la choſe ſi extraordinaire, qu'il n'avoit pu en être perſuadé que quand il fut parvenu au même réſultat par une méthode qui lui étoit particuliere ; il vit alors que des termes que tous les géometres avoient cru abſolument négligeables dans la théorie de la lune, influoient beaucoup ſur l'*apogée*. Clairaut lui-même n'y étoit parvenu qu'en cherchant par un calcul très-rigoureux la valeur d'un terme qu'il falloit ajouter, ſuivant lui, à l'expreſſion générale de l'attraction newtonienne pour trouver une autre loi d'attraction, propre à repréſenter le mouvement de l'*apogée*. Cette queſtion ne fait aujourd'hui aucune difficulté, & M. d'Alembert a démontré de ſon côté que l'attraction du ſoleil en raiſon inverſe du carré de la diſtance explique parfaitement la révolution de l'*apogée* de la lune, telle qu'elle ſe trouve par les obſervations. (*De la Lande.*)

APOJOVE, (*Aſtron.*) ; nom que quelques aſtronomes ont donné à l'apſide ſupérieure de

l'orbite du quatrieme ſatellite de jupiter, ou au point de ſon plus grand éloignement, quoique ce terme ſoit compoſé d'un mot grec & d'un mot latin.

APOLLONIEN, adj. m. On déſigne quelquefois l'hyperbole & la parabole ordinaire, par les noms d'*hyperbole* & de *paraboles Apolloniennes*, ou d'*Apollonius*, pour les diſtinguer de quelques autres courbes d'un genre plus élevé, & auxquelles on a auſſi donnée le nom d'*hyperbole* & de *parabole*. Ainſi $a x = y y$ déſigne la parabole *apolloniene*; $a a = x y$ déſigne l'hyperbole *apolloniene*: mais $a a x = y^3$ déſigne une parabole du 3e degré; $a^3 = x y y$ déſigne une hyperbole du même degré. *Voyez* PARABOLE & HYPERBOLE. On appele la parabole & l'hyperbole ordinaires, *parabole & hyperbole d'Apollonius*, parce que nous avons de cet ancien géometre un traité des ſections coniques fort étendu. Ce mathématicien qu'on appele *Apollonius Pergæus*, parce qu'il étoit de Perge en Pamphilie, vivoit environ 200 ans avant Jéſus-Chriſt. Il ramaſſa ſur les ſections coniques, tout ce qu'avoient fait avant lui Ariſtée, Eudoxe de Cnide, Mnechme, Euclide, Conon, Traſidée, Nicotele: ce fut lui qui donna aux trois ſections coniques les noms de *parabole*, d'*ellipſe* & d'*hyperbole*, qui non ſeulement les diſtinguent, mais encore les caractériſent. *Voyez leurs articles*. Il avoit fait huit livres qui parvinrent entiers juſqu'au temps de Pappus d'Alexandrie, qui vivoit ſous Théodoſe; on ne put retrouver que les quatre premiers livres, juſqu'en 1658, que le fameux Borelli trouva dans la bibliotheque de Florence un manuſcrit arabe qui contenoit, outre ces quatre premiers, les trois ſuivans: aidé d'un profeſſeur d'arabe, qui ne ſavoit point de Géométrie, il traduiſit ces livres, & les donna au public. *Voyez l'éloge de M. Viviani*, par M. de Fontenelle, *Hiſt. acad.* 1703.

Il ſemble que le huitieme livre d'Apollonius ait été retrouvé depuis, car on lit dans l'éloge de M. Halley, par M. de Mairan (*Hiſt. acad.* 1742), que M. Halley donna en 1717 une traduction latine des huit livres d'Apollonius. Mais ce huitieme livre d'Apollonius, qui ſe trouve dans l'édition donnée par M. Halley, n'eſt point de cet ancien géometre comme les ſept autres; il a été rétabli par l'éditeur ſur les indications de Pappus. *Voyez* l'*Hiſt. des Mathém.* de Montucla. *Tom. I, pag.* 262. (*O.*)

APOMECOMÉTRIE, ſ. f. (*Géom.*) eſt l'art ou la maniere de meſurer la diſtance des objets éloignés. *Voyez* DISTANCE. Ce mot vient des mots grecs ἀπὸ, μῆκος, *longueur*, & μετρῶ, *meſurer*. (*O.*)

APORON *ou* APORISME, ſignifie chez quelques anciens *géometres* un problême difficile à réſoudre, mais dont il n'eſt pas certain que la ſolution ſoit impoſſible. *Voyez* PROBLÊME.

Ce mot vient du grec ἄπορος, qui ſignifie *quelque choſe de très-difficile*, & même d'*impraticable*; il eſt formé d'α privatif, & de πόρος, *paſſage*. Tel eſt le problême de la quadrature du cercle. *Voyez* QUADRATURE, *&c.*

Lorſque l'on propoſoit une queſtion à quelque philoſophe Grec, ſur-tout de la ſecte des académiciens, s'il n'en pouvoit donner la ſolution, ſa réponſe étoit ἀπορῶ, *je ne la conçois pas, je ne ſuis pas capable de l'éclaircir*. (*O.*)

APOTELESMA, (*Aſtron.*) ſignifie prédiction; dans Sextus Empiricus, il ſignifie *effectio*, ce qui a été fait, achevé, décidé. (*M.* DE LA LANDE.)

APOTHÊME, ſ. m. dans la *Géométrie élémentaire*, eſt la perpendiculaire menée du centre d'un polygone régulier ſur un de ſes côtés.

Ce mot vient du grec ἀπὸ, *ab, de*, & θημι, *ſto, pono*, je poſe; apparemment comme qui diroit *ligne tirée depuis le centre juſque ſur le côté*. (*O.*)

APOTOME, ſ. m. mot employé par quelques auteurs, pour déſigner la différence de deux quantités incommenſurables. Tel eſt l'excès de la racine carrée de 2 ſur 1. *Voyez* INCOMMENSURABLE.

Ce mot eſt dérivé du verbe grec ἀποτέμνω, *abſcindo*, je retranche: un *apotome* en Géométrie, eſt l'excès d'une ligne donnée ſur une autre ligne qui lui eſt incommenſurable. Tel eſt l'excès de la diagonale d'un carré ſur le côté. (*O.*)

APPAREIL, ſ. m. (*Hydrod.*): quelquefois on appele ainſi le piſton d'une pompe.

APPARENCE, ſ. f. (*Perſpective*): repréſentation ou projection d'une figure, d'un corps ou d'un objet quelconque, ſur le plan du tableau. *Voyez* PERSPECTIVE & PROJECTION.

On ſe ſert du terme d'*apparence directe*, pour marquer la vue d'un objet par des rayons directs, c'eſt-à-dire, par des rayons qui viennent de l'objet ſans avoir été ni réfléchis ni rompus. *Voy.* DIRECT & RAYON; *Voyez auſſi* OPTIQUE & VISION.

APPARENT, adj. (*Perſp.*): lieu *apparent*. Le lieu *apparent* d'un objet, en Optique, eſt celui où on le voit. Comme la diſtance *apparente* d'un objet eſt ſouvent fort différente de ſa diſtance réelle, le lieu *apparent* eſt ſouvent fort différent du lieu *vrai*. Le lieu *apparent* ſe dit principalement du lieu où l'on voit un objet, en l'obſervant à travers un ou pluſieurs verres, ou par le moyen d'un ou pluſieurs miroirs. *Voyez* DIOPTRIQUE, MIROIR, *&c.*

Nous diſons que le lieu *apparent* eſt différent du lieu *vrai*; car lorſque la réfraction que ſouffrent à travers un verre les principaux rayons que chaque point d'un objet fort proche envoie à nos yeux, a rendu ces rayons moins divergens; ou lorſque par un effet contraire, les rayons qui viennent d'un objet fort éloigné ſont rendus par la réfraction auſſi divergens que s'ils venoient d'un plus proche; alors il eſt néceſſaire que l'objet paroiſſe à l'œil avoir changé de lieu: or le lieu que l'objet paroît occuper, après ce changement produit par la divergence ou la convergence des

rayons, eſt ce qu'on appele *ſon lieu apparent*. Il en eſt de même dans des miroirs. *Voyez* VISION.

Les Opticiens ſont fort partagés ſur le lieu *apparent* d'un objet vu par un miroir, ou par un verre. La plupart avoient cru, juſqu'à ces derniers temps, que l'objet paroiſſoit dans le point où le rayon réfléchi ou rompu paſſant par le centre de l'œil, rencontroit la perpendiculaire menée de l'objet ſur la ſurface du miroir ou du verre. C'eſt le principe que le pere Tacquet a employé dans ſa Catoptrique, pour expliquer les phénomenes des miroirs convexes & concaves; c'eſt auſſi celui dont M. de Mairan s'eſt ſervi pour trouver la courbe *apparente* du fond d'un baſſin plein d'eau, dans un *Mémoire* imprimé parmi ceux de l'académie de 1740. Mais le pere Tacquet convient lui-même, à la fin de ſa Catoptrique, que le principe dont il s'eſt ſervi n'eſt pas général, & qu'il eſt contre-dit par l'expérience. À l'égard de M. de Mairan, il paroît donner ce principe comme un principe de Géométrie plutôt que d'Optique; & il convient que Newton, Barrow, & les plus célebres auteurs ne l'ont pas entiérement admis. Ceux-ci, pour déterminer le lieu *apparent* de l'objet, imaginent d'abord que l'objet, envoie ſur la ſurface du verre ou du miroir, deux rayons fort proches l'un de l'autre, leſquels après avoir ſoufert une ou pluſieurs réfractions ou réflexions, entrent dans l'œil. Ces rayons rompus ou réfléchis, étant prolongés, concourent en un point, & ils entrent par conſéquent dans l'œil comme s'ils venoient de ce point; d'où il s'enſuit, ſelon Newton & Barrow, que le lieu *apparent* de l'objet eſt au point de concours des rayons rompus ou réfléchis qui entrent dans l'œil, & ce point eſt aiſé à déterminer par la Géométrie. *Voyez* l'*Optique* de Newton, & les *leçons optiques* de Barrow. Ce dernier auteur raporte même une expérience qui paroît ſans réplique, & par laquelle il eſt démontré que l'image *apparente* d'un fil à plomb enfoncé dans l'eau, eſt courbe; d'où il réſulte que le lieu *apparent* d'un objet vu par réfraction n'eſt point dans l'endroit où le rayon rompu coupe la perpendiculaire menée de l'objet ſur la ſurface rompante. Mais il faut avouer auſſi que Barrow, à la fin de ces *leçons d'optique*, fait mention d'une expérience qui paroît contraire à ſon principe ſur le lieu *apparent* de l'image: il ajoute que cette expérience eſt auſſi contraire à l'opinion du pere Tacquet, qu'à la ſienne: mal-gré cela Barrow n'en eſt pas moins ataché à ſon principe ſur le lieu *apparent* de l'objet, qui lui paroît évident & très-ſimple; & il croit que, dans le cas particulier où ce principe ſemble ne pas avoir lieu, on n'en doit attribuer la cauſe qu'au peu de lumieres que nous avons ſur la viſion directe. À l'égard de M. Newton, quoiqu'il ſuive le principe de Barrow ſur le lieu *apparent* de l'image, il paroît regarder la ſolution de ce problême comme une des plus difficiles de l'optique: *Puncti illius*, dit-il, *accurata determinatio problema ſolutu difficillimum prabebit, niſi hypotheſi alicui ſaltem veriſimili, ſi non accurate vera, nitatur aſſertio. Lec. opt. ſchol. Prop. VIII. pag.* 80. *Voyez* MIROIR & DIOPTRIQUE.

Quoi qu'il en ſoit, voici des principes dont tous les Opticiens conviennent.

Si un objet eſt placé à une diſtance d'un verre convexe, moindre que celle de ſon foyer, on poura déterminer ſon lieu *apparent*: s'il eſt placé au foyer, ſon lieu *apparent* ne poura être déterminé; on le verra ſeulement dans ce dernier cas extrêmement éloigné, ou plutôt on le verra très-confuſément.

Le lieu *apparent* ne poura point encore ſe déterminer, ſi l'objet eſt placé au delà du foyer d'un verre convexe: cependant ſi l'objet eſt plus éloigné du verre convexe que le foyer, & que l'œil ſoit placé au delà de la baſe diſtincte, ſon lieu *apparent* ſera dans la baſe diſtincte. On appele *baſe diſtincte* un plan qui paſſe par le point de concours des rayons rompus. *Voyez* LENTILLE.

De même ſi un objet eſt placé à une diſtance d'un miroir concave, moindre que celle de ſon foyer, on peut déterminer ſon lieu *apparent*: s'il eſt placé au foyer, il paroîtra infiniment éloigné, ou plutôt il paroîtra confuſément, ſon lieu *apparent* ne pouvant être déterminé.

Si l'objet eſt plus éloigné du miroir que le foyer, & que l'œil ſoit placé au delà de la baſe diſtincte, le lieu *apparent* ſera dans la baſe diſtincte. *Voyez* MIROIR, CONCAVE & CATOPTRIQUE.

On peut toujours déterminer le lieu *apparent* de l'objet dans un miroir convexe. (*O.*)

APPARENT, *apparens*, adj. m. *en Aſtronomie hauteur apparente*, eſt celle qu'on obſerve, & qui eſt affectée par la *réfraction* & la *parallaxe*.

Conjonction apparente. Il y a *conjonction apparente* de deux planetes lorſque leurs longitudes *apparentes*, vues de la ſurface de la terre, ſont les mêmes. La *conjonction apparente* eſt diſtinguée de la *conjonction vraie*, où le centre de la terre eſt dans un même plan perpendiculaire à l'écliptique avec les centres des deux planets. *Voyez* CONJONCTION.

Horizon apparent ou *ſenſible*; c'eſt le grand cercle qui termine notre vue, ou celui qui eſt formé par la rencontre *apparente* du ciel & de la terre.

Cet horizon ſépare la partie viſible ou ſupérieure du ciel d'avec la partie inférieure qui nous eſt inviſible, à cauſe de la rondeur de la terre. L'*horizon apparent* differe, de l'*horizon rationel* qui lui eſt parallele, mais qui paſſe par le centre de la terre. *Voyez* HORIZON. On peut concevoir un cône dont le ſommet ſeroit dans notre œil, & dont la baſe feroit le plan circulaire qui termine notre vue: ce plan eſt l'*horizon apparent* ou *ſenſible*. *Voyez* ABAISSEMENT.

Le diametre *apparent* du ſoleil, de la lune ou d'une planete, eſt la quantité de l'angle ſous lequel un obſervateur placé ſur la ſurface de la terre, aperçoit ce diametre : on le diſtingue du diametre réel qui ſe compte en lieues ou en toiſes.

Les diametres *apparens* des corps céleſtes ne ſont pas toujours les mêmes. Le diametre *apparent* du ſoleil n'eſt jamais plus petit que 31′ 31″ au commencement de juillet, & jamais plus grand que quand il eſt dans ſon périgée au commencement de janvier ; il eſt alors de 32′ 36″ : on trouvera les autres diametres au mot PLANETE.

Quand les objets ſont fort éloignés de l'œil, leurs diametres *apparens*, c'eſt-à-dire, les grandeurs dont on les voit, ſont proportionels aux angles ſous leſquels ils ſont vus ; ainſi, quoique le ſoleil & la lune ſoient fort différens l'un de l'autre pour la grandeur réelle, cependant leur diametre *apparent* eſt à peu près le même, parce qu'on les voit à peu près ſous le même angle. La raiſon de cela eſt que quand deux corps ſont fort éloignés, quelque différence qu'il y ait entre leurs diſtances réelles, cette différence n'eſt point aperçue par nos ieux, & nous les jugeons l'un & l'autre à la même diſtance *apparente* ; d'où il s'enſuit que la grandeur dont on les voit eſt alors croportionele à l'angle optique ou viſuel. Par ponſéquent ſi deux objets ſont fort éloignés, & que leurs grandeurs réelles ſoient comme leurs diſtances réelles, ces objets paroîtront de la même grandeur, parce qu'ils ſeront vus ſous des angles égaux.

Il y a une différence très-ſenſible entre les *grandeurs apparentes* ou diametres *apparens* du ſoleil & de la lune vers l'horizon, & leurs diametres *apparens* lorſqu'ils ſont fort élevés au méridien. Ce phénomene a beaucoup exercé les philoſophes ; le P. Malebranche eſt celui qui paroît l'avoir expliqué de la maniere la plus vrai-ſemblable, & nous donnerons ſon explication au mot DIAMETRE.

La différence eſt encore plus ſinguliere quand on regarde dans une lunete ; ſouvent une perſone y juge la planete grande comme une aſſiete, & l'autre comme une piece de ſix ſous ; il ne peut en effet y avoir de regle, parce qu'il n'y a point de terme de comparaiſon, & l'on eſtime la grandeur *apparente* au hazard, ſuivant le raport qui s'établit involontairement entre l'impreſſion qu'on éprouve alors dans l'œil, & celle qu'on a coutume d'éprouver en regardant des objets familiers.

La grandeur *apparente* peut donc changer, quoique l'angle du diametre *apparent* ne change pas ; ainſi, quoique l'angle optique ſoit la meſure de la *grandeur apparente*, ſuivant les auteurs d'Optique, d'autres opticiens prétendent avec beaucoup de fondement que la *grandeur apparente* d'un objet ou plutôt le jugement que nous en portons, ne dépend pas ſeulement de l'angle ſous lequel il eſt vu ; & pour le prouver, ils diſent qu'un géant de ſix pieds vu à ſix pieds de diſtance, & un nain d'un pied à un pied de diſtance, ſont vus l'un & l'autre ſous le même angle, & que cependant le géant paroît beaucoup plus grand ; d'où ils concluent que tout le reſte étant d'ailleurs égal, la *grandeur apparente* d'un objet dépend beaucoup de ſa diſtance *apparente*, c'eſt-à-dire, de l'éloignement auquel il nous paroît être. *Voyez* ANGLE, DIAMETRE.

Ainſi, quand on dit que l'angle optique eſt la meſure de la *grandeur apparente*, on doit reſtreindre cette propoſition aux cas où la diſtance *apparente* eſt ſuppoſée la même ; ou bien l'on doit entendre par le mot de *grandeur apparente* de l'objet, non pas la grandeur ſous laquelle il paroît véritablement, mais la grandeur de l'image qu'il forme au fond de l'œil. Cette image eſt en effet proportionele à l'angle ſous lequel on voit l'objet ; & en ce ſens on peut dire que la *grandeur apparente* d'un objet eſt d'autant de degrés que l'angle optique, ſous lequel on voit cet objet, en contient. *Voyez* VISION.

Diſtance apparente eſt celle que l'on obſerve en degrés, minutes & ſecondes entre deux aſtres, avant qu'on l'ait dégagée de la réfraction qui la fait paroître trop petite, & de la parallaxe qui change auſſi ces diſtances, c'eſt-à-dire, ces arcs *apparens* compris entre deux aſtres que l'on obſerve. *Voyez* LONGITUDE.

Temps apparent eſt la même choſe que *temps vrai* ; il differe du temps moyen à raiſon de l'*équation du temps*. (*M. DE LA LANDE.*)

APPLICATION ; c'eſt l'action d'appliquer une choſe à une autre, en les approchant, ou en les mettant l'une auprès de l'autre.

On définit le mouvement, l'*application* ſucceſſive d'un corps aux différentes parties de l'eſpace. *Voyez* MOUVEMENT.

On entend quelquefois en Géométrie par *application*, ce que nous appelons en Arithmétique *diviſion*. Ce mot eſt plus d'uſage en latin qu'en françois : *applicare 6 ad 3*, eſt la même choſe que *diviſer 6 par 3*. *Voyez* DIVISION.

Application, ſe dit encore de l'action de poſer ou d'appliquer l'une ſur l'autre deux figures planes égales ou inégales.

C'eſt par l'*application* ou ſuperpoſition qu'on démontre pluſieurs propoſitions fondamentales de la Géométrie élémentaire ; par exemple, que deux triangles qui ont une même baſe & les mêmes angles à la baſe, ſont égaux en tout ; que le diametre d'un cercle le diviſe en deux parties parfaitement égales ; qu'un carré eſt partagé par ſa diagonale en deux triangles égaux & ſemblables, *&c.* *Voyez* SUPERPOSITION.

APPLICATION d'une ſcience à une autre, en général ſe dit de l'uſage qu'on fait des principes & des vérités qui appartienent à l'une pour perfectioner & augmenter l'autre.

En général, il n'eſt point de ſcience ou d'art qui ne tiene en partie à quelque autre. Le diſcours préliminaire qui eſt à la tête de l'Encyclopédie, & une multitude d'articles de ce Dictionaire en fourniſſent la preuve.

Application *de l'Algebre* ou *de l'Analyſe à la Géométrie*. L'Algebre étant, comme nous l'avons dit à ſon article, le calcul des grandeurs en général, & l'Analyſe l'uſage de l'Algebre pour découvrir les quantités inconnues; il étoit naturel qu'après avoir découvert l'Algebre & l'Analyſe, on ſongeât à appliquer ces deux ſciences à la Géométrie, puiſque les lignes, les ſurfaces, & les ſolides dont la Géométrie s'occupe, ſont des grandeurs meſurables & comparables entr'elles, & dont on peut par conſéquent aſſigner les raports. *Voyez* Arithmétique universelle. Cependant juſqu'à M. Deſcartes, perſone n'y avoit penſé, quoique l'Algebre eût déja fait d'aſſez grands progrès, ſur-tout entre les mains de Viete. *Voyez* Algebre. C'eſt dans la Géométrie de M. Deſcartes que l'on trouve pour la premiere fois l'*application* de l'Algebre à la Géométrie, ainſi que des méthodes excellentes pour perfectionner l'Algebre même: ce grand génie a rendu par-là un ſervice immortel aux Mathématiques, & a donné la clef des plus grandes découvertes qu'on pût eſpérer de faire dans cette ſcience.

Il a le premier appris à exprimer par des équations la nature des courbes, à réſoudre par le ſecours de ces mêmes courbes, les problêmes de Géométrie; enfin, à démontrer ſouvent les théorêmes de Géométrie par le ſecours du calcul algébrique, lorſqu'il ſeroit trop pénible de les démontrer autrement en ſe ſervant des méthodes ordinaires. On verra aux articles Construction, Équation, Courbe, en quoi conſiſte cette *application* de l'Algebre à la Géométrie. Nous ignorons ſi les anciens avoient quelque ſecours ſemblable dans leurs recherches: s'ils n'en ont pas eu on ne peut que les admirer d'avoir été ſi loin ſans ce ſecours. Nous avons le traité d'Archimede ſur les ſpirales, & ſes propres démonſtrations; il eſt difficile de ſavoir ſi ces démonſtrations expoſent préciſément la méthode par laquelle il eſt parvenu à découvrir les propriétés des ſpirales; ou ſi, après avoir trouvé ces propriétés par quelque méthode particuliere, il a eu deſſein de cacher cette méthode par des démonſtrations embaraſſées. Mais s'il n'a point en effet ſuivi d'autre méthode que celle qui eſt contenue dans ces démonſtrations mêmes, il eſt étonant qu'il ne ſe ſoit pas égaré; & on ne peut donner une plus grande preuve de la profondeur & de l'étendue de ſon génie: car Bouillaud avoue qu'il n'a pas entendu les démonſtrations d'Archimede, & Viete les a injuſtement accuſées de paralogiſme.

Quoi qu'il en ſoit, ces mêmes démonſtrations qui ont coûté tant de peine à Bouillaud & à Viete, & peut-être tant à Archimede, peuvent aujourd'hui être extrêmement facilitées par l'*application* de l'Algebre à la Géométrie. On en peut dire autant de tous les ouvrages géométriques des anciens, que preſque perſone ne lit, par la facilité que donne l'Algebre de réduire leurs démonſtrations à quelques lignes de calcul.

Cependant M. Newton, qui connoiſſoit mieux qu'un autre tous les avantages de l'Analyſe dans la Géométrie, ſe plaint en pluſieurs endroits de ſes ouvrages, de ce que la lecture des anciens géometres eſt abandonée.

En effet, on regarde communément la méthode dont les anciens ſe ſont ſervis dans leurs livres de Géométrie, comme plus rigoureuſe que celle de l'Analyſe; & c'eſt principalement ſur cela que ſont fondées les plaintes de M. Newton, qui craignoit que par l'uſage trop fréquent de l'Analyſe, la Géométrie ne perdît cette rigueur qui caractériſe ſes démonſtrations. On ne peut nier que ce grand homme ne fût fondé, au moins en partie, à recomander juſqu'à un certain point la lecture des anciens géometres. Leurs démonſtrations étant plus difficiles, exercent davantage l'eſprit, l'acoutument à une *application* plus grande, lui donnent plus d'étendue, & le forment à la patience & à l'opiniâtreté, ſi néceſſaires pour les découvertes. Mais il ne faut rien outrer; & ſi on s'en tenoit à la ſeule méthode des anciens, il n'y a pas d'apparence que, même avec le plus grand génie, on pût faire dans la Géométrie de grandes découvertes, ou du moins en auſſi grand nombre qu'avec le ſecours de l'Analyſe. À l'égard de l'avantage qu'on veut donner aux démonſtrations faites à la maniere des anciens d'être plus rigoureuſes que les démonſtrations analytiques, je doute que cette prétention ſoit bien fondée. J'ouvre les *principes* de Newton; je vois que tout y eſt démontré à la maniere des anciens; mais en même temps je vois clairement que Newton a trouvé ſes théorêmes par une autre méthode que celle par laquelle il les démontre, & que ſes démonſtrations ne ſont proprement que des calculs analytiques qu'il a traduits, & déguiſés en ſubſtituant le nom des lignes à leur valeur algébrique. Si on prétend que les démonſtrations de Newton ſont rigoureuſes, ce qui eſt vrai, pourquoi les traductions de ces démonſtrations en langage algébrique, ne ſeroient-elles pas rigoureuſes auſſi? Que j'appele une ligne, AB, ou que je la déſigne par l'expreſſion algébrique a, quelle différence en peut-il réſulter pour la certitude de la démonſtration? À la vérité la derniere dénomination a cela de particulier que quand j'aurai déſigné toutes les lignes par des caracteres algébriques, je pourai faire ſur ces caracteres beaucoup d'opérations, ſans ſonger aux lignes ni à la figure; mais cela même eſt un avantage; l'eſprit eſt ſoulagé, il n'a pas trop de toutes ſes forces pour réſoudre certains problêmes, & l'Analyſe les épargne autant qu'il eſt poſſible. Il ſuffit de ſavoir que les principes du calcul ſont

certains; la main calcule en toute sûreté, & arive presque machinalement à un résultat qui donne le théorême ou le problême que l'on cherchoit, & auquel sans cela l'on ne seroit point parvenu, ou l'on ne seroit arivé qu'avec beaucoup de peine. Il ne tiendra qu'à l'analyste de donner à sa démonstration ou à sa solution la rigueur prétendue qu'on croit lui manquer; il lui suffira pour cela de traduire la démonstration dans le langage des anciens, comme Newton a fait les siennes. Qu'on se contente donc de dire que l'usage trop fréquent & trop facile de l'Analyse peut rendre l'esprit paresseux, & on aura raison, pourvu que l'on convienne en même temps de la nécessité absolue de l'Analyse pour un grand nombre de recherches; mais je doute fort que cet usage rende les démonstrations mathématiques moins rigoureuses. On peut regarder la méthode des anciens comme une route difficile, tortueuse, embarassée, dans laquelle le géometre guide ses lecteurs: l'analyste placé à un point de vue plus élevé, voit, pour ainsi dire, cette route d'un coup d'œil; il ne tient qu'à lui d'en parcourir tous les sentiers, d'y conduire les autres, & de les y arrêter aussi longtemps qu'il le veut.

Au reste, il y a des cas où l'usage de l'Analyse, loin d'abréger les démonstrations, les rendroit au contraire plus embarassées. De ce nombre sont entr'autres plusieurs problêmes ou théorêmes, où il s'agit de comparer des angles entr'eux. Ces angles ne sont exprimables analytiquement que par leurs sinus, & l'expression des sinus des angles est souvent compliquée; ce qui rend les constructions & les démonstrations difficiles en se servant de l'Analyse. Au reste, c'est aux grands géometres à savoir quand ils doivent faire usage de la méthode des anciens, ou lui préférer l'Analyse. Il seroit difficile de donner sur cela des regles exactes & générales.

Application *de la Géométrie à l'Algebre*. Quoiqu'il soit beaucoup plus ordinaire & plus commode d'appliquer l'Algebre à la Géométrie, que la Géométrie à l'Algebre, cependant cette derniere *application* a lieu en certains cas. Comme on représente les ligoes géométriques par des lettres, on peut quelquefois représenter par des lignes les grandeurs numériques que ces lettres expriment, & il peut même dans quelques occasions en résulter plus de facilité pour la démonstration de certains théorêmes, ou la résolution de certains problêmes. Pour en donner un exemple simple, je suppose que je veuille prendre le carré de $a+b$; je puis par le calcul algébrique démontrer que ce carré contient le carré de a, plus celui de b, plus deux fois le produit de a par b. Mais je puis aussi démontrer cette proposition en me servant de la Géométrie. Pour cela, je n'ai qu'à faire un carré, dont je partagerai la base & la hauteur chacune en deux parties, dont j'appélerai l'une a & l'autre b; ensuite tirant par les points de division les lignes paralleles aux côtés du carré, je diviserai ce carré en quatre surfaces, dont on verra au premier coup d'œil que l'une sera le carré de a, une autre celui de b, & les deux autres seront chacune un rectangle formé de a & de b; d'où il s'ensuit que le carré du binome $a+b$ contient le carré de chacune des deux parties, plus deux fois le produit de la premiere par la seconde. Cet exemple, très-simple & à la portée de tout le monde, peut servir à faire voir comment on applique la Géométrie à l'Algebre, c'est-à-dire, comment on peut se servir quelquefois de la Géométrie pour démontrer les théorêmes d'Algebre.

Au reste, l'*application* de la Géométrie à l'Algebre n'est pas si nécessaire dans l'exemple que nous venons de raporter, que dans plusieurs autres, trop compliqués pour que nous en fassion ici une énumération fort étendue. Nous nous contenterons de dire que la considération, par exemple, des courbes de genre parabolique, & du cours de ces courbes par raport à leur axe, est souvent utile pour démontrer aisément plusieurs théorêmes sur les équations & sur leurs racines. *Voyez* entr'autres l'usage que M. l'abbé de Gua a fait de ces sortes de courbes, *Mém. acad.* 1741, pour démontrer la fameuse regle de Descartes sur le nombre des racines des équations. *Voyez* Paraboli que, Construction, *&c.*

On peut même quelquefois appliquer la Géométrie à l'Arithmétique, c'est-à-dire, se servir de la Géométrie pour démontrer plus aisément sans Analyse & d'une maniere générale certains théorêmes d'Arithmétique; par exemple, que la suite des nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, *&c.* ajoutés successivement, donne la suite des carrés 1, 4, 9, 16, 25, *&c.*

Pour cela, faites un triangle rectangle ABE, *Méchan. Fig.* 65, dont un côté soit horizontal & l'autre vertical (je les désigne par *horizontal* & *vertical*, pour fixer l'imagination): divisez le côté vertical AB en tant de parties égales que vous voudrez, & par les points de division 1, 2, 3, 4, *&c.* menez les paralleles $1f$, $2g$, *&c.* à BE, vous aurez d'abord le petit triangle $A1f$, ensuite le trapeze $1fg2$, qui vaudra trois fois ce triangle; puis un troisieme trapeze $2gb3$, qui vaudra cinq fois ce triangle: de sorte que les espaces terminés par les paralleles $1f$, $2g$, *&c.* seront représentés par les nombres suivans, 1, 3, 5, 7, *&c.* en commençant par le triangle $A1f$, & désignant ce triangle par 1.

Or les sommes de ces espaces seront les triangles $A1f$, $A2g$, $A3b$, *&c.* qui sont comme les carrés des côtés $A1$, $A2$, $A3$, c'est-à-dire, comme 1, 4, 9, *&c.* Donc la somme des nombres impairs donne la suite des nombres carrés. On peut sans doute démontrer cette proposition algébriquement; mais la démonstration précédente peut satisfaire ceux qui ignorent l'Algebre. *Voy.* Accélération.

Application *de la Géométrie & de l'Algebre*

à *la Méchanique*. Elle eſt fondée ſur les mêmes principes que l'*application* de l'Algebre à la Géométrie. Elle conſiſte principalement à repréſenter par des équations les courbes que décrivent les corps dans leur mouvement, à déterminer l'équation entre les eſpaces que les corps décrivent (lorſqu'ils ſont animés par des forces quelconques), & le temps qu'ils emploient à parcourir ces eſpaces, *&c.* On ne peut à la vérité comparer enſemble deux choſes d'une nature différente, telles que l'eſpace & le temps; mais on peut comparer le raport des parties du temps avec celui des parties de l'eſpace parcouru. Le temps par ſa nature coule uniformément, & la méchanique ſuppoſe cette uniformité. Du reſte, ſans connoître le temps en lui-même, & ſans en avoir de meſure préciſe, nous ne pouvons repréſenter plus clairement le raport de ſes parties, que par celui des parties d'une ligne droite indéfinie. Or l'analogie qu'il y a entre le raport des parties d'une telle ligne, & celui des parties de l'eſpace parcouru par un corps qui ſe meut d'une maniere quelconque, peut toujours être exprimé par une équation. On peut donc imaginer une courbe, dont les abſciſſes repréſentent les portions du temps écoulé depuis le commencement du mouvement; les ordonées correſpondantes déſignant les eſpaces parcourus durant ces portions de temps. L'équation de cette courbe exprimera, non le raport des temps aux eſpaces, mais, ſi on peut parler ainſi, le raport du raport que les parties de temps ont à leur unité, à celui que les parties de l'eſpace parcouru ont à la leur; car l'équation d'une courbe peut être conſidérée ou comme exprimant le raport des ordonées aux abſciſſes, ou comme l'équation entre le raport que les ordonées ont à leur unité, & celui que les abſciſſes correſpondantes ont à la leur.

Il eſt donc évident que, par l'*application* ſeule de la Géométrie & du calcul, on peut, ſans le ſecours d'aucun autre principe, trouver les propriétés générales du mouvement varié ſuivant une loi quelconque. On peut voir à l'*article* Accéléré, un exemple de l'*application* de la Géométrie à la Méchanique; les temps de la deſcente d'un corps peſant y ſont repréſentés par les abſciſſes d'un triangle, les viteſſes par les ordonées (*Voyez* Abscisse & Ordonée), & les eſpaces parcourus par l'aire des parties du triangle. *Voyez* Trajectoire, Mouvement, Temps, *&c.*

Application *de la Méchanique à la Géométrie*: Elle conſiſte principalement dans l'uſage qu'on fait quelquefois du centre de gravité des figures pour déterminer les ſolides qu'elles forment. *Voy.* Centre de Gravité.

Application *de la Géométrie & de l'Aſtronomie à la Géographie*. Elle conſiſte en trois choſes. 1°. À déterminer par les opérations géométriques & aſtronomiques la figure du globe que nous habitons. *Voy.* Figure de la Terre, Degré, *&c.* 2°. À trouver par l'obſervation des longitudes & des latitudes la poſition des lieux. *Voyez* Longitude & Latitude. 3°. À déterminer par des opérations géométriques la poſition des lieux peu éloignés l'un de l'autre. *Voy.* Carte.

L'Aſtronomie & la Géométrie ſont auſſi d'un grand uſage dans la navigation. *Voyez* Navigation, *&c.*

Application *de la Géométrie & de l'Analyſe à la Phyſique*. C'eſt à M. Newton qu'on la doit, comme on doit à M. Deſcartes l'*application* de l'Algebre à la Géométrie. Elle eſt fondée ſur les mêmes principes que l'*application* de l'Algebre à la Géométrie. La plupart des propriétés des corps ont entr'elles des raports plus ou moins marqués que nous pouvons comparer, & c'eſt à quoi nous parvenons par la Géométrie & par l'Analyſe ou Algebre. C'eſt ſur cette *application* que ſont fondées toutes les ſciences phyſico-mathématiques. Une ſeule obſervation ou expérience donne ſouvent toute une ſcience. Suppoſez, comme on le ſait par l'expérience, que les rayons de lumiere ſe réfléchiſſent en faiſant l'angle d'incidence égal à l'angle de réflexion, vous aurez toute la Catoptrique. *Voyez* Catoptrique. Cette expérience une fois admiſe, la Catoptrique devient une ſcience purement géométrique, puiſqu'elle ſe réduit à comparer des angles & des lignes données de poſition. Il en eſt de même d'une infinité d'autres. En général, c'eſt par le ſecours de la Géométrie & de l'Analyſe que l'on parvient à déterminer la quantité d'un effet qui dépend d'un autre effet mieux connu. Donc cette ſcience nous eſt preſque toujours néceſſaire dans la comparaiſon & l'examen des faits que l'expérience nous découvre. Il faut avouer cependant que les différens ſujets de Phyſique ne ſont pas également ſuſceptibles de l'*application* de la Géométrie. Pluſieurs expériences, telles que celles de l'aimant, de l'électricité, & une infinité d'autres, ne donnent aucune priſe au calcul; en ce cas il faut s'abſtenir de l'y appliquer. Les géometres tombent quelquefois dans ce défaut, en ſubſtituant des hypotheſes aux expériences, & calculant en conſéquence; mais ces calculs ne doivent avoir de force qu'autant que les hypotheſes ſur leſquelles ils ſont apuiés, ſont conformes à la nature, & il faut pour cela que les obſervations les confirment, ce qui par malheur n'arive pas toujours. D'ailleurs quand les hypotheſes ſeroient vraies, elles ne ſont pas toujours ſuffiſantes. S'il y a dans un effet un grand nombre de circonſtances dues à pluſieurs cauſes qui agiſſent à la fois, & qu'on ſe contente de conſidérer quelques-unes de ces cauſes, parce qu'étant plus ſimples, leur effet peut être calculé plus aiſément: on pourra bien par cette méthode avoir l'effet partiel de ces cauſes; mais cet effet ſera fort différent de l'effet total qui réſulte de la réunion de toutes les cauſes.

Application *de la Méthode géométrique à la Métaphyſique*.

Métaphyſique. On a quelquefois abuſé de la Géométrie dans la Phyſique, en appliquant le calcul des propriétés des corps à des hypotheſes arbitraires. Dans les ſciences qui ne peuvent par leur nature être ſoumiſes à aucun calcul, on a abuſé de la méthode des géometres; parce qu'on ne pouvoit abuſer que de la méthode. Pluſieurs ouvrages métaphyſiques, qui ne contienent ſouvent rien moins que des vérités certaines, ont été exécutés à la maniere des géometres; & on y voit à toutes les pages les grands mots d'*axiôme*, de *théorême*, de *corollaire*, &c.

Les auteurs de ces ouvrages ſe ſont apparemment imaginés que de tels mots faiſoient par quelque vertu ſecrete l'eſſence d'une démonſtration, & qu'en écrivant à la fin d'une propoſition, *ce qu'il falloit démontrer*, ils rendroient démontré ce qui ne l'étoit pas. Mais ce n'eſt point à cette méthode que la Géométrie doit ſa certitude, c'eſt à l'évidence & à la ſimplicité de ſon objet; & comme un livre de Géométrie pouroit être très-bon en s'écartant de la forme ordinaire, un livre de Métaphyſique ou de Morale peut ſouvent être mauvais en ſuivant la méthode des Géometres. Il faut même ſe défier de ces ſortes d'ouvrages; car la plupart des prétendues démonſtrations n'y ſont fondées que ſur l'abus des mots. Ceux qui ont réfléchi ſur cette matiere, ſavent combien l'abus des mots eſt facile & ordinaire, ſur-tout dans les matieres métaphyſiques. C'eſt en quoi on peut dire que les Scholaſtiques ont excellé. On ne ſauroit trop regréter qu'ils n'aient pas fait de leur ſagacité un meilleur uſage.

Application *de la Métaphyſique à la Géométrie*. On abuſe quelquefois de la Métaphyſique en Géométrie, comme on abuſe de la méthode des Géometres en Métaphyſique. Ce n'eſt pas que la Géométrie n'ait, comme toutes les autres ſciences une métaphyſique qui lui eſt propre; cette métaphyſique eſt même certaine & inconteſtable, puiſque les propoſitions géométriques qui en réſultent, ſont d'une évidence à laquelle on ne ſauroit ſe refuſer. Mais, comme la certitude des Mathématiques vient de la ſimplicité de ſon objet, la métaphyſique n'en ſauroit être trop ſimple & trop lumineuſe: elle doit toujours ſe réduire à des notions claires, préciſes & ſans aucune obſcurité. En effet, comment les conſéquences pouroient-elles être certaines & évidentes, ſi les principes ne l'étoient pas? Cependant quelques auteurs ont cru pouvoir introduire dans la Géométrie une métaphyſique ſouvent aſſez obſcure, & qui pis eſt, démontrer par cette métaphyſique des vérités dont on étoit déja certain par d'autres principes. C'étoit le moyen de rendre ces vérités douteuſes, ſi elles avoient pu le devenir. La Géométrie nouvele a principalement donné occaſion à cette mauvaiſe méthode. On a cru que les infiniment petits qu'elle conſidere étoient des quantités réelles; on a voulu admettre des infinis plus grands les uns que les autres; on a reconu des infiniment petits de différens ordres, en regardant tout cela comme des réalités; au lieu de chercher à réduire ces ſuppoſitions & ces calculs à des notions ſimples. *Voyez* Différentiel, Infini, & Infiniment petit.

Un autre abus de la Métaphyſique en Géométrie, conſiſte à vouloir ſe borner dans certains cas à la Métaphyſique pour des démonſtrations géométriques. En ſuppoſant même que les principes métaphyſiques dont on part ſoient certains & évidens, il n'y a guere de propoſitions géométriques qu'on puiſſe démontrer rigoureuſement avec ce ſeul ſecours; preſque toutes demandent, pour ainſi dire, la toiſe & le calcul. Cette maniere de démontrer eſt bien matérielle, ſi l'on veut: mais enfin c'eſt preſque toujours la ſeule qui ſoit ſûre; c'eſt la plume à la main, & non pas avec des raiſonemens métaphyſiques, qu'on peut faire des combinaiſons & des calculs exacts.

Au reſte, cette derniere métaphyſique dont nous parlons, eſt bonne juſqu'à un certain point, pourvu qu'on ne s'y borne pas: elle fait entrevoir les principes des découvertes: elle nous fournit des vues; elle nous met dans le chemin: mais nous ne ſommes bien ſûrs d'y être ſi on peut s'exprimer de la ſorte, qu'après nous être aidés du bâton du calcul, pour connoître les objets que nous n'entrevoyons auparavant que confuſément.

Il ſemble que les grands Géometres devroient être toujours excellens Métaphyſiciens, au moins ſur les objets de leur ſcience: cela n'eſt pourtant pas toujours. Quelques Géometres reſſemblent à des perſones qui auroient le ſens de la vue contraire à celui du toucher; mais cela ne prouve que mieux combien le calcul eſt néceſſaire pour les vérités géométriques. Au reſte, je crois qu'on peut du moins aſſurer qu'un Géometre, qui eſt mauvais Métaphyſicien ſur les objets dont il s'occupe, ſera à coup ſûr Métaphyſicien déteſtable ſur le reſte. Ainſi, la Géométrie, qui meſure les corps, peut ſervir en certains cas à meſurer les eſprits même.

Application *d'une choſe à une autre*, en général ſe dit, *en matiere de Science* ou *d'Art*, pour déſigner l'uſage dont la premiere eſt pour connoître ou perfectioner la ſeconde. Ainſi, l'*application* de la cycloïde aux pendules, ſignifie l'uſage qu'on a fait de la cycloïde pour perfectioner les pendules. *Voyez* Pendule, Cycloïde, *&c.*, & ainſi d'une infinité d'autres exemples. (*O.*)

Application, *terme d'Aſtrologie*, qui exprimoit le raport d'un degré précédent à un degré ſuivant, quant aux influences. *Ptol. de judiciis, l.* 1 *in fine.* (*D. L.*)

APPLIQUÉE, ſ. f. en *Géométrie*; c'eſt en général une ligne droite terminée par une courbe dont elle coupe le diametre; ou en général, c'eſt une ligne droite qui ſe termine par une de ſes extrémités à une courbe, & par qui l'autre extrémité ſe termine encore à la courbe même, ou à une ligne droite tracée ſur le plan de cette courbe. Ainſi, *Sect. con. Fig.* 26, *E M*, *M M*, ſont des *ap-*

pliquées à la courbe *M A M. Voyez* COURBE, DIAMETRE *&c.*

Le terme *appliquée* eſt ſynonyme à *ordonée*. *V.* ORDONÉE. (*O.*)

APPLIQUER, ſignifie, en *Mathématiques*, tranſporter une ligne donnée, ſoit dans un cercle, ſoit dans une autre figure curviligne ou rectiligne, en ſorte que les deux extrémités de cette ligne ſoient dans le périmetre de la figure.

Appliquer ſignifie auſſi *diviſer*, ſur-tout dans les Auteurs Latins. Ils ont accoutumé de dire *duc A B in C D*, *menez A B ſur C D*; pour *multipliez A B par C D*, ou faites un parallélogramme rectangle de ces deux lignes; & *applica A B ad C D*, *appliquez A B à C D*, pour *diviſez A B par C D*, ce qu'on exprime ainſi $\frac{AB}{CD}$. On entend encore par *appliquer*, tracer l'une ſur l'autre des figures différentes; mais dont les aires ſont égales.

APPOLLON, (*Aſtronom.*); nom que quelques Auteurs ont donné à l'étoile des gémeaux, appelée auſſi *caſtor*, c'eſt la précédente & la plus belle des deux; elle eſt marquée *α*. (*D. L.*)

APPROCHE, ſ. f. (*Méchan.*). *La courbe aux approches égales*, *acceſſus æquabilis*, demandée aux Géometres par M. Léibnitz, eſt fameuſe par la difficulté qu'ils eurent à en trouver l'équation. Voici la queſtion.

Trouver une courbe le long de laquelle un corps deſcendant par l'action ſeule de la peſanteur, approche également de l'horizon en des temps égaux; c'eſt-à-dire, trouver la courbe *A M P*, *Méch. Fig.* 41, qui ſoit telle que ſi un corps peſant ſe meut le long de la concavité *A M P* de cette courbe, & qu'on tire à volonté les lignes horizontales *Q M*, *R N*, *S O*, *T P*, &c. également diſtantes l'une de l'autre, il parcourt en temps égaux les arcs *M N*, *N O*, *O P*, &c. terminés par ces lignes.

MM. Bernoulli, Varignon & d'autres ont trouvé que c'étoit la ſeconde parabole cubique, placée de maniere que ſon ſommet *A* fût ſa partie ſupérieure. On doit de plus remarquer que le corps qui la doit décrire, pour s'approcher également de l'horizon en temps égaux, ne peut pas la décrire dès le commencement de ſa chute. Il faut qu'il tombe d'abord en ligne droite d'une certaine hauteur *V A*, que la nature de cette parabole détermine; & ce n'eſt qu'avec la viteſſe acquiſe par cette chute qu'il peut commencer à s'approcher également de l'horizon en temps égaux.

M. Varignon a généraliſé la queſtion à ſon ordinaire, en cherchant la courbe qu'un corps doit décrire *dans le vide* pour s'approcher également du point donné en temps égaux, la loi de la peſanteur étant ſuppoſée quelconque.

M. de Mauperruis a auſſi réſolu le même problême, pour le cas où le corps ſe mouvroit dans un milieu réſiſtant comme le carré de la viteſſe, ce qui rend la queſtion beaucoup plus difficile que dans le cas où l'on ſuppoſe que le corps ſe meuve dans le vide. *Voyez Hiſt. acad. royale des Sciences*, *an.* 1699, *pag.* 82, & *an.* 1730, *pag.* 129, *Mém. p.* 333. *Voyez auſſi* DESCENTE. (*O.*)

APPROXIMATION, ſ. f. (*Alg.*); opération par laquelle on trouve d'une maniere approchée la valeur d'une quantité qu'on ne peut pas trouver rigoureuſement.

Cette opération eſt d'uſage pour les racines des nombres qui ne ſont pas des puiſſances parfaites; pour trouver la valeur approchée de l'inconnue dans une équation qu'on ne peut pas réſoudre exactement, *&c.* Entrons dans quelques détails.

I. Tous les Traités d'Arithmétique enſeignent à trouver par *approximation* les racines carrées & cubes des nombres qui ne ſont pas des carrés parfaits ou des cubes parfaits. On peut parvenir facilement au même but, pour une racine quelconque, au moyen de l'algebre, comme je vais l'expliquer.

Soit d'abord à tirer la racine carrée approchée d'un nombre qui n'eſt pas un carré parfait. Je commence par obſerver qu'un pareil nombre (il s'agit toujours de nombres entiers) eſt compris entre deux carrés conſécutifs, c'eſt-à-dire, entre deux carrés dont les racines ne different que de l'unité. D'où il ſuit que tout nombre non carré peut être repréſenté par la formule $m^2 \pm n$; m^2 étant le carré ſupérieur ou inférieur à ce nombre, n la partie qu'il faut ajouter à m^2, ou en ſouſtraire, pour former le nombre en queſtion. Cela poſé je conſidere que $\sqrt{(m^2 \pm n)}$ eſt la même que $(m^2 \pm n)^{\frac{1}{2}}$ (*Voyez* EXPOSANT); & je dévelope en $(m^2 \pm n)^{\frac{1}{2}}$ en ſérie, par le moyen de la formule du binome (*Voyez* BINOME); ce qui me donne $\sqrt{(m^2 \pm n)} = m \pm \frac{n}{2m} - \frac{n^2}{8m^3} \pm \frac{n^3}{16m^5}$ — &c. On voit que m & n étant ſuppoſés des nombres entiers, cette ſérie convergera toujours, pourvu que $\frac{n}{m}$ ne ſurpaſſe pas l'unité.

Par exemple, ſoit le nombre 150, qui n'eſt pas un carré parfait, & dont on demande la racine approchée: je commence par chercher, par les regles de l'arithmétique, la racine du plus grand carré contenu dans 150; cette racine eſt 12, & le carré 144; d'où je vois que 150 eſt compris entre le carré de 12, c'eſt-à-dire, 144, & celui de 13, eſt-à-dire, 169; mais, comme le nombre 150 eſt plus voiſin de 144 que de 169, je le raporte à la formule $m^2 = n$, en prenant $m^2 = 144$, $n = 6$. Alors la formule devient $12 = \frac{6}{24} \frac{-36}{8.1728} = \frac{216}{16.248832}$ — *&c.*; ce qui forme une ſérie très-convergente. Il ſuffira de prendre ſes trois premiers termes

pour avoir la valeur approchée de toute la ſuite, ou de la racine carrée de 150. Or les deux premiers termes, qui ont le ſigne + étant ajoutés enſemble, donnent $12 + \frac{1}{4}$, dont retranchant la fraction $\frac{36}{8.1728}$ ou $\frac{1}{384}$, on aura, pour réſultat des trois termes en queſtion, $12 + \frac{95}{384}$, ou (en réduiſant la partie $\frac{95}{384}$ en parties décimales, *Voyez* ce mot) 12,247395, qui differe à peine de la vraie racine de $\frac{1}{100000}$.

Soit, pour le ſecond exemple, le nombre 1289, qui n'eſt pas un carré parfait. On trouve d'abord que la racine du plus grand carré, contenu dans ce nombre, eſt 35, & que le carré eſt 1225. Le carré immédiatement ſupérieur, c'eſt-à-dire, celui de 36 eſt 1296. Par conſéquent le nombre propoſé eſt compris entre les deux carrés conſécutifs 1225 & 1296, mais plus approchant du ſecond que du premier. Je le raporte donc à la formule $m^2 - n$, en prenant $m^2 = 1296$, $n = 7$. Alors la ſérie devient $36 - \frac{7}{72} - \frac{49}{8.46656}$ — *&c.* dont prenant ſeulement les trois premiers termes, on a 35, 902644 pour la racine carrée approchée de 1289.

Le procédé eſt le même pour la racine cube, la racine quatrieme, *&c.* Par exemple, un nombre qui n'eſt pas un cube parfait, peut être repréſenté par $m^3 \pm n$, m^3 étant le cube ſupérieur ou inférieur, n la partie additive ou ſouſtractive, qui complete le nombre propoſé. Alors on a $\sqrt[3]{(m^3 \pm n)} = (m^3 \pm n)^{\frac{1}{3}} = m \pm \frac{n}{3m^2} - \frac{n^2}{9m^5} \pm \frac{5n^3}{81m^8} - \frac{10n^4}{243m^{11}} \pm$ *&c.* L'application aux nombres n'a aucune difficulté.

II. L'art de réſondre par *approximation* les équations qu'on ne peut pas réſoudre en rigueur, eſt fondé ſur quelques principes généraux que je vais expliquer. Je commence par les équations numériques, c'eſt-à-dire, par les équations où il n'y a point d'autre quantité littérale que l'inconnue.

III. Théorême. *Si, en ſubſtituant dans une équation quelconque deux nombres différens à la place de l'inconnue, on obtient des réſultats de ſignes contraires; l'une des valeurs de l'inconnue ſera compriſe entre les deux nombres ſubſtitués.*

Soit, par exemple, l'équation $x^4 + nx^3 + px^2 + qx + r = 0$; ſuppoſons que ſes quatre racines ſoient $x = a$, $x = b$, $x = c$, $x = d$, & qu'on ait $a > b$, $b > c$, $c > d$. Nous aurons $(x - a).(x - b).(x - c).(x - d) = 0$; & en ſubſtituant ſucceſſivement g & b à la place de x, nous formerons les deux produits:

(A)... $(g - a) \times (g - b) \times (g - c) \times (g - d)$,
(B)... $(b - a) \times (b - b) \times (b - c) \times (b - d)$.

Cela poſé, 1.° ſoient $g > a$; $b < a$ & $b > b$: il eſt clair que tous les facteurs du produit (A) ſont poſitifs, que le premier facteur du produit (B) eſt négatif & les autres poſitifs; donc le produit (A) eſt poſitif, le produit (B) négatif, & la racine a eſt compriſe entre g & b.

2.° Soient $g > b$, & $g < a$; $b < b$ & $b > c$: le premier facteur de (A) eſt négatif, les autres poſitifs: les deux premiers facteurs de (B) ſont négatifs, les autres poſitifs; donc le produit (A) eſt négatif, le produit (B) poſitif, & la racine b compriſe entre g & b.

3.° Soient $g > c$, & $g < b$; $b < c$ & $b > d$: les deux premiers facteurs de (A) ſont négatifs, & les deux autres poſitifs; les trois premiers facteurs de (B) ſont négatifs, le quatrieme poſitif; donc le produit (A) eſt poſitif, le produit (B) négatif, & la racine c eſt compriſe entre g & b.

4.° Enfin, ſoient $g > d$ & $g < c$; $b > d$: les trois premiers facteurs de (A) ſont négatifs, le quatrieme poſitif; les quatre facteurs de (B) ſont négatifs; donc le produit (A) eſt négatif, le produit (B) poſitif, & la racine d eſt compriſe entre g & b.

On appliquera facilement la même démonſtration à une équation de tout autre degré.

IV. Corollaire I. Il ſuit de là que ſi les deux nombres g & b ne different entr'eux que de l'unité, la valeur qu'on obtiendra pour x, en mettant g ou b à la place de cette inconnue, ne différera pas d'une unité de la vraie valeur de x.

V. Corollaire II. Toute équation dont le dernier terme eſt négatif, le premier étant poſitif, a néceſſairement au moins une racine poſitive. Car ſoit l'équation générale $x^m + px^{m-1} + qx^{m-2} \ldots - k = 0$. Si l'on fait $x = 0$, on aura le réſultat négatif $-k$; & ſi l'on fait $x = \infty$ (*a*), on aura le réſultat poſitif $+\infty$. Ainſi, on a ici $g = 0$, $b = \infty$. Donc l'une des valeurs de x eſt compriſe entre 0 & ∞; elle eſt par conſéquent l'un des nombres réels poſitifs compris entre ces deux limites.

VI. Corollaire III. Toute équation d'un degré impair a, au moins, une racine réelle laquelle ſera poſitive ou négative, ſelon que le

(*a*) Ce caractere ∞ ſert en général à déſigner une grandeur infinie quelconque.

dernier terme de l'équation ſera négatif ou poſitif, le premier étant toujours ſuppoſé poſitif. En effet, on voit d'abord que le premier cas eſt compris dans l'article précédent. Pour démontrer le ſecond, on obſervera que le nombre des termes d'une équation d'un degré impair étant pair, ſi l'on change les ſignes de ces termes pris de deux en deux à compter depuis le ſecond inclusivement juſqu'au dernier, les racines poſitives deviendront négatives, & les négatives, poſitives (*Voyez* RACINE). Or, par ce changement de ſignes, le dernier terme de l'équation devient négatif. Donc la nouvele équation a, au moins, une racine poſitive, & par conſéquent l'équation primitive a, au moins, une racine négative correſpondante.

VII. COROLLAIRE IV. Une équation d'un degré pair, dont le dernier terme eſt négatif, a au moins deux racines réelles, l'une poſitive, l'autre négative. Car d'abord elle a une racine réelle poſitive (V). Enſuite ſi l'on change les ſignes de ſes termes pris de deux en deux, à compter depuis le ſecond juſqu'au dernier, pour changer les racines poſitives en négatives, & les négatives en poſitives; on aura une équation dont le dernier terme demeurera le même en tout qua celui de la propoſée. Donc cette nouvele équation aura au moins une racine réelle poſitive; & par conſéquent la racine correſpondante de l'équation propoſée ſera réelle & négative.

VIII. REMARQUE. Il peut ſe faire qu'une équation ne donne jamais de réſultats de ſignes contraires, quelques nombres qu'on ſubſtitue à la place de l'inconnue. Cela arive, 1.° lorſque l'équation contient ſeulement des racines égales deux à deux, quatre à quatre, *&c.* Ainſi, par exemple, l'équation $(x-a)^2 \times (x-b)^2 \ldots = 0$, conſarvera évidemment toujours le même ſigne, quelque valeur qu'on attribue à x.

2.° Lorſque l'équation coatient ſenlement des racines imaginaires. Telle eſt l'équation $(x+a+b\sqrt{-1})\cdot(x+a-b\sqrt{-1})\cdot(x-c+d\sqrt{-1})\cdot(x-c-d\sqrt{-1})\ldots = 0$, qui aura toujours le même ſigne, quelque valeur qu'on donne à x. Sur quoi il faut ſe rapeler que les imaginaires vont toujours deux à deux, & que deux racines qui compoſent une même paire, ne different jamais que par le ſigne de la partie imaginaire.

3.° Lorſque l'équation contient tout-à-la-fois des racines égales deux à deux, quatre à quatre, *&c.*, & des racines imaginaires. Telle eſt l'équation, $(x-a)^2\,(x-b)^2\,(x+c+d\sqrt{-1})\,(x+c-d\sqrt{-1}) = 0$.

Concluons de là que toute équation qui donne des réſultats de ſignes contraires, en mettant à la place de l'inconnue des nombres réels, différens, ne tombe dans aucun des trois cas précédens.

IX. PROBLÊME. *Réſoudre une équation quelconque, ſi non rigoureuſement, au moins par approximation.*

Je commence par examiner ſi cette équation ne contient pas des racines égales; ces racines, lorſqu'il y en a, ſe trouvent, comme on l'expliquera au mot *racine*; & on parvient à une équation d'un degré inférieur qui ne contient plus de racines égales. J'examine encore ſi l'équation réduite n'a pas de diviſeurs commenſurables d'une dimenſion; ces diviſeurs ſe trouvent par la méthode qu'on expliquera au mot *diviſeur commenſurable*. Au moyen de ces recherches préliminaires, on n'aura plus à réſoudre que des équation qui contienent des racines réelles inégales & incommenſurables, ou des racines imaginaires, ou des racines en partie réelles inégales & incommenſurables, en partie imaginaires. Je ſuppoſe donc que les équations qu'il faut ici réſoudre par *approximation*, ſont de cette nature: on verra par les exemples ſuivans comment il faut opérer en général. Ces différens exemples ont chacun leur difficulté particuliere & ſe raportent à différentes ſortes d'équations.

EXEMPLE I. *Réſoudre par une premiere approximation, l'équation* $x^3 + 5x + 7 = 0$.

Comme cette équation eſt d'un degré impair, & que ſon dernier terme eſt poſitif, je ſuis aſſuré (VI) qu'elle a au moins une racine réelle négative, & que par conſéquent je ne puis pas manquer d'obtenir des réſultats de ſignes contraires, en ſubſtituant pour x deux nombres négatifs différens. Je fais donc d'abord $x = 0$, ou $x = -0$, ce qui donne le réſultat poſitif $+7$; je fais $x = -1$, ce qui donne encore un réſultat poſitif $+2$; je fais $x = -2$, ce qui donne le réſultat négatif -11. D'où je conclus que l'une des racines de l'équation eſt compriſe entre -1 & -2. Les deux autres racines ſont imaginaires; mais, ſi elles étoient réelles, on détermineroit ſemblablement leurs limites.

Nous apprendrons bientôt à trouver des limites plus étroites pour la racine réelle.

EXEMPLE II. *Réſoudre par une premiere approximation l'équation* $x^4 - 56x^3 + 7x + 37 = 0$.

Suppoſons ſucceſſivement $x = 0$, $x = 1$, $x = 2$, $x = 3$, *&c*; puis $x = -0$, $x = -1$, $x = -2$, $x = -4$ *&c*: nous aurons la table qu'on voit ici:

Suppoſitions.	*Réſultats.*	*Suppoſitions.*	*Réſultats.*
$x = 0$	$+37$	$x = -0$	$+37$
$x = 1$	$+29$	$x = -1$	$+55$
$x = 2$	$+3$	$x = -2$	-25
$x = 3$	-5	$x = -3$	-47
$x = 4$	$+65$	$x = -4$	$+9$
$x = 5$	$+297$		

D'où nous devons conclure que l'une des valeurs de x eſt compriſe entre 2 & 3; une ſeconde, entre 3 & 4; une troiſieme, entre -1 & -2; enfin, la quatrieme entre -3 & -4.

EXEMPLE III. *Réſoudre, par une premiere ap-*

proximation, *l'équation* $x^4 - 15x^3 + 7x + 37 = 0$.

En faiſant ſucceſſivement $x = 0, x = 1, x = 2, x = 3, x = 4, x = 5$, &c., on trouvera toujours des réſultats poſitifs; mais on ne doit pas ſe hâter d'en conclure que l'équation n'a pas de racines poſitives: car il peut ſe faire que les valeurs ſuppoſées pour x, marchent par de trop grands ſauts. Le plus court moyen de s'en aſſurer, eſt de changer l'équation en une autre dont les racines ſoient plus grandes, par exemple, dix fois plus grandes, & d'examiner ſi en augmentant ſucceſſivement d'une unité la nouvele inconnue, on ne parviendra pas à des réſultats de ſignes contraires. Je fais donc $x = \frac{y}{10}$; (je ferois $x = \frac{y}{m}$, ſi je voulois avoir une équation dont les racines fuſſent m fois plus grandes). La ſuppoſition $x = \frac{y}{10}$ change l'équation propoſée en celle-ci: $y^4 - 1500y^3 + 7000y + 370000 = 0$. Enſuite je ſuppoſe ſucceſſivement $y = 0, y = 1, y = 2, y = 3, \ldots\ldots\ldots y = 10, y = 11, y = 12, \ldots\ldots y = 20, y = 21, y = 22$, &c.; & je trouve que les deux ſuppoſitions $y = 24$, $y = 25$, donnent des réſultats de ſignes contraires. Ainſi l'une des valeurs de y eſt entre 24 & 25; &, par conſéquent, la valeur correſpondante de x eſt entre 2,4 & 2,5. Même procédé, s'il eſt néceſſaire, pour les autres racines de l'équation propoſée.

EXEMPLE IV. *Trouver dans l'équation* $x^2 + 3x + 7 = 0$, *dont les racines ſont imaginaires, les expreſſions approchées de ces racines.*

Je feins que l'équation propoſée provient de celle-ci: $(x + p + q\sqrt{-1}) \times (x + p - q\sqrt{-1}) = 0$, ou $x^2 + 2px + pp + qq = 0$, p & q étant des quantités réelles, qu'il faut déterminer, du moins à peu près. Or l'équation propoſée & l'équation feinte devant être identiques, on aura $2p = 3$, $pp + qq = 7$. Nous connoiſſons d'abord p, puiſque ſa valeur eſt $\frac{1}{2}$ ou 1,5; ſubſtituons cette valeur dans l'équation $pp + qq = 7$; nous aurons $qq = 7 - \frac{9}{4} = \frac{19}{4}$, ou $q^2 - \frac{19}{4} = 0$. Cette équation a (*VII*) deux racines réelles, l'une poſitive, l'autre négative; & en faiſant ſucceſſivement $q = 0, q = 1, q = 2, q = 3$, &c., puis $q = -1$, $q = -2$, &c., on trouve que la racine poſitive eſt entre 2 & 3, & la négative entre -2 & -3.

Cet exemple eſt fort ſimple; mais on opérera de même dans les cas analogues plus compoſés. Quel que ſoit le degré d'une équation qui contient des racines imaginaires, ces racines vont toujours deux à deux, & peuvent être regardées comme produites par des équations du ſecond degré: elles ſont donc toujours réductibles à la forme qu'on a attribuée aux racines de l'équation précédente. Ainſi, en feignant qu'une équation dont les racines ſont imaginaires, eſt le produit de pluſieurs paires de racines imaginaires, ſemblables à celles de l'exemple précédent, & comparant terme à terme l'équation propoſée avec l'équation feinte, on aura pluſieurs équations qui ſerviront à éliminer tous les coëfficiens inconnus des racines feintes, à l'exception d'un ſeul qui ſe trouvera dans une équation finale, laquelle aura, au moins, une racine réelle. On prendra cette racine pour la valeur du coëfficient dont on vient de parler; enſuite en remontant aux autres équations des coëfficiens, on parviendra à les déterminer tous, à peu près. Il eſt clair que leurs valeurs ſeront des quantités réelles, & que les racines de l'équation ne ſont imaginaires que parce que les coëfficiens des équations feintes, ſont en partie multipliés par $\sqrt{-1}$.

X. SCHOLIE I. La transformation employée dans l'Exemple III, a non ſeulement l'avantage de lever facilement la difficulté qui ſe rencontre dans les queſtions de cette nature; mais elle ſert encore à trouver, d'une maniere plus approchée, les racines d'une équation, & en la répétant pluſieurs fois, on pouſſera l'approximation auſſi loin qu'on voudra. Pour rendre ceci clair, reprenons l'équation $x^2 + 5x + 7 = 0$ (Exemple I). Je la change en un autre dont les racines ſoient dix fois plus grandes, en faiſant $x = \frac{y}{10}$; ce qui me donne $y^2 + 500y + 7000 = 0$; je détermine deux nombres qui ne different que de 1, & entre leſquels ſoit compriſe la valeur de y: & comme j'ai déja trouvé que la valeur de x eſt entre -1 & -2, je vois tout de ſuite que celle de y eſt entre -10 & -20. Reſſerrons cet intervalle. La ſuppoſition $y = -10$, donne pour l'équation en y, un réſultat poſitif, & la ſuppoſition $y = -20$, donne un réſultat négatif. Faiſons $y = -15$; nous aurons un réſultat négatif; donc la valeur de y eſt entre -10 & -15. Soit $y = -12$; on aura encore un réſultat négatif; donc la valeur de y eſt entre -10 & -12. Soit $y = -11$; on aura un réſultat poſitif; donc la valeur de y eſt entre -11 & -12; & celle de x eſt entre $-1,1$ & $-1,2$.

Pour pouſſer l'approximation plus loin, je change l'équation en y en une autre dont les racines ſoient dix fois plus grandes que les valeurs de y, ou cent fois plus grandes que celles de x. Je fais donc $y = \frac{z}{10}$; & l'équation en y ſe change en celle-ci: $z^2 + 50000z + 7000000 = 0$. Et comme la valeur de y eſt entre -11 & 12, celle de z ſera entre -110 & -120. La ſuppoſition $z = -110$ donne pour l'équation en z, un réſultat poſitif, & la ſuppoſition $z = -120$ donne un réſultat négatif. Faiſons $z = -115$: nous aurons un réſultat négatif; donc la valeur de z eſt entre -110 & -115. Soit $z = -112$: nous aurons un réſultat négatif; donc la valeur de z eſt entre -110 & -112. Soit $z = -111$; le réſultat eſt poſitif;

Digitized by Google

donc la valeur de z eſt entre -111 & -112; celle de y entre $-11,1$ & $-11,2$, & celle de x entre $-1,11$ & $-1,12$. On connoît donc x à moins de $\frac{1}{100}$ près; & en continuant à opérer toujours de la même maniere, on pourra trouver une valeur qui differe d'auſſi peu qu'on voudra de celle de x.

Je ferai obſerver, en paſſant, que la transformation d'une équation en une autre dont les racines ſoient 10 fois, 100 fois, 1000 fois, &c., plus grandes, ſert à changer une équation qui contient des parties décimales en une autre qui n'en contient pas. Par exemple, ſoit l'équation $x^3 + 5,745\,x^2 + 6,7847x + 9,7428 = 0$: le coefficient du ſecond terme contenant trois figures décimales, je change l'équation en une autre dont les racines ſoient cent fois plus grandes; je fais donc $x = \frac{y}{1000}$, ce qui me donne $y^3 + 5745\,y^2 + 6784700\,y + 9742800000 = 0$, équation où il n'y a point de parties décimales.

XI. Scholie II. Quand on a trouvé, à moins de $\frac{1}{10^n}$ près, l'une des racines d'une équation, la méthode ſuivante, due à Newton, donne par un calcul très-expéditif la valeur de cette racine, approchée auſſi près qu'on voudra. Par exemple, ſoit encore notre équation $x^3 + 5x + 7 = 0$, dans laquelle la valeur de x eſt, à moins de $\frac{1}{10^2}$ près, $-1,1$, ainſi que nous l'avons trouvé.

Qu'on prene $x = -1,1 + z$, z étant ce qu'il faudroit joindre à $-1,1$, pour avoir exactement x. Qu'au moyen de cette valeur, on élimine x de l'équation propoſée $x^3 + 5x + 7 = 0$; on aura la transformée $z^3 - 8,63z^2 + 8,63z + 0,169 = 0$. Or, comme la quantité z eſt au deſſous de $\frac{1}{10}$, & que par conſéquent ſon carré eſt au deſſous de $\frac{1}{100}$, ſon cube au deſſous de $\frac{1}{1000}$: il eſt clair que les deux termes qui contiennent z^3, z^2, ſont beaucoup plus petits que les autres, & qu'ils peuvent être négligés. Nous aurons en conſéquence $8,63z + 0,169 = 0$; ce qui donne

$$z = -\frac{0,169}{8,63} = -\frac{169}{8630} = -0,019,$$ à peu près.

Donc $x = -1,1 + z = -1,119$, à peu près.

L'*approximation* peut être pouſſée beaucoup plus loin par divers moyens qui dépendent tous de la même méthode. D'abord nous pouvons écrire l'équation générale en z, ſous cette forme: $z = \dots$ $\frac{-0,169}{z^2 - 3,3z + 8,63}$. Subſtituant dans le dénominateur, à la place de z, ſa premiere valeur approchée $-0,019$, & à la place de z^2 ſa valeur pareillement approchée $0,000361$, on aura, $z = \frac{-0,169}{8,693061} = -0,0194$, à peu près. Donc $x = -1,1194$, à peu de choſe près.

La même équation générale en z peut être réſolue, ſans négliger d'autre terme que z^3. Par-là, on a l'équation du ſecond degré, $-3,3z^2 + 8,63z + 0,169 = 0$, laquelle donne $z = -0,0195$, à peu près. Donc $x = -1,1195$, à peu près.

Enfin, de la même maniere qu'on s'eſt ſervi de la premiere valeur $-1,1$, approchée de x, pour trouver la ſeconde valeur $-1,119$ qui eſt plus exacte; nous pouvons nous ſervir de celle-ci pour en trouver une troiſieme encore plus exacte. Suppoſons donc $x = -1,119 + u$; & mettons cette valeur dans l'équation propoſée $x^3 + 5x + 7 = 0$. Et comme les termes qui contiendront u^2 & u^3 peuvent être rejetés ſans ſcrupule, diſpenſons-nous d'écrire ces termes, pour nous épargner des calculs inutiles. La transformée en u ſera donc ſimplement, $8,756483\,u + 0,00383852 = 0$. D'où l'on tire à peu près $u = -0,00044$. Donc $x = -1,11944$, à peu près.

Il eſt clair que par le moyen de cette troiſieme valeur approchée de x, on peut en trouver une quatrieme encore plus approchée, ainſi de ſuite.

Je paſſe à la réſolution approchée des équations *littérales*, c'eſt-à-dire, des équations qui, outre l'inconnue, contiennent encore d'autres lettres quelconques.

XII. Les méthodes d'approximation pour les équations numériques, s'appliquent également aux équations littérales homogenes qui contiennent ſimplement deux lettres, c'eſt-à-dire, l'inconnue, & une autre lettre connue. Par exemple, ſi on propoſe l'équation $x^4 - 5a^2x^2 + 7a^3x + 11a^4 = 0$, qui ne contient que l'inconnue x, & la quantité connue a; on ſuppoſera $a = 1$, & par-là on aura l'équation numérique $x^4 - 5x^2 + 7x + 11 = 0$. Quand on aura trouvé les racines de cette équation, on les multipliera par a, & on aura celles de la propoſée. Il n'eſt donc pas queſtion ici de ces ſortes d'équations.

On doit obſerver que ſi une équation où il ne paroît que deux lettres, n'étoit pas homogene, elle ſeroit cenſée contenir trois lettres, parce que les termes où les dimenſions ſont les moindres, doivent être cenſés multipliés par les puiſſances d'une lettre que l'on a regardée comme l'unité & qui eſt ſous-entendue. De même, une équation où il ne paroît que trois lettres, & qui n'eſt pas homogene, doit être cenſée contenir quatre lettres, ainſi de ſuite.

XIII. Problême I. *Trouver, au moyen d'une ſuite infinie convergente, la valeur approchée de l'une des racines d'une équation qui contient plus de deux lettres.*

Soit, par exemple, l'équation homogene & à trois lettres $x^3 + a^2x + abx - 2a^3 - b^3 = 0$. Les deux quantités données a & b doivent être regardées comme inégales; car ſi on avoit $a = b$, l'une ou l'autre de ces lettres pouroit être chaſſée de l'équation qui ne contiendroit alors que deux lettres.

I. Cas : $a > b$. Je feins qu'on ait $x = A + Bb + Cb^2 + Db^3 +$ &c. ; A, B, C, D, &c. étant des coëfficiens inconnus qu'il s'agit de déterminer. Au moyen de cette valeur de x, l'équation proposée $x^3 + a^2x + abx - 2a^3 - b^3 = 0$, donoe, en ordonanr le ſecond membre par raport à b :

$$\begin{aligned} x^3 = {} & + A^3 + 3A^2B.b + 3AB^2.b^2 + B^3.b^3 + \text{&c.} \\ & + 3A^2C.b^2 + 3A^2D.b^3 + \text{&c.} \\ & + 6ABC.b^3 + \text{&c.} \\ + a^2x = {} & + a^2A + a^2B.b + a^2C.b^2 + a^2D.b^3 + \text{&c.} \\ + abx = {} & + aA.b + aBb^2 + aCb^3 + \text{&c.} \\ - 2a^3 = {} & - 2a^3 \\ - b^3 = {} & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots - 1b^3. \end{aligned}$$

Et comme on a $x^3 + a^2x + abx - 2a^3 - b^3 = 0$, il s'enſuit que la ſomme de toutes les ſuites qui compoſent le ſecond membre de l'expreſſion précédente, doit être auſſi égale à zéro. Donc chaqoe terme particulier de cette ſomme doit être zéro. En effet, la valeur de b peor être auſſi petite qu'on voudra ; & ſi on la ſuppoſe infiniment petite, on verra, en comparant entr'eux les termes du ſecond membre, que le premier doit être regardé comme infini par raport au ſecond, le ſecond comme infini par raport au troiſieme, le troiſieme comme infini par raport au quatrieme ; ainſi de ſuite. D'où il réſulte qu'aucun terme ne peut être détruit ni par ceux qui le précedeor, ni par ceux qui le ſuivent, & que par conſéquent la totalité des termes ne ſeroit pas zéro, ſi chacun d'eux en particulier n'étoit pas zéro. On aura donc, pour déterminer A, B, C, D, &c. les équations particulieres, $A^3 + a^2A - 2a^3 = 0$; $(3A^2.B + a^2B + aA)b = 0$; $(3AB^2 + 3A^2C + a^2C + aB)b^2 = 0$; $(B^3 + 3A^2.D + 6ABC + a^2D + aC - 1)b^3 = 0$, &c. La premiere donne $A = a$; la ſeconde doone (en diviſant tout par b, & mettant pour A ſa valeur), $3a^2B + a^2B + a^2 = 0$, & par conſéquent $B = -\frac{1}{4}$. La troiſieme donne (en chaſſant b^2, A, B), $\frac{3}{16}a + 4a^2C - \frac{a}{4} = 0$, & par conſéquent $C = \frac{5}{64a}$. La quatrieme donne ſemblablement $D = \frac{531}{512a^3}$, &c. Subſtituons ces valeurs de A, B, C, D, &c. dans la ſuite feinte, & nous aurons $x = a - \frac{b}{4} + \frac{b^2}{64a} + \frac{531b^3}{512a^3} +$ &c. qui eſt la ſuite cherchée dans le premier cas. On voit que cette ſuite eſt convergente.

Il eſt à propos de remarquer qu'on a déterminé le premier coëfficient A par la réſolurion de l'équation $A^3 + a^2A - 2a^3 = 0$; réſolution qui a été facile, parce que cette équation eſt décompoſable en diviſeurs rationels. Mais ſi, en pareil cas, l'équation n'étoit pas décompoſable en diviſeurs rationels, on détermineroit au moins A par approximation (XII), puiſque l'équation eſt homogene, & ne contient que deux lettres.

II. Cas : $a < b$. Je feins qu'on ait $x = A + Ba + Ba^2 + Da^3 +$ &c. Donc, en ordonant le ſecond membre par raport à a, on anra :

$$\begin{aligned} x^3 = {} & + A^3 + 3A^2B.a + 3AB^2.a^2 + B^3.a^3 + \text{&c.} \\ & + 3A^2C.a^2 + 3A^2D.a^3 + \text{&c.} \\ & + 6ABC.a^3 + \text{&c.} \\ + a^2x = {} & + Aa^2 + B.a^3 + \text{&c.} \\ + abx = {} & + Aba + Bba^2 + C.ba^3 + \text{&c.} \\ - 2a^3 = {} & - 2.a^3 \\ - b^3 = {} & - b^3. \end{aligned}$$

Donc à cauſe de $x^3 + a^2x + abx - 2a^3 - b^3 = 0$, le ſecond membre de l'expreſſion précédente ſera auſſi zéro. De plus, chacun des termes en particulier de cette expreſſion ſera zéro. Ainſi, on aura les équations, $A^3 - b^3 = 0$; $(3A^2B + A.b)a = 0$; $(3AB^2 + 3A^2C + A + Bb)a^2 = 0$; $(B^3 + 3A^2D + 6ABC + B + Cb - 2)a^3 = 0$, &c. leſquelles donneot $A = b$, $B = -\frac{1}{3}$, $C = -\frac{1}{3b}$, $D = \frac{55}{81b^3}$, &c. Donc, en mettant pour A, B, C, D, &c. leurs valeurs, la ſuite feinte deviendra, $x = b - \frac{a}{3} - \frac{a^2}{3b} + \frac{55a^3}{81b^3} -$ &c.

XIV. Corollaire. La valeur trouvée pour x étant l'one des trois racines de l'équation proposée $x^3 + a^2x + abx - 2a^3 - b^3 = 0$: ſi l'on nomme M cette racine, & qu'on diviſe l'équation par $x - M = 0$, on obtiendra une équation d'un degré plus bas, dont on connoîtra, à peu de choſes près, les coëfficiens & le dernier terme, & dont on déterminera les racines par un procédé ſemblable au précédent, ſuppoſé que ces racines ſoient réelles. Il en ſera de même pour les équations des degrés plus élevés.

XV. Scholie. Les équarions qui contienent plus de trois lettres, peuveot ſe traiter, à peu près, de la même maniere. Toute la difficulré qu'on éprouve à former les ſuites qui doiveot exprimer les valeors de l'inconnue, conſiſte à choiſir, parmi les termes de l'équation, ceux qui ſont plus grands que les autres, & qui déterminent en conſéquence la loi ſuivant laquelle la série doit deſcendre. Newton a donné, pour cela, une regle forr commode, qu'on appele ordinairement *le parallélogramme de Newton*. Elle eſt expliquée de la maniere la plus claire & la plus déraillée dans un excellenr Ouvrage de M. Cramer, qui a pour titre : *Introduction à l'Analyſe des Lignes courbes Algébriques*, *Gen.* 1750. (*L. B.*)

* Nous allons ajouter uue autre Méthode *d'avoir la valeur approchée de toutes les racines d'une équation numérale déterminée*. Cette méthode eſt de M. de la Grange, qui l'a donnée dans les *volumes XXIII & XXIV* des *Mémoires de Berlin*.

Le premier objet qne ſe propoſe M. de la Grange, eſt de trouver toutes les racines réelles, poſitives & inégales d'une équation ; mais, pour

cela, il faut commencer par connoître le nombre de ces racines. Soit donc la proposée $x-a.x-b.x-c\ldots\ldots=o$, il eſt aiſé de voir que ſi je mets à la place de x un nombre poſitif quelconque, les $x-a, x-b, x-c$, &c. reſteront, toujours poſitifs, ſi a, b, c, ſont des nombres négatifs; que s'ils ſont imaginaires, le produit de chaque paire d'imaginaires ſera auſſi toujours poſitif, & il en ſera de même de chaque paire de racines égales quel que ſoit leur ſigne: donc ſi on diviſe une équation proposée en deux facteurs A & B, dont l'un A renferme les racines imaginaires, les racines négatives, ou enfin les paires des racines égales, & B les racines réelles, poſitives & inégales, la valeur du facteur A ne changera point de ſigne, quelque nombre poſitif qu'on mette à la place de x, & reſtera toujours poſitive. Je conſidere donc ſeulement le facteur B, que je ſuppoſe égal à $\overline{x-a'}.\overline{x-b'}\,\overline{c'}.\overline{x-c'}\ldots$ les a', b', c', étant des nombres poſitifs, & $a'<b'<c'<$, &c. dans ce cas ſi je mets pour x un nombre plus petit que a', tous les facteurs ſeront négatifs; & ſi je mets pour x un nombre $>a'$ & $<b'$, ils ſeront encore tous négatifs hors le facteur $x-a'$, qui ſera poſitif; donc le produit B changera de ſigne; il en changera encore lorſque l'on mettra pour x un nombre $>b'<c'$, & encore lorſqu'on mettra pour x un nombre $>c'$, & plus petit que la racine ſuivante, & ainſi de ſuite, en ſorte que ſi on met pour x, $o, \Delta, 2\Delta, 3\Delta$, &c. où la différence Δ ſoit plus petite que la plus petite différence entre deux racines conſécutives, il y aura autant de racines réelles poſitives inégales que la valeur de la quantité égalée à zéro changera de ſigne; il faut donc connoître maintenant, 1.° un nombre tel qu'en mettant pour x un nombre quelconque plus grand, B ne change point de ſigne, afin de ne pas être obligé d'étendre à l'infini la ſubſtitution des $o, \Delta, 2\Delta, 3\Delta$, &c. pour x; 2.° un nombre Δ, tel qu'il ſoit plus petit que la plus petite différence entre deux racines conſécutives, ou en général entre deux racines.

Pour le premier point, comme cette valeur de x doit rendre B poſitif, le ſigne du premier terme l'étant auſſi, il eſt clair que prenant un nombre égal au coëfficient le plus grand des termes négatifs augmenté de l'unité, B ne deviendra pas négatif, en mettant pour x ce nombre ou un nombre plus grand; car prenant le cas le plus déſavorable, celui où l'on auroit $x^n = ax^{n-1} + bx^{n-2} + q$, $a, b, \ldots\ldots q$ étant poſitifs, on trouvera que $\overline{p+1}^n = p.\overline{p+1}^{n-1} + \overline{p.p+1}^{n-1} \ldots > ap + 1 + bp + 1 \ldots$ puiſque $a, b \ldots\ldots q$ par l'hypotheſe ne peuvent être plus grands que p.

Pour le ſecond point, on prendra d'abord l'équation entre les différences des racines de la proposée, & pour cela on remarquera que ſoit u cette différence, & mettant au lieu de x, $x+u$ dans la proposée, on aura une équation qui devra avoir lieu en même temps que la proposée, & éliminant x, il reſtera une équation en u, qui ſera l'équation cherchée. Cette équation ne contiendra que des puiſſances paires de u, parce que ſoient a & b, deux racines de la proposée, il eſt clair que l'équation pour les différences aura également pour racines $a-b$ & $b-a$, & que par conſéquent $u^2 - \overline{a-b}^2$ ſera un des diviſeurs. De plus, elle ſera autant de fois diviſible par u^2, qu'il y aura de racines égales entr'elles. Puis donc que nous cherchons un nombre plus petit que cette différence entre des racines inégales, mettant au lieu de u^2 la quantité $\frac{s}{z}$, on aura une équation en z, & connoiſſant une valeur plus grande que la plus grande racine poſitive de cette équation, l'unité diviſée par la racine carrée de cette valeur ſera plus petite que la plus petite différence entre les racines; & l'on trouvera cette valeur par la même méthode, que la limite des racines poſitives de la proposée trouvée ci-deſſus. Cela poſé, ſi on ſubſtitue à la place de x les nombres $o, \Delta, 2\Delta, 3\Delta, \ldots\Delta$, étant $\frac{1}{\sqrt{z}}$ juſqu'au nombre $p+1$, qui ſurpaſſe la plus grande racine poſitive, on aura autant de racines poſitives qu'il y aura de changemens de ſignes, mettant enſuite au lieu de x une quantité $-x$, & faiſant les mêmes opérations, il y aura autant de racines négatives inégales que de changement de ſignes.

Quant aux racines égales, ſoit $X=o$ la proposée, $\frac{dX}{dx}=o$ aura lieu en même temps, s'il y a des racines égales. Mais de plus ſoit $\frac{dX}{dx} = x+a.x+b.x+c$ &c. $X = fx + a.xb + \ldots dx + N. = \frac{\overline{x-a}^2}{2}.x-b.x+c\ldots - \frac{x+a^2}{2} fx + b.x + c\ldots dx + N$. Soit maintenant X auſſi diviſible par $x+a$, il faut qu'en mettant $-a$ pour x dans cette intégrale, elle deviene zéro; donc $N=o$; donc X eſt diviſible par $\overline{x+a}^2$; donc toute racine commune entre X & $\frac{dX}{dx}=o$, donne une égalité de racine entre celles de $X=o$; prenant donc le commun diviſeur de X & $\frac{dX}{dx}$, il eſt clair qu'il contient & ne contient que les racines égales de X, élevées à des puiſſances moindres d'une unité que dans X; donc, traitant le commun diviſeur comme la proposée, on trouvera que la proposée a autant de racines réelles poſitives ou négatives égales en nombre pair, que le commun diviſeur a de racines inégales. Enſuite, ſi j'appele X' le commun diviſeur, & que j'aie celui de X' &

X' & de $\frac{dX'}{dx}$, j'aurai autant de racines égales trois à trois, ou en nombre impair au deſſus de trois, que le diviſeur commun a de racines inégales, & ainſi de ſuite. Soit, par exemple, m le degré de l'équation & $n < m$ le nombre des racines inégales, déterminé par la méthode ci-deſſus, & où les racines égales en nombre impair ſont comptées pour une racine, p celui des racines inégales du premier commun diviſeur, r celui des mêmes racines pour le ſecond diviſeur commun, & s pour le troiſieme, & qu'il n'y en ait point au delà, la propoſée aura $n-r+2p-2s+3r+4s\ldots$ racines réelles, $n-r$, inégales, $p-s$ égales deux à deux, r egales trois à trois, & s égales quatre à quatre, & les r racines égales trois à trois auront été déterminées parmi les n racines que la méthode ci-deſſus trouve par l'équation $X=0$, de même que les s parmi celles du commun diviſeur de X & de dX égale à zéro.

Le nombre de racines imaginaires eſt égal au nombre total des racines moins celui des reelles: donc on aura le nombre des racines; & quant à la diſtinction de celles qui ſont égales, on les trouvera comme ci-deſſus, en connoiſſant le nombre de racines imaginaires des diviſeurs communs.

Maintenant ſi on veut avoir une valeur approchée d'une des racines réelles poſitives & inégales de la propoſée, on prendra une ſérie, $0, \Delta, 2\Delta, 3\Delta$, &c. où Δ eſt à la fois plus petit que l'unité, & plus petit que la plus petite différence entre deux racines; on mettra ſucceſſivement dans la propoſée pour x les différens termes de cette ſérie, & l'on obſervera le point où en mettant l'une après l'autre deux valeurs conſécutives, le réſultat changera de ſigne; alors la plus petite de ces valeurs ne différera de la plus petite des racines poſitives que d'une quantité moindre que Δ. Appelant p cette valeur, je ferai $x=p+\frac{1}{z}$, & j'aurai une équation en z, que je traiterai comme la propoſée; appelant q ſa premiere valeur, j'aurai $x=p+\cfrac{1}{q+\frac{1}{u}}$ & une équation en u; appelant r la premiere valeur de u, trouvée toujours par la même méthode, j'aurai $x=p+\cfrac{1}{q+\cfrac{1}{r+}}$ valeur qui approche continuélement de la vraie, puiſque, par l'hypotheſe, q, r, &c. ſont des quantités plus grandes que l'unité.

Si Δ eſt plus petit que 1, faiſant $\Delta=\frac{a}{b}$, a & b ſont des entiers, on n'aura qu'à mettre, au lieu de x, une autre quantité $\frac{z}{b}$, & on aura pour l'équation en z, $\Delta=a$, & par conſéquent Δ ſera un entier & pourra être ſuppoſé 1, & on aura, 1.° les quantités p, q, r, &c. égales à des nombres entiers, ce qui ſimplifie la fraction continue; 2°. on aura une valeur exacte de la racine toutes les fois qu'elle y en a une rationele (*Voyez* la fin de l'article), pourvu que tous les coëfficiens de l'équation en q ſoient entiers, ce qu'il eſt toujours poſſible de faire.

On pourra trouver, par cette méthode, ſucceſſivement une valeur approchée de toutes les racines poſitives de la propoſée; pour trouver celles de ces racines qui pourroient en avoir d'autres égales, appelant $X=0$, la propoſée, prenant le commun diviſeur de X & dX, ce commun diviſeur contiendra les racines de la propoſée, qui en ont d'autres qui leur ſont égales, & elles ſeront toutes inégales entr'elles dans ce diviſeur. Subſtituant donc dans ce diviſeur la même ſérie $0, \Delta, 2\Delta$, &c. ou $0, 1, 2, 3, 4\ldots$ que dans la propoſée, on trouvera s'il y en a une ou pluſieurs, des racines trouvées par *approximation*, qui ſoient auſſi racines approchées du diviſeur, & toutes celles qui ſont dans le cas indiquent que, dans la propoſée, elles ſont égales au moins deux à deux; on trouvera de même celles qui ſont égales trois à trois, en cherchant le commun diviſeur de $X, \frac{dX}{dx}, \frac{ddX}{dx^2}$, & ainſi de ſuite.

Après avoir ainſi trouvé toutes les racines poſitives, faiſant $x=-x'$, on aura une équation en x', dont on cherchera les racines poſitives; & les prenant avec le ſigne —, on aura les racines négatives cherchées.

Quant aux imaginaires, qui ſont de la plus grande importance pour la ſolution approchée des équations différentieles (*Voyez ci-deſſous à l'article* ÉQUATION SÉCULAIRE), on fera $x=a+b\sqrt{-1}$, & prenant la partie réelle & la partie imaginaire de ce que devient la propoſée après cette ſubſtitution, les égalant chacune à zéro, éliminant a, on parviendra d'abord à avoir $a=\frac{A}{B}$, A & B étant des fonctions rationeles & entieres de b, de plus on aura une équation en b. Cela poſé, il eſt clair que chaque valeur réelle de b donnera une valeur réelle de a, à moins que A, B, ne ſoient nuls en même temps que la propoſée. Si donc cela n'a point lieu, on prendra dans l'équation en b les valeurs approchées des racines réelles poſitives à chacune deſquelles répondra une racine négative de la même valeur, on aura a en mettant dans $\frac{A}{B}$ au lieu de b cette valeur approchée, & par conſéquent on connoîtra une valeur approchée de deux racines imaginaires $a+b\sqrt{-1}$, $a-b\sqrt{-1}$. Mais ſi l'équation en b a lieu en même temps que $A=0$ & $B=0$, on prendra le commun diviſeur de ces trois équations, enſuite on diviſera par ce commun diviſeur l'équation en b, & chaque racine de l'équation ainſi diviſée donnera une valeur de b; enſuite prenant le diviſeur commun & une équation du ſe-

cond degré trouvée en éliminant a & de la forme $Ma^3+Na+P=0$, on obſervera ſi le commun diviſeur, M, N & P, peuvent être en même temps égaox à zéro. Si cela ne peut ariver, on prendra les racines de ce commnn diviſeur à chacune deſqnelles répondent les deux racines de l'équation en a; ſi M, N, P, peuvent devenir nuls en même temps que le commun diviſeur, on prendra de nouveau le commnn diviſeur de ces quatre fonctions, & une équation du troiſieme degré trouvée en éliminant a, & qui ſera de la forme $M'a^3 - N'a^2 + P'a + Q' = 0$, & on opérera comme ci-deſſos, & ainſi de ſuite.

Toutes les fois que, dans la recherche des racines approchées, on aura ſubſtitué dans chaque *approximation* la ſérie 0, 1, 2, 3..... à la place de la racine, on ſera sûr de trouver la valeur exacte lorſqu'elle ſera rationele; en effet, cette valeur exacte eſt néceſſairement entre p, premiere valeur trouvée, & $p+1$, entre $p+\frac{1}{q}$ & $p+\frac{1}{q+1}$; q étant un entier, entre $p+\frac{1}{q+\frac{1}{r}}$ & $p+\frac{1}{q+\frac{1}{r+1}}$, & ainſi de ſuite. Or ſoit $\frac{m}{n}$ la quantité plus petite qne 1 à ajouter à p ponr avoir la vraie valeur, q ſera égal au quotient de n par m, plus un reſte, $\frac{n'}{m}$, $n' < m$; de même, r ſera égal au quotient de m par n' un reſte $\frac{m'}{n'}$; m' étant plus petit qne n'; done, en ſuivant toujours, on parviendra à nn reſte nul, & par conſéquent à la valeur exacte. *Voyez* FRACTIONS CONTINUES.

La méthode dont je viens de rendre compte, eſt générale pour toutes les équations numérales, & elle donne pour toos les cas d'une maniere certaine une valeur auſſi approchée qu'on vent de chacune des racines. Elle a de plus l'avantage qn'il eſt inutile de connoître d'aillenrs la valeur approchée des racines, comme cela étoit néceſſaire dans la méthode de Newton.

Méthode d'avoir les valeurs approchées des racines d'une équation algébrique déterminée.

Il fandroit, pour que cette méthode fût générale, pouvoir trouver ântant d'expreſſions de l'inconnue en ſéries convergentes qne la propoſée a de racines réelles.

Commençons par chercher nn moyen général de réduire la valeur de x en ſérie: ponr cela, je remarque qne quelle que ſoit nne fonction de x qui ſoit égale à y, je puis ſnppoſer que j'aie l'équation $y - x + \Phi x = 0$, ou $x = y + \Phi' x$; done ſi je cherche à avoir en $y + \Phi x$ la valeur d'une fonction de x, j'aurai, par le théorême de Taylor, démontré à l'*article* SÉRIE,

$$\Psi x = \Psi y + \frac{d\Psi y}{dy}\Phi x + \frac{d^2\Psi y}{2dy^2}\Phi x^2 \ldots\ldots$$

& par conſéquent,

$$\Phi x = \Phi y + \frac{d\Phi y}{dy}\Phi x + \frac{d^2\Phi y}{2dy^2}\Phi x^2 \ldots\ldots$$

faiſant done $\Phi x = \Phi y + B$, dans la ſeconde formule, & ordonant par raport aux puiſſances de Φy, il eſt aiſé de voir que B doit être une ſérie, dont le premier terme ſera du ſecond degré, égalant à zéro le terme qui, après ſa ſubſtitution, eſt de ce degré; & prenant la valeur qn'il donne pour B, j'aurai celle du premier terme de la vraie valeur de B, elle eſt $\frac{d\Phi y}{dy}\Phi y$, je ferai enſuite $B = \frac{d\Phi y}{dy}\Phi y + C$, ou C eſt une ſérie, dont le premier terme eſt du troiſieme degré; &, continuant ainſi, je trouverai

$$\Phi x = \Phi y + \frac{d\Phi y^2}{2dy} + \frac{d^2\Phi y^3}{2.3dy^2}, \text{ \&c.}$$

par la même méthode,

$$\frac{\Phi x^2}{2} = \frac{\Phi y^2}{2} + \frac{2d\Phi y^3}{2.3dy} + \frac{3d^2\Phi y^4}{2.3.4dy^2} + \text{\&c.}$$

$$\frac{\Phi x^3}{2.3} = \frac{\Phi y^3}{2.3} + \frac{3d\Phi y^4}{2.3.4dy} + \frac{2.3d^2\Phi y^5}{2.3.4.5.dy^2}, \text{ \&c.}$$

ſubſtituant ces valeors dans l'expreſſion de Ψx, l'ordonant par raport aux puiſſances de Ψy & Φy, & rédniſant chaque rang de termes, j'aurai finalement,

$$\Psi x = \Psi y + \frac{\Phi y d\Psi y}{dy} + \frac{d.\Phi y^2 d\Psi y}{2dy} + \frac{d^2\Phi y^3 d\Psi y}{2.3dy^2} + \text{\&c.}$$

..... ſérie, dont la loi eſt très-facile à ſaiſir.

Il eſt aiſé de voir que, ſi Φx contenoit encore y, on auroit également la valeur de Ψx en y, quand même Ψx contiendroit auſſi y, en obſervant alors dans la maniere de prendre les différences, que $\frac{d\Phi y}{dy}$ ou $\frac{d\Psi y}{dy}$, ſont alors éganx à ce que devient $\frac{d\Phi x}{dx}$, $\frac{d\Psi x}{dx}$, ſi, après la différenciation, on met y pour x, ou ce qui revient an même, il faut différencier en regardant comme conſtans les y qui ſe trouvent dans x & Φx. On voit de là comment, ſi l'on a $\Phi' x$, $y = 0$, on aura (par nne ſérie) x en y, & de même en une function quelconque de x & y. Si l'on veut appliquer cette maniere d'avoir en y la valeur de x, lorſqu'on a x par une équarion en x & en y à la ſolution des équations déterminées, on obſervera: 1.° que ſi on l'applique immédiatement, on n'aura que des expreſſions réelles & rationeles pour la valeur de x: 2.° qne pouvant prendre pour y telle quantité qu'on voudra, on aura une infinité de valeurs de x: 3.° qne parmi tootes ces valeurs, il n'y en aura de réellement différentes, qu'autant que la propoſée peut avoir des racines: 4.° qn'il en anra un nombre de convergentes différentes entr'elles,

Digitized by Google

égal au nombre de racines réelles: 5.° que ſi on prend un nombre m moindre que n degré de l'équation, qu'on faſſe $a t \pm x^m = 0$, & qu'on ſubſtitue, au lieu de x, ſa valeur en t, on aura une nouvele équation, d'où tirant les valeurs de t en ſérie, on aura autant de valeurs imaginaires données par chaque ſérie que l'équation $x^m \pm 1 = 0$ a de racines imaginaires, & la propoſée aura autant de racines imaginaires, ſi une de ces ſéries eſt convergente.

Ces principes poſés, on voit qu'il s'agit d'abord de ſavoir diſtinguer entre une infinité de ſéries celles qu'on peut prendre pour des racines différentes; ſoit donc la propoſée $a + bx + cx^2 \cdots + px^m = 0$; il eſt aiſé de voir que, ſi on fait $a = 0$, il y a une racine qui s'évanouira, deux qui s'évanouiront, ſi on fait à la fois a & $b = 0$, trois, ſi on fait $a, b, c, = 0$, & ainſi de ſuite. Par conſéquent, ſi on fait d'abord $b = 0$, on aura $a + cx^2 \cdots + px^m = 0$, l'équation aura deux racines égales à zéro, en faiſant $a = 0$, & par conſéquent deux racines infiniment petites & égales aux deux racines de $a + cx^2 = 0$, lorſque a eſt infiniment petit. Il eſt aiſé en effet de voir que a étant infiniment petit, & b manquant, la propoſée a deux racines infiniment petites, que dans le cas de deux racines infiniment petites, c ſe réduit à être le produit de toutes les autres racines, puiſque les autres termes qui entrent dans c diſparoiſſent devant celui-là; & qu'ainſi a, qui eſt le produit de toutes les racines, étant diviſé par c, devient le produit des deux racines infiniment petites, qui ſont par conſéquent égales aux racines de l'équation $a + cx^2 = 0$. De même ſi on fait b & c égaux à zéro, & a infiniment petit, trois des racines de l'équation deviendront égales à celles de l'équation $a + dx^3 = 0$, & ainſi de ſuite.

Si donc on a différentes ſéries qui repréſentent la valeur de x, on poura diſtinguer par-là celles qui ſont réellement différentes, c'eſt-à-dire, qui apartienent à des racines différentes.

La méthode propoſée ci-deſſus donne une valeur de x en quantités connues toutes les fois que x eſt donné par une équation déterminée, ſoit qu'il y ait, ſoit qu'il n'y ait pas de tranſcendantes. Mais on n'eſt pas ſûr d'avoir cette valeur par une ſérie qui ſoit toujours convergente. C'eſt par cette raiſon que je vais indiquer ici une méthode élémentaire & très-ſimple, par laquelle on parviendra toujours à toutes les valeurs approchées de x.

5.° Si la fonction $X = 0$ a pluſieurs valeurs, on les prendra ſucceſſivement; ainſi, X ſera conſidéré dans la ſuite comme une fonction qui n'a qu'une valeur répondante à chaque valeur de x.

2.° On cherchera d'abord les valeurs de x poſitives qui tendent $X = 0$, & on commencera par déterminer pour x une quantité telle qu'en l'augmentant, x ne puiſſe plus changer de ſigne, ni devenir zéro, ce qui ſera toujours poſſible toutes les fois que $X = 0$ n'aura pas une infinité de racines. Ce dernier cas ſe rapéleroit aux autres en mettant au lieu de x, $x = \text{ſin. } x$, par exemple; en effet alors au lieu de x, on auroit un angle dont le ſinus eſt x, & au lieu d'un ſeul X à examiner, on en mettroit une infinité répondans à l'angle dont le ſinus eſt $x + m\Pi$, m étant un entier quelconque.

3.° Connoiſſant les limites de x, on prendra $x + \frac{s}{y}$ qu'on ſubſtituera dans la propoſée, & on aura $X' = 0$, alors $\frac{1}{y}$ repréſentera les différences qu'il y a entre x & la valeur de la racine de l'équation $X = 0$.

4.° Subſtituant dans $X = 0$ les valeurs ſucceſſives en nombres entiers de x, depuis $x = 0$ juſqu'à ſa limite, & cherchant pour chacune les limites de y, j'aurai $y = < A$, A étant cette limite, donc il n'y a point de racines de $X = 0$ entre cette valeur de x & $x + \frac{1}{A}$.

5.° Prenant enſuite toutes les valeurs $x + \frac{1}{A}$ entre 0 & la limite de x, on fera la même opération, & par ce moyen on parviendra à approcher des valeurs de x.

6.° Pour trouver les valeurs négatives, on fera dans la propoſée $x = -x$, & on cherchera les valeurs poſitives de x.

7.° Pour trouver s'il y a des racines égales, on égalera à zéro la quantité $\frac{dX}{dx}$, enſuite on cherchera les racines poſitives ou négatives, & on verra ſi les racines ne different de celles de $X = 0$ que d'une petite quantité, & ſi, en répétant les *approximations*, cette différence diminue continuélement.

La méthode de M. de la Grange fournit un moyen d'avoir en ſérie la valeur d'une quantité quelconque y en x: lorſque y eſt donnée par une équation en x & y, & que cette équation eſt différentiele, on parviendra également à avoir une telle ſérie: ſoit en effet une équation différentiele en y & x, on fera en ſorte qu'elle ne contiene plus que dx; cela poſé, ſi l'équation miſe ſous une forme rationele & entiere, ayant tous ſes rangs, & la plus haute différence ſe trouvant dans le premier, elle n'a point de terme conſtant, on fera $y = Ae^{fx} + Be^{f'x} + Ce^{f''x} \cdots + A'e^{2fx} + B'e^{\overline{f+f'}x} + C'e^{2f'x}$ &c. &, 1.° on aura A, B, C, &c. arbitraires; & ſi n eſt l'ordre de l'équation, f ſera donné par une équation du degré n, f' par la même équation, *&c.* en ſorte

que f, f' ſont les différentes racines de cette équation : 2.° la ſubſtitution de $A'e^{2fx} + B'e^{f+f'x}$ &c. dans le premier rang donnera des termes égaux chacun à chacun à ceux que $Ae^{fx} + Be^{f'x}$ &c. produit dans le ſecond ; donc A', B', &c. ſeront donnés en A, B, & ainſi de ſuite : 3.° ſi l'équation en f a deux racines égales, ſoit f cette racine, il faudra faire $Axe^{fx} + Be^{fx}$ &c. en effet, ſi $Pd^n y + Qd^{n-1} y + Rd^{n-2} y$ &c. eſt le premier rang de la propoſée, on aura $A(Pf^n + Qf^{n-1} + Rf^{n-2}$ &c.$) = 0$ & $B.(Pf^n + Qf^{n-1} + Rf^{n-2}\ldots) + A(nPf^{n-1} + n-1\,Qf^{n-2} + n-2\,Rf^{n-3}\ldots) = 0$; donc on aura à la fois,

$$Pf^n + Qf^{n-1} + Rf^{n-2}, \text{ &c.} = 0,$$

& $nPf^{n-1} + n-1\,Qf^{n-2} + n-2\,Rf^{n-3}$, &c. $= 0$. Ce qui a lieu toutes les fois que l'équation en f a deux racines égales. On prouvera de même que, ſi cette équation en a trois, il faudra faire $y = Ax^2 + Bx + C$, $e^{fx} + De^{f'x}$, &c. & ainſi de ſuite, pour quatre, cinq, &c. racines égales : 4°. au lieu de $A'e^{2fx} + B'e^{f+f'x} + Ce^{2f'x}$ &c. on voit que, dans le cas de deux racines égales, c'eſt $A'x^2e^{2fx} + B'xe^{2fx} + C'e^{2fx} + D'xe^{f+fx}$ &c., qu'il faut prendre, & ainſi de ſuite.

Par la même raiſon que, dans le cas des racines égales, il faut prendre, dans le 1.er rang de la valeur de y, un terme Axe^{fx} pour chaque racine égale, deux à deux, & ainſi de ſuite : de même, ſi l'on a, f & f' étant deux racines, la ſomme de ces deux racines chacune multipliée par un nombre entier poſitif, égale à une de ces racines, ou à une autre des racines de l'équation en f, il eſt clair que, ſoit n & m ces nombres, & qu'on ait $nf + mf' = f''$, le terme $Ae^{nf+mf'x}$ diſparoîtra du 1.er rang de l'équation en y, on ne pourra donc point, en déterminant A, faire diſparoître les termes $e^{nf+mf'x}$ qui ſe trouveront dans les rangs ſupérieurs, & il faudra ſuppoſer pour y parvenir dans la valeur de y, un terme $Ax + Be^{nf+mf'x}$. La même choſe a lieu pour la ſomme de trois racines, &c. On en peut tirer cette regle générale, que toutes les fois que l'équation en f a des racines poſitives & négatives commenſurables, la valeur de y contiendra x. La même choſe a lieu lorſqu'il y a une valeur de f égale à zéro. Cette remarque a lieu, quelque méthode que l'on emploie, pour intégrer l'équation en y.

Si la propoſée avoit eu un terme conſtant, & qu'elle eût contenu y au premier rang, on auroit fait

$$y = A + Be^{fx} + Ce^{f'x} \text{ &c.} + A'e^{2fx} + B'e^{f+f'x},$$

& ſi y avoit été dans les rangs ſupérieurs, on auroit trouvé les B, C, &c. toujours arbitraires, & f par une équation d'un degré dépendant du rang de la valeur hypothétique, où l'on ſe ſera arrêté : ſi y manque dans les rangs ſupérieurs de la propoſée, alors f eſt encore donnée ici par une équation du degré n.

Si la propoſée ne contient pas y au premier rang, & qu'elle ait un terme conſtant, il faudra prendre $y = Ax + Be^{fx} + Ce^{f'x}$ &c. $A'x^2 + B'xe^{fx}$ &c. & procéder, comme ci deſſus. Au reſte, le cas où il y a un terme conſtant ſe peut rapeler aiſément à celui où il manque, il ſuffit de différencier l'équation propoſée.

La forme de y n'eſt pas la même dans ces deux méthodes : dans la premiere la valeur des f & leur nombre changent à meſure qu'on prend un plus grand nombre de termes de la ſérie. Dans la ſeconde x entre néceſſairement dans la valeur de y.

Cette méthode d'avoir en ſérie la valeur de y, lorſqu'on a une équation différentiele en y & en x, s'applique au cas, où ayant m équations en $m+1$ variables z, u, $y\ldots x$, on cherche à exprimer z, u, y,.... par une fonction en x.

On peut même l'étendre aux équations aux différenees finies, où Δx eſt ſuppoſé conſtant, la ſolution ſera la même abſolument, à cela près que les arbitraires A, B, C, &c. ſeront dans ce cas égales à des fonctions de $e^{\frac{x}{a\Delta x}}$; a étant tel que $e^{a\Delta x} = 1$, & ces fonctions telles qu'elles ne changent pas de valeur, lorſque x devient $x + \Delta x$.

Cette même méthode s'appliquera encore aux équations aux différences partieles ; ſoit en effet une de ces équations qui ne contiene que z, & ſes différences, ſans contenir de x de y, ni de terme conſtant, ſi je fais $z = Ae^{fx+gy} + Be^{f'x+g'y}$ &c. $+ A'e^{2fx+2gy} + B'e^{2fx+2gy+g'y}$ + &c. j'aurai, les A, B, arbitraires, une équation en f & g, en ſorte que f ſera tout ce qu'on voudra, & g donné en f, & que le terme Ae^{fx+gy} &c. ſera la ſomme de tous ces nombres dont le terme eſt infini.

S'il y a un nombre conſtant, & que z ſoit dans le premier rang, on fera $z = A + be^{fx+gy}$ &c., & alors, ſelon le rang où l'on s'arrêtera, l'équation en f & g ſera d'un ordre plus élevé.

Digitized by Google

Le moyen pour déterminer les arbitraires, ſera le même que dans les équations linéaires. (*Voyez l'article* ÉQUATIONS LINÉAIRES.)

La méthode expoſée juſqu'ici ſert à donner y en x, lorſqu'on ſait que y eſt très-petit, & qu'on n'en peut négliger une certaine puiſſance. Voici une autre méthode qui peut ſervir à avoir y en x, quand x eſt très-petit, lorſque l'équation eſt du premier ordre.

Elle eſt fondée ſur cette remarque, que, ſi $A\,dx + B\,dy$ eſt une équation qui a tous ſes termes A & B étant rationels, & que le facteur $\frac{A'}{B'}$, ces fonctions étant du degré m, rende différentiele exacte une équation peu différente de $A\,dx + B\,dy = 0$, on poura, en prenant $\frac{A' + Z}{B' + Z}$ pour facteurs de $A\,dx + B\,dy$, faire Z & Z' d'un degré tel que, négligeant les ſecondes dimenſions des coëfficiens de Z & Z', & des petits coëfficiens de $A\,dx + B\,dy$, dans la condition d'intégrabilité, on poura faire en ſorte que le nombre des coëfficiens indéterminés ſurpaſſe celui des équations de comparaiſon; donc on aura en ſérie l'intégrale de $A\,dx + B\,dy$, toutes les fois que l'on aura celle d'une équation peu différente; donc on l'aura toutes les fois que l'on poura regarder x comme une quantité très-petite.

On peut étendre cette méthode aux ordres plus élevés.

On peut auſſi employer, pour les équations différentieles, la méthode ſuivante:

Soit, 1.° $dy = \Phi(x)\,dx$, A la valeur de y, lorſque $x = a$. La valeur de y, lorſque $x = a + \Delta x$; Δx étant très-petit, poura être ſuppoſée, en général, égale à $A + \Phi(a)\,\Delta x + \frac{d\Phi(a)}{2\,da}\Phi x^2$. Nous nous arrêterons au ſecond terme; on voit qu'on pouvoit également ne s'arrêter qu'au 3.e au 4.e &c. Par la même raiſon, pour $x = a + 2\Delta x$, on aura,

$$y = A + \Phi(a)\,\Delta x + \frac{d\Phi(a)}{2\,da}\Delta x^2 + \Phi(a + \Delta x)\,\Delta x + \frac{d.\Phi(a+\Delta x)}{2.da}\Delta x^2.$$

Pour $x + 3\Delta x$, y ſera,

$$A + \Phi(a)\,\Delta x + \frac{d\Phi(a)}{2.da}\Delta x^2 + \Phi(a + \Delta x)\,\Delta x + \frac{d.\Phi(a+\Delta x)}{2\,da}\Delta x^2 + \Phi(a + 2\Delta x)\Delta x + \frac{d\Phi(a+2\Delta x)}{2\,da}\Delta x^2,$$

& ainſi de ſuite juſqu'à $m\,\Delta x + x$. On aura donc par ce moyen, une valeur approchée de y, & d'autant plus approchée, qu'on aura pu prendre m plus grand à Δx plus petit.

2.° Soit une équation $d^n y = \Phi . dx^n$, nous ſuppoſerons d'abord qu'on connoiſſe les valeurs de y répondantes à $x = a$, $x = a + \Delta x$, $x = a + 2\Delta x$, $x = a + 3\Delta x$.... nous ſuppoſerons enſuite Δx étant regardé comme très-petit,

$$\Delta . \frac{d^{n-1} . y}{dx^{n-1}} = \Phi\,\Delta x + \Phi'\,\Delta x^2$$

$$\Delta^2 . \frac{d^{n-2} y}{dx^{n-2}} = \Phi\,\Delta x^2 + \Phi''\,\Delta x^3$$

$\Delta^n y = \Phi\,\Delta x^n + \Phi^n\,\Delta x^{n+1}$, où $\Phi'\,\Phi''$.... $\Delta^{n\,n}$ ſont pris en différentiant Φ en x & y, regardant les y, $\frac{dy}{dx}$,... comme des fonctions de x, & mettant à la place de $\frac{d^n y}{dx^n}$ ſa valeur Φ.

Cela poſé, les Φ' ... Φ^n ſeront de même que Φ des fonctions de x, y, $\frac{dy}{dx}$ ... $\frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}}$, & l'on aura par conſéquent n équation aux différences finies entre les $n + 2$ indéterminées $x\,y$ ..: $\frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}}$, & par conſéquent après avoir éliminé une équation finale entre $x\,y$, Δy $\Delta^2 y$ ... $\Delta^{\frac{n.n+2}{2}} y$. D'où il réſulte qu'ayant une valeur de y donnée pour $x = a$, $a + \Delta x$ $a + \left(\frac{n.n+2}{2} - 1\right)\Delta x$, on aura une valeur approchée de y, répondante à $x = a + \frac{n.n+2}{2}\Delta x$, & ſucceſſivement de la même maniere que ci-deſſus, pour $x = a + \left(\frac{n.n+1}{2} - 1\right)\Delta x + m\Delta x$.

Il ſuffit pour l'objet de cet ouvrage d'indiquer ici les principes généraux de cette méthode, & nous n'entrerons point dans le détail, ni des moyens de la ſimplifier, ni de ceux de l'appliquer au cas où les valeurs de y connues, ne répondroient pas à des valeurs de x en proportion arithmétique.

Après avoir donné le moyen d'avoir y en x par une ſérie lorſque y eſt donné par une équation différentiele, ſuppoſons que y ſoit très-petit, qu'on puiſſe en négliger une certaine puiſſance, & voyons ce qui doit ariver.

1.°. La ſérie, par laquelle y eſt exprimé, peut ou ne pas contenir x, ou le contenir.

Digitized by Google

2°. Si elle ne contient pas x, & que toutes les racines f ſoient ou réelles négatives, ou imaginaires avec une partie réelle négative, il eſt évident que la ſérie, en conſervant les mêmes coefficiens, pourra être convergente depuis une certaine valeur donnée de x juſqu'à $x=\frac{1}{0}$.

3°. Si elle ne contient que des racines poſitives réelles ou imaginaires avec la partie réelle poſitive, la ſérie ne ſera convergente avec les mêmes coefficiens, que depuis une certaine valeur négative de x juſqu'à $x=-\frac{1}{0}$.

4°. Si la ſérie contenant x, cette variable ne monte qu'à une puiſſance finie & déterminée, quelque loin que l'on pouſſe la ſérie, alors ſi les ſéries particulieres qui multiplient les puiſſances de x ſont convergentes pour toute l'étendue des valeurs de x, la ſérie pourra être cenſée repréſenter y à très-peu-près pour toutes ces valeurs.

5°. Si x eſt introduit dans la ſérie parce qu'il y a dans l'équation en f des racines égales, & que les coëfficiens de l'équation en y ne ſoient connus qu'à peu près, on ne pourra prononcer que x ne doit pas entrer dans la ſérie, excepté quand ſes racines ſeront très-inégales, & on ne ſera jamais sûr que x doive y entrer.

6°. Il en ſera de même ſi x eſt introduit dans la ſérie, parce qu'il y a des racines telles que leurs ſommes multipliées par des nombres entiers poſitifs, ſoient égales à une racine de la même équation. Mais on doit en excepter le cas où cette propriété des racines a lieu, parce qu'il manque à l'équation certains termes qui doivent manquer par la nature même du problème propoſé. *Voyez* ÉQUATION SÉCULAIRE.

7°. Toutes les fois que l'équation n'aura que de racines imaginaires pures, c'eſt-à-dire, que la ſérie ſera compoſée de ſinus & de co-ſinus multipliés de x, cette ſerie contiendra néceſſairement x au 3e rang. En effet, ſoient deux racines imaginaires $+b\sqrt{-1}$, $-b\sqrt{-1}$, nous aurons au 3e rang, $(2b\sqrt{-1}-b\sqrt{-1})x \quad b\sqrt{-1}x$ $\circ \quad = \circ$, terme qui ſatisfait, par l'hypotheſe, à l'équation du terme linéaire en y. *Voyez* ÉQUATION SÉCULAIRE.

8°. Toutes les fois que la ſérie ne donne la valeur de y convergente que pour une certaine étendue des valeurs de x, on ſera obligé à prendre de nouveles valeurs de y avec de nouveaux coëfficiens arbitraires qu'on déterminera d'après les valeurs de y, données par une des ſéries, précédentes dans des points où cette ſérie étoit encore convergente. (*M. D. C.*)

APPULSE (*Aſtron.*), exprime la proximité de la lune à une étoile, ſoit qu'il y ait éclipſe, ſoit que le bord de la lune paſſe ſeulement à quelques minutes de l'étoile, de maniere à être obſervée dans le même champ de la lunete. On obſerve les *appulſes* avec ſoin pour déterminer les lieux de la lune, les erreurs des tables & les longitudes des lieux. On ſe ſert, pour ces obſervations, d'un micrometre, avec lequel on obſerve les différences d'aſcenſions droites & de déclinaiſons entre l'étoile & le bord de la lune, ou bien d'un héliometre ou micrometre objectif, pour meſurer les diſtances entre l'étoile & le bord de la lune avant & après le moment de la plus courte diſtance. On calcule les *appulſes* en raportant la lune à ſa place ſur une figure ou zôdiaque, comme celui de Senex ou de d'Heulland, fait ſous le ieux de M. le Monnier, & cela eſt ſuffiſant pour les prédire dans les *Éphémérides* ou dans la *Connoiſſance des temps*. (*D. L.*)

ÂPRETÉ, ſ. f. (*Méch.*), ſe dit de l'inégalité & de la rudeſſe de la ſurface d'un corps, par laquelle quelques-unes de ſes parties s'élevent tellement au deſſus du reſte, qu'elles empêchent de paſſer la main deſſus avec aiſance & liberté. *Voyez* PARTICULE.

L'*âpreté* ou la rudeſſe eſt oppoſée à la *douceur*, à l'égalité, à ce qui eſt uni ou poli, *&c.* Le frotement des ſurfaces contiguës vient de leur *âpreté*. *Voyez* SURFACE & FROTEMENT.

L'*âpreté* plus ou moins grande des ſurfaces des corps, eſt une choſe purement relative. Les corps qui nous paroiſſent avoir la ſurface la plus unie, étant vus au microſcope, ne ſont plus qu'un tiſſu de rugoſités & d'inégalités.

Suivant ce que M. Boyle raporte de Vermoſen, aveugle très-fameux par la délicateſſe & la fineſſe de ſon toucher, avec lequel il diſtinguoit les couleurs, il paroîtroit que chaque couleur a ſon degré ou ſon eſpece particuliere d'*âpreté*. Le noir paroît être la plus rude, de même qu'il eſt la plus obſcure des couleurs; mais les autres ne ſont pas plus douces à proportion qu'elles ſont plus éclarantes; c'eſt-à-dire, que la plus rude n'eſt pas toujours celle qui réfléchit le moins de lumiere: car le jaûne eſt plus rude que le bleu; & le vert, qui eſt la couleur moyene, eſt plus rude que l'une & l'autre. *Voyez* COULEUR & LUMIERE. (*O.*)

APSIDES, *auges*, *apſides*, (*Aſtron.*); ce mot exprime les deux ſommes d'une orbite elliptique; il vient de A'ψὶς courbure ou tortue, parce que ce ſont les points où l'orbite ſe courbe, ſe replie & change de direction. L'*apſide* ſupérieure, la grande apſide, *ſumma apſis*, s'appele apogée, quand il s'agit du ſoleil & de la lune; aphélie quand on parle des planetes principales; & quelquefois apojove, quand il s'agit des ſatellites de jupiter; la petite apſide, *infima apſis*, eſt le périgée ou le périhélie.

La droite qui paſſe par le centre de l'orbite de la planete, & qui joint ces deux points, s'appele la *ligne des apſides* de la planete. C'eſt le grand axe d'une orbite elliptique; telle eſt la ligne *AP*, *Planches d'Aſtronomie*, *Fig.* 83 *& ſuiv.*, tirée de l'aphélie *A*, au périhélie *P*. *Voyez* ORBITE & PLANATE.

On compte l'excentricité ſur la ligne des *apſides*; car c'eſt la diſtance du centre C de l'orbite de la planete au foyer S de l'orbite. *Voyez* EXCENTRICITÉ.

• Newton a donné dans ſon livre des *Principes*, une très-belle méthode pour déterminer le mouvement des *apſides* d'une planete cauſé par l'attraction d'une autre, en ſuppoſant que l'orbite décrite par la planete ſoit peu différente d'un cercle; il a fait voir que ſi le ſoleil étoit immobile, & que toutes les planetes peſaſſent vers lui en raiſon inverſe du carré de leurs diſtances, le mouvement des *apſides* ſeroit nul, c'eſt-à-dire, que la ligne de la plus grande diſtance & la ligne de la plus petite diſtance, ſeroient éloignées de 180 degrés l'une de l'autre, & ne formeroient qu'une ſeule ligne droite. Ce qui fait donc que les deux points des *apſides* ne ſont pas toujours exactement en ligne droite avec le ſoleil, c'eſt que par la tendence mutuele des planetes les unes vers les autres, leur gravitation vers le ſoleil n'eſt pas préciſément en raiſon inverſe du carré de la diſtance. Newton donne une méthode très-élégante pour déterminer le mouvement des *apſides*, en ſuppoſant qu'on connoiſſe la force qui eſt ajoutée à la gravitation de la planete vers le ſoleil, & que cette force ajoutée ait toujours ſa direction vers le ſoleil.

Cependant quelque belle que fût cette méthode, elle ne pouvoit ſuffire, comme l'obſerve M. d'Alembert, parce que dans toutes les planetes, tant premieres que ſecondaires, la force ajoutée à la gravitation vers le foyer de l'orbite, n'a preſque jamais ſa direction vers ce foyer: auſſi M. Newton ne s'en ſervit point pour déterminer le mouvement des *apſides* de l'orbite lunaire; & M. Clairaut fit voir que le calcul rigoureux de l'attraction du ſoleil ſur la lune, étoit néceſſaire pour trouver le mouvement de l'apogée de la lune conforme à l'obſervation. La maniere de déterminer par obſervation la ſituation des apſides, a été expliquée au mot APHÉLIE. (*D. L.*)

APUI *ou* POINT D'APUI *d'un levier*, eſt le point fixe autour duquel le poids & la puiſſance ſont en équilibre dans un levier; ainſi, dans une balance ordinaire le point du milieu par lequel on ſuſpend la balance, eſt le *point d'apui*. Le *point d'apui* d'un levier, lorſque la puiſſance & les poids ont des directions paralleles, eſt toujours chargé d'une quantité égale à la ſomme de la puiſſance & du poids. Ainſi, dans une balance ordinaire à bras égaux, la charge du *point d'apui* eſt égale à la ſomme des poids qui ſont dans les plats de la balance, c'eſt-à-dire, au double d'un de ces poids. On voit auſſi par cette raiſon, que l'*apui* eſt moins chargé dans la balance appelée *romaine* ou *peſon*, que dans la balance ordinaire; car pour peſer, par exemple, un poids de ſix livres avec la balance ordinaire, il faut de l'autre côté un poids de ſix livres, & la charge de l'*apui* eſt de douze livres, au lieu qu'en ſe ſervant du peſon, on peut peſer le poids de ſix livres avec un poids d'une livre, & la charge de l'*apui* n'eſt alors que ſept livres. *Voyez* PESON, ROMAINE, *&c.* (*O.*)

APUIÉ, adj. m. on dit, *en terme de Géométrie*, que les angles dont le ſommet eſt dans la circonférence de quelque ſegment de cercle, s'*apuient* ou ſont poſés ſur l'arc de l'autre ſegment de deſſous. Ainſi, *Géomét. Fig.* 12, l'angle *BAD*, dont le ſommet eſt dans la circonférence du ſegment *BGAHD*, eſt dit *apuié* ſur l'autre ſegment *BOD*. *Voyez* SEGMENT.

APUS *ou* APOUS, (*Aſtron.*) c'eſt-à-dire, *pedibus carens*; quelquefois auſſi par corruption *Apis*; mais ce nom eſt réſervé à l'Abeille ou à la mouche. *Apus* eſt le nom d'une conſtellation méridionale, appelée en françois *l'oiſeau de paradis*, *avis indica*, *manucodiata*, ou *paradiſea*, c'eſt le nom que lui donne M. Linnée. Cette conſtellation, dans les cartes de Bayer, a douze étoiles: il y en a un plus grand nombre dans le catalogue de M. l'abbé de la Caille. Voyez *Cælum auſtrale ſtelliferum*, & les *Mémoires de l'académie royale des Sciences de Paris de* 1752, *pag.* 569. La principale étoile de cette conſtellation eſt de la cinquieme grandeur; elle avoit en 1750, 214° 32′ 45″ d'aſcenſion droite, & 77° 57′ 6″ de déclinaiſon auſtrale: ainſi elle paſſe au méridien 37° au deſſous de l'horizon de Paris. (*D. L.*)

AQUARIUS, *Voyez* VERSEAU.

AQUEDUC, ſ. m. (*Hyd.*); bâtiment de pierre, fait dans un terrain inégal, pour conſerver le niveau de l'eau, & la conduire d'un lieu dans un autre. Ce mot eſt formé d'*aqua*, eau, & de *ductus*, conduit.

On en diſtingue de deux ſortes, d'apparens & de ſouterrains. Les *apparens* ſont conſtruits à travers les vallées & les fondrieres, & compoſés de trémeaux & d'arcades: tels ſont ceux d'Arcueil, de Marli, & de Bucq, près de Verſailles. Les *ſouterrains* ſont percés à travers les montagnes, conduits au deſſous de la ſuperficie de la terre, bâtis de pierre de taille & de moëlons, & couverts en deſſus de voûtes ou de pierres plates, qu'on appele *dalles*: ces *dalles* mettent l'eau à l'abri du ſoleil; tels ſont ceux de Roquencourt, de Belle-Ville, & du Pré S. Gervais.

On diſtribue encore les *aqueducs* en doubles ou triples, c'eſt-à-dire, portés ſur deux ou trois rangs d'arcades: tel eſt celui du Pont-du-Gard en Langnedoc, & celui qui fournit de l'eau à Conſtantinople; auxquels on peut ajouter l'*aqueduc* que Procope dit avoir été conſtruit par Coſroës, roi de Perſe, pour la ville de Petra en Mingrélie; il avoit trois conduits ſur une même ligne, les uns élevés au deſſus des autres.

Souvent les *aqueducs* ſont pavés; quelquefois l'eau roule ſur un lit de ciment fait avec art,

Digitized by Google

ou ſur un lit naturel de glaiſe : ordinairement elle paſſe dans des cuvetes de plomb, ou des auges de pierre de taille, auxquelles on donne une pente imperceptible pour faciliter ſon mouvement ; aux côtés de ces cuvetes ſont ménagés deux petits ſentiers où l'on peut marcher au beſoin. Les *aqueducs*, : les pierriers, les tranchées, *&c.* amenent les eaux dans un réſervoir ; mais ne les élevent point. Pour devenir jailliſſantes, il faut qu'elles ſoient reſſerrées dans des tuyaux. (*K*).

* Les *aqueducs* de toute eſpece étoient jadis une des merveilles de Rome : la grande quantité qu'il y en avoit ; les frais immenſes employés à faire venir des eaux d'endroits éloignés de trente, quarante, ſoixante, & même cent milles ſur des arcades, ou continuées ou ſuppléées par d'autres travaux, comme des montagnes coupées ou des roches percées ; tout cela doit ſurprendre : on n'entreprend rien de ſemblable aujourd'hui ; on n'oſeroit même penſer à acheter ſi chérement la commodité publique. On voit encore en divers endroits de la campagne de Rome de grands reſtes de ces *aqueducs* ; des arcs continués dans un long eſpace, au deſſus deſquels étoient les canaux qui portoient l'eau à la ville : ces arcs ſont quelquefois bas, quelquefois d'une grande hauteur, ſelon les inégalités du terrain. Il y en a à deux arcades l'une ſur l'autre ; & cela de crainte que la trop grande hauteur d'une ſeule arcade, ne rendît la ſtructure moins ſolide : ils ſont communément de briques, ſi bien cimentées, qu'on a peine à en détacher des morceaux. Quand l'élévation du terrain étoit énorme, on recouroit aux *aqueducs* ſouterrains ; ces *aqueducs* portoient les eaux à ceux qu'on avoit élevés ſur terre, dans les fonds & les pentes des montagnes. Si l'eau ne pouvoit avoir de la pente qu'en paſſant au travers d'une roche, on la perçoit à la hauteur de l'*aqueduc* ſupérieur : on en voit un ſemblable au deſſus de Tivoli, & au lieu nommé *Vicovaro*. Le canal qui formoit la ſuite de l'*aqueduc*, eſt coupé dans la roche vive l'eſpace de plus d'un mille, ſur environ cinq pieds de haut & quatre de large.

Une choſe digne de remarque, c'eſt que ces *aqueducs* qu'on pouvoit conduire en droite ligne à la ville, n'y parvenoient que par des ſinuoſités fréquentes. Les uns ont dit qu'on avoit ſuivi ces obliquités, pour éviter les frais d'arcades d'une hauteur extraordinaire : d'autres, qu'on s'étoit propoſé de rompre la trop grande impétuoſité de l'eau qui, coulant en ligne droite par un eſpace immenſe, auroit toujours augmenté de viteſſe, endomagé les canaux, & donné une boiſſon peu nette & mal-ſaine. Mais on demande pourquoi y ayant une ſi grande pente de la caſcade de Tivoli à Rome, on eſt allé prendre l'eau de la même riviere à vingt milles & davantage plus haut ; que dis-je vingt milles, à plus de trente, en y comptant les détours d'un pays plein de montagnes. On répond que la raiſon d'avoir des eaux meilleures & plus pures, ſuffiſoit aux Romains pour croire leurs travaux néceſſaires & leurs dépenſes juſtifiées ; & ſi l'on conſidere d'ailleurs que l'eau du Téveron eſt chargée de parties minérales, & n'eſt pas ſaine, on ſera content de cette réponſe.

Si l'on jete les ieux ſur la Planche 128 du *IV volume des Antiquités* du P. Montfaucon, on verra avec quels ſoins ces immenſes ouvrages étoient conſtruits. On y laiſſoit d'eſpace en eſpace des ſoupiraux ; afin que ſi l'eao venoit à être arrêtée par qoelque accident, elle pût ſe dégorger juſqn'à ce qn'on eût dégagé ſon paſſage. Il y avoit encore dans le canal même de l'*aqueduc* des puits ou l'eau ſe jetoit, ſe repoſoit & déchargeoit ſon limon, & des piſcines où elles s'étendoit & ſe purifioit.

L'*aqueduc* de l'*Acqua Marcia* a l'arc de ſeize pieds d'ouverture : le tout eſt compoſé de trois différentes ſortes de pierres ; l'une rougeâtre, l'autre brune & l'autre de couleur de terre. On voit en haut deux canaux, dont le plus élevé étoit de l'eau nouvele du Téveron, & celni de deſſous étoit de l'eau appelée *Claudiene* ; l'édifice entier a ſoixante & dix pieds romains de haoteur.

À côté de cet *aqueduc*, on a, dans le P. Montfaucon la coupe d'un antre à trois canaux ; le ſupérieur eſt d'eau *Julia*, celui du milieu, d'eau *Tepula*, & l'inférieur, d'eau *Marcia*.

L'arc de l'*aqueduc* d'eau *Claudiene* eſt de très-belle pierre de taille ; celui de l'*aqueduc* d'eau *Néroniene* eſt de brique : ils ont l'un & l'antre ſoixante-donze pieds romains de hauteur.

Le canal de l'*aqueduc* qn'on appeloit *Acqua Appia* mérite bien qne nous en faiſons mention, par une ſingularité qu'on y remarque ; c'eſt de n'être pas oni comme les aotres, d'aller comme par degrés, en ſorte qu'il eſt beaucoup plus étroit en bas qu'en haut.

Le conſul Frontin, qni avoit la direction des *aqueducs* ſous l'empereur Nerva, parle de neuf *aqueducs* qui avoient 13594 tuyaux d'un pouce de diametre. Vigerus obſerve qoe, dans l'eſpace de vingt-quatre heures, Rome recevoit 500000 mnids d'ean.

Nous pourions encore faire mention de l'*aqueduc* de Druſus & de celni de Rimini : mais nous nous contenterons d'obſerver ici qn'Auguſte fit réparer tous les *aqueducs* ; & nons paſſerons enſuite à d'antres monumens dans le même genre, & plos importans encore, de la magnificence romaine.

Un de ces monumens eſt l'*aqueduc* de Mets, dont il reſte encore aujourd'hui un grand nombre d'arcades ; ces arcades traverſoient la Moſelle, riviere grande & large en cet endroit. Les ſources abondantes de Gorze fourniſſoient l'ean à la Naumachie ; ces eaux s'aſſembloient dans un réſervoir ; de là elles étoient conduites par des canaux ſouterrains faits de pierre de taille, & ſi

ſpacieux

ſpacieux qu'un homme pouvoit y marcher droit : elles paſſoient la Moſelle ſur ces hautes & ſuperbes arcades qu'on voit encore à deux lieues de Mets, ſi bien maçonées & ſi bien cimentées, qu'excepté la partie du milieu, que les glaces ont emportée, elles ont réſiſté & réſiſtent aux injures les plus violentes des ſaiſons. De ces arcades, d'autres *aqueducs* conduiſoient les eaux aux bains & au lieu de la Naumachie.

Si l'on en croit Colmenarès, l'*aqueduc* de Ségovie peut être comparé aux plus beaux ouvrages de l'antiquité. Il en reſte cent cinquante-neuf arcades, toutes de grandes pierres ſans ciment. Ces arcades avec le reſte de l'édifice ont cent deux pieds de haut ; il y a deux rangs d'arcades l'un ſur l'autre ; l'*aqueduc* traverſe la ville & paſſe par-deſſus la plus grande partie des maiſons qui ſont dans le fond.

Après ces énormes édifices, on peut parler de l'*aqueduc* que Louis XIV a fait bâtir proche Maintenon, pour porter les eaux de la riviere de Bucq à Verſailles ; c'eſt peut-être le plus grand *aqueduc* qui ſoit à préſent dans l'univers ; il eſt de 7000 braſſes de long ſur 2560 de haut, & a 242 arcades.

Les cloaques de Rome, ou ſes *aqueducs* ſouterrains, étoient auſſi comptés parmi ſes merveilles ; ils s'étendoient ſous toute la ville, & ſe ſubdiviſoient en pluſieurs branches qui ſe déchargeoient dans la riviere : c'étoient de grandes & hautes voûtes bâties ſolidement, ſous leſquelles on alloit en bateau ; ce qui faiſoit dire à Pline que la ville étoit ſuſpendue en l'air, & qu'on navigueoit ſous les maiſons ; c'eſt ce qu'il appele *le plus grand ouvrage qu'on ait jamais entrepris*. Il y avoit ſous ces voûtes des endroits où des charetes chargées de foin pouvoient paſſer ; ces voûtes ſoutenoient le pavé des rues. Il y avoit d'eſpace en eſpace des trous où les immondices de la ville étoient précipitées dans les cloaques. La quantité incroyable d'eau que les *aqueducs* apportoient à Rome y étoit auſſi déchargée. On y avoit encore détourné des ruiſſeaux, d'où il arivoit que la ville étoit toujours nette, & que les ordures ne ſéjournoient point dans les cloaques, & étoient promptement rejetées dans la riviere.

Ces édifices ſont capables de fraper de l'admiration la plus forte : mais ce ſeroit avoir la vue bien courte que de ne pas la porter au delà, & que de n'être pas tenté de remonter aux cauſes de la grandeur & de la décadence du peuple qui les a conſtruits. Cela n'eſt point de notre objet ; mais le lecteur peut conſulter là-deſſus les *Conſidérations* de M. le Préſident de Monteſquieu, & celles de M. l'Abbé de Mably ; il verra dans ces ouvrages, que les édifices ont toujours été & ſeront toujours comme les hommes, excepté peut-être à Sparte, où l'on trouvoit de grands hommes dans des maiſons petites & chétives : mais cet exemple eſt trop ſingulier pour tirer à conſéquence.

AQUIT. *Voyez* ACQUIT.

ARAIGNÉE, (*Aſtron.*) : on donne quelquefois ce nom à l'un des cercles d'un aſtrolâbe, qui eſt percé à jour & porte différens bras, dont les extrémités marquent la poſition des étoiles, *Planch. d'Aſtronomie*, *Fig.* 230. L'*araignée* toutne ſur un planiſphere où ſont tracés les différens cercles auxquels on raporte la poſition des étoiles pour trouver leur lever & leur coucher, &c. *Voyez* ASTROLABE. (*D. L.*)

ARAMECH. *Voyez* ARCTURUS.

ARBALÊTE, ſ. f. (*Aſtron. navig.*) ; inſtrument avec lequel on obſervoit autrefois ſur mer la hauteur du ſoleil, & qui eſt fait comme une eſpece de croix. On l'appele auſſi *arbaleſtrille*, *fleche*, *rayon aſtronomique*, *radiometre*, *croix géométrique*, *verge d'or*, autrefois *bâton de jacob*, en anglois *jacob ſtaff*, *croſſ-ſtaff* (*bâton à croix*) *fore-ſtaff* (*bâton de devant*), parce que l'on obſerve par-devant, ou en ſe tournant du côté du ſoleil ; tandis qu'avec le quartier anglois on tourne le dos au ſoleil pour en meſurer la hauteur.

Cet inſtrument dérive des regles patallactiques de Ptolomée, *Planches d'Aſtronomie*, *Fig.* 235 ; car ſi l'on ſuppoſe que la regle *O D* ſoit toujours fixée perpendiculairement au bâton *A G*, on aura une *arbalête*. On en trouvera la figure dans le Dictionaire de Marine ; mais nous avons à parler ici de l'hiſtoire & des progrès de ce genre d'obſervations. Jean Werner, né à Nuremberg en 1468, eſt le premier qui décrivit l'*arbalête* en 1514, & il la recomandoit aux marins pour obſerver les longitudes en mer par les diſtances de la lune aux étoiles (*Wales aſtronomical obſervations*, 1777, *introd. p. xxiv*). Je crois que ce ſont les obſervations de Werner qui furent imprimées en 1514 ; mais ſon livre *de motu octavæ ſphæræ*, eſt de 1522 (Weidler, *pag.* 335). Appian, en 1524, & Gemma-Friſius en 1530, en recomandoient auſſi l'uſage.

Le P. Fournier, dans ſon Hydrographie, *pag.* 495, dit que ce que les Chaldéens appeloient *bâton de Jacob*, & les aſtronomes *rayon aſtronomique*, eſt nommé *arbalête* ou *fleche* par Martin Cortès & Michel Coignet, en leurs ouvrages, & généralement par tous les matelots. Les Flamands, dit-il, l'appelent *graëtboge* ; on écrit graart boogh en hollandois. Les Eſpagnols l'appelent *baloſtilla*. Le P. Dechalles l'appele *crux geometrica*.

Le bâton, la fleche, ou la verge de l'inſtrument, a 3 ou 4 pieds de longueur ; elle porte une piece appelée par les anciens *traverſaire*, & *curſeur*, parce qu'elle ſe met de travers & en croix ſur la verge ou fleche : on la fait courir le long de cette fleche ; nos matelots l'appelent *marteau* ; on a des marteaux de trois grandeurs différentes : c'eſt-à-dire, de 12 pouces, de 6 & de 1 ½ (Fournier, *pag.* 496). Dans le Dictionaire de Marine d'Anbin, il y a curſeur & marteau. Ozanam, dans ſon Dictionaire, *pag.* 256, dit que le traverſier ou marteau ſe meut le long

de la fleche, & qu'on appele cet inſtrument *verge d'or* par excellence, parce qu'il eſt le plus commode de tous les inſtrumens.

Ozanam, dans la table, met *fleche d'arbalête*; ce qui prouve qu'il adopte le nom d'*arbaleſte* de préférence. MM. Bouguer & de la Caille, *pag.* 181, *édit. de* 1769, *in*-8°., l'appelent *arbaleſtrille*.

Gemma Friſius (*principia Aſtronomiæ, Coſmographiæ*, 1530), eſt le premier qui ait parlé de trois marteaux dans l'*arbaleſte*; il en eſt parlé auſſi dans Michel Coignet d'Anvers: inſtruction nouvele des points plus excellens & néceſſaires touchant l'art de naviguer; & dans Waeghener, Hollandois, qui fut ſi célebre par ſes cartes marines, que les matelots anglois appelent encore un Waeghener un volume de chartes pour la navigation.

Thomas Digges, en 1573, parle des tranſverſales qui étoient dans ſon *arbalête*, comme étant imaginées depuis long-temps par Richard Chancelor.

Pierre Maſſé, dans ſon hiſtoire des Indes, dit que Martin de Bohême, diſciple de Regiomontanus, recomandoit l'aſtrolâbe; c'eſt-à-dire, un cercle diviſé en degrés, & ſuſpendu à une boucle pour prendre hauteur en mer; mais l'on ne voit pas que l'on s'en ſervît alors. Werner, qui décrit l'*arbalête*, en recomande l'uſage, ainſi que Appian dans ſa Coſmographie, écrite vers 1524 (Wales, *pag. xxiij*).

On faiſoit auſſi une demi-*arbalête*, où il n'y avoit qu'un demi-marteau, & les degrés y étoient une fois plus grands que ſur les fleches ordinaires. Vers la fin du 16e ſiecle, on ſubſtitua un arc de cercle à la place des marteaux. John Davis, celui qui donna ſon nom au détroit de Davis, par lequel on alla dans la baie de Baffins, ſous le cercle polaire, vers 1583, publia en 1594 un livre intitulé: *Seaman's ſecrets*, où il décrit le back-ſtaff; il eſt décrit dans Metius, *Aſtronomica inſtitutio*, 1605; *de Arte navigandi*, 1624; *Doctrina Sphærica*, 1630: d'abord il n'y avoit qu'un arc où gliſſoit le marteau de l'œil; celui qui forme l'ombre étoit fixé à une regle droite emmortaiſée à l'extrémité du rayon de l'inſtrument, & il étoit plus loin du centre ou du marteau de l'horizon, que l'arc même de l'inſtrument. On l'appele *back-ſtaff*, *bâton de derriere*, parce qu'on tourne le dos au ſoleil, par oppoſition à l'*arbalête*, appelée *fore-ſtaff*. (Roberſon). Dans le *Lexicon Technicum* de Harris, il eſt décrit au mot *back-ſtaff*, & il l'appele auſſi *back-quadrant*, *Davis's quadrant*. L'ancienne *arbalête* eſt décrite au mot *Croſſ-ſtaff*, quoique l'auteur diſe qu'on l'appele communément *fore-ſtaff*; il dit, *Voyez* CROSS-STAFF.

Le quartier de Davis avoit un arc de 60 degrés, & ſur un des rayons un marteau ou pinnule qui couloit & portoit une ouverture; mais il ne garda pas long-temps cette forme: car vers 1600, ou à peu près, on étendit l'arc juſqu'à 90° partie au deſſous du rayon & du marteau d'ombre qui y étoit fixé, juſqu'au degré qui parut le plus convenable; & dans cet état, il fut généralement connu ſous le nom de *bow* (*arc*) *arbalête*. Peu d'années après, il reçut une autre perfection, & prit la forme qu'il a actuélement. Le marteau d'ombre étant juſqu'alors placé à une grande diſtance du centre, l'ombre étoit trop mal terminée ſur le marteau d'horizon; & ſi le temps n'étoit pas très-clair, on ne la diſtinguoit pas du tout; il fallut donc diminuer le rayon de cette partie où eſt la pinnule d'ombre: l'on ne ſait pas aujourd'hui à qui l'on doit ces perfections; quelques-uns penſent que ce fut l'auteur lui-même, mais cela eſt douteux. On trouvera dans le Dictionaire de Marine la figure du quartier de Davis.

Ces trois inſtrumens, l'aſtrolâbe, l'*arbalête* & le quart de Davis, prirent différentes formes; le premier produiſit le demi-cercle, *ſea-rings* (anneau marin), *ſea-quadrant* (quartier marin); le ſecond produiſit la demi-*arbalête*, le bâton de Hood, *Hood's ſtaff*, &c. & le dernier produiſit le *plough* (charue), ainſi nommé à cauſe de ſa forme, parce que l'arc plus petit, & le marteau plus grand lui donnoient preſque la forme d'une charue; il y eut encore le quartier d'Elton (Elton's quadrant) qui différoit un peu des deux précédens. M. Wales, *pag. xxix*.

M. Bouguer appele l'inſtrument dans ſa forme actuele *quartier anglois* ou *quart de nonante*; il dit que l'arc de 60° a 8 ou 9 pouces de rayon, l'autre 30° & 18 à 20 pouces; il appele les *vane* des Anglois des eſpeces de *pinnules* ou de petits marteaux, & ſe ſert indifféremment de ces deux mots *pinnule* ou *marteau*.

M. Bourdé, dans ſon *Manuel des Marins*, 1773, ne ſe ſert que des mots *quart de nonante* & *de marteau*. Aubin, dans ſon Dictionaire de Marine, 1702, l'appele auſſi *quart de nonante*. Robertſon, dans ſes Élémens de Navigation, *tom.* 2, *pag.* 293, *édit. de* 1772, décrit ſeulement celui qu'il appele *Davis's quadrant*, & que les étrangers appelent, dit-il, *engliſh quadrant*. Suivant cet auteur, il y a un arc de 65° d'un plus petit rayon, ſur lequel gliſſe la pinnule de l'ombre, *ſhade vane*, ou glaſſ-vane ſi l'on y met un verre ou une lentille. Il y a auſſi un arc de 25° d'un rayon trois fois plus long, ſur lequel gliſſe la pinnule de l'œil *ſight vane*; l'œil ſe place au petit trou de cette pinnule, & regarde l'horizon par la fente de la pinnule du centre, appelée *horizon vane*, ſur laquelle tombe auſſi le bord ſupérieur de l'ombre de la premiere pinnule.

Flamſteed & Halley y ſubſtituerent une lentille ſur le marteau d'ombre, pour que l'on diſtinguât mieux l'image du ſoleil. Mais tous ces inſtrumens ont fait place pour l'uſage de la navigation au *quartier de réflexion*; & tous les navigateurs qui ont des connoiſſances, ou qui aiment l'exactitude ſe ſervent de ce dernier. *Voyez* QUARTIER DE RÉFLEXION. (*D. L.*)

Digitized by Google

ARC, ſ. m. (*Géom.*); c'eſt une portion de courbe, par exemple, d'un cercle, d'une ellipſe ou d'une autre courbe. *Voyez* COURBE.

Arc de cercle, eſt une portion de circonférence, moindre que la circonférence entiere du cercle. Tel eſt *A E B*, *Géom. Fig.* 20. *Voyez* CERCLE & CIRCONFÉRENCE. La droite *A B*, qui joint les extrémités d'un *arc*, s'appele *corde*; & la perpendiculaire *D E* tirée ſur le milieu de la corde, s'appele *fleche*. *Voyez* CORDE, FLECHE. Tous les angles ſont meſurés par des *arcs*. Pour avoir la valeur d'un angle, on décrit un *arc* de cercle, dont le centre ſoit au ſommet de l'angle. *Voyez* ANGLE. Tout cercle eſt ſuppoſé diviſé en 360^d^. Un *arc* eſt plus ou moins grand, ſelon qu'il contient un plus grand ou un plus petit nombre de ces degrés. Ainſi, l'on dit un *arc* de 30, de 80, de 100^d^. *Voyez* DEGRÉ. La meſure des angles par les *arcs* de cercle eſt fondée ſur ce que la courbure du cercle eſt uniforme. Les *arcs* d'une autre courbe ne pouroient y ſervir.

Arcs concentriques, ſont ceux qui ont le même centre: ainſi, dans la *Figure* 21, les *arcs b H*, *e K*, ſont des *arcs* concentriques. *Voyez* CONCENTRIQUE.

Arcs égaux, ce ſont ceux qui contienent le même nombre de degrés d'un même cercle ou de cercles égaux. Dans le même cercle ou dans des cercles égaux, les cordes égales ſoutienent des *arcs* égaux. Un rayon *C E*, *Fig.* 20, qui coupe en deux parties égales en *D* une corde *A B*, coupe auſſi en *E* l'*arc A E B* en deux parties égales, & eſt perpendiculaire à la corde, & *viceverſa*. Le problême de *couper un arc* en deux parties égales ſera donc réſolu, en tirant une ligne *C E* perpendiculaire ſur le milieu *D* de la corde.

Arcs ſemblables, ce ſont ceux qui contienent le même nombre de degrés de cercles inégaux. Tels ſont les *arcs A X B* & *D H E*, *Figure* 22. Si deux rayons partent du centre de deux cercles concentriques, les *arcs* compris entre ces deux rayons ont le même raport à leurs circonférences entieres; & les deux ſecteurs, le même raport à la ſurface entiere de leurs cercles.

ARC *ſemi-diurne*, (*Aſtron.*); c'eſt l'*arc* du parallele diurne d'un aſtre qui eſt compris entre le méridien & l'horizon; il regle le temps qui s'écoule depuis le lever juſqu'au paſſage par le méridien, & depuis ce paſſage juſqu'au coucher; ainſi, le calcul du lever ou du coucher d'un aſtre, ſe réduit à celui des *arcs ſemi diurnes*, qui changent à raiſon de la hauteur du pole du lieu, & de la déclinaiſon de l'aſtre. On en trouve une table fort détaillée dans la plupart des anciens volumes de la *Connoiſſance des temps*, ouvrage que l'Académie publie chaque année, pour l'uſage des aſtronomes & des navigateurs. *Voyez* LEVER, COUCHER.

ARC *d'émerſion* ou *arc de viſion* (*Aſtron.*), eſt la quantité dont il faut que le ſoleil ſoit abaiſſé verticalement au deſſous de l'horizon pour qu'un autre aſtre ſoit viſible, à la vue ſimple; on eſtime ordinairement l'*arc d'émerſion* de dix-huit degrés pour les plus petites étoiles, de quatorze degrés pour les étoiles de troiſieme grandeur, de onze à douze degrés pour les étoiles de premiere grandeur, comme pour mars & ſaturne, de dix degrés pour mercure & jupiter, & de cinq degrés pour vénus; mais ce dernier varie beaucoup, & il ſe réduit même à rien, puiſque l'on voit quelquefois vénus en plein jour, le ſoleil étant très-élevé ſur l'horizon. *Voyez* CRÉPUSCULE.

L'*arc de rétrogradation* eſt un *arc* de l'écliptique qu'une planete ſemble décrire, en ſe mouvant contre l'ordre des ſignes. *Voyez* RÉTROGRADATION.

ARC *de poſition*, *angle de poſition*, (*terme d'Aſtrol.*); l'*arc* de l'équateur compris entre le méridien & le cercle horaire ou cercle de déclinaiſon qui paſſe par le pole & par l'aſtre dont on s'occupe, c'eſt la même choſe que ce que nous appelons aujourd'hui *angle horaire*. On l'appeloit *arc de poſition* parce qu'il marquoit la diſtance du cercle de poſition au méridien, ou l'*arc* de l'équateur qui doit paſſer depuis le moment où l'aſtre eſt dans le cercle de poſition juſqu'à celui où il paſſera au méridien. (*D. L.*)

ARC-EN-CIEL, *irir*, ſ. m. (*Opt.*); météore en forme d'*arc* de diverſes couleurs, qui paroît lorſque le temps eſt pluvieux, dans une partie du ciel oppoſée au ſoleil, & qui eſt formé par la réfraction des rayons de cet aſtre, au travers des goutes ſphériques d'eau dont l'air eſt alors rempli. *Voyez* MÉTÉORE, PLUIE & RÉFRACTION.

On voit pour l'ordinaire un ſecond *arc-en-ciel* qui entoure le premier à une certaine diſtance. Ce ſecond *arc-en-ciel* s'appele *arc en-ciel extérieur*, pour le diſtinguer de celui qu'il renferme, & qu'on nomme *arc en-ciel intérieur*. L'*arc* intérieur a les plus vives couleurs, & s'appele pour cela l'*arc principal*. Les couleurs de l'*arc* extérieur ſont plus foibles, & de là vient qu'il porte le nom de *ſecond arc*. S'il paroît un troiſieme *arc*, ce qui arive fort rarement, ſes couleurs ſont encore moins vives que les précédentes. Les couleurs ſont renverſées dans les deux *arcs*; celles de l'*arc* principal ſont dans l'ordre ſuivant, à compter du dédans en dehors: violet, indigo, bleu, vert, jaûne, orangé, rouge; elles ſont arangées au contraire dans le ſecond *arc* en cet ordre: rouge, orangé, jaûne, vert, bleu, indigo, violet: ce ſont les mêmes couleurs que l'on voit dans les rayons du ſoleil qui traverſent un priſme de verre. *Voyez* PRISME. Les phyſiciens font auſſi mention d'un *arc-en-ciel lunaire* & d'un *arc-en-ciel marin*, dont nous parlerons plus bas.

L'*arc en-ciel*, comme l'obſerve M. Newton, ne paroît jamais que dans les endroits où il pleut & où le ſoleil luit en même temps; l'on peut le former par art en tournant le dos au ſoleil & en faiſant jaillir de l'eau, qui pouſſée en l'air & diſperſée en goutes, viene tomber en forme de

pluie ; car le ſoleil donnant ſur ces goutes fait voir un *arc-en-ciel* à tout ſpectateur qui ſe trouve dans une juſte poſition à l'égard de cette pluie & du ſoleil, ſur-tout ſi l'on met un corps noir derriere les goutes d'eau.

Antoine de Dominis montre dans ſon livre, *de radio viſus & lucis*, imprimé à Veniſe en 1611, que l'*arc-en-ciel* eſt produit dans des goutes rondes de pluie, par deux réfractions de la lumiere ſolaire, & une réflexion entre deux ; & il confirme cette explication par des expériences qu'il a faites avec une fiole & des boules de verre pleines d'eau expoſées au ſoleil. Il faut cependant reconoître que quelques anciens avoient avancé, antérieurement à Antoine de Dominis, que l'*arc-en-ciel* étoit formé par la réfraction des rayons du ſoleil dans des goutes d'eau. Kepler avoit eu la même penſée, comme on le voit par les lettres qu'il écrivit à Berenger en 1605, & à Harriot en 1606. Deſcartes, qui a ſuivi dans ſes météores l'explication d'Antoine de Dominis, a corrigé celle de l'*arc* extérieur. Mais, comme ces ſavans hommes ne connoiſſoient point la véritable origine des couleurs, l'explication qu'ils ont donnée de ce météore eſt défectueuſe à quelques égards. Antoine de Dominis a cru que l'*arc-en-ciel* extétieur étoit formé par les rayons qui raſoient les extrémités des goutes de pluie, & qui venoient à l'œil après deux réfractions & une réflexion. Or on trouve, par le calcul, que ces rayons, dans leur ſeconde réfraction, doivent faire un angle beaucoup plus petit avec le rayon du ſoleil qui paſſe par l'œil, que l'angle ſous lequel on voit l'*arc-en-ciel* intérieur ; & cependant l'angle ſous lequel on voit l'*arc-en-ciel* extérieur, eſt beaucoup plus grand que celui ſous lequel on voit l'*arc-en-ciel* intérieur : de plus, les rayons qui tombent fort obliquement ſur une goute d'eau, ne font point de couleurs ſenſibles dans leur ſeconde réfraction, comme on le verra aiſément par ce que nous dirons dans la ſuite. À l'égard de M. Deſcartes, qui a le premier expliqué l'*arc-en-ciel* extérieur par deux réflexions & deux réfractions ; il n'a pas remarqué que les rayons extrêmes qui font le rouge, ont leur réfraction beaucoup moindre que ſelon la proportion de 3 à 4, & que ceux qui font le violet l'ont beaucoup plus grande : de plus, il s'eſt contenté de dire qu'il venoit plus de lumiere à l'œil ſous les angles de 41 & de 42^d, que ſous les autres angles, ſans prouver que cette lumiere doit être colorée ; & ainſi il n'a pas ſuffiſamment démontré d'où vient qu'il paroît des couleurs ſous un angle d'environ 42^d, & qu'il n'en paroît point ſous ceux qui ſont deſſous de 40^d, & au deſſus de 44 dans l'*arc-en-ciel* intérieur. Ce célebre auteur n'a donc pas ſuffiſamment expliqué l'*arc-en-ciel*, quoiqu'il ait fort avancé cette explication. Newton l'a achevée par le moyen de ſa doctrine des couleurs.

Théorie de l'arc-en-ciel. Pour concevoir l'origine de l'*arc-en-ciel*, examinons d'abord ce qui arive lorſqu'un rayon de lumiere qui vient d'un corps éloigné, tel que le ſoleil tombe ſur une goute d'eau ſphérique, comme ſont celles de la pluie. Soit donc une goute d'eau *ADKN*, *Tab. Opt. Fig.* 45, & les lignes *EF*, *BA*, des rayons lumineux qui partent du centre du ſoleil, & que nous pouvons concevoir comme paralleles entr'eux à cauſe de l'éloignement immenſe de cet aſtre. Le rayon *BA* étant le ſeul qui tombe perpendiculairement ſur la ſurface de l'eau, & tous les autres étant obliques, il eſt aiſé de concevoir que tous ceux-ci ſouffriront une réfraction & s'approcheront de la perpendiculaire ; c'eſt-à-dire, que le rayon *EF*, par exemple, au lieu de continuer ſon chemin ſuivant *FG*, ſe rompra au point *F* ; & s'approchera de la ligne *HFI* perpendiculaire à la goute en *F*, pour prendre le chemin *FK*. Il en eſt de même de tous les autres rayons proches du rayon *EF*, leſquels ſe détourneront de *F* vers *K*, où il y en aura vrai-ſemblablement quelques-uns qui s'échaperont dans l'air, tandis que les autres ſe réfléchiront ſuivant la ligne *KN*, pour faire des angles d'incidence & de réflexion égaux entr'eux. *Voyez* RÉFLEXION.

De plus, comme le rayon *KN* & ceux qui le ſuivent, tombent obliquement ſur la ſurface de ce globule, ils ne peuvent repaſſer dans l'air ſans ſe rompre de nouveau & s'éloigner de la perpendiculaire *MNL* ; de ſorte qu'ils ne peuvent aller directement vers *T*, & ſont obligés de ſe détourner vers *P*. Il faut encore obſerver ici que quelques-uns des rayons, après qu'ils ſont arivés en *N*, ne paſſent point dans l'air, mais ſe réfléchiſſent de nouveau vers *Q*, où ſoufrant une réfraction comme tous les autres, ils ne vont point en droite ligne vers *P*, mais vers *R*, en s'éloignant de la perpendiculaire *TV*. Mais, comme on ne doit avoir égard ici qu'aux rayons qui peuvent affecter l'œil, que nous ſuppoſons placé un peu au deſſous de la goute, au point *Z*, par exemple, nous laiſſons ceux qui ſe réfléchiſſent de *N* vers *Q* comme inutiles, à cauſe qu'ils ne parvienent jamais à l'œil du ſpectateur. Cependant il faut obſerver qu'il y a d'autres rayons, comme 2, 3, qui ſe rompant de 3 vers 4, de là ſe réfléchiſſant vers 5, & de 5 vers 6, puis ſe rompant ſuivant 6, 7, peuvent enfin ariver à l'œil qui eſt placé au deſſous de la goute.

Ce que l'on a dit juſqu'ici eſt très-évident : mais, pour déterminer préciſément les degrés de réfraction de chaque rayon de lumiere, il faut recourir à un calcul, par lequel il paroît que les rayons qui tombent ſur le quart-de-cercle *AD*, continuent leur chemin ſuivant les lignes que l'on voit tirées dans la goute *ADKN*, où il y a trois choſes extrêmement importantes à obſerver. En premier lieu, les deux réfractions des rayons à leur entrée & à leur ſortie ſont telles, que la plupart des rayons qui étoient entrés paralleles

ſur la ſurface *AF*, ſortent divergens, c'eſt-à-dire, s'écartent les uns des autres, & n'arrivent point juſqu'à l'œil. En ſecond lieu, du faiſceau de rayons paralleles qui tombent ſur la partie *AD* de la goute, il y en a une petite partie qui, ayant été rompus par la goute, vienent ſe réunir au fond de la goute dans le même point, & qui étant réfléchis de ce point, ſortent de la goute paralleles entr'eux comme ils y étoient entrés. Comme ces rayons ſont proches les uns des autres, ils peuvent agir avec force ſur l'œil en cas qu'ils puiſſent y entrer, & c'eſt pour cela qu'on les a nommés *rayons efficaces*; au lieu que les autres s'écartent trop pour produire un effet ſenſible, ou du moins produire des couleurs auſſi vives que l'*arc-en-ciel*. En troiſieme lieu, le rayon *NP* a une ombre ou obſcurité ſous lui; car puiſqu'il ne ſort aucun rayon de la ſurface *N* 4, c'eſt la même choſe que ſi cette partie étoit couverte d'un corps opaque. On peut ajouter à ce que l'on vient de dire, que le même rayon *NP* a de l'ombre au deſſus de l'œil, puiſque les rayons qui ſont dans cet endroit, n'ont pas plus d'effet que s'ils n'exiſtoient point du tout.

De là il s'enſuit que, pour trouver les rayons efficaces, il faut trouver les rayons qui ont le même point de réflexion; c'eſt-à-dire, qu'il faut trouver quels ſont les rayons paralleles & contigus, qui, après la réfraction, ſe rencontrent dans le même point de la circonférence de la goute, & ſe réfléchiſſent de là vers l'œil.

Or ſuppoſons que *NP* ſoit le rayon efficace, & que *EF* ſoit le rayon incident qui correſpond à *NP*; c'eſt-à-dire, que *F* ſoit le point où il tombe un petit faiſceau de rayons paralleles, qui après s'être rompus, vienent ſe réunir en *K*, pour ſe réfléchir de là en *N*, & ſortir ſuivant *NP*; & nous trouverons par le calcul que l'angle *ONP*, compris entre le rayon *NP* & la ligne *ON* tirée du centre du ſoleil, eſt de 41^d 30'. On enſeignera ci-après la méthode de le déterminer.

Mais comme, outre les rayons qui vienent du centre du ſoleil à la goute d'eau, il en part une infinité d'autres des différens points de ſa ſurface, il nous reſte à examiner pluſieurs autres rayons efficaces, ſur-tout ceux qui partent de la partie ſupérieure & de la partie inférieure de ſon diſque.

Le diametre apparent du ſoleil étant d'environ 32', il s'enſuit que ſi le rayon *EF* paſſe par le centre du ſoleil, un rayon efficace qui partira de la partie ſupérieure du ſoleil, tombera plus haut que le rayon *EF* de 16', c'eſt-à dire, fera avec ce rayon *EF* un angle d'environ 16'. C'eſt ce que fait le rayon *GH*, *Fig.* 46, qui ſouffrant la même réfraction que *EF*, ſe détourne vers *I* & de là vers *L*, juſqu'à ce que ſortant avec la même réfraction que *NP*, il parviene en *M* pour former un angle de 41^d 14' avec la ligne *ON*.

De même le rayon *QR* qui part de la partie inférieure du ſoleil, tombe ſur le point *R*, 16' plus bas, c'eſt-à-dite, fait un angle de 16' en deſſous avec le rayon *EF*, & ſouffrant une réfraction, il ſe détourne vers *S* & de là vers *T*, où paſſant dans l'air il parvient juſqu'à *V*; de ſorte que la ligne *TV* & le rayon *OT* forment un angle de 41^d 46'.

À l'égard des rayons qui vienent à l'œil après deux réflexions & deux réfractions, on doit regarder comme efficaces ceux qui, après ces deux réflexions & ces deux réfractions, ſortent de la goute paralleles entr'eux.

Supputant donc les réflexions des rayons qui vienent, comme 23, *Fig.* 45, du centre du ſoleil, & qui, pénétrant dans la partie inférieure de la goute, ſouffrent, ainſi que nous l'avons ſuppoſé, deux réflexions & deux réfractions, & entrent dans l'œil par des lignes pareilles à celle qui eſt marquée par 67, *Fig.* 47, nous trouvons que les rayons que l'on peut regarder comme efficaces, par exemple 67, forment avec la ligne 86 tirée du centre du ſoleil, un angle 867 d'environ 52^d: d'où il s'enſuit que le rayon efficace qui part de la partie la plus élevée du ſoleil, fait avec la même ligne 86 un angle moindre de 16'; & celui qui vient de la partie inférieure un angle plus grand de 16'.

Imaginons donc que *ABCDEF* ſoit la route du rayon efficace depuis la partie la plus élevée du ſoleil juſqu'à l'œil *F*; l'angle 86*F* ſera d'environ 51^d 44'. De même, ſi *GHIKLM* eſt la route d'un rayon efficace qui part de la partie inférieure du ſoleil & aboutit à l'œil, l'angle 86 *M* approche de 52^d 16'.

Comme il y a pluſieurs rayons efficaces outre ceux qui partent du centre du ſoleil, ce que nous avons dit de l'ombre ſoufre quelque exception; car, des trois rayons qui ſont tracés, *Fig.* 45 & 46, il n'y a que les deux extrêmes qui aient de l'ombre à leur côté extérieur.

À l'égard de la quantité de lumiere, c'eſt-à-dire, du faiſceau de rayons qui ſe réuniſſent dans un certain point, par exemple, dans le point de réflexion des rayons efficaces, on peut le regarder comme un corps lumineux terminé par l'ombre. Au reſte, il faut remarquer que juſqu'ici nous avons ſuppoſé que tous les rayons de lumiere ſe rompoient également; ce qui nous a fait trouver les angles de 41^d 30' & de 52^d. Mais les différens rayons qui parvienent ainſi juſqu'à l'œil, ſont de diverſes couleurs, c'eſt-à-dire, propres à exciter en nous l'idée de différentes couleurs; & par conſéquent ces rayons ſont différemment rompus de l'eau dans l'air, quoiqu'ils tombent de la même maniere ſur une ſurface réfrangible: car on ſait que les rayons rouges, par exemple, ſouffrent moins de réfraction que les rayons jaûnes, ceux-ci moins que les bleus, les bleus moins que les violets, & ainſi des autres. *Voyez* COULEUR.

Digitized by Google

Il ſuit de ce qu'on vient de dire, que les rayons différens ou hétérogenes ſe ſéparent les uns des autres & prenent différentes routes, & que ceux qui ſont homogenes ſe réuniſſent & aboutiſſent au même endroit. Les angles de 41^d 30′ & de 52^d, ne ſont que pour les rayons d'une moyene réfrangibilité, c'eſt-à-dire, qui, en ſe rompant, s'approchent de la perpendiculaire plus que les rouges, mais moins que les rayons violets : & de là vient que le point lumineux de la goute où ſe fait la réfraction, paroît bordé de différentes couleurs ; c'eſt-à-dire, que le rouge, le vert & le bleu, naiſſent de différens rayons rouges, verts & bleus du ſoleil, que les différentes goutes tranſmettent à l'œil, comme il arive lorſqu'on regarde des objets éclairés à travers un priſme. *Voyez* PRISME.

Telles ſont les couleurs qu'un ſeul globule de pluie doit repréſenter à l'œil : d'où il s'enſuit qu'un grand nombre de ces petits globules venant à ſe répandre dans l'air, y fera apercevoir différentes couleurs, pourvu qu'ils ſoient tellement diſpoſés, que les rayons efficaces puiſſent affecter l'œil ; car ces rayons ainſi diſpoſés, formeront un *arc-en-ciel*.

Pour déterminer maintenant quelle doit être cette diſpoſition, ſuppoſons une ligne droite tirée du centre du ſoleil à l'œil du ſpectateur, telle que *VX*, *Fig.* 46, que nous appélerons *ligne d'aſpect* : comme elle part d'un point extrêmement éloigné, on peut la ſuppoſer parallele aux autres lignes tirées du même point ; or on ſait qu'une ligne droite qui coupe deux paralleles, forme des angles alternes égaux. *Voyez* ALTERNE.

Imaginons donc un nombre indefini de lignes tirées de l'œil du ſpectateur à l'endroit oppoſé au ſoleil où ſont des goutes de pluie, leſquelles forment différens angles avec la ligne d'aſpect, égaux aux angles de réfraction des différens rayons réfrangibles, par exemple, des angles de 41^d 46′, de 41^d 30′, & de 41^d 40′. Ces lignes tombant ſur des goutes de pluie éclairées du ſoleil, formeront des angles de même grandeur avec les rayons tirés du centre du ſoleil aux mêmes goutes ; de ſorte que les lignes, ainſi tirées de l'œil, repréſenteront les rayons qui occaſionent la ſenſation de différentes couleurs.

Celle, par exemple, qui forme un angle de 41^d 46′, repréſentera les rayons les moins refrangibles ou rouges des différentes goutes ; & celle de 41^d 40′ les rayons violets qui ſont les plus réfrangibles. On trouvera les couleurs intermédiaires & leurs réfrangibilités dans l'eſpace intermédiaire. *Voyez* ROUGE.

On ſait que l'œil étant placé au ſommet d'un cône, voit les objets ſur ſa ſurface comme s'ils étoient dans un cercle, au moins lorſque ces objets ſont aſſez éloignés de lui : car quand différens objets ſont à une diſtance aſſez conſidérable de l'œil, ils paroiſſent être à la même diſtance. Nous en avons donné la raiſon dans l'*article* APPARENT ; d'où il s'enſuit qu'un grand nombre d'objets ainſi diſpoſés, paroîtront rangés dans un cercle ſur la ſurface du cône. Or l'œil de notre ſpectateur eſt ici au ſommet commun de pluſieurs cônes formés par les différentes eſpeces de rayons efficaces & la ligne d'aſpect. Sur la ſurface de celui dont l'angle au ſommet eſt le plus grand, & qui contient tous les autres, ſont ces goutes ou parties de goutes qui paroiſſent rouges ; les goutes de couleur de pourpre ſont ſur la ſuperficie du cône qui forme le plus petit angle à ſon ſommet ; & le bleu, le vert, *&c.* ſont dans les cônes intermédiaires. Il s'enſuit donc que les différentes eſpeces de goutes doivent paroître comme ſi elles étoient diſpoſées dans autant de bandes ou arcs colorés, comme on le voit dans l'*arc-en-ciel*.

M. Newton explique cela d'une maniere plus ſcientifique, & donne aux angles des valeurs un peu differens. Suppoſons, dit-il, que *O*, *Fig.* 48, ſoit l'œil du ſpectateur, & *OP* une ligne parallele aux rayons du ſoleil ; & ſoient *POE*, *POF* des angles de 46^d 17′, de 42^d 2′, que l'on ſuppoſe tourner autour de leur côté commun *OP* : ils décriront par les extrémités *E*, *F*, de leurs autres côtés *OE* & *OF*, les bords de l'*arc-en-ciel*.

Car ſi *E*, *F* ſont des goutes placées en quelque endroit que ce ſoit des ſurfaces coniques décrites par *OE*, *OF*, & qu'elles ſoient éclairées par les rayons du ſoleil *SE*, *SF* ; comme l'angle *SEO* eſt égal à l'angle *POE* qui eſt de 40^d 17′, ce ſera le plus grand angle qui puiſſe être fait par la ligne *SE* ; & par les rayons les plus réfrangibles qui ſont rompus vers l'œil après une ſeule réflexion ; & par conſéquent toutes les goutes qui ſe trouvent ſur la ligne *OE*, enverront à l'œil, dans la plus grande abondance poſſible, les rayons les plus réfrangibles, & par ce moyen feront ſentir le violet le plus foncé vers la région où elles ſont placées.

De même l'angle *SFO* étant égal à l'angle *POF* qui eſt de 42^d 2′, ſera le plus grand angle ſelon lequel les rayons les moins réfrangibles puiſſent ſortir des goutes après une ſeule réflexion ; & par conſéquent ces rayons ſeront envoyés à l'œil dans la plus grande quantité poſſible par les goutes qui ſe trouvent ſur la ligne *OF*, & qui produiront la ſenſation du rouge le plus foncé en cet endroit.

Par la même raiſon, les rayons qui ont des degrés intermédiaires de réfrangibilité viendront dans la plus grande abondance poſſible des goutes placées entre *E* & *F*, & feront ſentir les couleurs intermédiaires dans l'ordre qu'exigent leurs degrés de réfrangibilité, c'eſt-à-dire, en avançant de *E* en *F*, ou de la partie intérieure de l'*arc* à l'extérieure dans cet ordre, le violet, l'indigo, le bleu, le vert, le jaûne, l'orangé & le rouge : mais le violet étant mêlé avec lumiere blanche des nues, ce mélange le fera paroître foible, & tirant ſur le pourpre.

Digitized by Google

Comme les ligoes OE, OF peuvent être ſituées indifféremment dans tout autre endroit des ſurfaces coniqnes doot oous avons parlé ci-deſſus, ce qoe l'on a dit des goutes & des couleurs placées dans ces lignes, doit s'entendre des goutes & des couleurs diſtribuées eo tout autre endroit de ces ſurfaces ; par conſéquent le violet ſera répandu dans tout le cercle décrit par l'extrémité E du rayon OE autour de OP ; le rouge dans tout le cercle décrit par F, & les autres couleurs dans les cercles décrits par les points qui ſont entre E & F. Voilà quelle eſt la maniere dont ſe forme l'*arc-en-ciel intérieur*.

Arc-en-ciel extérieur. Quaot au ſecond *arc-en-ciel* qui entoure ordioairement le premier, en aſſignant les goutes qui doivent paroître colorées, nous excluons celles qui partant de l'œil, font des angles un peu au deſſous de 42^d $2'$, mais ooo pas celles qui en font de plus grands.

Car ſi l'on tire de l'œil du ſpectateur une infinité de pareilles lignes, dont quelques-unes faſſent des angles de 50^d $57'$ avec la ligne d'aſpect, par exemple OG; d'antres des angles de 54^d $7'$, par exemple OH, il faut de toute néceſſité que les goutes ſur leſquelles tomberont ces lignes, faſſent voir des couleurs, ſur-tout celles qui forment l'aogle de 50^d $57'$.

Par exemple, la goute G paroîtra rouge, la ligoe GO étant la même qu'un rayon efficace, qui, après deux réflexions & deux réfractions, donne le rouge; de même les goutes ſur leſquelles tombeot les lignes, qui font avec OP des angles de 54^d $7'$, par exemple, la goute H paroîtra couleur de pourpre; la ligne OH étant la même qu'un rayon efficace, qui, après deux réfléxions & deux refractions, donne la couleur de pourpre.

Or s'il y a un nombre ſuffiſant de ces goutes, & que la lumiere du ſoleil ſoit aſſez forte ponr n'être point afoiblie par deux réflexions & réfractions conſécutives, il eſt évident que ces goutes doiveot former uo ſecond *arc* ſemblable au premier. Daos les rayons les moins réfrangibles, le moiodre angle ſous leqoel une goute pent eovoyer des rayons efficaces après deux réflexioos, a été trouvé, par le calcul, de 50^d $57'$, & daos les plos réfrangibles, de 54^d $7'$.

Suppoſons l'œil placé au poiot O, comme ci-devant, & que POG, POH ſoient des angles de 50^d $57'$, & de 54^d $7'$: ſi ces angles tournent autour de leur côté commun OP, avec leurs autres côtés OG, OH, ils décriront les bords de l'*arc-en-ciel* $CHDG$, qu'il faut imagioer, oon pas dans le même plan que la ligne OP, ainſi que la figure le préſente, mais daos nn plan perpendiculaire à cette ligne.

Car ſi GO ſont des goutes placées en qnelque endroit que ce ſoit des ſurfaces enniques décrites par OG, OH, & qu'elles ſoient éclairées par les rayons du ſoleil; comme l'angle SGO eſt égal à l'angle POG de 50^d $57'$, ce ſera le plus petit angle qoi poiſſe être fait par les rayoos les moios réfrangibles après deux réflexions; & par cooſéquent toutes les goutes qui ſe tronvent ſur la ligne OG, enverront à l'œil dans la plus grande abondance poſſible, les rayoos les moins réfrangibles, & feront ſentir par ce moyen le rooge le plus foncé vers la région où elles ſont placées.

De même l'angle SHO étant égal à l'angle POH, qui eſt de 54^d $7'$, ſera le plus petit angle ſous lequel les rayoos les plus réfrangibles puiſſeot ſortir des goutes après deux réflexioos; & par conſéquent ces rayons ſeroot envoyés à l'œil daos la plus grande quantité qu'il ſoit poſſible par les goutes qui ſont placées dans la ligoe OH, & produiroot la ſeoſation du violet le plus foocé dans cet eodroit.

Par la même raiſon, les rayons qoi ont des degrés intermédiaires de réfrangibilité viendront dans la plus grande abondance poſſible des goutes entre G & H, & feront ſentir les couleurs intermédiaires daos l'ordre qu'exigent leurs degrés de réfrangibilité, c'eſt-à-dire, en avançant de G eo H, ou de la partie iotérieure de l'*arc* à l'extérieure, dans cet ordre, le ronge, l'oraogé, le jaûne, le vert, le bleu, l'indigo, & le violet.

Et comme les lignes OG, OH peuvent être ſituées indifféremment en quelque endroit que ce ſoit des ſurfaces coniques, ce qui vient d'être dit des goutes & des couleurs qni ſont ſur ces lignes doit être appliqué aux goutes & aox conleurs qui ſoot eo tout autre endroit de ces ſurfaces.

C'eſt ainſi que ſeront formés deux *arcs* colorés; l'uo intérieur, & compoſé de couleurs plus vives par une ſeule réflexion; & l'autre extérieur, & compoſé de couleurs plus foibles par deux reflexions.

Les couleurs de ces deux *arcs* ſeront daos nn ordre oppoſé l'une à l'égard de l'autre; le premier ayant le rouge en dedans & le pourpre en dehors; & le ſecood le pourpre en dehors & le rouge en dedans, & ainſi dn reſte.

Arc-en-ciel artificiel. Cette explication de l'*arc-en-ciel* eſt coofirmée par une expérience facile: elle cooſiſte à ſuſpeodre une boule de verre pleine d'eau en quelque endroit où elle ſoit expoſée ao ſoleil, & d'y jeter les ieux, en ſe plaçant de telle maniere que les rayons qoi vienent de la boule à l'œil puiſſeot faire avec les rayons du ſoleil un angle de 42 ou de 50^d; car ſi l'angle eſt d'environ 42 ou 43^d, le ſpectateur (ſuppoſé en O) verra un rouge fort vif ſur le côté de la boule oppoſé au ſoleil, comme eo F; & ſi cet angle devieot plus petit, comme il arivera en faiſant deſcendre la boule juſqu'en E, d'autres couleurs paroîtroot ſucceſſivement ſur le même côté de la boole, ſavoir, le jaûne, le vert & le bleu.

Mais ſi l'on fait l'angle d'eoviron 50^d, en hauſſaot la boule juſqu'eo G, il paroîtra du rouge ſur le côté de la boule qui eſt vers le ſoleil, quoiqu'un peu foible; & ſi l'on fait l'angle encore

Digitized by Google

plus grand, en hauſſant la boule juſqu'en *H*, le rouge ſe changera ſucceſſivement en d'autres couleurs en jaûne, vert & bleu. On obſerve la même choſe lorſque, ſans faire changer de place à la boule, on hauſſe ou l'on baiſſe l'œil pour donner à l'angle une grandeur convenable.

On produit encore, comme nous l'avons dit, un *arc-en-ciel artificiel*, en tournant le dos au ſoleil, & jetant en haut de l'eau dont on aura rempli ſa bouche; car on verra dans cette eau des couleurs de l'*arc-en-ciel*, pourvu que les goutes ſoient pouſſées aſſez haut pour que les rayons tirés de ces goutes à l'œil du ſpectateur, faſſent des angles de plus de 41^d avec le rayon *OP*.

Dimenſion de l'arc-en-ciel. Deſcartes a le premier déterminé ſon diametre par une méthode indirecte, avançant que ſa grandeur dépend du degré de réfraction du fluide, & que le ſinus d'incidence eſt à celui de réfraction dans l'eau, comme 250 à 187. *Voyez* RÉFRACTION.

M. Halley a depuis donné, dans les *Tranſactions philoſophiques*, une méthode ſimple & directe de déterminer le diametre de l'*arc-en-ciel*, en ſuppoſant donné le degré de réfraction du fluide, ou réciproquement de déterminer la réfraction du fluide par la connoiſſance que l'on a du diametre de l'*arc-en ciel*. Voici en quoi conſiſte la méthode. 1°. Le raport de la réfraction c'eſt-à-dire, des ſinus d'incidence & de réfraction étant connu, il cherche les angles d'incidence & de réfraction d'un rayon, qu'on ſuppoſe devenir efficace après un nombre déterminé de réflexions, c'eſt-à-dire, il cherche les angles d'incidence & de réfraction d'un faiſceau de rayons infiniment proches, qui, tombant paralleles ſur la goute, ſortent paralleles après avoir ſouffert au dedans de la goute un certain nombre de réflexions déterminé. Voici la regle qu'il donne pour cela. Soit une ligne donnée *AC*, *Opt. Fig.* 49, on la diviſera en *D*, en ſorte que *DC* ſoit à *AC* en raiſon du ſinus de réfraction au ſinus d'incidence; enſuite on la diviſera de nouveau en *E*, en ſorte que *AC* ſoit à *AE* comme le nombre donné de réflexions augmenté de l'unité eſt à cette même unité: on décrira après cela ſur le diametre *AE* le demi-cercle *ABE*; puis du centre *C* & du rayon *CD* on tracera un *arc DB*, qui coupe le demi-cercle au point *B*: on ménera les lignes *AB*, *CB*; *ABC*, ou ſon complément à deux droits, ſera l'angle d'incidence, & *CAB* l'angle de réfraction qu'on demande.

2°. Le raport de la réfraction & l'angle d'incidence étant donnés, on trouvera ainſi l'angle qu'un rayon de lumiere qui ſort d'une boule après un nombre donné de réflexions fait avec la ligne d'aſpect, & par conſéquent la hauteur & la largeur de l'*arc-en-ciel*. L'angle d'incidence & le raport de réfractions étant donnés, l'angle de réfraction l'eſt auſſi. Or, ſi l'on multiplie ce dernier par le double du nombre des réflexions augmenté de 2, & qu'on retranche du produit le double de l'angle d'incidence, l'angle reſtant ſera celui que l'on cherche.

Suppoſons avec M. Newton que le raport de réfraction ſoit comme 108 à 81 pour les rayons rouges, & comme 109 à 81 pour les bleus, &c. le problême précédent donnera les angles ſous leſquels on voit les couleurs.

I. Arc-en-ciel.	rouge 42 d. 11′.	Le ſpectateur ayant le dos tourné au ſoleil, parce que les rayons qui viennent à l'œil du ſpectateur, après une ou deux réflexions, ſont du même côté de la goute que les rayons incidens.
	violet 40 d. 16′.	
II. Arc-en-ciel.	rouge 50 d. 58′.	
	violet 54 d. 59′.	

Si l'on demande l'angle formé par un rayon après trois ou quatre réflexions, & par conſéquent la hauteur à laquelle on devroit apercevoir le troiſieme & le quatrieme *arc-en-ciel*, qui ſont très-rarement & très-peu ſenſibles, à cauſe de la diminution que ſouffrent les rayons par tant de réflexions réitérées, on aura

III. Arc-en-ciel.	rouge 41 d. 37′.	Le ſpectateur ayant le viſage tourné vers le ſoleil, parce que les rayons qui viennent à l'œil du ſpectateur, après trois ou quatre réflexions, ſortent de la goute d'un côté oppoſé à celui par où ils y ſont entrés, & conſéquemment ſont, par raport au ſoleil, d'un autre côté de la goute que les rayons incidens.
	violet 37 d. 9′.	
IV. Arc-en-ciel.	rouge 43 d. 53′.	
	violet 49 d. 53′.	

Il eſt aiſé ſur ce principe de trouver la largeur de l'*arc-en-ciel*; car le plus grand demi-diametre du premier *arc-en-ciel*, c'eſt-à-dire, de ſa partie extérieure, étant de 42^d 11′, & le moindre, ſavoir, de la partie intérieure, de 40^d 16′, la largeur de la bande meſurée du rouge au violet ſera de 1^d 55′; & le plus grand diametre du ſecond *arc* étant de 44^d 9′, & le moindre de 50^d 58′, la largeur de la bande ſera de 3^d 11′, & la diſtance entre les deux *arcs-en-ciel* de 8^d 47′.

On regarde dans ces meſures le ſoleil comme un point; c'eſt pourquoi, comme ſon diametre eſt d'environ 30′, & qu'on a pris juſqu'ici les rayons qui paſſent par le centre du ſoleil, on doit ajouter ces 30′ à la largeur de chaque bande ou *arc* de rouge ou violet; ſavoir, 15′ en deſſous au violet à l'*arc* intérieur, & 15′ en deſſus au rouge

dans

dans le même *arc*; & pour l'*arc-en-ciel* extérieur, 15′ en deſſus au violet, & 15′ en deſſous au rouge; & il faudra retrancher 30′ de la diſtance qui eſt entre les deux *arcs*.

La largeur de l'*arc-en-ciel* intérieur ſera donc de 2ᵈ 25′, & celle du ſecond de 3ᵈ 41′ & leur diſtance de 8ᵈ 17′. Ce ſont-là les dimenſions de l'*arc-en-ciel*, & elles ſont conformes à très-peu-près à celle que l'on trouve en meſurant un *arc-en-ciel* avec des inſtrumens.

Phénomenes particuliers de l'arc-en-ciel. Il eſt aiſé de déduire de cette théorie tous les phénomenes particuliers de l'*arc-en-ciel*: 1°. par exemple, pourquoi l'*arc-en-ciel* eſt toujours de même largeur? c'eſt parce que les degrés de réfrangibilité des rayons rouges & violets qui forment ſes couleurs extrêmes, ſont toujours les mêmes.

2°. Pourquoi on voit quelquefois les jambes de l'*arc-en-ciel* contiguës à la ſurface de la terre, & pourquoi d'autres fois ces jambes ne vienent pas juſqu'à terre? c'eſt parce qu'on ne voit l'*arc-en-ciel* que dans les endroits où il pleut: or ſi la pluie eſt aſſez étendue pour occuper un eſpace plus grand que la portion viſible du cercle que décrit le point *E*, on verra un *arc-en-ciel* qui ira juſqu'à terre, ſinon l'on ne verra d'*arc-en-ciel* que dans la partie du cercle occupée par la pluie.

3°. Pourquoi l'*arc-en-ciel* change de ſituation à meſure que l'œil en change; pourquoi, pour parler comme le vulgaire, il fuit ceux qui le ſuivent, & ſuit ceux qui le fuient? c'eſt que les goutes colorées ſont diſpoſées ſous un certain angle autour de la ligne d'aſpect, qui varie à meſure qu'on change de place. De là vient auſſi que chaque ſpectateur voit un *arc-en-ciel* différent.

Au reſte, ce changement de l'*arc-en-ciel* pour chaque ſpectateur, n'eſt vrai que rigoureuſement parlant; car les rayons du ſoleil étant cenſés paralleles, deux ſpectateurs voiſins l'un de l'autre ont aſſez ſenſiblement le même *arc-en-ciel*.

4°. D'où vient que l'*arc-en-ciel* forme une portion du cercle, tantôt plus grande & tantôt plus petite? c'eſt que ſa grandeur dépend du plus ou moins d'étendue de la partie de la ſuperficie conique, qui eſt au deſſus de la ſurface de la terre dans le temps qu'il paroît; & cette partie eſt plus grande ou plus petite, ſuivant que la ligne d'aſpect eſt plus inclinée ou oblique à la ſurface de la terre, cette obliquité augmentant à proportion que le ſoleil eſt plus élevé, ce qui fait que l'*arc-en-ciel* diminue à proportion que le ſoleil s'éleve.

5°. Pourquoi l'*arc-en-ciel* ne paroît jamais lorſque le ſoleil eſt élevé d'une certaine hauteur? c'eſt que la ſurface conique ſur laquelle il doit paroître eſt cachée ſous terre lorſque le ſoleil eſt élevé de plus de 42ᵈ; car alors la ligne *O P*, parallele aux rayons du ſoleil, fait avec l'horizon en deſſous un angle de plus de 42ᵈ, & par conſéquent la ligne *O E*, qui doit faire un angle de 42ᵈ avec *O P*, eſt au deſſous de l'horizon, de ſorte que le rayon *E O* rencontre la ſurface de la terre, & ne ſaurait ariver à l'œil. On voit auſſi que ſi le ſoleil eſt plus élevé de 42ᵈ, mais moins que 52, on verra l'*arc-en-ciel* extérieur, ſans l'*arc-en-ciel* intérieur.

6°. Pourquoi l'*arc-en-ciel* ne paroît jamais plus grand qu'un demi-cercle? le ſoleil n'eſt jamais viſible au deſſous de l'horizon, & le centre de l'*arc-en-ciel* eſt toujours dans la ligne d'aſpect; or dans le cas où le ſoleil eſt à l'horizon, cette ligne raſe la terre, donc elle ne s'éleve jamais au deſſus de la ſurface de la terre.

Mais ſi le ſpectateur eſt placé ſur une éminence conſidérable, & que le ſoleil ſoit dans ou ſous l'horizon, alors la ligne d'aſpect dans laquelle eſt le centre de l'*arc-en-ciel*, ſera conſidérablement élevée au deſſus de l'horizon, & l'*arc-en-ciel* pour lors ſera plus d'un demi-cercle; & même ſi le lieu eſt extraordinairement élevé, & que la pluie ſoit proche du ſpectateur, il peut ariver que l'*arc-en-ciel* forme un cercle entier.

7°. Comment l'*arc-en-ciel* peut paroître interrompu & trouqué à ſa partie ſupérieure? rien n'eſt plus ſimple à expliquer. Il ne faut pour cela qu'un nuage qui intercepte les rayons, & les empêche de venir de la partie ſupérieure de l'*arc* à l'œil du ſpectateur; car dans ce cas, n'y ayant que la partie inférieure qui ſoit vue, l'*arc-en-ciel* paroîtra trouqué à ſa partie ſupérieure. Il peut encore ariver qu'on ne voie que les deux jambes de l'*arc-en-ciel*, parce qu'il ne pleut point à l'endroit où devroit paroître la partie ſupérieure de l'*arc-en-ciel*.

8°. Par quelle raiſon l'*arc-en-ciel* peut paroître quelquefois renverſé? ſi le ſoleil étant élevé de 41ᵈ 46′ ſes rayons tombent ſur la ſurface de quelque lac ſpacieux, dans le milieu duquel le ſpectateur ſoit placé, & qu'en même temps il pleuve, les rayons venant à ſe réfléchir dans les goutes de pluie, produiront le même effet que ſi le ſoleil étoit ſous l'horizon, & que les rayons vinſſent de bas en haut; ainſi, la ſurface du cône ſur laquelle les goutes colorées doivent être placées, ſera tout-à-fait au deſſus de la ſurface de la terre. Or, dans ce cas, ſi la partie ſupérieure eſt couverte par des nuages & qu'il n'y ait que ſa partie inférieure ſur laquelle les goutes de pluie tombent, l'*arc* ſera renverſé.

9°. Pourquoi l'*arc-en-ciel* ne paroît pas toujours exactement rond, & qu'il eſt quelquefois incliné? c'eſt que la rondeur exacte de l'*arc en-ciel* dépend de ſon éloignement, qui nous empêche d'en juger: or, ſi la pluie qui le forme eſt près de nous, on apercevra ſes irrégularités; & ſi le vent chaſſe la pluie, en ſorte que ſa partie ſupérieure ſoit plus ſenſiblement éloignée de l'œil que l'inférieure, l'*arc* paroîtra incliné; en ce cas l'*arc-en-ciel* pourra paroître ovale, comme le paroît un cercle incliné vu d'aſſez loin.

10.° Pourquoi les jambes de l'*arc-en-ciel* paroiſſent quelquefois inégalement éloignées? ſi la pluie ſe termine du côté du ſpectateur dans un plan

tellement incliné à la ligne d'aſpect, que le plan de la pluie forme avec cette ligne un angle aigu du côté du ſpectateur, & un angle obtus de l'autre côté, la ſurface du cône ſur lequel ſont placées les goutes qui doivent faire paroître l'*arc-en-ciel*, ſera tellement diſpoſée, que la partie de cet *arc* qui ſera du côté gauche, paroîtra plus proche de l'œil que celle du côté droit.

C'eſt un phénomene fort rare de voir en même temps trois *arcs en-ciel*; les rayons colorés du troiſieme ſont toujours fort foibles, à cauſe de leurs triples réflexions: auſſi ne peut-on jamais voir un troiſieme *arc-en-ciel*, à moins que l'air ne ſoit entiérement noir par-devant, & fort clair par-derriere.

M. Halley a vu, en 1698, à Cheſter trois *arcs-en-ciel* en même temps, dont deux étoient les mêmes que l'*arc-en-ciel* intérieur & l'extérieur qui paroiſſent ordinairement. Le troiſieme étoit preſqu'auſſi vif que le ſecond, & ſes couleurs étoient arangées comme celles du premier *arc-en-ciel*; ſes deux jambes repoſoient à terre au même endroit où repoſoient celles du premier *arc-en-ciel*; & il coupoit en haut le ſecond *arc-en-ciel*, diviſant à peu près cet *arc* en trois parties égales. D'abord on ne voyoit pas la partie de cet *arc* qui étoit à gauche; mais elle parut enſuite fort éclatante: les points où cet *arc* coupoit l'*arc* extérieur, parurent enſuite ſe raprocher, & bientôt la partie ſupérieure du troiſieme *arc en-ciel* ſe confondit avec l'*arc-en ciel* extérieur. Alors l'*arc-en-ciel* extérieur perdit ſa couleur en cet endroit, comme cela arive lorſque les couleurs ſe confondent & tombent les unes ſur les autres; mais aux endroits où les deux couleurs rouges tomberent l'une ſur l'autre en ſe coupant, la couleur rouge parut avec plus d'éclat que celle du premier *arc-en-ciel*. M. Senguerd a vu en 1685 un phénomene ſemblable, dont il fait mention dans ſa *Phyſique*. M. Halley faiſant attention à la maniere dont le ſoleil luiſoit, & à la poſition du terrain qui recevoit ſes rayons, croit que ce troiſieme *arc-en-ciel* étoit cauſé par la réflexion des rayons du ſoleil qui tomboient ſur la riviere Dée qui paſſe à Cheſter.

M. Celſius a obſervé à Dalécarlie, province de Suede, très-coupée de lacs & de rivieres, un phénomene à peu près ſemblable, le 8 Août 1743, vers les 6 à 7 heures du ſoir, le ſoleil étant à 11d 30′ de hauteur; & le premier qui en ait obſervé de pareils, a été M. Étienne, Chanoine de Chartres le 10 Août 1665. *Voyez le Journ. des Sav. & les tranſact. phil. de* 1666, *& l'Hiſt. acad. des Scienc. an.* 1742.

Vitellion dit avoir vu à Padoue quatre *arcs-en-ciel* en même temps; ce qui peut fort bien ariver, quoique Vicomercatus ſoutiene le contraire.

M. Langwith a vu en Angleterre un *arc-en-ciel* ſolaire avec ſes couleurs ordinaires; & ſous ce premier *arc-en-ciel* on en voyoit un autre, dans lequel il y avoit tant de vert, qu'on ne pouvoit diſtinguer ni le jaûne ni le bleu. Dans un autre temps, il parut encore un *arc-en-ciel* avec ſes couleurs ordinaires, au deſſus duquel on remarquoit un *arc* bleu d'un jaûne clair en haut, & d'un vert foncé en bas. On voyoit de temps en temps au deſſous deux *arcs* de pourpre rouge, & deux de pourpre vert. Le plus bas de tous ces *arcs* étoit de couleur de pourpre, mais fort foible; & il paroiſſoit & diſparoiſſoit à diverſes repriſes. M. Muſſchembroëk explique ces différentes apparences par les obſervations de Newton ſur la lumiere. *Voyez l'Eſſai de Phyſ. de cet auteur, art.* 1611.

ARC-EN-CIEL *lunaire*. La lune forme auſſi quelquefois un *arc-en-ciel* par la réfraction que ſoufrent ſes rayons dans les goutes de pluie qui tombent la nuit. *Voyez* LUNE. Arioſte dit qu'on ne l'avoit point remarqué avant lui, & qu'on ne l'aperçoit qu'à la pleine lune. Sa lumiere dans d'autres temps eſt trop foible pour fraper la vue après deux réfractions & une réflexion.

Ce Philoſophe nous apprend qu'on vit paroître de ſon temps un *arc-en-ciel* lunaire, dont les couleurs étoient blanches. Gemma Friſius dit auſſi qu'il en a vu un coloré; ce qui eſt encore confirmé par M. Verdriers, & par Dan Sennert, qui en a obſervé un ſemblable en 1599. Snellius dit en avoir vu deux en deux ans de temps, & R. Plot en a remarqué un en 1675. En 1711, il en parut un dans la Province de Darbyshire en Angleterre.

L'*arc-en-ciel* lunaire a toutes les mêmes couleurs que le ſolaire, excepté qu'elles ſont preſque toujours plus foibles, tant à cauſe de la différente intenſité des rayons, qu'à cauſe de la différente diſpoſition du milieu. M. Toresby, qui a donné la deſcription d'un *arc-en-ciel* lunaire dans les *Tranſ. phil. n.°* 331, dit que cet *arc* étoit admirable par la beauté & l'éclat de ſes couleurs; il dura environ dix minutes, après quoi un nuage en déroba la vue.

M. Weidler a vu en 1719 un *arc-en-ciel* lunaire, lorſque la lune étoit à demi-pleine, dans un temps calme, & où il pleuvoit un peu; mais à peine put-il reconoître les couleurs; les ſupérieures étoient un peu plus diſtinctes que les inférieures: l'*arc* diſparut lorſque la pluie vint à ceſſer. M. Muſſchembroëk dit en avoir obſervé un le premier octobre 1729, vers les 10 heures du ſoir; il pleuvoit très-fort à l'endroit où il voyoit l'*arc-en-ciel*, mais il ne put diſtinguer aucune couleur, quoique la lune eût alors beaucoup d'éclat. Le même auteur raporte que le 27 août 1736, à la même heure, on vit à Yſſelſtein un *arc-en-ciel* lunaire fort grand, fort éclatant; mais cet *arc-en-ciel* n'étoit par-tout que de couleur jaûne.

ARC-EN-CIEL *marin*. L'*arc-en-ciel* marin eſt un phénomene qui paroît quelquefois lorſque la mer eſt extrêmement tourmentée, & que le vent agitant la ſuperficie des vagues, fait que les rayons du ſoleil, qui tombent deſſus s'y rompent & y peignent les mêmes couleurs que dans les goutes

Digitized by Google

de pluie ordinaires. M. Bowrzes obſerve dans les *Tranſactions philoſophiques*, que les couleurs de l'*arc-en-ciel* marin ſont moins vives, moins diſtinctes, & de moindre durée que celles de l'*arc-en-ciel* ordinaire, & qu'on y diſtingue à peine plus de deux couleurs; ſavoir du jaûne du côté du ſoleil, & un vert pâle du côté oppoſé.

Mais ces *arcs* ſont plus nombreux, car on en voit ſouvent 20 ou 30 à la fois; ils paroiſſent à midi, & dans une poſition contraire à l'*arc-en-ciel*, c'eſt à dire, renverſés; ce qui eſt une ſuite néceſſaire de ce que nous avons dit en expliquant les phénomenes de l'*arc-en-ciel* ſolaire.

On peut encore raporter à cette claſſe une eſpece d'*arc-en-ciel* blanc, que Menzelius & d'autres diſent avoir obſervé à l'heure de midi. M. Mariote, dans ſon *Eſſai de Phyſique*, dit que ces *arcs-en-ciel* ſans couleurs, ſe forment dans les brouillards, comme les autres ſe ſont dans la pluie; & il aſſure en avoir vu à trois différentes fois, tant le matin après le lever du ſoleil, que la nuit à la clarté de la lune.

Le jour qu'il vit le premier, il avoit fait un grand brouillard au lever du ſoleil; une heure après le brouillard ſe ſépara par intervalles. Un vent qui venoit du levant ayant pouſſé un de ces brouillards ſéparés à deux ou trois cents pas de l'obſervateur, & le ſoleil dardant ſes rayons deſſus, il parut un *arc-en-ciel* ſemblable, pour la figure, la grandeur & la ſituation, à l'*arc-en-ciel* ordinaire. Il étoit tout blanc, hors un peu d'obſcurité qui le terminoit à l'extérieur; la blancheur du milieu étoit très-éclatante, & ſurpaſſoit de beaucoup celle qui paroiſſoit ſur le reſte du brouillard: l'*arc* n'avoit qu'environ un degré & demi de largeur. Un autre brouillard ayant été pouſſé de même, l'obſervateur vit un autre *arc-en-ciel* ſemblable au premier. Ces brouillards étoient ſi épais qu'il ne voyoit rien au delà.

Il attribue ce défaut de couleurs à la petiteſſe des vapeurs imperceptibles qui compoſent les brouillards: d'autres croient plutôt qu'il vient de la ténuité exceſſive des petites véſicules de la vapeur, qui n'étant en effet que de petites pellicules aqueuſes remplies d'air, ne rompent point aſſez les rayons de lumiere, outre qu'elles ſont trop petites pour ſéparer les différens rayons colorés. De là vient qu'elles réfléchiſſent les rayons auſſi compoſés qu'elles les ont reçus, c'eſt-à-dire, blancs.

Rohault parle d'un *arc-en-ciel* qui ſe forme dans les prairies par la réfraction des rayons du ſoleil dans les goutes de roſée. *Traité de Phyſique*.

Nous ne nous arrêterons pas ici à expoſer les ſentimens ridicules des anciens philoſophes ſur l'*arc-en-ciel*. Pline & Plutarque raportent que les prêtres dans leurs offrandes ſe ſervoient par préférence du bois ſur lequel l'*arc-en-ciel* avoit repoſé, & qui en avoit été mouillé, parce qu'ils s'imaginoient, on ne ſait pourquoi, que ce bois rendoit une odeur bien plus agréable que les autres. *Voyez l'Eſſai de Phyſique de* Muſſch. d'où nous avons tiré une partie de cet article. *Voyez auſſi le Traité des météores de* Deſcartes, l'*Optique* de Newton, les *Lectiones optica* de Barow, & le quatrieme volume des *Œuvres* de Jean Bernoulli, imprimées à Lauſanne, 1743. On trouve dans ces différens ouvrages & dans pluſieurs autres, la théorie de l'*arc-en ciel*.

Finiſſons cet article par une réflexion philoſophique. On ne ſait pas pourquoi une pierre tombe, & on ſait la cauſe des couleurs de l'*arc-en-ciel*, quoique ce phénomene ſoit beaucoup plus ſurprenant que le premier pour la multitude. Il ſemble que l'étude de la nature ſoit propre à nous enorgueillir d'une part, & à nous humilier de l'autre. (*O*).

* Pour faire aiſément concevoir les phénomenes de l'*arc-en-ciel*, Muſſchembroëk a imaginé une machine, par le moyen de laquelle on les repréſente tous aiſément, & d'une maniere très-claire. *AAAA*, *Fig.* 50, eſt une table à quatre pieds, ouverte à ſon milieu, afin qu'on puiſſe faire monter & deſcendre à travers cette table un corps conique. *BC* eſt la moitié d'un cône, dont le ſommet eſt en *D*. Ce ſommet eſt apuié ſur un axe tranſverſal ſur lequel tourne le cône *BC* & ſur lequel il s'éleve au deſſus de la table, ou ſur lequel il s'abaiſſe au deſſous: à l'extrémité du même ſommet eſt adapté un œil de la grandeur ordinaire de l'œil d'un homme, & qui ſert à repréſenter l'œil du ſpectateur: outre cela, une verge de fer longue de trois pieds eſt adaptée au cône & à l'axe, l'extrémité de cette verge ſe termine par un manche *M*: un globe doré *S* eſt enfilé ſur cette verge, & ce globe repréſente le ſoleil; la baſe du cône *B* eſt entourée d'une large bande ſémi-circulaire, ſur laquelle on peint les ſept couleurs de l'iris: le côté du cône forme avec l'axe un angle de 40d 17′: la largeur de la bande peinte ſur la baſe du cône, eſt de près de deux degrés, conformément à la largeur ordinaire d'une iris principale. *E*, *E*, ſont deux plans triangulaires mobiles, dont le centre du mouvement eſt placé au deſſus du ſommet du cône; ces deux plans ſont conſtament appliqués à chaque côté du cône: ils ſervent à cacher l'échancrure faite à la table, & repréſentent en même temps l'horizon. On verra dans la *Figure* 2 comment ils ſont conſtament appliqués aux deux côtés du cône. Cela poſé, lorſque la tige de fer, ainſi que le ſoleil *S*, eſt parallele à l'horizon, la moitié du cône eſt au deſſus de la table, & l'œil du ſpectateur qui eſt en *D*, voit la bande colorée ſémi-circulaire placée à la baſe du cône: mais, lorſque la main de l'obſervateur ſaiſit le manche de la tige de fer & éleve le ſoleil *S*, le cône s'abaiſſe, ainſi que le limbe qui eſt adhérent à la baſe du cône, qui alors devient moindre qu'un demi-cercle. Si on éleve encore le ſoleil *S*, on abaiſſe toujours dans la même proportion le cône,

& conſéquemment l'*arc* qui repréſente l'iris diminue auſſi ; ce qui a lieu juſqu'à ce que le ſoleil *S* ſoit élevé à 42^{d} 1' ; car alors tout l'*arc-en-ciel* ſe trouve au deſſus de l'horizon, & les plans *E*, *E* couvrent entiérement le cône. Ce limbe coloré appliqué à la baſe du cône, repréſente la pluie qui tombe au devant & au loin du ſpectateur, dans le temps qu'on obſerve dans le ciel un ample *arc-en-ciel*. Mais, comme il arive quelquefois que l'*arc-en-ciel* paroît plus petit, lorſque la pluie qui tombe n'eſt pas éloignée du ſpectateur, il y a ſur cette machine un autre *arc* plan *L*, ſur lequel on peint les ſept couleurs de l'iris, qui eſt placé à une plus proche diſtance du ſommet du cône, & dont la largeur eſt proportionée, de façon que cet *arc* forme un demi-cercle ſur l'horizon, lorſque le ſoleil eſt à l'horizon, & qu'il eſt tout-à-fait caché par les plans *E*, *E*, lorſque le ſoleil eſt élevé à 42^{d} 2' au deſſus de l'horizon : on repréſente donc aiſément, à l'aide de cette machine, comment il arive que l'*arc-en-ciel* paroiſſe quelquefois très-ample, & quelquefois très petit.

Il y a outre cela ſur cette machine un autre limbe *N*, placé au deſſus du premier limbe *L* ; ce limbe *N* repréſente la ſeconde iris, & les couleurs de cette derniere y ſont peintes dans un ordre renverſé. On a donné à ce dernier limbe une largeur ſuffiſante, pour que cette iris paroiſſe à l'œil du ſpectateur placé en *D*, de 3^{d} 8' de largeur. Ce limbe repréſente un demi-cercle au deſſus de la table, lorſque le ſoleil *S* eſt placé dans le plan de cette table, ou ſe trouve à l'horizon. Mais lorſque le ſoleil *S* eſt élevé à 54^{d} 7' au deſſus de l'horizon, ce limbe deſcend au deſſous de l'horizon, & ſe dérobe à l'œil du ſpectateur. Les bords intérieurs des plans *E*, *E*, ceux qui ſont contigus, & qui touchent les côtés du cône, ſont auſſi peints des mêmes couleurs que l'iris ; ils ont les mêmes dimenſions que l'iris elle-même dans l'endroit où ils touchent le limbe de la baſe *B* : mais leur largeur va toujours en diminuant, & ils ſe terminent en un point auprès du ſommet du cône. Ces bords colorés repréſentent les jambes de l'iris, celles qu'on remarque à la campagne dans une iris naturele, lorſqu'une nuée qui lance la pluie paſſe ſur la tête du ſpectateur, & fait tomber des gontes de plnie qui s'atachent à l'herbe. La *Figure* 51 repréſente la même machine, mais vue par-derriere : on y voit même le limbe coloré qui eſt adhérent à la baſe du cône. Les plans triangulaires *E*, *E*, ſont tirés par les cordes *H*, *H*, qui paſſent ſur la circonférence de deux poulies horizontales *K*, *K*, pour venir embraſſer les gorges de deux autres poulies verticales *R*, *R* : on atache aux extrémités de ces cordes deux poids *P*, *P*, par le moyen deſquels les deux plans ſont conſtament tirés & appliqués contre les côtés du cône ; & par ce moyen l'échancrure faite à la table eſt continuélement cachée, & les plans *E*, *E* repréſentent l'horizon. On peut conſulter ſur cela, & ſur ce qui y a raport, les *Tranſactions philoſophiques d'Angleterre*, n. 240, 267, 275 ; les *Notes* de Clarck, ſur la *Phyſique* de Rohaut, *part. III*, *chap.* 27 ; les *Ouvrages* de Jean Bernoulli, *vol. IV*, *pag.* 197 ; l'*Optique* de Newton, & ſes *Leçons d'Optique* ; *Smith compleat ſyſtem of Optiks*, Book. 2, *c.* 10 ; Martin, dans ſa *Philoſoph. Britann.*, *vol. II*. Le célebre Nocétus a décrit l'iris dans ſes vers, d'une maniere fort élégante (+).

ARCHITECTURE *hydraulique*, ſ. f. Application des principes de l'Hydrodynamique à la conſtruction de tous les ouvrages méchaniques où l'action d'un fluide quelconque, eau, air, vapeur de l'eau, *&c.*, eſt employée, ſoit comme puiſſance motrice, ſoit comme réſiſtance à combatre ou à vaincre, ſoit de toutes ces manieres à la fois.

On voit par-là qu'en général toutes les machines hydrauliques, les moulins, les pompes, les chapelets, la conſtruction des digues, des bâtardeaux, des épis, des canaux de navigation, *&c.*, ſe raportent à l'*architecture hydraulique*.

L'ouvrage de M. Belidor ſur cette matiere, quoique défectueux en pluſieurs endroits du côté de la théorie, renferme une multitude de détails très-utiles dans la pratique.

M. Fabre, Ingenieur hydraulique du pays de Provence, & correſpondant de l'Académie royale des Sciences, *&c.*, a publié en 1783, un ouvrage *ſur la maniere de conſtruire les machines hydrauliques, & en particulier les moulins à blé* : ouvrage excellent, plein de recherches nouveles, & où la théorie & l'expérience ſont très utilement combinées enſemble. (*L. B.*)

ARCTIQUE, adj. c'eſt, en *Aſtronomie*, une épithete qu'on a donnée au pole ſeptentrional, ou au pole qui s'éleve ſur notre horizon. *Voyez* POLE.

Le pole ſeptentrional a été appelé *pole arctique*, du mot grec ἄρκτος, qui ſignifie *ourſe* ; d'où l'on a fait le terme *arctique*, épithete qu'on a donnée au pole ſeptentrional ; parce que la derniere étoile ſituée dans la queue de la petite ourſe, en eſt très-voiſine. *Voyez* OURSE.

Le *cercle polaire arctique* eſt un petit cercle de la ſphere parallele à l'équateur, & éloigné du pole *arctique* de 23^{d} 28'. C'eſt de ce pole qu'il prend le nom d'*arctique*.

Ce cercle & le cercle polaire *antarctique* ſon oppoſé, ſont déterminés par les poles de l'écliptique. On peut les concevoir décrits par le mouvement des pules de l'écliptique antour des poles de l'équateur ou dn monde. Depuis ce cercle juſqu'au pole *arctique*, eſt compriſe la partie de la terre appelée *zône froide ſeptentrionale*. Les obſervations faites en 1736 par les aſtronomes de l'Académie des Sciences pour déterminer la figure de la terre, ont été faites ſous le cercle polaire *arctique*. *Voyez* FIGURE DE LA TERRE.

Proclus & les anciens Grecs appeloient cercle *arctique*, celui qui eſt tout entier ſur l'horizon,

tel ſeroit à Paris le cercle éloigné de 41° 10′ de l'équateur.

ARCTOPHYLAX, *terme d'Aſtronomie*; nom d'une conſtellation qu'on appele ordinairement le *Bouvier*. *Arctophylax* ſignifie *gardien de l'ourſe*: il eſt dérivé des deux mots grecs ἄρκτος, *ourſe*, & φυλάκω, *je garde*. La conſtellation du Bouvier eſt ainſi appelée, parce qu'elle ſe trouve près de la grande & de la petite ourſe. (*O*).

ARCTURUS, (*Aſtron.*) en grec ἀρκτοῦρος dérivé d'ἄρκτος, *ourſe*, & de οὐρὰ *queue*; c'eſt une étoile fixe de premiere grandeur, ſituée dans la conſtellation du bouvier, vers laquelle ſe dirige la queue de la grande ourſe. *Voyez* Bouvier. *Voyez auſſi* Ourse & Constellation. On l'appele en Arabe *Arameck*.

Cette étoile a été fort célebre chez les anciens, comme on le voit par ce vers de Virgile:

Arcturum, pluviaſque Hyadas, geminoſque Triones.

Il en eſt auſſi parlé dans l'Écriture en pluſieurs endroits, comme on le voit par ces paſſages: *Qui fecit arcturum, & oriona, & hyadas, & interiora auſtri*, Job, c. IX, v. 9. & c. XXXVIIJ, v. 31. *Numquid conjungere valebis micantes ſtellas plejadas, aut gyrum arcturi poteris diſſipare?* Mais il eſt douteux ſi le mot hébreu convient en effet à cette étoile.

Ce qu'il y a de plus remarquable dans cette étoile eſt le mouvement propre qu'on y obſerve, de quatre minutes par ſiecle, quantité dont cette étoile avance vers le midi & diminue de latitude, ce qui paroît venir d'un déplacement phyſique de cette étoile; il n'y en a aucune où il ſoit plus ſenſible; ſuivant les obſervations de Flamſteed, la latitude d'*arcturus* en 1690 étoit de 30° 57′ 0″; ſuivant la Caille, en 1750 elle n'étoit que de 30° 54′ 31″ ce qui fait une diminution de 2′ 29″ pour 60 ans ou de 4′ 8″ par ſiecle, & comme cette latitude devroit diminuer de 15″ par la cauſe générale, il reſte 3′ 53″ pour le changement particulier propre à cette étoile & qui annonce un déplacement. J'ai fait voir que le ſoleil avec tout notre ſyſtême, éprouve un ſemblable déplacement. *Voyez* Soleil. (*D. L.*)

ARCTUS, ἄρκτος, ſub. m. (*Aſtronomie*); c'eſt le nom que les Grecs ont donné à deux conſtellations de l'hémiſphere ſeptentrional, que nous appelons *la petite ourſe* & *la grande ourſe*. *Voyez* Ourse.

ARÉOMETRE, ſ. m. (*Hyd.*); inſtrument qui ſert à meſurer la denſité ou la peſanteur des fluides. *Voyez* Fluide, Gravité, Pesanteur & Densité.

L'*aréometre* ordinairement eſt de verre; il conſiſte en un globe rond & creux, qui ſe termine en un tube long, cylindrique & petit; on ferme ce tube hermétiquement, après avoir fait entrer dans le globe autant de mercure qu'il en faut pour fixer le tube dans une poſition verticale, lorſque l'inſtrument eſt plongé dans l'eau. On diviſe ce tube en degrés, comme on voit, *Hyd. Figure* 10; & l'on eſtime la peſanteur d'un fluide, par le plus ou le moins de profondeur à laquelle le globe deſcend, en ſorte que le fluide dans lequel il deſcend le moins bas eſt le plus peſant; & celui dans lequel il deſcend le plus bas, eſt le plus léger.

En effet, c'eſt une loi générale, qu'un corps peſant s'enfonce dans un fluide, juſqu'à ce qu'il occupe dans ce fluide la place d'un volume qui lui ſoit égal en peſanteur: de là il s'enſuit que plus un fluide eſt denſe, c'eſt-à-dire, plus il eſt peſant, plus la partie du fluide qui ſera égale en poids à l'*aréometre*, ſera d'un petit volume, & par conſéquent le volume de fluide que l'*aréometre* doit déplacer ſera auſſi d'autant plus petit, que le fluide eſt plus peſant: ainſi, plus le fluide eſt peſant, moins l'*aréometre* doit s'y enfoncer. Il doit donc s'enfoncer moins dans l'eau que dans le vin, moins dans le vin que dans l'eau-de-vie, *&c.* comme il arive en effet.

Il y a un autre *aréometre* de l'invention de M. Hombert: on en trouve la deſcription ſuivante dans les *Tranſact. philoſ. n°.* 262. *A*, *Fig.* 11, eſt une bouteille de verre ou matras, dont le col *C B* eſt ſi étroit, qu'une goute d'eau y occupe cinq ou ſix lignes: à côté de ce col eſt un petit tube capillaire *D* de la longueur de ſix pouces, & parallele au col *C B*. Pour remplir ce vaiſſeau, on verſe la liqueur par l'orifice *B*, dans lequel on peut mettre un petit entonoir; on verſera juſqu'à ce qu'on voie ſortir la liqueur par l'orifice *D*, c'eſt-à-dire, juſqu'à ce qu'elle ſoit dans le col *C B*, à la hauteur *C*; par ce moyen, on aura toujours le même volume ou la même quantité de liqueur; & conſéquemment, on pourra trouver par le moyen d'une balance, qu'elle eſt, parmi les différentes liqueurs dont on aura rempli cet *aréometre*, celle dont la peſanteur abſolue eſt la plus grande, ou qui peſe le plus.

Il faut avoir quelque égard à la ſaiſon de l'année, & au degré de chaleur ou de froid qui regne dans l'air; car il y a des liqueurs que la chaleur raréfie, & que le froid condenſe beaucoup plus que d'autres, & qui occupe plus ou moins d'eſpace, ſelon qu'il fait plus ou moins chaud ou froid. *Voyez* Pesanteur spécifique, Raréfaction, *&c.*

À l'aide de cet inſtrument, ſon ſavant auteur a conſtruit la table ſuivante, qui montre, tant pour l'été que pour l'hiver, les différentes peſanteurs ſpécifiques des fluides, dont l'uſage eſt le plus ordinaire en Chimie.

Digitized by Google

Aréometre plein de	pesé en été			en hiver.		
	Onc.	*Drag.*	*Gr.*	*Onc.*	*Drag.*	*Gr.*
Vif-argent.	11	00	06	11	00	32
Huile de tartre. . .	01	03	08	01	03	31
Eſprit d'urine. . . .	01	00	32	01	00	43
Huile de vitriol. . .	01	03	58	01	04	03
Eſprit de nitre. . .	01	10	40	01	10	70
Sel.	01	00	39	01	00	47
Eau-forte.	01	01	38	01	01	55
Eſprit de vin . . .	00	06	47	00	06	61
Eau de riviere. . .	00	07	53	00	07	57
Eau diſtillée. . . .	00	07	50	00	07	54

L'inſtrument vide peſoit une drachme vingt huit grains.

Une autre méthode pour connoître le degré de peſanteur d'un fluide, eſt de ſuſpendre une maſſe de verre maſſif & de figure ronde à un crin de cheval, que l'on atache au deſſous d'un petit plat: cette maſſe ainſi ſuſpendue dans l'air à une balance bien juſte, demeure en équilibre avec un poids fait en forme de baſſin, & ſuſpendu à l'autre bras de la balance; on plonge enſuite le corps de verre dans la liqueur dont on veut examiner la peſanteur, & ſur le champ l'autre bras de la balance s'éleve & devient plus léger, parce que le corps de verre a perdu dans la liqueur une partie de ſon poids: on met enſuite ſur le petit plat auquel le crin de cheval eſt ataché, autant de poids qu'il en faut pour que l'équilibre ſoit rétabli; & ces poids ajoutés indiquent ce que la maſſe de verre a perdu de ſon poids dans la liqueur: or le poids que ce corps a perdu eſt égal au poids d'un pareil volume de la liqueur; donc on connoît par-là ce que peſe un volume de la liqueur égal à celui du petit corps de verre.

M. Muſſchembroëk paroît préférer cette derniere méthode à toutes les autres qu'on a imaginées pour peſer les liqueurs. Il prétend que la méthode de M. Homberg en particulier a ſes inconvéniens, parce que la vertu attractive du tuyau étroit, fait que la liqueur y monte plus haut que dans le col large; & comme les liqueurs ont une vertu attractive différente, il devra y avoir auſſi une grande différence entre les hauteurs dans le col large, lorſqu'elles ſeront élevées juſqu'à l'orifice du tuyau étroit.

Si, au haut de la tige de l'*aréometre*, on met quelque petite lame de métal, *&c.* il s'enfonce plus avant, quoique dans la même liqueur. En effet, la partie plongée de l'*aréometre* ſouleve autant de liqueur qu'il en faut, pour faire équilibre à l'inſtrument entier. S'il peſe une once, par exemple, il ſouleve moins d'eau que de vin, quant au volume, parce qu'il faut plus de vin que d'eau pour le poids d'une once; & comme il ne fait monter la liqueur qu'en s'enfonçant, il doit donc plonger plus avant dans celle qui eſt la plus légere. Si l'on augmente le poids de l'*aréometre* par addition de quelque lame de métal ou autrement, il s'enfonce plus avant, quoique dans la même liqueur; parce qu'alors il en faut une plus grande quantité pour lui faire équilibre. (*M.* Formey.)

Cela ſert à expliquer divers faits. Si tous les corps qui flotent, s'enfoncent plus ou moins, ſuivant la denſité du fluide, une barque chargée en mer aura donc moins de parties hors de l'eau, ſi elle vient à remonter une riviere; car l'eau ſalée peſe plus que la douce, & les nageurs aſſurent qu'ils en ſentent bien la différence. On doit donc avoir égard à cet effet, & ne pas rendre la charge auſſi grande qu'elle pouroit l'être, ſi l'on prévoit qu'on doive paſſer par une eau moins chargée de ſel, que celle où l'on s'embarque. On a vu quelquefois des îles flotantes, c'eſt-à-dire, des portions de terre aſſez conſidérables qui ſe détachent du continent, & ſe trouvant moins peſantes que l'eau, ſe ſoutienent à la ſurface, & flotent au gré des vents. L'eau mine peu à peu certains terrains, qui ſont plus propres que d'autres à ſe diſſoudre: ces ſortes d'excavations s'augmentent avec le temps, & s'étendent au loin: le deſſus demeure lié par les racines des plantes & des arbres, & le ſol n'eſt ordinairement qu'une terre bitumineuſe fort legere; de ſorte que cette eſpece de croûte eſt moins peſante que le volume d'eau ſur lequel elle eſt reçue, quand un accident quelconque vient à la détacher de la terre ferme, & à la mettre à flot. L'exemple de l'*aréometre* fait voir encore qu'il n'eſt pas beſoin, pour ſurnager, que le corps flotant ſoit d'une matiere plus légere que l'eau. Car cet inſtrument ne ſe ſoutient point en vertu du verre ou du mercure, dont il eſt fait, mais ſeulement parce qu'il a, avec peu de ſolidité, un volume conſidérable qui répond à une quantité d'eau plus peſante. Ainſi, l'on pouroit faire des barques de plomb, ou de tout autre métal, qui ne s'enfonceroient pas. Et en effet, les chariots d'artillerie portent ſouvent à la ſuite des armées des gondoles de cuivre, qui ſervent à établir des ponts pour le paſſage des troupes. (*M.* Formey.)

Il faut apporter diverſes précautions dans la conſtruction & l'uſage de cet inſtrument. 1°. Il faut que les liqueurs dans leſquelles on plonge l'*aréometre*, ſoient exactement au même degré de chaleur ou de froid, afin qu'on puiſſe être ſûr que leur différence de denſité ne vient point de l'une de ces deux cauſes, & que le volume de l'*aréometre* même n'en a reçu aucun changement.

2°. Que le col de l'inſtrument ſur lequel ſont marquées les gradations, ſoit par-tout d'une groſſeur égale; car s'il eſt d'une forme irréguliere, les degrés marqués à égales diſtances ne meſureront pas des volumes de liqueurs ſemblables en ſe plongeant; il ſera plus ſûr & plus facile de graduer cette échele relativement à la forme du col, en chargeant ſucceſſivement l'inſtrument de pluſieurs petits poids bien égaux, dont chacun produira l'enfoncement d'un degré.

Digitized by Google

3°. On doit avoir ſoin qne l'immerſion ſe faſſe bien perpendiculairement à la ſurface de la liqueur, ſans qnoi l'obliquité empêcheroit de compter avec juſteſſe le degré d'enfoncement.

4°. Comme l'uſage de cet inſtrument eſt borné à des liqueurs qni different peu de peſanteur entr'elles, on doit bien prendre garde que la partie qui ſnrnage ne ſe charge de quelqne vapeur ou ſaleté, qui occaſioneroit un mécompte dans une eſtimation où il s'agit de différences peu conſidérables. Et lorſque l'*aréometre* paſſe d'une liqueur à l'autre, on doit avoir ſoin que ſa ſurface ne porte aucun enduit, qui empêche que la liqueur où il entre ne s'applique exactement contre cette ſurface.

5°. Enfin, mal-gré toutes ces précautions, il reſte encore la difficulté de bien juger le degré d'enfoncement, parce que certaines liqueurs s'appliquent mieux que d'autres au verre; & qu'il y en a beaucoup qui, lorſqu'elles le touchent, s'élevent plus ou moins an deſſus de leur niveau. Quand on ſe ſert de l'*aréometre* que nous avons décrit; il fant le plonger d'abord dans la liqueur la moins peſante, & remarquer à quelle graduation ſe rencontre ſa ſurface: enſuite il fant le raporter dans la plus denſe, & charger le haut de la tige, ou du col, de poids connus, juſqn'à ce que le degré d'enfoncement ſoit égal au premier. La ſomme des poids qu'on aura ajoutés, pour rendre cette inmerſion égale à la premiere, ſera la différence des peſanteurs ſpécifiques entre les deux liqueurs. Nous devons ces remarques à M. Formey, qui les a tirés de M. l'abbé Nollet, *Lect. Phiſ.* (*O*).

ARÉRAGES ſ. m. (*calcul des probabilités*) ſe dit des paiemens d'nne rente ou redevance annuele, pour raiſon deſquels le débitenr eſt en retard. On ne peut pas demander au delà de 29 années d'*arérages* d'une rente fonciere, ni plus de cinq d'une rente conſtituée. Tous les *arérages* échus antérieurement aux 29 années ou aux cinq, ſont preſcrits par le laps de temps, à moins que la preſcription n'en ait été interrompue par des commandemens on demandes judiciaires. *Voyez* RENTE, INTÉAÊT, &c. (*H.*)

Toute rente peut être regardée comme le denier d'une certaine ſomme prétée; ſoit donc a la ſomme prétée, & m le denier, c'eſt-à-dire, la fraction qui déſigne la partie de la ſomme qu'on doit payer pour la rente: ſi l'intérêt eſt ſimple, la ſomme due au bout d'un nombre d'années q pour les *arérager* ſera $a\,m\,q$; c'eſt-à-dire, l'intérêt dû à la fin de chaqne année, multiplié par le nombre des années: & ſi l'intérêt eſt compoſé, la ſomme dûe au bout de ce temps ſera $a(1+m)^q - a$, c'eſt-à-dire, la ſomme totale due à la fin du nombre d'années exprimé par q; de laquelle ſomme il faut retrancher le principal.

Pour avoir l'expreſſion arithmétique de $a(1+m)^q - a$, ſuppoſons que la ſomme prétée ou le principal ſoit 1,000,000 liv. que le nombre des années ſoit 10, & que le denier ſoit 20, il faudra chercher une fraction qui ſoit égale à $\frac{21}{20}$ multiplié par lui-même 10 fois moins une, c'eſt-à-dire, 9 fois; ce qu'on peut trouver aiſément par le ſecours des logarithmes (*Voyez* LOGARITHME), & cette fraction étant diminuée de l'unité & multipliée par 1,000,000, donnera la ſomme cherchée.

Ceux de nos lecteurs qui ſont un peu algébriſtes, verront aiſément ſur quoi ces deux formules ſont fondées. Les antres en trouveront la raiſon à l'*article* INTÉAÊT, avec beaucoup d'autres remarques importantes ſur cette matiere.

On pouroit au reſte ſe propoſer ici une difficulté. Dans le cas où l'intérêt eſt ſimple, ce qui dépend de la convention entre le débitenr & le créancier, le débiteur ne doit en tout à la fin d'un nombre d'années q, que la ſomme totale $a + a\,m\,q$, compoſée du principal a, & du denier $a\,m$ répété autant de fois qn'il y a d'années: ainſi, retranchant de la ſomme totale qni eſt due le principal a, il ne reſte que $a\,m\,q$ d'*arérages* à payer en argent comptant. Mais dans le cas où l'intérêt eſt compoſé, l'intérêr joint au principal devient chaque année un nouvean principal: ainſi, à la fin de la $q-1^e$ année, ou ce qni revient au même, au commencement de la q^e année, le débiteur eſt dans le même cas que s'il recevoit du créancier la ſomme $a(1+m)^{q-1}$ de principal. Cette ſomme travaillant pendant l'année, le débiteur doit à la fin de cette année la ſomme totale $a(1+m)^q$, d'où retranchant le principal $a(1+m)^{q-1}$ qui eſt cenſé prété à la fin de l'année précédente, il s'enſuit, ou il paroît s'enſuivre que le debiteur à la fin de la q^e année doit payer an créancier en argent comptant la ſomme $a(1+m)^q - a(1+m)^{q-1}$, & non pas $a(1+m)^q - a$. Pour rendre cette difficulté plus ſenſible, examinons en quoi conſiſte proprement le paiement d'une rente. Un particulier prête une ſomme à un autre; au bout de l'année le débiteur doit la ſomme totale $a + a\,m$, tant pour le principal que pour l'intérêt; de cette ſomme totale il ne paye qne la partie $a\,m$; ainſi, il reſte débiteur de la partie a comme au commencement de la premiere année: donc le débiteur qui paye exactement ſa rente eſt dans le même cas que ſi chaque année il rendoit au créancier la ſomme $a + a\,m$, & qn'en même temps le créancier lui reprêtât la ſomme a: donc tout ce que le debiteur ne rend point an créancier eſt cenſé au commencement de chaqne année former un nouveau principal dont il doit à la fin de l'année les intérêts en argent comptant. Ainſi, à la fin de la $q-1^e$ année le débiteur eſt cenſé recevoir $a(1+m)^{q-1}$ de principal; donc, à la fin de l'année ſuivante, il doit payer $a(1+m)^q - a(1+m)^{q-1}$ d'argent comptant, par la même raiſon que s'il recevoit b en argent comptant il devroit payer à la fin de l'année $b(1+m) - b$.

La réponſe à cette difficulté, eſt que la quan-

tité d'argent que le débiteur doit payer dépend abſolument de la convention qu'il fera avec le créancier, & que d'une maniere ou d'une autre le créancier n'eſt nullement léſé ; car ſi le débiteur paye à la fin de la q^e année la ſomme $a(1+m)^{q-a}$, il ne devra donc plus au créancier au commencement de l'année ſuivante que la ſomme a ; il ſe retrouvera dans le même cas où il étoit avant le temps où il a ceſſé de payer, & à la fin de l'année $q+1$, il ne devra au créancier que la ſomme am. Mais ſi le débiteur ne paye que la ſomme $a(1+m)^{q-a}(1+m)^{q-1}$, laquelle eſt moindre que $a(1+m)^{q-a}$, toutes les fois que q eſt plus grand que 1, comme on le ſuppoſe ici ; alors le débiteur au commencement de la $q+1^e$ année ſe trouvra redevable d'une ſomme plus grande que a ; & s'il veut en faire la rente annuele, il devra payer $a(1+m)^{q-1} \times m$ d'intérêt chaque année en argent comptant. Ainſi, le créancier recevra une ſomme moindre ou plus grande dans les années qui ſuivront celle du paiement des *arérages*, ſelon que le débiteur aura donné pour le paiement de ces *arérages* une ſomme plus ou moins grande. Il n'eſt donc léſé ni dans l'un ni dans l'autre cas, & tout dépend de la convention qu'il voudra faire avec le débiteur.

Autre queſtion qu'on peut faire ſur les *arérages* dans le cas d'intérêt compoſé. Nous avons vu que le débiteur au commencement de la q^e année doit la ſomme totale $a(1+m)^{q-1}$; ſuppoſons qu'il veuille s'aquiter au milieu de l'année ſuivante, & non pas à la fin, que doit-il payer pour les *arérages* ? Il eſt viſible que pour réſoudre cette queſtion il faut d'abord ſavoir ce que le débiteur doit au milieu de la q^e année. En premier lieu, le principal ou ſomme totale $a(1+m)^{q-1}$ étant multiplié par $1+m$, doit donner la ſomme qui ſera due à la fin de la q^e année, ſavoir $a(1+m)^q$, ou, ce qui revient au même, le débiteur devra à la fin de cette année $a(1+m)^{q-1}$, plus l'intérêt de cette ſomme, c'eſt-à-dire, $a(1+m)^{q-1} \times m$. Dans le cours de l'année, il doit d'abord $a(1+m)^{q-1}$ qui eſt le principal ; il doit de plus une portion de ce principal pour intérêt qui court depuis le commencement de l'année : cette portion doit certainement être moindre que $a(1+m)^{q-1} \times m$, qui eſt l'intérêt dû à la fin de l'année : mais quelle doit-elle être ? Bien des gens s'imaginent que pour l'intérêt de la demi-année il faut prendre la moitié de l'intérêt de l'année, c'eſt-à-dire, $a(1+m)^{q-1} \times \frac{m}{2}$, le tiers de l'intérêt pour le tiers de l'année, & ainſi du reſte : mais ils ſont dans l'erreur. En effet, qu'arive-t-il dans le cas de l'intérêt compoſé ? c'eſt que les ſommes dues au bout de chaque année ſont en progreſſion géométrique, comme il eſt aiſé de le voir. Or pourquoi cette loi n'auroit-elle pas lieu auſſi pour les portions d'années, comme pour les années entieres ? J'avoue que je ne vois point quelle en pourroit être la raiſon. La ſomme due à la fin de la $q-1^e$ année eſt $a(1+m)^{q-1}$, celle qui eſt due à la fin de la q^e année eſt $a(1+m)^q$, celle qui ſeroit due à la fin de la $q+1^e$ ſeroit $a(1+m)^{q+1}$; & ces trois ſommes ſont dans une proportion géométrique continue. Donc la ſomme due au milieu de la q^e année doit être moyene proportionele géométrique entre les deux ſommes dues au commencement & à la fin de cette année ; c'eſt-à-dire, entre $a(1+m)^{q-1}$ & $a(1+m)^q$; donc cette ſomme ſera $a(1+m)^{q-\frac{1}{2}} = a(1+m)^{\frac{q-1}{2}} = (1+m)^{\frac{q}{2}-1}$. Or cette ſomme eſt moindre que $a(1+m)^{q-1} + a(1+m)^{q-1} \times \frac{m}{2}$, qui ſeroit due ſuivant l'hypotheſe que nous combatons.

De même, s'il eſt queſtion de ce qui eſt dû au bout du tiers de la q^e année, on trouvera que la ſomme cherchée eſt la premiere de deux moyenes proportioneles géométriques entre $a(1+m)^{q-1}$, & $a(1+m)^q$, c'eſt-à-dire, $a(1+m)^{q-\frac{2}{3}}$; & en général k étant un nombre quelconque d'années entier, rompu, ou en partie entier, & en partie fractionaire, on aura $a(1+m)^k$ pour la ſomme due à la fin de ce nombre d'années.

Dans l'hypotheſe que nous combatons, on ſuppoſe que l'intérêt eſt regardé comme compoſé d'une année à l'autre, mais que, dans le cours d'une ſeule & unique année, il eſt traité comme intérêt ſimple ; ſuppoſition bizâre, qui ne peut être admiſe que dans le cas d'une convention formele entre le créancier & le débiteur. En effet, dans cette ſuppoſition, le débiteur payeroit plus qu'il ne doit réellement payer, comme nous l'avons vu tout-à-l'heure. Nous traiterons cette matiere plus à fond à l'*article* INTÉRÊT, & nous eſpérons la mettre dans tout ſon jour, & y joindre pluſieurs autres remarques curieuſes. Mais comme l'obſervation précédente peut être utile, & eſt aſſez peu connue, nous avons cru devoir la placer d'avance dans cet article.

Soit donc $\frac{1}{r}$ la portion d'année écoulée, il eſt viſible, par ce que nous venons de dire, que le créancier doit, au bout de cette portion, la ſomme totale $a(1+m)^{q-1+\frac{1}{r}}$; & pour avoir les *arérages*, il faudra retrancher de cette ſomme ou le principal a, ou le principal $a(1+m)^{q-1}$; ce qui dépend, comme nous l'avons obſervé, de la convention mutuele du débiteur & du créancier.

On peut propoſer une autre queſtion dans le cas

cas de l'intérêt ſimple. Dans ce cas, il y a cette convention, du moins tacite, entre le créancier & le débiteur, que le principal ſeul, touché par le débiteur, & prété par le créancier, produit chaque année am d'intérêt, & que l'intérêt (non payé chaque année) eſt un argent mort, ou un principal qui ne produit point d'intérêt; ainſi, dans le cas où cette convention tacite ſeroit ſans reſtriction, la ſomme totale due à la fin de la q^e année ſeroit $a+amq$, & les *arérages* ſeroient amq. Mais ſi la convention entre le débiteur & le créancier étoit, par exemple, que le débiteur payât tous les cinq ans l'intérêt ſimple $5am$, & que le débiteur fût quinze ans ſans payer, alors la ſomme $a+5am$ due à la fin de la cinquieme année, eſt regardée comme un nouveau principal ſur le paiement & les intérêts duquel le créancier peut faire au débiteur telles conditions qu'il lui plait. Suppoſons, par exemple que, par leur convention, il doive porter intérêt ſimple durant cinq ans: en ce cas, au bout des cinq années qui ſuivent les cinq premieres, la ſomme totale due par le débiteur ſera $a+5am+5am+25amm$; & à la fin des cinq années ſuivantes, c'eſt-à-dire, au bout des quinze années révolues, la ſomme due ſera $a+5am+5am+25amm+5am+25amm+25amm+125am^3=a+15am+75amm+125am^3$. *Voyez* INTÉRÊT, ANNUITÉ, RENTE, TONTINE, *&c.* (*O*).

ARGO, *le navire argo* ou *le vaiſſeau des argonautes*, ſub. m. C'eſt le nom d'une conſtellation de l'hémiſphere méridional, appelée plus communément le NAVIRE.

ARGUMENT, (*Aſtron.*); en général c'eſt la quantité de laquelle dépend une équation, une inégalité, une circonſtance quelconque du mouvement d'une planete. Ainſi, l'*argument* de latitude eſt la diſtance d'une planete à ſon nœud, parce que la latitude en dépend. L'anomalie ou la diſtance à l'apogée ou à l'aphélie, eſt l'*argument* de l'équation du centre ou de l'équation de l'orbite, puiſque cette équation ſe calcule dans une orbite elliptique pour chaque degré d'anomalie, & qu'elle ne varie qu'à raiſon du changement de l'anomalie. Il faut avoir quatorze *arguments* pour calculer le lieu de la lune par nos nouveles tables, parce qu'il y a quatorze inégalités dans ſon mouvement, & quatorze équations dans le calcul; la premiere eſt de 15′ 16″, multipliées par le ſinus de l'anomalie moyene du ſoleil, parce que cette équation, qui n'eſt de 11′ 16″ que quand le ſoleil eſt à 90d de ſon apogée, diminue comme le ſinus de la diſtance à cet apogée, ou de l'anomalie du ſoleil; ainſi, cette anomalie, eſt l'*argument* de la premiere équation; il en eſt ainſi des autres.

L'*argument* annuel eſt la diſtance du ſoleil à l'apogée de la lune.

L'*argument* de la parallaxe eſt l'effet qu'elle produit dans l'obſervation, & qui ſert à trouver la véritable quantité de la parallaxe horizontale; ainſi, quand M. de la Caille & moi obſervions la lune, au même inſtant, l'un au cap de Bonne-Eſpérance, & l'autre à Berlin, nous trouvions dans ſa déclinaiſon 80′ de différence, c'étoit l'*argument* ou l'indication d'une parallaxe horizontale d'un degré, plus ou moins. (*D. L.*)

ARGYROCOME, adj. eſt le nom que certains auteurs donnent à une comete de couleur argentine, qui differe très-peu de l'héliocomete, ſinon qu'elle eſt d'one couleur plus brillante, & qu'elle jete aſſez d'éclat pour éblouir les ieux de ceux qui la regardent. Ce mot eſt formé du grec ἀργυρος, *argent*, & du mot latin *coma*, chévelure. *Voyez* HÉLIOCOMETE. (*O*).

ARIADNE, (*Aſtron.*). *Voyez* COURONE.

ARIDED, (*Aſtron.*); nom de l'étoile qui eſt à la queue du cygne, marquée par la lettre β.

ARIES, (*Aſtron.*). *Voyez* BÉLIER.

ARION, (*Aſtron.*). *Voyez* ORION.

ARISTÉE, (*Aſtron.*). *Voyez* OPHIUCUS.

ARITHMÉTICIEN, ſ. m. ſe dit en général d'une perſone qui ſait l'Arithmétique, & plus communément d'une perſone qui l'enſeigne. *Voyez* ARITHMÉTIQUE. Il y a des experts jurés écrivains *arithméticiens*. *Voyez* EXPERT, JURÉ, *&c.* (*E*).

ARITHMÉTIQUE, ſ. f. Ce mot vient du Gree ἀριθμὸς, *nombre*. C'eſt l'art de démontrer, ou cette partie des Mathématiques qui conſidere les propriétés des nombres. On y apprend à calculer exactement, facilement, promptement. L'*arithmétique* eſt la baſe de toutes les Sciences mathématiques; car les raports de toutes les eſpeces de quantités ſe réduiſent finalement en nombres. *Voyez* NOMARE, MATHÉMATIQUES, CALCUL.

Quelques auteurs définiſſent l'*Arithmétique*, la ſcience de la quantité diſcrete. *Voyez* DISCRET & QUANTITÉ.

Les quatre grandes regles ou opérations, appelées l'*addition*, la *ſouſtraction*, la *multiplication* & la *diviſion*, compoſent proprement toute l'*Arithmétique*. *Voyez* ADDITION, *&c.*

Il eſt vrai que pour faciliter & expédier rapidement des calculs de commerce, des calculs aſtronomiques, *&c.* on a inventé d'autres regles fort utiles, telles que les regles de proportion, d'alliage, de fauſſe poſition, de compagnie, d'extraction de racines, de progreſſion, de change, de troc, d'eſcompte, de téduction ou de rabais, *&c.* mais en faiſant de ces regles, on s'aperçoit que ce ſont ſeulement différentes applications des quatre regles principales. *Voyez* REGLE. *Voyez auſſi* PROPORTION, ALLIAGE, *&c.*

Nous n'avons rien de bien certain ſur l'origine & l'invention de l'*Arithmétique*: mais ce n'eſt pas trop riſquer que de l'attribuer à la premiere ſociété qui a eu lieu parmi les hommes, quoique l'hiſtoire n'en fixe ni l'auteur ni le temps. On conçoit clairement qu'il a fallu s'appliquer à l'art de compter dès que l'on a été néceſſité à faire des partages, & à les combiner de mille diffé-

rentes manieres. Ainſi, comme les Tyriens paſſent pour être les premiers commerçans de tous les peuples anciens, pluſieurs auteurs croient qu'on doit l'*Arithmétique* à cette nation. *Voyez* COMMERCE.

Joſeph aſſure que par le moyen d'Abraham, l'*Arithmétique* paſſa d'Aſie en Égypte, où elle fut extrêmement cultivée & perfectionée; d'autant plus que la Philoſophie & la Théologie des Égyptiens rouloient entiérement ſur les nombres. C'eſt de là que nous vienent toutes ces merveilles qu'ils nous raportent de l'unité, du nombre trois, des nombres quatre, ſept, dix. *Voyez* UNITÉ, *&c.*

En effet, Kircher fait voir, dans ſon *Œdip. Ægypt. tom. II, pag.* 2, que les Égyptiens expliquoient tout par des nombres. Pythagore lui-même aſſure que la nature des nombres eſt répandue dans tout l'univers, & que la connoiſſance des nombres conduit à celle de la divinité, & n'en eſt preſque pas différente.

La ſcience des nombres paſſa de l'Égypte dans la Grece; d'où, après avoir reçu de nouveaux degrés de perfection par les aſtronomes de ce pays, elle fut connue des Romains, & de là eſt enfin venue juſqu'à nous.

Cependant l'ancienne *Arithmétique* n'étoit pas, à beaucoup près, auſſi parfaite que la moderne, il paroît qu'alors elle ne ſervoit guere qu'à conſidérer les différentes diviſions des nombres: on peut s'en convaincre en liſant les traités de Nicomaque, écrits ou compoſés dans le troiſieme ſiecle depuis la fondation de Rome & celui de Boëce, qui exiſtent encore aujourd'hui. En 1556, Xylander publia en latin un abrégé de l'ancienne *Arithmétique*, écrite en grec par Pſellus. Jordanus compoſa ou publia, dans le douzieme ſiecle, un ouvrage beaucoup plus ample de la même eſpece, que Faber Stapulenſis donna en 1480, avec un commentaire.

L'*Arithmétique*, telle qu'elle eſt aujourd'hui, ſe diviſe en différentes eſpeces, comme *théorique*, *pratique*, *inſtrumentale*, *logarithmique*, *numérale*, *ſpécieuſe*, *décimale*, *tétractique*, *duodécimale*, *ſexageſimale*, &c.

L'*Arithmétique* théorique eſt la ſcience des propriétés & des raports des nombres abſtraits, avec les raiſons & les démonſtrations des différentes regles. *Voyez* NOMBRE.

On trouve une *Arithmétique* théorique dans les ſeptieme, huitieme, neuvieme livres d'Euclide. Le moine Barlaam a auſſi donné une théorie des opérations ordinaires, tant en entiers qu'en fractions, dans un livre de ſa compoſition, intitulé: *Logiſtica*, & publié en latin par Jean Chambers, Anglois, l'an 1600. On peut y ajouter l'ouvrage italien de Lucas de Burgo, mis au jour en 1494: cet auteur y a donné les différentes diviſions de nombres de Nicomaque & leurs propriétés, conformément à la doctrine d'Euclide, avec le calcul des entiers & des fractions, & des extractions de racines, *&c.*

L'*Arithmétique* pratique eſt l'art de nombrer ou de calculer, c'eſt-à-dire, l'art de trouver des nombres par le moyen de certains nombres donnés, dont la relation aux premiers eſt connue; comme ſi l'on demandoit, par exemple, de déterminer le nombre égal aux deux nombres donnés, 6, 8.

Le premier corps complet d'*Arithmétique* pratique nous a été donné en 1556 par Tartaglia, Vénitien (Brixien): il conſiſte en deux livres; le premier contient l'application de l'*Arithmétique* aux uſages de la vie civile; & le ſecond, les fondemens ou les principes de l'Algebre. Avant Tartaglia, Stifelius avoit donné quelque choſe ſur cette matiere en 1544: on y trouve différentes méthodes & remarques ſur les irrationels, *&c.*

Nous ſupprimons une infinité d'autres auteurs de pure pratique qui ſont venus depuis, tels que Gemma Friſius, Metius, Clavius, Ramus, *&c.*

Maurolycus, dans ſes *Opuſcula mathematica* de l'année 1577, a joint la théorie à la pratique de l'*Arithmétique*, il l'a même perfectionée à pluſieurs égards: Heneſchius a fait la même choſe dans ſon *Arithmetica perfecta* de l'année 1609, où il a réduit toutes les démonſtrations en forme de ſyllogiſme, ainſi que Tacquet dans ſa *theoria & praxis Arithmetices* de l'année 1704. (E).

Les ouvrages ſur l'*Arithmétique* ſont ſi communs parmi nous, qu'il ſeroit inutile d'en faire le déoombrement.

L'*Arithmétique* inſtrumentale eſt celle où les regles communes s'exécutent par le moyen d'inſtrumens imaginés pour calculer avec facilité & promptitude: comme les bâtons de Neper (*Voy.* NEPER), l'inſtrument de M. Sam. Moreland, qui en a publié lui-même la deſcription en 1666; celui de M. Léibnitz, décrit dans les *Miſcellan. Berolin.*; la machine arithmétique de M. Paſcal, dont on donnera la deſcription plus bas, *&c.*

L'*Arithmétique* logarithmique, eſt celle qui s'exécute par les tables des logarithmes. *Voyez* LOGARITHME. Ce qu'il y a de meilleur là-deſſus eſt l'*Arithmetica logarithmica* de Hen. Brigg, publiée en 1624.

On ne doit pas oublier les *tables arithmétiques univerſelles* de Proſtapharèſe, publiées en 1612 par Herwart, moyénant leſquelles la multiplication ſe fait aiſément & exactement par l'addition, & la diviſion par la ſouſtraction.

Les Chinois ne ſe ſervent guere de regles dans leurs calculs; au lieu de cela, ils font uſage d'un inſtrument qui conſiſte en une petite lame longue d'un pied & demi, traverſée de dix ou douze fils de fer, où ſont enfilées de petites boules rondes: en les tirant enſemble, & les plaçant enſuite l'un après l'autre, ſuivant certaines conditions & conventions, ils calculent à peu près comme nous faiſons avec des jetons, mais avec tant de facilité & de promptitude, qu'ils peuvent ſuivre une perſone qui lit un livre de compte, avec quelque

Digitized by Google

rapidité qu'elle aille ; & à la fin l'opération ſe trouve faite : ils ont auſſi leurs méthodes de la prouver. *Voyez le P. le Comte*. Les Indiens calculent à peu près de même avec des cordes chargées de nœuds.

L'*Arithmétique numérale* eſt celle qui enſeigne le calcul des nombres ou des quantités abſtraites déſignées par des chifres : on en fait les opérations avec des chifres ordinaires ou arabes. *Voy.* CARACTERE & ARABE.

L'*Arithmétique* ſpécieuſe eſt celle qui enſeigne le calcul des quantités déſignées par les lettres de l'alphabet. *Voyez* SPÉCIEUSE. Cette *Arithmétique* eſt ce que l'on appele ordinairement l'*Algebre* ou *Arithmétique littérale*. *Voyez* ALGEBRE.

Wallis a joint le calcul numérique à l'algébrique, & démontré par ce moyen les regles des fractions, des proportions, des extractions de racines, *&c.*

Wels en a donné un abrégé ſous le titre de *Elementa arithmetica*, en 1698.

L'*Arithmétique* décimale s'exécute par une ſuite de dix caracteres, de maniere que la progreſſion va de dix en dix. Telle eſt notre *Arithmétique*, où nous faiſons uſage des dix caracteres arabes, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ; après quoi nous recomençons 10, 11, 12, *&c.*

Cette méthode de calculer n'eſt pas fort ancienne ; elle étoit totalement inconnue aux Grecs & aux Romains. Gerbert, qui devint Pape dans la ſuite ſous le nom de Silveſtre II, l'introduiſit en Europe, après l'avoir reçue des maures d'Eſpagne. Il eſt fort vrai-ſemblable que cette progreſſion a pris ſon origine des dix doigts de la main, dont on faiſoit uſage dans les calculs avant que l'on eût réduit l'*Arithmétique* en art.

Les miſſionaires de l'Orient nous aſſurent qu'aujourd'hui même les Indiens ſont très-experts à calculer par leurs doigts, ſans ſe ſervir de plume ni d'encre. *Voyez les lettres édif. & curieuſ.* Ajoutez à cela que les naturels du Pérou, qui font tous leurs calculs par le différent arangement des grains de maïs, l'emportent beaucoup, tant par la juſteſſe que par la célérité de leurs comptes, ſur quelque Européen que ce ſoit avec toutes ſes regles.

L'*Arithmétique* binaire eſt celle où l'on n'emploie uniquement que deux figures, l'unité ou 1 & le 0. *Voyez* BINAIRE.

M. Dagincourt nous a donné dans les *Miſcell. Berol. tom. I*, un long mémoire ſur cette *Arithmétique* binaire ; il y fait voir qu'il eſt plus aiſé de découvrir par ce moyen les loix des progreſſions, qu'en ſe ſervant de toute autre méthode où l'on feroit uſage d'un plus grand nombre de caracteres.

L'*Arithmétique* tétractique eſt celle où l'on n'emploie que les figures 1, 2, 3 & 0. Erhard Weigel nous a donné un traité de cette *Arithmétique* ; mais la binaire & la tétractique ne ſont guere que de curioſité, relativement à la pratique, puiſque l'on peut exprimer les nombres d'une maniere beaucoup plus abrégée par l'*Arithmétique* décimale.

L'*Arithmétique* vulgaire roule ſur les entiers & les fractions. *Voyez* ENTIER & FRACTION.

L'*Arithmétique* ſexagéſimale eſt celle qui procede par ſoixantaines, ou bien c'eſt la doctrine des fractions ſexagéſimales. *Voyez* SEXAGÉSIMAL. Sam. Reyher a inventé une eſpece de baguetes ſexagénales, à l'imitation des bâtons de Neper, par le moyen deſquelles on fait avec facilité toutes les opérations de l'*Arithmétique* ſexagéſimale.

L'*Arithmétique* des infinis eſt la méthode de trouver la ſomme d'une ſuite de nombres dont les termes ſont infinis, ou d'en déterminer les raports. *Voyez* INFINI, SUITE *ou* SÉRIE, *&c.*

M. Wallis eſt le premier qui ait traité à fond de cette méthode, ainſi qu'il paroît par ſes *Opera mathematica*, où il en fait voir l'uſage en Géométrie pour déterminer l'aire des ſurfaces & la ſolidité des corps, ainſi que leurs raports ; mais la méthode des fluxions, qui eſt l'*Arithmétique* univerſele des infinis, exécute tout cela d'une maniere beaucoup plus prompte & plus commode, indépendamment d'une infinité d'autres choſes auxquelles la premiere ne ſauroit atteindre. *Voyez* FLUXIONS, CALCUL, *&c.*

Sur l'*Arithmétique* des incommenſurables ou irrationels, *Voyez* INCOMMENSURABLE, IRRATIONAL, *&c.*

Jean de Sacroboſco ou Halifax compoſa, en 1232, ſelon Voſſius, un traité d'*Arithmétique* ; mais ce traité a toujours reſté manuſcrit : & ſelon M. l'Abbé de Gua, Paciolo, qui a donné le premier livre d'Algebre, eſt auſſi le premier auteur d'*Arithmétique* qui ait été imprimé. *Voyez* ALGEBRE. (*E*).

* Juſqu'ici nous nous ſommes contentés d'expoſer en abrégé ce que l'on trouve à peu près dans la plupart des ouvrages mathématiques ſur la ſcience des nombres, & nous n'avons guere fait que traduire l'article *Arithmétique* tel qu'il ſe trouve dans l'Encyclopédie angloiſe : tâchons préſentement d'entrer davantage dans les principes de cette ſcience, & d'en donner une idée plus préciſe.

Nous remarquerons d'abord que tout nombre, ſuivant la définition de M. Newton, n'eſt proprement qu'un raport. Pour entendre ceci, il faut remarquer que toute grandeur qu'on compare à une autre, eſt ou plus petite, ou plus grande, ou égale ; qu'ainſi toute grandeur a un certain raport avec une autre à laquelle on la compare, c'eſt-à-dire, qu'elle y eſt contenue ou la contient d'une certaine maniere. Ce raport ou cette maniere de contenir ou d'être contenu, eſt ce qu'on appele *nombre* ; ainſi, le nombre 3 exprime le raport d'une grandeur à une autre plus petite, que l'on prend pour l'unité, & que la plus grande contient trois fois ; au contraire, la fraction $\frac{1}{3}$ exprime le raport d'une certaine grandeur à une plus

grande, que l'on prend pour l'unité, & qui eſt contenue trois fois dans cette plus grande. Tout cela ſera expoſé plus en détail aux *articles* NOMBRE, FRACTION, *&c.*

Les nombres étant des raports aperçus par l'eſprit & diſtingués par des ſignes particuliers, l'*Arithmétique*, qui eſt la ſcience des nombres, eſt donc l'art de combiner entr'eux ces raports, en ſe ſervant pour faire cette combinaiſon des ſignes mêmes qui les diſtinguent. De là les quatre principales regles de l'*Arithmétique*; car les différentes combinaiſons qu'on peut faire des raports, ſe réduiſent ou à examiner l'excès des uns ſur les autres, ou la maniere dont ils ſe contiennent. L'addition & la ſouſtraction ont le premier objet, puiſqu'il ne s'agit que d'y ajouter ou d'y ſouſtraire des raports; le ſecond objet eſt celui de la multiplication & de la diviſion, puiſqu'on y détermine de quelle maniere un raport en contient un autre. Tout cela ſera expliqué plus en détail aux *articles* MULTIPLICATION & DIVISION.

Il y a, comme l'on ſait, deux ſortes de raports, l'arithmétique & le géométrique. *Voyez* RAPORT. Les nombres ne ſont proprement que des raposts géométriques; mais il ſemble que dans les deux premieres regles de l'*Arithmétique* on conſidere arithmétiquement ces raports, & que dans les deux autres on les conſidere géométriquement. Dans l'addition de deux nombres (car toute addition ſe réduit proprement à celle de deux nombres), l'un des deux nombres repréſente l'excès de la ſomme ſur l'autre nombre. Dans la multiplication, l'un des deux nombres eſt le raport géométrique du raport à l'autre nombre. *Voyez* SOMME, PRODUIT.

À l'égard du détail des opérations particulieres de l'*Arithmétique*, il dépend de la forme & de l'inſtitution des ſignes par leſquels on déſigne les nombres. Notre *Arithmétique*, qui n'a que dix chifres, ſeroit fort différente ſi elle en avoit plus ou moins; & les Romains qui avoient des chifres différens de ceux dont nous nous ſervons, devoient auſſi avoir des regles d'*Arithmétique* toutes différentes des nôtres. Mais toute *Arithmétique* ſe réduira toujours aux quatre regles dont nous parlons, parce que de quelque maniere qu'on déſigne ou qu'on écrive les raports, on ne peut jamais les combiner que de quatre façons, & même, à proprement parler, de deux manieres ſeulement, dont chacune peut être enviſagée ſous deux faces différentes.

On pourroit dire encore que toutes les regles de l'*Arithmétique* ſe réduiſent ou à former un tout par la réunion de différentes parties, comme dans l'addition & la multiplication, ou à réſoudre un tout en différentes parties, ce qui s'exécute par la ſouſtraction & la diviſion. En effet, la multiplication n'eſt qu'une addition répétée, & la diviſion n'eſt auſſi qu'une ſouſtraction, répétée. D'où il s'enſuit encore que les regles primitives de l'*Arithmétique* peuvent à la rigueur ſe réduire à l'addition & à la ſouſtraction. La multiplication & la diviſion ne ſont proprement que des manieres abrégées de faire l'addition d'un même nombre pluſieurs fois à lui-même, ou de ſouſtraire pluſieurs fois un même nombre d'un autre: auſſi M. Newton appele-t-il les regles de l'*Arithmétique*, *compoſitio & reſolutio arithmetica*, c'eſt-à-dire, *compoſition & réſolution des nombres*.

ARITHMÉTIQUE *univerſele*; c'eſt ainſi que M. Newton appele l'Algebre ou calcul des grandeurs en général: & ce n'eſt pas ſans raiſon que cette dénomination lui a été donnée par ce grand homme, dont le génie également lumineux & profond paroît avoir remonté dans toutes les ſciences à leurs vrais principes métaphyſiques. En effet, dans l'*Arithmétique* ordinaire on peut remarquer deux eſpeces de principes; les premiers ſont des regles générales, indépendantes des ſignes particuliers par leſquels on exprime les nombres; les autres ſont des regles dépendantes de ces mêmes ſignes, & ce ſont celles qu'on appele plus particuliérement *regles de l'Arithmétique*. Mais les premiers principes ne ſont autre choſe que des propriétés générales des raports, qui ont lieu de quelque maniere que ces raports ſoient déſignés: telles ſont, par exemple, ces regles; ſi on ôte un nombre d'un autre, cet autre nombre joint avec le reſte, doit rendre le premier nombre; ſi on diviſe une grandeur par une autre, le quotient multiplié par le diviſeur doit rendre le dividende; ſi on multiplie la ſomme de pluſieurs nombres par la ſomme de pluſieurs autres, le produit eſt égal à la ſomme des produits de chaque partie par toutes les autres, *&c.*

De là il s'enſuit d'abord qu'en déſignant les nombres par des expreſſions générales, c'eſt-à-dire, qui ne déſignent pas plus un nombre qu'un autre, on pourra former certaines regles relatives aux opérations qu'on peut faire ſur les nombres ainſi déſignés. Ces regles ſe réduiſent à repréſenter de la maniere la plus ſimple qu'il eſt poſſible, le réſultat d'une ou de pluſieurs opérations qu'on peut faire ſur les nombres exprimés d'une maniere générale; & ce réſultat ainſi exprimé, ne ſera proprement qu'une opération *arithmétique* indiquée; opération qui variera ſelon qu'on donnera différentes valeurs *arithmétiques* aux quantités qui, dans le réſultat dont il s'agit, repréſentent des nombres.

Pour mieux faire entendre cette notion que nous donnons de l'Algebre, parcourons en les quatre regles ordinaires, & commençons par l'addition. Elle conſiſte, comme nous l'avons vu dans l'*article* ADDITION, à ajouter enſemble avec leurs ſignes, ſans aucune autre opération, les quantités diſſemblables, & à ajouter les coëfficiens des quantités ſemblables: par exemple, ſi j'ai à ajouter enſemble les deux grandeurs diſſemblables a, b, j'écrirai ſimplement $a+b$; ce réſultat n'eſt autre choſe qu'une maniere d'indiquer que ſi on déſigne a par quelque nombre, &

Digitized by Google

b par un autre, il faudra ajouter enſemble ces deux nombres; ainſi, $a+b$ n'eſt que l'indication d'une addition *arithmétique*, dont le réſultat ſera différent, ſelon les valeurs numériques qu'on aſſignera à a & à b. Je ſuppoſe préſentement qu'on me propoſe d'ajouter $5a$ avec $3a$, je pourois écrire $5a+3a$ & l'opération *arithmétique* ſeroit indiquée comme ci-deſſus; mais, en examinant $5a$ & $3a$, je vois que cette opération peut être indiquée d'une maniere plus ſimple: car quelque nombre que a repréſente, il eſt évident que ce nombre pris 5 fois, plus ce même nombre pris 3 fois, eſt égal au même nombre pris 8 fois; ainſi je vois qu'au lieu de $5a+3a$, je puis écrire $8a$, qui eſt l'expreſſion abrégée, & qui m'indique une opération *arithmétique* plus ſimple que ne me l'indique l'expreſſion $5a+3a$.

C'eſt là-deſſus qu'eſt fondée la regle générale de l'addition algébrique, d'ajouter les grandeurs ſemblables en ajoutant leurs coëfficiens numériques, & écrivant enſuite la partie littérale une fois.

On voit donc que l'addition algébrique ſe réduit à exprimer de la maniere la plus ſimple la ſomme ou le réſultat de pluſieurs nombres exprimés généralement, & à ne laiſſer, pour ainſi dire, à l'arithméticien que le moins de travail à faire qu'il eſt poſſible. Il en eſt de même de la ſouſtraction algébrique. Si je veux retrancher b de a, j'écris ſimplement $a-b$, parce que je ne peux pas repréſenter cela d'une maniere plus ſimple; mais ſi j'ai à retrancher $3a$ de $5a$, je n'écrirai point $5a-3a$, parce que cela me donneroit pluſieurs opérations *arithmétiques* à faire, en cas que je vouluſſe donner à a une valeur numérique; j'écrirai ſimplement $2a$; expreſſion plus ſimple & plus commode pour le calcul *arithmétique*. *V.* SOUSTRACTION.

J'en dis autant de la multiplication & de la diviſion. Si je veux multiplier $a+b$ par $c+d$, je puis écrire indifféremment $(a+b)\times(c+d)$, ou $ae+bc+ad+bd$; & ſouvent même je préférerai la premiere expreſſion à la ſeconde, parce qu'elle ſemble demander moins d'opérations *arithmétiques*: car il ne faut que deux additions & une multiplication pour la premiere, & pour la ſeconde il faut trois additions & quatre multiplications. Mais ſi j'ai à multiplier $5a$ par $3a$, j'écrirai $15aa$ au lieu de $5a\times 3a$, parce que dans ce dernier cas j'aurois trois opérations *arithmétiques* à faire, & que dans le premier je n'en ai que deux; une pour trouver aa, l'autre pour multiplier aa par 15. De même ſi j'ai $a+b$ à multiplier par $a-b$, j'écrirai $aa-bb$, parce que ce réſultat ſera ſouvent plus commode que l'autre pour les calculs *arithmétiques*, & que d'ailleurs j'en tire un théorême, ſavoir que le produit de la ſomme des deux nombres, par la différence de ces deux nombres, eſt égal à la différence des carrés de ces deux nombres. C'eſt ainſi qu'on a trouvé que le produit de $a+b$ par $a+b$, c'eſt-à-dire, le carré de $a+b$, étoit $aa+2ab+bb$, & qu'il contenoit par conſéquent le carré des deux parties, plus deux fois le produit de l'une par l'autre; ce qui ſert à extraire la racine carrée des nombres *Voyez* CARRÉ & RACINE CARRÉE.

Dans la diviſion, au lieu d'écrire $\frac{20ab}{5b}$, j'écrirai ſimplement $4a$; au lieu d'écrire $\frac{aa-xx}{a+x}$, j'écrirai $a-x$: mais, ſi j'ai à diviſer bc par bd, j'écrirai $\frac{bc}{bd}$, ne pouvant trouver une expreſſion plus ſimple.

On voit donc par-là que M. Newton a eu raiſon d'appeler l'Algebre *Arithmétique univerſele*, puiſque les regles de cette ſcience ne conſiſtent qu'à extraire, pour ainſi dire, ce qu'il y a de général & de commun dans toutes les *Arithmétiques* particulieres qui ſe feroient avec plus ou moins ou autant de chifres que la nôtre, & à préſenter ſous la forme la plus ſimple & la plus abrégée, ces opérations *arithmétiques* indiquées.

Mais, dira-t-on, à quoi bon tout cet échafaudage? Dans toutes les queſtions que l'on peut propoſer ſur les nombres, chaque nombre eſt déſigné & énoncé. Quelle utilité y a-t-il de donner à ce nombre une valeur littérale dont il ſemble qu'on peut ſe paſſer? Voici l'avantage de cette dénomination. Toutes les queſtions qu'on peut propoſer ſur les nombres, ne ſont pas auſſi ſimples que celles d'ajouter un nombre donné à un autre ou de l'en ſouſtraire; de les multiplier ou de les diviſer l'un par l'autre. Il eſt des queſtions beaucoup plus compliquées, & pour la ſolution deſquelles on eſt obligé de faire des combinaiſons dans leſquelles le nombre ou les nombres que l'on cherche doivent entrer. Il faut donc avoir un art de faire ces combinaiſons ſans connoître les nombres que l'on cherche, & pour cela il faut exprimer ces nombres par des caracteres différens des caracteres numériques, parce qu'il y auroit un très-grand inconvénient à exprimer un nombre inconnu par un caractere numérique qui ne pouroit lui convenir que par un très-grand hazard. Pour rendre cela plus ſenſible par un exemple, je ſuppoſe que l'on cherche deux nombres dont la ſomme ſoit 100, & la différence 60. Je vois d'abord qu'en déſignant les deux nombres inconnus par des caracteres numériques à volonté, par exemple l'un par 25, & l'autre par 50, je leur donnerois une expreſſion très-fauſſe, puiſque 25 & 60 ne ſatisfont point aux conditions de la queſtion. Il en ſeroit de même d'une infinité d'autres dénominations numériques. Pour éviter cet inconvénient, j'appele le plus grand de ces nombres x, & le plus petit y; & j'ai par cette dénomination algébrique les deux conditions ainſi exprimées: x plus y eſt égal à 100 & x moins y eſt égal à 60; ou en caracteres algébriques:

$$x+y=100.$$
$$x-y=60.$$

Voyez CARACTERE.

Puiſque $x+y$ eſt égal à 100, & $x-y$ égal à 60, je vois que 100, joint avec 60, doit être égal à $x+y$, joint à $x-y$. Or, pour ajouter $x+y$ à $x-y$, il faut, ſuivant les regles de l'addition algébrique écrire $2x$; je vois donc que $2x$ eſt égal à 160, c'eſt-à-dire, que 160 eſt le double du plus grand nombre cherché, donc ce nombre eſt la moitié de 160, c'eſt-à-dire, 80: d'où il eſt facile de trouver l'autre qui eſt y: car puiſque $x+y$ eſt égal à 100, & que x eſt égal à 80, donc 80 plus y eſt égal à 100; donc y eſt égal à 100 dont on a retranché 80, c'eſt-à-dire 20; donc les deux nombres cherchés ſont 80 & 20: en effet leur nombre eſt 100, & leur différence eſt 60.

Au reſte, je ne prétends pas faire voir par cet article la néceſſité de l'Algebre, car elle ne ſeroit encore guere néceſſaire, ſi on ne propoſoit pas des queſtions plus compliquées que celle-là: j'ai voulu ſeulement faire voir par cet exemple très-ſimple, & à la portée de tout le monde, comment par le ſecours de l'Algebre on parvient à trouver les nombres inconnus.

L'expreſſion algébrique d'une queſtion n'eſt autre choſe, comme l'a fort bien remarqué M. Newton, que la traduction de cette même queſtion en caracteres algébriques; traduction qui a cela de commode & d'eſſentiel, qu'elle ſe réduit à ce qu'il y a d'abſolument néceſſaire dans la queſtion, & que les conditions ſuperflues en ſont bannies. Nous allons en donner, d'après M. Newton, l'exemple ſuivant.

Queſtion énoncée par le langage ordinaire.	*La même queſtion traduite algébriquement.*
On demande trois nombres avec ces conditions.	x, y, z.
Qu'ils ſoient en proportion géométrique continue.	$x:y::y:z$, ou $xz=yy$. *Voyez* PROPORTION.
Que leur ſomme ſoit 20.	$x+y+z=20$.
Et que la ſomme de leurs carrés ſoit 140.	$xx+yy+zz=140$.

Ainſi la queſtion ſe réduit à trouver les trois inconnues x, y, z, par les trois équations $xz=yy$, $x+y+z=20$, $xx+yy+zz=140$. Il ne reſte plus qu'à tirer de ces trois équations la valeur de chacune des inconnues.

On voit donc qu'il y a dans l'*Arithmétique univerſele* deux parties à diſtinguer.

La premiere eſt celle qui apprend à faire les combinaiſons & le calcul des quantités repréſentées par des ſignes plus univerſels que les nombres; de maniere que les quantités inconnues, c'eſt-à-dire, dont on ignore la valeur numérique, puiſſent être combinées avec la même facilité que les quantités connues, c'eſt-à-dire, auxquelles on peut aſſigner des valeurs numériques. Ces opérations ne ſuppoſent que les propriétés générales de la quantité, c'eſt-à-dire, qu'on y enviſage la quantité ſimplement comme quantité, & non comme repréſentée & fixée par telle ou telle expreſſion particuliere.

La ſeconde partie de l'*Arithmétique univerſele* conſiſte à ſavoir faire uſage de la méthode générale de calculer les quantités, pour découvrir les quantités qu'on cherche par le moyen des quantités qu'on connoît. Pour cela il faut, 1°. repréſenter de la maniere la plus ſimple & la plus commode la loi du raport qu'il doit y avoir entre les quantités connues & les inconnues. Cette loi de raport eſt ce qu'on nomme *équation*; ainſi, le premier pas à faire lorſqu'on a un problême à réſoudre, eſt de réduire d'abord le problême à l'équation la plus ſimple.

Enſuite il faut tirer de cette équation la valeur ou les différentes valeurs que doit avoir l'inconnue qu'on cherche; c'eſt ce qu'on appele *réſoudre l'équation*. *Voyez l'article* ÉQUATION, où vous trouverez là-deſſus un plus long détail, auquel nous renvoyons, ayant dû nous borner dans cet article à donner une idée générale de l'*Arithmétique univerſele*, pour en détailler les regles dans les articles particuliers. *Voyez auſſi* PROBLÊME, RACINE, *&c.*

La premiere partie de l'*Arithmétique univerſele* s'appele proprement *Algebre*, ou ſcience du calcul des grandeurs en général; la ſeconde s'appele proprement *Analyſe*: mais ces deux noms s'emploient aſſez ſouvent l'un pour l'autre. *Voyez* ALGEBRE *&* ANALYSE.

Nous ignorons ſi les anciens ont connu cette ſcience: il y a pourtant bien de l'apparence qu'ils avoient quelque moyen ſemblable pour réſoudre au moins les queſtions numériques; par exemple, les queſtions qui ont été appelées *queſtions de Diophante*. *Voyez* DIOPHANTE; *Voyez auſſi* APPLICATION *de l'Analyſe à la Géométrie*.

Selon M. l'Abbé de Gua, dans ſon excellente *Hiſtoire de l'Algebre*, dont on trouve la plus grande partie à l'*art.* ALGEBRE de ce Dictionaire, Théon paroît avoir cru que Platon eſt l'inventeur de l'Analyſe; & Pappus nous apprend que Diophante & d'autres auteurs anciens s'y étoient principalement appliqués, comme Euclide, Apollonius, Ariſtée, Ératoſthene, & Pappus lui-même. Mais nous ignorons en quoi conſiſtoit préciſément leur Analyſe, & en quoi elle pouvoit différer de la nôtre ou lui reſſembler. M. de Malezieu, dans ſes *Élémens de Géométrie*, prétend qu'il eſt moralement impoſſible qu'Archimede ſoit arivé à la plupart de ſes belles découvertes géométriques, ſans le ſecours de quelque choſe d'équivalent à notre Analyſe: mais tout cela n'eſt qu'une conjecture; & il ſeroit bien ſingulier qu'il n'en reſtât pas au moins quelque veſtige dans quelqu'un des ouvrages

Digitized by Google

des anciens géometres. M. de l'Hôpital, ou plutôt M. de Fontenelle, qui eſt l'auteur de la préface des *infiniment petits*, obſerve qu'il y a apparence que M. Paſcal eſt arivé à force de tête & ſans Analyſe, aux belles découvertes qui compoſent ſon *Traité de la roulette*, imprimé ſous le nom d'*Etonville*. Pourquoi n'en ſeroit-il pas de même d'Archimede & des anciens?

Nous n'avons encore parlé que de l'uſage de l'Algebre pour la reſolution des queſtions numériques: mais ce que nous venons de dire de l'Analyſe des anciens, nous conduit naturélement à parler de l'uſage de l'Algebre dans la Géométrie: cet uſage conſiſte principalement à réſoudre les problêmes géométriques par l'Algebre, comme on réſout les problêmes numériques, c'eſt-à-dire, à donner des noms algébriques aux lignes connues & inconnues; & après avoir énoncé la queſtion algébriquement, à calculer de la même maniere que ſi on réſolvoit un problême numérique. Ce qu'on appele en Algebre *équation d'une courbe*, n'eſt qu'un problême géométrique indéterminé, dont tous les points de la courbe donnent la ſolution; & ainſi du reſte. Dans l'application de l'Algebre à la Géométrie, les lignes connues ou données ſont repréſentées par des lettres de l'alphabet, comme les nombres connus ou donnés dans les queſtions numériques: mais il faut obſerver que les lettres qui repréſentent des lignes dans la ſolution d'un problême géométrique, ne pouroient pas toujours être exprimées par des nombres. Je ſuppoſe, par exemple, que dans la ſolution d'un problême de Géométrie, on ait deux lignes connues, dont l'une que j'appélerai *a* ſoit le côté d'un carré, & l'autre que je nommerai *b* ſoit la diagonale de ce même carré; je dis que ſi on aſſigne une valeur numérique à *a*, il ſera impoſſible d'aſſigner une valeur numérique à *b*, parce que la diagonale d'un carré & ſon côté ſont incommenſurables. *Voyez* INCOMMENSURABLE, DIAGONALE, HYPOTÉNUSE, *&c.* Ainſi, les calculs algébriques appliqués à la Géométrie ont un avantage, en ce que les caracteres qui expriment les lignes données peuvent marquer des quantités commenſurables ou incommenſurables; au lieu que dans les problêmes numériques, les caracteres qui repréſentent les nombres donnés ne peuvent repréſenter que des nombres commenſurables. Il eſt vrai que le nombre inconnu qu'on cherche, peut être repréſenté par une expreſſion algébrique qui déſigne un incommenſurable: mais alors c'eſt une marque que ce nombre inconnu & cherché n'exiſte point, que la queſtion ne peut être réſolue qu'à peu près, & non exactement; au lieu que dans l'application de l'Algebre à la Géométrie, on peut toujours aſſigner par une conſtruction géométrique la grandeur exacte de la ligne inconnue, quand même l'expreſſion qui déſigne cette ligne ſeroit incommenſurable. On peut même ſouvent aſſigner la valeur de cette ligne, quoiqu'on ne puiſſe pas en donner l'expreſſion algébrique, ſoit commenſurable, ſoit incommenſurable: c'eſt ce qui arive dans le cas irréductible du troiſieme degré. *Voyez* IRRÉDUCTIBLE.

Un des plus grands avantages qu'on a tirés de l'application de l'Algebre à la Géométrie, eſt le calcul différentiel; on en trouvera l'idée au *mot* DIFFÉRENTIEL, avec une notion exacte de la nature de ce calcul. Le calcul différentiel a produit l'intégral. *Voyez* CALCUL *&* INTÉGRAL.

Il n'y a point de géometre tant ſoit peu habile, qui ne connoiſſe aujourd'hui plus ou moins l'uſage infini de ces deux calculs dans la Géométrie tranſcendante.

M. Newton nous a donné ſur l'Algebre un excellent ouvrage, qu'il a intitulé: *Arithmetica univerſalis*. Il y traite des regles de cette ſcience, & de ſon application à la Géométrie. Il donne pluſieurs méthodes nouveles, qui ont été commentées pour la plupart par M. s'Graveſande dans un petit ouvrage très-utile aux commençans, intitulé: *Elementa algebræ*, & par M. Clairaut dan ſes Élémens d'Algebre. *Voyez à l'article* ALGEBRE les noms de pluſieurs autres qui ont traité de cette ſcience.

Sur la maniere d'appliquer l'Algebre à la Géométrie, c'eſt-à-dire, de réduire en équation les queſtions géométriques, nous ne connoiſſons rien de meilleur ni de plus lumineux que les regles données par M. Newton, *p. 82 & ſuiv. de ſon Arithmétique univerſele*, édition de Leyde 1732, *juſqu'à la page 96*; elles ſont trop précieuſes pour être abrégées & trop longues pour être inſérées ici dans leur entier; ainſi, nous y renvoyons nos lecteurs: nous dirons ſeulement qu'elles peuvent ſe réduire à ces deux regles.

Premiere regle. Un problême géométrique étant propoſé (& on pouroit en dire autant d'un problême numérique) comparez enſemble les quantités connues & inconnues que renferme ce problême, & ſans diſtinguer les connues d'avec les inconnues, examinez comment toutes ces quantités dépendent les unes des autres; & quelles ſont celles qui étant connues, feroient connoître les autres en procédant par une méthode ſynthétique.

Seconde regle. Parmi ces quantités qui feroient connoître les autres, & que je nomme pour cette raiſon *ſynthétiques*, cherchez celles qui feroient connoître les autres le plus facilement, & qui pouroient être trouvées le plus difficilement, ſi on ne les ſuppoſoit point connues; & regardez ces quantités comme celles que vous devez traiter de connues.

C'eſt là-deſſus qu'eſt fondée la regle des Géometres, qui diſent que pour réſoudre un problême géométrique algébriquement, il faut le ſuppoſer réſolu: en effet, pour réſoudre ce problême, il faut ſe repreſenter toutes les lignes, tant connues qu'inconnues, comme des quantités qu'on a devant les ieux, & qui dépendent toutes les unes des autres, en ſorte que les connues &

Digitized by Google

les inconnues puiſſent réciproquement & à leur tour être traitées, ſi l'on veut, d'inconnues & de connues. Mais en voilà aſſez ſur cette matiere, dans un ouvrage où l'on ne doit en expoſer que les principes généraux. *Voyez* APPLICATION. (*O.*)

* ARITHMÉTIQUE *politique*; c'eſt celle dont les opérations ont pour but des recherches utiles à l'art de gouverner les peuples, telles que celles du nombre des hommes qui habitent un pays; de la quantité de nourriture qu'ils doivent conſommer; du travail qu'ils peuvent faire; du temps qu'ils ont à vivre; de la fertilité des terres; de la fréquence des naufrages, *&c.* On conçoit aiſément que ces découvertes & beaucoup d'autres de la même nature, étant acquiſes par des calculs fondés ſur quelques expériences bien conſtatées, un miniſtre habile en tireroit une foule de conſéquences pour la perfection de l'agriculture, pour le commerce tant intérieur qu'extérieur, pour les colonies, pour le cours & l'emploi de l'argent, *&c.* Mais ſouvent les miniſtres (je n'ai garde de parler ſans exception) croient n'avoir pas beſoin de paſſer par des combinaiſons & des ſuites d'opérations *arithmétiques*: pluſieurs s'imaginent être doués d'un grand génie naturel qui les diſpenſe d'une marche ſi lente & ſi pénible, ſans compter que la nature des affaires ne permet ni ne demande preſque jamais la préciſion géométrique. Cependant ſi la nature des affaires la demandoit & la permettoit, je ne doute point qu'on ne parvînt à ſe convaincre que le monde politique, auſſi-bien que le monde phyſique, peut ſe régler à beaucoup d'égards par poids, nombre & meſure.

Le Chevalier Petty, Anglois, eſt le premier qui ait publié des eſſais ſous ce titre. Le premier eſt ſur la multiplication du genre humain; ſur l'accroiſſement de la ville de Londres, ſes degrés, ſes périodes, ſes cauſes & ſes ſuites. Le ſecond, ſur les maiſons, les habitans, les morts & les naiſſances de la ville de Dublin. Le troiſieme eſt une comparaiſon de la ville de Londres & de la ville de Paris; le chevalier Petty s'éforce de prouver que la capitale de l'Angleterre l'emporte ſur celle de la France par tous ces côtés. M. Auzout a attaqué cet eſſai par pluſieurs objections, auxquelles M. le Chevalier Petty a fait des réponſes. Le quatrieme tend à faire voir qu'il meurt à l'Hôtel-Dieu de Paris environ trois mille malades par an, par mauvaiſe adminiſtration. Le cinquieme eſt diviſé en cinq parties: la 1re eſt en réponſe à M. Auzout; la 2e contient la comparaiſon de Londres & de Paris ſur pluſieurs points; la troiſieme évalue le nombre des paroiſſiens des 134 paroiſſes de Londres à 696 mille; la quatrieme eſt une recherche ſur les habitans de Londres, de Paris, d'Amſterdam, de Veniſe, de Rome, de Dublin, de Briſtol, & de Rouen; la cinquieme a le même objet, mais relativement à la Hollande & au reſte des Provinces-Unies. Le ſixieme embraſſe l'étendue & le prix des terres, les peuples, les maiſons, l'induſtrie, l'économie, les manufactures, le commerce, la pêche, les artiſans, les marins ou gens de mer, les troupes de terre, les revenus publics, les intérêts, les taxes, le lucre, les banques, les compagnies, le prix des hommes, l'accroiſſement de la marine & des troupes; les habitations, les lieux, les conſtructions de vaiſſeaux, les forces de mer, *&c.* relativement à tout pays en général, mais particuliérement à l'Angleterre, la Hollande, la Zélande, & la France. Cet eſſai eſt adreſſé au Roi; c'eſt preſque dire que les réſultats en ſont favorables à la nation angloiſe. C'eſt le plus important de tous les eſſais du Chevalier Petty; cependant il eſt très-court, ſi on le compare à la multitude & à la complication des objets. Le Chevalier Petty prétend avoir démontré dans environ une centaine de petites pages *in*-12, grôs caractere: 1°. Qu'une petite contrée avec un petit nombre d'habitans peut équivaloir par ſa ſituation, ſon commerce & ſa police, à un grand pays & à un peuple nombreux, ſoit qu'on les compare par la force ou par la richeſſe, & qu'il n'y a rien qui tende plus efficacement à établir cette égalité que la marine & le commerce maritime. 2°. Que toutes ſortes d'impôts & de taxes publiques tendent plutôt à augmenter qu'à affoiblir la ſociété & le bien public. 3°. Qu'il y a des empêchemens naturels & durables à jamais, à ce que la France devienne plus puiſſante ſur mer que l'Angleterre ou la Hollande: nos François ne portent pas un jugement favorable des calculs du Chevalier Petty ſur cette propoſition, & je crois qu'ils auront raiſon. 4°. Que par ſon fonds & ſon produit naturels, le peuple & le territoire de l'Angleterre ſont à peu près égaux en richeſſe & en force au peuple & au territoire de France. 5°. Que les obſtacles qui s'oppoſent à la grandeur de l'Angleterre, ne ſont que contingens & amovibles. 6°. Que depuis quarante ans la puiſſance & la richeſſe de l'Angleterre ſe ſont fort accrues. 7°. Que la dixieme partie de toute la dépenſe des ſujets du roi ſuffiroit pour entretenir cent mille hommes d'infanterie, trente mille hommes de cavalerie, quarante mille hommes de mer; & pour aquiter toutes les autres charges de l'état, ordinaires & extraordinaires, dans la ſeule ſuppoſition que cette dixieme partie ſeroit bien impoſée, bien perçue & bien employée. 8°. Qu'il y a plus de ſujets ſans emploi qu'il n'en faudroit pour procurer à la nation deux millions par an, s'ils étoient convenablement occupés, & que ces occupations ſont toutes prêtes, & n'attendent que des ouvriers. 9°. Que la nation a aſſez d'argent pour faire aller ſon commerce. 10°. Enfin, que la nation a tout autant de reſſources qu'il lui en faut pour embraſſer tout le commerce de l'univers, de quelque nature qu'il ſoit.

Voilà comme on voit des prétentions bien exceſſives:

ceſſives : mais quelles qu'elles ſoient, le lecteur fera bien d'examiner dans l'ouvrage du Chevalier Petty les raiſonemens & les expériences ſur leſquels il s'apuie : dans cet examen, il ne faudra pas oublier qu'il arive des révolutions, ſoit en bien, ſoit en mal, qui changent en un moment la face des états, & qui modifient & même anéantiſſent les ſuppoſitions ; & que les calculs & leurs réſultats ne ſont pas moins variables que les événemens. L'ouvrage du Chevalier Petty fut compoſé avant 1699. Selon cet auteur, quoique la Hollande & la Zélande ne contienent pas plus de 1,000,000 d'arpens de terre, & que la France en contiene au moins 8,000,000, cependant ce premier pays a preſqu'un tiers de la richeſſe & de la force de ce dernier. Les rentes des terres en Hollande ſont à proportion de celles de France, comme de 7 ou 8 à 1. (Obſervez qu'il eſt queſtion ici de l'état de l'Europe en 1699 ; & c'eſt à cette année que ſe raportent tous les calculs du Chevalier Petty, bons au mauvais.) Les habitans d'Amſterdam ſont $\frac{2}{3}$ de ceux de Paris ou de Londres ; & la différence entre ces deux dernieres villes n'eſt, ſelon le même auteur, que d'environ une vingtieme partie. Le port de tous les vaiſſeaux apartenans à l'Europe, ſe montent à environ deux millions de toneaux, dont les Anglois ont 500,000, les Hollandois 900,000, les François 100,000, les Hamburgeois, Danois, Suédois, & les habitans de Dantzic 250,000 ; l'Eſpagne, le Portugal, l'Italie, *&c.* à peu près autant. La valeur des marchandiſes qui ſortent annuélement de la France, pour l'uſage de différens pays, ſe monte en tout à environ 5,000,000 livres ſterlings ; c'eſt-à-dire, quatre fois autant qu'il en entroit dans l'Angleterre ſeule. Les marchandiſes qu'on fait ſortir de la Hollande pour l'Angleterre valent 300,000 livres ſterlings ; & ce qui ſort de là pour être répandu par tout le reſte du monde, vaut 18,000,000 livres ſterlings. L'argent que le roi de France leve annuélement en temps de paix fait environ 6 $\frac{1}{2}$ millions ſterlings. Les ſommes levées en Hollande & Zélande ſont autour de 2,100,000 l. ſterlings ; & celles provenantes de toutes les Provinces-unies ſont enſemble environ 3,000,000 liv. ſterlings. Les habitans d'Angleterre ſont à peu près au nombre de 6,000,000, & leurs dépenſes à raiſon de 7 livres ſterlings par an, pour chacun d'eux, ſont 42,000,000 liv. ſterlings, ou 80000 liv. ſterlings par ſemaine. La rente des terres en Angleterre eſt d'environ 8,000,000 ſterl. ; & les intérets & profits des biens *propres* à peu près autant. La rente des maiſons en Angleterre 4,000,000 l. ſterlings. Le profit du travail de tous les habitans ſe monte à 26,000,000 livres ſterlings par an. Les habitans d'Irlande ſont au nombre de 1,200,000. Le blé conſommé annuélement en Angleterre, comptant le froment à 5 ſchelings le boiſſeau, & l'orge à 2 $\frac{1}{2}$, ſe monte à dix millions ſterlings. La marine d'Angleterre avoit beſoin en 1699, c'eſt-à-dire, du temps du Chevalier Petty, ou à la fin du dernier ſiecle, de 36,000 hommes pour les vaiſſeaux de guerre, & 48,000 pour les vaiſſeaux marchands & autres ; & il ne falloit pour toute la marine de France que 15,000 hommes. Il y a en France environ treize millions & demi d'âmes ; & en Angleterre, Écoſſe & Irlande, environ neuf millions & demi. Dans les trois royaumes d'Angleterre, d'Écoſſe & d'Irlande, il y a environ 20,000 eccléſiaſtiques ; & en France, il y en a plus de 270,000. Le royaume d'Angleterre a plus de 40,000 matelots, & la France n'en a pas plus de 10,000. Il y avoit pour lors en Angleterre, en Écoſſe, en Irlande, & dans les pays qui en dépendent, des vaiſſeaux dont le port ſe montoit environ à 60,000 toneaux, ce qui vaut à peu près quatre millions & demi de livres ſterlings. La ligne marine autour de l'Angleterre, de l'Écoſſe, de l'Irlande, & des îles adjacentes, eſt d'environ 3,800,000 mille. Il y a dans le monde entier environ 300,000,000 d'âmes, dont il n'y a qu'environ 80,000,000 avec leſquels les Anglois & les Hollandois ſoient en commerce. La valeur de tous les effets de commerce ne paſſe pas 45,000,000 ſterl. Les manufactures d'Angleterre qu'on fait ſortir du royaume ſe montent annuélement à environ 5,000,000 l. ſterl. Le plomb, le fer-blanc & le charbon, à 500,000 l. ſterl. par an. La valeur des marchandiſes de France qui entre en Angleterre, ne paſſe pas 1,200,000 livres ſterlings par an. Enfin, il y a en Angleterre environ 6,000,000 ſterlings d'eſpeces monoyées. Tous ces calculs, comme nous l'avons dit, ſont relatifs à l'année 1699, & ont dû ſans doute bien changer depuis.

M. Davenant, autre auteur d'*arithmétique politique*, prouve qu'il ne faut pas compter abſolument ſur pluſieurs des calculs du Chevalier Petty ; il en donne d'autres qu'il a faits lui même, & qui ſe trouvent fondés ſur les obſervations de M. King. En voici quelques-uns.

L'Angleterre contient, dit-il, 39,000,000 d'arpens de terre. Les habitans, ſelon ſon calcul, ſont à peu près au nombre de 5,545,000 âmes, & ce nombre augmente tous les ans d'environ 9000, déduction faite de ceux qui peuvent périr par les peſtes, les maladies, les guerres, la marine, *&c.* & de ceux qui vont dans les colonies. Il compte 530,000 habitans dans la ville de Londres ; dans les autres villes & bourgs d'Angleterre 870,000, & dans les villages & hameaux 4,100,000. Il eſtime la rente annuele des terres à 10,000,000 ſterlings ; celle des maiſons & des bâtimens à 2,000,000 par an ; le produit de toutes ſortes de grains, dans une année paſſablement abondante, à 9,075,000 liv. ſterlings ; la rente annuele des terres en blé à 2,000,000, & leur produit net au deſſus de 9,000,000 ſterlings ; la rente des pâturages, des prairies, des bois, des forêts, des dunes, *&c.* à 7,000,000 ſterlings ; le produit annuel des beſtiaux en beure, fromage & lait, peut monter, ſelon lui, à environ 2 $\frac{1}{2}$ millions ſterlings. Il

eſtime la valeur de la laine tondue annuélement à environ 2,000,000 ſterlings ; celle des chevaux, qu'on éleve tous les ans à environ 250,000 liv. ſterlings ; la conſommation annuele de viande pour nouriture, à environ 3,350,000 liv. ſterlings ; celle du ſuif & des cuirs environ 600,000 liv. ſterlings ; celle du foin pour la nouriture annuele des chevaux, environ 5,300,000 liv. ſterlings ; & pour celle des autres beſtiaux, 1,000,000 ſterlings ; le bois de bâtiment coupé annuélement 500,000 liv. ſterlings. Le bois à brûler, *&c.* environ 500,000 livres ſterlings. Si toutes les terres d'Angleterre étoient également diſtribuées parmi tous les habitans, chacun auroit pour ſa part environ $7\frac{1}{4}$ arpens. La valeur du froment, du ſeigle & de l'orge, néceſſaire pour la ſubſiſtance de l'Angleterre, ſe monte au moins à 6,000,000 ſterlings par an. La valeur des manufactures de laines travaillées en Angleterre eſt d'environ 8,000,000 par an ; & toutes les marchandiſes de laine qui ſortent annuélement de l'Angleterre, paſſent la valeur de 2,000,000 ſterl. Le revenu annuel de l'Angleterre, ſur quoi tous les habitans ſe nouriſſent & s'entretiennent, & payent tous les impôts & taxes, ſe monte, ſelon lui, à environ 43,000,000 : celui de la France à 85,000,000, & celui de la Hollande à 58,250,000 livres ſterlings.

Le major Grant, dans ſes obſervations ſur les *liſtes mortuaires*, compte qu'il y a en Angleterre 39,000 carrés de terre ; qu'il y a en Angleterre & dans la principauté de Galles 4,600,000 âmes ; que les habitans de la ville de Londres ſont à peu près au nombre de 640,000 ; c'eſt-à-dire, la quatorzieme partie de tous les habitans de l'Angleterre ; qu'il y a en Angleterre & dans le pays de Galles, environ 10,000 paroiſſes ; qu'il y a 25,000,000 d'arpens de terre en Angleterre & dans le pays de Galles, c'eſt-à-dire, environ 4 arpens pour chaque habitant ; que de 100 enfans qui naiſſent, il n'y en a que 64 qui atteignent l'âge de 6 ans ; que dans 100, il n'en reſte que 40 en vie au bout de 16 ans ; que dans 100, il n'y en a que 25 qui paſſent l'âge de 26 ans ; que 16 qui vivent 36 ans acomplis, & 10 ſeulement dans 100 vivent juſqu'à la fin de leur 46e année ; & dans le même nombre, qu'il n'y en a que 6 qui aillent à 56 ans acomplis ; que 3 dans 100 qui atteignent la fin de 66 ans ; & que dans 100 il n'y en a qu'un qui ſoit en vie au bout de 76 ans, & que les habitans de la ville de Londres ſont changés deux fois dans le cours d'environ 64 ans. *Voyez* VIE, *&c.* MM. de Moivre, Bernoulli, de Montmort & Deparcieux, ſe ſont exercés ſur des ſujets relatifs à l'*Arithmétique politique* : on peut conſulter *la doctrine des hazards*, de M. de Moivre ; l'*art de conjecturer*, de M. Bernoulli ; l'*analyſe des jeux de hazard*, de M. de Montmort ; l'ouvrage *ſur les rentes viageres & les tontines*, &c. de M. Deparcieux, & quelques mémoires de M. Halley, répandus dans les *Tranſactions philoſophiques*, avec les articles de notre Dictionaire, HAZARD, JEU, PROBABILITÉ, COMBINAISON, ABSENT, VIE, MORT, NAISSANCE, ANNUITÉ, RENTE, TONTINE, *&c.* (*M.* DIDEROT.)

* L'*Arithmétique politique* eſt, dans un ſens plus étendu, l'application du calcul aux ſciences politiques. Cette branche des Mathématiques a trois objets principaux, comme toutes celles qui ont pour but l'application du calcul à la connoiſſance de la nature : ainſi, on peut la diviſer en trois parties ; la premiere eſt l'art de ſe procurer des faits précis & tels que le calcul puiſſe s'y appliquer, & de réduire les faits particuliers qui ont été obſervés à des réſultats plus ou moins généraux ; la ſeconde a pour objet de tirer de ces faits les conſéquences auxquelles ils conduiſent ; la troiſieme enfin doit enſeigner à déterminer la probabilité de ces faits & de ces conſéquences.

Dans la plupart des ſciences phyſiques on néglige preſqu'abſolument cette 3e partie, parce que les faits ſur leſquels on s'apuie, & par conſéquent les conſéquences qu'on en déduit, ont une probabilité très-approchante de la certitude ; que d'ailleurs les faits ſont preſque toujours ſuſceptibles d'être connus avec une très-grande préciſion, ce qui diſpenſe de rechercher avec quel degré de probabilité on peut ſe répondre que les erreurs ne ſeront pas au delà de certaines limites ; & qu'enfin toutes les fois que ces faits ou leurs conſéquences ne doivent pas ſervir de baſe à notre conduite, il eſt en général peu important de déterminer avec exactitude leur degré de probabilité.

Ainſi, par exemple, ſi on a découvert une nouvele planete, on cherche d'abord à s'en procurer des obſervations exactes ; on déduit enſuite de ces obſervations les élémens de ſon orbite : mais perſone ne ſonge à déterminer quel eſt le degré de probabilité qu'on ne s'eſt pas écarté de la vérité d'une quantité plus ou moins grande, ſoit parce qu'on ſait d'avance que cette probabilité differe peu de la certitude, ſoit parce que la connoiſſance exacte de cette probabilité ſeroit abſolument inutile ; & qu'il ſuffit de ſavoir qu'elle eſt ou fort grande ou très-petite.

Au contraire, ſi on appliquoit le calcul à des queſtions de médecine pratique, comme il faudroit régler ſa conduite d'après les réſultats de ce calcul, il ſeroit indiſpenſable de s'aſſurer de leur degré de probabilité.

La plupart des queſtions d'*Arithmétique politique* ſont dans ce dernier cas.

Par exemple, ſuppoſons qu'on veuille calculer le taux d'une rente viagere ; il ne ſuffit pas de ſe procurer des tables de mortalité exactes & applicables à la queſtion qu'on ſe propoſe de réſoudre, & d'en déduire par le calcul le taux de cette rente, il faut de plus déterminer la probabilité que, par l'événement, le taux réel ne s'écartera pas de celui que donne le calcul au delà de certaines limites.

Digitized by Google

L'*Arithmétique politique* n'a commencé à être une ſcience que vers la fin du ſiecle dernier, & il paroît que c'eſt en Angleterre qu'elle a pris naiſſance : il y a lieu de croire que les anciens n'en ont eu aucune idée. Les loix romaines aſſujétiſſoient les ſucceſſions teſtamentaires à un droit envers le Fiſc ; & comme pour éluder la loi on ſe bornoit à léguer un ſimple uſufruit, on imagina d'aſſujétir cet uſufruit à une partie du droit. La proportion qu'il convient d'établir entre le droit payé pour la propriété & celui qu'il faut payer pour l'uſufruit, eſt une queſtion d'*Arithmétique politique* aſſez compliquée ; mais on a lieu de croire que les Romains ne ſavoient pas même que cette queſtion pût exiſter, & qu'ils fixerent cette proportion au hazard.

Les recherches que l'on a faites ſur cette ſcience depuis le commencement de ce ſiecle, ſe bornent à des tables en général très-peu préciſes des productions de différens pays, de l'étendue de leur commerce, du profit annuel qui en réſulte, à l'examen de quelques queſtions de droit, (*Voyez* la theſe de Nicolas Bernoulli, citée à l'article ABSENT.), au calcul des annuités & des différentes eſpeces d'intérêts, à celui des rentes viageres, des tontines & des autres emprunts de ce genre, au calcul des différentes formes de loterie, à la maniere de former les tables de mortalité, & d'en déduire des conſéquences qui intéreſſent à la fois la politique & l'hiſtoire naturelle de l'homme.

On ne peut regarder ces recherches que comme une très-petite partie d'une des ſciences les plus étendues & les plus utiles. En général, les géometres ſe ſont plus occupés des méthodes de calcul que de l'examen des principes d'après leſquels chaque queſtion devoit être réſolue ; ils n'ont preſque traité que celles pour leſquelles la néceſſité & la poſſibilité d'y appliquer le calcul ſe faiſoit ſentir au premier coup d'œil, & ils ont rarement cherché à y ſoumettre les objets qui paroiſſoient devoir s'y refuſer ; enfin, ils n'ont point étendu les principes & les méthodes de calcul qu'ils ont employés aux différentes queſtions auxquelles ces principes & ces calculs peuvent s'appliquer : leur but principal étoit le progrès de l'analyſe mathématique plutôt que celui des ſciences politiques.

Nous chercherons dans pluſieurs articles de ce Dictionaire à faire ſentir toute l'importance & toute l'étendue d'une ſcience qu'on doit regarder encore comme preſque nouvele, & qui ne peut faire de grands progrès qu'autant qu'elle ſera enrichie par des hommes qui joindront à une connoiſſance aprofondie des ſciences politiques, des talens pour la Géométrie. *Voyez* les articles ÉVÉNEMENS, PROBABILITÉ DES DÉCISIONS, PREUVE, PRODUIT, PRIX, POPULATION, SALUBRITÉ, OPINIONS, *&c.* (*M. D. C.*)

ARITHMÉTIQUE, pris adjectivement, ſe dit de tout ce qui a raport aux nombres, ou à la ſcience des nombres, ou qui s'exécute par le moyen des nombres. On dit opération *arithmétique*, de toute opération ſur les nombres.

MOYEN *arithmétique*.	*Voyez*	MOYEN.
PROGRESSION *arithmétique*.		PROGRESSION.
PROPORTION *arithmétique*.		PROPORTION.
RAPORT *arithmétique*.		RAPORT.

Triangle arithmétique. *Voyez* TRIANGLE.

Échelles arithmétiques, eſt le nom que donne M. de Buffon (*Mém. Acad.* 1741) aux différentes progreſſions de nombres, ſuivant leſquelles l'*Arithmétique* auroit pu être formée. Pour entendre ceci, il faut obſerver que notre *Arithmétique* ordinaire s'exécute par le moyen de dix chifres, & qu'elle a par conſéquent pour baſe la progreſſion *arithmétique* décuple ou dénaire, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, *Voyez* PROGRESSION, *&c.* Il eſt vrai-ſemblable, comme nous l'avons remarqué plus haut, que cette progreſſion doit ſon origine au nombre des doigts des deux mains, par leſquels on a dû naturélement commencer à compter : mais il eſt viſible auſſi que cette progreſſion en elle-même eſt arbitraire, & qu'au lieu de prendre dix caracteres pour exprimer tous les nombres poſſibles, on auroit pu en prendre moins ou plus de dix. Suppoſons, par exemple, qu'on en eût pris cinq ſeulement, 0, 1, 2, 3, 4 ; en ce cas tout nombre paſſé cinq, auroit eu plus d'un chifre, & cinq auroit été exprimé par 10 ; car 1 dans la ſeconde place, qui dans la progreſſion ordinaire vaut dix fois plus qu'à la premiere place, ne vaudroit dans la progreſſion quintuple que cinq fois plus. De même 11 auroit repréſenté 6 ; 25 auroit été repréſenté par 100, & tout nombre au deſſus de 25, auroit eu trois chifres ou caracteres pour repréſenter les nombres, tout nombre au deſſous de 20 n'auroit qu'un chifre ; tout nombre au deſſous de 400 n'en auroit que deux, *&c.*

La progreſſion la plus courte dont on puiſſe ſe ſervir pour exprimer les nombres, eſt celle qui eſt compoſée de deux chifres ſeulement, 0, 1, & c'eſt ce que M. Léibnitz a nommé *Arithmétique binaire*. *Voyez* BINAIRE. Cette *Arithmétique* auroit l'inconvénient d'employer un trop grand nombre de chifres pour exprimer des nombres aſſez petits, & il eſt évident que cet inconvénient aura d'autant plus lieu, que la progreſſion qui ſervira de baſe à l'*Arithmétique*, aura moins de chifres. D'un autre côté, ſi on employoit un trop grand nombre de chifres pour l'*Arithmétique*, par exemple vingt ou trente chifres au lieu de ſix, les opérations ſur les nombres deviendront trop difficiles ; je n'en veux pour exemple que l'addition. Il y a donc un milieu à garder ici, & la progreſſion décuple, outre ſon origine qui eſt aſſez naturele, paroît tenir ce milieu : cependant il ne faut pas croire que l'inconvénient fût fort

grand, ſi on avoit pris neuf ou douze chifres au lieu de dix. *Voyez* CHIFRE & NOMBRE.

M. de Buffon, dans le mémoire que nous avons cité, donne une méthode fort ſimple & fort abrégée pour trouver tout-d'un-coup la maniere d'écrire un nombre donné dans une échele *arithmétique* quelconque, c'eſt-à-dire, en ſuppoſant qu'on ſe ſerve d'un nombre quelconque de chifres pour exprimer les nombres. *Voyez* BINAIRE. (*O*).

* ARITHMÉTIQUE (*machine*); c'eſt un aſſemblage ou ſyſtême de roues & d'autres pieces, à l'aide deſquelles des chifres ou imprimés ou gravés ſe meuvent, & executent dans leur mouvement les principales regles de l'*Arithmétique*.

La premiere *machine arithmétique* qui ait paru, eſt de Blaiſe Paſcal, né à Clermont en Auvergne le 19 juin 1623; il l'inventa à l'âge de dix neuf ans. On en a fait quelques autres depuis qui, au jugement même de MM. de l'Académie des Sciences, paroiſſent avoir ſur celle de Paſcal des avantages dans la pratique: mais celle de Paſcal eſt la plus ancienne; elle a pu ſervir de modele à toutes les autres: c'eſt pourquoi nous l'avons préférée.

Cette machine n'eſt pas extrêmement compliquée; mais entre ſes pieces il y en a une ſur-tout qu'on nomme *le ſautoir*, qui ſe trouve chargée d'un ſi grand nombre de fonctions, que le reſte de la machine en devient très-difficile à expliquer. Pour ſe convaincre de cette difficulté, le lecteur n'a qu'à jeter les ieux ſur les figures du recueil des machines approuvées par l'Académie, & ſur le diſcours qui a raport à ces figures & à la machine de Paſcal: je ſuis ſûr qu'il lui paroîtra, comme à nous, preſqu'auſſi difficile d'entendre la machine de Paſcal, avec ce qui en eſt dit dans l'ouvrage que nous venons de citer, que d'imaginer une autre *machine arithmétique*. Nous allons faire en ſorte qu'on ne puiſſe pas porter le même jugement de notre article, ſans toutefois nous engager à expoſer le méchaniſme de la machine de Paſcal d'une maniere ſi claire, qu'on n'ait beſoin d'aucune contention d'eſprit pour le ſaiſir. Au reſte, cet endroit de notre Dictionaire reſſemblera à beaucoup d'autres, qui ne ſont deſtinés qu'à ceux qui ont quelque habitude de s'appliquer.

Les parties de la *machine arithmétique* ſe reſſemblant preſque toutes par leur figure, leur diſpoſition & leur jeu, nous avons cru qu'il étoit inutile de repréſenter la machine entiere: la portion qu'on en voit *Pl. II d'Arithmétique*, ſuffira pour en donner une juſte idée. *NOPR*, *Fig.* 1, eſt une plaque de cuivre qui forme la ſurface ſupérieure de la machine. On voit à la partie inférieure de cette plaque, une rangée *NO* de cercles *Q*, *Q*, *Q*, &c. tous mobiles, autour de leurs centres *Q*. Le premier à la droite a douze dents; le ſecond, en allant de droite à gauche, en a vingt; & tous les autres en ont dix. Les pieces qu'on aperçoit en *S*, *S*, *S*, &c., & qui s'avancent ſur les diſques des cercles mobiles *R*, *R*, *R*, &c., ſont des eſtoquiaux ou arrêts qu'on appele *potences*. Ces eſtoquiaux ſont fixes & immobiles; ils ne poſent point ſur les cercles qui ſe peuvent mouvoir librement ſous leurs pointes; ils ne ſervent qu'à arrêter un ſtylet, qu'on appele *directeur*, qu'on tient à la main, & dont on place la pointe entre les dents des cercles mobiles *Q*, *Q*, *Q*, &c. pour les faire tourner dans la direction 6, 5, 4, 3, *&c.* quand on ſe ſert de la machine.

Il eſt évident par le nombre des dents des cercles mobiles *Q*, *Q*, *Q*, &c. que le premier à droite marque les deniers; le ſecond en allant de droite à gauche, les ſous; le troiſieme, les unités de livres; le quatrieme, les dixaines; le cinquieme, les centaines; le ſixieme, les mille; le ſeptieme, les dixaines de mille; le huitieme, les centaines de mille: & quoiqu'il n'y en ait que huit, on auroit pu, en agrandiſſant la machine, pouſſer plus loin le nombre de ces cercles.

La ligne *TZ* eſt une rangée de trous, à travers leſquels on aperçoit des chifres. Les chifres aperçus ici ſont 46,309 l. 15 ſ. 10 d. mais on verra par la ſuite qu'on en peut faire paroître d'autres à diſcrétion par les mêmes ouvertures.

La bande *PR* eſt mobile de bas en haut; on peut en la prenant par ſes extrémités *R*, *P*, la faire deſcendre ſur la rangée des ouvertures 46,309 l. 15 ſ. 10 d. qu'elle couvriroit: mais alors on apercevroit une autre rangée parallele de chifres à travers des trous placés directement au deſſus des premiers.

La même bande *PR* porte des petites roues gravées de pluſieurs chifres, toutes avec une aiguille au centre, à laquelle la petite roue ſert de cadran: chacune de ces roues portent autant de chifres que les cercles mobiles *Q*, *Q*, *Q*, &c. auxquelles elles correſpondent perpendiculairement. Ainſi, *V*1 porte douze chifres, ou plutôt a douze diviſions; *V*2 en a vingt; *V*3 en a dix; *V*4 dix, & ainſi de ſuite.

ABCD, *Fig.* 2, eſt une tranche verticale de la machine, faite ſelon une des lignes ponctuées *mx*, *mx*, *mx*, &c. de la *Figure* 1, n'importe laquelle; car chacune de ces tranchées compriſe entre deux paralleles *mx*, *mx*, contient toutes les parties de la *Fig.* 2, outre quelques autres dont nous ferons mention dans la ſuite. 1*Q*2 repréſente un des cercles mobiles *Q* de la *Fig.* 1; ce cercle entraîne par ſon axe *Q*3, la roue à chevilles 4, 5. Les chevilles de la roue 4, 5, font mouvoir la roue 6, 7, la roue 8, 9, & la roue 10, 11, qui ſont toutes fixées ſur un même axe. Les chevilles de la roue 10, 11, engrenent dans la roue 12, 13, & la font mouvoir, & avec elle le barillet 14, 15.

Sur le barillet 14, 15, *même Fig.* 2, ſoient tracées l'une au deſſus de l'autre, deux rangées de chifres de la maniere qu'on va dire. Si l'on ſuppoſe que ce barillet ſoit celui de la tranche des deniers, ſoient tracées les deux rangées:

0, 11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1.
11, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

Si le barillet 14, 15, eſt celui de la tranche des ſous, ſoient tracées les deux rangées :

0, 19, 18, 17, 16, 15, 14, 13, 12, 11, 10,
19, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,
9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1.
10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18.

Si le barillet 14, 15, eſt celui de la tranche des unités de livres, ſoient tracées les deux rangées :

0, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1.
9, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

Il eſt évident, 1°. que c'eſt de la rangée inférieure des chiffres tracés ſur les barillets, que quelques-uns paroiſſent à travers les ouvertures de la ligne *X Z*, & que ceux qui paroîtroient à travers les ouvertures couvertes de la bande mobile *P R*, ſont de la rangée ſupérieure. 2°. Qu'en tournant, *Fig.* 1, le cercle mobile *Q*, on arrêtera ſous une des ouvertures de la ligne *X Z*, tel chiffre que l'on voudra ; & que le chiffre retranché de 15 ſur le barillet des deniers, donnera celui qui lui correſpond dans la rangée ſupérieure des deniers; retranché de 19 ſur le barillet des ſous, il donnera celui qui lui correſpond dans la rangée ſupérieure des ſous; retranché de 9 ſur le barillet des unités de livres, il donnera celui qui lui correſpond dans la rangée ſupérieure des unités de livres, & ainſi de ſuite. 3°. Que pareillement celui de la bande ſupérieure du barillet des deniers, retranché de 11, donnera celui qui lui correſpond dans la rangée inférieure, *&c.*

La piece *a b c d e f g h i k l*, qu'on entrevoit, *mêm. Fig.* 2, eſt celle qu'on appele *le ſautoir*. Il eſt important d'en bien conſideter la figure, la poſition & le jeu ; car ſans une connoiſſance très-exacte de ces trois choſes, il ne faut pas eſpérer d'avoir une idée préciſe de la machine : auſſi avons nous répété cette piece en trois figures différentes. *a b c d e f g h i k l*, *Fig.* 2, eſt le ſautoir, comme nous venons d'en avertir : s 2 3 4 6 7 x y T z v, l'eſt auſſi, *Fig.* 3, & s 2 3 4 5 6 7 8 9, l'eſt encore, *Fig.* 4.

Le ſautoir, *Fig.* 2, a deux anneaux ou portions de douilles, dans leſquelles paſſe la portion *f k* & *g l* de l'axe de la roue à chevilles 8, 9 ; il eſt mobile ſur cette partie d'axe. Le ſautoir, *Fig.* 3, a une concavité ou partie échancrée 3, 4, 5 ; un coude 7, 8, 9, pratiqués pour laiſſer paſſer les chevilles de la roue 8, 9 ; deux anneaux dont on voit un en 9, l'autre eſt couvert par une portion de la roue 6, 7, à la partie inférieure de l'échancrure 3, 4, 5 ; en 2, une eſpece de couliſſe, dans laquelle le cliquet s eſt ſuſpendu par le tenon 2' & preſſé par un reſſort entre les chevilles de la roue 8, 9. Pour qu'on aperçût ce reſſort & ſon effet, on a rompu, *Fig.* 3, un des côtés de la couliſſe en *x*, *y* ; 1a eſt le cliquet ; 2 le tenon qui le tient ſuſpendu ; & Z *v* le reſſort qui apuie ſur ſon talon, & pouſſe ſon extrémité entre les chevilles de la roue 8, 9.

Ce qui précede bien entendu, nous pouvons paſſer au jeu de la machine. Soit, *Figure* 2, le cercle mobile 1 *Q* 2, mû dans la direction 1 *Q* 2, la roue à chevilles 4, 5, ſera mûe, & la roue à chevilles 6, 7 ; & *Fig.* 3 la roue *VIII*, *IX* ; car c'eſt la même que la roue 8, 9 de la *Figure* 2. Cette roue *VIII*, *IX*, ſera mûe dans la direction *VIII*, *VIII*, *IX*, *IX*. La premiere de ſes deux chevilles *r*, *s*, entrera dans l'echancrure du ſautoir ; le ſautoir continuera d'être élevé, à l'aide de la ſeconde cheville *R S*. Dans ce mouvement, l'extrémité 1 du cliquet ſera entraînée ; & ſe trouvant à la hauteur de l'entre-deux de deux chevilles immédiatement ſupérieur à celui ou elle étoit, elle y ſera pouſſée par le reſſort. Mais la machine eſt conſtruite de maniere que ce premier échapement n'eſt pas plutôt fait, qu'il s'en fait un autre, celui de la ſeconde cheville *R S* deſſous la partie 3, 4, du ſautoir : ce ſecond échapement laiſſe le ſautoir abandoné à lui-même ; le poids de ſa partie 4 5 6 7 8 9, fait agir l'extrémité s du cliquet contre la cheville de la roue 8, 7, ſur laquelle elle vient de s'apuier par le premier échapement ; fait tourner la roue 8, 9, dans le ſens 8, 8, 9, 9, & par conſéquent auſſi dans le même ſens la roue 10, 11, 11, & la roue 12, 13, en ſens contraire, ou dans la direction 13, 13, 5a ; & dans le même ſens que la roue 12, 13, le barillet 14, 15. Mais telle eſt encore la conſtruction de la machine que, quand par le ſecond echapement, celui de la cheville *R S* de deſſous la partie 3, 4, du ſautoir, ce ſautoir ſe trouve abandoné à lui-même, il ne peut deſcendre & entraîner la roue 8, 9, que d'une certaine quantité déterminée. Quand il eſt deſcendu de cette quantité, la partie *T*, *Fig.* 2, de la couliſſe rencontre l'eſtoquiau *r* qui l'arrête.

Maintenant ſi l'on ſuppoſe 1°. que la roue *VIII*, *IX*, a douze chevilles, la roue *X*, *XI* autant, & la roue *XII*, *XIII* autant encore : 2°. que la roue 8, 9 a vingt chevilles, la roue 10, 11 vingt, & la roue 12, 13, autant : 3°. que l'extrémité *T* du ſautoir, *Figure* 3, rencontre l'eſtoquiau *r* préciſément quand la roue 8, 9, *Fig.* 4, a tourné d'une vingtieme partie, il s'enſuivra évidemment que le barillet *XIV*, *XV*, fera un tour ſur lui-même, tandis que le barillet 14, 15 ne tournera ſur lui-même que de ſa vingtieme partie.

Si l'on ſuppoſe 2°. que la roue *VIII*, *IX* a vingt chevilles, la roue *X*, *XI* autant, & la roue *XII*, *XIII* autant : 2°. que la roue 8, 9, ait dix chevilles, la roue 10, 11 autant, & la roue 12, 13 autant : 3°. que l'extrémité *T* du ſautoir ne ſoit arrêtée, *Figure* 3, par l'eſtoquiau *r*, que quand la roue 8, 9, *Figure* 4, a tourné d'une dixieme partie, il s'enſuivra évidemment que le barillet *XIV*,

XV fera un tour entier ſur lui-même, tandis que le barillet 14, 15 ne tournera ſur lui-même que de ſa dixieme partie.

Si l'on ſuppoſe, 3°. que la roue *VIII*, *IX* ait dix chevilles, la roue *X*, *XI* autant, & la roue *XII*, *XIII* autant : 2°. que la roue 8, 9 ait pareillement dix chevilles, la roue 10, 11 autant, & la roue 12, 13 autant auſſi : 3°. que l'extrémité *T* du ſautoir, *Fig.* 3, ne ſoit arrêtée par l'eſtoquiau *r*, que quand la roue 8, 9, *Fig.* 4, aura tourné d'un dixieme, il s'enſuivra évidemment que le barillet *XIV*, *XV* fera un tour entier ſur lui-même, tandis que le barillet 14, 15 ne tournera ſur lui-même que d'un dixieme.

On peut donc, en général, établir tel raport qu'on voudra entre un tour entier du barillet *XIV*, *XV*, & la partie dont le barillet 14, 15 tournera dans le même temps.

Donc, ſi l'on écrit ſur le barillet *XIV*, *XV* les deux rangées de nombre ſuivantes, l'une au deſſus de l'autre, comme on les voit,

0, 11, 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1.
11, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

& ſur le barillet 14, 15, les deux rangées ſuivantes, comme on les voit,

0, 19, 18, 17, 16, 15, 14, 13, 12, 11, 10,
19, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,
9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1.
10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18.

& que les zéros des deux rangées inférieures des barillets correſpondent exactement aux intervalles *A*, *B*, il eſt clair qu'au bout d'une révolution du barillet *XIV*, *XV*, le zéro correſpondra encore à l'intervalle *B* : mais que ce ſera le chifre 1 du barillet 14, 15, qui correſpondra dans le même temps à l'intervalle *A*.

Donc, ſi l'on écrit ſur le barillet *XIV*, *XV* les deux rangées ſuivantes, comme on les voit,

0, 19, 18, 17, 16, 15, 14, 13, 12, 11, 10,
19, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,
9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1.
10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18.

& ſur le barillet 14, 15, les deux rangées ſuivantes, comme on les voit,

0, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1.
9, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

& que les zéros des deux rangées inférieures des barillets correſpondent en même temps aux intervalles *A*, *B*, il eſt clair que dans ce cas, de même que dans le premier, lorſque le zéro du barillet *XIV*, *XV* correſpondra, après avoir fait un tour, à l'intervalle *B*, le barillet 14, 15 préſentera à l'ouverture ou eſpace *A*, le chifre 1.

Il en ſera toujours ainſi, quelles que ſoient les rangées de chifres que l'on trace ſur le barillet *XIV*, *XV*, & ſur le barillet 14, 15 : dans le premier cas, le barillet *XIV*, *XV* tournera ſur lui-même, & préſentera les douze caracteres à l'intervalle *B*, quand le barillet 14, 15, n'ayant tourné que d'un vingtieme, préſentera à l'intervalle *A*, le chifre 1. Dans le ſecond cas, le barillet *XIV*, *XV* tournera ſur lui-même, & préſentera ſes vingt caracteres à l'ouverture ou intervalle *B*, pendant que le barillet 14, 15, n'ayant tourné que d'un dixieme, préſentera à l'ouverture ou intervalle *A*, le chifre 1. Dans le troiſieme cas, le barillet *XIV*, *XV* tournera ſur lui-même, & aura préſenté ſes dix caracteres à l'ouverture *B*, quand le barillet 14, 15, n'ayant tourné que d'un dixieme, préſentera à l'ouverture ou intervalle *A*, le chifre 1.

Mais au lieu de faire toutes ces ſuppoſitions ſur deux barillets, je peux les faire ſur un grand nombre de barillets, tous aſſemblés les uns avec les autres, comme on voit ceux de la *Fig.* 4. Rien n'empêche de ſuppoſer à côté du barillet 14, 15 un autre barillet placé par raport à lui, comme il eſt placé par raport au barillet *XIV*, *XV*, avec le mêmes roues, un ſautoir & tout le reſte de l'aſſemblage. Rien n'empêche que je ne puiſſe ſuppoſer douze chevilles à la roue *VIII*, *IX* & les deux rangées 0, 11, 10, 9, *&c.* tracées
11, 0, 1, 2, *&c.*
ſur le barillet *XIV*, *XV*, vingt chevilles à la roue 8, 9, & les deux rangées 0, 19, 18, 17, 16, 15, *&c.*
19, 0, 1, 2, 3, 4, *&c.*
tracées ſur le barillet 14, 15 ; dix chevilles à la premiere, pareille à la roue 8, 9, & les deux rangées 0, 9, 8, 7, 6, *&c.* ſur le troiſieme barillet ;
9, 0, 1, 2, 3, *&c.*
dix chevilles à la ſeconde pareille de 8, 9, & les deux rangées 0, 9, 8, 7, 6, *&c.* ſur le quatrieme barillet ;
9, 0, 1, 2, 3, *&c.*
dix chevilles à la troiſieme pareille de 8, 9, & les deux rangées 0, 9, 8, 7, 6, *&c.*
9, 0, 1, 2, 3, *&c.*
ſur le cinquieme barillet, & ainſi de ſuite.

Rien n'empêche non plus de ſuppoſer que tandis que le premier barillet préſentera ſes douze chifres à ſon ouverture, le ſecond ne préſentera plus que le chifre 1 à la ſiene ; que tandis que le ſecond barillet préſentera ſes vingt chifres à ſon ouverture, ou intervalle, le troiſieme ne préſentera que le chifre 1 ; que tandis que le troiſieme barillet préſentera ſes dix caracteres à ſon ouverture, le quatrieme n'y préſentera que le chifre 1 ; que tandis que le quatrieme barillet préſentera ſes dix caracteres à ſon ouverture, le cinquieme barillet ne préſentera à la ſiene que le chifre 1, & ainſi de ſuite.

D'où il s'enſuivra, 1°. qu'il n'y aura aucun nombre qu'on ne puiſſe écrire avec ces barillets ; car après les deux échapemens, chaque équipage de barillet demeure iſolé, eſt indépendant de celui

qui le précede du côté de la droite, peut tourner ſur lui-même tant qu'on voudra dans la direction *VIII*, *VIII*, *IX*, *IX*, & par conſéquent offrir à ſon ouverture celui des chifres de ſa rangée inférieure qu'on jugera à propos: mais les intervalles *A*, *B*, ſont aux cylindres nus *XIV*, *XV*, 14, 15, ce que leur ſont les ouvertures de la ligne *Y*, *X*, *Fig.* 1, quand ils ſont couverts de la plaque *NORP*.

2°. Que le premier barillet marquera des deniers, le ſecond des ſous, le troiſieme des unités de livres, le quatrieme des dixaines, le cinquieme des centaines, *&c.*

3°. Qu'il faut un tour du premier barillet, pour un vingtieme du ſecond; un tour du ſecond, pour un dixieme du troiſieme; un tour du troiſieme, pour un dixieme du quatrieme; & que par conſéquent les barillets ſuivent entre leurs mouvemens la proportion qui regne entre les chifres de l'Arithmétique, quand ils exprimenr des nombres; que la proportion des chifres eſt toujours gardée dans les mouvemens des barillets, quelle que ſoit la quantité des tours qu'on faſſe faire au premier, ou au ſecond ou au troiſieme, & que par conſéquent de même qu'on fait les opérations de l'*Arithmétique* avec des chifres, on peut les faire avec les barillets & les rangées de chifres qu'ils ont.

4°. Que, pour cet effet, il faut commencer par mettre tous les barillets de maniere que les zéros de leur rangée inférieure correſpondent en même temps aux ouvertures de la bande *YZ*, & de la plaque *NO RP*; car ſi tandis que le premier barillet, par exemple, préſente o à ſon ouverture, le ſecond préſente 4 à la ſiene, il eſt à préſumer que le premier barillet a déja fait quatre tours; ce qui n'eſt pas vrai.

5°. Qu'il eſt aſſez indifférent de faire tourner les barillets dans la direction *VIII*, *VIII*, *IX*; que ce mouvement ne dérange rien à l'effet de la machine; mais qu'il ne faut pas qu'ils aient la liberté de rétrograder; & c'eſt auſſi la fonction du cliquet ſupérieur C de la leur ôter.

Il permet, comme on voit, aux roues de tourner dans le ſens *VIII*, *VIII*, *IX*: mais il les empêche de tourner dans le ſens contraire.

6°. Que les roues ne pouvant tourner que dans la direction *VIII*, *VIII*, *IX*, c'eſt de la ligne ou rangée de chifres inférieure des barillets qu'il faut ſe ſervir pour écrire un nombre; par conſéquent pour faire l'addition; par conſéquent encore pour faire la multiplication; & que comme les chifres des rangées ſont dans un ordre renverſé, la ſouſtraction ſe doit faire ſur la rangée ſupérieure, & par conſéquent auſſi la diviſion.

Mais tous ces corollaires s'éclairciront davantage par l'uſage de la machine, & la maniere de faire les opérations.

Mais, avant que de paſſer aux opérations, nous ferons obſerver encore une fois que chaque roue 6, 7, *Fig.* 4, a ſa correſpondance 4, 5, *Fig.* 2; & chaque roue, 4, 5, ſon cercle mobile *Q*; que chaque roue 8, 9, a ſon cliquet ſupérieur & ſon cliquet inférieur; que ces deux cliquets ont une de leurs fonctions communes: c'eſt d'empêcher les roues *VIII*, *IX*, 8, 9, *&c.* de rétrograder; enfin que le talon 1, pratiqué au cliquet inférieur, lui eſt eſſentiel.

Uſage de la machine Arithmétique pour l'addition. Commencez par couvrir de la bande *PR*, la rangée ſupérieure d'ouvertures, en ſorte que cette bande ſoit dans l'état où vous la voyez, *Fig.* 1; mettez enſuite toutes les roues de la bande inférieure ou rangée à zéro; & ſoient les ſommes à ajouter:

69	7	8
584	15	6
342	12	9

Prenez le conducteur; portez ſa pointe dans la huitieme denture du cercle *Q*, le plus à la droite; faites tourner ce cercle juſqu'à ce que l'arrêt ou la potence *S* vous empêche d'avancer.

Paſſez à la roue des ſous, ou au cercle *Q* qui ſuit immédiatement celui ſur lequel vous avez opéré en allant de la droite à la gauche; portez la pointe du conducteur dans la ſeptieme denture, à compter depuis la potence; faites tourner ce cercle juſqu'à ce que la potence *S* vous arrête; paſſez aux livres, aux dixaines, & faites la même opération ſur leur cercle *Q*.

En vous y prenant ainſi, votre premiere ſomme ſera évidemment écrite: opérez ſur la ſeconde préciſément comme vous avez fait ſur la premiere, ſans vous embaraſſer des chifres qui ſe préſentent aux ouvertures, puis ſur la troiſieme. Après votre troiſieme opération, remarquez les chifres qui paroîtront aux ouvertures de la ligne *YZ*, ils marqueront la ſomme totale de vos trois ſommes partieles.

Démonſtration. Il eſt évident que ſi vous faites tourner le cercle *Q* des deniers de huit parties, vous aurez 8 à l'ouverture correſpondante à ce cercle. Il eſt encore évident que ſi vous faites tourner le même cercle de ſix autres parties, comme il eſt diviſé en douze, c'eſt la même choſe que ſi vous l'aviez fait tourner de douze parties, plus 2, mais en le faiſant tourner de douze, vous auriez remis à zéro le barillet des deniers correſpondant à ce cercle des deniers, puiſqu'il eût fait un tour exact ſur lui-même: mais il n'a pu faire un tour ſur lui-même, que le ſecond barillet, ou celui des ſous n'ait tourné d'un vingtieme, & par conſéquent mis le chifre 1 à l'ouverture des ſous. Mais le chifre des deniers n'a pu reſter à zéro; car ce n'eſt pas ſeulement de douze parties que vous l'avez fait tourner, mais de douze parties plus deux. Vous avez donc fait en ſous comme ſi le barillet des deniers étant à zéro, celui des ſous à 1, vous euſſiez fait tourner le cercle *Q* des deniers de deux dentures: mais en faiſant tourner le cercle *Q* des deniers de deux dentures, on met le barillet des deniers à 2, ou ce barillet

préſente 2 à ſon ouverture. Donc le barillet des deniers offrira 2 à ſon ouverture, & celui des ſous 1, mais 8 deniers & 6 deniers font 14 deniers, ou un ſou, plus 2 deniers; ce qu'il falloit en effet ajouter; & ce que la machine a donné. La démonſtration ſera la même pour tout le reſte de l'opération.

Exemple de la ſouſtraction. Commencez par baiſſer la bande *P R* ſur la ligne *X Y* d'ouvertures inférieures; écrivez la plus grande ſomme ſur les ouvertures de la ligne ſupérieure, comme nous l'avons preſcrit pour l'addition par le moyen du conducteur; faites l'addition de la ſomme à ſouſtraire, ou de la plus petite avec la plus grande, comme nous l'avons preſcrit à l'exemple de l'addition: cette addition faite, la ſouſtraction le ſera auſſi. Les chifres qui paroîtront aux ouvertures marqueront la différence des deux ſommes, ou l'excès de la grande ſur la petite, ce que l'on cherchoit.

Soit	9121	9	2
dont il faut ſouſtraire	8989	16	11

Si vous exécutez ce que nous vous avons preſcrit, vous trouverez aux ouvertures 131 9 3.

Démonſtration. Quand j'écris le nombre 9121 l. 9 ſ. 2 d. pour faire paroître 2 à l'ouverture des deniers, je ſuis obligé de faire paſſer avec le directeur, onze dentures du cercle *Q* des deniers; car il y a à la rangée ſupérieure du barillet des deniers onze termes depuis 0 juſqu'à 2: ſi à ce deux j'ajoute encore 15, je tomberai ſur 3: car il faut encore que je faſſe faire onze dentures aux cercles *Q*: or comptant 11, depuis 2, on tombe ſur 3. La démonſtration eſt la même pour le reſte. Mais remarquez que le barillet des deniers n'a pu tourner de 22, ſans que le barillet des ſous n'ait tourné d'un vingtieme ou de douze deniers. Mais comme à la rangée d'en-haut, les chifres vont en rétrogradant dans le ſens que les barillets tournent; à chaque tour du barillet des deniers, les chifres du barillet des ſous diminuent d'une unité; c'eſt-à-dire, que l'emprunt que l'on fait pour un barillet eſt aquité ſur l'autre, ou que la ſouſtraction s'exécute comme à l'ordinaire.

Exemple de multiplication. Revenez aux ouvertures inférieures; faites remonter la bande *P R* ſur les ouvertures ſupérieures; mettez toutes les roues à zéro, par le moyen du conducteur, comme nous l'avons dit plus haut. Ou le multiplicateur n'a qu'un caractere, ou il en a pluſieurs; s'il n'a qu'un caractere, on écrit, comme pour l'addition, autant de fois le multiplicande qu'il y a d'unités dans ce chifre du multiplicateur: ainſi, la ſomme 1245 étant à multiplier par 3, j'écris ou poſe trois fois cette ſomme à l'aide de mes roues & des cercles *Q*; après la derniere fois, il paroît aux ouvertures 3735, qui eſt en effet le produit de 1245 par 3.

Si le multiplicateur a pluſieurs caracteres, il faut multiplier tous les chifres du multiplicande par chacun de ceux du multiplicateur, les écrire de la même maniere que pour l'addition: mais il faut obſerver au ſecond multiplicateur de prendre pour premiere roue celle des dixaines.

La multiplication n'étant qu'une eſpece d'addition, & cette regle ſe faiſant évidemment ici par voie d'addition, l'opération n'a pas beſoin de démouſtration.

Exemple de diviſion. Pour faire la diviſion, il faut ſe ſervir des ouvertures ſupérieures; faites donc deſcendre la bande *P R* ſur les inférieures; mettez à zéro toutes les roues fixées ſur cette bande, & qu'on appele *roues de quotient*; faites paroître aux ouvertures votre nombre à diviſer, & opérez comme nous allons dire.

Soit la ſomme 65 à diviſer par cinq; vous dites, en ſix, cinq y eſt; & vous ferez tourner votre roue comme ſi vous vouliez additioner 5 & 6; cela fait, les chifres des roues ſupérieures allant toujours en rétrogradant, il eſt évident qu'il ne paroîtra plus que 1 à l'ouverture où il paroiſſoit 6; car dans 0, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1; 1 eſt le cinquieme terme après 6.

Mais le diviſeur 5 n'eſt plus dans 1, marquez donc 1 ſur la roue des quotiens, qui répond à l'ouverture des dixaines; paſſez enſuite à l'ouverture des unités, ôtez-en 5 autant de fois qu'il ſera poſſible, en ajoutant 5 au caractere qui paroît à travers cette ouverture, juſqu'à ce qu'il vienne à cette ouverture ou zéro, ou un nombre plus petit que cinq, & qu'il n'y ait que des zéros aux ouvertures qui précedent: à chaque addition faites paſſer l'aiguille de la roue des quotiens qui eſt au deſſous de l'ouverture des unités, du chifre 1 ſur le chifre 2, ſur le chifre 3; en un mot, ſur un chifre qui ait autant d'unités que vous ferez de ſouſtractions: ici, après avoir ôté trois fois 5 du chifre qui paroiſſoit à l'ouverture des unités, il eſt venu zéro; donc 5 eſt 13 fois en 65.

Il faut obſerver ici qu'en ôtant une fois 5 du chifre qui paroît aux unités, il vient tout de ſuite zéro à cette ouverture; mais que pour cela l'opération n'eſt pas achevée, parce qu'il reſte une unité à l'ouverture des dixaines, qui fait, avec le zéro qui ſuit, 10, qu'il faut épuiſer; or il eſt évident que 5 ôté deux fois de 10, il ne reſtera plus rien; c'eſt-à-dire, que pour exhauſtion totale, ou que pour avoir zéro à toutes les ouvertures, il faut encore ſouſtraire 5 deux fois.

Il ne faut pas oublier que la ſouſtraction ſe fait exactement comme l'addition, & que la ſeule différence qu'il y ait, c'eſt que l'une ſe fait ſur les nombres d'en-bas, & l'autre ſur les nombres d'en-haut.

Mais ſi le diviſeur a pluſieurs caracteres, voici comment on opérera: ſoit 9989 à diviſer par 124, on ôtera 1 de 9, chifre qui paroît à l'ouverture des mille; 2 du chifre qui paroît à l'ouverture des centaines; 5 du chifre qui paroît à l'ouverture des dixaines, & l'on mettra l'aiguille des

cercles

cercles du quotient, qui répond à l'ouverture des dixaines, ſur le chifre 1. Si le diviſeur 124 peut s'ôter encore une fois de ce qui paroîtra, après la premiere ſouſtraction, aux ouvertures des mille, des centaines & des dixaines, on l'ôtera & on tournera l'aiguille du même cercle du quotient ſur 2, & on continuera juſqu'à l'exhauſtion la plus complete qu'il ſera poſſible; pour cet effet, il faudra réitérer ici la ſouſtraction huit fois ſur les trois mêmes ouvertures; l'aiguille du cercle du quotient qui répond aux dixaines, ſera donc ſur 8, & il ne ſe trouvera plus aux ouvertures que 69, qui ne peut plus ſe diviſer par 124; on mettra donc l'aiguille du cercle du quotient, qui repond à l'ouverture des unités, ſur 9, ce qui marquera que 124 ôté 80 fois de 9989, il reſte enſuite 69.

Maniere de réduire les livres en ſous & les ſous en deniers. Réduire les livres en ſous, c'eſt multiplier par 20 les livres données; & réduire les ſous en deniers, c'eſt multiplier par douze. *Voyez* MULTIPLICATION.

Convertir les ſous en livres & les deniers en ſous, c'eſt diviſer dans le premier cas par 20, & dans le ſecond par douze. *Voyez* DIVISION.

Convertir les deniers en livres, c'eſt diviſer par 240. *Voyez* DIVISION.

Il parut en 1725 une autre machine *arithmétique*, d'une compoſition plus ſimple que celle de M. Paſcal, & que celles qu'on avoit déja faites à l'imitation; elle eſt de M. de l'Épine; & l'Académie a jugé qu'elle contenoit pluſieurs choſes nouveles & ingénieuſement penſées. On la trouvera dans le recueil des machines: on y en verra encore une autre de M. Boitiſſendeau, dont l'Académie fait auſſi l'éloge. Le principe de ces machines une fois connu, il y a peu de mérite à les varier: mais il falloit trouver ce prineipe; il falloit appercevoir que ſi l'on fait tourner verticalement de droite à gauche un barillet chargé de deux ſuites de nombres placées l'une au deſſus de l'autre, en cette ſorte, 0, 9, 8, 7, 6 &c.

9, 0, 1, 2, 3 &c.

l'addition ſe faiſoit ſur la rangée ſupérieure, & la ſouſtraction ſur l'inférieure, préciſément de la même maniere. (*M.* DIDEROT.)

ARMILLAIRE, adj. *en Aſtronomie*; c'eſt ainſi que l'on appele une *ſphere artificielle*, compoſée de pluſieurs cercles de métal ou de bois, qui repréſentent différens cercles de la ſphere du monde, mis enſemble dans leur ordre naturel. Ce mot *armillaire* eſt formé d'*armilla*, qui veut dire un bracelet. La ſphere *armillaire* ſert à aider l'imagination pour concevoir l'arangement des cieux & le mouvement des corps celeſtes.

On en voit la repréſentation dans la premiere *Planche d'Aſtronomie*; elle ſera expliquée au mot *ſphere*. Il y a cette différence entre le globe & la ſphere *armillaire*, que la ſphere eſt à jour, & ne contient préciſément que les principaux cercles; au lieu que le globe eſt entiérement ſolide, & que les cercles y ſont ſimplement tracés. Outre la ſphere *armillaire*, qui repréſente les différens cercles qu'on imagine ſur le globe terreſtre ou céleſte, il y a d'autres ſpheres *armillaires*, qui repréſentent les orbites ou les cercles que décrivent les planetes dans les différens ſyſtêmes. Ainſi, il y a la ſphere *armillaire* de Ptolomée, celle de Copernic, celle de Tycho: ces différentes ſpheres repréſentent les différens arangemens des planetes, ſuivant ces aſtronomes. Mais quoique le ſyſtême de Copernic ſoit le véritable, la ſphere de Ptolomée eſt la plus uſitée, & ſuffit pour les notions élémentaires, comme étant la plus ſimple.

ARMILLES, ſ. m. pl. (*Aſtronomie. Inſtrum.*) Les *armilles* d'Alexandrie ſont célebres dans l'Aſtronomie, par les obſervations de Tymocharès & d'Ératoſthene. La plus ancienne obſervation faite à Alexandrie ſous le regne des Ptolomée, environ 294 ans avant J. C., ſur la déclinaiſon de l'épi de la Vierge, fut faite avec ces *armilles*; & ces obſervations ſervirent à Hipparque pour découvrir le changement de ſituation des étoiles fixes ou la préceſſion des équinoxes. Ces *armilles* conſiſtoient probablement en deux cercles de cuivre, fixés dans le plan de l'équateur & du méridien, & peut-être un troiſieme cercle mobile; à peu près comme l'aſtrolâbe que Ptolomée décrit dans l'Almageſte. Ces *armilles* avoient une demi-aune de diametre, ſuivant Proclus; & comme l'aune des anciens étoit, ſuivant quelques auteurs, la longueur des bras étendus, Flamſteed penſe que ces *armilles* pouvoient avoir trois pieds de diametre. *Hiſteria celeſtis*, *prolegomena*, *p.* 59, 21, 30; & il croit qu'on pouvoit obſerver à cinq minutes près avec ces *armilles*. Ptolomée s'en ſervit auſſi pour obſerver les équinoxes, depuis l'an 132 de J. C. juſqu'à l'an 147, à l'exemple d'Hipparque, dont Ptolomée raporte de ſemblables obſervations; mais celles de Ptolomée ſont tout-à-fait défectueuſes.

Tycho-Brahé avoit auſſi des *armilles* ou des cercles mobiles les uns dans les autres, pour obſerver les poſitions des aſtres. *Voyez* PLANCHES D'ASTRONOMIE, *Fig.* 229, où ces *armilles* équatorienes ſont repréſentées. Le cercle extérieur *N Z H* repreſente le méridien, & il eſt ſuppoſé en effet placé dans le plan du méridien; en ſorte que le point *N* regarde directement le midi, & que le point *H* ſoit au nord: ce cercle étoit de cuivre poli, & diviſé de minute en minute. Les autres cercles étoient ſeulement couverts de lames de cuivre. Autour de l'axe *P A*, tournent les deux cercles *F I* & *Q N*; le cercle *F I* n'eſt point diviſé, parce qu'il ne ſert qu'à ſoutenir & porter l'équateur *N M R* qui eſt mobile. L'axe *P A* eſt de cuivre, & porte un cylindre *D* au centre de cette ſphere. Les pinnules *R* & *N* qui ſont ſur l'équateur, ſont de cuivre; elles ſervent à meſurer les diſtances des aſtres au méridien ou les angles horaires, & les différences d'aſcenſion droite. On a même cet avantage avec un équateur mo-

bile, c'eſt que lorſqu'on met un aſtre ſur le degré d'aſcenſion droite qui lui convient, on voit dans le méridien même l'aſcenſion droite du milieu du ciel, dont les aſtronomes ont ſouvent beſoin; d'où l'on conclut l'heure qu'il eſt quand on ſait l'aſcenſion droite du ſoleil.

Le cercle intérieur *VQC* eſt un cercle horaire, un cercle de declinaiſon, où un méridien qui tourne autour de l'axe *PA*, & dont le plan eſt toujours perpendiculaire à celui de l'équateur *RMN*. On dirige ce méridien mobile vers l'aſtre dont on veut meſurer la déclinaiſon; & au moyen des pinnules mobiles *Q* ou *C*, & du cylindre *D* qui eſt au centre de l'inſtrument porté ſur l'axe même, on s'aligne vers l'étoile dont la déclinaiſon ſe trouve marquée par la pinnule.

Toute cette machine étnit placée ſur un pied de cuivre très-ſolide, qu'il faut concevoir au deſſous de *T*. (*D. L.*)

ARPENTAGE, ſ. m. (*Géométrie*). C'eſt proprement l'art ou l'action de meſurer les terrains, c'eſt-à-dire, de prendre les dimenſions de quelques portions de terre, de les décrire ou de les tracer ſur une carte, & d'en trouver l'aire. *Voy.* MESURE & CARTE, &c.

L'*arpentage* eſt un art très-ancien: on croit même que c'eſt lui qui a donné naiſſance à la Géométrie. *Voyez* GÉOMÉTRIE.

L'*arpentage* a trois parties; la premiere conſiſte à prendre les meſures & à faire les obſervations néceſſaires ſur le terrain même; la ſeconde, à mettre ſur le papier ces meſures & ces obſervations; la troiſieme, à trouver l'aire du terrain.

La premiere partie eſt proprement ce qu'on appele l'*arpentage*; la ſeconde eſt l'art de lever ou de faire un plan; la troiſieme eſt le calcul du toiſé.

De plus, la premiere ſe diviſe en deux parties, qui conſiſtent à faire les obſervations des angles & à prendre les meſures des diſtances. On fait les obſervations des angles avec quelqu'un des inſtrumens ſuivans: le graphometre, le demi-cercle, la planchete, la bouſſole, &c. On peut voir la deſcription & la maniere de faire uſage de ces inſtrumens, aux *articles* GRAPHOMETRE, PLANCHETE, BOUSSOLE, CERCLE *d'Arpenteur*, &c.

On meſure les diſtances avec la chaîne ou l'odometre. *Voyez* la deſcription & la maniere d'appliquer ces inſtrumens, aux *articles* CHAÎNE & ODOMETRE *ou* COMPTE-PAS.

La ſeconde partie de l'*arpentage* s'exécute par le moyen du raporteur & de l'échele d'arpenteur. *Voyez*-en les uſages aux *articles* RAPORTEUR, ÉCHELE, &c. *Voyez* auſſi CARTE.

La troiſieme partie de l'*arpentage* ſe fait en réduiſant les différentes diviſions, les différens enclos, &c. en triangles, en carrés, en parallélogrammes, en trapezes, &c. mais principalement en triangles; après quoi l'on détermine l'aire ou la ſurface de ces différentes figures, ſuivant les regles expoſées aux *articles*, AIRE, TRIANGLE, CARRÉ, &c.

La croix d'*arpentage* ou le bâton d'arpenteur eſt un inſtrument peu connu & encore moins uſité en Angleterre, quoiqu'en France, &c. l'on s'en ſerve au lieu de graphometre ou de quelque autre inſtrument ſemblable. Il eſt compoſé d'un cercle de cuivre, ou plutôt d'un limbe circulaire gradué, & de plus diviſé en quatre parties égales par deux lignes droites qui ſe coupent au centre à angles droits; à chacune des quatre extrémités de ces lignes & au centre ſont atachées deux pinnules ou des viſieres, & le tout eſt monté ſur un bâton. *Voyez* BÂTON. (*E*).

* Il s'eſt élevé depuis quelque temps une queſtion relative à la pratique de l'*arpentage*. Il s'agit de ſavoir ſi, dans la meſure d'un terrain incliné, on doit prendre ou ſa ſuperficie réelle ou celle de ſa baſe horizontale.

Nous remarquerons d'abord que cette queſtion n'eſt pas directement du reſſort de la Géométrie. En effet, quelque maniere qu'on prene, il faudra néceſſairement déterminer les limites du terrain qu'on meſure & ſon inclinaiſon ſur l'horizon, & après cela, ſoit qu'on meſure ſa baſe horizontale, ſoit qu'on meſure ſa ſuperficie, on voit que le réſultat final détermine également le même terrain.

Mais l'*arpentage* eſt encore plus l'art de reconoître, de partager & d'évaluer un champ, que celui d'en marquer la poſition, de le meſurer & de le diviſer; & c'eſt dans cette partie civile & économique de l'art, qu'il peut ſeulement y avoir quelques difficultés qu'on réſoudra facilement dans tous les cas, à l'aide des principes ſuivans.

1°. On peut propoſer de meſurer un tel nombre d'arpens de terre, pris dans un champ dont la poſition eſt donnée. Dans ce cas, il faut examiner d'abord ſi cette quantité à prendre n'a pas été déterminée par un *arpentage* antérieur; & ſi cela eſt, & qu'on connoiſſe la méthode qu'on a ſuivie, il faut encore la ſuivre. Si c'eſt le premier *arpentage*, nous remarquerons que le ſeul but qu'on puiſſe avoir, eſt de prendre la méthode qui donne en général un produit de culture proportionel à la meſure; ainſi, ſi le produit d'un plan incliné étoit à celui de ſa baſe horizontale comme la ſuperficie de ces deux plans, ce ſeroit la ſuperficie du terrain incliné qu'il faudroit meſurer: mais c'eſt ce qu'on ne peut aſſurer. Car ſi la difficulté de la culture, les ravines, la dégradation des terrains eſt plus que compenſée par la facilité de placer les plantes à des diſtances horizontales moins grandes, il eſt aiſé de voir que cet avantage n'eſt pas, à beaucoup près, dans la proportion dont je viens de parler: en effet, il faudroit pour cela qu'une ſuperficie inclinée à 60 degrés, par exemple, produiſît autant que la même ſuperficie horizontale; ce que perſone ne s'aviſera de ſoutenir. Ainſi, il ſera en général plus commode de meſurer ſeulement la baſe horizontale, & de ſe conduire, par raport à l'avantage des terrains inclinés, comme ſi dans le même champ on avoit des terrains de différentes valeurs.

2°. Si on a un champ à diviſer en raiſon donnée, il faut encore préférer la méthode de meſurer la baſe horizontale, & on auroit alors à partager un champ horizontal, mais dont les différentes parties ſont inégales quant au produit. Ainſi, pour que le partage ſoit égal, il faut, au lieu de le diviſer en parties égales, le diviſer en parties qui ſoient entr'elles en raiſon inverſe de leur produit.

3°. S'il eſt queſtion d'évaluer un champ par la quantité de ſa ſuperficie, on voit que pour une évaluation exacte, il faut ou meſurer ſa baſe horizontale, & avoir égard aux avantages de l'inclinaiſon, ou meſurer la ſuperficie inclinée, & avoir égard à ſon déſavantage ſur une ſuperficie égale & horizontale. Or, puiſque dans aucun des deux cas une ſimple meſure ne ſuffit, c'eſt la méthode de meſurer la baſe horizontale qu'il faut préférer.

Elle eſt, dans tous les cas, auſſi exacte pour le but civil, qui eſt le raport des produits plutôt que celui des ſurfaces, & l'autre ne peut être pratiquée avec exactitude ſur des terrains de courbures ſouvent irrégulieres, ſans des attentions & des précautions qu'on ne doit pas atendre des arpenteurs.

Lorſqu'il eſt queſtion de lever des plans & de déſigner les terrains meſurés par leurs limites, la maniere de prendre, pour leur ſuperficie, celle du plan incliné, rend la conſtruction & l'uſage de ces plans preſqu'impraticable, & c'eſt une raiſon pour faire préférer l'autre méthode toutes les fois qu'un *arpentage* fait antérieurement, & qui doit ſervir de regle, n'oblige pas à prendre la premiere: je crois même qu'il ſeroit utile de faire une regle générale qui aſtreignît à ſuivre la méthode qu'on vient de voir être la meilleure; & dans le cas où l'autre auroit été employée d'avance, on détermineroit aiſément qu'elle ſeroit, dans la méthode de meſurer la baſe horizontale, la meſure des terrains auxquels on auroit aſſigné une meſure par l'autre méthode.

La méthode qui ne meſure que les baſes s'appele, par les gens de l'art, *méthode de cultellation*, & celle qui meſure le plan incliné, *méthode de développement*; les arpenteurs préféreront long-temps cette derniere, quoique très-fautive entre leurs mains, parce que, de la maniere dont ils l'emploient, elle eſt beaucoup plus aiſée dans la pratique, & que ſur des terrains peu inclinés & peu étendus, ſes inconvéniens ſont aſſez bornés. (*M. D. C.*)

ARPENTER, v. act. & neut. (*Géom.*); c'eſt l'action de meſurer un terrain, c'eſt-à-dire, de l'évaluer en arpens. *Voyez* ARPENTAGE.

ARPENTEUR, ſ. m. (*Géom.*). On appele ainſi celui qui meſure, ou dont l'office eſt de meſurer les terrains, c'eſt-à-dire, de les évaluer en arpens ou en toute autre meſure convenue dans le pays où ſe fait l'arpentage. *Voyez* ARPENTAGE. Il faut qu'un *arpenteur* ſache bien l'Arithmétique & la Géométrie pratiques; on ne devroit même jamais en recevoir à moins qu'ils ne fuſſent inſtruits de la théorie de leur art. Celui qui ne ſait que la pratique eſt l'eſclave de ſes regles; ſi la mémoire lui manque, ou s'il ſe préſente quelque circonſtance imprévue, ſon art l'abandone, ou il s'expoſe à commettre de très-grandes erreurs: mais quand on eſt muni d'une bonne théorie, c'eſt-à-dire, quand on eſt bien rempli des raiſons & des principes de ſon art, on trouve alors des reſſources; on voit toujours clairement ſi la nouvele route que l'on va ſuivre conduit droit au but, ou juſqu'à quel point elle peut en écarter. (*E*).

ARRIERE-MAIN, *terme de Paumier*; prendre une balle d'*arriere-main*, c'eſt la prendre à ſa gauche. Pour cela, il faut avoir le bras plié, & l'étendre en la chaſſant.

ARIOPH, (*Aſtr.*); nom de la belle étoile à la queue du cygne.

ARTEMON, ſ. m. (*Méchan.*); troiſieme mouſle qui eſt au tas du polyſpaſte ou plutôt du triſpaſte. *Voyez* POLYSPASTON.

ARTIFICIEL, ſe dit en *Aſtronomie* du globe par lequel on repréſente la concavité du ciel, ou la convexité de la terre. On appele auſſi *ſphere artificielle* la ſphere armillaire.

L'*horizon artificiel* eſt l'horizon rationel ou mathématique, diſtingué de l'horizon ſenſible de chaque obſervateur, qui varie ſuivant le plus ou moins de hauteur.

Le *jour artificiel* eſt la durée du temps que le ſoleil reſte ſur l'horizon. *Clavius, dans ſon Commentaire ſur la ſphere* de Sacroboſco. (*D. L.*)

ARTIFICIEL. On appele en *Géométrie* lignes *artificielles* des lignes tracées ſur un compas de proportion ou une échele quelconque, leſquelles repréſentent les logarithmes des ſinus & des tangentes, & peuvent ſervir, avec la ligne des nombres, à réſoudre aſſez exactement tous les problêmes de trigonométrie, de navigation, *&c.* Les nombres *artificiels* ſont les ſécantes, les ſinus & les tangentes. *V.* SÉCANTE, SINUS & TANGENTE. *Voyez auſſi* LOGARITHME. (*E*).

AS, *au jeu de Trictrac*, ſe dit du ſeul point qui eſt marqué ſur une des faces du dé que l'on joue; au jeu de cartes, de celles qui n'ont qu'une ſeule figure placée dans le milieu. L'*as* vaut aux cartes ou un, dix, ou même onze, ſelon le jeu qu'on joue.

ASANGUE, (*Aſtr.*); nom de la lyre.

ASCENDANT, (*Aſtron.*), ſe dit dans pluſieurs circonſtances pour indiquer le mouvement qui ſe fait en montant. Le *nœud aſcendant* d'une planete eſt le point où elle traverſe l'écliptique en paſſant du midi au nord, comme le nœud deſcendant eſt celui par lequel elle paſſe du nord au midi. Le nœud aſcendant de la lune s'appeloit auſſi *tête de dragon*; il ſe repréſente ainſi ☊; le nœud deſcendant eſt celui qui lui eſt oppoſé ☋.

Les *ſignes aſcendans* ſont les trois premiers &

les trois derniers de l'écliptique, c'eſt-à-dire, le bélier, le taureau, les gémeaux, le capricorne, le verſeau & les poiſſons; ils ont été appelés ainſi, parce que le ſoleil, en parcourant ces ſignes, s'éleve de jour à autre au deſſus de l'horizon dans nos régions ſeptentrionales, & ſemble monter vers notre zénith. Mal-gré l'étymologie du mot de ſignes aſcendans, le nom eſt reſté affecté aux ſignes que nous venons de nommer, même pour le pays où le ſoleil ne monte pas lorſqu'il eſt dans ces ſignes-là; mais lorſqu'il arive qu'un Aſtronome parle des ſignes *aſcendans* uniquement à raiſon de ce que le ſoleil s'éleve, en ſorte que pour d'autres pays, ces ſignes ſoient ſujets à changer, il doit en avertir; les ſix autres ſignes ſont appelés *deſcendans* par une raiſon contraire, parce que le ſoleil, en les décrivant, paroît deſcendre & s'éloigner de notre zénith.

On appele quelquefois *aſcendant* le point de l'écliptique, ſitué dans l'horizon oriental, c'eſt-à-dire le point qui ſe léve; les aſtronomes en font le calcul pour trouver la ſituation de l'écliptique dans les éclipſes de ſoleil, & en conclure les parallaxes. *Voyez* NONAGÉSIME. Les aſtrologues appeloient le même point *horoſcope*, & le calculoient pour dreſſer le *theme* d'une nativité. La diviſion du ciel en douze maiſons commençoit dans ce point; & l'on diſoit qu'une planete dominoit à l'*aſcendant*, lorſqu'elle répondoit à ce point de l'écliptique ſitué dans l'horizon. C'eſt de là peut-être qu'eſt venue l'expreſſion avoir de l'*aſcendant* ſur quelqu'un, par comparaiſon avec l'influence conſidérable que l'on ſuppoſoit dans l'horoſcope ſor la conduite, les inclinations & le ſort des hommes. (*D. L.*)

ASCENDANTE (PROGRESSION), *Géométrie*. Quelques géometres nomment *progreſſion aſcendante*, celle dont les termes vont en croiſſant: telle eſt la progreſſion arithmétique des nombres naturels 1, 2, 3, *&c.* (*J. D. C.*)

ASCENSION, ſ. f. eſt proprement une *élévation* ou un *mouvement en haut*. *Voyez* ÉLÉVATION.

C'eſt dans ce ſens qu'on dit l'*aſcenſion* des liqueurs dans les pompes, dans les tuyaux capillaires. *Voy.* POMPE, TUYAUX CAPILLAIRES. (*O*).

ASCENSION, *en Aſtronomie*, eſt l'arc compris entre le point équinoxial & le point de l'équateur qui ſe leve avec une étoile; elle eſt droite ou oblique; l'*aſcenſion* droite du ſoleil ou d'une étoile eſt l'arc de l'équateur compris entre le degré de l'équateur qui ſe leve avec le ſoleil ou avec l'étoile dans la ſphere droite, & le point équinoxial ou le commencement d'Ariès. *Voyez* SPHERE. C'eſt le degré & la minute de l'équateur, à compter depuis le commencement d'Ariès, qui paſſe par le méridien avec le ſoleil, one étoile ou quelque autre point du ciel. *Voyez* SOLEIL, ÉTOILE.

On raporte l'*aſcenſion droite* au méridieo, parce qu'il fait toojours un angle droit avec l'équinoxial, au lieo qu'il n'en eſt ainſi de l'horizon que dans la ſphere droite.

Deux étoiles fixes qui ont la même *aſcenſion* droite, c'eſt-à-dire, qui ſont à la même diſtance du premier degré d'Ariès, ou, ce qui revient au même, qui ſont dans un même méridien, ou cercle de déclinaiſon, ſe levent en même temps dans la ſphere droite, c'eſt-à-dire, pour les peuples qui habitent l'équateur. Si elles ne ſont pas dans le même méridien, l'intervalle qui s'écoule entre leur paſſage au méridien, eſt la différence de leurs *aſcenſions* droites. Dans la ſphere oblique, où l'horizon coupe tous les méridiens obliquement, différens points d'un méridien ne ſe levent ni ne ſe couchent jamais en même temps: ainſi, deux étoiles qui ſont dans un même méridien, ne ſe levent ni ne ſe couchent jamais en même temps pour ceux qui ont la ſphere oblique, c'eſt-à-dire, qui habitent entre l'équateur & le pole; & plus la ſphere eſt oblique, c'eſt-à-dire, plus on eſt près du pole, plus l'intervalle de temps qui eſt entre leur lever & leur coucher eſt grand. *Voyez* LEVER, COUCHER, *&c.*

Ainſi, l'arc de l'*aſcenſion* droite d'une étoile eſt la portion de l'équateur, compriſe entre le commencement d'Ariès & le point de l'équateur qui paſſe au méridien avec elle.

L'ASCENSION *oblique* eſt un arc de l'équateur, compris entre le premier point d'Ariès & le point de l'équateur, qui ſe leve en même temps que l'aſtre, dans la ſphere oblique. *Voyez* SPHERE.

L'*aſcenſion* oblique ſe prend d'occident en orient, & elle eſt plus ou moins grande, ſelon la différente obliquité de la ſphere.

La différence entre l'*aſcenſion* droite & l'*aſcenſion* oblique, s'appele *différence aſcenſionele*.

Pour trouver par la trigonométrie ou par le globe l'*aſcenſion* oblique du ſoleil, *Voyez* ASCENSIONEL.

La détermination de l'*aſcenſion* droite du ſoleil & de celle d'une étoile fixe eſt la baſe de toute l'aſtronomie; auſſi M. de la Caille a-t-il intitulé *Aſtronomia fundamenta*, le livre dans lequel il a donné tootes les obſervations qu'il avoit faites à ce ſujet; & comme l'*aſcenſion* droite d'une ſeule étoile fixe donne facilement celle de toutes les autres, la principale difficulté conſiſte à s'aſſurer d'une étoile pour ſervir de terme de comparaiſon.

On ne peut déterminer l'*aſcenſion* droite d'une étoile que par celle du ſoleil; car, comme c'eſt le ſoleil qui parcourt & qui marque l'écliptique, de même que le point équinoxial quand il traverſe l'équateur, on ne peut reconoître les diſtances à ce point équinoxial que par le ſoleil qui en fournit l'indication.

D'un autre côté, l'on ne peut déterminer l'*aſcenſion* droite du ſoleil que par le moyen de ſa déclinaiſon, & celle-ci ſe conclut de la hauteur méridiene; ainſi, la hauteur du ſoleil à midi eſt le point d'où il faut partir. Suppoſons qu'on ait obſervé à Paris la hauteur du ſoleil, & qu'après l'avoir corrigée par la réfraction & la parallaxe, on ait trouvé cette hauteur à midi de 51° 10',

Digitized by Google

on ſait que la hauteur de l'équateur n'eſt que de 41° 10′ à Paris, on retranchera l'une de l'autre, & l'on aura 10d pour la déclinaiſon du ſoleil, ou la quantité dont il eſt éloigné de l'équateur. Alors dans le triangle formé par l'écliptique, l'équateur & le cercle de déclinaiſon, on connoît le petit côté qui eſt la déclinaiſon du ſoleil, & l'angle oppoſé qui eſt l'obliquité de l'écliptique 23° 28′, il eſt aiſé de trouver l'autre côté qui eſt l'*aſcenſion* droite du ſoleil, & l'hypoténuſe qui eſt la longitude comptée ſur l'écliptique.

Mais cette méthode dépend de la réfraction, de la parallaxe, de la hauteur de l'équateur & de l'obliquité de l'écliptique, car chacune des erreurs que l'on commettroit dans un de ces élémens, influeroit & en produiroit une deux ou trois foit plus grande ſur l'*aſcenſion* droite; pour y rémedier, il n'y a qu'à faire la même opération deux fois en ſix mois, à la même hauteur du ſoleil, avant & après le ſolſtice; l'erreur qoi augmentoit l'*aſcenſion* droite avant le ſolſtice la diminue néceſſairement après, & en prenant le milieu des deux réſultats, on a la véritable *aſcenſion* droite du ſoleil. C'eſt à cela que revient la méthode la plus parfaite, & celle qui eſt adoptée actuélement par les meilleurs aſtronomes, pour obſerver l'*aſcenſion* droite du ſoleil; elle conſiſte à le comparer deux fois l'année avec la même étoile, lorſqu'il ſe trouve dans ſon parallele avant & après le ſolſtice; nous allons expliquer cette méthode qui a ſervi, ſoit à M. le Monnier pour ſon zodiaque, ſoit à M. de la Caille pour conſtruire le nombreux catalogue d'étoiles que nous avons de lui. *Voyez* Flamsteed, *Hiſtoria cœleſtis*, in-fol. *Hiſtoire céleſte*, par M. le Monnier, 1741, in-4°; *Leçons d'Aſtronomie*, par M. de la Caille, 1761, in 8°, pag. 175.

Soit *E K Q E*, *Planches d'Aſtr.*, *Fig.* 42, l'équateur, *E H Q R E* l'écliptique, *A* une étoile & *S* le ſoleil, lorſqu'il paſſe dans le même parallele que l'étoile *A*, c'eſt-à-dire, quand ſa déclinaiſon *D S* eſt égale à la déclinaiſon *A C* de l'étoile. Suppoſons que ce jour-là on ait obſervé la différence d'*aſcenſion* droite *D C* entre le ſoleil & l'étoile *A*; le ſoleil ayant paſſé enſuite par le ſolſtice *H*, reviendra quelques mois après au point *G* de l'écliptique, & il aura encore la même déclinaiſon *G B* que l'étoile; ſa diſtance *B Q* à l'équinoxe d'automne ſera pour lors égale à la diſtance *E D*, où il ſe trouvoit dans la premiere obſervation par raport à l'équinoxe du printemps; je ſuppoſe que ce jour-là on obſerve encore la différence *C B* d'*aſcenſion* droite entre le ſoleil & la même étoile, on ajoutera enſemble les deux différences obſervées, *D C* & *C B*, l'on aura *D B*, qui eſt le mouvement total en *aſcenſion* droite qu'a eu le ſoleil dans l'intervalle des deux obſervations; la moitié *D K* ou *B K* de ce mouvement, ſera la diſtance au colure des ſolſtices, parce que le ſoleil étoit chaque fois à une égale diſtance, ſoit des équinoxes, ſoit des ſolſtices; enfin, le complément de *D K* ſera *E D*, *aſcenſion* droite du ſoleil dans la premiere obſervation; d'où l'on conclura l'*aſcenſion* droite *E C* de l'étoile; en ſorte que par cette obſervation l'on aura les *aſcenſions* droites du ſoleil & de l'étoile.

L'uſage de cette méthode exige dans la pratique de l'Aſtronomie quelques attentions & quelques corrections que l'on peut voir, ainſi que l'exemple détaillé dans le quatrieme livre de mon *Aſtronomie*.

C'eſt en appliquant cette méthode à des centaines d'obſervations, que la Caille a trouvé l'*aſcenſion droite* de Sirius, le 1 janvier 1750, de 98° 32′ 2″, & celle de la Lyre 277° 7′ 4″: ces poſitions fondamentales ne different que de quelques ſecondes de celles que Bradley, Mayer & M. le Monnier ont aſſignées par des obſervations & des méthodes très-différentes: cela ſuffit pour montrer quel degré de certitude il y a dans la méthode & dans l'obſervation des *aſcenſions droites*.

J'ai dit qu'une ſeule *aſcenſion droite* donnoit aiſément toutes les autres; il ne faut qu'obſerver la différence des paſſages au méridien, ou par des hauteurs correſpondantes, ou par une lunete méridiene, & convertir en degrés la différence des temps, on aura celle des *aſcenſions droites* des deux aſtres obſervés. On choiſit pour terme de comparation les étoiles les plus brillantes, telles que Sirius & la Lyre, afin que l'on puiſſe les voir de jour & en tout temps de l'année pour y comparer toutes les étoiles obſervées dans une même nuit, & dont on veut avoir l'*aſcenſion droite*. On trouvera au mot *étoile* un catalogue des *aſcenſions droites* des principales étoiles.

L'*aſcenſion droite* du milieu du ciel, eſt une choſe dont les aſtronomes ſe ſervent très-ſouvent, ſur-tout pour calculer les éclipſes par le moyen du nonagéſime; c'eſt l'*aſcenſion droite* du point de l'équateur qui ſe trouve dans le méridien; elle eſt égale à la ſomme de l'*aſcenſion droite* du ſoleil & de l'angle horaire ou du temps vrai réduit en degrés, ou à la ſomme de la longitude moyene du ſoleil & du temps moyen. (*D. L.*)

ASCENSIONEL, adj. *différence aſcenſionele*, *terme d'Aſtr.* La *différence aſcenſionele* eſt la différence entre l'aſcenſion oblique & l'aſcenſion droite d'un même point de la ſurface de la ſphere. *Voyez* Ascension.

Ainſi, de 27d 54′ qui eſt l'aſcenſion droite du premier degré du taureau, ôtant 14d 24′ qui eſt l'aſcenſion obliquë du même degré ſur l'horizon de Paris, le reſte 13d 30′ en eſt la *différence aſcenſionele*. Si on rédnit en heures & minutes, les degrés & minutes de la *différence aſcenſionele*, on connoît de combien les jours de l'année auxquels elle répond, different du jour de l'équinoxe: car ajoutant le double du temps de cette *différence aſcenſionele* aux 12 heures du jour de l'équinoxe on a la durée des longs jours, le ſoleil parcourant la moitié de l'écliptique, qui eſt du côté du pole apparent; & ſi l'on ôte ce même temps de 12 heures, on aura la longueur des petits jours, qui

Digitized by Google

arivent quand le ſoleil parcourt la moitié de l'écliptique, qui eſt du côté du pole inviſible.

Ainſi, le double de 13d 30′ eſt 27d, leſquels réduits en temps, à raiſon de 4′ d'heure pour chaque degré, on aura une heure & 48′ : ce qui fait connoître que le ſoleil étant le 20 avril au premiere degré du taureau, le jour eſt de 13 heures 48′ ſur l'horizon de Paris, enſuite de quoi l'on connoît facilement l'heure du lever & du coucher du ſoleil, en négligeant la réfraction. Dans les ſignes ſeptentrionaux, les aſcenſions droites des degrés de l'écliptique ſont plus grandes que leurs aſcenſions obliques ; mais au contraire aux ſignes méridionaux, les aſcenſions droites des degrés de la même écliptique ſont plus petites que leurs aſcenſions obliques.

Pour avoir la *différence aſcenſionele*, la latitude du lieu & la déclinaiſon du ſoleil étant données, on fait cette proportion : le rayon eſt à la tangente de la latitude, comme la tangente de la déclinaiſon du ſoleil eſt au ſinus de la *différence aſcenſionele*. Si le ſoleil eſt dans un des ſignes ſeptentrionaux, & qu'on ôte la *différenee aſcenſionele* de l'aſcenſion droite, le reſte ſera l'aſcenſion oblique. Si le ſoleil eſt dans un des ſignes méridionaux, il faudra ajouter la *différence aſcenſionele* à l'aſcenſion droite, & la ſomme ſera l'aſcenſion oblique. C'eſt ainſi qu'on a conſtruit des tables d'aſcenſions obliques pour les différens degrés de l'écliptique, ſous différentes élévations du pole. Mais on y ſupplée aujourd'hui par les tables des arcs ſémi-diurnes.

ASCHEMIE, (*Aſtron.*); nom du petit chien Procyon.

ASCHÈRE, (*Aſtron.*); nom du grand chien Siriur.

ASCIENS, (*Aſtron.*); nom des peuples qui étant entre les tropiques, ont quelquefois le ſoleil au zénith, & n'ont point d'ombre à midi ce jour-là ; ce mot eſt compoſé de σκιὰ, ombre, avec un α privatif. *Voyez* AMPHISCIENS.

ASCONE; nom que les Italiens ont quelquefois donné aux cometes.

ASPECT, ſ. m. *aſpectus*, *en Aſtronomie*, ſe dit de la ſituation des étoiles ou des planetes, les unes par raport aux autres ; ou bien c'eſt une certaine configuration ou relation mutuele entre les planetes, qui vient de leurs ſituations dans le zodiaque, en vertu deſquelles les aſtrologues croient que leur puiſſance ou leurs forces croiſſent ou diminuent, ſelon que leurs qualités actives ou paſſives ſe convienent ou ſe contrarient. *Voyez* PLANETE, ASTROLOGIE.

Quoique ces configurations puiſſent être variées & combinées de mille manieres, néanmoins on n'en conſidere qu'un petit nombre ; c'eſt pourquoi on définit plus exactement l'*aſpect*, la rencontre ou l'angle des rayons lumineux qui vienent de deux planetes à la terre. *Voyez* RAYON & ANGLE.

La doctrine des *aſpects* a été introduite par les aſtrologues comme le fondement de leurs prédictions. Ainſi, Kepler définit l'*aſpect*, un angle formé par des rayons, qui partant de deux planetes, vienent ſe rencontrer ſur la terre, & qui ont la propriété de produire quelque influence naturele. Quoique toutes ces opinions ſoient des chimeres, nous allons les raporter ici en peu de mots.

Les anciens comptoient cinq *aſpects*, à ſavoir, la conjonction marquée par le caractere ☌, l'oppoſition par ☍, l'*aſpect* trine par △, l'*aſpect* quadrat par □, & l'*aſpect* ſextile par ✶. La conjonction & l'oppoſition ſont les deux *aſpects* extrêmes, le premier étant le moindre de tour, & le ſecond le plus grand ou le dernier. *Voyez* CONJONCTION & OPPOSITION.

L'*aſpect* trigone ou trine eſt la troiſieme partie d'un cercle, ou l'angle meſuré par l'arc *AB*. *Tab. Aſtron. Fig.* 285.

L'*aſpect* tétragone ou quadrat eſt la quatrieme partie d'un cercle, ou l'angle meſuré par le quart-de-cercle *AD* : l'*aſpect* ſextile, qui eſt la ſixieme partie d'un cercle ou d'un angle, eſt meſuré par le ſextant *AG*. *Voyez* TRIGONE, TÉTRAGONE, QUADRAT & SEXTILE.

Par raport aux influences qu'on ſuppoſe aux *aſpects*, on les diviſe en *benins*, *malins* & *indifférens*.

L'*aſpect* quadrat & l'oppoſition ſont réputés *malins* ou *mal-faiſans* ; le trine & le ſextile *benins* ou *propices* ; & la conjonction un *aſpect indifférent*. *Voyez* le livre *de judiciis*, attribué à Ptolomée.

Aux cinq *aſpects* des anciens, les modernes en ont ajouté beaucoup d'autres, comme le *décile* qui contient la dixieme partie d'un cercle ; le *tridécile*, qui en contient trois dixiemes ; & le *biquintile*, qui en contient quatre dixiemes ou deux cinquiemes. Kepler en ajoute d'autres, qu'il dit avoir reconu efficaces par des obſervations météorologiques, tel que le *demi-ſextile*, qui contient la douzieme partie d'un cercle, & le *quinconce*, qui en contient cinq douziemes. Enfin, nous ſommes redevables aux médecins aſtrologues d'un *aſpect octile*, contenant un huitieme de cercle, & d'un *aſpect trioctile*, qui en contient les trois huitiemes. Quelques médecins y ont encore mis l'*aſpect quintile*, contenant un cinquieme du cercle, & l'*aſpect biquintile*, qui, comme on a déja dit, en contient les deux cinquiemes.

Caracteres des aſpects.

☌ Conjonction.	*T d* Tridécile.
S S Sémi-ſextile.	△ Trine.
✶ Sextile.	*B q* Biquintile.
Q Quintile.	*V c* Quinconce.
□ Quadrat ou Quartile.	☍ Oppoſition.

L'angle intercepté entre deux planetes dans l'*aſpect* de la conjonction eſt = 0 ; dans l'*aſpect*

ſémi-ſextile, il contient 30°; dans le décile 36°; dans l'octile 45°; dans le ſeatile 60°; dans le quintile 72°; dans le quartile 90°; dans le tridécile 108°; dans le trine 120°; dans le trioctile 135°; dans le biquintile 144°; dans le quinconce 150°; dans l'oppoſition 180°.

Ces angles ou intervalles ſe comptent par les degrés de longitude des planetes, tellement que les *aſpects* ſont cenſés les mêmes, ſoit qu'une planete ſe trouve dans l'écliptique, ou qu'elle ſoit hors de ce cercle.

On diviſe ordinairement les *aſpects* en *partiles* & *platiques*. Les *aſpects* partiles ont lieu quand les planetes ſont diſtantes les unes des autres d'autant de degrés préciſément qu'en contient quelqu'une des diviſions précédentes. Il n'y a que ceux-là qui ſoient proprement des *aſpects*. Les *aſpects* platiques arivent quand les planetes ne ſont pas les unes par raport aux autres préciſément dans quelqu'une des diviſions dont nous venons de parler. (*O*).

ASPIRANT, adj. m. *en Hydraulique* : on appele un tuyau *aſpirant*, celui dont on ſe ſert dans une pompe pour élever l'eau à une certaine hauteur. Il doit être d'un plomb moulé bien épais & reforgé, de crainte des ſouflures qui empêcheroient l'eau de monter. (*K*).

ASPIRATION, ſ. f. eſt la même choſe *en Hydraulique*, qu'*aſcenſion*. L'eau dans les pompes ne peut guere être aſpirée qu'à 25 ou 26 pieds de haut, quoique l'on puiſſe la pouſſer, ſuivant les regles juſqu'à 32 pieds, pourvu que l'air extérieur comprime la ſurface de l'eau du puits ou de la riviere dans laquelle trempe le tuyau de l'*aſpiration*; alors la colonne d'eau fait équilibre avec la colonne d'air. *Voyez* POMPE.

Si on n'aſpire l'eau qu'à 20 ou 26 pieds de haut, c'eſt afin que le piſton ait plus de vivacité & plus de force pour tirer l'eau. *Voyez* AIR, POMPE. (*K*).

ASSURANCES (*maritimes*). Nous nous bornerons dans cet article à donner, comme dans l'article *abſens*, les principes généraux d'après leſquels on peut appliquer le calcul aux différentes queſtions qui peuvent ſe préſenter.

I. Le traité d'*aſſurance* conſiſte en général de la part du commerçant à payer à l'aſſureur une certaine partie de la valeur d'un bâtiment ou d'une cargaiſon, à condition que ſi la cargaiſon ou le bâtiment viennent à périr, l'aſſureur lui en payera le prix total.

De quelque maniere que les traités d'*aſſurance* ſoient formés, ils ſe réduiſent néceſſairement à des combinaiſons de ce traité ſimple que nous venons de définir, & ils doivent être calculés d'après les mêmes principes.

Le motif qui fait former un de ces traités eſt de la part de chacun des contractans l'opinion que ce traité lui eſt avantageux. Nous examinerons donc dans quel ſens un traité d'*aſſurance* peut être regardé comme étant avantageux à la fois à l'aſſureur & au commerçant.

Nous avertirons d'abord ici que dans toute la ſuite de ce 5me article nous ferons abſtraction de l'intérêt de l'argent conſidéré indépendament du riſque des entrepriſes, & par conſéqnent que nous ſuppoſerons les paiemens ou les recettes de part & d'autre réduits au même temps.

Suppoſons maintenant qu'un négociant riſque, dans différentes entrepriſes, une ſomme a, en ſorte que ſa miſe dans n, entrepriſes ſoit na; ſuppoſons que l'eſpérance de réuſſir dans chaque entrepriſe ſoit g, que la probabilité qu'il perdra ſes fonds ſoit p, & qu'on ait $g + p = s$. Les termes de la ſérie, $g^n + ng^{n-1}p + \left(\frac{n}{2}\right) g^{n-2}p^2 + \left(\frac{n}{3}\right) g^{n-3}p^3 \ldots + \left(\frac{n}{m}\right) g^{n-m}p^m \ldots + p^n = \overline{g+p}^n$ $\left(\frac{n}{m}\right)$ étant $\frac{n, n-1, n-m+1}{1.2.\ldots.m}$ exprimeront les probabilités de réuſſir dans n, $n-1 \ldots m \ldots 1, 0$ entrepriſes, & de perdre dans $0, 1 \ldots m \ldots n-1, n$ autres entrepriſes.

Soit maintenant b la ſomme qu'il gâgnera dans chaque entrepriſe heureuſe, & qui eſt ici la ſeule partie du profit, deſtinée à compenſer le riſque, il eſt clair que, pour le terme $\left(\frac{n}{m}\right) g^{n-m}$ $\overline{p^m}$, il perdra ma, & gâgnera $\overline{n-m}b$. Il ſera donc en gain tant que $\overline{n-m}b > ma$, & il commencera à être en perte lorſque $ma > \overline{n-m}b$.

Un homme raiſonable ne doit ſe livrer au commerce que dans le cas où il trouve une probabilité aſſez grande qu'il retirera ſes fonds, avec l'intérêt commun & le prix de ſon travail.

Il lui faudroit ſans doute une probabilité à peine différente de la certitude de ne pas perdre la totalité de ſes fonds, & même d'en conſerver la partie qui eſt néceſſaire à ſa ſubſiſtance & à celle de ſa famille; & une probabilité encore très-grande de ne pas les diminuer juſqu'à un certain point.

Mais nous ne conſidérons d'abord ici que la premiere condition, celle d'avoir une eſpérance aſſez grande de retirer, avec ſes avances, leur intérêt & le ſalaire de ſon travail.

Il y a trois cas à conſidérer, celui où $\frac{b}{a} = \frac{p}{g}$, celui où $\frac{b}{a} > \frac{p}{g}$, celui où $\frac{b}{a} < \frac{p}{g}$, ſi

$\frac{b}{a} = \frac{p}{g}$: il eſt clair que l'on aura du profit tant que $\overline{n - m}.p > mg$.

Cela poſé, faiſons $g = \frac{g'}{g' + p'}$, & $p = \frac{p'}{g' + p'}$, p' & g' étant des nombres entiers, & ſoit $n = \overline{p' + g'}.n'$.

Il eſt clair, 1.° que, ſi $\frac{b}{a} = \frac{p}{g} = \frac{p'}{g'}$, lorſque $m = p'n'$ & $\overline{n - m} = g'n'$, on aura $\overline{n - m}b = ma$, & qu'il n'aura pas de gain. Le gain ceſſera donc au terme $\left(\frac{n}{p'n'}\right)^{n-p'n'}_{p'n'}$. Or ſi $g > p$ la ſomme de tous les termes, juſqu'à celui-là incluſivement, tend toujours à s'approcher de la valeur $\frac{1}{2}$, après l'avoir d'abord ſurpaſſée. Ainſi, plus le Négociant continuera ſon commerce, plus il approchera d'avoir une probabilité de gâgner égale à celle de perdre.

La même choſe aura lieu, ſi $p > g$, excepté que la probabilité de perdre ſera d'abord plus grande, & ſe raprochera enſuite de l'égalité.

Suppoſons maintenant $\frac{b}{a} > \frac{p}{g}$ ou $\frac{p'}{g'}$, & égal à $\frac{g' + 1}{g' - 1}$, par exemple : il eſt clair que le gain du commerçant s'étendra juſqu'au terme $\left(\frac{n}{p+1n'}\right)^{n-\overline{p'+1}n'}_{g}$ $\overline{p'+1}n'_{p}$. Or, dans ce cas, ſoit que g ſoit plus grand, ſoit qu'il ſoit plus petit que p, la ſomme de tous ces termes, qui exprime la probabilité du gain pour le négociant, croîtra continuélement, juſqu'à ſe raprocher indéfiniment de l'unité, à meſure que $n' - \frac{m}{n} + 1$ croîtra. Mais ſi $g > p$, elle poura aller en décroiſſant, juſqu'à un certain terme.

On trouvera la concluſion préciſément contraire, dans le cas où $\frac{b}{a} < \frac{p}{g}$ ou $\frac{p'}{g'}$.

Dans ce ſecond cas, ſi $g < p$, la probabilité poura aller d'abord en croiſſant & enſuite en décroiſſant.

Il ſuit de ce que nous venons de dire que pour qu'un négociant puiſſe avoir de l'avantage en continuant un commerce expoſé à des riſques, il faut que le raport du profit à la miſe ſoit plus grand que celui du riſque au ſuccès.

On peut auſſi voir par cette formule que la regle de faire ces deux raports égaux n'a pu être établie que parce que c'eſt le ſeul cas où les limites de la probabilité de la perte ou du gain ſont également $\frac{1}{2}$. Ces deux probabilités étant, l'une croiſſante, l'autre décroiſſante, à meſure que le nombre de riſques courus augmente, ſelon que la probabilité du riſque eſt inférieure ou ſupérieure à celle du gain.

Il ſuit de ce qu'on vient d'expoſer, que, pourvu que $\frac{b}{a} > \frac{p}{g}$, on peut avoir une probabilité toujours de plus en plus grande de gâgner; que, ſi on ſuppoſe cette probabilité donnée, c'eſt-à-dire, qu'on fixe un *minimum* de probabilité en deçà duquel on regarderoit comme imprudent de s'expoſer au riſque; plus $\frac{b}{a}$ ſera grand, moins il faudra répéter de fois la même entrepriſe pour obtenir cette probabilité, & réciproquement que plus le nombre des entrepriſes ſera petit, plus il faodra que $\frac{b}{a}$ ſoit grand.

Suppoſons ici, pour plus de ſimplicité, que ces entrepriſes ſe faſſent à la fois, ſi le bien d'un commerçant A eſt na, il ne poura faire que n entrepriſes & il fandra que ſon profit ſoit b; mais ſi le bien d'un autre commerçant B eſt nma, m étant un nombre entier, il poura faire mn entrepriſes, & par conſéquent il poura avoir la même probabilité de gâgner, en ſe contentant d'un profit b' plus petit qoe b. Mais puiſque $b' < b$ la concurrenee entre les négocians fera tomber le profit au deſſous de b dont le négociant A ne poura faire le commerce avec aſſez d'avantage.

Il eſt vrai que ſi A partageoit la ſomme na en mn parties, il pouroit ſe contenter du même profit que B, & qu'ainſi il peut réparer ſon déſavantage, pourvu qu'il diviſe ſes riſques en plus petites parties; mais cela n'eſt pas toujours poſſible dans la pratique & dans le cas, le Négociant peut être intéreſſé à trouver un moyen de ſe mettre à l'abri du danger de perdre.

Les *aſſurances* ſont ce moyen.

Le riſque des aſſureurs ſe répandant ſur un nombre d'objets beaucoup plus grands que celui du négociant; ils peuvent, en conſervant une très-grande probabilité de gâgner, ſe contenter d'un profit beaucoup plus petit.

Le taux de l'*aſſurance* ſe détermine donc pour chaque eſpece de riſque par un certain milieu que la coneurrence établit entre la partie du profit que le négociant peut abandoner, & celle qui eſt néceſſaire à l'aſſureur pour avoir une très-grande probabilité de gâgner; & plus il y aura de coneurrence entre les négocians & les aſſureurs, plus ce prix moyen approchera de ce dernier terme,

& plus

& plus le prix des denrées baiſſera pour les acheteurs.

Nous allons chercher à déterminer les deux limites du taux d'*aſſurance*. Soit a la miſe premiere d'un négociant dont il atend le retour au bout de deux ans, par exemple; $a.\overline{1+c}^{2}$ eſt ce qu'il doit recevoir au bout de deux ans, c étant le denier d'intérêt pour les entrepriſes, où il n'y a pas de riſque, ſoit de plus c' le profit qu'il doit tirer de cette entrepriſe comme ſalaire de ſon temps & de ſes peines, & b le profit qui réſulteroit du ſuccès, il eſt clair que $b-(2c+c^{2}+c')a$ eſt ce qu'il peut donner pour aſſurer cette ſomme au bout de deux années. Soit n le nombre de ſes entrepriſes, g la probabilité du ſuccès, p celle de la perte, & ſoit pris $\overline{g+p}^{n}$, dévelopé ſuivant tous ſes termes.

La perte du négociant pour chaque vaiſſeau qui périra, ſera exprimée par $a\left(\overline{1+c}^{2}+c'\right)$; ſon gain, pour chaque vaiſſeau qui arivera, ſera $b-\overline{2c+c^{2}+c'}a$.

Ainſi, prenons un terme $\left(\frac{n}{m}\right)g^{n-m}p^{m}$ pour le dernier où le négociant ſeroit en gain, puiſqu'il perd m fois, ſa perte ſera $m.a.\left(\overline{1+c}^{2}+c'\right)$, & ſon gain $\overline{n-m}\left(b-\overline{2c+c^{2}+c'}a\right)$; il commencera donc à perdre lorſque $\frac{m}{n-m}.>\frac{b-\overline{2c+c^{2}+c'}a}{a\left(\overline{1+c}^{2}+c'\right)}$.

Si donc l'on connoît b, on aura (connoiſſant m pour le dernier terme, où $\frac{m}{n-m}$ eſt plus petit que l'autre membre) la probabilité que le négociant ne ſera pas en perte; & ſi on appele P la probabilité néceſſaire pour entreprendre le commerce avec prudence, en prenant la valeur de m qui y répond, on aura la valeur de b pour laquelle le négociant commence à avoir de l'avantage à faire aſſurer.

Soit maintenant n' le nombre de vaiſſeaux qu'un aſſureur doit aſſurer, il faudra qu'au bout de deux années, il perde $a+b$ pour chaque bâtiment qui aura péri, & qu'il touche b' pour chacun des vaiſſeaux.

Soit donc g la probabilité qu'un vaiſſeau ſe ſauvera, & p la probabilité qu'il périra, nous prendrons $\overline{g+p}^{n'}=g^{n'}+n'g^{n'-1}p+\left(\frac{n'}{2}\right)g^{n'-2}p^{2}\ldots\ldots$

Si maintenant on appele P' la probabilité que l'aſſureur doit avoir de ne point perdre ſur les n' vaiſſeaux, on pouſſera cette ſérie juſqu'au terme où la ſomme eſt égale ou plus grande que P'; ſoit $\left(\frac{n'}{m'}\right)g^{n'-m'}p^{m'}$ ce terme, il eſt clair que l'aſſureur perdroit alors $m'(a+b)+e$, e repréſentant ici le ſalaire de ſa peine; mais il lui doit être payé $n'b'$: donc on aura $b'=\frac{m'}{n'}(a+b)+\frac{e}{n'}$. Suppoſons enſuite que $b'=b-\overline{2c+c^{2}+c'}a$, nous aurons $b=\left(\frac{m'}{n'}+2c+c^{2}+c'\right)\frac{n'}{n'-m'}a+\frac{e}{n'-m'}$, & ce ſera la plus petite valeur poſſible de b, où la concurrence puiſſe faire tomber le commerce, en ſuppoſant qu'il reſte encore avantageux.

Il eſt bon d'expliquer ici ce que nous entendons par le profit de l'aſſureur & par celui du négociant.

Le profit du négociant eſt la ſomme qu'il doit gâgner chaque année pour avoir un motif ſuffiſant de faire cet emploi qui demande moins de peine.

Le profit de l'aſſureur doit être, outre les dépenſes de bureau & de correſpondance dont il doit être rembourſé, une ſomme ſuffiſante pour lui faire préférer cette maniere de faire valoir ſes fonds.

Il arive ſouvent qu'un négociant n'ayant point fait aſſurer, parce que le riſque étoit très-petit, ſe trouve expoſé à de nouveaux riſques par des événemens imprévus.

Cette circonſtance change abſolument ſon état. Suppoſons en effet qu'il ait mis ſur quatre vaiſſeaux toute ſa fortune, & que le danger ſoit de trois contre un, il aura le danger $\frac{81}{256}$ de tout perdre, le danger $\frac{108}{256}$ de perdre trois vaiſſeaux; & comme ſoit à cauſe des marchandiſes déja emmagaſinées, ſoit à cauſe de la diminution de conſommation, l'augmentation du prix eſt bien loin d'être dans les premiers momens proportionele à celle du riſque; il eſt évident qu'il ſera expoſé à un très-grand danger de perdre ſa fortune, du moins en grande partie.

L'état de l'aſſureur n'eſt pas changé par cet événement; il en réſulte ſeulement que g étant diminué, & p augmenté, il faut, pour parvenir à une probabilité égale, que l'aſſureur exige une plus grande différence entre $\frac{b'}{a+b}$ & p'.

Ce ſera donc alors, avec ce qu'exige néceſſairement l'aſſureur, qu'il faut comparer l'état du négociant; pour cela, ſoit a ſa miſe avec les in-

térêts $a + b$ ce qu'il la vendra, b' le prix auquel l'aſſureur aſſure $a + b$, le négociant touchera $a + b - b'$; il ſe trouvera donc en perte toutes les fois que $b' > b$.

Juſqu'ici nous avons ſuppoſé que le négociant cherchoit à mettre abſolument hors de riſque, ſoit la totalité de ſes fonds & de ſes profits de commerce, ſoit dans le cas d'un riſque extraordinaire, toute la partie de ſes fonds, que les circonſtances lui permettent de mettre en ſûreté. Nous avons ſuppoſé également que l'aſſureur vouloit obtenir un certain degré de probabilité de ne rien perdre, & d'être rembourſé de ſes dépenſes : mais cette ſuppoſition n'eſt pas rigoureuſe.

Suppoſons en effet qu'un négociant riſque une ſomme a, il ſera poſſible qu'il ſe contente d'une probabilité P de retirer a, d'une probabilité plus grande P' de ne perdre que la partie de ſon profit, deſtinée à le dédomager de ſes peines, d'une probabilité plus grande encore P'' de ne perdre que les intérêts de ſes fonds, & qu'il ne cherche que la certitude de ne pas entamer ſes fonds au delà d'un certain terme.

De même dans le cas où des dangers imprévus expoſeroient le négociant à perdre tout, & où l'*aſſurance* ne lui ſauvera qu'une partie de ſa miſe, il peut ariver qu'il ſe contente de la certitude de ne point perdre au delà d'un certain terme, & qu'il préfere de riſquer plus pour conſerver l'eſpérance de quelque profit.

Il parviendra à ce but, en ne faiſant aſſurer qu'une partie de ſes marchandiſes, ſoit en faiſant aſſurer en entier ſeulement une partie des navires, ſoit en ne faiſant aſſurer ſur chacun qu'une partie de leur valeur. Dans l'un & l'autre cas, ſon état n'eſt pas le même. Suppoſons, en effet, que rn ſoit le nombre total des vaiſſeaux, n celui qu'il faudroit ne pas aſſurer, pour que n, vaiſſeaux non aſſurés, équivaluſſent à une valeur a' non aſſurée ſur rn vaiſſeaux; ce qui, a étant la valeur d'un vaiſſeau, donne $a' = \frac{a}{r}$.

Le terme où le négociant commencera à perdre ſera $\left(\frac{rn}{rm}\right) g^{\overline{rn-m}} p^{rm}$ dans un cas, & $\left(\frac{n}{m}\right) g^{n-m} p^{m}$ dans un autre. Cela poſé, le raport de la perte au profit peut être ici plus grand ou plus petit que $\frac{g}{p}$; ſi ce raport eſt plus grand, le négociant trouvera du déſavantage à répandre ſon riſque ſur un plus grand nombre de vaiſſeaux; ſi au contraire il eſt plus petit, il y trouvera de l'avantage: mais cependant cet avantage poura, même dans ce cas, ne commencer à avoir lieu que lorſque le nombre des vaiſſeaux ſera très-grand.

Quant à l'aſſureur, on trouvera d'une maniere ſemblable, que plus il aſſurera de bâtimens, plus il aura de probabilité de ne pas perdre au delà du terme pour lequel il a voulu acquérir une grande probabilité; mais que s'il baiſſe le raport du taux d'*aſſurance* à la ſomme aſſurée au deſſous du raport de la probabilité de la perte du bâtiment à celle du nombre des bâtimens aſſurés, plus il aſſurera de bâtimens, moins il aura de probabilité de gâgner, en ſorte qu'il ne doit tomber au deſſous de ce taux que dans des cas rares, & où il ne s'agit que d'aſſurer un petit nombre de vaiſſeaux.

Nous avons ſuppoſé juſqu'ici que l'on connoiſſoit, 1.° la probabilité de la perte de chaque bâtiment qu'on ſe propoſe d'aſſurer; 2.° le degré de probabilité qu'un négociant ou un aſſureur doit avoir de ne point perdre pour qu'il puiſſe s'expoſer à un riſque, ſans mériter qu'on l'accuſe d'imprudence.

Il faut donc chercher à connoître ces deux données.

II. La probabilité du riſque que court un vaiſſeau ne peut être connue que par l'obſervation du ſort qu'ont éprouvé des vaiſſeaux dans des circonſtances qu'on peut regarder comme ſemblables.

On trouvera, article *événemens* la méthode de déduire de la connoiſſance des événemens paſſés la probabilité des événemens futurs qu'on ſuppoſe aſſujétis aux mêmes loix.

Il en réſulte, 1.° que pour avoir quelque probabilité ſur la loi des événemens futurs, il faut que le nombre des événemens paſſés ſoit très-grand, & ſurpaſſe de beaucoup celui des événemens futurs dont on calcule la probabilité.

2.° Que, dans ce cas, ſi N eſt le nombre des vaiſſeaux perdus, par exemple, & M celui des vaiſſeaux qui n'ont point péri, on poura ſans une grande erreur, ſuppoſer pour le nombre n de vaiſſeaux à aſſurer $g = \frac{M+1}{M+N+2}$, $p = \frac{N+1}{M+N+2}$, pourvu que n ſoit beaucoup plus petit que $M + N$.

3.° Que cette détermination de g & p n'eſt pas conſtante, mais doit varier pour chaque genre de commerce, à meſure qu'on eſt inſtruit d'événemens nouveaux; ainſi, lorſque l'on ſaura que, ſur les n vaiſſeaux, M' ont été ſauvés, & N' ont péri, il faudra, ſi on veut calculer de nouveau les *aſſurances* pour n nouveaux vaiſſeaux, faire $g = \frac{M+M'+1}{M+N+M'+N'+2}$, & $p = \frac{N+N'+1}{M+N+M'+N'+2}$.

4.° Que, ſi on a $M > N$ la valeur de g,

Digitized by Google

$\frac{M+1}{M+N+2}$ eſt trop grande, & celle de p trop petite, & que ſi au contraire $N > M$, la valeur de g ci-deſſus eſt trop petite & celle de p trop grande.

Mais lorſque $M+N$ eſt beaucoup plus grande que n, cette différence eſt très-petite ; & dans les différens cas particuliers, on poura en aſſigner les limites, & avoir une valeur de g & de p, qui repréſentera ces quantités aſſez exactement pour la pratique. *Voyez* l'article ÉVÉNEMENS.

III. Nous avons ſuppoſé qu'il y avoit dans différentes circonſtances un degré de probabilité de ne pas perdre, au delà duquel un négociant ou un aſſureur ne doit pas s'expoſer à riſquer du moins une partie conſidérable de ſa fortune.

On pouroit, d'après des principes généraux, chercher à déterminer ce degré pour les différens cas que peuvent ſe préſenter dans la conduite de la vie. *Voyez* l'article PROBABILITÉ. Mais il peut être auſſi très-utile de ſavoir comment dans la pratique les hommes qui paſſent pour ſages, & dont les projets ont réuſſi, ont réſolu le même problême ; par exemple, quelle a été la probabilité de ne pas perdre que les aſſureurs ont ſu ſe procurer dans les différens bureaux d'*aſſurances* qui ont pu continuer le commerce avec avantage.

La ſolution de cette queſtion peut être enviſagée de deux manieres. Suppoſons, par exemple, que l'on ait des tables pour différens taux d'*aſſurance* qui contienent le nombre des vaiſſeaux aſſurés, le nombre des vaiſſeaux qui ont péri, celui des vaiſſeaux qui n'ont point éprouvé d'accidens, on aura par conſéquent g & p par l'article précédent, & le taux d'*aſſurance* étant connu, on chetchera dans $\overline{g+p}^{n}$ le terme $g^{n-m}\,p^{m}$, tel que pour $g^{n-m-1}\,p^{m+1}$; l'aſſureur feroit en perte, & par conſéquent $g^{n} + ng^{n-1}\,p^{1} \ldots\ldots + \left(\frac{n}{m}\right) g^{n-m}\,p^{m}$ exprimera la probabilité qu'il avoit de ne par perdre.

Cette méthode auroit quelque inexactitude ; en effet, on détermine ici la probabilité que court chaque vaiſſeau, d'après ce qui eſt arivé, après l'*aſſurance*, au lieu que c'eſt ce qui s'eſt paſſé avant le contrat d'*aſſurance* qui a décidé l'opinion de l'aſſureur : ainſi, il ſeroit plus exact de prendre le moyen ſuivant. On déterminera g & p d'après les événemens d'un commerce ſemblable, antérieurs à l'époque qu'on voudroit conſidérer ; on chercheroit enſuite pour cette époque la probabilité que l'aſſureur a eu de ne pas perdre ; le taux d'*aſſurance*, étant celui que l'aſſureur a fixé à cette même époque. Mais il faut recomencer le calcul pour chaque époque, parce que l'aſſureur étant inſtruit des événemens arivés aux bâtimens aſſurés, peut former un jugement différent de celui qu'il avoit formé avant de les connoître.

On ſent enfin qu'on ne peut employer pour élémens dans cette détermination que des taux d'*aſſurance*, choiſis parmi ceux où le négociant faiſant aſſurer avant que ſes bâtimens ſoient expoſés au riſque, ce taux d'*aſſurance* eſt réglé entre l'aſſureur & lui au deſſous du terme où le négociant perdroit, en faiſant aſſurer, & au deſſus de celui où l'aſſureur s'expoſeroit trop à perdre en aſſurant. En effet, il eſt aiſé de voir que dans le cas où le négociant eſt obligé de faire aſſurer pour ſanver une partie de ſa fortune, que des événemens imprévus ont expoſée, il doit ariver ſouvent que cette circonſtance l'oblige à faire aſſurer à un taux trop fort.

On a étendu les *aſſurances* à beaucoup d'autres riſques que ceux des entrepriſes maritimes.

Nous nous bornetons à parler des *aſſurances* des édifices contre les incendies ; il eſt facile d'y appliquer les principes généraux que nous venons d'expoſer ; & même comme ici les riſques pendant un long-temps, ſont abſolument ſemblables, & le taux des *aſſurances* conſtant, on pouroit, ſi l'on avoit un relevé exact des regiſtres d'une chambre d'*aſſurances* pour cet objet, en tirer avec plus de facilité & d'exactitude, que dans toute autre circonſtance, le degré de probabilité de ne point perdre, d'après lequel ce taux a été réglé par les aſſureurs.

A la vérité, cette détermination ne pouroit point s'appliquer rigoureuſement aux autres cas, aux *aſſurances* maritimes, par exemple ; en effet, comme ici le taux eſt très-foible, & la perte des aſſureurs très grande pour chaque événement contraire, il eſt évident qu'ils doivent ſe procurer une très grande probabilité de ne pas perdre : d'ailleurs, comme en ce genre il y a peu de concurrence entre les aſſureurs, & que l'intérêt d'aſſurer ſa maiſon eſt très-grand pour chaque particulier ; il eſt très-vrai-ſemblable que le taux de ces *aſſurances* eſt, dans les pays où elles ont lieu, beaucoup plus fort qu'il ne devroit être ; mais ces tables donneroient du moins pour la probabilité de ne point perdre, qu'exige la prudence, une limite exacte, au deſſous de laquelle cette probabilité ne doit deſcendre beaucoup dans aucun cas.

Nous avons ſuppoſé toujours ici le paiement de la choſe aſſurée, lorſqu'elle périt, comme ſe faiſant à une époque fixe, ainſi que le paiement de la *prime d'aſſurance*. Lorſqu'au contraire le terme ou l'aſſureur doit payer dépend du moment où l'accident arive, ou ſi a connoiſſance de la perte, le problême devient plus compliqué, par exemple, ſi un homme s'aſſujétit à donner chaque année 100 liv. pendant 30 ans pour aſſurer une maiſon de 300,000 liv., à condition que l'aſſureur lui payera cette ſomme un mois après que la maiſon aura été détruite par un incendie. On voit que la probabilité de l'incendie & la ſomme donnée, qu'on doit regarder comme produiſant

un intérêt variant continuélement ; & que ſi les principes pour réſoudre cette queſtion ſont les mêmes que ci-deſſus, leur application peut exiger des recherches de calcul très-difficiles.

Nous ne nous arrêterons pas plus long-temps ſur cet objet. Il nous ſuffit d'avoir expoſé les principes généraux ſur leſquels le calcul doit s'appuier. L'application à la pratique demanderoit des recherches trop étendues, & il ſeroit peut-être même aſſez difficile de ſe procurer les données néceſſaires pour rendre cette application aſſez exacte pour pouvoir être utile. Il s'eſt formé à Londres un établiſſement, ſous le titre de *Société*, pour l'équitable *aſſurance* des vies & ſurvivances. Nous en parlerons en détail, *art.* Société. (*M. D.* C.)

ASSURER, v. a. en *Méchanique*, ſignifie *rendre ferme*.

ASTACUS. *Voyez* Cancer.

ASTAROTH ; nom de la planete de vénus.

ASTÉRÉOMETRE, (*Aſtron.*). Inſtrument deſtiné à calculer le lever & le coucher des aſtres, dont on connoît la déclinaiſon & l'heure du paſſage au méridien. M. Jeaurat en a donné la deſcription & la figure dans les Mémoires de l'Académie pour 1779. Un plateau circulaire mobile, diviſé en 24 heures & en minutes, tourne autour de ſon centre ; une regle mobile entre deux couliſſes ſe meut parallélement à elle-même, de maniere à intercepter ſur la circonférence du cercle, un arc égal à la durée du jour. Les couliſſes entre leſquelles ſe meut la regle, ſont diviſées, ſuivant les degrés de déclinaiſon, par le moyen de la table des arcs ſémi-diurnes, de maniere qu'en plaçant la regle ſur la déclinaiſon, elle intercepte ſur le cercle une quantité double de l'arc ſémi-diurne : alors mettant à la partie ſupérieure de l'inſtrument le nombre qui marque le paſſage d'un aſtre au méridien, la regle marque ſur le cercle d'un côté le lever, de l'autre le coucher de l'aſtre. (*D. L.*)

ASTERIO. *Voyez* Chiens de chasse.

ASTÉRISME, *aſteriſmus*, ſ. m. ſignifie *en Aſtronomie* la même choſe que *conſtellation*. *Voyez* Constellation. Ce mot vient du grec ἀστὴρ, *ſtella*, étoile. *Voyez* Étoile. (*O*).

ASTÉROPE, (*Aſtron.*) ; l'une des filles d'Atlas, & l'une des ſept étoiles principales qui compoſent les Pléiades. Ovide, *Faſt. IV*, 170. (*D. L.*)

ASTRAL ; ce mot vient du latin *aſtrum*, qui lui-même vient du mot grec ἀστὴρ, *étoile*. Il eſt peu en uſage : mais on s'en ſert quelquefois pour ſignifier ce qui a raport aux étoiles, ou qui dépend des étoiles & des aſtres. *Voyez* Étoile.

Année aſtrale ou *ſidérale*, c'eſt le temps que la terre emploie à faire ſa révolution autour du ſoleil ; c'eſt-à-dire, à revenir d'un point de ſon orbite au même point. Elle eſt différente de l'année tropique, qui eſt le temps qui s'écoule entre deux équinoxes de printemps ou d'automne ; & cette année eſt plus courte de 20′ 24″, que l'année ſidérale qui eſt de 365ʲ 6ʰ 9′ 11″ & $\frac{2}{100}$, tandis que l'année tropique eſt de 365ʲ 5ʰ 48′ 48″.

ASTRE, *aſtrum*, ſ. m. eſt un mot général qui s'applique aux étoiles, tant fixes qu'errantes ; c'eſt-à-dire, aux étoiles proprement dites, aux planetes & aux cometes. *Voyez* Étoile, Planete, *&c.*

ASTRÉE. *Voyez* Vierge.

ASTROCYNOLOGIE, *aſtrocinologia* ; mot compoſé du grec ἀστρον, *aſtre*, κύων, *chien*, & λόγος, *diſcours*, *traité*. C'eſt le nom d'un ouvrage de Fiorentini ſur les jours caniculaires, cité dans les actes de Leipſick, *acta eruditorum* 1702, *Déc.* 514. *Voyez* Caniculaire.

ASTROKYON ; nom de la belle étoile appelée auſſi Sirius.

ASTROLÂBE, ſ. m. (*Aſtronomie*) ; inſtrument d'Aſtronomie dont les anciens ſe ſervoient pour les obſervations ; il y en a eu de pluſieurs eſpeces, ou plutôt le même nom a été donné à pluſieurs eſpeces d'inſtrumens très-différens. Celui de Ptolomée, décrit dans ſon Almageſte (*liv. v, ch.* 1, *l. viij, c.* 4 ἀστρολάβος), avoit deux cercles exactement tournés, placés l'un dans l'autre à angles droits ; l'un repréſentoit l'écliptique, & l'autre le colure des ſolſtices, ſur lequel on marquoit les poles de l'équateur. Un troiſieme cercle tournoit autour des poles de l'écliptique ſur deux cylindres qui y étoient fixés : il ſervoit à marquer les longitudes. Un quatrieme cercle au dedans des trois autres portoit deux pinnules ou deux trous qui ſervoient à viſer à la lune, ou à un autre aſtre, pour meſurer leur longitude & leur latitude. L'*aſtrolâbe* dont parle Copernic, étoit compoſé de ſix cercles, tant fixes que mobiles (*l. ij, c.* 14), à peu près dans le goût des *Armilles*, *Fig.* 219. *Voyez* Équatorial.

Mais ce que l'on a appelé *aſtrolâbe* dans les ſiecles poſtérieurs, n'eſt proprement que le planiſphere de Ptolomée, ſur lequel il y avoit ſeulement une regle avec deux pinnules pour meſurer la hauteur d'un aſtre : c'eſt celui qui a été décrit dans une foule de livres du 16e ſiecle. On appela auſſi *météoroſcope* cet *aſtrolâbe* planiſphere ; le *Torquetum* imaginé par les Arabes, & qu'on a même attribué aux anciens Chaldéens, avoit auſſi des ſurfaces planes au lieu d'armilles, ſuivant Tycho (*Aſtronomiæ inſtauratæ mechanica*, *p.* 39). Enfin, on a appelé *aſtrolâbe* de mer un ſimple cercle avec une alidade pour prendre hauteur en mer : c'eſt ainſi que ce mot eſt employé dans Bion, *Traité de la conſtruction des inſtrumens de Mathématiques*, 1752, *p.* 268.

L'*aſtrolâbe* planiſphere, ſur lequel on a fait tant d'ouvrages, eſt une projection des cercles de la ſphere ſur un plan, par le moyen de laquelle on réſout les problêmes de la ſphere, comme de trouver les aſcenſions droites, les déclinaiſons, les amplitudes, les hauteurs, les levers & les couchers d'étoiles, même les maiſons céleſtes ; car quand l'*aſtrolâbe* étoit à la mode, on faiſoit beau-

coup d'uſage de l'Aſtrologie judiciaire, & par conſéquent des douze maiſons.

Dans l'*aſtrolâbe* de Ptolomée, l'œil étoit ſuppoſé au pole; l'équateur étoit le plan de projection, & tous les méridiens étoient des lignes droites.

Dans l'*aſtrolâbe* de Gemma Friſius, l'œil eſt ſuppoſé au point d'orient ou d'occident, en même temps que le point équinoxial; ainſi, l'équateur & l'écliptique y ſont repréſentés par des lignes droites, ainſi que le colure des équinoxes & le cercle horaire de ſix heures; mais ces lignes droites ſont diviſées inégalement, les degrés ſont plus petits vers le centre que vers les bords, comme dans la projection ſtéréographique. Le plan de projection eſt un méridien, & l'œil eſt ſuppoſé au point d'orient ou au pole du méridien.

Dans l'*aſtrolâbe* de Roias, auteur eſpagnol, l'œil eſt ſuppoſé à une diſtance infinie comme dans la projection orthographique, & les degrés ſont beaucoup plus petits ſur les bords & plus grands vers le centre; cet *aſtrolâbe* peut s'appeler auſſi *analemme*. Meſſealla donna aſſez bien la conſtruction & l'uſage de l'*aſtrolâbe* planiſphere; mais il s'étendit peu ſur la théorie. Celle de Ptolomée, dans ſon *Plaſniphere*, eſt pleine de calculs fatigans, & peu propre à inſtruire; ce que les Grecs Nicéphore & Proclus en ont donné eſt ſi obſcur & ſi incomplet, que l'on pouroit croire qu'ils n'ont pas entendu cette théorie, du moins ils n'ont pas ſu la rendre intelligible. Jordanus fut le premier qui rendit cette théorie d'une maniere ſatisfaiſante. Stoffler expliqua très-bien enſuite la conſtruction & l'uſage de l'*aſtrolâbe*; & Mautolycus dans ſes opuſcules, publiés en 1575, en donna une théorie lumineuſe fondée ſur les ſections coniques d'Apollonius.

Dans les grands *aſtrolâbes* en cuivre qui ont un pied de diametre, qu'on exécutoit, ſur-tout en Flandre vers 1565, on trouve celui que Gemma-Friſius nommoit univerſel, *Planiſpharium catholicum*, *Aſtrolabium catholicum*, & de l'autre côté, l'*aſtrolâbe* de Ptolomée, *Planiſpharium particulare*. On peut voir pour la théorie & les uſages de celui-ci Clavius (*Operum*, t. 3), & pour l'*aſtrolâbe* univerſel, l'ouvrage d'Adrien Metius (*Primum mobile*, *Amſterd.* 1633): celui-ci étoit profeſſeur de mathématiques en Friſe, & il a fait graver les figures de l'*aſtrolâbe* de Ptolomée & de celui de Gemma. *Voyez* auſſi Bion, uſage des *aſtrolâbes*, 1702. La piece la plus apparente de l'*aſtrolâbe* univerſel, ou planiſphere, eſt ce qu'on appele l'*araignée*. *Planches d'Aſtronomie*, *Fig.* 230. On l'appele auſſi *réſeau*, *rete*; c'eſt un châſſis évidé où il y a des crochets qui marquent par leurs pointes les poſitions des principales étoiles; *A* pour l'aigle, *B* pour arcturus, *C* pour la couronne, *S* pour ſirius, *O* pour le pied d'orion.

Ce châſſis porte une écliptique, & tourne ſur une autre plaque fixe où ſont marqués l'équateur, les tropiques, l'horizon *HH* & ſes paralleles, les verticaux, ſuivant l'*aſtrolâbe* de Ptolomée, pour trouver les ſituations des aſtres par raport à tous ces cercles, & réſoudre ainſi la plupart des problêmes de la ſphere. La plaque du fond ſe retourne & ſe change pour preſenter les horizons de différens pays, & réſondre différens problêmes. L'alidade, qui tourne ſur le tout, marque les déclinaiſons & les durées du jour: nous l'avons repréſenté ſéparément à côté de l'*aſtrolâbe*.

Le pole eſt ſuppoſé au centre de l'araignée; le cercle extérieur de la plaque ſituée au deſſous, repréſente le tropique du capricorne projeté ſur l'équateur; le petit cercle intérieur eſt le tropique du cancer; celui du milieu *EQ* eſt l'équateur: on y met auſſi l'écliptique.

Une alidade mobile autour du centre, diviſée en degrés de déclinaiſons, ſe place ſur les degrés d'aſcenſion droite marqués autour du limbe, & ſert à indiquer ſur l'*aſtrolâbe* la poſition des étoiles. Les plus brillantes ſont chacune déſignées par une des pointes du châſſis mobile. Ce ſont ces différens bras qui donnent à ce plan une figure d'araignée.

L'horizon eſt auſſi tracé ſous l'araignée avec les verticaux. Quand on amene ſur l'horizon oriental une étoile, & qu'on place l'alidade ſur cette étoile, elle marque ſur la circonférence la différence aſcenſionele. L'alidade étant menée enſuite ſur le lieu du ſoleil pour ce jour-là, on a la différence des heures ſur le bord du cercle, & c'eſt l'heure du lever de l'étoile.

On trace encore ſur l'*aſtrolâbe* des verticaux des cercles de hauteur, & l'on s'en ſert pour trouver la hauteur du ſoleil à une heure quelconque. On place l'alidade ſur l'heure; on tourne l'araignée, juſqu'à ce que le point du zôdiaque, où eſt le ſoleil, viene ſous l'alidade; & ce point marque, parmi les cercles de hauteur, le degré de hauteur du ſoleil, en même temps qu'il marque, entre les cercles verticaux, l'azimut du ſoleil.

La partie poſtérieure de l'*aſtrolâbe*, qu'on appele ſpécialement le *planiſphere univerſel*, contient un grand nombre de cercles, comme les méridiens d'une mappemonde, & les paralleles à l'équateur; en conſéquence, nous n'en avons pas donné ici de figure particuliere. Ces cercles y ſont tracés ſuivant les regles de la projection ſtéréographique, l'œil étant ſuppoſé à la partie de la circonférence directement oppoſée au centre du *planiſphere*. On y voit des heures le long de l'équateur, des étoiles marquées ſuivant leurs aſcenſions droites & leurs déclinaiſons, & une ligne droite paſſant par le centre pour repréſenter l'écliptique. Ces mêmes cercles repréſentent auſſi, quand on le veut, les cercles de latitude & les paralleles à l'écliptique, ou bien les verticaux & les almicantarats, ſuivant que les deux points de concours de ces cercles ſe prenent pour les poles de l'équateur, de l'écliptique ou de l'horizon. Sur un cercle d'un pied de diametre, il y a autant de méridiens que de degrés, du moins juſ-

Digitized by Google

qu'à ce qu'on ſoit aſſez près des poles pour être forcé à ne les tirer que de 2 en 2, de 10 en 10, & même de 30 en 30 dans le dernier degré.

La regle qui tourne autour du centre de ce *planiſphere*, s'appele *la ligne horizontale*, parce qu'en effet elle repréſente communément l'horizon; mais on y marque auſſi le degré de l'écliptique, & toujours par des diviſions inégales plus grandes, à meſure qu'on s'éloigne du centre, comme dans la projection ſtéréographique. Avec cette alidade on trouve ſur le planiſphere l'aſcenſion droite & la déclinaiſon d'un aſtre dont on connoît la longitude & la latitude, & l'on réſout tous les autres problêmes de la ſphere comme avec un globe, & même avec plus de commodité, parce qu'un planiſphere eſt moins embaraſſant, & plus d'exactitude, parce qu'un globe n'eſt jamais bien rond.

Lorſque l'alidade qui tourne ſur ce plan repréſente l'horizon; ſi on la place à 49° du pole, elle coupera le tropique du cancer ſur le méridien de 8 heures; ce qui fait voir que le ſoleil ſe couche à 8 heures le jour du ſolſtice d'été, & ainſi des autres cas.

Si l'on veut connoître l'aſcenſion & la déclinaiſon d'un aſtre, comme d'Arcturus, dont on connoît la longitude 6^{s} 21°, & la latitude 31°, on conſidere les cercles convergens comme des cercles de latitude, & les petits cercles comme des paralleles à l'écliptique; l'on y marque la poſition de l'étoile, & on y fait venir le bras ou l'index, ou une équerre qui puiſſe être fixée à la regle. On fait mouvoir la regle juſqu'à 23° $\frac{1}{2}$ de l'écliptique, & la pointe du même index montre 31° pour les cercles convergens, & 20 $\frac{1}{2}$ pour le parallele, c'eſt-à-dire, que l'étoile eſt à 31° du point équinoxial, ou à 211° d'aſcenſion droite, & à 20 $\frac{1}{2}$ de déclinaiſon.

On demande la hauteur & l'azimut du ſoleil à deux heures pour Paris, lorſqu'il a 15° de déclinaiſon boréale: à l'endroit où le cercle de 30 degrés coupe le parallele de 15°, on marque la place du ſoleil; on met la regle à 49° du pole, & l'index ſur la place du ſoleil; on ramene enſuite la regle ſur l'équateur, & la conſidérant comme horizon, l'index marque ſur les paralleles celui de 48°, qui eſt la hauteur du ſoleil, & ſur les cercles convergens celui de 46 degrés, à compter du cercle extérieur, & ce ſera l'azimut du ſoleil, à compter du méridien.

Cette opération eſt fondée ſur ce que dans la projection ſtéréographique tous les cercles qui paſſent par le centre ſont des lignes droites, diviſées de la même maniere, & que les cercles qui leur ſont perpendiculaires ou paralleles ont la même configuration. Ainſi, dès que l'écliptique, par exemple, & l'équateur ſont placés entr'eux convenablement, une étoile raportée à l'équateur par l'index eſt également bien raportée à l'écliptique, & il ne s'agit, pour en compter les degrés de longitude & de latitude, que de tranſporter la regle avec l'index ſur le cercle qui eſt tout diviſé avec ſes paralleles & ſes cercles perpendiculaires convergens.

Il ſeroit bien inutile de s'étendre ſur les uſages de cet *aſtrolâbe* dont on ne fait plus d'uſage; mais il falloit en dire quelque choſe, parce qu'on en trouve encore fréquemment chez les ouvriers d'inſtrumens, quoique la plupart aient été fondus comme mitraille, pour en employer le cuivre à d'autres choſes.

Dans les trois eſpeces d'*aſtrolâbes* dont nous avons parlé, il y avoit un défaut commun, celui d'altérer tellement les figures des conſtellations, qu'elles n'étoient pas faciles à comparer avec le ciel, & d'avoir en quelques endroits des degrés ſi ſerrés, qu'ils ne laiſſoient pas d'eſpace ſuffiſant pour les opérations. Comme ces deux défauts ont le même principe, la Hire voulut y remédier en même temps, en trouvant une poſition de l'œil d'où les diviſions des cercles projetés fuſſent moins inégales dans toute l'étendue de l'inſtrument. Les deux premiers *aſtrolâbes* plaçoient l'œil au pole du cercle & du plan de projection, le troiſieme à une diſtance infinie; & ils rendoient les diviſions inégales dans un ordre contraire. La Hire trouva un point moyen, d'où elles ſont ſuffiſamment égales. Il prend pour ſon point de projection celui d'un méridien, & par conſéquent fait un *aſtrolâbe univerſel*; & il place l'œil ſur l'axe de ce méridien prolongé de la valeur du ſinus de 45 degrés; c'eſt-à-dire, que ſi le diametre du méridien eſt ſuppoſé de 200 parties, il le faut prolonger de 70 à peu près. De ce point où l'œil eſt placé, une ligne tirée au milieu du quart-de-cercle, paſſe préciſément par le milieu du rayon qui lui répond; & puiſque de cette maniere les deux moitiés égales du quart-de-cercle répondent aux deux moitiés égales du rayon, il n'eſt pas poſſible que les autres parties égales du quart-de-cercle répondent à des parties du rayon qui ſoient fort inégales. La Hire fit exécuter par cette méthode des planiſpheres ou des *aſtrolâbes* plus commodes; mais comme il n'étoit pas abſolument démontré que le point de vue d'où les diviſions de la moitié du quart-de-cercle & de la moitié du rayon ſont égales, fût celui d'où les autres diviſions ſont les plus égales qu'il ſe puiſſe, Parent chercha en général quel étoit ce point, & s'il n'y en avoit pas quelqu'un d'où les diviſions des autres parties fuſſent moins inégales, quoique celles des moitiés ne ſoient pas égales. En ſe ſervant donc de la géométrie des infiniment petits, Parent détermina le point d'où un diametre étant diviſé, les inégalités ou différences de toutes ſes parties priſes enſemble ſont la moindre quantité qu'il ſe puiſſe; mais il ſeroit encore à déſirer que la démonſtration s'étendît à prouver que cette ſomme d'inégalités, la moindre de toutes, eſt diſtribuée entre toutes les parties dont elle réſulte, le plus également qu'il ſe puiſſe; car ce n'eſt préciſément que cette condition qui rend les parties les

Digitized by Google

plus égales entr'elles qu'elles puiſſent l'être ; & il ſeroit poſſible que des grandeurs dont la ſomme des différences ſeroit moindre, ſeroient plus inégales, parce que cette ſomme totale ſeroit répandue plus inégalement. Parent chercha auſſi le point où doit être placé l'œil pour voir les zônes égales d'un hémiſphere les plus égales qu'il ſe puiſſe, par exemple, les zônes d'un hémiſphere de la terre partagée de 10 en 10 degrés. Ce point eſt à l'extrémité d'un diametre de 200 parties, qui eſt l'axe des zônes prolongé de 110 $\frac{1}{2}$. *Voyez l'hiſt. de l'Acad. des Sciences*, 1701, *pag.* 100, & 1702, *pag.* 70. Mais alors on commençoit à abandoner l'uſage des *aſtrolâbes*, en ſorte qu'on en a exécuté fort peu dans les nouveles conſtructions. Ceux que l'on trouve encore de temps en temps ſont des *aſtrolâbes* de Gemma-Friſius. Au reſte, comme on réſout les mêmes problêmes par le moyen du globe, on ne fait plus uſage des *aſtrolâbes*. (*D. L.*)

ASTROLOGIE, mot dérivé de ἀστρον, étoile, & de λόγος, diſcours : ainſi l'*Aſtrologie* ſeroit, en ſuivant le ſens de ce terme, la connoiſſance du ciel & des aſtres, & c'eſt auſſi ce qu'il exprimoit dans ſon origine ; mais la ſignification de ce mot a changé, & nous appelons maintenant Aſtronomie ce que les anciens appeloient *Aſtrologie*.

L'*Aſtrologie* judiciaire eſt l'art de prédire les événemens futurs par les aſpects, les poſitions & les influences des corps céleſtes.

L'*Aſtrologie* paſſe pour avoir pris naiſſance dans la Chaldée, d'où elle pénétra en Égypte, en Grece & en Italie. Il y a des auteurs qui la font Égyptiene d'origine, & qui en attribuent l'invention à Cham : quant à nous, c'eſt des Arabes que nous la tenons. Le peuple Romain en fut tellement infatué, que les aſtrologues ou les mathématiciens, car c'eſt ainſi qu'on les appeloit alors, ſe ſoutinrent dans Rome mal-gré les édits des empereurs qui les en banniſſoient.

L'*Aſtrologie*, étant auſſi analogue à la ſuperſtition & à la crédulité des peuples qu'elle étoit favorable au crédit de ceux qui ſavoient l'employer, fut auſſi de tout temps cultivée, autant & plus que l'Aſtronomie : celle-ci eut même les plus grandes obligations à l'*Aſtrologie*. (*M. Goguet*, *I*, 215, *III*, 115 ; *Kepler*, *Tab. Rud. præf. pag.* 4.) Aujourd'hui les livres d'*Aſtrologie* ſont auſſi mépriſés qu'ils ſont mépriſables.

Les regles de l'*Aſtrologie*, que l'on prétendoit tirer de la nature des choſes, étoient dans le fond abſolument arbitraires : ainſi, la partie du ciel qui étoit à l'orient ou qui ſe levoit, formoit la maiſon de nativité ou la maiſon de vie, & celle qui alloit ſe coucher étoit la maiſon de la mort. *Voy.* Maison.

Les influences des planetes étoient également arbitraires. Saturne, étant très-éloigné, étoit ſuppoſé une planete de nature froide. Jupiter, Vénus & la Lune étoient des planetes tempérées & bienfaiſantes ; Saturne & Mars des planetes dangereuſes. Le Soleil & Mercure participoient aux propriétés des unes & des autres, ſuivant les circonſtances. (*Ptolomæus de judiciis.*) Chaque planete avoit parmi les ſignes du Zôdiaque une maiſon d'exaltation, où elle étoit cenſée exercer ſon pouvoir ; mais les regles de l'*Aſtrologie* n'étoient pas par-tout les mêmes, & l'on a beaucoup varié dans les principes comme dans les applications.

Actuélement ce n'eſt que dans les pays d'ignorance, en Aſie, au Japon, dans les îles Maldives, où l'*Aſtrologie* eſt recherchée. Nous ne pouvons lire les anciens livres des aſtrologues Européens, ſans déplorer l'ignorance & l'aveuglement du vulgaire, qui s'eſt laiſſé ſi long-temps abuſer par de ſi ſotes prédictions, & de faire obſerver combien il étoit utile pour le genre humain de pénétrer & d'aprofondir les ſciences qui ont ſu enfin guérir les hommes d'une ſi miſérable imbécillité & d'une ſtupidité ſi flétriſſante.

Ce n'eſt pas ſans peine qu'enfin l'eſprit philoſophique a diſſipé ces erreurs ; on venoit encore quelquefois, au commencement de ce ſiecle, conſulter, ſur l'avenir, des aſtronomes de l'Académie, & en 1705, M. Lieutaud crut devoir mettre à la tête de la *Connoiſſance des Temps* : „ On ne „ trouvera ici aucune prédiction, parce que l'A„ cadémie n'a jamais reconu de ſolidité dans les „ regles que les anciens ont données pour prévoir „ l'avenir par les configurations des aſtres „. En liſant dans le Mereure (1763, *Janvier*, *11 vol. pag.* 95), une lettre où je racontois la curioſité que le Grand-Seigneur eut, en 1762, de recevoir tous les ouvrages publiés par les aſtronomes de l'Académie, on remarquera qu'il demandoit ſur-tout les prédictions qui ſe faiſoient ſur l'avenir par la ſcience des Aſtres. Peut-être Sa Hauteſſe ne déſiroit nos livres d'Aſtronomie, que dans l'eſpérance d'y voir le ſort des puiſſances qui ſembloient alors acharnées à ſe détruire. *Voy.* Maisons, Theme, Horoscope, Direction, Promisseur, Significateua. (*D. L.*)

ASTROMETRE. *Voy.* Héliometre.

ASTRONOMIE, *Aſtronomia* ; ſcience des mouvemens céleſtes, des phénomenes qu'on obſerve dans le ciel, & de tout ce qui a raport aux aſtres. C'eſt une partie des Mathématiques mixtes, dans laquelle on apprend à connoître les grandeurs, les mouvemens & les diſtances des étoiles, des planetes & des cometes, autant que l'induſtrie humaine, aidée de l'obſervation & du calcul, peut nous y faire pénétrer. Le mot d'*Aſtronomie* vient des mots grecs Ἀστὴρ, *aſtre*, Νόμος, *loi*. Les Grecs appeloient cette ſcience Aſtrologie ; mais ce dernier terme eſt réſervé aujourd'hui à la ſcience conjecturale dont nous avons parlé *au mot* Astrologie.

L'*Aſtronomie* eſt de toutes les ſciences, celle qui nous préſente le tableau le plus grand, le plus ſublime, le plus digne d'occuper l'eſprit humain, par la nobleſſe & l'immenſité de ſes objets. Auſſi les plus grands philoſophes de l'an-

Digitized by Google

tiquité parlerent de l'*Aſtronomie* avec admiration. Laërce raconte qu'on demandoit à Anaxagore pour quel objet il étoit né; il répondit que c'étoit pour contempler les aſtres. S'il y a dans cette réponſe de l'exagération en faveur de l'*Aſtronomie*, on y voit au moins l'enthouſiaſme avec lequel un homme de génie contempleit le ſpectacle du ciel.

Pythagore diſoit que les hommes ne devroient avoir que deux études, celle de la nature pour éclairer l'eſprit, celle de la vertu pour régler le cœur. On regarde avec raiſon l'étude de la morale comme la plus néceſſaire & la plus digne de l'homme. *The proper ſtudy of mankind is man*, dit Pope; mais on ſe tromperoit en croyant qu'on peut être véritablement philoſophe ſans l'étude des ſciences naturelles: pour être ſage, non par foibleſſe, mais par principe, il faut ſavoir réfléchir & penſer fortement, il faut, à force d'étude, s'être affranchi des préjugés qui trompent la raiſon, & qui s'oppoſent au dévelopement de l'eſprit. Voilà pourquoi Pythagore ne vouloit point recevoir de diſciple qui n'eût étudié les Mathématiques.

Platon faiſoit auſſi le plus grand cas de l'*Aſtronomie*: *Voyez* ce qu'il en dit dans ſon 35e livre, intitulé: *Epinomis vel philoſophus*, que Marcile-Ficin appele *le Tréſor de Platon*. *Nolite ignorare Aſtronomiam ſapientiſſimum quiddam eſſe*. Il va juſqu'à dire dans un autre endroit que les ieux ont été donnés à l'homme à cauſe de l'*Aſtronomie*: c'étoit peut-être l'idée d'Ovide lorſqu'il diſoit:

Finxit in effigiem moderantum cuncta deorum,
Pronaque cum ſpectent animalia cetera terram,
Os homini ſublime dedit, cœlumque videre
Juſſit, & erectos ad ſidera tollere vultus.
Métam. I, 83.

Peut-on enviſager ſans un mouvement de compaſſion & de honte, la ſtupidité des peuples qui croyoient autrefois qu'en faiſant un grand bruit dans une éclipſe de lune, on apportoit du remede aux ſouffrances de cette déeſſe, ou que ces éclipſes étoient produites par des enchantemens?

Cum fruſtra reſonant æra auxiliaria lunæ.
Mét. IV, 333.

Cantus & e cœlo lunam deducere tentat,
Et faceret, ſi non æra repulſa ſonent.
Tib. I, 8.

Indépendament de ces terreurs qui dégradent le peuple, on trouve dans l'hiſtoire pluſieurs traits qui montrent le déſavantage que l'ignorance de l'*Aſtronomie* donna à des généraux, à des nations entieres. Nicias, général des Athéniens, avoit réſolu de quiter la Sicile avec ſon armée; une éclipſe de lune dont il fut frapé lui fit perdre le moment favorable, & fut cauſe de la mort du général & de la ruine de ſon armée, ſuivant Plutarque; perte ſi funeſte aux Athéniens, qu'elle fut l'époque de la décadence de leur patrie. Alexandre même, avant la bataille d'Arbelle, fut obligé de faire raſſurer ſon armée éfrayée par une éclipſe de lune; il fit venir des aſtronomes égyptiens, & ordona des ſacrifices. Paul Émile, la veille de la bataille contre Perſée, fit auſſi des ſacrifices à la lune & à la terre, comme aux divinités qui cauſoient les éclipſes.

On voit au contraire d'autres généraux, à qui leurs connoiſſances en *Aſtronomie* ne furent pas inutiles. Périclès conduiſoit la flote des Athéniens, il ariva une éclipſe de ſoleil qui cauſa une épouvante générale; le pilote même trembloit. Périclès le raſſura par une comparaiſon familiere: il prit le bout de ſon manteau, & lui en couvrant les ieux, il lui dit: crois-tu que ce que je fais-là ſoit un ſigne de malheur? non, ſans doute, dit le pilote; cependant c'eſt auſſi une éclipſe pour toi, & elle ne differe de celle que tu as vue, qu'en ce que la lune étant plus grande que mon manteau, elle cache le ſoleil à un plus grand nombre de perſones.

Agatoclès, Roi de Syracuſe, dans une guerre d'Afrique vit auſſi, dans un jour déciſif, la terreur ſe répandre dans ſon armée, à la vue d'une éclipſe; il ſe préſenta devant ſes ſoldats, leur en expliqua les cauſes & diſſipa leurs craintes. Tacite parle d'une éclipſe dont Druſus ſe ſervit pour apaiſer une ſédition. On raconte des choſes de cette eſpece à l'occaſion de Sulpitius Gallus, lieutenant de Paul Émile dans la guerre contre Perſée, & de Dion, Roi de Sicile.

Nous liſons un fait également honorable à l'*Aſtronomie*, dans l'épître que Roias adreſſe à Charles-Quint, en lui dédiant ſes commentaires ſur le planiſphere.

Chriſtophe Colomb, en commandant l'armée que Ferdinand, Roi d'Eſpagne, avoit envoyée à la Jamaïque, dans les premiers temps de la découverte de cette île, ſe trouva dans une diſete de vivres ſi générale, qu'il ne lui reſtoit aucune eſpérance de ſauver ſon armée, & il alloit être à la diſcrétion des Sauvages: l'approche d'une éclipſe de lune fournit à cet habile homme un moyen de ſortir d'embaras. Il fit dire aux chefs des Sauvages que ſi dans quelques heures on ne lui envoyoit pas toutes les choſes qu'il demandoit, il alloit les livrer aux derniers malheurs, & qu'il commenceroit par priver la lune de ſa lumiere. Les Sauvages mépriſerent d'abord ſes menaces; mais auſſi-tôt qu'ils virent que la lune commençoit en effet à diſparoître, ils furent frapés de terreur; ils apporterent tout ce qu'ils avoient aux pieds du Général, & vinrent eux-mêmes demander grâce.

Combien les hommes ne doivent-ils pas s'applaudir d'avoir perfectioné l'*Aſtronomie* aſſez pour s'affranchir de cette miſérable imbécillité, dont ils furent ſi long-temps dupes; l'aventure de l'année

1186 dut couvrir de hoote les aſtrologues de toute l'Europe. Chrétieos, Juifs ou Arabes, ils s'étoieot tous réunis pour annoncer ſept ans auparavant, par des lettres qui furent publiées par toute l'Europe, une conjonction de toutes les planetes, qoi devoit être acompagnée de ſi terribles ravages, qu'il y avoit à craindre un bouleverſement univerſel. On s'areodoit à voir la fin du monde; cette année ſe paſſa néanmoins comme à l'ordinaire, mais cent autres meoſonges auſſi-bien avérés n'auroient pas ſuffi pour détacher des hommes ignorans & crédules des préjugés de leur enfaoce; il a fallo qu'un eſprit de philoſophie & de recherche ſe répandît parmi les hommes, leur dévelopât l'étendue & les bornes de la uature, & les acoutumât à ne plus s'éfrayer ſans examen & ſans preuve.

Les cometes furent ſur-tout, comme on le ſait, uo de ces grands objets de terreur que l'*aſtronomie* a enfin diſſipés, même parmi le peuple. On eſt fâché de trouver eocore des préjugés auſſi étrangers dans le plus beau poême du ſeizieme ſiecle.'

Qual con le chiome ſanguinoſe orrende
Splender cometa ſuol per l'aria aduſta,
Che i regni muta, e i fieri morbi adduce,
A i purpurei tiranni infauſta luce.
Geruſ. liber. VII, 52.

Les charmes de la poéſie ſont actuélement employés d'one maniere bien plus philoſophique & plus utile. Témoio ce beau paſſage de Voltaire au ſojet des cometes, dans ſon épître à la Marquiſe du Châtelet.

Cometes que l'on craint à l'égal du tonerre,
Ceſſez d'épouvanter les peuples de la terre;
Dans une ellipſe immenſe achevez votre cours,
Remontez, deſcendez près de l'aſtre du jour;
Lancez vos feux, volez & revenans ſans ceſſe,
Des mondes épuiſés ranimez la vieilleſſe.

C'eſt ainſi que l'étude aprofondie & les progrès de la véritable *aſtronomie* ont diſſipé des préjugés abſurdes & rétabli ootre raiſon dans tous ſes droits. Mais ce n'eſt poiot à cela ſeul que ſe réduit l'utilité de ceite ſcience, elle cootribue au bien général de plus d'une maniere.

On ſait aſſez que la Coſmographie & la Géographie ne peuvent ſe paſſer de l'*Aſtronomie*. Les obſervations de la hauteur du pole, apprirent aux hommes que la terre étoit roode; les éclipſes de lune ſervirent à connoître les longitudes des différens pays de la terre, ou leurs diſtances mutuelles d'occident en orieut. La découverte des ſatellites de jupiter a donné une plus grande perfection à nos cartes géographiques & marines, que n'auroient pu faire mille ans de oavigations & de voyages, & quand leur théorie ſera encore mieux connue, la méthode des longitudes ſera encore plus exacte & plus facile. L'étendue de la méditerranée étoit preſqu'inconnue vers l'an 1600; on la croyoit de 53 degrés, au lieu de 35 qu'il y a réellement, on connoît aujourd'hui cette éteodue auſſi exactement que celle de France.

C'eſt à l'*Aſtronomie* qu'on fut redevable des premieres navigations des Phéniciens; & c'eſt encore à elle que nous devons la découverte du nouveau monde. Chriſtophe Colomb avoit une connoiſſaoce intime de la ſphere, peut-être plus que perſone de ſon temps, puiſqu'elle lui donna cette certitude & lui inſpira cette confiance avec laquelle il dirigea ſa route vers l'occident, certain de rejoindre par l'orient le continent de l'Aſie, ou d'en trouver un ooveau.

S'il reſte actuélement quelque choſe à déſirer pour la perfection & la ſûreté de la navigation, c'eſt de trouver aiſément les longitudes eu mer; on les a quand on veut par le moyen de la lune, comme on le fera voir au mot Longitude, & ſi les oavigateurs étoieur un peu aſtrouomes, leur eſtime ne les tromperoit jamais de dix lieues, tandis qu'ils ſont à deux cents lieues d'incertitnde dans des voyages ordiuaires. L'uſage que l'ou fait de l'*Aſtronomie* pour le Calendrier, pour la Chrooologie, pour la Gnomoniqoe, ſont des objets ſur leſquels nous aurons occaſioo de nous étendre dans d'autres articles de cet ouvrage. Enfin, M. Dupuis à fait voir que toute la Mythologie de l'antiqnité ſe réduit à des ſymboles & des allégories aſtronomiques; il eſt évident qu'il faut connoître très-bien le ciel pour pouvoir les entendre; c'eſt par-là que M. Dupuis eſt parveuu à cette ſinguliere découverte dont j'ai rendu compte dans le quatrieme volume de mon *Aſtronomie*.

La Météorologie, c'eſt-à-dire, la connoiſſance des changemeos de l'air, des vents, des pluies, des ſéchereſſes, des mouvemens du thermometre & du barometre, a certainement un raport bien eſſentiel & bien immédiat avec la ſanté du corps humain; il eſt probable que l'*Aſtronomie* ſeroit d'uoe utilité ſenſible, ſi l'on étoit parvenu, à force d'obſervations, à trouver les influences phyſiques du ſolell & de la lune ſur l'atmoſphere & les révolutions qui en réſultent. M. Toaldo a cru reconoître que la période de 19 aos de la lune ramene les années pluvieuſes; *Della vera influenza degli aſtri, delle ſtagioni e mutazioni di tempo, ſaggio meteorologico, in Padova* 1781, in-4°. & le ſaros météorologique 1781. Sur la Météorologie appliquée à la médecine, *Voyez* la diſſertation de M. Retz, Amiens 1780, in-8°. Gallieu avertit les médecins d'avoir égard au cours des aſtres; je ne doute pas qu'il ne voulut parler des principes de l'Aſtrologie judiciaire & des iofluences qu'on imaginoit alors, d'après une ignorante ſuperſtitiou. Mais en réduiſant tout à ſa juſte valeur, il paroît que les attractions qui ſoulevent deux fois le jour les eaux de l'océan, peuvent bien influer ſur l'état de l'atmoſphere. Oo peut conſulter, à ce ſujet, Hoffman, Méad & autres qui en ont parlé aſſez au long; il faudroit qoe les médecins

conſultaſſent au moins l'expérience à cet égard, & qu'ils examinaſſent ſi les criſes & les paroxiſmes des maladies n'ont pas quelque correſpondance avec les ſituations de la lune, par raport à l'équateur, aux ſyzygies & aux apſides ; pluſieurs médecins habiles m'en ont perſuadé.

Ces différens avantages qui ſe raſſemblent en faveur de l'*Aſtronomie*, l'ont fait rechercher de tous les temps & chez tous les peuples du monde. Joſeph dans ſes antiquités judaïques, fait remonter juſqu'à Adam l'étude de l'*Aſtronomie* & les découvertes qu'on y fit. Il nous dit que les deſcendans de Seth y firent des progrès conſidérables, & que voulant en conſerver la mémoire, ils graverent ſur des colonnes de pierre & de brique leurs obſervations aſtronomiques. Joſeph attribue à Abraham les premieres connoiſſances des Égyptiens.

On voit pluſieurs paſſages dans le livre de Job, où Dieu même parle d'*Aſtronomie : numquid conjungere valebis micantes ſtellas plejadas, aut gyrum arcturi poteris diſſipare ? numquid producis luciferum in tempore ſuo, & veſperum ſuper filios terræ conſurgere facis ?*

On attribue auſſi à Moyſe des connoiſſances de même eſpece : du moins S. Étienne dit de lui dans les actes des Apôtres, qu'il étoit verſé *in omni ſapientia Ægyptiorum* ; ce qu'on doit entendre principalement de la connoiſſance des aſtres, qui avoit rendu les Égyptiens ſi célebres.

C'eſt ce qui a fait dire à quelques ſavans, que les Patriarches avoient été les premiers inventeurs de l'*Aſtronomie* ; M. l'abbé Renaudot, dans ſon Mémoire ſur l'origine de la ſphere, *Acad. des inſcript. T.* 1, ſemble incliner pour cette opinion ; il en apporte pluſieurs raiſons, mais nous oſons croire avec Baſnage qu'elles ne méritent pas d'être réfutées. Il en ſeroit peut-être de même de l'origine mythologique, raportée par les Grecs, ſi la célébrité des noms que la fable nous a conſervés, ne méritoit du moins des citations. En liſant les Auteurs qui ont parlé de l'origine de l'*Aſtronomie*, on trouve une diſcordance & une obſcurité dont on ne pouroit ſe tirer, ſi l'on ne diſtingnoit exactement les époques, ainſi que les différentes parties de l'*Aſtronomie*, & les degrés des connoiſſances dont on prétend parler ; nous diſtingnerons donc avec ſoin la Mythologie, qui remonte tout au plus à 2400 ans avant l'ere chrétiene, temps auquel on a acoutumé de ſuppoſer le délnge : les obſervations Chaldéenes, qui ne vont guere qu'à 720 ans avant Jéſus-Chriſt, & les recherches de détails qui ne commencent que 400 ans avant l'ere chrétiene.

M. Bailly, dans ſon Hiſtoire de l'*Aſtronomie*, remonte encore plus haut, & juſqu'à un peuple antediluvien, dont la mémoire s'eſt perdue ; M. Dupuis fait auſſi remonter l'*Aſtronomie* des Égyptiens, à pluſieurs milliers d'années avant l'époque ordinaire du délnge. On peut voir le Mémoire que j'ai cité.

Quoi qu'il en ſoit, on voit aſſez que cette *Aſtronomie* ancienne ne comprenoit autre choſe que la connoiſſance du mouvement diurne, celle des révolutions apparentes de la lune & du ſoleil, la ſituation & les noms des étoiles & des conſtellations les plus remarquables, & les temps de l'année où elles étoient cachées par le ſoleil. *Voyez* HÉLIAQUE. Les Chaldéens y ajouterent des obſervations plus exactes ſur les éclipſes de la lune, avec une légere connoiſſance des planetes ; mais ce ne fut enfin que 400 ans avant Jéſus-Chriſt, qu'on rechercha les inégalités de la lune & des autres planetes, la durée de leurs révolutions, la ſituation de leurs orbites, la grandeur de la terre & la forme du ſyſtême planétaire, & qu'on entreprit de prédire les éclipſes.

Pline le naturaliſte ſe plaint vivement de la négligence des anciens à écrire l'hiſtoire de l'*Aſtronomie* : c'eſt une ingratitude, dit-il, & une dépravation de l'eſprit ; on aime à remplir ſes annales de guerres & de carnages pour faire connoître les crimes des humains, tandis qu'on leur laiſſe ignorer la ſtructure de l'univers, & les bienfaits de ceux qui les ont éclairés. *Liv.* 2, *c.* 9. Diodore de Sicile parlant des Atlantes, raconte aſſez au long ce qu'ils diſoient de la naiſſance des Dieux, & il ajoute que leur ſentiment n'eſt pas n cela fort éloigné de celui des Grecs ; ainſi, nous le raporterons comme une des ſources de la Mythologie greque. Les Atlantes étoient le peuple le plus policé de l'Afrique : leur pays étoit riche & rempli de grandes villes. Ils prétendoient que les Dieux avoient pris naiſſance ſur les côtes maritimes de leur pays, & cela s'acorde aſſez, ajoute Diodore, avec ce que les Grecs en racontent. Leur premier Roi fut Uranus. Ce Prince raſſembla dans les villes des hommes qui, avant lui, étoient répandus dans les campagnes ; il régla leurs uſages & les retira de la vie grôſſiere qu'ils menoient. Comme il étoit ſoigneux obſervateur des aſtres, il détermina pluſieurs circonſtances de leurs révolutions ; il meſura l'année par le cours du ſoleil, & les mois par celui de la lune, & il déſigna le commencement & la fin des ſaiſons. Ces peuples qui ne ſavoient pas encore combien le mouvement des aſtres eſt égal & conſtant, étonés de la juſteſſe de ſes prédictions, crurent qu'il étoit d'une nature plus qu'humaine, & après ſa mort ils lui rendirent des honeurs divins à cauſe de ſon habileté dans l'*Aſtronomie*, & des bienfaits qu'ils avoient reçus de lui. Diodore *L. III*, *T.* 1, *pag.* 444 de la trad. françoiſe de Terraſſon.

Parmi les fils d'Uranus, les deux plus célebres furent Atlas & Saturne, qui ſe partagerent le royaume d'Uranus. Atlas eut en partage les côtes maritimes ; on dit qu'il excelloit dans l'*Aſtronomie*, & que ce fut lui qui repréſenta l'univers par une ſphere. C'eſt pour cette raiſon qu'on a prétendu qu'Atlas portoit le monde ſur ſes épaules. Diod. *pag.* 453. Mais probablement la conſtellation du bouvier, dont la tête étoit autrefois près du pole

& de l'axe du monde, a donné lieu à cette fable d'Atlas.

Cicéron l'expliquoit de la même maniere que Diodore : *nec vero Atlas cœlum ſuſtinere traderetur, niſi cœleſtium divina cognitio nomen rerum ad errorem fabulæ traduxiſſet*. Tuſcul. liv. 5, c. 8. Preſque tous les auteurs attribuent à Atlas l'invention de la ſphere & les premieres connoiſſances des mouvemens céleſtes. *Voyez*, au ſujet d'Atlas, Homere dans l'Odyſſée, *liv.* 1, *v.* 52. Vitruve *liv.* 6, *c.* 10. Virgile, *Enéid.* 5, 745. Diodore, *liv.* 4, *tom.* 2, *pag.* 62 *de l'édition françoiſe*. Plin., *liv.* 2, *c.* 8. Weidler, *hiſt. aſtronomiæ*, *pag.* 3 *&* 51. Atlas donna ſon nom aux peuples qui habitoient les côtes, & à l'une des plus grandes chaînes de montagnes qu'il y ait en Afrique.

Diodore de Sicile ajoute, qu'Atlas fit part de ſes lumieres à Hercule, pour reconoître le ſervice que ce héros lui avoit rendu, en délivrant ſes filles qui avoient été enlevées par des voleurs. Hercule tranſmit aux Grecs ces connoiſſances qu'il avoit reçues d'Atlas, & paſſa dans la ſuite pour l'inventeur de l'*Aſtronomie*. *Sophocles in palamede*. *Voſſius de natura artium*.

Le P. Pétau eſtime qu'Atlas a vécu vers l'an 1638 avant Jéſus-Chriſt, & Hercule 400 ans plutard. Ceux qui raportent le ſiecle d'Atlas à 2400 ans avant Jéſus-Chriſt, le placent au temps où vécut Noé, ſuivant les commentateurs de l'Écriture; c'eſt auſſi le ſiecle d'Yao, ſuivant les Chinois, & c'eſt la plus haute antiquité qu'on ait coutume de donner aux élémens de la plus ſimple *Aſtronomie*, en admétant même la tradition des Grecs ſur l'ancienneté d'Atlas.

Aux fables d'Uranus, d'Atlas & d'Hercule, on doit ajouter celle de tous les hommes illuſtres qui s'étoient diſtingués dans l'*Aſtronomie* & qui paſſerent pour inventeurs; Lucien dans ſon petit ouvrage ſur l'Aſtrologie, expliqua par-là les fables d'Orphée, Tirésias, Atrée, Thyeſte, Bellérophon, Phrixus, Dédale, Paſiphaë, Endymion, Phaéton: tous, au jugement même des anciens, durent leur célébrité à leurs connoiſſances dans l'*Aſtronomie*: les hommes étonés, admiroient avec un ſaint reſpect ceux qui leur avoient appris des choſes auſſi ſublimes. Cicéron, *Tuſcul. quæſt. liv.* 5, *c.* 8. Plinc 2. 9.

Enfin, l'on ſait aſſez que la Mythologie des Grecs & l'hiſtoire de ſes héros eſt mêlée avec les noms des ſignes, des conſtellations & des planetes, on en peut voir les détails dans Aratus, Hyginus, Manilius, Lucien. *Voyez* auſſi Joſ. Scaliger dans ſes notes ſur Manilius. Riccioli dans ſon Almageſte, *tom.* 1, *pag.* 398 & Blaew ou Phil. Cæſius, *cælum aſtronomicum porticum*, 1662. Enfin, le mémoire de M. Dupuis, qui explique la Mythologie par les levers & les aſpects des conſtellations, & il cite en témoignage Porphyre, Synéſius, Jamblique, Athénagore, &c.

Juſqu'ici ce n'eſt qu'une tradition obſcure & fabuleuſe; mais vers le temps de l'expédition des argonautes, 1300 ou 1400 ans avant Jéſus-Chriſt l'*Aſtronomie* fit quelques progrès. Le centaure Chiron, Theſſalien, que d'autres ont dit être fils de Saturne, apprit le premier aux hommes la juſtice & le culte des dieux, & les figures du ciel ſuivant l'auteur de la *Titanomachie*, cité par Clément d'Alexandrie, *Strom. liv.* 1, *ch.* 15; il en eſt auſſi parlé dans Auſone, *Idyllium* 5, *v.* 20, comme ayant été élevé & inſtruit par Achille. *Mém. Acad. des Inſcriptions & Belles Lettres*, *tome xiv*, 365; *xvij*, 46.

L'expédition des argonautes paroît liée avec l'établiſſement des conſtellations dans la Grece, ſuivant Newton dans ſa chronologie, & Fréret dans ſa défenſe de la chronologie, publiée en 1758. Cela ſemble prouver que ces noms furent donnés par les Grecs aux conſtellations, peu après le voyage des argonautes. C'eſt auſſi ce que penſoit Séneque quand il diſoit: „il n'y a pas encore 5500 ans que la Grece a compté & nommé les étoiles„, *Nat. quæſt. liv.* 7, 25. Séneque écrivoit vers l'an 65; ainſi il ſuppoſoit que ces noms étoient plus anciens de 1400 ans tout au plus que notre ere vulgaire.

Astronomie *chaldéene*. Les habitans des vaſtes plaines de Sennaar, où fut bâtie la ville de Babylone, ſont les plus anciens aſtronomes, & les premiers de tous les obſervateurs dont les obſervations nous ſoient parvenues. Tous concouroit à porter leur attention vers le ciel; la garde des troupeaux faiſoit leur principale occupation: mais la chaleur du jour leur faiſoit choiſir le temps de la nuit pour leurs travaux, leurs exercices & leurs voyages; en ſorte que le ſpectacle des aſtres les devoit occuper, pour ainſi dire, mal-gré eux. Ajoutons à cela, que dans ces plaines, dont quelques-unes étoient couvertes ſouvent d'un ſable léger que le vent diſperſoit facilement, les aſtres devoient ſervir à reconoître les chemins (*Voyages des Indes orientales*, Carré, *chap.* 5, *pag.* 230), & à ſe conduire dans les voyages; enfin, la curioſité, la ſuperſtition, & peut-être le goût de l'Aſtrologie, ajoutés dans la ſuite à des motifs plus raiſonables, acheverent de porter les Chaldéens vers l'*Aſtronomie*. Ils furent peut-être les premiers à y faire des progrès diſtingués. Les Égyptiens devroient peut-être les précéder dans l'hiſtoire de l'*Aſtronomie*, & quelques auteurs ont donné la préférence aux Égyptiens, ſur-tout Lucien & Marsham; l'un parmi les anciens, l'autre parmi les modernes; & enfin M. Dupuis, qui trouve les noms de tous les ſignes du zodiaque, d'acord avec le calendrier rural des Égyptiens.

L'*Aſtrologie* des Babyloniens eſt citée dans divers endroits de l'Écriture. Pluſieurs auteurs ont regardé Abraham comme un aſtronome Chaldéen qui avoit appris l'Arithmétique & l'*Aſtronomie* aux Égyptiens, *Philo de nobilitate*, *pag.* 702, *édit. de Cologne*, 1613; Joſeph, Alexandre Polyhiſtor & Artapanus, cités par Euſebe, *prep. ev.*

liv. ix, ch. 16, 17 *&* 58; Voſſius, *ch.* 30, §. 6. Il eſt paſlé de pluſieurs conſtellations dans le livre de Job *ch.* 9, & Job étoit Arabe de nation, c'eſt-à-dire, voiſin de la Babylonie. On trouve dès le temps d'Achaz, 750 ans avant Jéſus-Chriſt, l'uſage des cadrans ſolaires à Jéruſalem, & il paroît qu'on les avoit reçus des Babyloniens, à qui Hérodote en attribue l'invention (*II*, 109); d'ailleurs, on voit que ce prince avoit des liaiſons avec Teglath-Phalaſar, roi d'Aſſyrie, *Reg. iv*, 16, *v.* 8. Les Babyloniens envoyerent à Ézéchias, pour s'informer de ce qui étoit arivé au cadran d'Achaz, dont ils avoient entendu parler. *Paralip. l.* 2, *c.* 32.

Il y a dans la Babylonie, dit Strabon, des philoſophes très-occupés de l'Aſtrologie, & qu'on appele *Chaldéens*. Quelques-uns, ajoute-t-il, croient pouvoir annoncer aux hommes, dès leur naiſſanee, ce qui doit leur ariver; mais ils ſont déſavoués par les autres. La nation des Chaldéens, & la Babylonie qu'ils habitent, eſt voiſine de l'Arabie & de la mer qu'on appele *Perſique*. Strabon, *l.* 16, *p.* 739, *édit. de Paris*, 1620: il dit ailleurs que les Grecs avoient appris cette ſcience des Égyptiens & des Chaldéens *lib.* 17, *p.* 806.

Cicéron raconte auſſi que les Aſſyriens, qui habitoient de vaſtes plaines, où rien ne pouvoit borner la vue, & empêcher la contemplation du ciel, avoient donné tout leur ſoin à la connoiſſance des aſtres, *de Divinatione*, *l.* 1, *n.os* 2 *&* 93. Diodore de Sicile, quoique prévenu en faveur des Égyptiens, dit préciſément que les Chaldéens ſont les plus habiles aſtrologues qu'il y ait au monde, comme ayant cultivé la ſcience des aſtres avec plus de ſoin qu'aucune autre nation, *l.* 2, *t.* 1, *p.* 280. Vitruve en parle à peu près de même, *l.* 9, *c.* 7.

Platon les joint aux Égyptiens ſous le nom des Syriens, *Épin. pag.* 622, *édit. de* 1548, comme nous le dirons bientôt; ils ſont également cités comme inventeurs de l'Aſtrologie dans Ariſtote, *de cælo* (*II*, 52), & dans ſon commentateur Simplicius, *fol.* 77, *verſo*, *édit. lat. de Veniſe*, 1540; dans Pline, *viij*, 56; dans la vie de Pythagore, par Jamblique, *c.* 29, *ſect.* 158; dans le commentaire grec de Théon ſur Aratus, *pag.* 80, *édit. de Paris*, 1559; dans Achille Tatius, au commencement de ſon *Iſagoge*, *Petavii uranologion*, *pag.* 73, *édit. d'Anvers*, 1705; dans Solinus *Aſia*, *cap.* 65, *p.* 168; dans Martianus Capella, *l.* 6 *de Babyl. p.* 225, *édit. de* 1599. S. Clément d'Alexandrie, après avoir dit que les Égyptiens furent les premiers qui apprirent aux hommes l'Aſtrologie, ajoute auſſi-tôt, & de même auſſi les Chaldéens, *Stromatum*, *l.* 1, *art.* 16, *p.* 365 de l'édition greque & latine faite à Oxford en 1715, & il les cite toujours enſemble, (*pag.* 354, *&c.*).

Parmi les modernes, Voſſius a été ſur-tout perſuadé que les Babyloniens avoient été les premiers inventeurs de l'*Aſtronomie*, *de natura artium*, *l. III*, *cap.* 30, *p.* 105. *Voyez* auſſi M. Goguet, de l'origine des loix, des arts & des ſciences, *t.* 1, *p.* 215, *in*-4.°, & M. l'abbé Renaudot dans le premier volume des *Mémoires de l'Académie des Inſcriptions*.

Les Chaldéens prétendoient avoir des obſervations de 470 mille ans; mais il y a lieu de croire que c'étoient des jours. *Voyez* Année. Ptolomée, dans ſon *Almageſte*, le plus ancien ouvrage d'*Aſtronomie* que nous ayons, emploie trois éclipſes de la lune, dont la premiere avoit été obſervée à Babylone, 720 ans avant J. C.; il paroît donc que c'eſt vers cette date qu'il faut placer les plus anciennes obſervations qui euſſent mérité d'être conſervées. Tout ce qui avoit précédé n'étoit qu'un commencement groſſier de connoiſſances aſtronomiques; il ſe réduiſoit à l'obſervation du zodiaque, des temps du lever & du coucher héliaque des conſtellations, du retour des phaſes de la lune. Il n'y a point d'apparence que la période des 18 ans & 10 jours, qui ramene à peu près les éclipſes dans le même ordre, ait été connue de ces premiers Chaldéens, quoiqu'on l'ait appelée *période chaldaïque*.

Le temple de Jupiter Bélus, que Sémiramis avoit fait bâtir à Babylone, renfermoit une tour immenſe, qui, ſuivant Hérodote, *l.* 1, *n.°* 185, avoit un ſtade de hauteur, environ 100 toiſes, & autant de largeur, bâtie avec des briques & de l'aſphalte, au deſſus de laquelle il y avoit encore ſept grandes tours les unes ſur les autres; elles ſubſiſtoient même du temps d'Hérodote, 440 ans avant Jéſus-Chriſt. Diodore de Sicile dit qu'on convient que ce temple étoit d'une hauteur exceſſive, & que les Chaldéens y avoient parfaitement obſervé les levers & les couchers des aſtres *L. II*, *t.* 5, *p.* 233.

Diodore de Sicile nous append auſſi que les Chaldéens n'avoient qu'une théorie imparfaite des éclipſes; qu'ils n'oſoient les déterminer, ni en prédire le temps. *L. II*, *t.* 1, *p* 279. Ils connoiſſoient bien les planetes, mercure, vénus, mars, jupiter & ſaturne; mais il paroît qu'ils connoiſſoient mal la durée de leurs révolutions, puiſque Ptolomée, long-temps après, ne ſe flatoit pas encore de les connoître bien, ils faiſoient leur année de 365 jours, & il ne paroît pas qu'ils connuſſent encore l'erreur de ſix heures.

Hérodote nous dit expreſſément que les Grecs avoient appris des Babyloniens l'uſage du pole, du gnomon & de la diviſion du jour en douze parties; le pole étoit un inſtrument fait pour montrer l'heure du jour; le gnomon ſervoit à montrer les longueurs de l'ombre en différentes ſaiſons, & par conſéquent la longueur de l'année. Phéreeydes, vers l'an 540, fit un cadran ſolaire dans l'île de Scyros, l'une des Cyclades, comme nous l'apprend Diogene Laërce; mais Anaximandre, mort l'an 547, en avoit fait un à Lacédémone, & l'horloge d'Achaz paroît devoir faire remonter

Digitized by Google

cette découverte au moins juſqu'à l'an 727. Il ne ſeroit pas étonant qu'elle eût paſſée des Babyloniens aux Syriens, & de Damas à la Judée. Il n'y eut à Rome de cadran ſolaire que l'an 306 avant Jéſus-Chriſt; ce fut Papirius Curſor qui le fit faire. *Cenſor. ch.* 23; *Pline, vij*, 60.

Geminus parle beaucoup des obſervations des Chaldéens; mais il ne diſtingue pas celles qui avoient été faites ſous les rois de Babylone, & ſous les princes Médo-perſans: on ne ſait pas s'il y en eut beaucoup depuis la priſe de Babylone par Cyrus juſqu'à la conquête d'Alexandre. Celles dont parle Ptolomée ſe terminent à l'an 492 avant J. C., à la réſerve de deux éclipſes de lune des années 384 & 383, & de quelques obſervations de mercure, que je crois avoir été faites à Babylone; les rois de Perſe n'y réſidant point, négligerent probablement d'y encourager les ſciences. La révolte arivée vers l'an 510, avoit déja préparé la déeadence de cette ville. La réputation des Chaldéens en *Aſtronomie* occaſiona encore longtemps après les impoſtures des aventuriers, qui, ſous le nom de Chaldéens, alloient prédire l'avenir à la crédule populace:

Chaldæis ſed major erit fiducia.
Juven. 6, 553.

mais alors la ſuperbe Babylone étoit en ruine, & ne reſſembloit plus qu'à un déſert; les ſciences avoient paſſé en Grece & en Égypte.

Les Égyptiens s'attribuerent l'invention de l'*Aſtronomie*; ils ſont cités conjointement avec les Chaldéens, dans le plus grand nombre des auteurs grecs. Hérodote attribue ſur-tout aux Égyptiens la plus grande partie des connoiſſances des Grecs: Ariſtote, Pline, Macrobe (*Somn. ſcip.* 22), attribuent la premiere invention de l'*Aſtronomie* aux Égyptiens & aux Chaldéens conjointement, Voſſius, *de natura artium*, *l. III*, *c.* 30, §. 13, *p.* 106.

Marsham étoit perſuadé que l'*Aſtronomie* avoit pris naiſſance en Égypte, & non pas en Chaldée. *Canon chronicus*, *p.* 143, 475, 481, *édit. de* 1696; mais il acorde aux Babyloniens le rétabliſſement des ſciences en Égypte, après la deſtruction de l'empire de Perſe; car, dit-il, pendant le temps où l'Égypte fut gouvernée par les Perſes, les arts y furent négligés, & paſſerent à Babylone, (*p.* 475, 505). Marsham parle des deux mercures, dont l'un ſurnomé Thoth, fut regardé comme l'inventeur de l'*Aſtronomie*, peu de temps après le déluge, & le ſecond ſurnomé Triſmégiſte, vécut peu après Moyſe, 1500 ans avant Jéſus-Chriſt, (*p.* 34 & 241). Il cite Syncelle, Euſebe & Jamblique. Les Égyptiens ſe vantoient d'avoir envoyé des colonies par toute la terre: ſelon eux, Bélus en avoit conduit une dans la Babylonie; il y avoit inſtitué les prêtres chaldéens, qui s'adonerent à l'étude des aſtres, à l'imitation des prêtres, des naturaliſtes & des aſtrologues égyptiens. *Diod. Sic. l.* 1, *pag.* 56. & 173. Pauſanias dit auſſi que Babylone tiroit ſon nom de Bélus, Égyptien.

Cependant la maniere myſtérieuſe & énigmatique dont s'expliquoient les prêtres égyptiens, en envelopant leurs connoiſſances ſous des hiéroglyphes & des emblêmes, fait qu'on n'a rien ſu de poſitif ſur la date & l'origine de leur premiere *Aſtronomie*; elle étoit peut-être plus anciene, mais plus bornée.

Diodore de Sicile, quoique très-favorable aux prétentions des Égyptiens, dit peu de choſe de leurs connoiſſances en ce genre, ſi ce n'eſt qu'ils marquoient au juſte les révolutions des planetes & leurs mouvemens directs, ſtationaires & rétrogrades. *Diod. t.* 1, *p.* 172.

Diodore, en parlant des habitans de Thebes ou Dioſpolis, ville de la haute Égypte, qui ſe prétendoient les plus anciens habitans de la terre, & les premiers inventeurs de l'*Aſtronomie*, dit ſeulement, il paroît qu'ils avoient obſervé ſoigneuſement les éclipſes, & qu'ils faiſoient des prédictions à ce ſujet; mais Diodore ne dit pas préciſément & clairement, comme M. Terraſſon le lui fait dire, qu'ils prédiſoient des éclipſes, *l.* 1, *t.* 1, *p.* 119.

Diogene Laërce, dit auſſi que depuis le temps de Nilus 1200 ans avant J. C. juſqu'à celui d'Alexandre, les Égyptiens avoient obſervé 373 éclipſes du ſoleil, & 832 de la lune; mais il ne dit point où & comment on avoit fait ces obſervations.

Il ne paroît pas qu'Hipparque ait fait aucun uſage des éclipſes obſervées en Égypte, dont probablement le temps & la meſure n'avoient pas été aſſez bien déterminés; il ne ſe ſervit que de celles de Babylone.

On eſt incertain ſi les Égyptiens ont connu plus de 400 ans avant J. C. l'erreur d'environ ſix heures qu'il y a dans les années communes de 365 jours; il ſemble qu'ils l'ignoroient alors, comme le croient M. Goguet & M. Dupuis. *Mém. de l'Acad. des Inſcript. tom.* 29, *pag.* 116. *Voyez* ANNÉE.

Hérodote n'en parle pas; mais Platon & Eudoxa, 80 ans après Hérodote, apprirent des Égyptiens, comme une choſe myſtérieuſe & ſecrete, la circonſtance des ſix heures. Strabon *l.* 17, *p.* 806; ce qui ſemble prouver que la découverte étoit récente en Égypte. Goguet, *t.* 3, *pag.* 98.

C'eſt alors probablement qu'on diſtingua l'année aſtronomique & l'année civile; celle-ci continua cependant à être de 365 jours. (*Geminus*, *c.* 6.) *Voyez* l'hiſtoire du *calendrier égyptien*, par M. de la Nauze, dans les *Mém. de l'Acad. des Inſcript. t.* 14, *p.* 334. M. Dupuis *t.* 29. M. des Vignoles, Miſcell. Berolin. *t.* 4, *p.* 1. Théod. Gaza *de menſibus*, *apud Petav. in Uranol. Cenſor. c.* 18, *p.* 93.

Digitized by Google

Diogene Laërce attribue beaucoup de connoiſſances aux Égyptiens ; mais il paroît, par ce que nous venons de dire, que c'eſt environ à l'an 400 avant J. C. qu'il faut raporter ce qu'il en dit. Suivant cet auteur, on ſavoir en Égypte que les étoiles étoient des feux ; que le monde étoit rond comme une boule ; que la lune s'éclipſoit en entrant dans l'ombre de la terre, & que le mouvement des planetes étoit fort inégal. (*In proemio*, *p.* 3.) Diodore de Sicile dit à peu près la même choſe, *liv.* 1, *tom.* 1, *pag.* 149, *édit. françoiſe*,

Il en eſt probablement de même de ce que raporte Macrobe (*Somn. ſcip. l.* 1, *c.* 19), quand il dit : les Égyptiens ont découvert que le cercle décrit par le ſoleil eſt environé par un cercle extérieur que mercure décrit, & que le cercle de vénus renferme encore celui de mercure, de maniere que ces deux aſtres ſont au delà du ſoleil lorſqu'ils ſont à la partie ſupérieure de leurs orbites. Vitruve, *l.* 9, *c.* 4, en parle aſſez au long, comme nous le dirons à l'occaſion du ſyſtême de Copernic, qui étendit cette belle idée à toutes les autres planetes. Ils eurent la premiere idée de la pluralité des mondes, & Orphée la répandit parmi les Grecs. *Voyez* PLURALITÉ.

La période ou ſemaine de ſept jours, dont chacun eſt conſacré à une des ſept planetes, ſuivant Hérodote, *l. II*, *c.* 82, & Dion Caſſius, *liv.* 37, fut un établiſſement des Égyptiens, adopté enſuite par les Grecs & par les Romains.

Le lever & le coucher des étoiles en divers temps de l'année a dû être un des premiers objets de l'attention des peuples obſervateurs ; auſſi les Égyptiens en avoient dreſſé des tables, comme il paroît par un paſſage de Diodore de Sicile, *l.* 1, *p.* 46 *de l'édit. de* 1604, où il s'agit du tombeau d'Oſymandias roi d'Héliopolis. On y voyoit un cercle d'or de 365 coudées (chacune répond à 20 $\frac{1}{2}$ pouces). On voyoit un jour de l'année à chaque coudée, avec le lever & le coucher des étoiles, qui répondoient à chaque jour, & les propriétés qu'on leur attribuoit. Ce cercle fut enlevé ſous le regne de Cambyſe, roi de Perſe, lors de la conquête de l'Égypte, 524 ans avant J. C.

Le lever héliaque de ſirius ou de la canicule, fut ſur-tout obſervé ſoigneuſement en Égypte. Ce genre d'obſervations avoit précédé, ſelon les apparences, tous les autres, & remonte peut-être à 4 mille ans avant J. C., ou même beaucoup plus haut, ſuivant quelques auteurs.

Strabon, qui voyagea en Égypte vers le temps d'Auguſte, ne trouva preſque plus de veſtiges de ces ſciences parmi les prêtres d'Égypte, & les Égyptiens n'avoient brillé long-temps auparavant qu'à raiſon de l'ignorance des Grecs ; mais au temps de Strabon, leurs ſciences & leur célébrité avoient paſſé aux habitans de la Grece, comme la plupart des grands établiſſemens de la Grece avoient été formés par des colonies venues d'Égypte.

Les Grecs inſtruits à l'école des Égyptiens, les ont regardé comme les inventeurs de toutes les ſciences, & leurs écrivains en ont parlé ſur ce ton ; de ſorte qu'il devient très-difficile pour nous de démêler le mérite des autres nations, ſur-tout des Chaldéens. Nous croyons cependant que les Chaldéens étoient preſqu'auſſi ignorans en *Aſtronomie* 800 ans avant J. C., que les Péruviens & les Mexicains ſe ſont trouvés l'être dans le 15e ſiecle.

ASTRONOMIE *des Grecs*. Platon attribue aux barbares, c'eſt-à-dire, aux étrangers, toute la philoſophie des Grecs, comme l'obſerve S. Clément d'Alexandrie. *Stromatum*, *l.* 1, *c.* 15, *p.* 355. Il remarque encore que Pythagore étoit Tyrrhénien ; Antiſthenes, Phrigien ; Thalès, Phénicien ; qu'Orphée étoit de Thrace ; & Homere, Égyptien, ſuivant le plus grand nombre. Tout annonce l'antériorité des Africains & des Aſiatiques ſur les Grecs.

Thalès de Milet, que pluſieurs ont dit être Phénicien, parut dans un temps où les Grecs n'avoient encore aucune *Aſtronomie* planétaire, environ 600 ans avant J. C. Diogene Laërce (*l.* 1, *p.* 6, *édit. de* 1594), d'après Eudeme, qui avoit fait l'hiſtoire de l'*Aſtronomie*, nous apprend que Thalès fut le premier des Grecs qui détermina le cours du ſoleil d'un ſolſtice à l'autre, & qui régla la diviſion de l'année. Il voyagea en Égypte étant déja avancé en âge : Thalès fut le premier qui apprit aux Grecs la cauſe des éclipſes, *de Placit. phil. l. II*, *ch.* 24 ; il connoiſſoit la rondeur de la terre, & la diviſoit en zônes par le moyen des tropiques & des cercles polaires ; il parloit du cercle oblique du zôdiaque, du méridien, qui coupe tous les cercles en s'étendant du nord au ſud, & de la grandeur du diametre apparent du ſoleil.

Hérodote, *l.* 1, *n.*° 74 ; Cicéron, *de divin.* 1 ; Pline, *II*, 12, aſſurent que Thalès avoit prédit aux Joniens une éclipſe totale de ſoleil, qui ariva pendant la guerre des Lydiens & des Medes. Riccioli & Newton croient que cette éclipſe fut celle du mois de mai, 585 ans avant J. C. Suivant Bayer dans les mémoires de Petersbourg, & M. Coſtard dans les Tranſactions philoſophiques de 1753, ce fut celle qui ariva le 18 mai 603, à huit heures du matin : M. Chaſſebœuf la met à 621. Au reſte, la maniere dont Hérodote raconte cette prédiction eſt ſi vague, qu'on a peine à croire qu'elle ait réellement été faite ; mais s'il étoit vrai que Thalès eût prédit une éclipſe de ſoleil, ce ne pouroit être que par le moyen de la période générale de 18 ans & 11 jours, dont il auroit eu connoiſſance par les Égyptiens ou Chaldéens ; car on n'étoit pas encore au point de pouvoir prédire les éclipſes par un calcul exact des mouvemens de la lune.

L'année des Grecs, auſſi-bien que celle des Égyptiens, avoit été originairement de 354 jours ; elle étoit encore de 360 au temps de Solon. (*Marſham*, *pag.* 360.)

Digitized by Google

À l'égard des planetes, vénus eſt la ſeule dont il ſoit parlé dans Héſiode & dans Homere. Démocrite ſoupçonoit qu'il y avoit pluſieurs étoiles errantes; mais il n'avoit pas oſé en déterminer le nombre, *Sen. queſt. nat. l.* 7, *cap.* 3; & les Grecs ne connoiſſoient point encore les mouvemens des cinq planetes, lorſque Eudoxe en apporta d'Égypte la premiere connoiſſance, 380 ans avant J. C. Les Grecs en voyant vénus briller, tantôt le ſoir & tantôt le matin, en avoient fait deux planetes différentes, eſperos & eoſphoros. On prétend que Pythagore fut le premier qui fit connoître aux Grecs que ces deux aſtres n'en faiſoient qu'un. Stobée, *Ecl. phyſ. l.* 1, *p.* 55; Plin. *liv. II*, *cap.* 8; Diog. Laërce, *l.* 8, *ſect.* 14.

Anaximandre, né 610 ans avant Jéſus-Chriſt; enſuite Anaximene, Anaxagore, Démocrite, Philolaüs de Crotone, ſont célebrés par les auteurs grecs comme ayant contribué aux progrès de l'*Aſtronomie*. Eudoxe naquit 421 ans avant J. C. Cicéron dit qu'on peut le régarder comme le prince des aſtronomes; & cela au jugement des hommes les plus ſavans, *de Divinat. II*, 87. Sextus Empiricus cite Eudoxe avec Hipparque, c'eſt-à-dire, avec le plus grand aſtronome de la Grece. *Adverſ. Mathem. lib.* 5, *initio*. Cependant en voyant combien la ſphere d'Endoxe, ou la ſituation des cercles de la ſphere par raport aux étoiles, qu'on lui attribue, eſt différente de celle qui devoit avoir lieu de ſon temps, on a ſujet de croire qu'Eudoxe n'obſerva preſque point lui-même, & n'écrivit que d'après les Égyptiens, chez leſquels il avoit été pour apprendre l'*Aſtronomie*, comme le racontent Cicéron, Strabon, Diogene Laërce. Séneque dit auſſi qu'Eudoxe raporta le premier de l'Égypte la connoiſſance des mouvemens planétaires. *Queſt. nat.* 7, 3.

Vitruve lui attribue l'invention de l'araignée, eſpece de cadran ſolaire. *Arachnen Eudoxus aſtrologus*, *nonnulli dicunt Apollonium*. (IX, 9, *initio*.) Hipparque, l'un des plus grands aſtronomes dont les obſervations nous ſoient parvennes, cite quelquefois Eudoxe avec éloge. On peut encore citer Pytheas parmi les aſtronomes grecs; cependant leurs progrès furent lents & médiocres juſqu'au temps où Ptolomée Philadelphe ranima les ſciences à Alexandrie, en ſe déclarant le protecteur des ſavans, vers l'an 280 avant J. C. Les obſervations de Timocharès, d'Ariſtylle, d'Ératoſthene & d'Hipparque, donnerent à l'*Aſtronomie* une nouvele face. Ces obſervations firent connoître la grandeur de la terre, la préceſſion des équinoxes, la durée & les inégalités des mouvemens planétaires: mais les connoiſſances que l'on eut ſur cette partie étoient encore bien imparfaites: auſſi Ptolomée fait-il cette remarque à l'occaſion d'Hipparque: „le temps depuis lequel nous avons des obſervations des planetes rédigées par écrit, eſt ſi court en comparaiſon de la grandeur d'une telle entrepriſe, qu'on ne peut être aſſuré des prédictions qu'on en feroit pour un long eſpace de temps.... Ainſi je penſe qu'Hipparque, amateur du vrai, entreprit à la vérité ce travail pour les mouvemens du ſoleil & de la lune, en démontrant, autant qu'il étoit poſſible, que ces mouvemens étoient réellement circulaires; mais il ne l'entreprit pas pour les autres cinq planetes, du moins autant qu'il paroît par les ouvrages que nous avons pu avoir de lui„. *Almageſte*, *lib. IX*, *chap.* 2.

Poſidonius doit être auſſi compté au nombre des aſtronomes grecs; c'eſt lui dont Pline a adopté les opinions ſur les diſtances des planetes, & elles étoient fort exactes: il vivoit 80 ans avant J. C.

Pour avoir ſur les aſtronomes grecs tous les détails poſſibles de la plus vaſte érudition, il faut conſulter Fabricius, *Biblioth. græca*, *t.* II. On a l'hiſtoire de l'*Aſtronomie* de Weidler, qui a fait très-grand uſage du livre de Fabricius: on peut auſſi conſulter Scaliger dans ſes prolégomenes ſur Manilius, Voſſius, *de Sci. mat.* le P. Pétau, *Uranologion*, & ſur-tout l'hiſtoire de l'*Aſtronomie* par M. Bailly.

Les Romains, occupés de l'art militaire, cultiverent peu les ſciences. Le Sénatus-Conſulte, de l'an 52 de J. C., par lequel les mathématiciens furent chaſſés d'Italie, renouvelé par Domitien, en 83, dut éloigner encore le goût des Mathématiques. Nous n'y voyons d'autre aſtronome connu que Menelaüs, qui vivoit à Rome au commencement du regne de Trajan, l'an de Jéſus-Chriſt 98. (*Pétau*, *l. xj*, *cap.* 23.) Il détermina les longitudes de pluſieurs étoiles, par le moyen des conjonctions de la lune: il en eſt parlé dans Ptolomée, *vij*, 3.

Ptolomée eſt le ſeul de tous les anciens aſtronomes dont il nous ſoit reſté un ouvrage important: c'eſt à lui que nous ſommes obligés d'avoir recours pour l'hiſtoire de cette ſcience; on en peut voir la notice dans Weidler, *pag.* 184, 202, & ci-devant *au mot* ALMAGESTE.

Théon d'Alexandrie eſt le ſeul ſucceſſeur de Ptolomée dont il nous reſte un livre utile, qui eſt un commentaire ſur l'*Almageſte* de Ptolomée; il y a une éclipſe de ſoleil obſervée à Alexandrie l'an 365. Il eut une fille nommée Hypatia, dont les connoiſſances en *Aſtronomie* exciterent une ſi grande jalouſie parmi ſes concitoyens, qu'elle fut aſſaſſinée, déchirée & traînée dans les rues par la populace d'Alexandrie. Boulliand, *Aſtron. phil. p.* 15. Il cite Suidas & Héſychius, *in vitis Phil.*

L'éclipſe obſervée par Théon, avec celle que Thius obſerva l'an 500 à Athènes, ſont preſque les ſeules obſervations qui aient été faites dans la Grece depuis Ptolomée; ſi cependant l'on cherchoit avec ſoin dans les manuſcrits des grandes bibliotheques, il ſeroit poſſible qu'il s'en trouvât encore quelques-unes.

On ne voit pas préciſément dans quel temps les ſciences s'éteignirent dans la Grece; nous ſa-

vons ſeulement que dans la diviſion de l'Empire, l'Égypte reſta aux Empereurs d'Orient juſqu'à l'an 614 qu'elle fut ôtée à l'Empereur Héraclius par les Perſes, ſous la conduite de Coſroës (*Abulfaragius*, *Hiſt. Dynaſt.*); ſous Omar, ſecond Calife ou ſecond ſucceſſeur de Mahomet, Alexandrie fut priſe par Amrou Ebno'l-Aas, & la fameuſe bibliotheque fut brûlée l'an 641. Ce fut-là le terme du progrès des Sciences en Égypte & en Grece; car les Arabes n'eurent d'abord ni le goût ni le loiſir de s'en occuper.

Astronomie *des Arabes*. Il ſe paſſa près de 200 ans de guerres & de révolutions avant que les Arabes fiſſent rien pour les ſciences. Mais enfin, les Califes de Babylone ayant étendu leur domination juſqu'aux Indes, le loiſir les dirigea vers l'étude; le ſecond Caliſe de la famille des Abbaſſides fut Almanſor ou Almanſour, Prince rempli de connoiſſances, & qui commença de répandre dans ſon Empire le goût de l'étude. *Hiſtoria compendioſa Dinaſtiarum*, *auctore Georgio Abulpharajio*, &c., 1763, 1 vol. in-4., pag. 160. *Voyez auſſi le Dictionaire de Bayle*, au mot Aaulphaaage.

Almamon, fils de Harun Al-Rashid, & petit-fils d'Almanſor, parvint à l'Empire en 814; ayant été élevé avec ſoin & dans l'amour des ſciences, il s'appliqua à les cultiver & à les faire fleurir dans ſes états; il demanda aux Empereurs Grecs les livres de Philoſophie qu'il y avoit chez eux. Si c'eſt à Michel le Begue, qu'il avoit vaincu pluſieurs fois, cet Empereur, qui ne ſavoit ni lire ni écrire, ne dut pas ſe rendre fort difficile à cet égard; Almamon raſſembla des Interpretes habiles tels que Meſué ſon Médecin, pour en faire des traductions; il encourageoit ſes ſujets à les étudier; il fréquentoit les ſavans & aſſiſtoit à leurs exercices (*Abulpharage*, *page* 560). Il fit traduire l'Almageſte; il détermina l'obliquité de l'écliptique; il fit meſurer un degré de la terre ſur les bords de la mer rouge, comme on le voit dans les *Élémens d'Aſtronomie* d'Alfragan, qui vivoit dans le même temps, c'eſt-à-dire vers l'an 830.

Albategnius, Prince Arabe, qui vivoit l'an 912, fit auſſi des obſervations à Aracte en Méſopotamie, & à Antioche. Il rectifia les tables de Ptolomée, & ſes obſervations ſervirent encore dans la ſuite pour les tables Alphonſines. Nous avons auſſi des obſervations de Tabeth & de Ibn-Iounis.

On trouve dans les tranſactions philoſophiques de la Société royale de Londres un Mémoire d'Édouard-Bernard, où il eſt parlé d'un très-grand nombre d'Aſtronomes Arabes, dont les ouvrages n'exiſtent qu'en manuſcrits: une ſeule bibliotheque d'Oxford en renferme plus de quarante qui contiennent des traités ou des obſervations aſtronomiques; il y en a pluſieurs dans la bibliotheque du Roi à Paris, & dans la bibliotheque de l'Eſcurial, dont on a publié le catalogue il y a quelques années. Il ſeroit bien à ſouhaiter que nos ſavans Interpretes vouluſſent tourner leurs vues ſur ces objets, qui ſeroient plus utiles que les romans qu'ils ont traduits, & qui illuſtreroient la Littérature orientale dont ils s'occupent.

Les Arabes, dans le VIIIe ſiecle, s'emparerent de l'Eſpagne; ils y porterent leur *Aſtronomie* & la Philoſophie péripatéticiene, & il y eut pluſieurs hommes célebres qui firent long-temps la réputation de l'Eſpagne. Parmi les Aſtronomes on compte ſur-tout Arzachel & Alhazen.

Les ſciences pénétrerent avec le Muſulmaniſme juſque dans la Perſe, & de là dans la Tartarie & dans les Indes. Il nous en reſte un monument précieux dans les ouvrages d'Ulug-Beg ou Ulug-Beigh, qui étoit petit-fils du grand Tamerlan, & qui, vers l'an 1430, régnoit dans la Bactriane: la capitale de ſon Empire étoit Samarcande, ſituée à 39 degrés 37′ 23″ de latitude, & 6 degrés à l'orient de la mer caſpiene. La domination de ce Prince s'étendoit ſur les deux rives du fleuve Oxus ou Gihon, qu'on appele auſſi Gilhus. Nous avons de lui un catalogue célebre des longitudes & des latitudes des étoiles. Ulug-Beg compoſa auſſi des tables aſtronomiques pour le méridien de Samarcande, tant ſur ſes obſervations que ſur celles de Salaheddin Al-Roumi, qui en avoit formé l'entrepriſe. On dit que ces tables étoient ſi exactes, qu'elles différoient peu de celles de Tycho-Brahé. *D'Herbelot*, *page* 935.

Astronomia *des Chinois*. Quoique l'*Aſtronomie* ait été cultivée très anciénement à la Chine, elle y avoit fait peu de progrès, & il ſemble que l'on voie les Chinois ſuivre pas à pas les autres nations dans leurs progrès. Le P. Gaubil a compoſé une hiſtoire de l'*Aſtronomie* chinoiſe, publiée par le P. Souciet en 1729 & 1732, dans laquelle on trouve d'aſſez grands détails hiſtoriques; mais on n'y trouve, pour ainſi dire, qu'une ſeule obſervation de l'an 5278, dont les Aſtronomes aient profité.

Dans les premiers ſiecles de l'Hiſtoire de la Chine il n'eſt fait mention que d'une ſeule éclipſe, que les uns raportent à l'année 5948 avant J. C. d'autres à 2159; le P. Gaubil la fixe au 12 Octobre 2155, tome II, pag. 115, en comptant à la maniere des chronologiſtes ordinaires. M. Fréret, étayé des calculs de M. Caſſini, la place au 23 Septembre 2007. (*Acad. des Inſcrip. XVIII*, 251); mais ces différences prouvent que l'éclipſe eſt très-douteuſe.

Dans les ſiecles poſtérieurs, juſqu'à l'an 721, il n'y a de même qu'une ſeule éclipſe dont il ſoit fait mention; elle ariva le 6 ſeptembre 776 avant J. C. (II, 154); la ſuite des 32 éclipſes raportées par Confucius dans le Tchun-Tſieou, ne commence qu'à l'an 721, & va juſqu'à l'an 480; mais les Chaldéens obſervoient alors avec aſſiduité & avec préciſion, en ſorte qu'on ſeroit tenté de croire que les Chinois avoient emprunté des Chaldéens les obſervations dont ils ont enrichi leur hiſtoire;

hiſtoire ; on y trouve d'ailleurs de fauſſes éclipſes, ſuivant le P. Couplet. (*M. Caſſini*, *Regles de l'Aſtronomie indienne*.)

Vers l'an 66 avant J. C., Lieou-Hin écrivit un cours entier d'*Aſtronomie*. Il ſuppoſoit l'obliquité de l'écliptique de 24 degrés chinois, ou 23°, 39 minutes 18 ſecondes. Il ignoroit le mouvement propre des étoiles, auſſi-bien que toutes les équations & les inégalités de la lune, du ſoleil & des planetes. Il raportoit à l'équateur la ſituation de tous les aſtres. Ainſi, l'on voit que l'*Aſtronomie* étoit moins avancée à la Chine qu'à Alexandrie, où Hipparque venoit de découvrir la préceſſion des équinoxes.

L'an 206 de J. C., Lieou-Hong & Tſay-Yong parlerent les premiers des inégalités de la lune qu'ils faiſoient de cinq degrés chinois ; ils reconurent que la longueur de l'année n'étoit pas tout-à-fait de 365 jours ſix heures ; mais l'*Aſtronomie* de Ptolomée étoit alors connue dans tout l'orient, & il n'eſt pas poſſible qu'on n'en eût connoiſſance à la Chine.

Les obſervations de Co-Cheon-King faites à Pékin avec un gnomon de 40 pieds de hauteur, l'an 1278, ſont de beaucoup poſtérieures à celles que les Arabes avoient faites au temps d'Almamon & d'Albategnius. Enfin, l'*Aſtronomie* étoit extrêmement négligée, lorſque les Miſſionaires Jéſuites y porterent celle des Européens, qui fut bientôt adoptée par ordre des Empereurs.

Renouvélement de l'Aſtronomie. Depuis l'an 800 juſqu'à l'année 1300, l'Europe étant plongée dans la plus profonde ignorance, il n'y eut de bons ouvrages & de gens habiles que parmi les Arabes. L'Empereur Frédéric II, vers l'an 1230, prépara le renouvélement des ſciences en ſe déclarant protecteur des ſavans. Il rétablit l'Univerſité de Naples ; il fonda celle de Vienne en Autriche en 1237 ; il donna une nouvele vigueur aux écoles de Bologne & de Palerme ; il fit traduire de l'arabe pluſieurs anciens livres de Médecine & de Philoſophie, en particulier l'Almageſte de Ptolomée qui fit la premiere époque du renouvélement de l'*Aſtronomie* en Europe.

Sacroboſco, mort en 1256, fut un des premiers qui acquirent de la réputation dans l'*Aſtronomie* : Alphonſe, Roi de Caſtille, fit conſtruire des tables nommées *Alphonſines*, en 1252. Purbachius publia en 1460 ſes Théoriques, ſur leſquelles il y a eu pluſieurs commentaires ; il mourut en 1461. Gaſſendi a compoſé la vie de Purbachius, tome V, auſſi-bien que Melchior Adam *vitæ germ. philoſoph. Heidelbergæ*, 1615, in-8°. Tannſtetter, dans la préface qu'il a miſe dans les tables des éclipſes de cet auteur, & Weidler, page 301, ont donné le catalogue de tous ſes ouvrages. Quoiqu'il fût très-peu obſervateur, l'on trouve cependant quelques obſervations de lui, avec celles de Regiomontanus & de Waltherus, publiées par Schoner.

Mais c'eſt à Regiomontanus que commence la liſte des véritables obſervateurs, & le renouvélement de l'*Aſtronomie*. Ses obſervations & celles de ſon diſciple Waltherus ſont encore aujourd'hui d'un très grand ſecours aux aſtronomes.

Copernic commença vers l'an 1507 à méditer ſur l'*Aſtronomie*, à faire de nouveles recherches & de nouveles tables des mouvemens céleſtes, & il finit en 1543 ſon fameux livre *de revolutionibus orbium cæleſtium*, qui fait époque dans l'hiſtoire de l'*Aſtronomie*. *Voyez* SYSTÊME DE COPERNIC.

Pierre Apian publia en 1450 ſon *Aſtronomicum Cæſareum* ; Éraſme Reinhold compoſa en 1555 des tables aſtronomiques, dédiées à Albert de Brandebourg, Duc de Pruſſe, qui étoit ſon bienfaiteur, & intitulées par cette raiſon : *Tabulæ pruſſicæ* ; elles étoient faites ſur les obſervations de Copernic & de Ptolomée ; mais elles étoient plus exactes que celles de Copernic, parce que celui-ci, à qui les longueurs des calculs déplaiſoient, avoit mis peu de ſoin dans la conſtruction de ſes tables aſtronomiques ; ſouvent même elles ne repréſentent pas exactement les obſervations ſur leſquelles l'auteur les avoit établies. Les tables de Reinhold ſont pour le métidien de Konigsberg, capitale du royaume de Pruſſe ſur la mer baltique. Reinhold publia encore pluſieurs ouvrages, & il en préparoit beaucoup d'autres, lorſqu'il mourut en 1553.

Oronce Finé, Gemma-Friſius, Leovirius, Jean Fernel, Pierre Cardan, Rhericus, Nonius, Stadius, Mœſtlinus ſe diſtinguerent auſſi dans le XVIe ſiecle, les uns par des éphémérides, les autres par des tables, des traités ou des inventions d'*Aſtronomie*. Le Landgrave de Heſſe Caſſel, Guillaume IV, fut le Souverain qui contribua le plus par ſa protection, ſes dépenſes & ſes travaux perſonels au rétabliſſement de l'*Aſtronomie* depuis 1561 juſqu'en 1592 : il s'appliqua lui-même aux obſervations aſtronomiques ; il s'attacha Roihman & Birgius, le premier qui étoit grand aſtronome, & le ſecond qui excelloit à faire les inſtrumens connus de ſon temps ; ſes obſervations ſont les meilleures qui aient été faites avant Tycho : la plupart ont été publiées à Leyde en 1618 ; on les trouve encore avec le catalogue des étoiles tiré des obſervations de ce Prince dans l'Hiſtoire céleſte de Tycho, publiée en 1666 ; les autres ſont en manuſcrits ; il y en a une copie dans la bibliotheque de l'Académie des Sciences de Paris.

Enfin, parut TYCHO-BRAHÉ, le plus grand obſervateur qu'il y ait eu ; Il fut le premier qui, par l'exactitude & le nombre de ſes obſervations, donna lieu à la perfection de l'*Aſtronomie* ; toutes les théories, les tables & les découvertes de Kepler ſont fondées ſur ſes obſervations ; & leurs noms, à la ſuite d'Hipparque & de Ptolomée, doivent aller à l'immortalité.

Depuis l'an 1582 juſqu'en 1597, Tycho fit à Uranibourg une ſi grande quantité d'obſervations ſur toutes les parties de l'*Aſtronomie*, que non

ſeulement il perfectiona toutes les théories & tous les calculs dont on faiſoit uſage avant lui, mais il donna lieu à Kepler de découvrir ſes fameuſes loix des mouvemens planétaires qui ont conduit Newton à la découverte* de l'attraction, & qui par conſéquent ont amené l'*Aſtronomie* au degré de perfection où nous la poſſédons actuélement. Tycho mourut le 24 octobre 1601.

Kepler, né en 1571, mort en 1631, donna, en 1626, les meilleures tables qu'on eût eu juſqu'alors ſous le nom de *Tables rudolphines*; il découvrit les véritables loix des mouvemens planétaires, & à cet égard on peut le regarder comme le premier de tous les aſtronomes qui aient jamais paru.

Voici maintenant les aſtronomes du XVIIe ſiecle qui ont précédé l'établiſſement des Académies. Jean Bayer publia en 1603 des cartes céleſtes où toutes les étoiles étoient marquées par des lettres grecques dont on ſe ſert encore aujourd'hui. Le P. Clavius, jéſuite, donna un vaſte traité du calendrier; Pitiſcus publia des tables de ſinus beaucoup plus étendues qu'on ne les avoit avant lui. Fabricius découvrit la changeante de la Baleine: Magini calcula d'amples éphémérides, ainſi que David Origan. Simon Marius découvrit la nébuleuſe d'Andromede, & diſputa à Galilée la découverte des ſatellites de Jupiter. Snellius publia une meſure de la terre en 1617. Nicolas Muler donna, en 1611, de bonnes tables aſtronomiques, intitulées: *tabulæ friſicæ*.

Neper, baron Écoſſois, mérite d'être célébré dans l'hiſtoire de l'*Aſtronomie*, pour l'invention des logarithmes qu'il publia à Édimbourg, en 1614. *Voyez* Logarithmes.

Lansberg ou Lansbergius, né à Gand en 1560, donna en 1632 des tables aſtronomiques dont on s'eſt ſervi long-temps, quoique peu exactes; il y a pluſieurs ouvrages de lui, qu'on a imprimés, en 1663, à Middelbourg en un vol. *in-fol.* Il mourut en 1632 en Zélande où il étoit miniſtre de la religion proteſtante.

Henri Briggs, profeſſeur de Géométrie à Oxford, commença le calcul des grandes tables de logarithmes dont nous nous ſervons encore. Il mourut le 26 janvier 1630, à l'âge de 74 ans.

Juſtus Byrgius, né en Suiſſe en 1552, travailloit aux obſervations & aux inſtrument mathématiques à Caſſel, comme nous l'avons dit en parlant du Landgrave de Heſſe. Il avoit beaucoup de talent: on dit qu'il eut avant Neper l'idée des logarithmes, & avant Huygens, celle du pendule dans les horloges. Il mourut en 1633.

Laurent Eichſtadius compoſoit ſes éphémérides à Dantzic en 1634; il donna, en 1644, ſes tables aſtronomiques. On a de lui quelques obſervations. Jérémie Horroccius ou Horrockes s'occupoit d'*Aſtronomie* en Angleterre dès 1635; il mourut le 3 janvier 1641 à l'âge de 22 ou 23 ans. Le recueil de ſes ouvrages a été imprimé à Londres en 1678, in-4°, avec des additions de Flamſteed.

Guillaume Crabtrée, drapier de Broughton, près de Mancheſter dans la province de Lancaſtre, obſerva le paſſage de vénus en 1639; il fit beaucoup d'obſervations aſtronomiques, comme on le voit par celles que Wallis fit imprimer avec les œuvres d'Horroccius. Crabtrée mourut, comme ſon ami Horroccius, en 1641. *Voyez Sherburn* dans ſon *Manilius*, où il y a une chronologie des aſtronomes.

Galilée, né à Florence en 1564, mort en 1641, eſt célebre par la découverte des ſatellites de Jupiter, des loix d'accélération, de la libration de la lune, des taches du ſoleil; il fut un des premiers reſtaurateurs de la Phyſique & de l'*Aſtronomie*. Il fit le premier des lunetes d'approche, & s'ouvrit par-là un nouveau ciel; il mit hors de doute le ſyſtême de Copernic. *Voyez ſon Éloge* par le P. Friſi.

Longomontanus, ou Chriſtian Severini, fils d'un laboureur de Danemarck, naquit en 1562; il vécut pendant huit ans chez Tycho; il lui ſervoit beaucoup pour ſes obſervations & ſes calculs. Il mourut à Copenhague en 1647. Nous avons de lui des tables, & l'*Aſtronomia danica*, qui eſt un très-bon ouvrage. *Voyez Bartholinus de Scriptis Danorum*; le *Dictionaire de Bayle*, au mot *Longomontanus*; *M. Lenoble, au tome II d'Uranie ou des Tableaux des Philoſophes*. Longomontanus eſt appelé mal-à-propos Chriſtophe dans Voſſius, dans Moreri, dans le Catalogue d'Oxford, & dans le *Diarium* de Witte.

Chriſtophe Scheiner, jéſuite, né dans la Suabe en 1575, mort à Neiſſ en 1650; nous en parlerons à l'occaſion des taches du ſoleil, qu'il découvrit, ou du moins qu'il obſerva le premier d'une maniere complete.

Denis Pétau, jéſuite, un des plus habiles chronologiſtes qu'il y ait eu, & l'un des plus grands calculateurs en matiere d'*Aſtronomie* ancienne; il étoit encore hiſtorien, poëte, orateur, & critique plein de ſagacité: il naquit à Orléans en 1583, & mourut à Paris en 1652. Son grand ouvrage *de Doctrina temporum*, & ſur-tout le troiſieme volume, intitulé *Uranologion*, renferme beaucoup de choſes importantes en *Aſtronomie*.

Pierre Gaſſendi, né en 1592 près de Digne, mourut à Paris en 1655. *Voyez* le Mémoire de M. l'abbé Goujet ſur le Collége royal, *tom.* II, *pag.* 157, *in-12*. Dans le recueil de ſes ouvrages en cinq volumes *in-folio*, il y a beaucoup d'obſervations & de diſſertations aſtropomiques.

Jean-Baptiſte Morin, né à Villefranche en Beaujolois, le 23 février 1583, fut profeſſeur de Mathématique au Collége royal de France; il devint célebre par ſon livre ſur la ſcience des longitudes, dont la premiere partie parut en 1634. Nous avons de lui beaucoup de bons ouvrages; il mourut en 1656. *Voyez* le Mém. hiſtorique ſur le Collége royal, par M. l'abbé Goujet, *tom. II*, *p.* 137, *édit. in-12*.

Thomas Street, publia en 1661 à Londres, des

tables caroline, dont les aſtronomes ont fait long-temps uſage, & qui ont été réimprimées en 1705 & en 1710; ce fut Halley lui-même qui prit ſoin de l'édition de 1710.

Cornelius, marquis de Malvaſia, compoſa ſes éphémérides à Bologne en 1672. Domin. Caſſini obſervoit avec lui, & il fut un des plus illuſtres amateurs de cette ſcience; il étoit ſénateur de Bologne, & général des troupes du duc de Modene.

Adrien Auzout obſervoit à Paris en 1666 & 1668. Ses obſervations ſont dans l'hiſtoire céleſte de M. le Monnier; il eſt regardé comme l'inventeur du *Micrometre* à curſeur ou à fil mobile, & il a partagé avec M. Picard le mérite d'avoir ſu appliquer les lunetes au quart-de-cercle, invention que M. Delille attribue à Roberval: Auzout mourut en 1691.

Stanislas Lubienietzki, gentil homme Polonois, fut l'auteur du grand ouvrage, intitulé: *Theatrum Cometicum*, en deux volumes *in-folio*. Amſt. 1667, réimprimé à Leyde en 1681, & il fut empoiſonné en 1675. *Voyez* le Dictionaire de Bayle.

Gabriel Mouton, né à Lyon, étoit docteur en Théologie, & maître de chœur à l'Égliſe collégiale de Saint Paul de la même ville; il publia en 1670 un ouvrage, intitulé: *Obſervationes diametrorum*, où il y a des obſervations, des tables, des remarques très-intéreſſantes. L'auteur avoit beaucoup de talent pour l'*Aſtronomie*; ce fut lui qui calcula les logarithmes des ſinus & des tangentes, de ſecondes en ſecondes, avec onze chifres pour les quatre premiers degrés: le manuſcrit eſt à la bibliotheque de l'Académie; M. Maraldi & M. Guerin en ont des copies: le P. Pézenas, à qui je l'avois communiqué, l'a fait imprimer, du moins les huit premiers chifres dans ſon édition des logarithmes, à Avignon. Mouton propoſa le premier l'uſage d'une meſure fixe, & l'uſage des interpolations aſtronomiques par les ſecondes & troiſiemes differences. *Voyez* INTERPOLATION.

Jean-Baptiſte Riccioli, jéſuite, étoit né à Ferrare en 1598: nous citerons ſouvent ſon *Almageſte*, ſon *Aſtronomie réformée*, ſa *Géographie réformée*, qui ſont les ouvrages les plus utiles aux aſtronomes, non ſeulement comme de vaſtes collections, mais comme des traités complets pour leur temps; il mourut en 1675: le P. Grimaldi travailloit avec lui, & il le cite ſouvent dans ſes ouvrages.

Nicolas Mercator étoit né dans le Holſtein, province de Danemarck; il donna une coſmographie, en 1651, des inſtitutions aſtronomiques en 1676: ſa logarithmotechnie en 1678, & quelques pieces dans les *Tranſactions philoſophiques*, n°. 13 & 57. *Voyez* le nouveau Dictionaire hiſtorique & critique pour ſervir de ſupplément ou de continuation au Dictionaire de Bayle, par Jacques-George de Chaufepied, à Amſterdam, 1750, 1756, quatre vol. *in-folio*.

Jean Hévélius (Hevelke), naquit à Dantzic le 28 janvier 1611; il mourut le 28 janvier 1687. Ses obſervations, faites depuis 1641 juſqu'à 1678, ſont un immenſe tréſor pour l'*Aſtronomie*, d'après lequel on calcule encore les mouvemens des planetes: mais ce ne fut pas le ſeul mérite d'Hévélius; il perfectiona l'art des inſtrumens d'*Aſtronomie*, & il fit pour ſes progrès des dépenſes ſi conſidérables, qu'elles étoient dignes d'exciter l'émulation des ſouverains.

L'Académie des Sciences de Paris, établie en 1666, forme une des époques les plus mémorables dans l'hiſtoire de l'*Aſtronomie*, comme dans celle des autres ſciences qu'elle embraſſe. Toutes les parties de l'*Aſtronomie* ont été découvertes ou perfectionées dans le ſein de cette compagnie, comme on peut le voir dans le recueil des mémoires faits avant 1699, en onze volumes, dans l'hiſtoire de l'Académie, par Duhamel, & l'hiſtoire céleſte, par M. le Monnier, publiée en 1741: ce dernier ouvrage eſt un recueil des anciennes obſervations de l'Académie. *Voyez* auſſi l'hiſtoire de l'*Aſtronomie*, par Weidler, *pag.* 518 *& ſuiv.* Parmi les découvertes eſſentieles de l'*Aſtronomie*, qui y ont été faites, nous devons compter les ſatellites de ſaturne, la grandeur & la figure de la terre, l'application du pendule aux horloges, celle des lunetes aux quarts de-cercle, faite en 1668, & celle des micrometres aux lunetes, la propagation ſucceſſive de la lumiere, *&c.* Les principaux points de l'*Aſtronomie* y furent tous diſcutés & établis, ſpécialement la théorie du ſoleil & de la lune, leurs inégalités, leurs diametres, leurs parallaxes, les réfractions, l'obliquité de l'écliptique; les inégalités des ſatellites de jupiter.

La ſociété royale de Londres fut formée vers le même temps, & comme l'Académie des ſciences, par des aſſemblées de curieux & de ſavans, qui ſe réunirent à Oxford & à Londres. Les plus célebres étoient Boyle, Ward, Wallis, Wilkins, Petty, Willis, Goddard, Matthieu Wren, Chriſtophe Wren. Wallis fait remonter l'établiſſement de cette ſociété à l'an 1645, dans la préface de *Peter Langloſi's chronicle*, édition de Thomas Hearne. M. Birch dit que Théodore Haak, qui étoit du Palatinat, donna le premier l'idée de ces aſſemblées philoſophiques. *Voyez* l'hiſtoire de la ſociété royale, par Thomas Sprat, *in*-8°., édition françoiſe de 1669, *page* 72, & ſur-tout le grand ouvrage, intitulé: *The hiſtory of the royal ſociety of London, for improving of natural knowledge, fromits firſt riſe; By Thomas Birch, D.D. ſecretary to the royal ſociety*, 1756 & 1757, 4 vol. *in*-4.° Cette hiſtoire ne va que juſqu'en 1687, & il n'y a point de table de matiere; mais on y trouve beaucoup d'anecdotes curieuſes pour l'hiſtoire des ſciences, & un détail jour par jour de tout ce qui ſe paſſa dans les aſſemblées de la ſociété royale, depuis le 28 novembre 1660, temps où l'on convint de tenir des ſéances réglées au

collége de Gresham, dans l'apartement de Rooke, & de former un corps d'académie, *according to the manner in other countries*, comme on le faiſoit dans d'autres pays ; en effet, l'établiſſement des académies en France, qui datoit de 1323, époque des jeux floraux de Toulouſe, avoit eu lieu à Paris même, pour les ſciences, & le chancelier Bacon parle de ces aſſemblées d'une maniere brillante, dans un paſſage remarquable, dont j'ai donné la traduction dans le mercure de janvier 1759. L'ouvrage eſt intitulé : *Franciſci Baconi de Verulamio, ſcripta in naturali & univerſali philoſophia. Amſtel.* 1653, *p.* 318.

Les aſtronomes de Paris étoient Gaſſendi, Auzout, Roberval ; ceux d'Angleterre, étoient Rook, Hooke, Wren, Ward : mais l'Académie des ſciences fit bientôt l'acquiſition de Picard, Caſſini, Huygens ; & la Société royale eut bientôt Flamſteed & Newton.

Chriſtian Huygens, de Zuylichem en Hollande, fils d'un conſeiller du prince d'Orange, naquit en 1629 ; le premier ouvrage par lequel il acquit de la célébrité, fut le *Syſtema Saturnium*, 1659, où il expliqua les apparences ſingulieres de l'anneau de ſaturne, ſur leſquelles Galilée & Hévélius s'étoient totalement abuſés ; il annonça dans le même ouvrage la découverte d'un ſatellite de ſaturne, qu'il avoit découvert en 1655.

L'application du pendule aux horloges, qu'il avoit annoncé dès l'année 1658, fut détaillée en 1673 dans l'ouvrage, intitulé : *Horologium oſcillatorium*. Il mourut en Hollande le 8 juillet 1695.

Jean-Dominique Caſſini, naquit à Perinaldo, dans le comté de Nice, le 8 juin 1625. Il fut un de ces hommes rares, qui ſemblent formés par la nature pour donner aux ſciences une nouvele face : l'*Aſtronomie*, accrue & perfectionée dans toutes ſes parties par les découvertes de Caſſini, éprouva entre ſes mains une des plus étonantes révolutions. À l'âge de 25 ans, il fut fait profeſſeur de Mathématiques à Bologne ; il traça la méridiene de S. Pétrone, qui devint le plus grand & le meilleur inſtrument d'*Aſtronomie* ; il obſerva les cometes de 1664 & 1665, ſur leſquelles il compoſa des ouvrages ; il obſerva la rotation de jupiter & celle de mars ; il donna des tables des ſatellites de jupiter en 1666 : il fut appelé à Paris en 1669 ; là il détermina la parallaxe du ſoleil ; il obſerva la comete de 1680, ſur laquelle il compoſa un traité ; il découvrit la lumiere zodiacale en 1683, & quatre ſatellites de ſaturne en 1684 : le roi fit fraper une médaille à cette occaſion. En 1700, il continua de tracer dans les provinces méridionales de la France la grande méridiene, qui avoit été commencée par Picard ; il obſerva la libration de la lune ; enfin, après un grand nombre d'autres ouvrages, devenu aveugle, ainſi que Galilée, il mourut comblé de gloire le 14 Septembre 1712, laiſſant pour ſucceſſeur Jean-Jacques Caſſini ſon fils, que l'Académie a perdu en 1756, mais dont le fils & petit-fils continuent à enrichir l'*Aſtronomie* par leurs travaux.

Jean Picard, né à la Fleche en Anjou, l'un des plus anciens & des plus célebres aſtronomes qu'ait eu l'Académie des ſciences dans le temps de ſon établiſſement, obſervoit déja à Paris dès 1645 avec Gaſſendi. Il entreprit en 1669 la meſure de la terre ; il fut envoyé en 1671 à Uranibourg, où avoit obſervé Tycho-Brahé, pour en déterminer plus exactement la longitude & la latitude, afin de pouvoir comparer ſans aucune erreur les obſervations de Paris avec celles de l'île d'Huenne.

Picard employa le premier des lunetes ſur les quarts-de-cercle : Morin avoit eu cette idée dès 1640 ; il s'établit en 1673 à l'obſervatoire royal. Le roi y étant venu le premier mai 1682, fut charmé de l'activité, du zele & des progrès des aſtronomes qui y obſervoient. Il envoya ſes ordres pour la continuation de la méridiene de France ; mais Picard, qui devoit y travailler mourut le 12 octobre 1682.

Jean Flamſteed a été le plus célebre obſervateur d'Angleterre. L'hiſtoire céleſte qu'il nous a laiſſée en trois volumes *in-folio*, contient un recueil prodigieux d'obſervations faites pendant 33 ans, avec un catalogue fameux de près de trois mille étoiles. Il naquit à Derby le 19 août 1646. Dès l'an 1670, on voit de lui des calculs aſtronomiques dans les Tranſactions philoſophiques. Dans les œuvres d'Horroccins, publiées en 1672, on trouve des obſervations & des tables du ſoleil qu'il avoit faites. En 1676, il entra en poſſeſſion de l'obſervatoire royal, que Charles II, par les ſoins du chevalier Moor, venoit de faire conſtruire à Greenwich, près de Londres : c'eſt-là qu'il exécuta le grand Catalogue dont nous avons parlé, ouvrage immortel, que les aſtronomes ont entre les mains, & que je viens de faire réimprimer dans mon huitieme volume des éphémérides : c'eſt ſur les obſervations de Flamſteed que ſont fondées les tables de Halley. Flamſteed mourut le 31 octobre 1719.

Iſaac Newton, naquit le 25 décembre 1642 : le nom ſeul de ce génie étonant tient lieu d'éloges. La découverte de l'attraction ſuffit pour le rendre immortel dans l'hiſtoire de l'*Aſtronomie*. Il mourut le 10 mars 1727 : ſon éloge eſt dans l'hiſtoire de l'Académie pour la même année.

Nous allons rapeler auſſi en abrégé les aſtronomes, qui, ayant eu moins de célébrité, ont cependant contribué ſenſiblement aux progrès de l'*Aſtronomie*. Le recueil des *Tranſactions philoſophiques* de la ſociété royale de Londres, compoſé des mémoires de cette illuſtre Académie, ne commença qu'en 1665, comme le journal des ſavans de Paris, qui parut le 5 janvier 1665, & dont l'auteur étoit M. de Sallo, conſeiller au Parlement. *Voyez* le Journal des Savans de janvier 1764. On rendit compte des Tranſactions philoſophiques dans le journal du 30 mars. Ces deux

Digitized by Google

ouvrages ſe reſſembloient un peu, & formerent dès-lors un commerce réciproque des ſavans de Paris & de Londres avec ceux du reſte de l'Europe.

Laurent Rook, premier profeſſeur d'*Aſtronomie*, & enſuite de Géométrie au collége de Gresham à Londres, fut un des premiers qui obſerverent exactement les immerſions & les émerſions des ſatellites de jupiter; il contribua beaucoup à l'établiſſement de la Société royale de Londres, & mourut le 27 juin 1662 à l'âge de 40 ans. Son épitaphe, faite par l'évêque Seth-Ward, eſt imprimée dans le catalogue de Sherburn à la tête de ſon *Manilius* Anglois.

Iſmaël Boulliaud, né à Loudun en 1605, fit beaucoup d'obſervations aſtronomiques: le manuſcrit eſt dans la bibliotheque du roi; il y en a une copie au dépôt de la marine. Son *Aſtronomie philolaïque* eſt un des meilleurs livres que l'on ait fait pour déterminer les orbites de toutes les planetes: on y trouve de bonnes tables aſtronomiques. Boulliaud mourut à Paris en 1694.

Parmi les obſervations de Boulliaud, on en trouve d'un jardinier de Vizille en Dauphiné, nommé Feronce: cela rapele les noms de pluſieurs payſans qui ſe ſont fait remarquer dans l'*Aſtronomie*.

Pierre Anich, dont le P. Hell a parlé dans ſes éphémérides pour 1767. Chrét. Gartner, marchand de fer à Dolkewitz, qui découvrit les petites cometes de l'autone 1757 & de l'été 1758. Jean-George Palitzſch, payſan à Problis, entre Dreſde & Pirna, qui découvrit le premier la fameuſe comete de 1759; il eſt très-inſtruit, & cependant il ne néglige point ſon métier. Bernoulli, *Nouv. litt.* 5, 51.

Robert Hooke, né en 1635, fut un des plus ſavans hommes de l'Angleterre; il fut, pour ainſi dire, l'occaſion de la découverte de l'attraction & de celle de l'aberration; il découvrit une tache dans jupiter en 1664. *Philoſ. tranſ. n.°* 1. Il fit beaucoup d'ouvrages aſtronomiques; il mourut à Londres le 3 mars 1702.

David Gregori, étoit neveu de Jacques Gregori, mathématicien célebre; il fut fait, en 1691, profeſſeur d'*Aſtronomie* à Oxford. En 1702, il publia ſes *Élémens d'Aſtronomie*, *in-folio*, qui ont eu de la réputation, & qu'on a réimprimés à Geneve en 1726, *in-4.°* L'auteur étoit mort dès l'an 1708.

Guillaume Whiſton publia ſa Théorie de la Terre en 1696, ſes Leçons d'aſtronomie à Cambridge en 1707, & quelques autres ouvrages très-bien faits, où il y a des diſſertations intéreſſantes.

Matthieu de Chazelles, né à Lyon le 25 Juillet 1657, fit à Marſeille & dans ſes voyages du Levant, beaucoup d'obſervations importantes. Il mourut le 16 Janvier 1710. Son éloge eſt dans l'hiſtoire de l'Académie des ſciences pour la même année. La collection de ſes obſervations eſt dans les manuſcrits de M. Delîle, de même que celles du P. Feuillée, minime, qui fit pluſieurs voyages pour la Géographie, celles du P. Sigalloux, qui lui ſuccéda, & celles du P. Laval, jéſuite, faites à Marſeille, à Toulon, & dans des voyages ſemblables à ceux de M. de Chazelles.

Godefroi Kirch, né en 1640, à Guben dans la baſſe Luſace, avoit demeuré chez Hévélius. Il publia des Éphémérides en 1681. Il s'établit à Berlin en 1700; il y fit un grand nombre d'obſervations, & il mourut le 25 Juillet 1710, à l'âge de 71 ans. Ses obſervations ſont raſſemblées dans les manuſcrits de M. Delîle, de même que celles de MM. Wagner, Hoffman, Eimmart, Wurtzelbau, Roſt, Zumbach de Koesfeld, &c.

Olaus Romer, ou Roemer, né en 1644 en Danemarck, vint en France en 1672, avec Picard: ce fut lui qui découvrit la propagation ſucceſſive de la lumiere en 1675. Il retourna, en 1681, à Copenhague, où il fit diverſes obſervations. Il mourut le 19 Septembre 1710. L'incendie du 20 Octobre 1728, qui ariva à Copenhague, a conſumé ce qui reſtoit de ſes manuſcrits. M. Horrebow a publié une partie de ſes obſervations.

Philippe de la Hire, né à Paris le 18 Mars 1640, publia ſes premieres Tables Aſtronomiques en 1687; il fit un très-grand nombre d'obſervations, de tables, de recherches aſtronomiques. Il y a eu deux de ſes fils dans l'Académie des Sciences. Il mourut à Paris le 21 Avril 1718. *Voy.* ſon éloge dans l'hiſtoire de l'Académie. Ses obſervations depuis 1685 juſqu'en 1718, ſont dans les manuſcrits de M. Delîle, qui avoit eu communication de tous ſes papiers.

François Bianchini, né à Vérone le 13 Décembre 1662, mort à Rome le 2 Mars 1729, fit beaucoup d'obſervations, principalement ſur la rotation de Vénus, *heſperi & phoſphori nova phænomena*, 1728. Il eſt appelé *Blanchinus* dans tous ſes ouvrages Latins; mais en Italien, l'on dit *Bianchini*. Ses obſervations ont paru à Vérone en 1737, *in-folio*.

Jacques-Philippe Maraldi, né à Perinaldo dans le Comté de Nice, le 21 Août 1665, eſt mort à Paris le premier Décembre 1729; il avoit attiré auprès de lui, en 1728, M. Jean-Dominique Maraldi ſon neveu, aujourd'hui de l'Académie des Sciences, retiré à Perinaldo. *Hiſtoire de l'Acad.* 1729. Ils ont perfectioné l'un & l'autre, la théorie des ſatellites de Jupiter, & pluſieurs autres branches de l'Aſtronomie.

Eugene de Louville, né le 14 Juillet 1671, obſervoit à Paris dès l'année 1704; il mourut à Carré près d'Orléans, le 10 Octobre 1732. Il y a une copie de toutes ſes obſervations dans les manuſcrits de M. Delîle au dépôt de la Marine. Il travailla principalement ſur l'obliquité de l'écliptique. Ce fut lui qui le premier appliqua le micrometre au quart-de-cercle, invention très-utile.

Euſtache Manfredi, né à Bologne le 20 Septembre 1674, mort le 15 Février 1739. (*Voyez l'Hiſtoire de l'Académie*, 1739.)

Chriſtfried Kirch, né en 1694, a fait de très-

bonnes obſervations à Dantzic, & enſuite à Berlin où il vivoit, & calculoit des éphémérides avec ſes trois ſœurs; il publia, en 1740, des obſervations choiſies. Il mourut le 9 Mars 1740. Voyez *Miſcellanea Berolinenſia*.

Parmi les aſtronomes morts depuis quelques années, & qui ont contribué aux progrès de l'Aſtronomie, on compte ſur-tout Halley, & Bradley célebre par la découverte de l'aberration & de la nutation; la Caille, qui a travaillé lui ſeul autant que tous les autres aſtronomes de ſon temps pris enſemble; Joſeph-Nicolas Delile, frere du célebre géographe de ce nom; Bouguer, connu par un très-beau traité de la figure de la terre; enfin, Tobie Mayer, mort en 1762, à l'âge de 39 ans, à qui nous devons les meilleures tables de la lune que l'on ait faites.

Après avoir fait en abrégé l'hiſtoire de l'Aſtronomie, je vais indiquer l'ordre que l'on doit ſuivre pour l'étudier, en obſervant de mettre en lettres CAPITALES *les mots qu'il faudra chercher dans ce Dictionaire, pour ſuivre une méthode réguliere & facile.*

LA MÉTHODE la plus naturele pour traiter de l'*Aſtronomie* & pour l'étudier, conſiſte à ſuivre l'ordre des phénomenes qu'on obſerve, & des conſéquences que l'on peut en tirer. Le premier de tous les phénomenes céleſtes, le plus ſimple de tous, le plus frapant & le plus facile à obſerver, eſt le MOUVEMENT DIURNE, c'eſt-à-dire, celui que paroît avoir tout le ciel; il s'acheve dans l'eſpace d'environ 24^h. Nous voyons chaque jour le ſoleil ſe lever & ſe coucher: ſi nous faiſons attention aux aſtres qui ne paroiſſent que la nuit, nous les verrons de même, pour la plupart, ſe lever & ſe coucher tous les jours, c'eſt-à-dire, paroître ſur l'horizon du côté de l'orient, & ſe cacher ſous l'horizon du côté de l'occident.

En conſidérant d'une maniere plus attentive & plus ſuivie ce mouvement général des aſtres, pendant l'eſpace d'une nuit ou de pluſieurs, on remarque bientôt que chaque étoile décrit un cercle dans l'eſpace d'environ 24^h. Les étoiles qui ſont plus au nord décrivent de plus petits cercles que les autres; & l'on voit tous ces cercles décrits par différentes étoiles, diminuer de plus en plus, aller enfin ſe perdre & ſe confondre en un point élevé de la rondeur du ciel, que nous appelons le *POLE du monde*. Celui que nous voyons en Europe eſt le pole boréal, ſeptentrional ou arctique. Ainſi, pour ſe former une idée de l'*Aſtronomie*, il faut d'abord apprendre à connoître le pole du monde, c'eſt-à-dire, l'endroit du ciel étoilé vers lequel il ſe trouve placé. On remarque dans le ciel une étoile qui en eſt fort proche, & qu'on nomme pour cette raiſon l'ETOILE POLAIRE. On reconoît cette étoile par le moyen de la conſtellation de la grande ourſe appelée communément le *chariot de David*, *Planches d'Aſtron. Fig.* 2, dont les deux dernieres étoiles indiquent une direction qui tend à l'étoile polaire, & cette ſeule conſtellation peut nous faire connoître toutes les autres. *Voyez* CONSTELLATION.

Lorſqu'on a reconu le pole du monde autour duquel ſe fait le mouvement diurne, il eſt naturel de concevoir le pole qui lui eſt oppoſé, c'eſt-à-dire, le pole auſtral & antarctique, & l'ÉQUATEUR qui eſt un cercle placé à égales diſtances des deux poles. On raporte à l'équateur les ſituations des différentes étoiles par ASCENSIONS DROITES & par DÉCLINAISONS, & l'on a un nouveau moyen de diſtinguer & de reconoître en tout temps les différentes conſtellations.

Parmi les aſtres dont on avoit obſervé le *mouvement diurne*, on aperçut bientôt qu'il y en avoit dont la ſituation n'étoit pas toujours la même, & qui changeoient de place par raport aux autres; on les appela PLANETES, & c'eſt l'obſervation de leurs mouvemens, comme de ceux du ſoleil & de la lune, qui a fait le premier objet de curioſité & de difficulté dans l'*Aſtronomie*.

Le plus ſimple & le plus ſenſible de tous ces mouvemens propres, celui qui dut fraper le plus tous les yeux, fut le mouvement de la lune qui s'acheve en un mois.

Après le mouvement propre de la lune, le plus remarquable eſt le MOUVEMENT ANNUEL du ſoleil: ſi l'on remarque le ſoir du côté de l'occident quelque étoile fixe après le coucher du ſoleil, & qu'on la conſidere attentivement pluſieurs jours de ſuite à la même heure, on la verra de jour en jour plus près du ſoleil, en ſorte qu'elle diſparoîtra & ſera éfacée par les rayons du ſoleil dont elle étoit aſſez loin quelques jours auparavant. Il ſera aiſé en même temps de reconoître que c'eſt le ſoleil qui s'eſt approché de l'étoile, & que ce n'eſt pas l'étoile qui s'eſt approchée du ſoleil. En effet, on verra que tous les jours les étoiles ſe levent & ſe couchent aux mêmes points de l'horizon vis-à-vis des mêmes objets terreſtres, qu'elles ſont toujours aux mêmes diſtances les unes des autres tandis que le ſoleil change continuélement les points de ſon lever & de ſon coucher, & ſa diſtance aux étoiles: on verra d'ailleurs chaque étoile ſe lever tous les jours environ 4 minutes plutôt que le jour précédent relativement au ſoleil; on ne doutera pas que le ſoleil ſeul n'ait changé de place par raport à l'étoile, & ne ſe ſoit raproché d'elle. Cette obſervation peut ſe faire en tout temps; mais il faut prendre garde à ne pas confondre une étoile fixe avec une planete; nous apprendrons ci-après à les diſtinguer.

Le premier phénomene que préſeme le mouvement propre du ſoleil, eſt donc celui-ci. Le ſoleil ſe raproche de jour en jour des étoiles qui ſont plus orientales que lui, c'eſt-à-dire, qu'il s'avance chaque jour vers l'orient; ainſi, le mouvement propre du ſoleil ſe fait d'occident en orient: tous les jours il eſt d'environ un degré, & au bout de 365 jours, on revoit l'étoile vers le couchant à

Digitized by Google

la même heure & au même endroit où elle paroiſſoit l'année précédente à pareil jour, c'eſt-à-dire, que le ſoleil eſt venu ſe placer au même point par raport à l'étoile; ainſi, le ſoleil a fait une révolution: c'eſt ce que nous appelons le mouvement annuel. En l'obſervant pendant pluſieurs années, on a reconu que la durée de chacun de ces retours du ſoleil, par raport à une étoile, étoit de 365 jours, 6^h $9'$ $11''$; c'eſt ce qu'on appele l'*année ſidérale*.

Après avoir conſidéré attentivement les étoiles, on reconut bientôt qu'il y avoit cinq aſtres preſque ſemblables aux étoiles, mais qui changeoient de poſition par raport aux autres, & ce ſont les PLANETES. On en remarqua une dont le changement eſt très-lent, & qui, pour faire le tour du ciel & répondre ſucceſſivement aux différentes étoiles fixes, emploie 29 ans 177 jours; c'eſt ſaturne: une autre qui faiſoit la même révolution dans l'eſpace d'environ 12 ans, c'eſt jupiter; une troiſieme qui parcouroit toute la circonférence du ciel en un an & 322 jours, c'eſt mars. La quatrieme, qui paroiſſoit la plus brillante de toutes, & que nous appelons *vénus*, acompagne le ſoleil qu'elle précede quelquefois le matin, ou qu'elle ſuit après ſon coucher; elle revient à peu près à la même poſition dans l'eſpace de 584 jours. Cette circonſtance peut la faire reconoître au défaut de ſa révolution, qu'on ne peut ſuivre, par raport aux étoiles fixes, comme celles des trois précédentes: enfin, la cinquieme planete, & la plus difficile à voir, parce qu'elle ſoit toujours le ſoleil de très-près, eſt mercure, que nous voyons revenir à la même poſition par raport au ſoleil, dans l'eſpace de 116 jours.

Après avoir ainſi reconu les planetes, on vit que la trace de leur mouvement s'écartoit peu de celle du ſoleil, & l'on voulut raporter tout à celle-ci qu'on appela l'ÉCLIPTIQUE, & dont l'obliquité, par raport à l'équateur, eſt de 23^d $28'$. On raporte à l'écliptique les poſitions des aſtres par le moyen des LONGITUDES & des LATITUDES; celles-ci s'obſervent par le moyen des aſcenſions & des déclinaiſons qui ſuppoſent la détermination des équinoxes & l'obſervation de la HAUTEUR DU POLE.

La néceſſité de raporter les aſtres à l'équateur, à l'écliptique, à l'horizon & au méridien, a fait imaginer la trigonométrie ſphérique, par le moyen de laquelle on aſſigne les mouvemens & les poſitions des aſtres dans tous les ſens, lorſqu'on en a déterminé les circonſtances dans deux directions différentes.

Les révolutions des planetes étant inégales, on a cherché à reconoître leurs ÉQUATIONS ou inégalités, leurs EXCENTRICITÉS, leurs APHÉLIES. Les plans des orbites étant tous différens les uns des autres, il a été néceſſaire de déterminer leurs INCLINAISONS & leurs NŒUDS. Les loix de Kepler ont fait connoître les raports des révolutions avec les diſtances & la regle des principales inégalités des planetes, des ſatellites & des cometes; elles ont conduit à la découverte de l'ATTRACTION, & celle-ci a fait trouver les petites inégalités qui avoient échapé à l'obſervation.

Les diſtances abſolues des planetes, par raport à nous, étoient une des plus grandes difficultés de l'Aſtronomie: on eſt parvenu à les découvrir par le moyen des PARALLAXES, & celles-ci ont fait connoître plus exactement les circonſtances des ÉCLIPSES de ſoleil qui étoient le plus difficiles à calculer. Indépendament des révolutions des planetes, on obſerve auſſi leurs ROTATIONS & la figure de leurs taches ou de leurs bandes, qui conduiſent à la détermination de leurs équateurs ou de leurs axes de rotation.

Les obſervations qui ont ſervi à toutes ces découvertes, ſe font par le moyen d'un grand nombre d'inſtrumens, tels ſont les LUNETES, QUARTS-DE-CERCLE, MICROMETRES, HÉLIOMETRES, LUNETES MÉRIDIENES, LUNETES PARALLACTIQUES, HORLOGES à pendules, *&c.* Les obſervations ſe font principalement par le moyen des HAUTEURS, des diſtances entre différens aſtres, de leurs PASSAGES au méridien, de leurs CONJONCTIONS, de leurs OPPOSITIONS. Les obſervations exigent des corrections à raiſon de la RÉFRACTION qui change les hauteurs, les levers & les couchers des aſtres, de même que la parallaxe.

Enfin, les uſages & les applications de cette ſcience ſe trouvent dans la prédiction des éclipſes, dans l'obſervation des LONGITUDES EN MER, dans la Géographie, la chronologie, le calendrier, la gnomonique; c'eſt en conſultant tous les articles que nous venons d'indiquer, qu'on parviendra à trouver dans ce *Dictionaire*, mal-gré les inconvéniens de l'ordre alphabétique, un cours complet d'*Aſtronomie*.

Nous ne pouvons mieux terminer cet article que par un catalogue des meilleurs livres d'*Aſtronomie*.

On en trouvera un recueil immenſe dans l'ouvrage qui a pour titre: *Joannis Friderici Weidleri Bibliographia aſtronomica, temporis, quo libri vel compoſiti vel editi ſunt, ordine ſervato. Wittemberga* 1755, 126 *pag. in*-8°. Cette bibliographie eſt comme la ſuite d'un excellent ouvrage du même auteur, intitulé: *Joannis Friderici Weidleri Hiſtoria Aſtronomiæ, ſive de ortu & progreſſu Aſtronomiæ, Wittemberga* 1741, 624 *pages in* 4.°, dans laquelle on trouvera de très-grands détails ſur tous les aſtronomes connus par quelque ouvrage que ce puiſſe être. Nous ne mettrons dans notre catalogue que les livres modernes que tout le monde peut avoir à Paris. Les ouvrages de Ptolomée, de Tycho, de Kepler, d'Hévélius, de Riccioli, Boulliaud *&c.*, devroient être à la tête du catalogue; mais ils ſont ſi rares, qu'il ſeroit inutile de les indiquer à ceux qui veulent actuélement ſe former une bibliotheque; d'ailleurs nous aurons occaſion de les citer preſque tous.

Je commencerai par avertir ici que la colle-

Digitized by Google

ction des *Mémoires de l'Académie des Sciences* de Paris renferme le plus riche tréſor que nous ayons en *Aſtronomie* : toutes les parties de cette vaſte ſcience y ſont traitées dans le plus grand détail & de la maniere la plus complete. Il y en a actuélement 81 volumes *in*-4.° depuis 1699 inclusivement, juſqu'au volume de 1779, publié en 1782. Il y a auſſi onze volumes de *Mémoires* faits avant 1699, neuf volumes de pieces qui ont remporté les prix propoſés par l'Académie, & neuf des *Mémoires préſentés par des ſavans étrangers*. Les *Tranſactions philoſophiques* de la ſociété royale de Londres, depuis 1665 juſqu'à préſent, renferment auſſi une riche collection de *Mémoires d'Aſtronomie*. Les *Mémoires de l'Académie* de Berlin, depuis 1747, contienent encore beaucoup d'excellentes choſes ſur l'*Aſtronomie* phyſique ; les *Mémoires* de Petersbourg, de Bologne, & de pluſieurs autres Académies, méritent auſſi d'être cités avec éloge.

Il y a quelques ouvrages élémentaires d'*Aſtronomie* en Angleterre, qui ſont très-bons, tels que ceux de Street, Mercator, Whiſton, Keill, Long, Ferguſon, Leadbetter, Dunthorn, Hodgſon, Coſtard, *&c.* Nous n'en dirons rien, parce que nous écrivons ſur-tout pour les lecteurs françois, & parce qu'ils ne contienent guere autre choſe que ce qui eſt contenu dans ceux qui ſont imprimés à Paris. Nous ne citerons les livres étrangers que lorſqu'ils ſeront abſolument néceſſaires à un aſtronome, tels que les ouvrages de Flamſteed & l'*optique* de Smith, dont il y a deux éditions françoiſes imprimées à Avignon & à Breſt en 1767, avec les tables des logarithmes de Gardiner.

Traités généraux d'Aſtronomie.

Hiſtoire de l'Aſtronomie, par M. Bailly 1775—1782, 4 vol. *in*-4.°, chez les freres de Bure. *Gregori Aſtronomiæ Elementa*, 2 vol. *in*-4.° *Wolfii Elementa matheſeos*. *Élémens d'Aſtronomie*, par M. Caſſini, avec les *tables aſtronomiques* du même auteur, Paris, 1740, 2 vol. *in* 4.° de l'imprimerie royale : ce livre contient ſur-tout la détermination des orbites planétaires.

Inſtitutions aſtronomiques, par M. le Monnier, *in*-4.° 1746, chez la veuve Deſaint, rue du Foin. C'eſt une traduction du livre de Keill, augmentée conſidérablement ; on y trouve les tables de la lune de Flamſteed.

Leçons élémentaires d'Aſtronomie géométrique, & Phyſique, par M. de la Caille, 1780, *in*-8.°, chez la veuve Deſaint. C'eſt un excellent abrégé de toute l'*Aſtronomie*.

Tables aſtronomiques de M. Halley *pour le ſoleil, la lune, les planetes & les cometes, augmentées de pluſieurs tables nouveles pour les ſatellites, les étoiles fixes*, Chappe & de la Lande, 1759, *in*-8°. chez Bailly, rue Saint Honoré.

Aſtronomie, diviſée en vingt-quatre livres, de la Lande, 2 vol. *in*-4.°, 1764, ſeconde édition en 3 vol., 1771 ; le quatrieme a paru en 1781, chez la veuve Deſaint, rue du Foin. Cet ouvrage renferme un abrégé de tout ce qu'on a fait juſqu'ici dans la théorie & la pratique de l'*Aſtronomie*, la connoiſſance des mouvemens du ſoleil, de la lune, des planetes, des cometes, des ſatellites & des étoiles fixes ; la deſcription de tous les inſtrumens ; la maniere de les vérifier & de s'en ſervir ; l'hiſtoire des aſtronomes célebres, celle de leurs ouvrages & de leurs découvertes, ſuivant l'ordre naturel qui les a dû produire ; le calcul intégral appliqué aux attractions céleſtes ; la maniere de connoître les conſtellations ; un recueil d'obſervations choiſies ; des tables nouveles pour le ſoleil, la lune, les planetes & les ſatellites ; enfin, tout ce qui eſt néceſſaire pour bien connoître l'*Aſtronomie*, & l'indication conſtante de toutes les ſources où l'on peut trouver de plus amples détails ſur chaque branche de cette ſcience. On n'a rien oublié pour rendre ce livre le plus complet qu'il puiſſe être, dans l'état actuel de l'*Aſtronomie*.

Hiſtoria cœleſtis, Flamſteed, 1725, 3 vol. *in-fol.* Ce grand ouvrage comprend une collection prodigieuſe d'obſervations aſtronomiques, avec le grand *catalogue d'étoiles* du même auteur, que nous citerons plus d'une fois.

Tables of logarithms. London, 1742, *in*-4.°, par Gardiner. Le P. Pézenas les fit réimprimer à Avignon en 1770, avec une augmentation des quatre premiers degrés en ſecondes, & M. Jombert eſt occupé à en faire une ſeconde édition *in*-8.° ; ces tables ſont les plus étendues & les plus commodes qu'on puiſſe trouver actuélement, celles d'Ulacq étant devenues très-rares.

On trouve à Paris chez la veuve Deſaint, de petites tables abrégées extrêmement commodes pour de moindres opérations ; mais dans les grands calculs aſtronomiques, il eſt indiſpenſable d'avoir des logarithmes de ſinus de 10 en 10 ſ., & ceux des nombres juſqu'à cent mille tels qu'on les trouve dans les tables d'Ulacq, *Trigonometria artificialis*, &c. *Gouda*, 1633, ou dans les tables que nous venons de citer.

A Compleat Syſtem of opticks by Robert Smith, 1738, Cambridge, 2 vol. *in*-4.° Cet excellent ouvrage contient toutes les théories de l'optique, une ample deſcription des inſtrumens d'*Aſtronomie* & d'optique. Il en a paru deux traductions françoiſes en 1767, avec des augmentations, l'une du P. Pézenas, l'autre de M. le Roy.

Traités particuliers d'Aſtronomie.

La *Figure de la terre*, par M. Bouguer, 1749, *in* 4.°, 374 pages, chez Jombert, rue Dauphine. Ce livre renferme les meilleures recherches pour la pratique & la théorie des obſervations délicates.

Meſure des trois premiers degrés du méridien, par M. de la Condamine 1751, *in*-4.°, de l'Imprimerie royale. *Journal du voyage*, &c. avec pluſieurs ſupplémens. Cet ouvrage eſt très-méthodique,

que, très-clair, très-bien écrit, également curieux pour la partie hiſtorique, & pour la partie aſtronomique.

La Méridiene de Paris vérifiée, &c. par M. Caſſini de Thuri, 1744, *in*-4.° On y trouve une multitude d'obſervations faites par M. de Thuri & M. de la Caille pour *la figure de la terre*.

De litteraria expeditione, &c. PP. Boſcovich & Maire, *in* 4.° à Rome; traduit en françois & imprimé à Paris en 1770: ce livre eſt de même nature que celui de M. Bouguer.

Hiſtoire céleſte ou *recueil d'obſervations faites dans le dernier ſiecle*: par M. Picard, la Hire, *&c.* avec un diſcours préliminaire, par M. le Monnier 1741, *in*-4.°

Obſervations aſtronomiques de M. le Monnier, *in-folio*, 1751—1771, de l'imprimerie royale. Il y a déja quatre livres d'imprimés d'environ 60 pages chacun: M. Maskelyne a donné en Angleterre un ſemblable recueil.

La figure de la terre, déterminée pas les obſervations faites au cercle polaire, *&c.* par M. de Maupertuis, 1738, *in*-8.°

Degré du méridien entre Paris & Amiens, déterminé par la meſure de M. Picard, & par les obſervations de MM. de Maupertuis, Clairaut, Camus, le Monnier, 1740, *in*-8.°

Dimenſio graduum meridiani Viennenſis & Hungarici, à Joſ. Lieſganig. Vindobonæ 1770.

Connoiſſance des temps ou *connoiſſance des mouvemens céleſtes*, depuis 1760 juſqu'en 1784. Chez Montard, rue des Mathurins. On trouve dans ce livre, grand nombre d'obſervations & de tables nouveles pour l'uſage des aſtronomes.

Éphémérides de la Caille, depuis 1745 juſqu'en 1774, 6 vol. *in*-4.° chez Hériſſant, rue de la Parcheminerie. Tous ces volumes, ſur-tout le dernier, ſont enrichis de *mémoires intéreſſans ſur l'Aſtronomie*: le ſeptieme & le huitieme volume ſont de moi.

Il y a de ſemblables *éphémérides* publiées à Bologne, par M. Zanotti.

Ephemerides aſtronomicæ, par Hell, depuis 1757 juſqu'à 1783, *Viennæ*, *in* 8.° Tous ces volumes renferment auſſi beaucoup de tables & d'obſervations intéreſſantes, de même que les éphémérides de Berlin (en allemand), & de Milan en latin.

On a commencé à publier à Londres, en 1767, un ouvrage encore plus conſidérable, intitulé: *The Nautical Almanac*, dont il a déja paru 20 volumes: ils contienent un détail prodigieux ſur les diſtances & les mouvemens de la lune, relativement à la maniere de trouver les longitudes en mer. Guide du navigateur par M. Levêque, à Nantes.

Livres d'Aſtronomie phyſique, fondés ſur les calculs de l'attraction.

Théorie de la figure de la terre, par M. Clairaut 1743, *in*-8.°

Recherches ſur la préceſſion des équinoxes, par M. d'Alembert; 1749, *in*-4.° chez Barbou, rue Mathurins.

Theoria motus lunæ, L. Euler, 1772 *in*-4.° à Petersbourg.

Théorie du mouvement des cometes, par M. Clairaut, 1760 *in*-8.° chez Panckoncke, rue des Poitevins.

Recherches ſur différens points importans du ſyſtême du monde, par M. d'Alembert, 1754 & ſuiv. 3 vol. *in*-4.° chez David.

Opuſcules mathématiques, 8 vol. *in*-4.° 1768, *&c.* chez Barbou.

Piece ſur la théorie de la lune, par M. Clairaut, avec de nouveles tables de la lune, ſeconde édition, 1765, chez Deſaint & Saillant.

Piece ſur les inégalités de Saturne, qui a remporté le prix de l'académie en 1748, par M. Euler. Cette piece eſt la premiere où l'on ait traité le problême des trois corps par une méthode analytique & nouvele. T. Simpſon a donné, en 1740, 1743 & 1757, trois volumes de différens *mémoires* ou opuſcules en anglois, parmi leſquels on en trouve pluſieurs ſur l'*aſtronomie phyſique*, faits de main de maître: l'auteur eſt mort en 1760. *Connoiſſance des mouvemens céleſtes* pour 1767. On trouvera l'indication de tous les livres nouveaux d'*Aſtronomie* dans le *Recueil pour les aſtronomes*, & les nouveles littéraires de M. Jean Bernoulli, à Berlin 1771 & ſuiv. On les trouve à Paris chez la veuve Deſaint.

Sur les cartes céleſtes qui repréſentent les différentes conſtellations, *Voyez* CARTES CÉLESTES.

ASTRONOMIE ſphérique, c'eſt celle qui traite de la ſituation & des raports des cercles de la ſphere entr'eux, du mouvement diurne, & des apparences des mouvemens planétaires.

ASTRONOMIE théorique, c'eſt celle qui conſidere les mouvemens réels, inégalités, diſtances & grandeurs des aſtres.

ASTRONOMIE phyſique; elle a pour objet les cauſes de ces mouvemens, telles que l'attraction, dont les calculs ont éclairé cette ſcience au point de lui donner une nouvele face.

ASTRONOMIA nautique; elle enſeigne à trouver l'heure en mer, la longitude & la latitude d'un vaiſſeau, ſa route & les autres circonſtances utiles à la navigation. Elle a été traitée ſpécialement par Maupertuis, Bouguer, la Caille, Pézenas, M. le Monnier, M. Levêque.

ASTRONOMIE comparée, eſt celle où l'on examine les phénomenes qui ont lieu pour les habitans des autres planetes, s'il y en a; Kepler en a traité dans ſon *Aſtronomia lunaris*, & l'on en trouvera un exemple au mot JUPITER. (*D. L.*)

ASTRONOMIQUE, adj. *aſtronomicus*, on entend par ce mot tout ce qui a raport à l'Aſtronomie. *Voyez* ASTRONOMIE.

Calendrier aſtronomique. *Voyez* CALENDRIER.

Heures aſtronomiques. *Voyez* HEURE.

Obſervations aſtronomiques. *Voyez* OBSERVATIONS CÉLESTES.

Fractions Aſtronomiques; nom que quelques auteurs ont donné aux fractions ſexagéſimales, à cauſe de l'uſage qu'on en fait dans les calculs *aſtronomiques*. *Voyez* SEXAGÉSIMAL, CALCUL.

Tables aſtronomiques. *Voyez* TABLES.

Théologie aſtronomique; c'eſt le titre d'un ouvrage de M. Derham, chanoine de Windſor, de la Société royale de Londres, dans lequel l'auteur ſe propoſe de démontrer l'exiſtence de Dieu par les phénomenes admirables des corps céleſtes. *Voyez* THÉOLOGIE. (*O*).

ASTROPHANOMETRE; nom que M. Jeaurat avoit donné à l'inſtrument appelé ci-deſſus *aſtéréometre*.

ASTROSTATE. *Voyez* HÉLIOSTATE.

ASUGIA; nom de la conſtellation d'Orion.

ASYMÉTRIE, ſ. f. compoſé de *α* privatif, de *σὺν*, *avec*, & de *μέτρον*, *meſure*, c'eſt-à-dire, *ſans meſure*. On entend par ce mot un défaut de proportion ou de correſpondance entre les parties d'une choſe. *Voyez* SYMMÉTRIE.

Ce mot déſigne *en Mathématique*, ce qu'on entend plus ordinairement par *incommenſurabilité*. Il y a incommenſurabilité entre deux quantités, lorſqu'elles n'ont aucune meſure: tels ſont le côté du carré & ſa diagonale: en nombres les racines ſourdes comme $\sqrt{2}$, *&c.* ſont auſſi incommenſurables aux nombres rationels. *Voyez* INCOMMENSURABLE, SOURD, CARRÉ, *&c.* (*E*).

ASYMPTOTE, ſ. f. *aſymptotus*, *terme de Géométrie*. Quelques auteurs définiſſent l'*aſymptote* une ligne indéfiniment prolongée, qui va en s'approchant de plus en plus d'une autre ligne qu'elle ne rencontrera jamais. *Voyez* LIGNE. Mais cette définition générale de l'*aſymptote* n'eſt pas exacte, car elle peut être appliquée à des lignes qui ne ſont pas des *aſymptotes*. En effet, ſoit, *Fig.* 20, *n°.* 2, *Sect. con.*, l'hyperbole KSL; ſon axe SM; ſon axe conjugué AB. On ſait que ſi du centre C, on mene les droites indéfinies CD, CE, paralleles aux lignes BS, AS, tirées du ſommet S de l'hyperbole, aux extrémités de ſon axe conjugué: ces lignes CD, CE, ſeront les *aſymptotes* de l'hyperbole KSL.

Maintenant, ſoient tirées les paralleles fg, hi, *&c.* à l'*aſymptote* CD: il eſt évident que ces paralleles indéfiniment prolongées, vont en s'approchant continuélement de l'hyperbole qu'elles ne rencontreront jamais. La définition précédente de l'*aſymptote* convient donc à ces lignes; elle n'eſt donc pas exacte.

Qu'eſt-ce donc qu'une *aſymptote* en général? C'eſt une ligne, qui étant indéfiniment prolongée, s'approche continuélement d'une autre ligne auſſi indéfiniment prolongée, de maniere que ſa diſtance à cette ligne ne devient jamais zéro abſolu, mais peut toujours être trouvée plus petite qu'aucune grandeur donnée.

Soit tirée la ligne $Nopq$ perpendiculairement à l'*aſymptote* CD, & à ſes paralleles fg, hi, *&c.*: il eſt évident que l'*aſymptote* CD peut approcher de l'hyperbole plus près qu'aucune grandeur donnée; car la propriété de l'*aſymptote* CD conſiſte en ce que le produit de Cp par pq eſt toujours conſtant; d'où il s'enſuit que Cp augmentant à l'infini, pq diminue auſſi à l'infini: mais la diſtance des paralleles fg, hi, à cette courbe ſera toujours au moins de Np, de op: *&c.*; & par conſéquent ne ſera pas plus petite qu'aucune grandeur donnée. *Voyez* HYPERBOLE.

Le mot *aſymptote* eſt compoſé de *α* privatif, de *σὺν*, *avec*, & de *πίπτω*, *je tombe*, c'eſt-à-dire, qui n'eſt pas coïncident, ou qui ne rencontre point. Quelques auteurs latins ont nommé les *aſymptotes*, *lineæ intactæ*.

Certains géometres diſtinguent pluſieurs eſpeces d'*aſymptotes*; il y en a, ſelon ces auteurs, de *droites*, de *courbes*, &c. Ils diſtribuent les courbes en *concaves*, *convexes*, &c. & ils propoſent un inſtrument pour les tracer toutes: le mot d'*aſymptote* tout court ne déſigne qu'une *aſymptote* droite.

L'*aſymptote* ſe définit encore plus exactement une ligne droite, qui étant indéfiniment prolongée, s'approche continuélement d'une courbe ou d'*une portion de courbe* auſſi prolongée indéfiniment, de maniere que ſa diſtance à cette courbe ou portion de courbe ne devient jamais zéro abſolu, mais peut toujours être trouvée plus petite qu'aucune grandeur donnée.

Je dis, 1°. d'une courbe ou d'une portion de courbe, afin que la définition convienne, tant aux courbes ſerpentantes qu'aux autres.

Car la ligne fh, *Fig.* 20, *n°.* 3, ne peut être conſidérée comme l'*aſymptote* de la courbe ſerpentante $mnoprs$, que quand cette courbe a pris un cours réglé relativement à elle, c'eſt-à-dire, un cours par lequel elle a été toujours en s'en approchant.

Je dis, 2°. que la diſtance de l'*aſymptote* à la courbe peut toujours être trouvée moindre qu'aucune grandeur donnée; car, ſans cette condition, la définition conviendroit à l'*aſymptote* & à ſes paralleles. Or une définition ne doit convenir qu'à la choſe définie.

On dit quelquefois que deux courbes ſont *aſymptotes* l'une à l'autre, lorſqu'indéfiniment prolongées elles vont en s'approchant continuélement, ſans pouvoir jamais ſe rencontrer. Ainſi, deux paraboles de même parametre, qui ont pour axe une même ligne droite, ſont *aſymptotes* l'une à l'autre.

Entre les courbes du ſecond degré, c'eſt-à-dire, entre les ſections coniques, il n'y a que l'hyperbole qui ait des *aſymptotes*.

Toutes les courbes du troiſieme ordre ont toujours quelques branches infinies, mais ces branches infinies n'ont pas toujours des *aſymptotes*; témoins les paraboles cubiques, & celles que M. Newton

Digitized by Google

a nommées *paraboles divergentes du troiſieme ordre*. Quant aux courbes du quatrieme, il y en a une infinité, qui non ſeulement n'ont pas quatre *aſymptotes*, mais qui n'en ont point du tout, & qui n'ont pas même de branches infinies, comme l'ellipſe de M. Caſſini. *Voyez* COURBE, BRANCHE, ELLIPSE, *&c.*

La conchoïde, la ciſſoïde, & la logarithmique qu'on ne met point au nombre des courbes géométriques, ont chacune une *aſymptote*. *Voyez* COURBE.

L'*aſymptote* de la conchoïde eſt très-propre pour donner des notions claires de la nature des *aſymptotes* en général. Soit, *Planche de l'Analyſe*, *Fig.* 1, *MMAM* une portion de conchoïde, C le pole de cette courbe, & *BD* une ligne droite au delà de laquelle les parties *QM*, *EA*, *QM*, &c. des droites tirées du pole C, ſont toutes égales entr'elles. Cela poſé, la droite *BD* ſera l'*aſymptote* de la courbe. Car la perpendiculaire *MI* étant plus courte que *MO*, & *MR* plus courte que *MQ*, &c., il s'enſuit que la droite *BD* va en s'approchant continuélement de la courbe *MMAM*; de ſorte que la diſtance *MR* va toujours en diminuant, & peut-être auſſi petite qu'on voudra, ſans cependant être jamais abſolument nulle. *Voyez* DIVISIBILITÉ, INFINI, &c. *Voyez auſſi* CONCHOÏDE.

On trace de la maniere ſuivante les *aſymptotes* de l'hyperbole. Soit, *Planche des ſect. coniq. Fig.* 20, une droite *DE* tirée par le ſommet *A* de l'hyperbole, parallele aux ordonées *Mm*, & égale à l'axe conjugué *de*; en ſorte que la partie *AE* ſoit égale à la moitié de cet axe, & l'autre partie *DA* égale à l'autre moitié. Les deux lignes tirées du centre *C* de l'hyperbole par les points *D* & *E*, ſavoir *CF* & *CG*, ſeront les *aſymptotes* de cette courbe.

Il réſulte de tout ce que nous avons dit juſqu'ici, qu'une courbe peut avoir dans certains cas pour *aſymptote* une droite, & dans d'autres cas une courbe. Toutes les courbes qui ont des branches infinies, ont toujours l'une ou l'autre de ces *aſymptotes*, & quelquefois toutes les deux; l'*aſymptote* eſt droite, quand la branche infinie eſt hyperbolique; l'*aſymptote* eſt courbe, lorſque la branche infinie eſt parabolique, & alors l'*aſymptote* courbe eſt une parabole d'un degré plus ou moins élevé. Ainſi, la théorie des *aſymptotes* des courbes dépend de celle de leurs branches infinies. *Voyez* BRANCHE.

Une courbe géométrique ne peut avoir plus d'*aſymptotes* droites, qu'il n'y a d'unités dans l'expoſant de ſon ordre. *Voyez* Stirling, *Enum. lin.* 3, *ord. prop.* vj, *cor.* 7, & l'*Introduction à l'analyſe des lignes courbes*, par M. Cramer, *page* 344, *art.* 247. Ce dernier ouvrage contient une excellente théorie des *aſymptotes* des courbes géométriques & de leurs branches, *chap. viij.*

Si l'hyperbole *GMR*, *Fig.* 12, eſt une des courbes, dont la nature exprimée par l'équation aux *aſymptotes*, ſoit renfermée dans l'équatio générale $x^m y^n = a^{m+n}$; tirez la droite *PM*, par-tout où vous voudrez, parallele à l'*aſymptote CS*; achevez le parallélogramme *PCOM*. Ce parallélogramme ſera à l'eſpace hyperbolique *PMGB*, terminé par la ligne *PM*, par l'hyperbole indéfiniment continuée vers *G*, & par la partie *PB* de l'*aſymptote* indéfiniment prolongée du même côté, comme $m-n$ eſt à n. Ainſi, lorſque m ſera plus grand que n, l'eſpace hyperbolique ſera carrable. Si $m=n$, comme dans l'hyperbole ordinaire, le parallélogramme *PCOM* ſera à l'eſpace hyperbolique comme zéro eſt à 1, c'eſt-à-dire, que cet eſpace ſera infini relativement au parallélogramme, & par conſéquent non carrable. Enfin, ſi m eſt moindre que n, le parallélogramme ſera à l'eſpace hyperbolique comme un nombre négatif à un nombre poſitif, l'eſpace *PMGB* ſera infini, & l'eſpace *MPCE* ſera carrable. *Voyez* la fin du cinquieme livre *des ſections coniques* de M. le marquis de l'Hôpital. *Voyez auſſi un mémoire de* M. Varignon, imprimé en 1705, parmi ceux de l'Académie royale des Sciences, & qui a pour titre *Réflexions ſur les eſpaces plus qu'infinis de* M. Wallis. Ce dernier géometre prétendoit que l'eſpace *PMGB*, étant au parallélogramme comme un nombre poſitif à un nombre négatif, l'eſpace *PMGB* étoit plus qu'infini. M. Varignon cenſure cette expreſſion, qui n'eſt pas ſans doute trop exacte. Ce qu'on peut aſſurer avec certitude, c'eſt que l'eſpace *PMGB* eſt un eſpace plus grand qu'aucun eſpace fini, & par conſéquent qu'il eſt infini.

Pour le prouver, & pour rendre la démonſtration plus ſimple, faiſons $a = 1$, & nous aurons l'équation $x^m y^n = 1$ ou $y = x^{-\frac{m}{n}}$ (*Voyez* EXPOSANT). Donc $y\,dx$, élément de l'aire $PMGB = x^{-\frac{m}{n}}\,dx$, dont l'intégrale (*Voyez* INTÉGRAL) eſt $\frac{x}{-\frac{m}{n}+1}$; pour compléter cette intégrale, il faut qu'elle ſoit $= 0$, lorſque $x = 0$; d'où il s'enſuit que l'intégrale complete eſt $\frac{0}{-\frac{m}{n}+1} + \frac{x}{-\frac{m}{n}+1}$. Donc,

1°. ſi $m < n$, ou x $1 - \frac{m}{n}$ égal à une quantité

$1 - \frac{m}{n}$

poſitive. Ainſi, l'intégrale ſe réduit à $\frac{x}{1 - \frac{m}{n}}$

qui repréſente l'eſpace *E C P M* ; d'où l'on voit que cet eſpace eſt fini tant que x eſt fini, & que quand x devient infini, l'eſpace devient infini auſſi. Donc l'eſpace total renfermé par la courbe & ſes deux *aſymptotes*, eſt infini ; & comme l'eſpace *E C P M* eſt fini, il s'enſuit que l'eſpace reſtant *P M G B* eſt infini.

Il n'y a que l'hyperbole ordinaire où les eſpaces *P M G B*, *E C P M*, ſoient tous deux infinis ; dans toutes les autres hyperboles l'un des eſpaces eſt infini, & l'autre fini ; l'eſpace infini eſt *P M G B* dans le cas de $m < n$, & dans le cas de $m > n$ c'eſt *P M C E*. Mais il faut obſerver de plus que dans le cas de $m < n$, l'eſpace infini *P M G B* eſt plus grand en quelque maniere que celui de l'hyperbole ordinaire, quoique l'un & l'autre eſpaces ſoient tous deux infinis ; c'eſt-là ſans doute ce qui a donné lieu au terme *plus qu'infini* de M. Wallis. Pour éclaircir cette queſtion, ſuppoſons $C P = 1$ & $P M = s$, & imaginons par le point M une hyperbole équilatere entre les deux *aſymptotes C B*, *C E*, que je ſuppoſe faire ici un angle droit ; enſuite par le même point M décrivons une hyperbole, dont l'équation ſoit $x^m y^n = 1$, m étant $< n$: il eſt viſible que dans l'hyperbole ordinaire $y = x^{-1}$, & que, dans celle-ci, $y = x^{-\frac{m}{n}}$; d'où l'on voit que x étant plus grand que 1, c'eſt-à-dire, que *C P*, l'ordonée correſpondante de l'hyperbole ordinaire ſera plus petite que celle de l'autre hyperbole. En effet, ſi x eſt plus grand que 1, & que $\frac{m}{n}$ ſoit $< s$, il ſuit que $x^{-\frac{m}{n}}$ ſera $> x^{-1}$, puiſque m étant $< n$, on a $x^m > x^n$, lorſque x eſt plus grand que 1. D'où il s'enſuit que $x > x^{\frac{m}{n}}$ & $\frac{1}{x}$ ou $x^{-1} > \frac{x}{x^{\frac{m}{n}}}$ ou $x^{-\frac{m}{n}}$. Donc l'eſpace *P M G B* de l'hyperbole repréſentée par $x^m y^n = 1$, renfermera l'eſpace de l'hyperbole ordinaire repréſentée par l'équation $x y = 1$, & ayant la même ordonée *P M*. Ainſi, quoique ce dernier eſpace ſoit infini, on peut dire que l'autre, qui eſt infini à plus forte raiſon, eſt en quelque maniere un infini plus grand. *Voy. à l'article* INFINI, la notion claire & nette que l'on doit ſe former de ces préſendus infinis plus grands que d'autres.

Soit *M S*, *Fig.* 33, une logarithmique, *P R* ſon *aſymptote*, *P T* ſa ſous-tangente, & *P M* une de ſes ordonées. L'eſpace indéterminé *R P M S* ſera égal à $P M \times P T$; & le ſolide engendré par la révolution de la courbe autour de ſon *aſymptote P V*, ſera égal à la moitié du cylindre, qui auroit pour hauteur une ligne égale à la ſous-tangente, & pour demi-diametre de ſa baſe une ligne égale à l'ordonée *Q V*. *Voyez* LOGARITHMIQUE. (*O*).

ASYMPTOTIQUE, *aſymptoticus*, adj. m. *eſpace aſymptotique*, eſt l'eſpace renfermé entre une hyperbole & ſon aſymptote, ou en général entre une courbe & ſon aſymptote ; cet eſpace eſt quelquefois fini, & quelquefois infini. *Voyez* ASYMPTOTE. (*O*).

ATAIR ; nom de la belle étoile de l'aigle.

ATAUR ; nom de la conſtellation du taureau.

ATELIER DU SCULPTEUR, (*Aſtron.*) ; nom d'une conſtellation méridionale introduite par l'abbé de la Caille, dans ſon *Planiſphere des étoiles auſtrales* ; il l'appele *Apparatus ſculptoris*. Elle eſt ſituée ſur le colure des ſolſtices, au deſſus de la grue & du phénix. La plus belle étoile de cette conſtellation eſt de la cinquieme grandeur ; ſon aſcenſion droite au commencement de 1750, étoit de $11^d\ 38'\ 58''$, & ſa déclinaiſon $30^d\ 43'\ 3''$ auſtrale. Voy. *Cœlum Auſtrale ſtelliferum* 1763. (*D. L.*)

ATIN, ATIR ou ATYR ; nom de l'étoile appelée auſſi *Aldebaran*.

ATLAS ; nom que doit avoir en la conſtellation du *bouvier*, ſuivant M. Dupuis, qui explique, par cette conſtellation, toutes les fables d'Atlas.

ATLANTIDES ; nom des pléiades dans Ovide.

ATMOSPHERE, ſ. f. (*Hyd.*) ; nom qu'on donne à l'air qui environe la terre. *Voy. ci-deſſus le mot* AIR, & *le Dictionaire de Phyſique*.

Sur l'atmoſphere de la lune & des planetes, *voy. les mots* LUNE, PLANETE.

ATTOUCHEMENT, ſ. m. (*Géom.*) ; point d'*attouchement*, qu'on appele auſſi point de *contact* ou de *contingence*, eſt le point dans lequel une ligne droite touche une ligne courbe, ou dans lequel deux courbes ſe touchent. *Voyez* CONTINGENCE.

On dit ordinairement en Géométrie, que le point d'*attouchement* vaut deux points d'interſection, parce que la tangente peut être regardée comme une ſécante qui coupe la courbe en deux points infiniment proches. En effet, diſent les géometres, concevons, par exemple, une ligne droite indéfinie qui coupe un cercle en deux points ; imaginons enſuite que cette ligne droite ſe meuve parallélement à elle-même vers le ſommet du cercle ; les deux points d'interſection ſe raprocheront inſenſiblement, & enfin ſe confondront, ou ne feront plus qu'un point, lorſque par ce mouvement la ſécante ſera devenue tangente, c'eſt-à-dire, ne fera plus que toucher le cercle.

Comme il n'y a point réellement de quantités infiniment petites, & que par conſéquent l'on ne ſauroit concevoir deux points infiniment proches (*Voy.* INFINI & INFINIMENT PETIT), il eſt très-important de ſe former une idée nette de cette façon de parler, que *le point d'attouchement vaut deux*

Digitized by Google

points d'interſection infiniment proches. Elle ſignifie ſeulement que le point d'*attouchement* eſt la *limite* ou le terme de tous les doubles points d'interſection des ſécantes paralleles à la tangente ; c'eſt-à-dire, que ſi on mene parallélement à la tangente une ligne qui coupe en deux points la courbe, par exemple le cercle, on peut toujours imaginer cette ligne à une telle diſtance de la tangente, que la diſtance des deux points d'interſection ſoit auſſi petite qu'on voudra ; mais que cette diſtance ne deviendra pourtant jamais abſolument nulle, à moins que la ſécante ne ſe confonde abſolument avec la tangente. Cette idée des *limites* eſt très-utile pour réduire la Géométrie des infiniment petits à des notions claires. *Voyez* LIMITE, *&c.*

Au reſte, il n'eſt queſtion juſqu'ici que du point d'*attouchement* ſimple ; car il y a des points d'*attouchement* qui équivalent à trois points d'interſection, comme dans l'*attouchement* au point d'inflexion ; d'autres équivalent à quatre points d'interſection, comme dans l'*attouchement* au point de ſerpentement infiniment petit, & ainſi à l'infini ; *Voy.* INFLEXION, SERPENTEMENT : ce qui, en réduiſant la choſe à des notions claires, ſignifie ſimplement que la valeur de la ſécante devenue touchante, a dans ce cas trois ou quatre, *&c.* racines égales dans l'équation de la courbe ; je dis *de la ſécante devenue touchante*, car il y a des cas où une ſécante a pluſieurs racines égales, ſans être touchante, comme dans les points doubles & dans les points conjugués. Ce qui diſtingue ces points des points d'*attouchement*, c'eſt que ſi vous donnez une autre direction à la ligne qui étoit tangente, en la faiſant toujours paſſer par le point d'*attouchement*, alors elle ne coupe plus la courbe qu'en un point, & l'équation, qui repréſente ſon interſection, ceſſe d'avoir des racines égales ; au lieu que, dans les points multiples & conjugués, la ſécante a toujours pluſieurs racines égales, quelque poſition qu'on lui donne, pourvu qu'elle paſſe toujours par le point multiple ou conjugué. *Voy.* RACINE, INTERSECTION, POINT MULTIPLE, POINT CONJUGUÉ, *&c.* (*O*).

ATTRACTIF, adj. m. ſe dit de ce qui a le pouvoir ou la propriété d'attirer. *Voy.* ATTRACTION, *&c.* Ainſi on dit *force attractive*, vis attractiva, *&c.*

La vertu *attractive* de l'aimant ſe communique au fer, en faiſant toucher le fer à l'aimant. *Voy. le Dictionaire de Phyſique.* (*O*).

ATTRACTION, ſ. f. *attractio* ou *tractio*, compoſé de *ad* & de *traho*, je tire, ſignifie, *en Méchanique*, l'action d'une force motrice, par laquelle un mobile eſt tiré ou raproché de la puiſſance qui le ment. *Voyez* PUISSANCE *&* MOUVEMENT.

Comme la réaction eſt toujours égale & contraire à l'action, il s'enſuit que, dans toute *attraction*, le moteur eſt attiré vers le mobile autant que le mobile vers le moteur. *Voyez* ACTION *&* RÉACTION.

Dans l'uſage ordinaire, on dit qu'un corps *A* eſt attiré vers un autre corps *B*, lorſque *A* eſt lié ou ataché avec *B* par le moyen d'une corde, d'une courroie ou d'un bâton : c'eſt de cette maniere qu'un cheval tire un chariot ou une barque ; & en général, on dit qu'un corps en attire un autre, lorſqu'il communique du mouvement à cet autre par le moyen de quelque corps placé entr'eux, & que le corps moteur précede celui qui eſt mû.

De plus, lorſqu'on voit deux corps libres éloignés l'un de l'autre s'approcher mutuélement ſans que l'on aperçoive de cauſe, on donne encore à ce phénomene le nom d'*attraction* ; & c'eſt principalement dans ce dernier ſens qu'il a été employé par les philoſophes anciens & modernes. L'*attraction* priſe dans le premier ſens, ſe nomme plus communément *traction*. *Voyez* TRACTION.

Attraction ou *force attractive*, dans l'ancienne Phyſique, ſignifie une force naturele qu'on ſuppoſe inhérente à certains corps, & en vertu de laquelle ils agiſſent ſur d'autres corps, éloignés, & les tirent à eux. *Voyez* FORCE.

Le mouvement que ces prétendues forces produiſent, eſt appelé, par les péripatéticiens, *mouvement d'attraction*, & en pluſieurs occaſions, *ſuction* ; & ils raportent différens exemples où, ſelon eux, ce mouvement ſe remarque : ainſi, nous reſpirons l'air, diſent-ils, par *attraction* ou *ſuction* ; de même nous ſuçons par *attraction* une pipe de tabac : c'eſt encore par *attraction* qu'un enfant tete : c'eſt par *attraction* que le ſang monte dans les ventouſes, que l'eau s'éleve dans les pompes, & la fumée dans les cheminées, les vapeurs & les exhalaiſons ſont attirées par le ſoleil, le fer par l'aimant, les pailles & la pouſſiere par l'ambre & les autres corps électriques. *Voyez* SUCTION.

Si ces philoſophes avoient fait un plus grand nombre d'expériences, ils auroient bientôt reconu que ces différens phénomenes venoient de l'impulſion d'un fluide inviſible. Ainſi, la plupart des effets que les anciens attribuoient à l'*attraction*, ſont aujourd'hui attribués à des cauſes plus naturelles & plus ſenſibles, principalement à la preſſion de l'air. *Voyez* AIR *&* PRESSION.

C'eſt la preſſion de l'air, par exemple, qui produit les phénomenes de l'inſpiration des ventouſes, de la ſuction des pompes, des vapeurs, des exhalaiſons, *&c. Voy.* RESPIRATION, SUCTION, POMPE, VENTOUSE, VAPEUR, FUMÉE, EXHALAISON, *&c.* (*Diction. de Phyſ.*)

Sur les phénomenes de l'*attraction* électrique & magnétique, *voyez* MAGNÉTISME & ÉLECTRICITÉ. *Ibid.*

La puiſſance oppoſée à l'*attraction* eſt appelée *répulſion* ; & on obſerve que la répulſion a lieu dans quelques effets naturels. *Voy.* RÉPULSION.

Attraction ou *puiſſance attractive*, ſe dit plus particuliérement, *dans la philoſophie Newtonienne*, d'une puiſſance ou principe, en vertu duquel toutes les parties, ſoit d'un même corps, ſoit de

Digitized by Google

corps différens, tendent les unes vers les autres; ou pour parler plus exactement, l'*attraction* eſt l'effet d'une puiſſance par laquelle chaque particule de matiere tend vers une autre particule. *Voyez* MATIERE & PARTICULE. Les loix & les phénomenes de l'*attraction* ſont un des points principaux de la philoſophie Newtoniene. *Voyez* PHILOSOPHIE NEWTONIENE.

Quoique ce grand philoſophe ſe ſerve du mot d'*attraction*, comme les philoſophes de l'école, cependant, ſelon la plupart de ſes diſciples, il y atache une idée bien différente. Nous diſons *ſelon la plupart de ſes diſciples*, car nous ne faiſons que détailler ici ce qui a été dit ſur l'*attraction*, nous réſervant à expoſer à la fin de cet article notre ſentiment particulier.

L'*attraction* dans la Philoſophie ancienne étoit, ſelon eux, une eſpece de qualité inhérente à certains corps, & qui réſultoit de leurs *formes*, particulieres & ſpécifiques: & l'idée que les anciens philoſophes atachoient à ce mot de *forme*, étoit fort obſcure.

L'*attraction newtoniene*, au contraire eſt un principe indéfini, c'eſt-à-dire, par lequel on ne veut déſigner ni aucune eſpece ou maniere d'action particuliere, ni aucune cauſe phyſique d'une pareille action, mais ſeulement une tendance en général, un *conatus accedendi* ou *effort pour s'approcher*, quelle qu'en ſoit la cauſe phyſique ou métaphyſique; c'eſt-à-dire, ſoit que la puiſſance qui le produit ſoit inhérente aux corps mêmes, ſoit qu'elle conſiſte dans l'impulſion d'un agent extérieur.

Auſſi Newton dit-il expreſſément dans ſes *principes*, qu'il ſe ſert indifféremment des mots d'*attraction*, d'*impulſion* & de *propenſion*, & avertit le lecteur de ne pas croire que par le mot d'*attraction* il veuille déſigner une maniere d'action ou ſa cauſe efficiente, & ſuppoſer qu'il y a réellement une force attractive dans des centres qui ne ſont que des points mathématiques, *liv. I, pag.* 5. Et, dans un autre endroit, il dit qu'il conſidere les forces centripetes comme des *attractions*, quoique peut-être elles ne ſoient, phyſiquement parlant, que de véritables impulſions, *ib. pag.* 147. Il dit auſſi dans ſon *Optique*, *pag.* 322, que ce qu'il appele *attraction*, eſt peut-être l'effet de quelque impulſion qui agit ſuivant les loix différentes de l'impulſion ordinaire, ou peut-être auſſi l'effet de quelque cauſe qui nous eſt inconnue.

Si on conſidere l'*attraction*, continuent les newtoniens, comme une qualité qui réſulte des formes particulieres de certains corps, on doit la proſcrire avec les ſympathies, antipathies & qualités occultes. Mais, quand on a une fois écarté cette idée, on remarque dans la nature un grand nombre de phénomenes, entr'autres la peſanteur des corps ou leur tendance vers un centre, qui ſemblent n'être point l'effet d'une impulſion, ou dans leſquels au moins l'impulſion n'eſt pas ſenſible: de plus, ajoutent-ils, cette action paroît différée à quelques égards de l'impulſion que nous connoiſſons, car l'impulſion eſt toujours proportionele à la ſurface des corps, au lieu que la gravité agit ſur les parties ſolides & intérieures, & eſt toujours proportionele à la maſſe, & par conſéquent doit être l'effet d'une cauſe qui pénetre toute leur ſubſtance.

D'ailleurs les obſervations nous ont appris qu'il y a divers cas où les corps s'approchent les uns des autres, quoiqu'on ne puiſſe découvrir en aucune maniere qu'il y ait quelque cauſe extérieure qui agiſſe pour les mettre en mouvement. Quiconque attribue ce mouvement à une impulſion extérieure, ſuppoſe donc un peu trop légérement cette cauſe. Ainſi, quand on voit que deux corps éloignés s'approchent l'un de l'autre, on ne doit pas ſe preſſer de conclure que ces corps ſont pouſſés l'un vers l'autre par l'action d'un fluide ou d'un autre corps inviſible, juſqu'à ce que l'expérience l'ait démontré, comme il eſt arivé dans les phénomenes que les anciens attribuoient à l'horreur du vide, & qu'on a reconnus être l'effet de la preſſion de l'air. Encore moins doit-on attribuer ces phénomenes à l'impulſion, lorſqu'il paroît impoſſible, ou au moins très-difficile, de les expliquer par ce principe, comme il eſt prouvé à l'égard de la peſanteur. Muſſch. *Eſſai de Phyſique*.

Le principe inconnu de l'*attraction*, c'eſt-à-dire, inconnu par la cauſe (car les effets ſont ſous les ieux de tout le monde), eſt ce que l'on apele *attraction*; &, ſous ce nom général, on comprend toutes les tendances mutueles dans leſquelles l'impulſion ne ſe manifeſte pas, & qui par conſéquent ne peuvent s'expliquer par le ſecours d'aucunes loix connues de la nature.

C'eſt de là que ſont venues les différentes ſortes d'*attractions*; ſavoir, la peſanteur, l'aſcenſion des liqueurs dans les tuyaux capillaires, la rondeur des goutes de fluide, *&c.*, qui ſont l'effet d'autant de différens principes agiſſans par des loix différentes; *attractions* qui n'ont rien de commun, ſi non qu'elles ne ſont peut-être point l'effet d'une cauſe phyſique, & qu'elles paroiſſent réſulter d'une force inhérente aux corps, par laquelle ils agiſſent ſur des corps éloignés, quoique notre raiſon ait beaucoup de difficulté à admetre une pareille force.

L'*attraction* peut ſe diviſer, eu égard aux loix qu'elle obſerve, en deux eſpeces. La premiere s'étend à une diſtance ſenſible: telles ſont l'*attraction* de la peſanteur qui s'obſerve dans tous les corps, & l'*attraction* du magnétiſme, de l'électricité, *&c.* qui n'a lieu que dans certains corps particuliers. *Voyez les loix de chacune de ces attractions, aux mots* GRAVITÉ, MAGNÉTISME, *&c.*

L'*attraction* de la gravité, que les mathématiciens appelent auſſi *force centripete*, eſt un des plus grands principes & des plus univerſels de la

nature. Nous la voyons & nous la ſentons dans les corps qui ſont proches de la ſurface de la terre, (*Voyez* PESANTEUR); & nous trouvons par obſervation, que la même force (c'eſt-à-dire, cette force qui eſt toujours proportionele à la quantité de matiere, & qui agit en raiſon inverſe du carré de la diſtance), que cette force, dis-je, s'étend juſqu'à la lune & juſqu'aux autres planetes premieres & ſecondaires, auſſi-bien que juſqu'aux cometes, & que c'eſt par elle que les corps céleſtes ſont retenus dans leurs orbites. Or comme nous trouvons la peſanteur dans tous les corps qui ſont le ſujet de nos obſervations, nous ſommes en droit d'en conclure par une des regles reçues en Philoſophie, qu'elle ſe trouve auſſi dans tous les autres: de plus, comme nous remarquons qu'elle eſt proportionele à la quantité de matiere de chaque corps, elle doit exiſter dans chacune de leurs parties; & c'eſt par conſéquent une loi de la nature, que chaque particule de matiere tende vers chaque autre particule. *Voyez* la preuve plus étendue de cette vérité, & l'application de ce principe aux mouvemens des corps céleſtes, ſous les *articles* PHILOSOPHIE NEWTONIENE, SOLEIL, LUNE, PLANETE, COMETE, SATELLITE, CENTRIPETE, CENTRIFUGE.

C'eſt donc de l'*attraction*, ſuivant M. Newton, que proviennent la plupart des mouvemens, & par conſéquent des changemens qui ſe font dans l'univers: c'eſt par elle que les corps peſans deſcendent, & que les corps légers montent; c'eſt par elle que les projectiles ſont dirigés dans leur courſe, que les vapeurs montent, & que la pluie tombe; c'eſt par elle que les fleuves coulent, que l'air preſſe, que l'océan a un flux & reflux. *Voyez* MOUVEMENT, DESCENTE, ASCENSION, PROJECTILE, VAPEUR, PLUIE, FLEUVE, FLUX & REFLUX, AIR, ATMOSPHERE, *&c.* Les mouvemens qui réſultent de ce principe, ſont l'objet de cette partie ſi étendue des Mathématiques, qu'on appele *Méchanique* ou *Statique*, comme auſſi de l'*Hydroſtatique*, de l'*Hydraulique*, *&c. &c.* qui en ſont comme les branches & la ſuite, *&c. Voyez* MÉCHANIQUE, STATIQUE, HYDROSTATIQUE, PNEUMATIQUE; *Voyez auſſi* MATHÉMATIQUE, PHILOSOPHIE, *&c.*

La ſeconde eſpece d'*attraction* eſt celle qui ne s'étend qu'à des diſtances inſenſibles. Telle eſt l'*attraction* mutuele qu'on remarque dans les petites parties dont les corps ſont compoſés; car ces parties s'attirent les unes les autres au point, de contact, ou extrêmement près de ce point, avec une force très-ſupérieure à celle de la peſanteur, mais qui décroît enſuite à une très-petite diſtance, juſqu'à devenir beaucoup moindre que la peſanteur. Un auteur moderne a appelé cette force *attraction de cohéſion*, ſuppoſant que c'eſt elle qui unit les particules élémentaires des corps pour en faire des maſſes ſenſibles.

Toutes les parties des fluides s'attirent mutuélement, comme il paroît par la ténacité & par la rondeur de leurs gouttes, ſi on en excepte l'air, le feu & la lumiere, qu'on n'a jamais vus ſous la forme de gouttes. Ces mêmes fluides ſe forment en gouttes dans le vide comme dans l'air, ils attirent les corps ſolides, & en ſont réciproquement attirés; d'où il paroît que la vertu attractive ſe trouve répandue par-tout. Qu'on mette l'une ſur l'autre deux glaces de miroir bien unies, bien nettes & bien ſeches, on trouvera alors qu'elles tiennent enſemble avec beaucoup de force, de ſorte qu'on ne peut les ſéparer l'une de l'autre qu'avec peine. La même choſe arive dans le vide, lorſqu'on retranche une petite portion de deux balles de plomb, en ſorte que leurs ſurfaces deviennent unies à l'endroit de la ſection, & qu'on les preſſe enſuite l'une contre l'autre avec la main, en leur faiſant faire en même temps la quatrieme partie d'un tour; on remarque que ces balles tiennent enſemble avec une force de 40 ou 50 livres. En général, tous les corps dont les ſurfaces ſont unies, ſeches & nettes, principalement les métaux, ſe collent & s'attachent mutuélement l'un à l'autre quand on les approche; de ſorte qu'il faut quelque force pour les ſéparer. Muſſch. *eſſai de Phyſ.*

Les corps s'attirent réciproquement, non ſeulement lorſqu'ils ſe touchent, mais auſſi lorſqu'ils ſont à une certaine diſtance les uns des autres: car mettez entre les deux glaces de miroir dont nous venons de parler, un fil de ſoie fort fin, alors ces deux glaces ne pouront pas ſe toucher, puiſqu'elles ſeront éloignées l'une de l'autre de toute l'épaiſſeur du fil; cependant on ne laiſſera pas de voir que ces deux glaces s'attirent mutuélement, quoiqu'avec moins de force que lorſqu'il n'y avoit rien entr'elles. Mettez entre les glaces deux fils que vous aurez tordus enſemble, enſuite trois fils tors de même, & vous verrez que l'*attraction* diminuera à meſure que les glaces s'éloigneront l'une de l'autre. Muſſch. *ibid.*

On peut encore faire voir d'une maniere bien ſenſible cette vertu attractive par une expérience curieuſe. Prenez un corps ſolide & opaque, qui finiſſe en pointe, ſoit de métal, ſoit de pierre, ou même de verre; ſi des rayons de lumiere paralleles paſſent tout près de la pointe ou du tranchant de ce corps dans une chambre obſcure, alors le rayon qui ſe trouvera tout près de la pointe, ſera attiré avec beaucoup de force vers le corps; &, après s'être détourné de ſon chemin, il en prendra un autre, étant briſé par l'*attraction* que ce corps exerce ſur lui. Le rayon un peu plus éloigné de la pointe eſt auſſi attiré, mais moins que le précédent, & ainſi il ſera moins rompu, & s'écartera moins de ſon chemin. Le rayon ſuivant qui eſt encore plus éloigné, ſera auſſi moins attiré & moins détourné de ſa premiere route. Enfin, à une certaine diſtance fort petite, il y aura un rayon qui ne ſera plus attiré du tout, ou du moins ſenſiblement, qui conſervera ſans ſe rompre ſa direction primitive. Muſſch. *ibid.*

C'eſt à M. Newton que nous devons la découverte de cette derniere eſpece d'*attraction*, qui n'agit qu'à de très-petites diſtances; comme c'eſt à lui que nous devons la connoiſſance plus parfaite de l'autre, qui agit à des diſtances conſidérables. En effet, les loix du mouvement & de la percuſſion des corps ſenſibles dans les différentes circonſtances où nous pouvons les ſuppoſer, ne paroiſſent pas ſuffiſantes pour expliquer les mouvemens inteſtins des particules des corps, d'où dépendent les différens changemens qu'ils ſubiſſent dans leurs contextures, leurs couleurs, leurs propriétés; ainſi, notre philoſophie ſeroit néceſſairement en défaut, ſi elle étoit fondée ſur le principe ſeul de la gravitation, porté même auſſi loin qu'il eſt poſſible. *Voyez* LUMIERE, COULEUR, *&c.*

Mais outre les loix ordinaires du mouvement dans les corps ſenſibles, les particules dont ces corps ſont compoſés, en obſervent d'autres, qu'on n'a commencé à remarquer que depuis peu de temps, & dont on n'a encore qu'une connoiſſance fort imparfaite. M. Newton, à la pénétration duquel nous en devons la premiere idée, s'eſt preſque contenté d'en établir l'exiſtence; &, après avoir prouvé qu'il y a des mouvemens dans les petites parties du corps, il ajoute que ces mouvemens proviennent de certaines puiſſances ou forces, qui paroiſſent différentes de toutes les forces que nous connoiſſons. „C'eſt en vertu de ces forces, „ ſelon lui, que les petites particules des corps „ agiſſent les unes ſur les autres, même à une „ certaine diſtance, & produiſent par-là pluſieurs „ phénomenes de la nature. Les corps ſenſibles, „ comme nous avons déja remarqué, agiſſent mutuellement les uns ſur les autres; & comme la „ nature agit d'une maniere toujours conſtante & „ uniforme, il eſt fort vrai-ſemblable qu'il y a „ beaucoup de forces de la même eſpece; celles „ dont nous venons de parler s'étendent à des diſtances aſſez ſenſibles, pour pouvoir être remarquées par des ieux vulgaires: mais il peut y „ en avoir d'autres qui agiſſent à des diſtances „ trop petites, pour qu'on ait pu les obſerver juſqu'ici; & l'électricité, par exemple, agit peut-„ être à de telles diſtances, même ſans être excitée par le frotement „.

Cet illuſtre auteur confirme cette opinion par un grand nombre de phénomenes & d'expériences, qui prouvent clairement, ſelon lui, qu'il y a une puiſſance & une action *attractive* entre les particules, par exemple, du ſel & de l'eau; entre celles du vitriol & de l'eau, du fer & de l'eau-forte, de l'eſprit de vitriol & du ſalpêtre. Il ajoute que cette puiſſance n'eſt pas d'une égale force dans tous les corps; qu'elle eſt plus forte, par exemple, entre les particules du ſel de tartre & celles de l'eau-forte, qu'entre les particules du ſel de tartre & celles de l'argent: entre l'eau-forte & la pierre calaminaire, qu'entre l'eau-forte & le fer: entre l'eau-forte & le fer, qu'entre l'eau-forte & le cuivre; encore moindre entre l'eau-forte & l'argent, ou entre l'eau-forte & le mercure. De même l'eſprit de vitriol agit ſur l'eau, mais il agit encore davantage ſur le fer & ſur le cuivre.

Il eſt facile d'expliquer par l'*attraction* mutuele la rondeur que les goutes d'eau affectent; car comme ces parties doivent s'attirer toutes également & en tout ſens, elles doivent tendre à former un corps, dont tous les points de la ſurface ſoient à diſtances égales de ſon centre. Ce corps ſeroit parfaitement ſphérique, ſi les parties qui le compoſent étoient ſans peſanteur: mais cette force qui les fait deſcendre en en-bas, oblige la goute de s'alonger un peu; & c'eſt pour cette raiſon, que les goutes de fluide atachées a la ſurface inférieure des corps, dont le grand axe eſt vertical, prenent une figure un peu ovale. On remarque auſſi cette même figure dans les goutes d'eau qui ſont placées ſur la ſurface ſupérieure d'un plan horizontal; mais alors le petit axe de cette figure eſt vertical, & ſa ſurface inférieure, c'eſt-à-dire, celle qui touche le plan, eſt plane; ce qui vient tant de la peſanteur des particules de l'eau, que de l'*attraction* du corps ſur lequel elles ſont placées, & qui altere l'effet de leur *attraction* mutuele. Auſſi, moins la ſurface ſur laquelle la goute eſt placée, a de force pour attirer ſes parties, plus la goute reſte ronde: c'eſt pour cette raiſon, que les goutes d'eau qu'on voit ſur quelques feuilles de plantes, ſont parfaitement rondes, au lieu que celles qui ſe trouvent ſur du verre, ſur des métaux ou ſur des pierres, ne ſont qu'à demi rondes, ou quelquefois encore moins. Il en eſt de même du mercure, qui ſe partage ſur le papier en petites boules parfaitement rondes, au lieu qu'il prend une figure aplatie lorſqu'il eſt mis ſur du verre ou ſur quelque autre métal. Plus les goutes ſont petites, moins elles ont de peſanteur; & par conſéquent lorſqu'elles viendront à s'attirer, elles formeront un globule beaucoup plus rond que celui qui ſera formé par les groſſes goutes, comme on pouroit le démontrer plus au long, & comme l'expérience le confirme. Il eſt à remarquer que tous ces phénomenes s'obſervent également dans l'air & dans le vide. *Muſſch.*

On peut s'aſſurer encore de la force avec laquelle les particules d'eau s'*attirent*, en prenant une fiole dont le col ſoit fort étroit, & n'air pas plus de deux lignes de diametre, & en renverſant cette fiole, après l'avoir remplie d'eau: car on remarquera alors qu'il n'en ſort pas une ſeule goute.

Comme dans une goute d'eau, les parties qui s'attirent réciproquement ne reſtent pas en repos avant que d'avoir formé une petite boule, de même auſſi deux goutes d'eau ſituées l'une proche de l'autre, & légérement attirées par la ſurface ſur laquelle elles ſe trouvent, ſe précipiteront l'une vers l'autre par leur *attraction* mutuele; & dans l'*inſtant* même de leur premier contact, elles ſe réuniront & formeront une boule, comme on l'obſerve

l'obſerve en effet; la même choſe arrive à deux goutes de mercure.

Lorſqu'on verſe enſemble les parties de divers liquides, elles s'attirent mutuélement; celles qui ſe touchent alors, tienent l'une à l'autre par la force avec laquelle elles agiſſent; c'eſt pourquoi les liquides pouront en ce cas ſe changer en un corps ſolide, qui ſera d'autant plus dur, que l'*attraction* aura été plus forte; ainſi ces liquides ſe coagulеront. *Muſſch.*

Lorſqu'on a fait diſſoudre des parties de ſel dans une grande quantité d'eau, elles ſont attirées par l'eau avec plus de force qu'elles ne peuvent s'attirer mutuélement, & elles reſtent ſéparées aſſez loin les unes des autres: mais lorſqu'on fait évaporer une grande quantité de cette même eau, ſoit par la chaleur du ſoleil, ſoit par celle du feu, ſoit par le moyen du vent, il s'éleve ſur la ſurface de l'eau une pellicule fort mince, formée par les particules de ſel qui ſe tienent en haut, & dont l'eau s'eſt évaporée. Cette pellicule, qui n'eſt compoſée que des parties de ſel, peut alors attirer & ſéparer de l'eau qui eſt au deſſous, différentes particules ſalines, avec plus de force que ne pouvoit faire auparavant cette même eau déja diminuée de volume; car, par l'évaporation d'une grande quantité d'eau, les parties ſalines ſe raprochent davantage, & s'uniſſent beaucoup plus qu'auparavant; & l'eau ſe trouvant en moindre quantité, elle a auſſi moins de force pour pouvoir agir ſur les parties ſalines qui ſont alors attirées en haut vers la pellicule de ſel à laquelle elles ſe joignent. Cette petite peau devient par conſéquent plus épaiſſe & plus peſante que le liquide qui eſt au deſſous, puiſque la peſanteur ſpécifique des parties ſalines eſt beaucoup plus grande que celle de l'eau; ainſi, dès que cette peau eſt devenue fort peſante, elle ſe briſe en pieces; ces morceaux tombent au fond, & continuent d'attirer d'autres parties ſalines; d'où il arive qu'augmentant encore de volume, ils ſe forment en grôſſes maſſes de différentes grandeurs appelées *cryſtaux*. Muſſch.

L'air, quoiqu'il doive ſurnager tous les liquides que nous connoiſſons, & qui ſont beaucoup plus peſans que lui, ne laiſſe pas d'en être *attiré*, & de ſe mêler avec eux; & M. Petit a fait voir par pluſieurs expériences, de quelle maniere il eſt adhérent aux corps fluides, & ſe colle, pour ainſi dire, aux corps ſolides. *Mém. Acad.* 1731.

Les effervеſcences qui arivent lorſqu'on mêle enſemble différens liquides, nous donnent un exemple remarquable de ces ſortes d'*attractions* entre les petites parties des corps fluides; on en verra ci-deſſous une explication un peu plus détaillée.

Il n'eſt pas non plus fort difficile de prouver que les liquides ſont attirés par les corps ſolides. En effet, qu'on verſe de l'eau dans un verre bien net, on remarquera qu'elle eſt attirée ſur les côtés contre leſquels elle monte & auxquels elle s'atache, de ſorte que la ſurface de la liqueur eſt plus baſſe au milieu que celle qui touche les parois du verre, & qui devient concave: au contraire, lorſqu'on verſe du mercure dans un verre, ſa ſurface devient convexe, étant plus haute au milieu que proche les parois du verre; ce qui vient de ce que les parties du mercure s'attirent réciproquement avec plus de force, qu'elles ne ſont attirées par le verre.

Si on prend un corps ſolide bien net, & qui ne ſoit pas gras, & qu'on le plonge dans un liquide, & qu'enſuite on le leve fort doucement & qu'on l'en retire, la liqueur y reſtera atachée, même quelquefois à une hauteur aſſez conſidérable; en ſorte qu'il reſte entre le corps & la ſurface du liquide, une petite colonne qui y demeure ſuſpendue: cette colonne ſe détache & retombe lorſqu'on a élevé le corps aſſez haut, pour que la peſanteur de la colonne l'emporte ſur la *force attractive*. Muſſch.

La force avec laquelle le verre attire les fluides, ſe manifeſte principalement dans les expériences ſur les tuyaux capillaires. *Voyez* TUYAUX CAPILLAIRES.

Il y a une infinité d'autres expériences qui conſtatent l'exiſtence de ce principe d'*attraction* entre les particules des corps.

Toutes ces actions en vertu deſquelles les particules des corps tendent les unes vers les autres, ſont appelées en général par Newton du nom indéfini d'*attraction*, qui eſt également applicable à toutes les actions par leſquelles les corps ſenſibles agiſſent les uns ſur les autres, ſoit par impulſion, ou par quelque autre force moins connue: & par-là cet auteur explique une infinité de phénomenes, qui ſeroient inexplicables par le ſeul principe de la gravité: tels ſont la cohéſion, la diſſolution, la coagulation, la cryſtalliſation, l'aſcenſion des fluides dans les tuyaux capillaires, les ſécrétions animales, la fluidité, la fixité, la fermentation, *&c. Voyez dans les Dictionaires de Phyſique & de Chimie, les articles* COHÉSION, DISSOLUTION, COAGULATION, CRYSTALLISATION, ASCENSION, SÉCRÉTION, FERMENTATION, *&c.*

„ En admétant ce principe, ajoute cet illuſtre „ auteur, on trouvera que la nature eſt par-tout „ conforme à elle-même, & très ſimple dans ſes „ opérations; qu'elle produit tous les grands mou„ vemens des corps céleſtes par l'*attraction* de la „ gravité qui agit ſur les corps, & preſque tous „ les petits mouvemens de leurs parties, par le „ moyen de quelque autre puiſſance *attractive* ré„ pandue dans ces parties. Sans ce principe il n'y „ auroit point de mouvement dans le monde; & „ ſans la continuation de l'action d'une pareille „ cauſe, le mouvement périroit peu à peu, puiſ„ qu'il devroit continuélement décroître & dimi„ nuer, ſi ces puiſſances actives n'en reproduiſoient ſans ceſſe de nouveaux „. *Optique, page* 373.

Il eſt facile de juger après cela combien ſont injuſtes ceux des philoſophes modernes qui ſe dé-

clarent hautement contre le principe de l'*attraction*, ſans en apporter d'autre raiſon, ſinon qu'ils ne conçoivent pas comment un corps peut agir ſur un autre qui en eſt éloigné. Il eſt certain que, dans un grand nombre de phénomenes, les philoſophes ne reconoiſſent point d'autre action, que celle qui eſt produite par l'impulſion & le contact immédiat: mais nous voyons dans la nature pluſieurs effets, ſans y remarquer d'impulſion: ſouvent même nous ſommes en état de prouver, que toutes les explications qo'on peut donner de ces effets, par le moyen des loix connues de l'impulſion, ſont chimériqoes & contraires aux principes de la méchaniqoe la plus ſimple. Rien n'eſt donc plus ſage & plus conforme à la vraie Philoſophie, qne de ſuſpendre notre jugement ſur la nature de la force qui produit ces effets. Par-tout où il y a un effet, nous pouvons conclure qu'il y a une cauſe, ſoit que noos la voyons ou qne nous ne la voyons pas. Mais quand la caoſe eſt inconnue, nous pouvona conſidérer ſimplement l'effet, ſans avoir égard à la cauſe, & c'eſt même à quoi il ſemble qu'un philoſophe doit ſe borner en pareil cas: car, d'un côté, ce ſeroit laiſſer un grand vide dans l'hiſtoire de la nature, que de nous diſpenſer d'examiner un grand nombre de phénomenes ſous prétexte que nous en ignorons la caoſe; & de l'autre, ce ſeroit nous expoſer à faire un roman, que de vouloir raiſoner ſur des canſes qoi nous ſont inconnoea. Les phénomenes de l'*attraction* ſont donc la matiere des recherches phyſiqnes; & en cette qualité ils doivent faire partie d'un ſyſtême de phyſique: mais la cauſe de ces phénomenes n'eſt du reſſort du phyſicien, que quand elle eſt ſenſible, c'eſt-à-dire, quand elle paroît elle-même être l'effet de quelque cauſe plus relevée (car la canſe immédiate d'un effet ne paroît elle-même qu'un effet, la premiere cauſe étant inviſible). Ainſi, nous pouvons ſoppoſer autant de cauſes d'*attraction* qn'il nous plaira, ſans que cela puiſſe nuire aux effets. L'illuſtre Newton ſemble même être indécis ſur la nature de ces cauſes: car il paroît quelquefois regarder la gravité, comme l'effet d'une cauſe immatériele (*Optiq. page* 343, *&c.*); & quelquefois il paroît la regarder comme l'effet d'une cauſe matériele. *Ibid. page* 325.

Dans la philoſophie newtoniene, la recherche de la caoſe eſt le dernier objet qu'on a en vue: jamais on ne penſe à la trouver que quand les loix de l'effet & les phénomenes ſont bien établis, parce qne c'eſt par les effets ſeols qn'on peut remonter juſqn'à la cauſe: les actions mêmes les plus palpables & les plus ſenſibles n'ont point une cauſe entiérement connue: les plus profonds philoſophes ne ſauroient concevoir comment l'impulſion produit le mouvement, c'eſt-à-dire, comment le mouvement d'un corps paſſe dans un autre par le choc: cependant la communication du moovement par l'impulſion eſt un prineipe admis, non ſeulement en Philoſophie, mais encore en Mathématique; & même une grande partie de la Méchanique élémentaire, a pour objer les loix & les effets de cette communication. *Voyez* PERCUSSION *&* COMMUNICATION *de mouvement*.

Concluons donc que quand les phénomenes ſont ſuffiſamment établis, les autres eſpeces d'effets, où on ne remarque point d'impulſion, ont le même droit de paſſer de la Phyſique dans les Mathématiques, ſans qu'on s'embaraſſe d'en aprofondir les cauſes qui ſont peut-être au deſſos de notre portée: il eſt permis de les regarder comme cauſes occulies (car toutes les canſes le ſont, à parler exactement), & de s'en renir aux effets, qui ſont la ſeule choſe immédiatement à notre portée.

Newton a donc éloigné avec raiſon de ſa philoſophie certe diſcuſſion étrangere & métaphyſique; & mal-gré tous les reproches qu'on a cherché à lui faire là-deſſus, il a la gloire d'avoir découvert dans la méchanique un nouveao principe, qui étant bien aprofondi, doit être infiniment plus étendu que ceux de la méchanique ordinaire: c'eſt de ce principe ſeolement que nous pouvons atendre l'explication d'un grand nombre de changemens qui arivent dans les corps, comme productions, générations, corruptions, *&c.* en un mot, de toutes les opérations ſurprenantes de la Chimie. *Voyez* GÉNÉRATION, CORRUPTION, OPÉRATION, CHIMIE, *&c.* (*Dict. de Phyſ. & de Ch.*)

Quelqnes philoſophes anglois ont aprofondi les principes de l'*attraction*. M. Keil en particulier a tâché de déterminer quelques-unes des loix de cette nouvele cauſe, & d'expliquer par ce moyen pluſieurs phénomenes généraux de la nature, comme la cohéſion, la fluidité, l'élaſticité, la fermentation, la moleſſe, la coagnlation. M. Freind, marchant ſur ces traces, a encore fait une application plus étendue de ces mêmes principes aux phénomenes de la Chimie. Auſſi qoelques philoſophes ont été tentés de regarder cette nouvele méchaniqoe comme une ſcience complete, & de penſer qu'il n'y a preſqu'aucun effet phyſique dont la force *attractive* ne fourniſſe une explication immédiate.

Cependant en tirant cette conſéquence, il y auroit lieu de craindre qu'on ne ſe hâtât un peu trop: un principe ſi fécond a beſoin d'être examiné encore plus à fond; & il ſemble qu'avant d'en faire l'application générale à toos les phénomenes, il faodroit examiner plus exactement ſes loix & ſes limites. L'*attraction* en général eſt un principe ſi complexe, qu'on peut par ſon moyen expliqner une infinité de phénomenes différens les uns des autres: mais, juſqn'à ce que nous en connoiſſions mieux les propriétés, il ſeroit peut-être bon de l'appliqoer à moins d'effets, & de l'aprofondir davantage. Il ſe peut faire que toutes les *attractions* ne ſe reſſemblent pas, & que quelques-unes dépendent de certaines cauſes particulieres, dont nous n'avons pu nous former juſqu'à préſent aucune idée, parce qoe nous n'avons pas

aſſez d'obſervations exactes, ou parce que les phénomenes ſont ſi peu ſenſibles qu'ils échapent à nos ſens. Ceux qui viendront après nous, découvriront peut-être ces diverſes ſortes de phénomenes : c'eſt pourquoi nous devons rencontrer un grand nombre de phénomenes qu'il nous eſt impoſſible de bien expliquer, ou de démontrer avant que ces cauſes aient été découvertes. Quant au mot d'*attraction*, on peut ſe ſervir de ce terme juſqu'à ce que la cauſe ſoit mieux connue.

Pour donner un eſſai du principe d'*attraction*, & de la maniere dont quelques philoſophes l'ont appliqué, nous joindrons ici les principales loix qui ont été données par M. Newton, M. Keil, M. Freind, *&c.*

Théor. I. Outre la force *attractive* qui retient les planetes & les cometes dans leurs orbites, il y en a une autre par laquelle les différentes parties dont les corps ſont compoſés, s'attirent mutuélement les unes les autres ; & cette force décroît plus qu'en raiſon inverſe du carré de la diſtance.

Ce théorême, comme nous l'avons déja remarqué, peut ſe démontrer par un grand nombre de phénomenes. Nous ne rapélerons ici que les plus ſimples & les plus communs : par exemple, la figure ſphérique que les goutes d'eau prenent, ne peut provenir que d'une pareille force : c'eſt par la même raiſon que deux boules de mercure s'uniſſent & s'incorporent en une ſeule dès qu'elles vienent à ſe toucher, ou qu'elles ſont fort près l'une de l'autre : c'eſt encore en vertu de cette force que l'eau s'éleve dans les tuyaux capillaires, *&c.*

A l'égard de la loi préciſe de cette *attraction*, on ne l'a point encore déterminée : tout ce que l'on ſait certainement, c'eſt qu'en s'éloignant du point de contact, elle décroît plus que dans la raiſon inverſe du carré de la diſtance, & que par conſéquent elle ſuit une autre loi que la gravité. En effet, ſi cette force ſuivoit la loi de la raiſon inverſe du carré de la diſtance, elle ne ſeroit guere plus grande au point de contact que fort proche de ce point ; car M. Newton a démontré dans ſes *Principes mathématiques*, que ſi l'*attraction* d'un corps eſt en raiſon inverſe du carré de la diſtance, cette *attraction* eſt finie au point de contact, & qu'ainſi elle n'eſt guere plus grande au point de contact, qu'à une petite diſtance de ce point ; au contraire, lorſque l'*attraction* décroît plus qu'en raiſon inverſe du carré de la diſtance, par exemple, en raiſon inverſe du cube, ou d'une autre puiſſance plus grande que le carré ; alors, ſelon les démonſtrations de M. Newton, l'*attraction* eſt infinie au point de contact, & finie à une très-petite diſtance de ce point. Ainſi, l'*attraction* au point de contact eſt beaucoup plus grande, qu'elle n'eſt à une très-petite diſtance de ce même point. Or il eſt certain par toutes les expériences, que l'*attraction* qui eſt très-grande au point de contact, devient preſqu'inſenſible à une très-petite diſtance de ce point. D'où il s'enſuit que l'*attraction* dont il s'agit, décroît en raiſon inverſe d'une puiſſance plus grande que le carré de la diſtance : mais l'expérience ne nous a point encore appris, ſi la diminution de cette force ſuit la raiſon inverſe du cube, ou d'une autre puiſſance plus élevée.

II. La quantité de l'*attraction* dans tous les corps très-petits, eſt proportionele, toutes choſes d'ailleurs égales, à la quantité de matiere du corps *attirant*, parce qu'elle eſt en effet, ou du moins à très-peu-près, la ſomme ou le réſultat des *attractions* de toutes les parties dont le corps eſt compoſé ; ou, ce qui revient au même, l'*attraction* dans tous les corps fort petits, eſt comme leurs ſolidités, toutes choſes d'ailleurs égales.

Donc, 1°. à diſtances égales, les *attractions* de deux corps très-petits ſeront comme leurs maſſes, quelque différence qu'il y ait d'ailleurs entre leur figure & leur volume.

2°. A quelque diſtance que ce ſoit, l'*attraction* d'un corps très-petit eſt comme ſa maſſe diviſée par le carré de la diſtance.

Il faut obſerver que cette loi, priſe rigoureuſement, n'a lieu qu'à l'égard des atomes, ou des plus petites parties compoſantes des corps, que quelques-uns appelent *particules de la derniere compoſition*, & non pas à l'égard des corpuſcules faits de ces atomes.

Car lorſqu'un corps eſt d'une grandeur finie, l'*attraction* qu'il exerce ſur un point placé à une certaine diſtance, n'eſt autre choſe que le réſultat des *attractions*, que toutes les parties du corps *attirant* exercent ſur ce point, & qui, en ſe combinant toutes enſemble, produiſent ſur ce point une force ou une tendance unique dans une certaine direction. Or, comme toutes les particules dont le corps *attirant* eſt compoſé, ſont différemment ſituées par raport au point qu'elles attirent, toutes les forces que ces particules exercent ont chacune une valeur & une direction différente ; & ce n'eſt que par le calcul qu'on peut ſavoir ſi la force unique qui en réſulte eſt comme la maſſe totale du corps *attirant* diviſée par le carré de la diſtance. Auſſi cette propriété n'a-t-elle lieu que dans un très-petit nombre de corps, par exemple dans les ſpheres, de quelque grandeur qu'elles puiſſent être. M. Newton a démontré que l'*attraction* qu'elles exercent ſur un point placé à une diſtance quelconque, eſt la même que ſi toute la matiere étoit concentrée & réunie au centre de la ſphere ; d'où il s'enſuit que l'*attraction* d'une ſphere eſt en général comme ſa maſſe diviſée par le carré de la diſtance qu'il y a du point *attiré* au centre de la ſphere. Lorſque le corps *attirant* eſt fort petit, toutes ſes parties ſont cenſées être à la même diſtance du point *attiré*, & ſont cenſées agir à peu près dans le même ſens ; c'eſt pour cela que dans les petits corps, l'*attraction* eſt cenſée proportionele à la maſſe diviſée par le carré de la diſtance.

Au reſte, c'eſt toujours à la maſſe, & non à la grôſſeur ou au volume, que l'*attraction* eſt proportionele; car l'*attraction* totale eſt la ſomme des *attractions* particulieres des atomes dont un corps eſt compoſé. Or ces atomes peuvent être tellement unis enſemble, que les corpuſcules les plus ſolides forment les particules plus légeres, c'eſt-à-dire, que leurs ſurfaces n'étant point propres pour ſe toucher intimement, elles ſeront ſéparées par de ſi grands interſtices, que la grôſſeur ne ſera point proportionele à la qnantité de matiere.

III. Si un corps eſt compoſé de particules, dont chacune ait une force *attractive* décroiſſante en raiſon triplée ou plus que triplée des diſtances, la force avec laquelle une particule de matiere ſera attirée par ce corps au point de contact, ſera infiniment plus grande que ſi cette particule étoit placée à une diſtance donnée du corps. M. Newton a démontré cette propoſition dans ſes *principes*, comme nous l'avons déja remarqué. Voyez *Princ. math. ſect. xiij, liv. I, propoſition premiere*.

IV. Dans la même ſuppoſition, ſi la force *attractive* qui agit à une diſtance aſſignable, a un raport fini avec la gravité, la force *attractive* au point de contact, ou infiniment près de ce point, ſera infiniment plus grande que la force de la gravité.

V. Mais ſi, dans le point de contact, la force *attractive* a un raport fini à la gravité, la force à une diſtance aſſignable ſera infiniment moindre que la force de la gravité, & par conſéqnent ſera nulle.

VI. La force *attractive* de chaque particule de matiere au point de contact, ſurpaſſe preſqu'infiniment la force de la gravité, mais cependant n'eſt pas infiniment plus grande. De ce théoréme & du précédent, il s'enſuit que la force *attractive* qui agit à une diſtance donnée quelconque, ſera preſqu'égale à zéro.

Par conſéquent cette force *attractive* des corps terreſtres ne s'étend que dans un eſpace extrêmement petit, & s'évanouit à une grande diſtance. C'eſt ce qui fait qu'elle ne peut rien déranger dans le mouvement des corps céleſtes qui en ſont fort éloignés, & que toutes les planetes continuent ſenſiblement leur cours, comme s'il n'y avoit point de force *attractive* dans les corps terreſtres.

Où la force *attractive* ceſſe, la force répulſive commence, ſelon M. Newton, ou plutôt la force *attractive* ſe change en force *répulſive*. *Voy.* RÉPULSION.

VII. Suppoſons un corpuſcule qui touche un corps: la force par laquelle le corpuſcule eſt pouſſé, c'eſt-à-dire, la force avec laquelle il eſt adhérent au corps qu'il touche, ſera proportionele à la quantité du contact; car les parties un peu éloignées du point de contact ne contribuent en rien à la cohéſion.

Il y a donc différens degrés de cohéſion, ſelon la différence qui peut ſe trouver dans le contact des particules; la force de la cohéſion eſt la plus grande qu'il eſt poſſible, lorſque la ſurface touchante eſt plane: en ce cas, toutes choſes d'ailleurs égales, la force par laquelle le corpuſcule eſt adhérent, ſera comme les parties des ſurfaces touchantes.

C'eſt pour cette raiſon que deux marbres parfaitement polis, qui ſe touchent par leurs ſurfaces planes, ſont ſi difficiles à ſéparer, & ne peuvent l'être que par un poids fort ſupérieur à celui de l'air qui les preſſe.

VIII. La force de l'*attraction* croît dans les petites particules à meſure que le poids & la grôſſeur de ces particules diminue, ou, pour s'expliquer plus clairement, la force de l'*attraction* decroît moins à proportion que la maſſe, toutes choſes d'ailleurs égales.

Car, comme la force *attractive* n'agit qu'au point de contact, ou fort près de ce point, le moment de cette force doit être comme la quantité de contact, c'eſt-à-dire, comme la denſité des parties & la grandeur de leurs ſurfaces: or les ſurfaces des corps croiſſent ou décroiſſent comme les carrés des diametres, & les ſolidités comme les cubes de ces mêmes diametres; par conſéquent, les plus petites particules ayant plus de ſorface à proportion de leur ſolidité, ſont capables d'un contact plus fort, *&c.* Les corpuſcules dont le contact eſt le plus petit & le moins étendu qu'il eſt poſſible, comme les ſpheres infiniment petites, ſont ceux qu'on peut ſéparer le plus aiſément l'un de l'autre.

On peut tirer de ce principe la cauſe de la fluidité; car, regardant les parties des fluides comme de petites ſpheres ou globules très polis, on voit que leur *attraction* & cohéſion mutuele doit être très-peu conſidérable, & qu'elles doivent être fort faciles à ſéparer & à gliſſer les unes ſur les autres; ce qui conſtitue la fluidité.

IX. La force par laquelle un corpuſcule eſt attiré par un autre corps qui en eſt proche, ne reçoit aucun changement dans ſa qnantité, ſoit que la matiere du corps attirant croiſſe ou diminue, pourvu que le corps attirant conſerve toujours la même denſité, & que le corpuſcule demeure toujours à la même diſtance.

Car, puiſque la puiſſance attractive n'eſt répandue que dans un fort petit eſpace, il s'enſuit que les corpuſcules qui ſont éloignés d'un autre, ne contribuent en rien pour attirer celui-ci; par conſéquent le corpuſcule ſera attiré vers celui qui en eſt proche, avec la même force, ſoit que les autres corpuſcules y ſoient ou n'y ſoient pas, & par conſéquent auſſi, ſoit qu'on en ajoute d'autres ou non.

Donc les particules auront différentes forces attractives, ſelon la différence de leur ſtructure: par exemple, une particule percée dans ſa longueur n'attirera pas ſi fort qu'une particule qui ſeroit entiere; de même auſſi la différence dans la figure en produira une dans la force attractive. Ainſi une ſphere attirera plus qu'un cône, qu'un cylindre, *&c.*

Digitized by Google

X. Suppoſons que la contexture d'un corps ſoit telle, que les dernieres particules élémentaires dont il eſt compoſé ſoient un peu éloignées de leur premier contact par l'action de quelque force extérieure, comme par le poids ou l'impulſion d'un autre corps, mais ſans acquérir en vertu de cette force un nouveau contact; dès que l'action de cette force aura ceſſé, ces particules tendant les unes vers les autres par leur force attractive, retourneront auſſi-tôt à leur premier contact. Or, quand les parties d'un corps, après avoir été déplacées, retournent dans leur premiere ſituation, la figure du corps, qui avoit été changée par le dérangement des parties, ſe rétablit auſſi dans ſon premier état: donc les corps qui ont perdu leur figure primitive, peuvent la recouvrer par l'*attraction*.

Par-là on peut expliquer la cauſe de l'élaſticité; car quand les particules d'un corps ont été un peu dérangées de leur ſituation par l'action de quelque force extérieure, ſi tôt que cette force ceſſe d'agir, les parties ſéparées doivent retourner à leur premiere place, & par conſéquent le corps doit reprendre ſa figure, *&c.*

XI. Mais ſi la contexture d'un corps eſt telle que ſes parties, lorſqu'elles perdent leur contact par l'action de quelque cauſe extérieure, en reçoivent un autre du même degré de force, ce corps ne pourra reprendre ſa premiere figure.

Par-là on peut expliquer en quoi conſiſte la moleſſe des corps.

XII. Un corps plus peſant que l'eau peut diminuer de grôſſeur à un tel point, que ce corps demeure ſuſpendu dans l'eau ſans deſcendre, comme il le devroit faire par ſa propre peſanteur.

Par-là on peut expliquer pourquoi les particules ſalines, métalliques, & les autres petits corps ſemblables, demeurent ſuſpendus dans les fluides qui les diſſolvent.

XIII. Les grands corps s'approchent l'un de l'autre avec moins de viteſſe que les petits corps. En effet, la force avec laquelle deux corps *A*, *B* s'attirent, *Fig.* 32, *Méch. n°.* 2, réſide ſeulement dans les particules de ces corps les plus proches; car les parties plus éloignées n'y contribuent en rien: par conſéquent la force qui tend à mouvoir les corps *A* & *B*, n'eſt pas plus grande que celle qui tendroit à mouvoir les ſeules particules *c* & *d*. Or les viteſſes des différens corps mûs par une même force ſont en raiſon inverſe des maſſes de ces corps; car plus la maſſe à mouvoir eſt grande, moins cette force doit lui imprimer de viteſſe: donc la viteſſe avec laquelle le corps *A* tend à s'approcher de *B*, eſt à la viteſſe avec laquelle la particule *c* tendroit à ſe mouvoir vers *B*, ſi elle étoit détachée du corps *A*, comme la particule *c* eſt au corps *A*; donc la viteſſe du corps *A* eſt beaucoup moindre que celle qu'auroit la particule *c*, ſi elle étoit détachée du corps *A*.

C'eſt pour cela que la viteſſe avec laquelle deux petits corpuſcules tendent à s'approcher l'un de l'autre, eſt en raiſon inverſe de leurs maſſes; c'eſt auſſi pour cette même raiſon que le mouvement des grands corps eſt naturélement ſi lent, que le fluide environant & les autres corps adjacens le retardent & le diminuent conſidérablement; au lieu que les petits corps ſont capables d'un mouvement beaucoup plus grand, & ſont en état par ce moyen de produire un très-grand nombre d'effets, tant il eſt vrai que la force ou l'énergie de l'*attraction* eſt beaucoup plus conſidérable dans les petits corps que dans les grands. On peut auſſi déduire du même principe la raiſon de cet aſiôme de Chimie: *Les ſels n'agiſſent que quand ils ſont diſſous*.

XIV. Si un corpuſcule placé dans un fluide eſt également attiré en tout ſens par les particules environantes, il ne doit recevoir aucun mouvement; mais s'il eſt attiré par quelques particules plus fortement que par d'autres, il doit ſe mouvoir vers le côté où l'*attraction* eſt la plus grande, & le mouvement qu'il aura ſera proportioné à l'inégalité d'*attraction*, c'eſt-à-dire, que plus cette inégalité ſera grande, plus auſſi le mouvement ſera grand: & au contraire.

XV. Si des corpuſcules nagent dans un fluide, & qu'ils s'attirent les uns les autres avec plus de force qu'ils n'attirent les particules intermédiaires du fluide, & qu'ils n'en ſont attirés, ces corpuſcules doivent s'ouvrir un paſſage à travers les particules du fluide, & s'approcher les uns des autres avec une force égale à l'excès de leur force attractive ſur celle des parties du fluide.

XVI. Si un corps eſt plongé dans un fluide dont les particules ſoient attirées plus fortement par les parties du corps, que les parties de ce corps ne s'attirent mutuélement, & qu'il y ait dans ce corps un nombre conſidérable de pores ou d'interſtices à travers leſquels les particules du fluide puiſſent paſſer, le fluide traverſera ces pores. De plus, ſi la cohéſion des parties du corps n'eſt pas aſſez forte pour réſiſter à l'éfort que le fluide fera pour les ſéparer, ce corps ſe diſſoudra.

Donc pour qu'un menſtrue ſoit capable de diſſoudre un corps donné, il faut trois conditions; 1°. que les parties du corps attirent les particules du menſtrue plus fortement qu'elles ne s'attirent elles-mêmes les unes les autres; 2°. que les potes du corps ſoient perméables aux particules du menſtrue; 3°. que la cohéſion des parties du corps ne ſoit pas aſſez forte pour réſiſter à l'éfort & à l'irruption des particules du menſtrue.

XVII. Les ſels ont une grande force attractive, même lorſqu'ils ſont ſéparés par beaucoup d'interſtices qui laiſſent un libre paſſage à l'eau: par conſéquent les particules de l'eau ſont fortement attirées par les particules ſalines; de ſorte qu'elles ſe précipitent dans les pores des parties ſalines, ſéparent ces parties & diſſolvent le ſel.

XVIII. Si les corpuſcules ſont plus attirés par les parties du fluide qu'elles ne s'attirent les unes les autres, ces corpuſcules doivent s'éloigner les

Digitized by Google

uns des autres, & ſe répandre çà & là dans le fluide.

Par exemple, ſi on diſſout un peu de ſel dans une grande quantité d'eau, les particules du ſel, quoique d'une peſanteur ſpécifique plus grande que celle de l'eau, ſe répandront & ſe diſperſeront dans toute la maſſe de l'eau, de maniere que l'eau ſera auſſi ſalée au fond qu'à ſa partie ſupérieure. Cela ne prouve-t-il pas que les parties du ſel ont une force centriſuge ou répulſive, par laquelle elles tendent à s'éloigner les unes des autres, ou plutôt qu'elles ſont attirées par l'eau plus fortement qu'elles ne s'attirent les unes les autres? En effet, comme tout corps monte dans l'eau lorſqu'il eſt moins attiré par ſa gravité terreſtre que les parties de l'eau, de même toutes les parties de ſel qui flotent dans l'eau, & qui ſont moins attirées par une partie quelconque de ſel que les parties de l'eau ne le ſont; toutes ces parties, dis-je, doivent s'éloigner de la partie de ſel dont il s'agit, & laiſſer leur place à l'eau qui en eſt plus attirée. Newton, *Opt. p.* 363.

XIX. Si des corpuſcules qui nagent dans un fluide tendent les uns vers les autres, & que ces corpuſcules ſoient élaſtiques, ils doivent, après s'être rencontrés, s'éloigner de nouveau, juſqu'à ce qu'ils rencontrent d'autres corpuſcules qui les réfléchiſſent; ce qui doit produire une grande quantité d'impulſions, de répercuſſions, & pour ainſi dire de conflits entre ces corpuſcules. Or, en vertu de la force attractive, la viteſſe de ces corps augmentera continuélement; de maniere que le mouvement inteſtin des particules deviendra enfin ſenſible aux ieux.

De plus, ces mouvemens ſeront différens, & ſeront plus ou moins ſenſibles & plus ou moins prompts, ſelon que les corpuſcules s'attireront l'un l'autre avec plus ou moins de force, & que leur élaſticité ſera plus ou moins grande.

XX. Si les corpuſcules qui s'attirent l'un l'autre viennent à ſe toucher mutuélement, ils n'auront plus de mouvement, parce qu'ils ne peuvent s'approcher de plus près. S'ils ſont placés à une très-petite diſtance l'un de l'autre, ils ſe mouvront: mais ſi on les place à une diſtance plus grande, de maniere que la force avec laquelle ils s'attirent l'un l'autre, ne ſurpaſſe point la force avec laquelle ils attirent les particules intermédiaires du fluide; alors ils n'auront plus de mouvement.

De ce principe dépend l'explication de tous les phénomenes de la fermentation & de l'ébullition. *Voyez* FERMENTATION & ÉBULLITION. (*Dict. de Phyſ. & de Ch.*)

Ainſi, on peut expliquer par-là pourquoi l'huile de vitriol fermente & s'échauſe quand on verſe un peu d'eau deſſus; car les particules ſalines qui ſe touchoient ſont un peu déſunies par l'effuſion de l'eau: or, comme ces particules s'attirent l'une l'autre plus fortement qu'elles n'attirent les particules de l'eau, & qu'elles ne ſont pas également attirées en tout ſens; elles doivent néceſſairement ſe mouvoir & fermenter. *Voyez* VITRIOL. (*Dict. de Ch.*)

C'eſt auſſi pour cette raiſon qu'il ſe fait une ſi violente ébullition, lorſqu'on ajoute à ce mélange de la limaille d'acier; car les particules de l'acier ſont fort élaſtiques, & par conſéquent ſont réfléchies avec beaucoup de force.

On voit auſſi pourquoi certains menſtrues agiſſent plus fortement, & diſſolvent plus promptement le corps lorſque ces menſtrues ont été mêlés avec l'eau. Cela s'obſerve lorſqu'on verſe ſur le plomb ou ſur quelques autres métaux de l'huile de vitriol, de l'eau-forte, de l'eſprit de nitre rectifiés; car ces métaux ne ſe diſſoudront qu'après qu'on y aura verſé de l'eau.

XXI. Si les corpuſcules qui s'attirent mutuélement l'un l'autre n'ont point de force élaſtique, ils ne ſeront point réfléchis; mais ils ſe joindront en petites maſſes, d'où naîtra la coagulation.

Si la peſanteur des particules ainſi réunies ſurpaſſe la peſanteur du fluide, la précipitation s'en ſuivra. *Voyez* PRÉCIPITATION. (*Dict. de Ch.*)

XXII. Si des corpuſcules nageant dans un fluide s'*attirent* mutuélement, & ſi la figure de ces corpuſcules eſt telle, que quelques-uns de leurs parties aient plus de force *attractive* que les autres, & que le contact ſoit auſſi plus fort dans certaines parties que dans d'autres, ces corpuſcules s'uniront en prenant de certaines figures; ce qui produira la cryſtalliſation. *Voy.* CRYSTALLISATION. (*Ibid.*)

Des corpuſcules qui ſont plongés dans un fluide dont les parties ont un mouvement progreſſif égal & uniforme, s'*attirent* mutuélement de la même maniere que ſi le fluide étoit en repos; mais ſi toutes les parties du fluide ne ſe meuvent point également, l'*attraction* des corpuſcules ne ſera plus la même.

C'eſt pour cette raiſon que les ſels ne cryſtalliſent point, à moins que l'eau où on les met, ne ſoit froide.

XXIII. Si entre deux particules de fluide ſe trouve placé un corpuſcule dont les deux côtés oppoſés aient une grande force *attractive*, ce corpuſcule forcera les particules du fluide de s'unir & de ſe conglutiner avec lui; & s'il y a pluſieurs corpuſcules de cette ſorte répandus dans le fluide, ils fixeront toutes les particules du fluide, & en feront un corps ſolide, & le fluide ſera gelé ou changé en glace.

XXIV. Si un corps envoie hors de lui une grande quantité de corpuſcules dont l'*attraction* ſoit très-forte, ces corpuſcules, lorſqu'ils approcheront d'un corps fort léger, ſurmonteront par leur *attraction* la peſanteur de ce corps, & l'attireront à eux; & comme les corpuſcules ſont en plus grande abondance à de petites diſtances du corps qu'à de plus grandes, le corps léger ſera continuélement tiré vers l'endroit où l'émanation eſt la plus denſe, juſqu'à ce qu'enfin il vienne s'attacher au corps même d'où les émanations partent.

Digitized by Google

Par-là on peut expliquer pluſieurs phénomenes de l'électricité. *Voyez* ÉLECTRICITÉ. (*Dict. de Phyſ.*)

Nous avons cru devoir raporter ici ces différens théorêmes ſur l'*attraction*, pour faire voir comment on a tâché d'expliquer, à l'aide de ce principe, pluſieurs phénomenes de Chimie: nous ne prétendons point cependant garantir aucune de ces explications; & nous avouerons même que la plupart d'entr'elles ne paroiſſent point avoir cette préciſion & cette clarté qui eſt néceſſaire dans l'expoſition des cauſes des phénomenes de la nature. Il eſt pourtant permis de croire que l'*attraction* peut avoir beaucoup de part aux effets dont il s'agit; & la maniere dont on croit qu'elle peut y ſatisfaire, eſt encore moins vague que celle dont on prétend les expliquer dans d'autres ſyſtêmes. Quoi qu'il en ſoit, le parti le plus ſage eſt ſans doute de ſuſpendre encore ſon jugement ſur ces choſes de détail, juſqu'a ce que nous ayons une connoiſſance plus parfaite des corps & de leurs propriétés.

Voici donc, pour ſatisfaire à ce que nous avons promis au commencement de cet article, ce qu'il nous ſemble qu'on doit penſer ſur l'*attraction*.

Tous les philoſophes conviennent qu'il y a une force qui fait tendre les planetes premieres vers le ſoleil, & les planetes ſecondaires vers leurs planetes principales. Comme il ne faut point multiplier les principes ſans néceſſité, & que l'impulſion eſt le principe le plus connu & le moins conteſté du mouvement des corps, il eſt clair que la premiere idée d'un philoſophe doit être d'attribuer cette force à l'impulſion d'un fluide. C'eſt à cette idée que les tourbillons de Deſcartes doivent leur naiſſance; & elle paroiſſoit d'autant plus heureuſe, qu'elle expliquoit à la fois le mouvement de tranſlation des planetes par le mouvement circulaire de la matiere du tourbillon, & leur tendance vers le ſoleil par la force centrifuge de cette matiere. Mais ce n'eſt pas aſſez pour une hypotheſe de ſatisfaire aux phénomenes en grôs, pour ainſi dire, & d'une maniere vague; les détails en ſont la pierre de touche, & ces détails ont été la ruine du ſyſtême carteſien. *Voy.* PESANTEUR, TOURBILLON, *&c.*

Il faut donc renoncer aux tourbillons, quelque agréable que le ſpectacle en paroiſſe. Il y a plus; on eſt preſque forcé de convenir que les planetes ne ſe meuvent point en vertu de l'action d'un fluide: car de quelque maniere qu'on ſuppoſe que ce fluide agiſſe, on ſe trouve expoſé de tous côtés à des difficultés inſurmontables: le ſeul moyen de s'en tirer, ſeroit de ſuppoſer un fluide qui fût capable de pouſſer dans un ſens & qui ne réſiſtât pas dans un autre: mais le remede, comme on voit, ſeroit pire que le mal. On eſt donc réduit à dire, que la force qui fait tendre les planetes vers le ſoleil vient d'un principe inconnu, & ſi l'on veut, d'une *qualité occulte*; pourvu qu'on n'attache point à ce mot d'autre idée que celle qu'il préſente naturellement, c'eſt-à-dire, d'une cauſe qui nous eſt cachée. C'eſt vrai-ſemblablement le ſens qu'Ariſtote y atachoit, en quoi il a été plus ſage que ſes ſectateurs, & que bien des philoſophes modernes.

Nous ne dirons donc point, ſi l'on veut, que l'*attraction* eſt une propriété primordiale de la matiere, mais nous nous garderons bien auſſi d'affirmer, que l'impulſion ſoit le principe néceſſaire des mouvemens des planetes. Nous avouons même que ſi nous étions forcés de prendre un parti, nous pencherions bien plutôt pour le premier que pour le ſecond; puiſqu'il n'a pas encore été poſſible d'expliquer par le principe de l'impulſion, les phénomenes céleſtes; & que l'impoſſibilité même de les expliquer par ce principe, eſt apuiée ſur des preuves très-fortes, pour ne pas dire ſur des démonſtrations. Si M. Newton paroît indécis, en quelques endroits de ſes ouvrages, ſur la nature de la force *attractive*; s'il avoue même qu'elle peut venir d'une impulſion, il y a lieu de croire que c'étoit une eſpece de tribut qu'il vouloit bien payer au préjugé, ou, ſi l'on veut, à l'opinion générale de ſon ſiecle; & on peut croire qu'il avoit pour l'autre ſentiment une ſorte de prédilection; puiſqu'il a ſoufert que M. Côtes ſon diſciple adoptât ce ſentiment ſans aucune réſerve, dans la préface qu'il a miſe à la tête de la ſeconde édition des *Principes*; préface faite ſous les yeux de l'auteur, & qu'il paroît avoir approuvée. D'ailleurs M. Newton admet entre les corps céleſtes une *attraction* réciproque; & cette opinion ſemble ſuppoſer que l'*attraction* eſt une vertu inhérente aux corps. Quoi qu'il en ſoit, la force *attractive*, ſelon M. Newton, décroît en raiſon inverſe des carrés des diſtances: ce grand philoſophe a expliqué par ce ſeul principe une grande partie des phénomenes céleſtes; & tous ceux qu'on a tenté d'expliquer depuis par ce même principe, l'ont été avec une facilité & une exactitude qui tient du prodige. Le ſeul mouvement des apſides de la lune a paru durant quelque temps ſe refuſer à ce ſyſtême: mais ce point a été enfin décidé, & le ſyſtême Newtonien en eſt ſorti à ſon honeur. *Voyez* LUNE. Toutes les autres inégalités du mouvement de la lune, qui, comme l'on ſait, ſont très-conſidérables & en grand nombre, s'expliquent très-heureuſement dans le ſyſtême de l'*attraction*. Je m'en ſuis auſſi aſſuré par le calcul, & j'ai publié mon travail.

Tous les phénomenes nous démontrent donc qu'il y a une force qui fait tendre les planetes les unes vers les autres. Ainſi, nous ne pouvons nous diſpenſer de l'admettre; & quand nous ſerions forcés de la reconoître comme primordiale & inhérente à la matiere, j'oſe dire que la difficulté de concevoir une pareille cauſe ſeroit un argument bien foible contre ſon exiſtence. Perſone ne doute qu'un corps qui en rencontre un autre ne lui communique du mouvement: mais avons-nous une idée de la vertu par laquelle ſe fait cette commu-

Digitized by Google

nication ? Les philoſophes ont avec le vulgaire bien plus de reſſemblance qu'ils ne s'imaginent. Le peuple ne s'étone point de voir une pierre tomber, parce qu'il l'a toujours vue ; de même les philoſophes, parce qu'ils ont vu dès l'enfance les effets de l'impulſion, n'ont aucune inquiétude ſur la cauſe qui les produit. Cependant ſi tous les corps qui en rencontrent un autre s'arrêtoient ſans leur communiquer du mouvement, un philoſophe qui verroit, pour la premiere fois, un corps en pouſſer un autre, ſeroit auſſi ſurpris qu'un homme qui verroit un corps peſant ſe ſoutenir en l'air ſans retomber. Quand nous ſaurions en quoi conſiſte l'impénétrabiliré des corps, nous n'en ſerions peut-être guere plus éclairés ſur la nature de la force impulſive. Nous voyons ſeulement, qu'en conſéquence de cette impénétrabilité, le choc d'un corps contre un autre doit être ſuivi de quelque changement, ou dans l'état des deux corps, ou dans l'état de l'un des deux : mais nous ignorons, & apparemment nous ignorerons toujours, par quelle vertu ce changement s'exécute, & pourquoi, par exemple, un corps qui en choque un autre ne reſte pas toujours en repos après le choc, ſans communiquer une partie de ſon mouvement au corps choqué. Nous croyons que l'*attraction* répugne à l'idée que nous avons de la matiere : mais aprofondiſſons cette idée, nous ſerons éfrayés de voir combien peu elle eſt diſtincte, & combien nous devons être réſervés dans les conſéquences que nous en tirons. L'univers eſt caché pour nous derriere une eſpece de voile, à travers lequel nous entrevoyons confuſément quelques points. Si ce voile ſe déchiroit tout-à-coup, peut-être ſerions nous bien ſurpris de ce qui ſe paſſe derriere. D'ailleurs la prétendue incompatibilité de l'*attraction* avec la matiere, n'a plus lieu dès qu'on admet un être intelligent & ordonateur de tout, à qui il a été auſſi libre de vouloir que les corps agiſſent les uns ſur les autres à diſtance, que dans le contact.

Mais autant que nous devons être portés à croire l'exiſtence de la force d'*attraction* dans les corps céleſtes, autant, ce me ſemble, nous devons être réſervés à aller plus avant. 1°. Nous ne dirons point que l'*attraction* eſt une propriété *eſſentiele* de la matiere, c'eſt beaucoup de la regarder comme une propriété *primordiale* ; & il y a une grande différence entre une propriété *primordiale* & une propriété *eſſentiele*. L'impénétrabilité, la diviſibilité, la mobilité, ſont du premier genre ; la vertu impulſive eſt du ſecond. Dès que nous concevons un corps, nous le concevons néceſſairement diviſible, étendu, impénétrable : mais nous ne concevons pas néceſſairement qu'il mette en mouvement un autre corps : 2°. Si on croit que l'*attraction* ſoit une propriété inhérente à la matiere, on pouroit en conclure que la loi du carré s'obſerve dans toutes ſes parties. Peut-être néanmoins ſeroit-il plus ſage de n'admettre l'*attraction* qu'entre les parties des planetes, ſans prendre notre parti ſur la nature ni ſur la cauſe de cette force, juſqu'à ce que de nouveaux phénomenes nous éclairent ſur ce ſujet. Mais du moins faut-il bien nous garder d'aſſurer que quelques parties de la matiere s'attirent ſuivant d'autres loix que celles du carré. Cette propoſition ne paroît point ſuffiſament démontrée. Les faits ſont l'unique bouſſole qui doit nous guider ici, & je ne crois pas que nous en ayons encore un aſſez grand nombre pour nous élever à une aſſertion ſi hardie : on peut en juger par les différens théorêmes que nous venons de raporter d'après M. Keil & d'autres philoſophes. Le ſyſtême du monde eſt en droit de nous faire ſoupçoner que les mouvemens des corps n'ont peut-être pas l'impulſion ſeule pour cauſe ; que ce ſoupçon nous rende ſages, & ne nous preſſons pas de conclure que l'*attraction* ſoit un principe univerſel, juſqu'à ce que nous y ſoyons forcés par les phénomenes. Nous aimons, il eſt vrai, à généraliſer nos découvertes ; l'analogie nous plaît, parce qu'elle flate notre vanité & ſoulage notre pareſſe : mais la nature n'eſt pas obligée de ſe conformer à nos idées. Nous voyons ſi peu avant dans ſes ouvrages, & nous les voyons par de ſi petites parties, que les principaux reſſorts nous en échapent. Tâchons de bien apercevoir ce qui eſt autour de nous ; & ſi nous voulons nous élever plus haut, que ce ſoit avec beaucoup de circonſpection : autrement nous n'en verrions que plus mal, en croyant voir plus loin ; les objets éloignés ſeroient toujours confus, & ceux qui étoient à nos pieds nous échaperoient.

Après ces réflexions, je crois qu'on pouroit ſe diſpenſer de prendre aucun parti ſur la diſpute qui a partagé deux académiciens célebres, ſavoir ſi la loi d'*attraction* doit néceſſairement être comme une puiſſance de la diſtance, ou ſi elle peut être en général comme une fonction de cette même diſtance (*Voyez* PUISSANCE & FONCTION) ; queſtion purement métaphyſique, & ſur laquelle il eſt peut-être bien hardi de prononcer, après ce que nous venons de dire ; auſſi n'avons-nous pas cette prétention, ſur-tout dans un ouvrage de la nature de celui-ci. Nous croyons cependant que ſi on regarde l'*attraction* comme une propriété de la matiere, ou une loi primitive de la nature, il eſt aſſez naturel de ne faire dépendre cette *attraction* que de la ſeule diſtance ; & en ce cas, ſa loi ne poura être repréſentée que par une puiſſance ; car toute autre fonction contiendroit un parametre ou quantité conſtante qui ne dépendroit de la diſtance, & qui paroîtroit ſe trouver là ſans aucune raiſon ſuffiſante. Il eſt du moins certain qu'une loi exprimée par une telle fonction, ſeroit moins ſimple qu'une loi exprimée par une ſeule puiſſance.

Nous ne voyons pas d'ailleurs quel avantage il y auroit à exprimer l'*attraction* par une fonction. On prétend qu'on pouroit expliquer par-là, comment

comment l'*attraction* à de grandes diſtances eſt en raiſon inverſe du carré, & ſuit une autre loi à de petites diſtances: mais il n'eſt pas encore bien certain que cette loi d'*attraction* à de petites diſtances, ſoit auſſi générale qu'on veut le ſuppoſer. D'ailleurs, ſi on veut faire de cette fonction une loi générale qui deviene fort différente du carré à de très-petites diſtances, & qui puiſſe ſervir à rendre raiſon des *attractions* qu'on obſerve ou qu'on ſuppoſe dans les corps terreſtres; il nous paroît difficile d'expliquer dans cette hypotheſe comment la peſanteur des corps qui ſont immédiatement contigus à la terre, eſt à la peſanteur de la lune à peu près en raiſon inverſe du carré de la diſtance. Ajoutons qu'on devroit être fort circonſpect à changer la loi du carré des diſtances, quand même, ce qui n'eſt pas encore arivé, on trouveroit quelque phénomene céleſte, pour l'explication duquel cette loi du carré ne ſuffiroit pas. Les différens points du ſyſtême du monde, au moins ceux que nous avons examinés juſqu'ici, s'acordent avec la loi du carré des diſtances: cependant comme cet acord n'eſt qu'un à peu près, il eſt clair qu'ils s'acorderoient de même avec une loi qui ſeroit un peu différente de celle du carré des diſtances: mais on ſent bien qu'il ſeroit ridicule d'admetre une pareille loi par ce ſeul motif.

Reſte donc à ſavoir ſi un ſeul phénomene qui ne s'acorderoit point avec la loi du carré, ſeroit une raiſon ſuffiſante pour nous obliger à changer cette loi dans tous les autres; & s'il ne ſeroit pas plus ſage d'attribuer ce phénomene à quelque cauſe ou loi particuliere. M. Newton a reconu lui-même d'autres forces que celles-là, puiſqu'il paroît ſuppoſer que la force magnétique de la terre agit ſur la lune, & on ſait combien cette force eſt différente de la force générale d'*attraction*, tant par ſon intenſité, que par les loix ſuivant leſquelles elle agit.

M. de Maupertuis, un des plus célebres partiſans du Newtonianiſme, a donné dans ſon diſcours ſur les *figures des aſtres*, une idée du ſyſtême de l'*attraction*, & des réflexions ſur ce ſyſtême, auxquelles nous croyons devoir renvoyer nos lecteurs, comme au meilleur précis que nous connoiſſions de tout ce qu'on peut dire ſur cette matiere. Le même auteur obſerve dans les *Mém. acad.* 1734, que M. de Roberval, de Fermat, & Paſcal ont cru long-temps avant M. Newton, que la peſanteur étoit une vertu attractive & inhérente aux corps, en quoi on voit qu'ils ſe ſont expliqués d'une maniere bien plus choquante pour les Carteſiens, que M. Newton ne l'a fait. Nous ajouterons que M. Kook avoit eu la même idée, & avoit prédit qu'on expliqueroit un jour très-heureuſement par ce prineipe, les mouvemens des planetes. Ces réflexions, en augmentant le nombre des partiſans de M. Newton, ne diminue rien de ſa gloire, puiſqu'étant le premier qui ait fait voir l'uſage du principe, il en eſt proprement l'auteur & le créateur. (*O*).

ATTRACTION. *Hiſtoire de la découverte de la loi de l'attraction.* Quoique l'*attraction* univerſele ſe manifeſte dans toute la nature, & qu'elle influe dans tous les phénomenes de la Phyſique; c'eſt ſur-tout dans le ciel qu'elle eſt évidente & eſſentiele.

La loi de l'*attraction* a été découverte par Newton; mais l'idée de cette force générale eſt très-anciene.

Anaxagore, Démocrite, Épicure, admétoient, déja cette tendance de la matiere vers les centres communs, ſoit ſur la terre, ſoit ailleurs; Plutarque en parle d'une maniere bien claire dans l'ouvrage ſur la ceſſation des oracles (*pag.* 471, *édition de Francfort*, 1600); il y expliqne comment chaque monde a ſon centre particulier, ſes terres, ſes mers, & la force néceſſaire pour aſſembler les corps, & les retenir autour du centre.

Copernic avoit la même idée de l'attraction générale; car il attribuoit la rondeur des corps céleſtes à la tendance qu'ont leurs différentes parties à ſe réunir (*de Révolution. c. 9.*): d'où il ſuivuit que cette tendance avoit lieu dans chaque planete auſſi-bien que ſur la terre. Tycho lui-même admétoit une force centrale dans le ſoleil pour retenir les planetes dans leurs orbites autour de lui, quoique cette attraction fût difficile à conciliier avec ſon ſyſtême. Kepler, génie plus vaſte & plus hardi que tous ceux qui l'avoient précédé, porta ſes idées plus loin; il ſentit que l'attraction étoit générale & réciproque, & que l'attraction du ſoleil devoit s'étendre auſſi à la terre. (*de Stella Martis*, 1609, *épit. Aſtron. Cop.* 1618, *pag.* 555, *hiſt. des Math.* par M. Montucla, 1758, *tom. II*, *pag.* 213, 527, 538). Dans la préface de ce livre fameux, où Kepler démontra le premier que les orbites des planetes n'étoient point circulaires, il dit préciſément que, ſi la lune & la terre n'étoient pas en mouvement, elles s'approcheroient l'une de l'autre, & ſe réuniroient à leur centre de gravité commun; il dit ailleurs que l'action du ſoleil produit les inégalités de la lune, que l'action de la lune produit le flux & reflux de la mer, que le ſoleil attire les planetes, & en eſt attiré par une eſpece de magnétiſme.

Le Traité de l'aimant, publié par Gilbert, lui faiſoit comparer à cette force de l'aimant celle des planetes entr'elles.

Galilée, Bacon, Fermat, Roberval & le docteur Hook, en parlerent d'une maniere aſſez poſitive; celui-ci, diſoit ſur-tout ces paroles remarquables: „ que les forces attractives ſont „ d'autant plus puiſſantes dans leurs opérations, „ que le corps ſur lequel elles agiſſent eſt plus „ près de leur centre. Pour ce qui eſt de la „ *proportion*, ſuivant laquelle ces forces dimi- „ nuent à meſure que la diſtance augmente, „ j'avoue que je ne l'ai pas encore *vérifiée* ..... „ Je donne cette ouverture à ceux qui ont aſſez „ de loiſir & de connoiſſances pour cette re-

„ cherche „. Cette loi, qu'il propoſoit de trouver, fut préciſément celle que chercha Newton. Pemberton nous raconte que les premieres idées de Newton ſur cette matiere lui vinrent en 1666; il ſe promenoit ſeul dans un jardin, méditant ſur la peſanteur & ſur ſes propriétés: cette force, diſoit-il, ne diminue pas ſenſiblement, quoiqu'on s'éleve au ſommet des plus hautes montagnes; il eſt donc naturel d'en conclure que cette puiſſance doit s'étendre plus loin. Pourquoi ne s'étendroit-elle pas juſqu'à la lune? Mais ſi cela eſt, il faut que cette peſanteur influe ſur le mouvement de la lune; peut-être ſert-elle à retenir la lune dans ſon orbite? & quoique la force de la gravité ne ſoit pas ſenſiblement affoiblie par un petit changement de diſtance, tel que nous pouvons l'éprouver ici-bas, il eſt très-poſſible que dans l'éloignement où ſe trouve la lune cette force ſoit fort diminuée. Pour parvenir à eſtimer quelle pouvoit être la quantité de cette diminution, Newton ſongea que ſi la lune étoit retenue dans ſon orbite par la force de la gravité, il n'y avoit pas de doute que les planetes principales ne tournaſſent autour du ſoleil, en vertu de la même puiſſance. En comparant les périodes des différentes planetes avec leur diſtance au ſoleil, il trouva que ſi une puiſſance ſemblable à la gravité les retenoit dans leurs orbites, ſa force devoit diminuer en raiſon inverſe du carré de la diſtance: nous en donnerons le calcul ci-après. Il ſuppoſa donc que le pouvoir de la gravité s'étendoit juſqu'à la lune, & diminuoit dans le même raport, & il calcula ſi cette force ſeroit ſuffiſante pour retenir la lune dans ſon orbite; il faiſoit ces calculs dans un temps où il n'avoit point ſous la main les livres qui lui auroient été néceſſaires, & il ſuppoſoit, ſuivant l'eſtime commune employée par les géographes & les marins avant la meſure faite par Picard, que 60 milles d'Angleterre faiſoient un degré de latitude ſur la terre; mais comme cette ſuppoſition étoit très-défectueuſe (puiſque chaque degré doit contenir 69 $\frac{1}{2}$ milles), le calcul ne répondit point à ſon atente; il crut alors qu'il y avoit au moins quelque autre choſe jointe à la peſanteur, qui agit ſur la lune, & il abandona ſes recherches ſur cette matiere. Quelques années après, une lettre du docteur Hook lui fit rechercher quelle eſt la vraie courbe décrite par un corps grave qui tombe, & qui eſt entraîné par le mouvement de la terre ſur ſon axe; ce fut une occaſion pour Newton de reprendre ſes premieres idées ſur la peſanteur de la lune. Picard venoit de meſurer en France le degré de la terre; & en ſe ſervant de ces meſures Newton vit que la lune étoit retenue dans ſon orbite par le ſeul pouvoir de la gravité; d'où il ſuivoit que cette gravité diminuoit en s'éloignant du centre de la terre, de la même maniere que notre auteur l'avoit d'abord conjecturé. D'après ce principe, Newton trouva que la ligne décrite par la chute d'un corps étoit une ellipſe, dont le centre de la terre occupoit un foyer: or les planetes principales décrivent auſſi des ellipſes autour du ſoleil; il eut donc la ſatisfaction de voir que cette ſolution, qu'il avoit entrepriſe d'abord par pure curioſité, pouroit s'appliquer aux plus grandes recherches. En conſéquence, il compoſa une douzaine de propoſitions, relatives au mouvement des planetes principales autour du ſoleil. Pluſieurs années après, le docteur Halley étant allé voir Newton à Cambridge, l'engagea dans la converſation à reprendre ſes méditations à ce ſujet, & fut l'occaſion du grand ouvrage des *Principes* qui parut en 1687, & dont la derniere édition a paru en 1726 (*a View of ſir Iſaac Newton's philoſophy*, *London*, 1728, *in*-4.° *Préface*.)

La loi de Kepler, ſuivant laquelle les carrés des temps ſont, comme les cubes des diſtances, ſuffiſoit pour reconoître que l'*attraction* du ſoleil, qui retenoit les planetes ſous cette loi, étoit en raiſon inverſe du carré de la diſtance. Soient deux orbites circulaires & concentriques PB, TV, *Fig. Aſtron.* 171, dans leſquelles tournent deux planetes, dont les temps périodiques ſont dans l'une t, & dans l'autre l'unité; par exemple, ſaturne & la terre; ſuppoſons les arcs PB & TV infiniment petits & ſemblables, c'eſt-à-dire, compris entre les rayons STP, SVB; ces arcs PB & TV ſeroient parcourus en temps égaux, ſi les révolutions des deux planetes étoient égales; mais la planete ſupérieure P ayant une révolution plus lente que la terre, ne décrira qu'un arc PE, tandis que la terre décrira l'arc TV, alors PD ſera l'effet, la meſure & l'expreſſion de la force centrale, que le ſoleil exerce ſur cette planete, tandis que TR eſt l'effet de la force centrale qu'il exerce ſur la terre T; & nous n'aurons à chercher que le raport des petits ſinus verſes PD & TR. Suivant la propriété connue des petits arcs, on a cette proportion $PD : PC :: PE^2 : PB^2$; mais la planete ſupérieure auroit parcouru PB, ſi la durée de ſa révolution, que j'appele r, étoit égale à l'unité ou à la durée de la révolution de la terre; donc $PE : PB :: 1 : t$: ainſi, $PD : PC :: 1 : t^2$; donc $PD = \frac{PC}{t^2}$. Or $PC : TR :: PS : TS :: r : 1$, puiſque les arcs PB & TV ſont ſemblables; donc $PC = r \cdot TR$; & puiſque $PD = \frac{PC}{t^2}$, on a auſſi $PD = \frac{rTR}{t^2}$; donc $\frac{PD}{TR} = \frac{r}{t^2}$. Mais ſuivant la loi de Kepler $t^2 : 1 :: r^3 : 1$; ou $r^3 = t^2$; donc $\frac{PD}{TR} \left(= \frac{r}{r^3} \right)$ ſera égale à $\frac{r}{r^3}$ ou $\frac{1}{r^2}$: donc $PD : TR :: 1 : r^2$; c'eſt-à-dire, que l'effet de la force

centrale eſt en raiſon inverſe du carré de la diſtance.

Il étoit donc facile à Newton de reconoître cette loi de l'*attraction*, par le moyen de la loi de Kepler.

Mais il ne s'en tint pas à cette belle décnuverte ; il en fit des applications immenſes au moyen de la Géométrie des infiniment petits, qu'il venait lui-même de découvrir; les inégalités de la lune, le flux & le reflux de la mer, la figure de la terre, la préceſſion des équinoxes, le mouvement des apſides, *&c.* tout fut ſoumis au calcul dans ſon livre *des Principes*; les applications qu'en ont fait ſucceſſivement les plus grands géometres, ſe trouvent dans les ouvrages dont nous avons donné le catalogue au mot ASTRONOMIE. (*D. L.*)

ATTRACTION *des montagnes*. Il eſt certain, d'après le principe de l'*attraction* mutuele de toutes les parties de la terre, qu'il peut y avoir des montagnes dont la maſſe ſoit aſſez conſidérable pour que leur *attraction* ſoit ſenſible. En effet, ſuppoſons pour un moment que la terre ſoit un globe d'une denſité uniforme, & dont le rayon ait 5500 lieues, & imaginons ſur quelque endroit de la ſurface du globe une montagne de la même denſité que le globe, laquelle ſoit faite en demi-ſphere & ait une lieue de hauteur; il eſt aiſé de prouver qu'un poids placé au bas de cette montagne ſera attiré dans le ſens horizonral par la montagne, avec une force qui ſera la 3000e partie de la peſanteur, de maniere qu'un pendule ou fil à plomb placé au bas de cette montagne, doit s'écarter d'environ une minute de la ſituation verticale ; le calcul n'en eſt pas difficile à faire.

Il peut donc ariver que quand on obſerve la hauteur d'un aſtre au pied d'une fort grôſſe montagne, le fil à plomb, dont la direction ſert à faire connoître la hauteur de l'aſtre, ne ſoit point vertical. Mais comment s'aſſurer qu'un fil à plomb n'eſt pas exactement vertical, puiſque la direction même de ce fil eſt le ſeol moyen qu'on puiſſe employer pour déterminer la ſituation verticale ? Voici le moyen de réſoudre cette difficulté.

Imaginons une étoile au nord de la montagne, & que l'obſervateur ſoit placé au ſud. Si l'*attraction* de la montagne agit ſenſiblement ſur le fil à plomb, il ſera écarté de la ſituation verticale vers le nord, & par conſéquent le zénith apparent reculera, pour ainſi dire, d'autant vers le ſud : ainſi, la diſtance de l'étoile obſervée au zénith, doit être plus grande que s'il n'y avoit point d'*attraction*.

Donc, ſi après avoir obſervé au pied de la montagne la diſtance de cette étoile au zénith, on ſe tranſporte loin de la montagne ſur le même parallele, & ſans changer de latitude, à l'eſt ou à l'oueſt, en ſorte que l'*attraction* ne puiſſe plus avoir d'effet, la diſtance de l'étoile obſervée dans cette nouvele ſtation doit être moindre que la premiere, au cas que l'*attraction* de la montagne produiſe un effet ſenſible. Mais ſi le fil à plomb au ſud de la montagne eſt écarté vers le nord, ce même fil à plomb au nord de la montagne ſera écarté vers le ſud; ainſi le zénith, qui dans le premier cas étoit pour ainſi dire reculé en arriere vers le ſud, ſera, dans le ſecond cas raproché en avant vers le nord; donc dans le ſecond cas la diſtance de l'étoile au zénith ſera moindre que s'il n'y avoit point d'*attraction*, au lieu que dans le premier cas elle étoit plus grande. Prenant donc la différence de ces deux diſtances & la diviſant par la moitié, on aura la quantité dont le pendule eſt écarté de la ſituation verticale par l'*attraction* de la montagne.

On peut voir toute cette théorie fort clairement expoſée avec pluſieurs remarques qui y ont raport, dans un excellent mémoire de Bouguer, imprimé en 1749, à la fin de ſon livre de la figure de la terre. Il donne dans ce mémoire le détail des obſervations qu'il fit, conjointement avec la Condamine, au ſud & au nord, d'une grôſſe montagne du Pérou appelée *Chimboraço*; il réſulte de ces obſervations, que l'*attraction* de cette grôſſe montagne écarte le fil à plomb d'environ 7″ & demie de la ſituation verticale.

Au reſte, M. Bouguer fait à cette occaſion une remarque judicieuſe, que la plus grôſſe montagne pouroit avoir très-peu de denſité par raport au globe terreſtre, tant par la nature de la matiere qu'elle peut contenir, que par les vides qui peuvent s'y rencontrer, *&c.* qu'ainſi cent obſervations où on ne trouveroit point d'*attraction* ſenſible, ne prouveroient rien contre le ſyſtême newtonien; au lieu qu'une ſeule, qui lui eſt favorable, comme celle de *Chimboraço*, mérite de la part des philoſophes la plus grande attention. (*O*).

Depuis les obſervations de Bongoer, on a reconu dans pluſieurs endroits cet effet de l'*attraction* des montagnes; il ſe remarque ſur-tout dans les opérations par leſquelles on détermine la grandeur des degrés de la terre, parce qu'on y fait uſage du fil à plomb, pour meſurer avec une grande préciſion la diſtance des étoiles au zénith.

Le P. Boſcovich ayant trouvé le degré du méridien en Italie de 56979 toiſes, tandis qu'il auroit dû être de 57150, en le réglant ſur ceux du nord & do Pérou, a penſé que les termes de la meſure étant placés l'un au nord & l'autre au midi de la grande chaîne des montagnes de l'Apennin, les obſervatinns faites par le moyen du fil à plomb avoient pu être troublées par l'*attraction* de cette maſſe de montagnes, & donner un moindre nombre de toiſes pour chaque degré.

L'abbé de la Caille penſoit auſſi qu'à Perpignan, lors des obſervations faites pour la méridiene de France, le voiſinage des Pyrénées avoit pu faire dévier le fil à plomb vers le ſud, faire paroître le zénith plus au nord qu'il ne l'eſt réellement, & rendre plus petits les ares compris entre

Perpignan & les autres villes de la France; auſſi voyons-nous qu'il abandone, pour ainſi dire, les obſervations faites à Perpignan, pour conclure la longueur du degré, dont le milieu paſſe à 45° de latitude 57028 toiſes. *Mém. Acad.* 1758, *page* 244.

Le P. Beccaria a trouvé en Piémont une différence encore plus grande; entre Turin & Andra, l'arc meſuré s'eſt trouvé de 26″ plus petit qu'en France ſur une égale longueur, & le degré qu'on en auroit voulu conclure auroit été trop grand de 900 toiſes; mais Andra eſt ſitué ſur le penchant de Monte-Barone, qui va toujours en s'élevant ſur une longueur de plus de ſept lieues juſqu'au ſommet de Monte-Roſa, qui a 2330t de hauteur & qui eſt par conſéquent une des plus hautes montagnes de l'Europe. *Gradus Taurinenſis*, 1774.

En Angleterre, M. Cavendish croit que le degré qui a été meſuré dans l'Amérique ſeptentrionale, pourroit bien avoir été diminué de 60 ou 100 toiſes par le défaut d'*attraction* du côté de la mer; & il penſe que les degrés meſurés en Italie & au cap de Bonne-Eſpérance pouroient bien être ſenſiblement affectés de la même cauſe. *Philoſ. Tranſ.* 1768, *pag.* 328. Le P. Boſcovich eſtime qu'on pouroit s'en aſſurer en faiſant des opérations à S. Malo, lorſque la mer eſt très-baſſe; & lorſqu'enſuite s'élevant de 45 pieds par l'effet des grandes marées, ſon *attraction* devient conſidérablement plus forte.

Enfin, nous avons eu depuis quelques années une confirmation bien poſitive de cette *attraction* des montagnes; M. Maskelyne, aſtronome royal d'Angleterre, étant allé exprès en Écoſſe pour faire des obſervations au nord & au ſud de la montagne de Schehallien dans la province de Perth, il trouva une déviation de près de ſix ſecondes. *Philoſophical Tranſactions*, 1775. Journal de Phyſique, mai 1776. (*D. L.*)

ATTRACTIONAIRE, adj. pris ſubſt., eſt le nom que l'on donne aux partiſans de l'attraction. *Voyez* ATTRACTION. (*O*).

ATTRITION, ſ. f. Ce mot vient du verbe *atterere*, froter, uſer, & ſe forme de la prépoſition *ad*, à, unie au verbe *tero*, j'uſe. Il ſignifie un froiement réciproque de deux corps, au moyen duquel ſe détachent les particules briſées de leurs ſurfaces. *Voyez* MOUVEMENT & FROTEMENT.

C'eſt par ce mouvement que l'on aiguiſe & que l'on polit. *Voyez aux articles* CHALEUR, LUMIERE, FEU, ÉLECTRICITÉ, les effets de l'*attrition*.

M. Gray a trouvé qu'une plume frotée avec les doigts, acquit par cela ſeul un tel degré d'électricité, qu'un doigt, auprès duquel on la tenoit, devenoit pour elle un aimant; qu'un cheveu qu'il avoit trois fois ou quatre ainſi froté, voloit à ſes doigts, n'en étant éloigné que d'un demi-pouce; qu'un poil & des fils de ſoie étoient par ce même moyen rendus électriques. L'expérience fait voir la même choſe ſur des rubans de diverſes couleurs & de quelques pieds de long, la main les attire quand ils ſont frotés: imprégnés de l'air humide, ils perdent leur électricité; mais le feu la leur redone.

Le même philoſophe dit que les étoffes de laine, le papier, le cuir, les coupeaux, le parchemin, ſont rendus électriques par l'*attrition*.

Il y a même quelques-uns de ces corps que l'*attrition* ſeule rend lumineux. *Voyez* PHOSPHORE. (*Dict. de Phyſ.*)

ATTRITION ſe prend auſſi quelquefois pour le frotement de deux corps qui, ſans uſer leurs ſurfaces, ne fait que mettre en mouvement les fluides qu'ils contienent: ainſi, on dit que les ſenſations de la faim, de la douleur, du plaiſir ſont cauſées par l'*attrition* des organes qui ſont formés pour ces effets. (*O*).

AVANT-MAIN, *terme de Paumier*; prendre une balle d'*avant-main*, c'eſt la chaſſer devant ſoi avec la raquete, après l'avoir priſe du côté de la main dont on tient la raquete. En prenant une balle d'*avant-main*, il faut avoir le bras tendu & le racourcir un peu en chaſſant la balle.

AVANTAGE, ſ. m. *en termes de jeu*: on dit qu'un joueur a de l'*avantage*, lorſqu'il y a plus à parier pour ſon gain que pour ſa perte, c'eſt-à-dire, lorſque ſon eſpérance ſurpaſſe ſa miſe. Pour éclaircir cette définition par un exemple très-ſimple, je ſuppoſe qu'un joueur *A* parie contre un autre *B*, d'amener *deux* du premier coup avec un dé, & que la miſe de chaque joueur ſoit d'un écu: il eſt évident que le joueur *B* a un grand *avantage* dans ce pari; car le dé ayant ſix faces peut amener ſix chifres différens, dont il n'y en a qu'un qui faſſe gâgner le joueur *A*: ainſi, la miſe totale étant deux écus, il y a cinq contre un à parier que le joueur *B* gâgnera. Donc l'eſpérance de ce joueur eſt égale à $\frac{5}{6}$ de la miſe totale, c'eſt-à dire, à $\frac{10}{6}$ d'écu, puiſque la miſe totale eſt deux écus. Or, $\frac{10}{6}$ d'écu valent un écu & deux tiers d'écu: donc, puiſque la miſe du joueur *B* eſt un écu, ſon *avantage*, c'eſt-à-dire, l'excès de ce qu'il eſpere gâgner ſur la ſomme qu'il met au jeu, eſt $\frac{2}{3}$ d'écu; de façon que ſi le joueur *A*, après avoir fait le pari, vouloit renoncer au jeu, & n'oſoit tenter la fortune, il faudroit qu'il rendît au joueur *B* ſon écu, & outre cela deux livres, c'eſt-à-dire, $\frac{2}{3}$ d'écu. *Voyez* PARI, JEU, DÉ, PROBABILITÉ, *&c.* (*O*).

AVANTAGE, *en termes de jeu*, ſe dit encore d'un moyen d'égaliſer la partie entre deux joueurs de force inégale. On donne la *main* au pi-

quet, le pion & le trait aux échecs, le dé au triſtrac, *&c.*

Le même terme ſe prend dans un autre ſens à la *Paume*. Lorſque les deux joueurs ont *trente* tous les deux, au lieu de dire de celui qui gâgne le *quinze* ſuivant, qu'il a *quarante-cinq*, on dit qu'il a l'*avantage*.

AUBE, ſ. f. (*Hydr.*) veut dire la même choſe qu'*aile* ou *aileron*. *Voyez* AILE. Le mot *aube* étant le plus uſité, j'ai renvoyé ici ce que j'avois à dire ſur ce ſujet.

I. Soit, *Pl. Hydr. Fig.* 7, *AHLK* une roue plongée dans un fluide *XYTZ* en mouvement, & garnie d'*aubes AB*, *DE*, *KS*, &c., que le fluide frape ſucceſſivement. Il eſt clair que le fluide, en frapant la partie *VE* d'une *aube* quelconque *DE*, perd une partie de ſa viteſſe, & que s'il avoit la liberté de s'échaper par les côtés, il n'atteindroit pas la partie *AO* de l'*aube* antécédente; mais étant retenu par le fluide environant, il a encore de la viteſſe dans l'eſpace *VAOE*. Je ſuppoſe que cette viteſſe ſoit la même, du moins à peu près, que celle avec laquelle le plan *AO* tend à preſſer le fluide antécédent: par-là l'impulſion du fluide contre *VE* ne ſe fait point ſentir contre la partie analogue *AO* de l'*aube* antécédente; ce qui ſimplifie la queſtion, & ce qui ne peut pas s'écarter beaucoup de la vérité dans la pratique.

II. La roue, en tournant, communique le mouvement, ou à des meules de moulins, ou à des piſtons de pompes, *&c.* Je repréſente en général la réſiſtance qu'elle eſt obligée de combatre ainſi continuélement, par un poids *Q* ataché à l'extrémité d'une corde *Qgbf* qui paſſe ſur la poulie de renvoi *g*, & qui s'envelope autour du cylindre ou tambour *fbd*. Dans les premiers inſtans du choc de l'eau, le mouvement du poids *Q* s'accélere; mais après trois ou quatre tours, il parvient à l'uniformité, & demeure enſuite toujours en cet état. Alors l'impulſion du fluide eſt à chaque inſtant en équilibre avec le poids *Q* & avec la réſiſtance du frotement. On voit donc que la viteſſe uniforme du poids *Q* étant repréſentée par *v*, le produit *Qv* repréſente l'effet réel de la machine, déduction faite des réſiſtances étrangeres qui abſorbent continuélement une partie de la force mouvante.

III. On a agité long-temps la queſtion ſi une *aube* a plus de force pour tourner quand elle eſt frapée perpendiculairement, que quand elle eſt frapée obliquement. Pour ſavoir à quoi nous en tenir ſur ce point, ſuppoſons que l'*aube AB* ſoit placée dans la verticale, & que par conſéquent l'*aube* ſuivante *DE* ſoit inclinée au courant. Ayant pris ſur *AB* les deux points infiniment voiſins *R*, *r*, ſoient menées les horizontales *RM*, *rm* qui déterminent ſur *DE* l'élément *Mm* correſpondant à *Rr*. Comparons entr'eux le moment de l'impulſion que recevroit l'élément *Rr* s'il étoit frapé librement, ou que l'*aube DE* par laquelle il eſt couvert fût anéantie, & le moment de l'impulſion qui réſulte perpendiculairement contre l'élément *Mm*. Le choc contre chaque point de *Rr* eſt plus grand que le choc contre chaque point de *Mm*. Mais, d'un autre côté, $Rr < Mm$, & le bras de levier *CR*, de *Rr*, eſt plus petit que le bras de levier *CM*, de *Mm*. L'évaluation exacte des deux momens dont il s'agit, peut ſeule décider lequel des deux eſt le plus grand.

IV. Suppoſons que *Mx* repréſente l'eſpace parcouru en un inſtant par le fluide, & que *Rt*, *My* repréſentent les eſpaces parcourus durant le même inſtant, par les points *R* & *M* des *aubes AB*, *DE*. En prenant *CM* pour ſinus total, & nommant *V* la viteſſe *Mx* du fluide, *u* la viteſſe *Rt* du point *R*, l'impulſion contre *Rr* ſera repréſentée (*Voyez* au mot PERCUSSION *la Théorie de la Percuſſion des Fluides*) par $Rr \times (V - u)^2 \times \overline{CM}^2$; & le moment de cette impulſion, relativement au centre *C* de la roue, ſera repréſenté par $Rr \times (V - u)^2 \times \overline{CM}^2 \times CR$. Pour connoître le moment de l'impulſion contre *Mm*, je décompoſe la viteſſe *Mx* du fluide en deux autres *My*, *Mz*, dont la premiere eſt la même que celle du point *M*, & ne produit par conſéquent aucun effet ſur l'élément *Mm*, la ſeconde eſt la ſeule à laquelle il faille avoir égard. En vertu de cette derniere viteſſe, il réſulte perpendiculairement contre *Mm* une impulſion repréſentée par $Mm \times \overline{Mz}^2 \times (\text{ſin. } DMz)^2$, & dont le moment, par raport au centre *C*, eſt par conſéquent $Mm \times \overline{Mz}^2 \times (\text{ſin. } DMz)^2 \times CM$. Or, puiſque *My* eſt perpendiculaire à *CM*, & que *xzn* eſt parallele à *My*, il eſt clair que le triangle *Mnx* eſt rectangle en *n*, & ſemblable au triangle *MRC*. On a donc $CM : CR :: Mx : xn = Mx \times \frac{CR}{CM} = V \times \frac{CR}{CM}$; & comme $zx = My = Rt \times \frac{CM}{CR} = u \times \frac{CM}{CR}$: on aura $nz = nx - zx = V \times \frac{CR}{CM} - u \times \frac{CM}{CR} = \left(V - u \times \frac{\overline{CM}^2}{\overline{CR}^2}\right) \times \frac{CR}{CM}$. Donc à cauſe de ſin. $DMz = nz \times \frac{CM}{Mz}$, (*CM* étant toujours le ſin. tot.), le moment $Mm \times \overline{Mz}^2 \times (\text{ſin. } DMz)^2 \times CM$ deviendra $Mm \times \left(V - u \times \frac{\overline{CM}^2}{\overline{CR}^2}\right)^2 \times \overline{CR}^2 \times CM$. Ainſi, le moment de l'impulſion contre *Rr*, eſt au mo-

ment de l'impulſion contre Mm, comme $Rr \times (V-u)^2 \times \overline{CM}^2 \times CR$, eſt à $Mm \times \left(V-u \times \frac{\overline{CM}^2}{\overline{CR}^2}\right)^2 \times \overline{CR}^2 \times CM$; ou comme $Rr \times (V-u)^2 \times CM$, eſt à $Mm \times \left(V-u \times \frac{\overline{CM}^2}{\overline{CR}^2}\right)^2 \times CR$. Or à cauſe des paralleles MR, mr, on a $Rr : Mm :: CR : CM$, & par conſéquent $Rr \times CM = Mm \times CR$. Donc le premier moment eſt au ſecond, comme $(V-u)^2$ eſt à $\left(V-u \times \frac{\overline{CM}^2}{\overline{CR}^2}\right)^2$. Mais on a toujours $\frac{\overline{CM}^2}{\overline{CR}^2} > 1$, & par conſéquent $V-u > V-u \times \frac{\overline{CM}^2}{\overline{CR}^2}$. Donc enfin, le premier moment eſt toujours plus grand que le ſecond. Le même raiſonement ayant lieu pour tous les autres élémens correſpondans dont les parties finies AO, VE des *aubes* AB, DE ſont compoſées, on doit conclure que le moment de l'impulſion de l'eau contre l'*aube* verticale eſt plus grand que le moment de l'impulſion contre l'*aube* inclinée au courant, & que par conſéquent la premiere *aube* eſt à cet égard plus avantageuſe que la ſeconde.

V. Lorſque les *aubes* ſont en repos au moment qu'elles ſont choquées par le fluide, on a $u = 0$; & le moment de l'impulſion contre chaque élément Rr devient égal au moment de l'impulſion contre chaque élément correſpondant Mm. Il eſt donc alors indifférent que le fluide frape la partie AO de l'*aube* verticale ou la partie correſpondante de l'*aube* inclinée. Mais comme la partie OB de l'*aube* verticale eſt encore frapée par le fluide, il s'enſuit que même en ce cas il eſt plus avantageux que l'*aube* choquée ſoit poſée verticalement, que d'être inclinée au courant.

VI. Des auteurs ont établi en général l'avantage de l'*aube* verticale ſur l'*aube* inclinée, d'une maniere erronée. Voici leur raiſonement. Il eſt certain, diſent-ils, que ſi l'*aube* DE trempe dans l'eau, tandis que l'*aube* AB eſt encore dans la verticale, la partie VE de la premiere couvrira la ſeconde ſur toute la hauteur AO qui ne ſera point frapée, & qu'ainſi l'*aube* AB ſera ſeulement frapée dans la partie OB. Il eſt vrai, pourſuivent-ils, que cette diminution de choc ſemble réparée par l'impulſion que reçoit la partie VE, qui eſt plus grande que la partie AO; mais la compenſation n'eſt pas complete: car la percuſſion directe contre AO ou VI eſt à la percuſſion qui réſulte perpendiculairement contre VE, comme $VI \times (\text{ſin. } tot.)^2$, eſt à $VE \times (\text{ſin. } VEI)^2$, ou comme $VI \times \overline{VE}^2$, eſt à $VE \times \overline{VI}^2$, ou enfin comme VE eſt à VI. De là, concluent-ils, il faut que l'extrémité E de l'*aube* DE, *Fig.* 8, ne faſſe que rencontrer la ſurface XY du fluide, au moment que l'*aube* AB ceſſe d'être verticale. Alors il eſt facile de déterminer le nombre des *aubes* dont une roue doit être garnie; car dans le triangle rectangle EAC, on connoît le côté CA qui eſt le rayon de la roue $AHLK$, & l'hypoténuſe CE, puiſque la hauteur DE de l'*aube* eſt donnée: ainſi on connoîtra l'arc DA. Diviſant la circonférence entiere par la valeur de l'arc DA, le quotient exprimera le nombre des *aubes* de la roue. Les auteurs dont il s'agit, ont ainſi calculé laborieuſement des tables du nombre des *aubes* d'une roue, relativement au rayon de cette roue & à la hauteur des *aubes*.

VII. Tout cet échafaudage de calcul rombe, 1°. parce qu'on n'y tient pas compte des différens bras de levier de l'*aube* verticale & de l'*aube* inclinée; 2°. parce que, ſi dans le cas de la *Fig.* 8, le moment de l'impulſion de l'eau contre l'*aube* verticale AB eſt le plus grand qu'il eſt poſſible, d'un autre côté, lorſque l'*aube* DE a pris une poſition telle que l'angle ECB eſt diviſé en deux parties égales par la verticale, le moment de l'impulſion eſt moindre alors qu'il ne ſeroit, ſi la roue avoit un plus grand nombre d'*aubes*, & qu'on eſt incertain ſi le moment *moyen* ne ſera pas plus grand dans le ſecond cas que dans le premier.

VIII. Le même paralogiſme a déja été relevé dans un mémoire ſur les machines hydrauliques, imprimé il y a quelques années. Mais l'auteur de ce mémoire a lui-même employé un faux principe, d'après lequel il conclut que le moment de l'impulſion contre la partie VE de l'*aube* inclinée DE, *Fig.* 7, eſt toujours égal au moment de l'impulſion contre la partie correſpondante AO de l'*aube* verticale, ſoit que la roue ſoit en repos, ou qu'elle tourne déja à l'inſtant du choc. La choſe n'eſt vraie que pour le premier cas (IV & V). La maniere dont cet auteur meſure la percuſſion d'un fluide contre un plan mobile, eſt fautive. Il décompoſe la viteſſe du plan en deux autres, l'une parallele, l'autre perpendiculaire à la direction du fluide; & il affirme que le fluide n'agit ſur le plan qu'en vertu de l'excès de ſa propre viteſſe ſur la premiere des deux viteſſes dont on vient de parler. Or il eſt évident qu'en vertu de la viteſſe que le plan a perpendiculairement à la direction du fluide, ce plan eſt repouſſé par l'eau de la même maniere que s'il étoit en repos, & que l'eau vîot le fraper avec cette même viteſſe; d'où réſulte une nouvele impulſion qui ſe combine avec la premiere, & que l'auteur a négligée mal-à-propos. Son mémoire contient d'ailleurs pluſieurs choſes vraies & utiles.

Digitized by Google

IX. Puiſque dans le cas où la roue eſt en repos lorſqu'elle eſt frapée par le fluide, le moment de l'impulſion contre la partie *VE* de l'*aube* inclinée, eſt égal au moment de l'impulſion contre la partie *AO* de l'*aube* verticale (V); il s'enſuit qu'alors plus on multipliera le nombre des *aubes*, plus le fluide imprimera de force à la roue: car en augmentant le nombre des *aubes*, on fait diminuer l'angle *ECB* compris entre deux *aubes* voiſines, & on augmente par conſéquent le moment de l'impulſion que reçoit la roue lorſque les *aubes* ſe trouvent, relativement au choc, dans la poſition la plus défavorable, poſition qui arive quand l'angle compris entre deux *aubes* contiguës eſt diviſé en deux parties égales par la verticale. Comme la loi de continuité s'obſerve conſtament dans les différens états d'accroiſſement ou de décroiſſement que peuvent ſubir les quantités de même eſpece, concluons encore de là que ſi une roue tourne avec une viteſſe fort lente par raport à celle du fluide, on augmentera ſa force en lui donnant un grand nombre d'*aubes*.

X. Il ſe préſente à ce ſujet une difficulté qui pouroit embaraſſer quelques lecteurs, & qu'il eſt à propos d'éclaircir. En ſuppoſant la roue immobile à l'inſtant du choc, il eſt clair que dans la rigueur géométrique, le nombre le plus avantageux d'*aubes* doit être *infini*. Or, dira-t-on, ſi le nombre des *aubes* devient infini, leurs extrémités formeront une circonférence de cercle *FBGO*, *Fig. 9*; & l'impulſion qui réſultera perpendiculairement contre chaque élément *KN* de l'arc *FBG*, étant dirigée au centre, ne tendra à produire aucun mouvement de rotation; d'où il paroît s'enſuivre que, bien loin que la roue reçoive alors le plus grand moment poſſible d'impulſion, elle n'en recevra point du tout. Mais il faut remarquer que dans notre calcul, les *aubes* ſont regardées comme une ſuite de plans différemment inclinés, tous dirigés au centre, & frapés par le fluide ſous différentes obliquités; que ſi par conſéquent on détruit cette hypotheſe, on détruit néceſſairement les conſéquences qui en réſultent. Or la ſuppoſition que *FBG* eſt un arc de cercle, continu & compoſé d'élémens *KN* qui, loin d'être dirigés au centre *C*, ſont perpendiculaires aux rayons *CK*, eſt entiérement contraire à la précédente. Il n'eſt donc pas ſurprenant qu'on arive à des réſultats très-différens dans les deux cas.

Concluons cependant de là que, comme les filets d'eau ſont compoſés de molécules phyſiques, ou qui ont des grôſſeurs finies, & que de plus ces filets ſe gênent les uns les autres dans leurs mouvemens, les extrémités des *aubes* doivent toujours laiſſer entr'elles un certain intervalle qui permette au fluide d'exercer ſon action autant qu'il eſt poſſible. Le nombre d'*aubes* qu'il convient de donner à une roue en repos, & à plus forte raiſon à une roue en mouvement, pour ſe procurer la plus grande force qu'il eſt poſſible de la part du fluide, eſt donc toujours fini & limité: à quoi on peut ajouter qu'en multipliant le nombre des *aubes*, on rend la roue plus peſante, & par-là ſujete à un plus grand froſement.

XI. Lorſque le mouvement de la roue eſt devenu uniforme & permanent, ſa viteſſe eſt ordinairement très-comparable à celle du fluide; elle en eſt la moitié, ou le tiers, ou le quart, &c. Alors il eſt difficile de déterminer en général, pour un inſtant quelconque, le moment de l'impulſion de l'eau contre toutes les *aubes* à la fois, & d'en conclure la combinaiſon la plus avantageuſe des élémens de la queſtion. J'ai donné la ſolution générale de ce problême, dans le *tome II de mon Hydrodynamique*, & dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, pour l'année 1769. On me permettra d'y renvoyer le lecteur.

XII. Ici je me borne à la ſolution d'un problême très-utile dans la pratique. Il conſiſte à *déterminer la viteſſe que la roue doit prendre par raport à celle du fluide, pour que l'effet de la machine ſoit un* maximum.

Ce problême fait partie de celui que je viens d'indiquer; mais pour parvenir ici à des réſultats ſimples & facilement applicables à la pratique, je ſuppoſerai, ſuivant l'uſage ordinaire, qu'à la place des *aubes* plongées dans l'eau, on ſubſtitue une ſurface plane & verticale qui ſoit frapée perpendiculairement par le fluide, & qui avant ce choc ait déja une viteſſe uniforme & permanente. Nommons *A* cette ſurface, *u* la viteſſe primitive & uniforme de ſon centre d'impreſſion, *b* la diſtance de ce centre à celui de la roue, *V* la viteſſe du fluide, *Q* le fardeau élevé, *v* ſa viteſſe, *c* ſon bras de levier; & de plus, ſuppoſons que l'impulſion perpendiculaire du fluide contre une ſurface *B* en repos, ſoit égale à un poids connu *F*. L'impulſion reçue par la ſurface *A* ſera repréſentée par $F \times \frac{A \times (V-u)^2}{B \times V^2}$. Donc, à cauſe de l'équilibre qu'il y a à chaque inſtant entre cette impulſion & l'action que la peſanteur exerce ſur le poids *Q*, on aura $F \times \frac{A \times (V-u)^2}{B \times V^2} \times b = Q \times c$. Multipliant le ſecond membre par *v*, & le premier par $\frac{cu}{b}$ quantité qui eſt égale à *v*, on trouvera $Qv = \frac{F \times A \times (V-u)^2 \times u}{B \times V^2}$. Or le produit *Qv*, qui repréſente l'effet de la machine, doit être un *maximum*. Par conſéquent $\frac{F \times A \times (V-u)^2 \times u}{B \times V^2}$ en ſera auſſi un; &, comme le facteur $\frac{F \times A}{B \times V^2}$ eſt conſtant & donné, il eſt clair que $\frac{F \times A \times (V-u)^2 \times u}{B \times V^2}$ ſera un *maximum*, lorſque $(V-u)^2 \times u$ en ſera un.

La méthode ordinaire *de maximis & minimis*, donne $u = \frac{V}{3}$. Ainſi, *pour que l'effet de la machine ſoit un* maximum, *il faut que la viteſſe du centre d'impreſſion de chaque aube, ſoit le tiers de la viteſſe du fluide.*

XIII. Pour connoître la valeur abſolue du *maximum*, il faut ſubſtituer dans l'équation $Qv = \frac{F \times A \times (V - u)^2 \times u}{B \times V^2}$, à la place de u la valeur $\frac{V}{3}$ que nous venons de trouver. Alors on aura $Qv = \frac{4F.A.V}{27B}$; ou, (en faiſant la ſurface donnée $B = A$), $Qv = \frac{4F.V}{27}$. Soient H la hauteur due à la viteſſe V du fluide, $F = n.A.H$, n étant un coëfficient donné: on aura $Qv = \frac{4n.A.H}{27} \times V$.

Pour les roues plongées dans des fluides indéfinis, comme les roues qui trempent dans des rivieres, on a ſenſiblement $n = 1$; &, pour les roues qui tournent dans des conduits étroits, on a ſenſiblement $n = 2$. Ainſi, dans le premier cas, le plus grand effet de la machine eſt d'imprimer à un poids d'eau repréſenté par $\frac{4A.H}{27}$ la viteſſe V du courant, ou à un poids d'eau exprimé par $A.H$ les $\frac{4}{27}$ de la viteſſe du fluide; &, dans le ſecond cas, le plus grand effet de la machine eſt double du précédent.

On trouvera aux articles *moulin*, *roue*, la théorie des ailes des moulins à vent & celle des roues horizontales.

XIV. Nous avons ſuppoſé, dans tout ce qui précede, que les *aubes* étoient dirigées au centre de la roue, mais l'expérience a fait connoître qu'il étoit avantageux de les incliner un peu par raport à la direction du courant. *Voyez mon Hydrodynamique, tom. II, pag.* 383 *& ſuiv.* (*L. B.*)

AVELLAN ou AVELLAR; nom de l'étoile appelée auſſi *pollux*.

AUGE, *en Hydraulique & Jardinage*. On appele ainſi la rigole de pierre ou de plomb ſur laquelle coule l'eau d'un aqueduc ou d'une ſource, pour ſe rendre dans un regard de priſe ou dans un réſervoir. (*K*).

AUGES, ſ. m. (*Aſtron.*). *Voy.* Apsides, Aphélie, Apogée.

AUGMENT; vieux mot qui veut dire la même choſe qu'accroiſſement, augmentation.

AURIGA. *Voyez* Cocher.

AVRIL, ſ. m. quatrieme mois de l'année, ſuivant notre calendrier. C'étoit le ſecond mois de l'ancienne année romaine, c'eſt-à-dire, de l'année de Romulus, qui commençoit par le mois de mars, & qui avoit dix mois. Numa ajouta à cette année les deux mois de janvier & février, & le mois d'*avril* ſe trouva alors le quatrieme. *Voyez* Mois.

Ce mot vient du latin *aprilis*, & celui-ci d'*aperio*, j'ouvre, à cauſe que dans ce mois la terre commence à ouvrir ſon ſein pour la production des végétaux.

Dans ce mois le ſoleil parcourt le ſigne du taureau, ou, pour parler plus exactement, le ſoleil entre au ſigne du taureau vers le 20 d'*avril*, & paroît parcourir ce ſigne juſqu'au 21 de mai; c'eſt-à-dire, que la terre parcourt alors réellement le ſigne du ſcorpion, oppoſé à celui du taureau. (*O*).

AURORE, ſ. f. (*Aſtron. phyſiq.*) eſt le crépuſcule du matin, cette lumiere foible qui commence à paroître quand le ſoleil eſt à 18 degrés de l'horizon, & qui continue en augmentant juſqu'au lever du ſoleil. *Voyez* Crépuscule.

Nicod fait venir ce mot du verbe *aureſco*, dérivé d'*aurum*, *quia ab oriente ſole aer aureſcit*, parce que le ſoleil levant dore, pour ainſi dire, l'atmoſphere.

AUSTRAL, *auſtralis*, méridional, ce mot vient d'*auſter*, vent du midi.

Les ſignes *auſtraux* ſont les ſix derniers du zodiaque; on les nomme ainſi, parce qu'ils ſont au midi de la ligne équinoxiale. *Voyez* Signe.

On dit de même *pole auſtral*, *hémiſphere auſtral*, pour *pole méridional*, *hémiſphere méridional*, &c.

AUTEL (*Aſtron.*) *ara*; conſtellation méridionale, appelée auſſi *altare*, *thymele*, (qui ſignifie autel), *veſta* à cauſe de la déeſſe du feu, *pharus*, (c'eſt-à-dire, élévation) *ſacrarium*, *templum*, *puteus*, *focus*, *lar*, *thuribulum*, *acerra*, (vaſe à mettre de l'encens), *prunarum conceptaculum*, *ignitabulum*, *batillus*, (Rechaud), *ara thymiamatis*, (autel de l'encens), *ara tentauri*. Les Dieux, diſent les poëtes, étant en guerre contre les Titans, firent conſtruire par Vulcain un autel ſur lequel ils ſe lierent par un ſerment mutuel & cet autel fut placé parmi les conſtellations: on a dit auſſi que cet autel étoit celui ſur lequel Chiron ſacrifia un loup.

La principale étoile de l'*autel* eſt de 3e grandeur, elle avoit, en 1750, 258° 8′ 25″ d'aſcenſion droite, & 49° 38′ 31″ de déclinaiſon auſtrale. (*D. L.*)

AUTOMATE, ſub. m. (*Méchaniq.*); engin qui ſe meut de lui-même, ou machine qui porte en elle le principe de ſon mouvement.

Ce mot eſt grec *αὐτόματος*, & compoſé de *αὐτὸς*, *ipſe*, & *μάω*, *je ſuis excité* ou *prêt*, ou bien de *μάτην*, *facilement*, d'où vient *αὐτόματος*, *ſpontanée*, *volontaire*. Tel étoit le pigeon volant d'Architas, dont Aulu-Gelle fait mention au *liv. X*, *ch. xij* des *nuits attiques*, ſuppoſé que ce pigeon volant ne ſoit point une fable.

Quelques auteurs mettent au rang des *automates*

tes les inſtrumens de méchanique, mis en mouvement par des reſſorts, des poids internes, *&c.*, comme les horloges, les montres, *&c. Voyez Joan. Bapt. Porta mag. nat. chap. xjx. Scaliger ſubtil.* 326.

Le flûteur *automate* de M. de Vaucanſon, membre de l'académie ſoyale des Sciences, le canard, quelques autres machines du même auteur, ſont au nombre des plus célebres ouvrages qu'on ait vus en ce genre depuis fort long-temps.

Voyez à l'article ANNROÎNE ce que c'eſt que le *flûteur*.

L'auteur encouragé par le ſuccès, expoſa, en 1741, d'autres *automates*, qui ne furent pas moins bien reçus. C'étoit:

1°. Un canard, dans lequel il repréſente le méchaniſme des viſceres deſtinés aux fonctions du boire, du manger & de la digeſtion; le jeu de toutes les parties néceſſaires à ces fonctions y eſt exactement imité: il alonge ſon cou pour aller prendre du grain dans la main, il l'avale, le digere, & le rend par les voies ordinaires tout digéré, tous les geſtes d'un canard qui avale avec précipitation, & qui redouble de viteſſe dans le mouvement de ſon goſier, pour faire paſſer ſon manger juſque dans l'eſtomac, y ſont copiés d'après nature: l'aliment y eſt digéré comme dans les vrais animaux, par diſſolution, & non par trituration; la matiere digérée dans l'eſtomac eſt conduite par des tuyaux, comme dans l'animal par ſes boyaux, juſqu'à l'ânus, où il y a un ſphincter qui en permet la ſortie.

L'auteur ne donne pas cette digeſtion pour une digeſtion parfaite, capable de faire du ſang & des ſucs nouriciers pour l'entretien de l'animal; on auroit mauvaiſe grâce de lui faire ce reproche. Il ne prétend qu'imiter la méchanique de cette action en trois choſes, qui ſont: 1°. d'avaler le grain; 2°. de le macérer, cuire ou diſſoudre: 3°. de le faire ſortir dans un changement ſenſible.

Il a cependant fallu des moyens pour les trois actions, & ces moyens mériteront peut-être quelque attention de la part de ceux qui demanderoient davantage. Il a fallu employer différens expédiens pour faire prendre le grain au canard artificiel, le lui faire aſpirer juſque dans ſon eſtomac, & là dans un petit eſpace, conſtruire un laboratoire chimique, pour en décompoſer les principales parties intégrantes, & le faire ſortir à volonté, par des circonvolutions de tuyaux, à une extrémité de ſon corps toute oppoſée.

On ne croit pas que les anatomiſtes aient rien à déſirer ſur la conſtruction de ſes ailes. On a imité os par os, toutes les éminences qu'ils appelent *apophyſes*. Elles y ſont régulierement obſervées, comme les différentes charnieres, les cavités, les courbes. Les trois os qui compoſent l'aile, y ſont très-diſtincts: le premier qui eſt l'*humérus*, a ſon mouvement de rotation en tout ſens, avec l'os qui fait l'office d'omoplate; le ſecond qui eſt le *cubitus* de l'aile, a ſon mouvement avec l'*humérus* par une charniere, que les anatomiſtes appelent *par ginglime*; le troiſieme qui eſt le *radius*, tourne dans une cavité de l'*humérus*, & eſt ataché par ſes autres bouts aux petits os du bout de l'aile, de même que dans l'animal.

Pour faire connoître que les mouvemens de ces ailes ne reſſemblent point à ceux que l'on voit dans les grands chef-d'œuvres du coq de l'horloge de Lyon & de Strasbourg, toute la méchanique du canard artificiel a été vue à découvert, le deſſein de l'auteur étant plutôt de démontrer, que de montrer ſimplement une machine.

On croit que les perſones atentives ſentiront la difficulté qu'il y a eu de faire faire à cet *automate* tant de mouvemens différens; comme lorſqu'il s'éleve ſur ſes pates, & qu'il porte ſon cou à droite & à gauche. Ils connoîtront tous les changemens des différens points d'apui: ils verront même que ce qui ſervoit de point d'apui à une partie mobile, devient à ſon tour mobile ſur cette partie, qui devient fixe à ſon tour; enfin, ils découvriront une infinité de combinaiſons méchaniques.

Toute cette machine joue ſans qu'on y touche, quand on l'a montée une fois.

On oublioit de dire que l'animal boit, barbote dans l'eau, croace comme le canard naturel. Enfin, l'auteur a tâché de lui faire faire tous les geſtes d'après ceux de l'animal vivant, qu'il a conſidéré avec attention.

2°. Le ſecond *automate* eſt le joueur de tambourin, planté tout droit ſur ſon piédeſtal, habillé en berger danſeur, qui joue une vingtaine d'airs, menuets, rigodons ou contre-danſes.

On croiroit d'abord que les difficultés ont été moindres qu'au flûteur *automate*: mais ſans vouloir élever l'un pour rabaiſſer l'autre, il faut faire réflexion qu'il s'agit de l'inſtrument le plus ingrat, & le plus faux par lui-même; qu'il a fallu faire articuler une flûte à trois trous, où tous les tons dépendent du plus ou moins de force de vent, & des trous bouchés à moitié; qu'il a fallu donner tous les vents différens, avec une viteſſe que l'oreille a de la peine à ſuivre; donner des coups de langue à chaque note, juſque dans les doubles croches, parce que cet inſtrument n'eſt point agréable autrement. L'*automate* ſurpaſſe en cela tous nos joueurs de tambourin, qui ne peuvent remuer la langue avec aſſez de légéreté, pour faire une meſure entiere de doubles croches toutes articulées; ils en coulent la moitié: & ce tambourin *automate* joue un air entier avec des coups de langue à chaque note.

Quelle combinaiſon de vents n'a-t-il pas fallu trouver pour cet effet? L'auteur a fait auſſi des découvertes dont on ne ſe ſeroit jamais douté; auroit-on cru que cette petite flûte eſt un des inſtrumens à vent qui fatigue le plus la poitrine des joueurs?

Les muſcles de leur poitrine ſont un éfort équi-

valent à un poids de 56 livres, puiſqu'il faut cette même force de vent, c'eſt-à-dire, un vent pouſſé par cette force ou cette peſanteur, pour former le *ſi* d'en-haut, qui eſt la derniere note où cet inſtrument puiſſe s'étendre. Une once ſeule fait parler la premiere note, qui eſt le *mi*: que l'on juge quelle diviſion de vent il a fallu faire pour parcourir toute l'étendue du flageolet provençal.

Ayant ſi peu de poſitions de doigts différentes, on croiroit peut-être qo'il n'a fallu de différens vents, qu'autant qu'il y a de différentes notes: point du tout. Le vent qui fait parler, par exemple, le *ré* à la ſuite de l'*ut*, le manque abſolument quand le même *ré* eſt à la ſuite du *mi* au deſſus, & ainſi des autres notes. Qu'on calcule; on verra qu'il a fallu le double de différens vents, ſans compter les dieſes pour leſquels il faut toujoors un vent particulier. L'auteur a été lui-même étoné de voir cet inſtrument avoir beſoin d'une combinaiſon ſi variée, & il a été plus d'une fois prêe à déſeſpérer de la réuſſite: mais le courage & la patience l'ont enfin emporté.

Ce n'eſt pas tout: ce flageolet n'occupe qu'uoe main; l'*automate* tient de l'autre une baguete, avec laquelle il bat du tambour de Marſeille; il donne des coups ſimples & doubles; fait des roulemens variés à tous les airs; & acompagne en meſure les mêmes airs qu'il joue avec ſon flageolet de l'autre main. Ce mouvement n'eſt pas un des plus aiſés de la machine. Il eſt queſtion de fraper tantôt plus fort, tantôt plus vîte, & de donner toujours un coup ſec, pour tirer du ſon du tambour. Cette méchanique conſiſte dans une combinaiſon infinie de leviers & de reſſorts différens, tous mûs avec aſſez de juſteſſe, pour ſuivre l'air; ce qui ſeroit trop long à détailler. Enfin, cette machine a quelque reſſemblanee avec celle du flûteur; mais elle a été conſtruite par des moyens bien différens. *Voyez Obſer. ſur les écrits mod.* 1741. (*O*).

AUTONE, ſ. m. (*Aſtron.*); troiſieme ſaiſon de l'année, temps de la récolte des fruits de l'été.

Quelques uns le font venir d' *augeo*, j'accrois, *quod annum frugibus augeat*.

L'*autone* commence le 23 ſeptembre; la hauteur méridiene du ſoleil ſe trouve moyene entre la plus grande & la plus petite. La fin de l'*autone* ſe reneontre avec le commencement de l'hiver, le 21 Décembre. Durant l'*autone* les jours vont en déeroiſſant, & ſont toujours plus courts que les nuits, exeepté le premier jour d'*autone*, qui eſt le jour de l'équinoxe, ou le lendemain à cauſe de la réfraction.

Diverſes nations ont compté les années par les *autones*, comme les Anglo-Saxons par les hivers. Taeite noos dit que les anciens Germains connoiſſoient toutes les ſaiſons de l'année, exeepté l'*autone*, dont ils n'avoient nulle idée.

On a toujours penſé que l'*autone* étoit une ſaiſon mal-ſaine. Tertullien l'apele, *tentator valetudinum*. Horace dit auſſi, *gravis autumnus; autumnus libitinæ queſtus accrba*.

Équinoxe d'autone, eſt le temps où le ſoleil entre dans la balance vers le 23 ſeptembre. (*O*).

AUVERGNE (*jeu de l'homme d'*): ce jeu a un grand raport à celui de la triomphe; on peut y jouer depuis deux joſqn'à ſix. Le jeu de cartes en contient jnſqu'à trente-deux: mais ſi l'on ne joue que deux ou trois, il ne fera que de vingt-huit, parce qo'on lévera les ſept. Les cartes conſervent leur valeur ordinaire: après que l'on a vu à qui fera, celui qui eſt à mêler fait couper le joueur de ſa gauche, & donne à chacun cinq cartes par deux ou trois, & en prend autant pour lui; il tourne la carte qui eſt deſſus le talon, & qui ſert de triomphe; alors chacun voit s'il peut jouer avec ſon jeu, ſinon il paſſe, comme à la bête. Si perſone n'a aſſez beau jeu pour jouer dans la couleur retournée, on ſe réjouit en ce cas, & juſqu'à trois fois, ſi les deux premieres cartes retournées n'ont pu accommoder les joueurs. Il faut faire trois mains pour gâgner, & deux premieres, quand elles ſont partagées entre les joueurs. Lorſque le jeu de carte eſt reconu faux, on refait, & les coups précédens ſont bons, & même celui où on l'auroit reconu tel, s'il étoit fini. Celni qui donne mal perd un jeu & remêle: ſi en mêlant il ſe trouve quelque carte retournée, on refait. Celni qui retourne un roi pour triomphe, gâgne un jeu pour ce roi, & autant pour tous ceux qu'il a dans la main; toos les joueurs ont le même avantage. Celui qui joue avant ſon tour perd un jeu au profit du jeu: celui qui renonce perd la partie; le ſens de ce terme, en ce cas, eſt qu'il n'y peut plus prétendre. Celui qui fait jouer & perd, démarque un jeu au profit de celui qui gâgne: celui qui a en main le roi de la couleur retournée en réjouiſſance, a le même droit que celui qui l'a de la premiere tourne, & marque un jeu pour ce roi, & un jeu pour chaque autre qu'il aoroit encore, pourvu néanmoins qu'il n'eût pas eu dans ſon jeu le roi de la triomphe précédente dans le même coup, pour lequel il auroit déja marqoé.

S'il arive que l'un des joueurs, après s'être réjoui, viene à perdre en jouant le roi de la premiere triomphe, ſoit que l'on lui coupât ou autrement, celoi qui feroit cette levée gâgneroit une marque ſur celui qui l'auroit jeté, & ainſi des autres rois pour leſquels on gâgne des jeux.

AXE, ſ. m. (*Méchanique.*) Un *axe* ou *eſſieu* eſt proprement one ligne ou un long morceau de fer ou de bois qui paſſe par le centre d'un corps, & qui ſert à le faire tourner ſur lui-même. *Voyez* ESSIEU.

C'eſt en ce ſens qoe nous diſons l'*axe* d'une ſphere ou d'un globe, l'*axe* ou l'*eſſieu* d'une roue. *Voyez* GLOBE, ROUE, *&c.*

L'*axe* d'une balance eſt noe ligne droite ſur laquelle elle ſe tourne & ſe meut. *Voyez* BALANCE.

L'*axe d'oſcillation* d'un pendule eſt une ligne droite parallele à l'horizon, qui paſſe par le centre autour duquel un pendule fait ſes vibrations. *Voyez* OSCILLATION & PENDULE.

Axe en Géométrie. L'*axe* de rotation ou de circonvolution eſt une ligne droite autour de laquelle on imagine qu'une figure plane ſe meut, pour engendrer dans ce mouvement un ſolide, ou qu'une ligne ſe meut pour engendrer une ſurface. *Voyez* SOLIDE, GÉNÉRATION, *&c.*

Ainſi, pour engendrer une ſphere, on imagine qu'un demi-cercle tourne ſur ſon diametre. Pour avoir un cône droit, on imagine qu'un triangle rectangle tourne ſur un des côtés qui forment l'angle droit, comme ſur un *axe*.

L'*axe* d'un cercle ou d'une ſphere eſt une ligne droite qui paſſe par le centre du cercle ou de la ſphere, & qui ſe termine par l'une & l'autre de ſes extrémités à la circonférence du cercle, ou à la ſurface de la ſphere. *Voyez* CERCLE, SPHERE.

L'*axe* du cercle s'appele autrement ſon *diametre*. *Voyez* DIAMETRE. Un cercle a donc une infinité d'*axes*.

On entend encore plus généralement par *axe*, une ligne droite tirée du ſommet d'une figure ſur le milieu de ſa baſe. *Voyez* FIGURE, SOMMET, BASE, *&c.*

L'*axe* d'un cylindre droit ou rectangle, eſt proprement cette ligne immobile autour de laquelle tourne le parallélogramme rectangle, qui dans ce mouvement engendre le cylindre droit. *Voyez* CYLINDRE.

En général, la ligne droite qui paſſe par le centre des baſes oppoſées des cylindres, en eſt l'*axe*, ſoit que ces cylindres ſoient droits ou qu'ils ſoient obliques.

L'*axe* d'un cône droit eſt la ligne droite, ou le côté ſur lequel on a fait mouvoir le triangle rectangle qui a engendré le cône. *Voyez* CÔNE.

Il ſuit de là qu'il n'y a proprement que le cône droit qui ait un *axe*; car il n'y a point de maniere d'engendrer le cône oblique, en faiſant mouvoir le triangle autour d'un de ſes côtés immobiles. Mais par analogie, tous les auteurs qui ont traité des cônes, ont dit que la ligne tirée du ſommet du cône oblique au centre de ſa baſe, en étoit l'*axe*.

L'*axe* d'une ſection conique eſt une ligne droite qui paſſe par le milieu de la figure, & qui coupe à angles droits & en deux parties égales toutes les ordonées.

Ainſi, *Sect. coniques*, *Fig.* 31, ſi *AP* eſt perpendiculaire à *FE*, paſſant par le centre *C*, & qu'elle diviſe la ſection en deux parties égales, ſemblables & ſemblablement ſituées par raport à cette ligne *AP*, elle ſera l'*axe* de cette ſection. *Voyez* CONIQUE.

L'*axe* tranſverſe ou le grand *axe* d'une ellipſe, c'eſt la même choſe: on l'appele ainſi pour le diſtinguer de ſon conjugué, ou du petit *axe*. *Voy.* TRANSVERSE.

Dans l'ellipſe, l'*axe* tranſverſe eſt le plus long; & dans l'hyperbole, il coupe cette courbe aux points *A* & *P*, *Fig.* 32.

Axe conjugué, ou ſecond *axe* de l'ellipſe, c'eſt, *Fig.* 31, la ligne *FE* qui paſſe par le centre *C* de la figure, parallélement à l'ordonée *MN*, & perpendiculairement à l'*axe* tranſverſe *AP*, & qui ſe termine par l'une & l'autre de ſes extrémités à la courbe. *Voyez* ELLIPSE & CONJUGUÉ.

L'*axe* conjugué eſt le plus court dans l'ellipſe: cette courbe n'eſt pas la ſeule où l'*axe* tranſverſe ait ſon conjugué; cela lui eſt commun avec l'hyperbole.

L'*axe* conjugué, ou le ſecond *axe* d'une hyperbole, eſt une droite *EF*, *Fig.* 32, qui paſſe par le centre parallélement aux ordonées *MN*, *MN*, & perpendiculairement à l'*axe* tranſverſe *AP*. *Voyez* HYPERBOLE.

L'*axe* de la parabole eſt d'une longueur indéterminée, c'eſt-à-dire, indéfinie. L'*axe* de l'ellipſe eſt d'une longueur déterminée. La parabole n'a qu'un *axe*; l'ellipſe & l'hyperbole en ont deux. *Voyez* COURBE.

Suivant les définitions précédentes, l'*axe* d'une courbe eſt en général une ligne tirée dans le plan de cette courbe, & qui diviſe la courbe en deux parties égales, ſemblables & ſemblablement poſées de part & d'autre de cette ligne. Ainſi, il y a un grand nombre de courbes qui n'ont point d'*axe* poſſible: cependant pour la facilité des dénominations, on eſt convenu d'appeler généralement *axe* d'une courbe, une ligne quelconque tirée où l'on voudra dans le plan de cette courbe, ſur laquelle on prend les abſciſſes, & à laquelle les ordonées de la courbe ſont perpendiculaires. Ainſi, toute courbe en ce ſens peut avoir un *axe* placé où l'on voudra. Si les ordonées ne ſont pas perpendiculaires, l'*axe* s'appele *diametre*. *Voyez* ABSCISSE, DIAMETRE, ORDONÉE.

Une courbe ne rencontre ſon *axe* que dans les points où l'ordonée eſt égale à zéro.

En général, l'on appele la ligne des abſciſſes *axe des abſciſſes*, ou ſimplement *axe*; & la ligne des ordonées, *axe des ordonées*; (toujours avec cette condition que les deux *axes* ſoient perpendiculaires l'un à l'autre, ſinon ce ſont deux diametres). Cependant pluſieurs auteurs, entr'autres M. Cramer, nomment ces deux lignes *axes*, quelqu'angle qu'elles faſſent entr'elles.

Pour ſavoir les points où la courbe coupe l'*axe* des abſciſſes, il n'y a qu'à faire $y=0$ dans l'équation de la courbe; l'équation reſtante ne contiendra plus que x, & la courbe coupera l'*axe* des abſciſſes en autant de points que cette équation aura de racines.

Au contraire, pour trouver les points où la courbe coupe l'*axe* des ordonées, il faut faire $x=0$. *Voyez l'introduction à l'analyſe des lignes courbes de* M. Cramer, *Geneve*, 1750.

Axe, en Optique. L'*axe* optique ou viſuel eſt un rayon qui paſſe par le centre de l'œil; ou c'eſt

le rayoo qui, paſſant par le milieu du cône lumineux, tombe perpendiculairement ſur le cryſtallin, & conſéquemmeot paſſe auſſi par le centre de l'œil. *Voyez* Optique, Rayon, Cône, Vision, *&c.*

L'*axe* moyen ou commuo eſt uae droire tirée du poinr de concours des deux nerſs optiques, ſur le milieu de la ligne droite qui joint les extrémités des mêmes nerfs. *Voyez* Nerf optique.

L'*axe* d'une lentille ou d'uu verre, eſt one ligne droite qui fait partie de l'*axe* du ſolide dont la lentille eſt un ſegment. *Voyez* Lentille & Verre.

Ainſi, une lentille ſphérique convexe étant un ſegmeur de ſphere, l'*axe* de cette lentille ſera l'*axe* même de la ſphere, ou une ligne droite qui paſſe par le centre de la ſphere. *Voyez* Convexe.

Oo peut encore définir l'*axe* d'nn verre uoe ligne droite qui joiot les points de milieu de deux ſurfaces de ce verre. *Voyez* Verre.

L'*axe* d'incidence, *en Dioptrique*, eſt une ligne droite qni paſſe par le poiot d'incidence, perpendiculairement à la ſurface rompante. *Voyez* Incidence.

L'*axe* de réfractioo eſt une ligne droite tirée du point d'incideoce on de réfraction, perpendiculairement à la ſurface rompante. *Voyez* Réfraction.

L'*axe* de l'aimant, ou l'*axe* magnétique, eſt une ligne droite dont les extrémités ſont des poles de l'aimant. *Voyez* Magnétisme.

Axe dans le tambour, ou *eſſieu dans le tour*, *axis in peritrochio*; c'eſt une des cinq machines ſimples inventées pour élever des poids. *Voy.* Méchanique, Puissance, *&c.*

Cette machine eſt compoſée d'lone eſpece de tambour repréſenté par *A B*, *Méch. Fig.* 44, mobile avec un cylindre qui lui eſt concentrique, autour de l'*axe E F*. Ce cyliodre s'appele l'*axe* ou l'*eſſieu*; & le tambour ſe oomme *tour*. Les leviers adaptés au cylindre; ſans quelquefois qu'il y ait de rambour, portent le nom de *rayons*. *Voyez* Tour.

Dans le mouvement du tour, une corde ſe roule ſur le cylindre, & fait monrer le poids.

On raporte à l'eſſieu dans le tour, toutes les machioes où l'on peut concevoir que l'éfort ſe fait par le moyeo d'une circonférence on tambour fixé ſur un cylindre, donr la baſe eſt dans le même plan que cette circonférence; comme dans les grues, les moulins, les cabeſtans, *&c. Voy.* Roue.

Propoſition ſur l'eſſieu dans le tour, 1°. Si la puiſſance appliquée à l'eſſieu dans le tour ſuivant la direction *A L*, *Fig.* 10, eſt perpendiculaire au rayon, & ſi cette puiſſance eſt au poids *G*, comme le rayon *C E* de l'*axe* ou du cylindre eſt au rayon *C A* du rour; la puiſſance ſuffira pour ſoutenir le poids, ou la puiſſance & le poids ſeront eo équilibre.

2°. Si la puiſſance appliquée en *F* agit ſelon la direction *F D*, oblique au rayon du tour, mais parallele à *A L*, cette puiſſance ſera à une puiſſance qui lui feroit équilibre, & qui agiroit ſuivant *A L*, comme le ſinus total eſt au ſinus de l'angle de la direction *C F D*.

3°. Les puiſſances appliqnées au tour en différens points *F*, *K*, &c. ſeloo les directions *F D*, *K I*, &c. paralleles à la direction perpendiculaire *A L*, & faiſant équilibre avec le même poids *G*, ſont entr'elles réciproquement comme les diſtances au centre du mouvement *C D*, *C I*, &c. *Voyez* Levier.

Ainſi, à meſure que la diſtance au centre dn mouvement augmente, la puiſſance diminue eo même proportioo, *& viceverſa*.

D'où il s'enſuit encore que poiſque le rayon *A C* eſt la plus grande diſtance poſſible, & que la puiſſance qoi agit dans la direcrioo *A L* lui eſt toute perpendiculaire, cette puiſſance perpendiculaire ſera la plus petite de routes celles qui ſeront capables de faire équilibre avec le poids *G*.

4°. Si uoe puiſſance qui agit dans la direction perpendiculaire *A L*, fait monter le poids *G*; l'eſpace parcouru par la puiſſance ſera à l'eſpace parcouru en même temps par le poids, comme le poids à la puiſſance.

Car à chaque révolotion du tour, la puiſſance aura parcouru la circonférence entiere du tour, & le poids aura monté dans le même temps d'une qoantité égale à la circonférence du cylindre; donc l'eſpace parcouru par la puiſſance eſt à l'eſpace parcouru par le poids, comme la circonférence du tour eſt à la circonférence de l'*axe*: mais la puiſſance eſt au poids, comme le rayon de l'*axe* eſt à celui du tour; dooc, *&c.*

5°. Une puiſſance *A* & uo poids *G* étant donnés, voici la maniere de conſtruire un eſſieu dans le rour où la puiſſance ſoit eo équilibre avec le poids.

Soit le rayon de l'*axe* ou eſſieu tel, que le poids puiſſe être ſoutenu, ſans que cet *axe* ou eſſieu rompe; faites enſuite, comme la puiſſance eſt au poids, ainſi le rayon de l'*axe* au rayon du tour.

Lors donc que la puiſſance ſera fort petite relativement au poids, il faudra que le rayon du rour ſoit extrêmement grand: ſoit par exemple le poids =3000 & la puiſſance 50; le rayon du rour doit être à celui de l'*axe*, pour qu'il y ait équilibre, comme 60 eſt à 1.

On remédie à cet inconvénient en augmentant le nombre des roues & des eſſieux, & en les faiſant tourner les uns ſur les autres par le moyeu des dents & des pignons. *Voy.* Roue & Pignon. (*O*).

Axe *d'un cadran*; c'eſt le ſtyle qui marque l'heure. *Voyez* Cadran.

AXIFUGE, adj. on appele, *en Méchanique*, *force axifuge*, la force avec laquelle un corps qui tourne autour d'un axe, tend à s'éloigner de cet axe; c'eſt proprement une force centrifuge, dont le centre eſt dans cet axe. *Voyez* Centrifuge.

Digitized by Google

Quand une toupie tourne ſur elle-même, tous les points de cette toupie, qui ſont hors de la ligne ou axe qui paſſe par ſon milieu, ont une force *axifuge*. (*O*).

AXIÒME, ſ. m. En *Mathématique*, on appele *axiômes* des propoſitions évidentes par elles-mêmes, & qui n'ont pas beſoin de démonſtrations. Telles ſont les propoſitions ſuivantes : *le tout eſt plus grand que ſa partie ; ſi à des grandeurs égales on ajoute des grandeurs égales, les ſommes ſeront égales ; ſi deux figures étant appliquées l'une ſur l'autre ſe couvrent parfaitement, ces deux figures ſont égales en tout.*

AYUK ; nom de l'étoile appelée communément la chevre, dans la conſtellation du cocher.

AZELPHAGE ; nom de l'étoile qui eſt à la queue du cygne.

AZIMECH ; nom que les Arabes donnent à l'épi de la vierge ; Bayer l'applique auſſi à Arcturus.

AZIMUT, (*Aſtron.*) l'arc de l'horizon compris entre le méridien & un vertical quelconque, dans lequel ſe trouve le ſoleil ou une étoile. M. Coſtard croit que ce nom vient par corruption du mot arabe *aſſempt*, qui ſignifie proprement un point ou une marque.

L'*azimut*, quand l'aſtre ſe leve ou ſe couche, eſt le complément de l'amplitude orientale ou occidentale, ou ce qui lui manque pour faire un quart de la circonférence. *Voyez* AMPLITUDE.

Pour calculer l'*azimut* d'un aſtre à une heure donnée, quand on connoît ſa déclinaiſon & la diſtance au méridien, on réſout le triangle *PZS*, *Fig. 39 d'Aſtron.*, formé au pole, au zénith & à l'aſtre, dont on connoît deux côtés *PZ*, *PS* & l'angle compris, & l'on cherche l'angle *Z*, qui a pour meſure l'arc *CO* de l'horizon. Ce même triangle ſert à calculer la hauteur d'un aſtre à une heure donnée.

Pour connoître par obſervation l'*azimut* d'une étoile, on tirera ſur le plan de l'horizon une ligne méridiene, au deſſus de laquelle on ſuſpendra un fil perpendiculaire ou vertical, en y atachant un poids. On ſuſpendra enſuite un autre fil, en y atachant de même un poids & le plaçant de maniere que l'étoile puiſſe être aperçue derriere les deux fils & déſigner ainſi le vertical de l'étoile, l'on meſurera l'angle de la méridiene & de la ligne des deux fils, & ce ſera l'*azimut* de l'aſtre. (*Inſt. Aſtron. de M. le Monnier.*) Mais la méthode la plus exacte eſt d'avoir un quart-de-cercle *azimutal*, à la maniere de Tycho-Brahé & d'Hévélius. *Voyez* l'optique de Smith, édition du P. Pézenas. On trouve dans la connoiſſance des temps de 1762 & de 1782 des tables de hauteur & d'*azimut* pour Paris.

AZIMUT *magnétique*, eſt un arc de l'horizon compris entre le cercle *azimutal* du ſoleil & le méridien magnétique ; c'eſt la diſtance apparente du ſoleil au point du nord ou du midi, marqué par la bouſſole. *Voyez* MAGNÉTIQUE.

On trouve l'*azimut magnétique* en obſervant le ſoleil avec un compas *azimutal*, lorſqu'il eſt élevé ſur l'horizon à la hauteur de 10 ou de 15 degrés, ſoit avant midi ſoit après. *Voyez* le dictionaire de Marine.

Cadran azimutal ; c'eſt un cadran ſolaire dont le ſtyle ou gnomon eſt perpendiculaire au plan de l'horizon. *Voyez* CADRAN.

La connoiſſance de l'*azimut* ſert quelquefois à tracer la méridiene, qui eſt fort utile dans la géométrie pratique, & néceſſaire dans la gnomonique & dans la navigation. Auſſi nous expliquerons dans la gnomonique divers moyens de trouver l'*azimut*.

On appele quelquefois *azimuts* les cercles verticaux. *Voyez* VERTICAL AZIMUTAL ; cercle *azimutal* eſt un cercle horizontal qu'on applique à un quart-de-cercle aſtronomique pour y marquer l'*azimut* ; on le voit en *h*, *Fig.* 188 *des Planches d'Aſtronomie*. (*D. L.*)

Digitized by Google

BACULOMÉTRIE, ſ. f. (*Géom.*); c'eſt l'art de meſurer avec des bâtons ou des verges les lignes tant acceſſibles qu'inacceſſibles. *Voyez* ACCESSIBLE, ARPENTAGE, MESURE, LEVER UN PLAN, *&c.*

BAGUETE *divine* ou *divinatoire*, ſ. f. (*Méch.*); on appele ainſi un rameau fourchu ou une baguete courbée en arc, que certains charlatans font tourner ſur les doigts des deux mains, & qui tourne (diſent-ils ou veulent-ils perſuader aux ſpectateurs crédules) en vertu des émanations d'une eau ſouterraine, d'une piece d'or ou d'argent cachée, d'une mine, *&c.* Il n'eſt fait aucune mention de cette baguete dans les auteurs qui ont vécu avant le onzieme ſiecle. Les premiers qui l'ont employée prenoient pour cela un rameau fourchu de coudrier, d'aune, de hêtse ou de pommier. Les charlatans de ces derniers temps ſe ſont aperçu qu'une baguete de matiere quelconque courbée en arc, produiſoit le même mouvement. En effet on va voir que ce mouvement eſt purement méchanique, & que les indications de la *baguete divinatoire* ne ſont que des tours de paſſe-paſſe que tout le monde peut exécuter, en éloignant & raprochant alternativement les points d'apui de la *baguete*, ou (pour mieux tromper les ieux) en poſant d'abord la *baguete* ſur deux doigts de chaque main à même hauteur, puis levant & baiſſant alternativement les deux doigts d'une même main, ou des deux mains, ce qui peut ſe faire avec un peu d'uſage, d'une maniere preſqu'imperceptible. Voici à quoi ſe réduit la queſtion, conſidérée méchaniquement.

Soient, *Pl. Méch. Fig.* 11, *AOB* un arc de cercle, ſitué d'abord dans une poſition horizontale; *C*, ſon centre de figure; *G*, ſon centre de gravité; *AB*, ſa corde; *OF*, ſa fleche. À l'éfort des mains qui ſoutienent réellement la *baguete* pas les points *K* & *H* placés ſymmétriquement, ſubſtituons un axe horizontal qui paſſe hors du point *G*, & qui enfile l'arc aux points *K* & *H*, de telle maniere que cet arc ne puiſſe avois aucun mouvement de gliſſement, & que nous n'ayons à conſidérer que la ſimple rotation. Cela poſé, il eſt clair, 1°. que la peſanteur de l'arc, agiſſant ſuivant la verticale qui paſſe par le point *G*, l'arc tournera autour de l'axe *KH*, dans le ſens de *O* vers *C*.

2.° Si l'axe *KH* demeuroit immobile, il eſt évident que le point *O* étant arivé au zénith, paſſeroit de l'autre côté, en vertu du mouvement acquis; puis reviendroit ſur ſes pas; puis ſe mouvroit dans le premier ſens; ainſi de ſuite: ce qui ſe raporte au mouvement d'oſcillation des pendules ordinaires. Mais ſi lorſque le point *O* a paſſé le zénith, ou a reçu le mouvement néceſſaire pour paſſer le zénith, on conçoit que l'axe *KH* eſt tranſporté parallélement à lui-même en *K'H'*, alors le point *O* continuera à ſe mouvoir dans le premier ſens: ce même mouvement ſe perpétuera, ſi le point *O* étant arivé à l'horizon, l'axe revient en *KH*; puis en *K'H'*; ainſi de ſuite. Or cette tranſpoſition mentale de l'axe produit le même effet que produit réellement le charlatan, en élevant & baiſſant les doigts d'une main ou des deux mains, & faiſant ainſi changer de place aux points d'apui *K* & *H*.

On voit que la *baguete* tournera à volonté du dedans au dehors, ou du dehors au dedans. Cela dépendra de la poſition initiale du point *V* ou *V'* par raport au centre de gravité *G*. (*L. B.*)

BAJOYERS, *ou* JOUILLIÈRES, ſ. f. pl. (*Hydraul.*) ſont les ailes de maçonerie qui revêtiſſent l'eſpace ou la chambre d'une écluſe fermée aux deux bouts, par des portes ou des vannes que l'on leve à l'aide de câbles qui filent ſur un treuil, que pluſieurs hommes manœuvrent.

On pratique le long des *bajoyers*, des contreforts, des enclaves pour loger les portes quand on les ouvre, & des pertuis pour communiquer l'eau d'une écluſe des deux côtés, ſans être obligé d'ouvrir ſes portes. (*K*).

* On donne auſſi, ſur les rivieres, le nom de *bajoyers* aux bords d'une riviere, près les culées d'un pont.

BAISEMENT, ſ. m. (*Géom.*) *Voyez* OSCULATION.

BAISER, *terme de Géométrie*. On dit que deux courbes ou deux branches de courbes ſe *baiſent*, lorſqu'elles ſe touchent en tournant leurs concavités vers le même côté; c'eſt-à-dire, de maniere que la concavité de l'une regarde la convexité de l'autre; mais ſi l'une tourne ſa concavité d'un côté, & l'autre d'un autre côté, ou ce qui revient au même, ſi les deux convexités ſe regardent, alors on dit ſimplement qu'elles ſe touchent. Ainſi le point *baiſant* & le point *touchant* ſont différens.

On emploie plus particuliérement le terme de *baiſer*, pour exprimer le contact de deux courbes qui ont la même courbure au point de contact, c'eſt-à-dire, le même rayon de dévelopée. Le *baiſement* s'appele encore alors *oſculation*. *Voyez* OSCULATION, DÉVELOPÉE, COURBURE, *&c.* (*O*).

BALANCE, ſ. f. (*Méch.*). C'eſt une machine qui ſe raporte au levier, & dont l'uſage eſt de faire connoître l'égalité ou la différence de poids de deux corps peſans.

Digitized by Google

Il y a pluſieurs ſortes de *balances*: les principales ſont la *balance ordinaire* ou *moderne*, la *romaine*, & le peſon *ſuédois* ou *danois*.

I. La *balance* ordinaire, *Méch. Fig.* 12, eſt compoſée d'un levier droit AB (*Voyez* LEVIER) nommé ici *fléau*, aux extrémités duquel ſont ſuſpendus, avec des cordons, deux baſſins C & D, qui reçoivent les marchandiſes qu'on veut peſer. Le fléau porte dans ſon milieu un axe xy, qui lui eſt perpendiculaire & dont les extrémités entrent & tournent librement dans des *ieux* pratiqués aux deux branches montantes d'une *chaſſe* EM qui ſoutient la machine. Ces extrémités de l'axe n'ont pas la forme cylindrique; elles ſont taillées en couteaux, plus ou moins émouſſés, ſuivant que la *balance* eſt deſtinée à peſer des marchandiſes plus ou moins peſantes; le fléau s'apuie par les tranchans de ces couteaux dans les ieux de la chaſſe, avec une entiere liberté de s'incliner de part ou d'autre; il porte une *aiguille* fg qui eſt dans la chaſſe quand il y a équilibre & que le fléau eſt horizontal, & qui, en s'écartant à droite ou à gauche de la chaſſe par ſa partie ſupérieure, fait connoître non ſeulement en quel ſens le fléau s'eſt incliné, mais encore les plus petites inclinaiſons dont il peut être affecté, ce qui ſert à peſer les marchandiſes avec toute l'exactitude poſſible.

Avant que de faire uſage de la balance, il faut commencer par la mettre en équilibre, c'eſt-à-dire, par faire en ſorte que le fléau ſoit bien horizontal. Les deux bras EA, EB, doivent être exactement égaux. Si cette condition étant remplie, & les deux bras étant garnis de leurs baſſins, un des côtes l'emporte ſur l'autre, on mettra du côté le plus foible de petits poids en quantité ſuffiſante pour établir l'équilibre, & maintenir le fléau dans la poſition horizontale. Ces petits poids doivent être regardés comme faiſant partie de la *balance* même, & comme étrangers à ceux qu'on veut contre-peſer.

Lorſque les deux bras AE, BE ne ſont pas égaux, le plus long favoriſe le poids placé de ſon côté: car ſuppoſons que le fléau AB étant en équilibre & dans la poſition horizontale, on mette dans le baſſin C un poids P, & dans le baſſin D une marchandiſe Q, de maniere qu'il y ait équilibre; ces deux poids P & Q ſe faiſant équilibre, on aura (*Voyez* LEVIER) $P : Q :: BE : AE$. Donc, ſi par exemple $BE > AE$, on aura $P > Q$. Les deux poids étant donc ſuppoſés égaux, l'un d'eux cependant l'emportera ſur l'autre & paroîtra plus peſant. On appele ces ſortes de *balances*, *balances fauſſes*. Elles peuvent ſervir néanmoins, de la maniere ſuivante, à déterminer exactement le poids d'une marchandiſe.

Sans vous embaraſſer quel eſt le plus long bras d'une *balance* que vous ſoupçonez être *fauſſe*, mettez 1.° dans l'un des baſſins, par exemple dans le baſſin D, la marchandiſe Q que vous voulez peſer; & obſervez le poids P qui lui fait équilibre. 2.° Tranſpoſez la marchandiſe Q, mettez-la dans l'autre baſſin C, & obſervez le nouveau poids P' qui lui fait équilibre. Cela poſé, multipliez P par P', & tirez la racine carrée du produit; elle ſera la valeur exacte de Q. Car, par le principe de l'équilibre du levier, on a ces deux équations, $P \times AE = Q \times BE$; $P' \times BE = Q \times AE$, leſquelles étant d'abord multipliées enſemble, puis diviſées par le facteur commun $AE \times BE$, donnent $P \times P' = Q^2$, & $Q = \sqrt{(P \times P')}$.

On s'épargne la peine de tranſpoſer les poids, & ſur-tout la longueur d'une extraction de racine carrée, en faiſant d'abord, & avant tout uſage, les deux bras de la *balance* exactement égaux entr'eux. Nous obſerverons cependant encore, au ſujet de l'extraction de la racine carrée, que, ſi les deux poids P & P' différoient peu l'un de l'autre, on pouroit ſuppoſer, ſans craindre d'erreur ſenſible, $Q = \frac{P+P'}{2}$; car ſoit $P' = P + p$, p étant une quantité très-ſubite par raport à P, on aura $Q = \sqrt{(P^2 + Pp)} = P + \frac{p}{2}$, ſenſiblement; ou bien $Q = \frac{P+P'}{2}$.

Une choſe à laquelle on doit faire la plus grande attention, eſt de mettre, autant qu'il eſt poſſible, dans une même ligne horizontale, le tranchant du couteau qui ſert d'axe, & les deux points A, B d'où pendent les baſſins; car ſi le point d'apui E, *Fig.* 13 & 14, eſt au deſſous ou au deſſus de l'horizontale AB, pour peu que cette ligne ſoit inclinée à l'horizon, elle ſera diviſée en deux parties inégales par la verticale EM menée par l'apui, & conſéquemment les poids qui ſe feront équilibre ne ſeront pas égaux. Dans le premier cas, *Fig.* 13, la *balance* eſt trop mobile ſur le point E, & elle eſt nommée *fole*; dans le ſecond, *Fig.* 14, elle trébuche trop difficilement, & elle eſt nommée *ſourde*.

II. La *romaine*, ainſi nommée à cauſe du grand uſage qu'on en faiſoit chez les Romains, ſert à peſer des marchandiſes de différentes peſanteurs, par le moyen d'un ſeul & même poids qu'on éloigne plus ou moins du point d'apui. Cette machine, *Fig.* 15, eſt compoſée d'un fléau AB, ſuſpendu par une anſe EK qui le diviſe en deux bras EA, EB fort inégaux. Le bras le plus court porte un baſſin C, ou un crochet deſtiné à ſoutenir les marchandiſes qu'on veut peſer; & on fait couler, au moyen d'un anneau, le long du bras EB, le poids conſtant P qui doit leur faire équilibre.

Il faut commencer par mettre la romaine en équilibre, ou le fléau dans la poſition horizontale, indépendament de la marchandiſe & du poids qui doit la contre-balancer. Enſuite on établira l'équilibre de la marchandiſe & du poids,

en vertu de l'équation $P \times E a = Q \times E A$ dans laquelle Q repréſente la marchandiſe, P le poids prépondérant, $E A$ & $E a$ les bras de levier de ces deux poids. Cette même équation ſert à déterminer la gradnation du bras $E B$. On voit, par exemple, que ſi le poids $Q = 10$ livres & le poids $P = 1$ livre, il faudra que la partie $E a = 10$ $E A$, ainſi des autres.

Cette *balance* a cela d'avantageux, qu'avec un ſeul & même poids on peut contre-peſer d'autres poids très-conſidérables. De plus, elle fatigue moins les ieux de la chaſſe que la *balance* ordinaire: car ſi, par exemple, on veut contre-peſer avec celle-ci un poids $4P$, les deux baſſins portent chacun un poids pareil, & la preſſion ſur les ieux de la chaſſe eſt $4P + 4P$, ou $8P$ (*Voy.* FORCES PARALLELES); au lieu que dans la romaine, où le poids P, appliqué à la quatrieme diviſion du bras $E B$, contre-balance le poids $4P$ mis dans le baſſin C, la preſſion ſur les ieux de la chaſſe eſt ſimplement $4P + P$, ou $5P$. Mais, d'un autre côté, le bras $E B$ de la romaine eſt expoſé à ſe plier quand il eſt un peu long; ce qui eſt un inconvénient auquel la *balance* ordinaire eſt moins ſujete.

III. Le peſon *danois* ou *ſuédois*, qui eſt fort uſité en Danemarck & en Suede, eſt une longue piece $A B$, *Fig.* 16, de fer ou de bois, portant à l'une de ſes extrémités une lourde maſſe A, & à l'autre un baſſin ou un crochet C pour ſoutenir les marchandiſes qu'on veut peſer; elle eſt traverſée par un anneau E qui la ſoutient, & qu'on fait gliſſer ſuivant ſa longueur, juſqu'à ce qu'il y ait équilibre de part & d'autre du point E. Voici le principe de cet équilibre & de la graduation du peſon.

Conſidérons le ſyſtême de la maſſe A, de la verge $A B$, & du baſſin ou crochet C, comme ne faiſant qu'un ſeul & même poids P réuni à ſon centre de gravité H; nommons Q le poids de la marchandiſe qu'on veut peſer: pour qu'il y ait équilibre, on doit avoir l'équation $P \times E H = Q \times B E$, ou bien $P \times (B H - B E) = Q \times B E$, ce qui donne $B E = \frac{P \times B H}{P + Q}$. D'où l'on voit que, connoiſſant P & $B H$, il ſera facile de graduer la verge $B H$, relativement aux différens poids Q qu'on veut peſer. (*L. R.*)

* On appele *balance de roberval*, une ſorte de levier où des poids égaux ſont en équilibre, quoiqu'ils paroiſſent ſitués à des extrémités de bras de levier inégaux. *Voyez* LEVIER.

Comme la *balance* eſt un vrai levier, ſa propriété eſt la même que celle du levier; ſavoir, que les poids qui y ſont ſuſpendus doivent être en raiſon inverſe de leurs diſtances à l'apui, pour être en équilibre. Mais cette propriété du levier, que l'expérience nous manifeſte, n'eſt peut-être pas une choſe facile à démontrer en toute rigueur. Il en eſt à peu près de ce principe comme de celui de l'équilibre; on ne voit l'équilibre de deux corps avec toute la clarté poſſible que lorſque les deux corps ſont égaux; & qu'ils tendent à ſe mouvoir en ſens contraire avec des viteſſes égales. Car alors il n'y a point de raiſon pour que l'un ſe meove plutôt que l'autre; & ſi l'on veut démontrer rigoureuſement l'équilibre lorſque les deux corps ſont inégaux, & tendent à ſe mouvoir en ſens contraire avec des viteſſes qui ſoient en raiſon inverſe de leurs maſſes, on eſt obligé de rapeler ce cas au premier, où les maſſes & les viteſſes ſont égales. De même on ne voit bien clairement l'équilibre dans la *balance*, que quand les bras en ſont égaux & chargés de poids égaux. La meilleure maniere de démontrer l'équilibre dans les autres cas, eſt peut-être de les ramener à ce premier, ſimple & évident par lui-même: c'eſt ce qu'a fait M. Newton dans le premier livre de ſes *Principes*, *ſection premiere*.

Soient, dit-il, *Méch. Fig.* 17, $O K$, $O L$, des bras de levier inégaux, auxquels ſoient ſuſpendus les poids A, P; ſoit fait $O D = O L$, le plus grand des bras, la difficulté ſe réduit à démontrer que les poids A, P, attachés au levier $L O D$, ſont en équilibre. Il faut pour cela que le poids P ſoit égal à la partie du poids A qui agit ſuivant la ligne $D C$ perpendiculaire à $O D$; car les bras $O L$, $O D$, étant égaux, il faut que les forces qui tendent à les mouvoir ſoient égales, pour qu'il y ait équilibre. Or l'action du poids A, ſuivant $D C$, eſt au poids A, comme $D C$ à $D A$, c'eſt-à-dire, comme $O K$ à $O D$. Donc la force du poids A ſuivant $D C = \frac{A \times O K}{O D}$. Et comme cette force eſt égale au poids P, & que $O L = O D$, on aura $\frac{A \times O K}{O D} = P$; c'eſt-à-dire, que les poids A, P, doivent être en raiſon des bras de levier $O L$, $O K$, pour être en équilibre.

Mais en démontrant ainſi les propriétés du levier, on tombe dans un inconvénient: c'eſt qu'on eſt obligé alors de changer le levier droit en un levier recourbé & briſé en ſon point d'apui, comme on le peut voir dans la démonſtration précédente; de ſorte qu'on ne démontre les propriétés du levier droit à bras inégaux que par celles du levier courbe, ce qui ne paroît pas être dans l'analogie naturele. Cependant il faut avouer que cette maniere de démontrer les propriétés du levier eſt peut-être la plus exacte & la plus rigoureuſe de toutes celles qu'on a jamais données.

Quoi qu'il en ſoit, c'eſt une choſe aſſez ſinguliere que les propriétés du levier courbe, c'eſt-à-dire, dont les bras ne ſont pas en ligne droite, ſoient plus faciles à démontrer rigoureuſement que celles du levier droit. L'auteur du traité de *Dynamique*, imprimé à Paris en 1743, a réduit l'équilibre dans le levier courbe à l'équilibre de deux puiſſances égales & directement oppoſées; mais comme ces puiſſances égales & oppoſées s'évanouiſ-

ſent

ſent dans le cas du levier droit, la démonſtration pour ce dernier cas ne peut être tirée qu'indirectement du cas général.

On pourroit démontrer les propriétés du levier droit dont les puiſſances ſont paralleles, en imaginant toutes ces puiſſances réduites à une ſeule, dont la direction paſſe par le point d'apui. C'eſt ainſi que M. Varignon en a uſé dans ſa *Méchanique*. Cette méthode, entre pluſieurs avantages, a celui de l'élégance & de l'uniformité; mais n'a-t-elle pas auſſi, comme les autres, le défaut d'être indirecte, & de n'être pas tirée des vrais principes de l'équilibre? Il faut imaginer que les directions des puiſſances prolongées concourent à l'infini; les réduire enſuite à une ſeule par la décompoſition, & démontrer que la direction de cette derniere paſſe par le point d'apui. Doit-on s'y prendre de cette maniere pour prouver l'équilibre de deux puiſſances égales appliquées ſuivant des directions paralleles à des bras égaux de levier? Il ſemble que cet équilibre eſt auſſi ſimple & auſſi facile à concevoir que celui de deux puiſſances oppoſées en ligne droite, & que nous n'avons aucun moyen direct de réduire l'un à l'autre. Or, ſi la méthode de M. Varignon, pour démontrer l'équilibre du levier, eſt indirecte dans un cas, elle doit auſſi l'être néceſſairement dans l'application au cas général. (*O*).

Balance hydroſtatique, eſt une eſpece de *balance* qu'on a imaginée, pour trouver la peſanteur ſpécifique des corps liquides & ſolides. *Voyez* Gravité *ou* Pesanteur spécifique.

Cet inſtrument eſt d'un uſage conſidérable pour connoître les degrés d'alliages des corps de toute eſpece, la qualité & la richeſſe des métaux, mines, minéraux, *&c.* les proportions de quelque mélange que ce ſoit, *&c.* la peſanteur ſpécifique étant le ſeul moyen de juger parfaitement de toutes ces choſes.

L'uſage de la *balance hydroſtatique* eſt fondé ſur ce Théorême d'*Archimede*, qu'un corps plus peſant que l'eau, peſe moins dans l'eau que dans l'air, du poids d'une maſſe d'eau de même volume que lui. D'où il ſuit que ſi l'on retranche le poids du corps dans l'eau de ſon poids dans l'air, la différence donnera le poids d'une maſſe d'eau égale à celle du ſolide propoſé.

Cet inſtrument, *Hydrod. Fig.* 12, n'a pas beſoin d'une deſcription fort ample. On peſe d'abord dans l'air le poids *E*, qui n'eſt autre choſe qu'un plateau garni ou couvert de differens poids, & le poids qu'on veut meſurer, lequel eſt ſuſpendu à l'extrémité du bras *F*; enſuite on met ce dernier poids dans un fluide, & on voit par la quantité de poids qu'il faut ôter de deſſus le plateau *E*, combien le poids dont il s'agit a perdu, & par conſéquent combien peſe un volume de fluide égal à celui du corps.

Pour peſer un corps dans l'eau, on le met quelquefois dans le petit ſeau de verre *IK*, & alors on ne doit pas oublier de couler le plateau *R* ſur le petit plateau carré *E*, afin que le poids de ce plateau, qui eſt cenſé égal à celui du volume d'eau dont le ſeau occupe la place, puiſſe rétablir l'équilibre.

À l'égard des gravités ſpécifiques des fluides, on ſe ſert pour cela d'une petite boule de verre *G*, de la maniere ſuivante.

Pour trouver la peſanteur ſpécifique d'un fluide, ſuſpendez à l'extrémité d'un des bras *F* un petit baſſin, & mettez dedans la boule *G*; rempliſſez enſuite les deux tiers d'un vaiſſeau cylindrique *OV*, avec de l'eau commune: lorſque vous aurez mis la boule dedans, il faudra mettre ſur le plateau *E* de petits poids, juſqu'à ce que les bras *E*, *F*, demeurent dans une poſition horizontale.

Ainſi, l'excès du poids de la boule ſur celui d'un égal volume d'eau, ſe trouvera contre-balancé par les poids ajoutés au plateau *E*, ce qui la fera demeurer en équilibre au milieu de l'eau. Or concevons à préſent cette boule ainſi en équilibre comme ſi elle étoit réellement une quantité d'eau congelée dans la même forme: ſi à la place de l'eau qui environne cette partie congelée, nous ſubſtituons quelque autre liqueur de différente peſanteur, l'équilibre ne doit plus ſubſiſter; il faudra donc pour le rétablir, mettre des poids ſur celui des plateaux *E*, *F*, de la *balance*, qui ſera le plus foible.

Ces poids qu'il aura fallu ajouter dans la *balance*, ſeront la différence en gravité de deux quantités, l'une d'eau, l'autre de la liqueur qu'on a voulu examiner, & dont le volume eſt égal à celui de la boule de verre. Suppoſons donc que le poids du volume d'eau dont la boule occupe la place, ſoit de 803 grains; ſi nous ajoutons à ce nombre celui des grains qu'il aura fallu ajouter ſur le plateau auquel la boule eſt atachée, ou ſi nous ôtons de 803 grains le nombre de ceux qu'il auroit fallu mettre ſur le plateau oppoſé, le reſte ſera le poids du volume du fluide égal à celui de la boule, & la gravité ſpécifique de l'eau ſera à celle de ce fluide comme 803 eſt à ce reſte; enfin, ſi on diviſe ce même reſte par 803, le quotient exprimera la gravité ſpécifique du fluide, l'unité exprimant celle de l'eau.

Pour rendre ceci plus ſenſible par un exemple, ſuppoſons qu'on veuille ſavoir la gravité du lait: plongeant dans cette liqueur la boule telle qu'elle eſt atachée à la *balance*, on trouve qu'il faudra mettre 28 grains ſur le plateau auquel elle eſt ſuſpendue, pour rétablir l'équilibre: ajoutant donc 28 grains à 803, la ſomme ſera 831; & ainſi la gravité ſpécifique du lait ſera à celle de l'eau, comme 803 à 831. On peut donc, par le moyen de la *balance* hydroſtatique, 1°. connoître la peſanteur ſpécifique d'une liqueur: 2°. comparer les peſanteurs ſpécifiques de deux liqueurs: 3°. comparer les gravités ſpécifiques de deux corps ſolides; car ſi les deux corps ſolides peſent autant l'un que l'autre dans l'air, celui qui a le plus de peſanteur ſpécifique péſera davantage dans l'eau:

4°. comparer la gravité ſpécifique d'un corps ſolide avec celle d'une liqueur; car la gravité ſpécifique du corps eſt à celle de la liqueur comme le poids du corps dans l'air eſt à ce qu'il perd de ſon poids dans la liqueur. *Voyez auſſi* AREOMETRE.

Le docteur Hook a imaginé une *balance* hydroſtatique qui peut être d'une grande utilité pour examiner la pureté de l'eau, *&c.* Elle conſiſte en un ballon de verre d'environ trois pouces de diametre, lequel a un col étroit d'une demi-ligne de diametre: on charge ce ballon de *minium*, afin de le rendre tant ſoit peu plus peſant qu'un pareil volume d'eau; on le trempe enſuite dans l'eau après l'avoir attaché au bras d'une exacte *balance*, qui a un contre-poids à l'autre bras. Cela fait, on ne ſauroit ajouter à l'eau la plus petite quantité de ſel, que le col du ballon ne s'éleve au-deſſus de l'eau d'un demi-pouce plus qu'il n'étoit d'abord. En effet, l'eau devenant plus peſante par l'addition du ſel, le ballon qui y étoit auparavant en équilibre, doit s'élever. *Tranſact. philoſoph. n.* 197.

Pluſieurs ſavans ſe ſont donnés la peine de rédiger en table les peſanteurs d'un grand nombre de matieres tant ſolides que fluides: on doit aſſurément leur ſavoir gré de ce travail, & l'on en ſent toute la difficulté, quand on penſe aux attentions ſcrupuleuſes & au temps qu'on eſt obligé de donner à ces ſortes de recherches: mais leurs expériences, quelques exactes qu'elles aient été ne peuvent nous ſervir de regle que comme des à-peu-près; car les individus de chaque eſpece varient entr'eux quant à la denſité, & l'on ne peut pas dire que deux diamans, deux morceaux de cuivre, deux goutes de pluie, ſoient parfaitement ſemblables. Ainſi, quand il eſt queſtion de ſavoir au juſte la peſanteur ſpécifique de quelque corps, il faut le mettre lui-même à l'épreuve; c'eſt le ſeul moyen d'en bien juger. Au reſte, on ſera ſans doute bien aiſe de trouver ici une table dreſſée ſur des expériences fort exactes. Il ſuffit de dire qu'elles ſont de M. Muſſchembroëk. Les peſanteurs ſpécifiques de toutes les matieres énnuméées en cette table, ſont comparées à celle de l'eau commune, & on prend pour eau commune celle de la pluie dans une température moyene; ainſi, quand on voit dans la table, eau de pluie 1,000; or de coupele 19, 640; air 0,001 $\frac{1}{2}$, c'eſt-à-dire, que la peſanteur ſpécifique de l'or le plus fin eſt à celle de l'eau, comme 19 $\frac{6}{10}$ à peu près à 1, & que la peſanteur de l'air n'eſt preſque que la milieme partie de celle de l'eau.

Table alphabétique des matieres les plus connues, tant ſolides que fluides, dont on a éprouvé la peſanteur ſpécifique.

Acier flexible & non trempé	7, 738.
Acier trempé	7, 704.
Agate d'Angleterre	2, 512.
Air	0, 001 $\frac{1}{2}$.
Albâtre	1, 872.
Alun	1, 714.
Ambre	1, 040.
Amiante	2, 913.
Antimoine d'Allemagne	4, 000.
Antimoine d'Hongrie	4, 700.
Ardoiſe bleue	3, 500.
Argent de coupele	11, 091.
Biſmuth	1, 700.
Bois de Bréſil	1, 030.
cédre	0, 613.
orme	0, 600.
gaïac	1, 337.
ébene	1, 177.
érable	0, 755.
fréne	0, 845.
buis	1, 030.
Borax	1, 720.
Caillou	2, 542.
Camphre	0, 995.
Charbon de terre	1, 240.
Cinnabre naturel	7, 300.
artificiel	8, 200.
Cire jaûne	0, 905.
rouge	2, 689.
blanche	2, 500.
Corne de Bœuf	1, 840.
cerf	1, 875.
Cryſtal de roche	2, 650.
d'Islande	2, 720.
Cuivre de Suede	8, 784.
jeté en moule	8, 000.
Diamant	3, 400.
Écailles d'huître	2, 092.
Encens	1, 071.
Eau commune ou de pluie	1, 000.
diſtillée	0, 093.
de riviere	1, 009.
Eſprit de vin rectifié	0, 866.
de térébenthine	0, 874.
Étain pur	7, 320.
allié d'Angleterre	7, 471.
Fer	7, 645.
Gomme arabique	1, 375.
Grenat de Bohéme	4, 360.
de Suede	3, 978.
Huile de lin	0, 932.
d'olive	0, 913.
de vitriol	1, 700.
Ivoire	1, 825.
Karabé ou ambre jaûne	1, 065.
Lait de vache	1, 030.
Litharge d'or	6, 000.
d'argent	6, 040.
Magnéſie	3, 530.
Marbre noir d'Italie	2, 704.
blanc d'Italie	2, 707.
Mercure	13, 593.
Noix de galle	1, 034.

Digitized by Google

Or d'eſſai ou découpé	19, 640.
de Guinée	18, 888.
Os de bœuf	1, 656.
Pierre ſanguine	4, 360.
calaminaire	5, 000.
à fuſil, opaque	2, 542.
tranſparente	2, 641.
Poix	1, 150.
Sang humain	1, 040.
Sapin	0, 550.
Sel de Glauber	2, 246.
ammoniac	1, 453.
gemme	2, 143.
polychreſte	2, 148.
Soufre commun	1, 800.
Talc de Veniſe	2, 780.
Tartre	1, 849.
Turquoiſe	2, 508.
Vert-de gris	1, 714.
Verre blanc	3, 150.
Verre commun	2, 620.
Vin de Bourgogne	0, 953.
Vinaigre de vin	1, 011.
Vitriol d'Angleterre	1, 880.

(*M.* Formey.)

Balance, (*Aſtron.*); ſeptieme ſigne du zôdiaque, & conſtellation du même nom; elle eſt appelée dans Cicéron, *jugum*; dans Ampelius *mochos*; dans Virgile & Ptolomée, les ſerres du ſcorpion: cette *balance* indique ſuivant quelques auteurs, l'équilibre de la nature, l'égalité des jours & des nuits, la température de l'autone. Les anciens y ajoutoient la figure d'un homme, peut-être celle de Mochos, inventeur des poids & des *balances*; d'autres mettoient cette *balance* dans la main de la vierge. Virgile feint que c'étoit la juſtice d'Auguſte conſacrée par le nom d'une nouvele conſtellation; peut-être, comme l'obſerve Scaliger, parce que la naiſſance d'Auguſte tomboit au commencement du ſigne de la *balance*. Mais M. Dupuis fait voir que la *balance* exiſtoit dans le zôdiaque bien plus anciénement, & il croit qu'elle avoit dû être, dans l'origine, placée à l'équinoxe du printemps. (*Aſtronomie T. IV, p.* 373.) Virgile lui-même ſemble reconoître une autre étymologie à ce nom de *libra*.

Libra die ſomnique pares ubi fecerit horas,
Et medium luci atque umbris jam dividet orbem,
Exercete, viri, tauros.

Géorg. 1, 208.

Les Perſes fixoient autrefois au lever héliaque de cette conſtellation, la fin de l'âge d'or, & l'entrée du mal dans l'univers; on comme l'explique M. Dupuis, le retour de l'hiver, la dévaſtation périodique de la nature végétative & le commencement du regne du mauvais principe.

Il y a 55 étoiles de la balance dans le catalogue britannique. (*D. L.*)

Balancement, *Voyez* Oscillation.

Balancier, ſ. m. (*Méchan.*). Ce nom eſt donné communément à toute partie d'une machine qui a un mouvement d'oſcillation, & qui ſert ou à ralentir ou à régler le mouvement des autres parties.

Balancier *de pompe*. (*Hydrod.*). C'eſt le plus ſouvent une piece de bois, ou une bâre de fer poſée horizontalement ſur un point d'apui, qui en fait un levier de la premiere eſpece. À une de ſes extrémités répond un ou pluſieurs piſtons, & à l'autre eſt une bille bandante, ou quelque autre piece répondante à une manivele, qui donne le mouvement au *balancier* qui fait alors hauſſer le piſton. On nomme auſſi *balanciers* les pieces de bois qui ſervent à entretenir les bâres de fer qui compoſent les chaînes de la machine de Marly, c'eſt-à-dire, les chaînes qui donnent le mouvement aux pompes du premier & du ſecond puiſard. (†)

Baleine; conſtellation méridionale qui contient 97 étoiles, ſuivant le catalogue de Flamſteed; elle eſt appelée auſſi *cetus*, *cete*, *draco*, *leo*, *urſus marinus*, *canis tritonis*, ou chien de mer, *piſtris* ou *priſtis*, eſpece d'hydre ou de ſerpent: en arabe, *kaitos* ou *elketos*. Bayer, dans ſon *Uranométrie*, a peint un dragon au lieu d'une *baleine*; il trouvnis que la ſituation des étoiles ſembloit l'exiger: d'ailleurs il y a en des ſpheres anciennes où l'on avoit peint un dragon. Cependant le nom de *baleine* a univerſélement prévalu; les poëtes diſent que Neptune, dont l'amour pour Andromede s'étoit tourné en fureur, envoya une *baleine* pour la dévorer: ce monſtre fut tué par Perſée, & Neptune le plaça dans le ciel. Selon d'autres, Laomédon, roi des Troyens, ayant été obligé d'immoler Héſione ſa fille, pour apaiſer Neptune, elle fut délivrée par Hercule; & le monſtre marin qui étoit l'inſtrument de la colere de Neptune, fut changé en cette conſtellation, appelée *baleine*.

Il y a dans cette conſtellation une étoile changeante fort ſinguliere. *Voyez* Étoile. (*D. L.*)

Baliſtique, ſ. f. Science du mouvement des corps peſans & jetés en l'air ſuivant une direction quelconque.

On trouvera à *l'article* Projectile les loix de la *Baliſtique*. La théorie du jet des bombes eſt une partie conſidérable de cette ſcience, & c'eſt principalement cette théntie qu'on y traite. Nous avons là-deſſus pluſieurs ouvrages, *l'art de jeter les bombes*, de M. Blondel, de l'Académie des Sciences, un des premiers qui aient paru ſur cette matiere; *le Bombardier françois*, par M. Belidor, *&c.* Mais perſone n'a traité cette ſcience d'une maniere plus élégante & plus courte que M. de Maupertuis, dans un Mémoire imprimé parmi ceux de l'Académie des Sciences de Paris, de 1732; ce mémoire eſt intitulé: *Baliſtique arithmétique*, & on peut dire qu'il contient en deux pages plus de choſes que pluſieurs traités que nous avons ſur cette matiere. M. de Maupertuis

cherche d'abord l'équation analytique de la courbe *A M B*, *Méch. Fig.* 47, que décrit un projectile *A* jeté ſuivant une direction quelconque *A R*; il trouve l'équation de cette courbe entre les deux co-ordonées *A T*, *x*, & *T M*, *y*; & il n'a pas de peine à faire voir que cette équation eſt celle d'une parabole. En faiſant $y = 0$, dans cette équation, la valeur correſpondante de *x* lui donne la partie *A B* du jet; pour avoir le cas où la portée *AB* eſt la plus grande qu'il eſt poſſible, il prend la différence de la valeur de *A B*, en ne faiſant varier que la tangente de l'angle de projection *R A B*; & il fait enſuite cette différence $= 0$, ſuivant la regle de *maximis & minimis*; ce qui lui donne la valeur de la tangente de l'angle de projection, pour que *A B* ſoit la plus grande qu'il eſt poſſible, & il trouve que cette tangente doit être égale au rayon, c'eſt-à-dire, que l'angle *B A R* doit être de 45 degrés. Pour avoir la hauteur *t m* du jet, il n'y a qu'à faire la diſtérence de $y = 0$, parce que *t m* eſt la plus grande de toutes les ordonées. Pour fraper un point donné *n* avec une charge donnée de poudre, il ſubſtitue dans l'équation de la parabole, à la place de *x*, la donnée *A I*, & à la place de *y*, la donnée *I n*, & il a une équation dans laquelle il n'y a d'inconnue que la tangente de l'angle de projection *R A B*, qu'il détermine par cette équation *&c.* & ainſi des autres.

Au reſte, la plupart des auteurs qui ont traité juſqu'à préſent de la *Beliſtique*, ou ce qui eſt preſque la même choſe, *du jet de bombes*, ne l'ont fait que dans la ſuppoſition que les corps ſe meuvent dans un milieu non réſiſtant: ſuppoſition qui eſt aſſez éloignée du vrai. M. Newton a démontré dans ſes principes, que la courbe décrite par un projectile dans un milieu fort réſiſtant, s'éloigne beaucoup de la parabole; & la réſiſtance de l'air eſt aſſez grande pour que la différence de la courbe de projection des graves avec une parabole ne ſoit pas inſenſible. M. Robins, de la Société royale de Londres, a donné en anglois de *nouveaux principes d'Artillerie*, où il traite du jet des bombes, & en général du mouvement des projectiles, en ayant égard à la réſiſtance de l'air qu'il détermine en joignant les expériences à la théorie. M. Euler a fait d'excellentes remarques ſur cet ouvrage; & le tout a été traduit & publié en françois, cette année 1783, par M. Lombard, Profeſſeur Royal de Mathématiques aux Écoles d'Artillerie d'Auxone. (*O*).

BANDES *de Jupiter*, *en Aſtronomie*, ſont des *bandes* qu'on remarque ſur le diſque de jupiter, & qui reſſemblent à des ceintures. *Voyez* la *Fig.* 162 des *Planches* d'Aſtronomie.

Les *bandes* de jupiter ſont plus brillantes que le reſte de ſon diſque, & terminées par des lignes paralleles. Elles ne ſont pas toujours de la même grandeur, & en même nombre.

Elles ne ſont pas non plus toujours à la même diſtance: il ſemble qu'elles augmentent & diminuent alternativement. Tantôt elles ſont fort éloignées l'une de l'autre; tantôt elles paroiſſent ſe raprocher: mais c'eſt toujours avec quelque nouveau changement. Elles ſont ſujetes à s'altérer de même que les taches du ſoleil: une tache très-conſidérable que M. Caſſini avoit aperçue ſur jupiter en 1665, ne s'y conſerva que près de deux années. Elle parut pendant tout ce temps immobile au même endroit de la ſurface. On en détermina pour lors la figure auſſi-bien que la ſituation par raport aux *bandes*. Elle diſparut enfin, en 1667, & ne reparut que vers l'an 1672, où l'on continua de l'apercevoir pendant trois années conſécutives. Enfin, elle s'eſt montrée & cachée alternativement; de maniere qu'en 1708, on comptoit depuis 1665 huit apparitions completes de cette tache. *Voyez* les anciens mémoires de l'Académie des Sciences, 1692, *Mém.* 1699, 1708, 1714. C'eſt par ſes révolutions, obſervées un grand nombre de fois, qu'on a découvert le temps de la rotation de jupiter autour de ſon axe, d'environ 9^h 56'; il faut voir dans les Tranſactions philoſophiques de 1781, les figures des *bandes* obſervées en différens temps par M. Herſchel.

Il eſt vrai-ſemblable que la terre que nous habitons eſt dans un état plus tranquille & bien différent de celui de jupiter; puiſque l'on obſerve dans la ſurface de cette planete des changemens, tels qu'il en ariveroit ſur notre globe, ſi l'Océan, par exemple, changeant de lieu venoit à ſe répandre indifféremment ſur toutes les terres, en ſorte qu'il s'y formât de nouveles mers, de nouveles îles, & de nouveaux continens. *Inſt. aſtron.* de M. le Monnier; mais Herſchel croit que ce ſont des nuages. *Tranſ. Phil.* 1781. Huygens aperçut auſſi une eſpece de *bande* ſur le diſque de mars: mais elle n'eſt pas réguliere, & on la voit difficilement.

BANQUE, ſ. f. c'eſt ainſi qu'on nomme à certains jeux, comme à celui du commerce, les cartes qui reſtent après qu'on en a donné à tous les joueurs le nombre qu'exige le jeu. La *banque* s'appele à d'autres jeux, *talon* ou *fond*. *Voyez* TALON & FOND.

BANQUETE, (*en Hydraulique*) eſt un ſentier conſtruit des deux côtés de la cuvete ou rigole d'un aqueduc pour y pouvoir marcher & examiner ſi l'eau s'arrête ou ſe perd en quelque endroit: on donne ordinairement 18 pouces de large à ces ſortes de *banquetes*. (*O*).

BANQUIER, (*terme de Jeu*); c'eſt celui qui taille au *pharaon*, *à la baſſete*, &c. & qui dans ces jeux a toujours de l'avantage: les autres joueurs s'appelent *pontes*. *Voyez* PHARAON, BASSETE, PONTE. (*O*).

BARBE *d'une comete*, (*Aſtron.*); c'eſt le nom qu'on donne à ces eſpeces de rayons qu'envoie une comete, vers la partie du ciel où ſon mouvement paroît la porter. *Voyez* COMETE.

C'eſt en quoi la *barbe* de la comete eſt diſtin-

guée de ſa queue, qui eſt formée des rayons pouſſés vers la partie d'où il ſemble que ſon mouvement l'éloigne. En un mot la *barbe* de la comete eſt une eſpece de chévelure lumineuſe & rayonante qui la précede, & la queue eſt une chévelure lumineuſe & rayonante qui la ſuit. *Voyez* ſur ce ſujet les conjectures des philoſophes, *au mot* COMETE. (*O*).

BÂRE, ſ. f. (*Méch.*); piece de bois ou de fer qu'on emploie pour ſoulever un corps, ou pour faire tourner une machine. *Voyez* LEVIER.

BÂRE (*Hydraul.*); on appele ainſi une eſpece de banc de ſâble ou de gravier qui ſe forme toujours d'une maniere plus ou moins ſenſible à l'embouchure d'une riviere dans la mer ou même à la jonction de deux rivieres.

Il eſt démontré par la théorie & par l'expérience, que la pente des rivieres diminue à meſure qu'elles s'approchent de la mer. Ainſi, aux environs de l'embouchure, le courant devenu horizontal, ou ſenſiblement tel, s'écoule par tous les endroits qui lui en offrent la facilité; il s'étend en ſuperficie, & diminue en profondeur. De là réſulte, à la jonction de la riviere avec la mer, la formation d'un atérriſſement ou d'une eſpece de *bâre*, au deſſus de laquelle l'eau a peu de hauteur. Lorſque la mer eſt ſujete au flux & reflux; dans le temps du flux, l'eau de la mer qui entre dans le lit de la riviere, tend à tranſporter en amont la terre qui forme la bâre; mais dans le temps du reflux, l'eau de la riviere reprend ſon cours naturel, ramene la terre, & tend à rétablir les choſes dans leur premier état. Au bout d'un certain temps, ces deux courans contraires, en ſe combatant ſans ceſſe, font prendre au fond de la riviere une forme permanente, & propre à établir une eſpece d'équilibre entre les effets réciproques qu'ils produiſent. Dans la Figure 12, *Pl. Hydrod.*, qui eſt un profil de la riviere & de la mer, pris ſuivant la longueur de la riviere, la courbe *DEF* repréſentante le fond de la riviere *ABED* & de la mer *CBEF*; le point *E* eſt le ſommet de la *bâre*. On peut conſidérer *BE* comme un pertuis par lequel paſſent tour-à-tour les deux courans dont nous venons de parler. Il prend la profondeur requiſe pour modifier leurs forces & pour établir entr'elles la proportion convenable. Il a pour élémens principaux de ſes dimenſions, la quantité d'eau de la riviere, ſa viteſſe & l'élévation de la haute mer.

On croit ordinairement que les *bâres* ſont formées par les dépôts des matieres que l'eau charie avec elle, & qui tombent au fond de la riviere à meſure que ſon lit s'approche de l'horizontale, & que par conſéquent la viteſſe du courant diminue. Mais, quand même les eaux ſeroient parfaitement pures, il ſe formeroit toujours à l'embouchure une *bâre* plus ou moins ſenſible. Car, en vertu de la force que l'eau a pour corroder le fond, elle tend à le rendre & le rend en effet à peu près horizontal dans le voiſinage de l'embouchure. La profondeur de l'eau doit donc, par cette ſeule raiſon, devenir alors fort petite. Enſuite l'action du flux & reflux (ſi la mer y eſt ſujete), la modifie, l'augmente ou la diminue, conformément aux loix de l'équilibre dont nous avons déja parlé. Les dépôts des matieres charriées par l'eau produiſent des changemens dans la figure & dans les dimenſions de la *bâre*; mais ils n'en ſont pas la cauſe primordiale. Elle peut ſoufrir auſſi des variétés par les ſâbles que les vents tranſportent, & qui, en formant à l'embouchure, des *dunes* ou des atterriſſemens, font quelquefois changer de cours à l'eau.

Il y a au deſſus de Baïone une fameuſe *bâre* à l'embouchure de la riviere d'Adour dans la mer. Pour la détruire ou la diminuer, on a changé pluſieurs fois le cours de l'Adour en cet endroit. Après avoir conſtruit en divers temps des épis qui n'avoient eu que des effets paſſagers, on ſe détermina en 1729, d'après le projet de M. de Touros, directeur des fortifications, à enfermer l'Adour depuis un village appelé le *Boucau* juſqu'à la mer, entre deux longues digues de maçonerie qui furent dès-lors commencées, qui ne ſont pas encore achevées, & qui doivent ſe prolonger à une certaine diſtance dans la mer. La paſſe des vaiſſeaux fut dirigée oueſt-nord-oueſt, ſuivant la délibération d'un conſeil compoſé d'officiers de la marine & du corps de Génie. Les ouvrages pour la conſtruction des digues ont été ſouvent interrompus & repris. On eſt parvenu à procurer 7 à 8 pieds de hauteur d'eau au deſſus de la *bâre* en baſſe mer.

Comme la mer monte de 11 à 12 pieds, la hauteur de l'eau eſt d'environ 18 pieds en haute mer. Si cette profondeur étoit bien franche, elle ſeroit ſuffiſante pour l'entrée d'aſſez grands vaiſſeaux; mais à cauſe de l'agitation des vagues, il faut en rabatre 3 ou 4 pieds; & de plus, comme on ne doit pas atendre le moment préeis de la haute mer pour entrer en riviere, il faut encore retrancher environ 2 pieds de la hauteur. Ainſi, pour l'ordinaire, on ne doit guere compter en haute mer qu'environ 12 pieds de profondeur d'eau pour l'entrée des vaiſſeaux, profondeur qui n'eſt pas ſuffiſante & qu'on travaille à augmenter. Il eſt certain que le meilleur moyen d'y parvenir, eſt de reſſerrer l'Adour entre deux digues, dont la direction & la hauteur aient d'ailleurs, autant qu'il eſt poſſible, l'avantage de faciliter l'entrée des vaiſſeaux & d'empêcher les enſâblemens occaſionés par les vents. En diminuant ainſi la largeur de l'Adour & en prolongeant les digues un peu avant dans la mer, on augmente la viteſſe de la riviere; elle combat avec plus d'avantage le courant contraire de la mer; le fond prend la forme *DHe*, & le ſommet de la *bâre* eſt porté en *e*, point auquel répond une profondeur *Ce* plus grande que *BE*. Je dis que le ſommet de la *bâre* eſt en *e*; car il faut remarquer qu'en la détruiſant dans un endroit, on l'a

Digitized by Google

fait renaître, au bout d'un certain temps, en un autre, & que jamais on ne parviendra à l'anéantir totalement. En effet, les mêmes cauſes qui produiſoient la *bâre* avant l'exiſtence des digues, doivent évidemment en produire une autre après leur conſtruction. Mais, comme elle ſera portée plus avant dans la mer, elle poura laiſſer au deſſus d'elle, pendant un long intervalle de temps, la hauteur d'eau dont on a beſoin. Il conviendra de diminuer, le plus qu'il eſt poſſible, l'eſpace compris entre les digues, relativement au volume d'eau de la riviere, & ſans qu'il en réſulte aucune gêne pour la navigation; de ne leur pas faire faire des coudes, car ces coudes ſont très-nuiſibles au mouvement de l'eau, & ils occaſionent pour l'ordinaire des atérriſſemens ou des enſâblemens dans leurs environs. Il faudroit de plus qu'en deſcendant vers la mer, la largeur du canal diminuât, afin que dans le temps du reflux, le courant de la riviere reſſerrée de plus en plus, augmentât de plus en plus de viteſſe & de profondeur, & qu'au contraire dans le temps du flux, la viteſſe de la mer, entre les digues, diminuât de plus en plus par l'élargiſſement du canal. Je crois que, par tous ces moyens, on ſe procureroit une navigation commode & sûre au deſſus de la *bâre*. Mais une précaution eſſentiele dans la conſtruction des ouvrages, eſt de les mener de front, ou d'établir une eſpece d'équilibre entre leurs parties correſpondantes. Faute d'obſerver cet équilibre, les ouvrages qu'on fait d'un côté de la riviere jetent l'eau vers le côté oppoſé, y occaſionent des gorges & des atérriſſemens. Ces domages, qu'il faut réparer, augmentent la dépenſe & mettent dans l'achévement des digues une lenteur très-préjudiciable.

Les mêmes remarques s'appliquent, proportion gardée, à l'embouchure de deux rivieres qui ſont ſujetes à croître & à décroître en des temps différens, comme cela eſt aſſez ordinaire. Il ſe forme à leur embouchure une eſpece de flux & reflux qui produit à peu près les mêmes effets que celui de la mer.

Le mot de *bâre* ſe prend encore quelquefois pour ſignifier cette eſpece de remous auquel les rivieres qui ſe jetent dans la mer ſont ſujetes pendant que la mer monte. Tel eſt, par exemple, le remous qui ſe fait ſur la Seine, pendant la durée du flux, depuis l'embouchure de cette riviere à Honfleur, juſqu'au pont de l'arche à pluſieurs lieues au deſſus de Rouen. On voit l'eau de la mer remonter avec rapidité & gliſſer ſur celles de la Seine, à peu près comme elle feroit ſur un terrain uni, ſur-tout dans le voiſinage de l'embouchure & dans les endroits où le lit de la riviere eſt reſſerré. On obſerve la même choſe, proportion gardée, à l'embouchure de deux rivieres qui ſe jetent l'une dans l'autre; quand l'une de ces rivieres croît ſans que l'autre croiſſe en même temps ou en même proportion. (*L. B.*)

BÂRES, (*jeu*) eſt le nom que les jeunes gens donnent à un jeu qui conſiſte à ſe ſéparer en deux troupes, à venir ſe provoquer réciproquement, à courir les uns contre les autres entre des limites marquées; en ſorte que ſi quelqu'un de l'un ou de l'autre parti eſt pris par ſes adverſaires, il demeure priſonier juſqu'à ce que quelqu'un de ſon parti le délivre en l'emmenant malgré les pourſuites du parti contraire. (*G*).

BARILLET, ſ. m. (*Hydraulique*), eſt un corps de bois arondi en dedans & en dehors, avec un clapet poſé ſur le deſſus. Ce corps loge dans une pompe à bras qui n'a point de corps de pompe, & ſert de fond au jeu de piſton, qui fait lever le clapet du *barillet*, & enſuite le fait refermer; & au moyen de la filaſſe dont il eſt garni, l'eau ne peut retomber dans le puits quand la ſoupape eſt fermée.

On appele encore quelquefois *barillet*, le piſton d'une pompe à bras qui n'a point de corps de pompe, mais qui joue dans un tuyau de plomb, & qui tire l'eau par aſpiration d'un puits ou d'une citerne.

Ces ſortes de *barillets* ſont atachés à une anſe de fer, ſuſpendue à une verge auſſi de fer; & ils ont ſur le deſſus un clapet qui s'ouvre & ſe ferme à chaque coup de piſton. *Voyez* POMPE, PISTON, CLAPET.

BAROMETRE, ſ. m. (*Hyd.*); inſtrument qui ſert à meſurer la peſanteur ou l'élaſticité de l'atmoſphere & ſes variations. *Voyez le Dictionnaire de Phyſique*.

BAROSCOPE, ſ. m. (*Hydr.*), ſignifie la même choſe que barometre.

BAS DU CIEL; on donne quelquefois ce nom à la partie inférieure du méridien.

BASCULE, ſ. f. (*Méchanique*) eſt une piece de bois qui monte, deſcend, ſe hauſſe & ſe baiſſe par le moyen d'un eſſieu qui la traverſe dans ſa longueur pour être plus ou moins en équilibre. Ce peut être encore le contre-poids d'un pont-levis ou d'un moulin à vent, pour en abaiſſer le frein: elle a ſon axe ou œil par où paſſe un boulon qui la ſoutient ſur un bâti de charpente. En général, *baſcule* eſt proprement un levier de la premiere eſpece, où le point d'apui ſe trouve entre la puiſſance & la réſiſtance. (*K*).

BASE. La *baſe* d'une figure, *en Géométrie*, eſt proprement, & en général, la plus baſſe partie de ſon circuit. *Voyez* FIGURE.

La *baſe*, dans ce ſens, eſt oppoſée au *ſommet*, comme à la partie la plus élevée.

On appele *baſe* d'un triangle un côté quelconque de cette figure, quoiqu'à proprement parler, le mot *baſe* conviene au côté le plus bas, ſur lequel le triangle eſt comme apuié: ainſi, la ligne *A B* eſt la *baſe* du triangle *A B C*, *Planch. Géom. Fig.* 21, quoiqu'en d'autres occaſions les lignes *A C* ou *B C* en puiſſent être la *baſe*. Dans un triangle rectangle, la *baſe* eſt ordinairement le côté oppoſé à l'angle droit, c'eſt-à-dire, l'*hy-*

Digitized by Google

poténuſe. *Voyez* HYPOTÉNUSE. La *baſe* d'un triangle iſoſcele eſt de même le côté inégal aux deux autres. La *baſe* d'un ſolide eſt la ſurface inférieure, ou celle ſur laquelle toute la figure eſt apuiée. *Voyez* SOLIDE.

La *baſe* d'une ſection conique eſt une ligne droite qui ſe forme dans l'hyperbole & la parabole par la commune ſection du plan coupant & de la *baſe* du cône. *Voyez* CÔNE & CONIQUE.

BASE, (*Aſtronomie*) eſt une diſtance de deux ou trois lieues que l'on meſure avec la plus grande exactitude entre deux clochers, ou autres termes fixes pour établir les triangles qui ſervent à meſurer l'étendue d'un degré, & par conſéquent la grandeur de la terre. La plus célebre *baſe* aſtronomique eſt celle de 5717 toiſes, meſurée entre les centres des deux pyramides de Ville-Juive & de Juviſy, ſur le chemin de Paris à Fontainebleau. Cette *baſe* a été meſurée pluſieurs fois, comme on le voit dans le *livre* de la *Méridiene vérifiée*, & dans les *Mémoires de l'académie royale des ſciences de Paris* 1754, *pag.* 181. On a meſuré des *baſes* ſemblables dans tous les pays où l'on a voulu avoir la longueur d'un degré. *Voyez* DEGRÉ & FIGURE DE LA TERRE. (*D. L.*)

Les aſtronomes meſurent auſſi des *baſes* pour avoir la valeur des parties de leurs micrometres. (*D. L.*)

BASILISCUS, (*Aſtronomie*) en grec Βασιλίσκος; nom de la belle étoile qui eſt au cœur du lion, appelée auſſi *regulus*, *ſtella regia*, en arabe *Kalbeleced*. (*D. L.*)

BASSETE, ſ. f. ſorte de jeu de carte qui a été autrefois fort à la mode en France; mais il a été deſendu depuis, & il n'eſt plus en uſage aujourd'hui. En voici les principales regles.

A ce jeu, comme à celui du *pharaon* (*Voyez* PHARAON), le banquier tient un jeu entier compoſé de 52 cartes. Il les mêle, & chacun des autres joueurs qu'on nomme *pontes*, met une certaine ſomme ſur une carte priſe à volonté. Le banquier retourne enſuite le jeu, mettant le deſſus deſſous, en ſorte qu'il voit la carte de deſſous: enſuite il tire toutes ces cartes deux à deux juſqu'à la fin du jeu.

Dans chaque couple ou taille de cartes, la premiere eſt pour le banquier, la ſeconde pour le ponte; c'eſt-à-dire, que ſi le ponte a mis, par exemple, ſur un roi, & que la premiere carte d'une paire ſoit un roi, le banquier gâgne tout ce que le ponte a mis d'argent ſur ſon roi: mais ſi le roi vient à la ſeconde carte, le ponte gâgne, & le banquier eſt obligé de donner au ponte autant d'argent que le ponte en a mis ſur ſa carte.

La premiere carte, celle que le banquier voit en retournant le jeu, eſt pour le banquier, comme on vient de le dire: mais il ne prend pas alors tout l'argent du ponte, il n'en prend que les $\frac{1}{2}$; cela s'appele *faire*.

La derniere carte, qui devroit être pour le ponte, eſt nulle.

Quand le ponte veut prendre une carte dans le cours du jeu, il faut que le banquier baiſſe le jeu, en ſorte qu'on voie la premiere carte à découvert: alors ſi le ponte prend une carte (qui doit être differente de cette premiere), la premiere carte que tirera le banquier ſera nulle pour ce ponte; ſi elle vient la ſeconde, elle ſera facée pour le banquier; ſi elle vient dans la ſuite, elle ſera en pur gain ou en pure perte pour le banquier, ſelon qu'elle ſera la premiere ou la ſeconde d'une taille.

M. Sauveur a donné dans le *Journal des Savans* 1679, ſix tables, par leſquelles on peut voir l'avantage du banquier à ce jeu. M. Jacques Bernoulli a donné dans ſon *Ars conjectandi* l'analyſe de ces tables, qu'il prouve n'être pas entiérement exactes. M. de Montmort, dans ſon *Eſſai d'analyſe ſur les jeux de hazard*, a auſſi calculé l'avantage du banquier à ce jeu. On peut donc s'inſtruire à fond ſur cette matiere dans les ouvrages que nous venons de citer: mais, pour donner là-deſſus quelque teinture à nos lecteurs, nous allons calculer l'avantage du banquier dans un cas fort ſimple.

Suppoſons que le banquier ait ſix cartes dans les mains, & que le ponte en prene une qui ſoit une fois dans ces ſix cartes, c'eſt-à-dire, dans les cinq cartes couvertes: on demande quel eſt l'avantage du banquier.

Il eſt viſible (*Voyez* ALTERNATION & COMBINAISON) que les cinq cartes étant déſignées par a, b, c, d, e, peuvent être combinées en 120 façons differentes, c'eſt-à-dire, en 5 fois 24 façons. Imaginons donc que ces 120 arangemens ſoient rangés ſur cinq colonnes de 24 chacune, de maniere que dans la premiere de ces colonnes a ſe trouve à la premiere place, que dans la ſeconde ce ſoit b qui occupe la premiere place, c dans la troiſieme, *&c.*

Suppoſons que a ſoit la carte du ponte, la colonne où la lettre a occupe la premiere place, eſt nulle pour le banquier & pour les pontes.

Dans chacune des quatre autres colonnes, la lettre a ſe trouve ſix fois à la ſeconde place, ſix fois à la troiſieme, ſix fois à la quatrieme, & ſix fois à la cinquieme, c'eſt-à-dire, qu'en ſuppoſant A la miſe du ponte, il y a 24 arangemens qui font gâgner $\frac{2A}{3}$ au banquier, 24 qui le font perdre, c'eſt-à-dire, qui lui donnent $-A$, 24 qui le font gâgner, c'eſt-à-dire, qui lui donnent A, & 24 enfin qui ſont nuls. Cela s'enſuit des regles du jeu expliquées plus haut.

Or, pour avoir l'avantage d'un joueur dans un jeu quelconque, il faut, 1°. prendre toutes les combinaiſons qui peuvent le faire gâgner ou perdre, ou qui ſont nulles, & dont le nombre eſt ici 120. 2°. Il faut multiplier ce qu'il doit gâgner

(en regardant les pertes comme des gains négatifs) par le nombre des cas qui le lui feront gâgner ; ajouter enſemble ces produits, & diviſer le tout par le nombre total des combinaiſons. *Voyez* JEU, PARI. Donc l'avantage du banquier eſt ici,

$$\frac{24 \times \frac{2}{3} A + 24 \times -A + 24 \times A}{120} = \frac{2}{115} A ;$$

c'eſt-à-dire, que, ſi le ponte a mis, par exemple, un écu ſur ſa carte, l'avantage du banquier eſt de $\frac{2}{115}$ d'écu ou de huit ſous.

M. de Montmort calcule un peu différemment l'avantage du banquier ; mais ſon calcul, quoique plus long que le précédent, revient au même dans le fond. Il remarque que la miſe du banquier étant égale à celle du ponte, l'argent total qui eſt ſur le jeu avant que le ſort en ait décidé, eſt $2A$: dans les cas nuls, le banquier ne fait que retirer ſon enjeu & le ponte le ſien ; ainſi le banquier gâgne A : dans le cas où il perd, ſon gain eſt o ; dans les cas faćés, il retire $A + \frac{2}{3} A$: dans les cas qui ſont pur gain, il retire $2A$; ainſi, le ſort total du banquier, ou ce qu'il peut eſpérer de retirer de la ſomme $2A$, eſt

$$\frac{24 \times A + 24 \times \frac{2}{3} A + 24 \times o A + 24 \times 2 A + 24 \times A}{120}$$

$= A + \frac{2}{115} A$; & comme il a mis au jeu A, il s'enſuit que $\frac{2}{115} A$ eſt ce qu'il peut eſpérer de gâgner, ou ſon avantage.

M. de Montmort examine enſuite l'avantage du banquier lorſque la carte du ponte ſe trouve deux, ou trois, ou quatre fois, *&c.* dans les cartes qu'il tient ; mais c'eſt un détail qu'il faut voir dans ſon livre même. Cette matiere eſt auſſi traitée avec beaucoup d'exactitude dans l'ouvrage de M. Bernoulli que nous avons cité.

À ce jeu, dit M. de Montmort, comme à celui du pharaon, le plus grand avantage du banquier eſt quand le ponte prend une carte qui n'a point paſſé, & ſon moindre avantage quand le ponte en prend une qui a paſſé deux fois. *Voyez* PHARAON. Son avantage eſt auſſi plus grand lorſque la carte du ponte a paſſé trois fois, que lorſqu'elle a paſſé ſeulement une fois.

M. de Montmort trouve encore que l'avantage du banquier, à ce jeu, eſt moindre qu'au *pharaon* ; il ajoute que ſi les cartes faćées ne payoient que la moitié de la miſe du ponte, alors l'avantage du banquier ſeroit fort peu conſidérable ; & il dit avoir trouvé que le banquier auroit du déſavantage, ſi les cartes faćées ne payoient que le tiers. (*O*).

BASSIN, ſ. m. (*Hydrod.*). On appele ainſi en général un vaſe deſtiné à recevoir de l'eau ou une liqueur quelconque ; mais on déſigne plus particuliérement par ce mot affećté au même uſage, une caiſſe de pierre, de bois, de plomb, de tôle, ou un eſpace creuſé dans la terre & revêtu de maçonerie ou de gazon.

Les *baſſins* des fontaines ſont ordinairement formés de pierre ou de marbre, enrichis de ſculptures, & placés à une certaine hauteur au deſſus du ſol d'un édifice ou d'une place publique.

Baſſin de décharge ſe dit d'une piece d'eau où ſe rendent les eaux des fontaines d'un jardin ou d'un édifice.

Baſſin ou *point de partage*, *baſſin de diſtribution*, ſe dit d'un baſſin placé, dans un canal artificiel, à l'endroit le plus élevé : c'eſt-là que ſe rendent les eaux qui doivent alimenter le canal. Ainſi, par exemple, dans le canal de Languedoc, le *baſſin* ou le point de partage eſt placé entre Toulouſe & Béziers, & diſtant de ... lieues de la premiere de ces villes, & de ... lieues de la ſeconde.

Voyez, pour la conſtruction & pour une plus grande nomenclature, le *Dictionaire d'Architecture*.

BASSIN, (*Optique*). Les miroitiers-luoetiers ſe ſervent de divers *baſſins* de cuivre, de fer ou de métal compoſé, les uns grands, les autres plus petits, ceux-ci plus profonds, ceux-là moins, ſuivant le foyer des verres qu'ils veulent travailler.

C'eſt dans ces *baſſins* que ſe font les verres convexes. Les ſpheres, qu'on nomme autrement des *boules*, ſerveot pour les verres concaves ; & le rondeau, pour les verres dont la ſuperficie doit être plane & uoie.

On travaille les verres au *baſſin* de deux manieres : pour l'uoe l'on atache le *baſſin* à l'arbre d'un tour, & l'on y uſe la piece qui tieot avec du ciment à une molete de bois, en la préſentant & la tenant ferme de la main droite dans la cavité du *baſſin*, tandis qu'on lui donne avec le pied un mouvement convenable ; pour l'autre, on affermit le *baſſin* ſur un billot ou ſur un établi, o'y ayant que la molete garoie de ſon verre qui ſoit mobile. Les *baſſins* pour le tour ſon petits, & ne paſſent guere ſix à ſept pouces de diametre : les autres ſont très-grands, & ont plus de deux pieds de diametre.

Pour dégroſſir let verres qu'oo travaille au *baſſin*, on ſe ſert des grès de grôs émeri ; on les adoucit avec les mêmes matieres, mais plus fines & tamiſées : le tripoli & la potée ſervent à les polir : enfin, on en acheve le poliment au papier, c'eſt-à-dire, ſur un papier qu'on colle au fond du *baſſin*. Quelques-uns appelent ces *baſſins* des *moules*, mais improprement.

La matiere la plus convenable pour faire ces *baſſins*, eſt le fer & le laiton, l'un & l'autre le plus doux qu'oo puiſſe trouver ; car comme ils doivent être formés ſur le tour, la matiere en doit être traitable & douce, mais pourtant aſſez ferme pour bien retenir ſa forme dans le travail des verres. Ces deux ſortes de matieres ſont excellentes & préférables à toutes les autres ; le fer néanmoint eſt ſujet à la rouille, & le laitou ou cuivre jaûne à ſe piquer & verdir par les liqueurs âcres & ſalées : c'eſt pourquoi ces deux matieres demaudent que les inſtrumens qui en ſont faits ſoient proprement tenus, bien octoyés & eſſuyés

après

après qu'on s'en eſt ſervi. L'étain pur & ſans alliage eſt moins propre pour le premier travail de verre qui eſt le plus rude, à cauſe que ſa forme s'altere aiſément : on peut cependant l'employer utilement après l'avoir allié avec la moitié d'étain de glace. Le métal allié, qu'on ne peut former au tour à cauſe de ſa trop grande dureté, comme celui des cloches qui eſt compoſé d'étain & de cuivre, ne vaut rien pour les formes dont nous parlons.

On peut préparer ces deux matieres à recevoir la forme de deux manieres, ſuivant qu'elles ſont malléables ou fuſibles : elles demandent toutes deux des modeles par leſquels elles puiſſent être formées, au moins grôſſiérement d'abord, pour qu'on puiſſe enſuite les perfectioner au tour. La matiere malléable demande pour modele des arcs de cercle, faits de matiere ſolide ſur les diametres des ſpheres deſquelles on les veut former. Celle qui eſt fuſible demande des modeles entiers de matieres aiſées à former au tour, comme de bois, d'étain, &c. pour en tirer des moules dans leſquels on puiſſe la jeter, pour lui donner la forme la plus approchante de celle qu'on déſire ; car il eſt enſuite fort aiſé de la rendre réguliere & de la perfectioner au tour.

Quoiqu'on puiſſe forger les formes de laiton ou cuivre jaûne à froid au marteau, je conſeille cependant de les mouler en fonte, & de leur donner même une épaiſſeur convenable à la grandeur de la ſphere dont on veut les former, auſſi-bien qu'à la largeur de la ſuperficie qu'on veut leur donner : premiérement, à cauſe qu'étant forgées & écrouées à froid, elles feroient aiſément effort ſur leur largeur, & qu'elles altéreroient par ce moyen leur forme dans l'agitation du travail ; en ſecond lieu, pour empêcher, par cette épaiſſeur convenable, que ce métal, s'échaufant ſur le tour, ne ſe roidiſſe contre l'outil, comme il fait pour l'ordinaire, ſe rejetant dehors avec violence juſqu'à s'aplanir, ou même devenir convexe de concave qu'il étoit, s'il n'a pas une épaiſſeur ſuffiſante pour réſiſter à ſon éfort.

Pour faire les modeles qui doivent ſervir à faire les moules de ces platines, on ne ſauroit employer de meilleure matiere que l'étain, à cauſe qu'on peut le fondre avec peu de feu, & le tourner nétement ſans altérer ſa forme. Le bois néanmoins qui eſt plein, comme le poirier ou le chêne, qui eſt gras & moins liant, étant bien ſec, y peut ſervir aſſez commodément : pour l'empêcher même de s'envoler, & de ſe déjeter à l'humidité de la terre ou du ſâble qui ſervent à les mouler, auſſi-bien que dans les changemens de temps, il convient de l'enduire & imbiber d'huile de noix, de lin, ou d'olive au défaut de ces deux premieres, laiſſant doucement ſeicher ces modeles d'eux-mêmes dans un lieu tempéré & hors du grand air.

La meilleure maniere de mouler ces modeles eſt celle où l'on emploie le ſâble. Tout cuivre n'eſt pas propre pour faire ces formes ; on doit choiſir celui qui eſt jaûne & qu'on nomme *laiton doux*. On peut auſſi ſe ſervir d'étain pur d'Angleterre, ou de celui d'Allemagne, allié avec moitié d'étain de glace. Le fer doux eſt auſſi fort propre pour faire les *baſſins* à travailler les verres.

M. Gouſſier a trouvé une méthode de donner aux *baſſins* & aux moules dans leſquels il fond les miroirs de téleſcope, telle courbure qu'il peut ſouhaiter, ſoit parabolique, elliptique, hyperbolique, ou autre dont l'équation eſt donnée. Cette méthode ſera expliquée dans un ouvrage particulier qu'il doit donner au public, ſur l'art de faire de grands téleſcopes de réflexion, d'en mouler les miroirs, de maniere qu'ils ſortent de moule preſque tout achevés. *Voyez* LUNETES.

BASSINET, ſ. m. *en Hydraulique*, eſt un petit retranchement entré que l'on ménage ſur les bords intérieurs d'une cuvete, pour y faire entrer la quantité d'eau diſtribuée aux particuliers par une ou pluſieurs auges de différens diametres ; ce qui s'appele *jauger*.

On appele encore de ce nom un *baſſin* trop petit pour le lieu. (*K*).

BASSINS ; nom de deux principales étoiles de la balance, *baſſin* auſtral & *baſſin* boréal.

BATADEUR, ſ. m. *au jeu de revertier*, ſont les dames qui ſont ſurcaſe ſur la même fleche où il y en a déja d'acouplées. Elles ſont nommées *batadeur*, parce qu'elles ſervent à batre les dames découvertes, ſans qu'on ſoit obligé à ſe découvrir ſoi-même.

BATARDEAU, ſ. m. *terme de riviere & de mer* : c'eſt une eſpece de digue faite d'un double rang de pieux joints par des planches, & dont l'intervalle eſt rempli de terre ; on s'en ſert pour détourner l'eau d'une riviere.

On donne auſſi le nom de *batardeau* à une eſpece d'échafaud fait de quelques planches qu'on éleve ſur le bord d'un vaiſſeau pour empêcher l'eau d'entrer ſur le pont, lorſqu'on couche le vaiſſeau ſur le côté pour le radouber. (*Z*).

BATEN-KAITOS ; nom de l'étoile ζ de la baleine, la plus ſeptentrionale des trois étoiles qui ſont ſur le milieu du corps.

BÂTON DE JACOB. On donne quelquefois ce nom aux trois étoiles du baudrier d'Orion, qui ſont en ligne droite, *Fig. 3 des Planches d'Aſtronomie*.

BÂTON d'arpenteur, *Voyez* ÉQUERRE d'arpenteur ; inſtrument dont on ſe ſert en mer pour meſurer la hauteur des aſtres : on l'appele autrement *arbalête*, *arbaleſtille*. *Voyez* ARBALÊTE.

BÂTONET, *jeu d'enfant* : il ſe joue avec deux bâtons ; l'un long, aſſez grôs, rond, & long d'une aune ou environ ; l'autre plus petit, rond, aiguiſé par les deux bouts, & long de quatre à cinq pouces. On tient à la main le grôs bâton ; on frape ſur une des extrémités pointues du petit qu'on appele *bâtonet* ; le bâton s'éleve en l'air ; & l'adreſſe

du jeu conſiſte à le fraper tandis qu'il eſt en l'air, & à l'envoyer bien loin. Si on ne l'atteint pas, ou ſi on ne l'envoie pas, en l'atteignant, à une certaine diſtance, on cede le *bâtonet* à ſon adverſaire, & l'on ſe ſuccede ainſi alternativement.

BATRE *une dame au jeu du revertier*: c'eſt mettre une dame ſur la même fleche ou étoit placée celle de ſon adverſaire. Quand toutes les dames ſont *batues* hors du jeu, on ne peut plus jouer, à moins qu'on ne les air toutes rentrées.

* BATRE *au trictrac*; c'eſt en comptant de la droite à la gauche les points amenés par les dés, tomber de la fleche la plus voiſine d'une des dames, ſur une fleche de ſon adverſaire où il n'y air qu'une dame; cette dame découverte eſt *batue*, ſi le dernier point d'un des dés ou de tous les deux tombe ſur elle.

On peut *batre* de trois façons; d'un dé, de l'autre, & des deux enſemble.

On *bat* par doublets, lorſqu'on a amené le même point des deux dés, comme deux quatre, deux cinq, *&c.*

On *bat* à faux, lorſqu'en comptant les points amenés par les deux dés, le dernier point de l'un & de l'autre des dés tombe ſur une fleche de l'adverſaire couverte de deux dames.

On gâgne ſur une dame *batue* ſimplement & d'une façon, dans le grand jan, deux points; de deux façons, quatre; de trois façons, ſix.

On gâgne ſur une dame *batue* par doublets dans le grand jan, quatre points; ſix dans le petit jan.

Quand on *bat* à faux, on perd ce qu'on eût gâgné en *batant* bien.

On *bat* le coin comme une dame, quand on a le ſien & que l'adverſaire ne l'a pas.

On *bat* les deux coins quand on n'a que deux dames abatues, & que les points amenés par l'un & l'autre dés, tombent tous les deux ſur le coin.

On gâgne quatre points quand on *bat* le coin ou les deux coins ſimplement; ſix quand on les *bat* par doublets.

On en perd autant ſi on *bat* le coin à faux; ce qui arive quand on n'a que deux dames abatues, & que l'adverſaire a ſon coin.

Il y a encore d'autres manieres de *batre*. *Voyez* TRICTRAC, DAME, FLECHE, *&c.*

BÉLIER, (*Aſtron.*); nom d'une conſtellation qui a donné ſon nom à l'un des douze ſignes du zôdiaque. Le *bélier* étoit du temps d'Homere & d'Héſiode la premiere conſtellation du zôdiaque, & le premier des douze ſignes s'appele encore le *bélier*. Il eſt appelé *princeps zodiaci*, *dux orgis*, *vervex*, *vernus portitor*, *ovis aurea*, *chryſomallus*, c'eſt-à-dire, toiſon d'or, jupiter Ammon, *jovis ſidus*, *minervæ ſidus*, Κριὸς ou *aries*, &c. *Voyez* CÆSIUS, *Cœlum aſtronomico-poeticum*, pag. 21. Suivant la plupart des auteurs, le bélier céleſte eſt celui dont la toiſon occaſiona le voyage des argonautes. Suivant M. Dupuis, c'eſt ſur ce bélier, dont le lever héliaque annonçoit autrefois le printemps, lorſque l'équinoxe étoit au taureau; que fut fait la fâble aſtronomique de la conquête de la toiſon d'or. Le ſerpentaire, appelé en Aſtronomie jaſon, fixoit par ſon lever, les premieres étoiles du vaiſſeau par leur coucher du ſoir, l'arivée du ſoleil dans le taureau; le lendemain le *bélier* céleſte dégagé des rayons ſolaires annonçoit le jour & le paſſage du ſoleil vers nos régions. C'eſt ſur ce fondement que fut établie la fâble de Jaſon ſubjugnant un taureau qui vomiſſoit des flammes, & emportant la toiſon précieuſe d'un *bélier*, gardée par un dragon. Ce dragon eſt la baleine céleſte, appelée ſouvent *draco*, & peinte ſous la figure d'un monſtre qui eſt placé ſous le *bélier*; elle étoit alors abſorbée en partie dans les feux ſolaires, le jour de l'équinoxe; c'eſt peut-être auſſi le dragon des heſpérides, dont le mauvais prineipe empruntoit la forme pendant l'hiver & qui étoit tué par le bon principe au printemps. Il y en a qui prétendent que c'étoit le nom ou le pavillon du vaiſſeau ſur lequel Phrixus & ſa ſœur Hellé pritent la fuire, pour éviter d'être ſacrifiés par leur pere Athamas. Sous le nom du *bélier*, il y en a qui ont entendu auſſi le gouverneur de Phrixus, fils d'Athamas, qui fut ſi célebre par ſa ſcienee, que les habitans de la Colchide ne pouvoient ſe réſoudre à le perdre, & que les Grecs allerent en foree le délivrer de cet exil. D'autres, comme Suidas, ont entendu ſous le nom de toiſon d'or, un livre en parchemin qui enſeignoit le ſecret de la pierre philoſophale, ou l'art de faire de l'or. Suivant Plutarque, une mine d'or; ſuivant Juſtin, les pailletes d'or qu'on retiroit des fleuves avec des peaux de brebis, ou les tréſors que Phrixus avoit emportés dans la Colehide. *Voyez* DIODORE, *liv. IV*, & XÉNOPHON, *liv. VI*. Le combat d'Hereule contre les Amazones eſt l'entrée du ſoleil dans le *bélier*. *Voyez* ASTRONOMIE, t. *IV*, *p.* 490.

Il eſt parlé de la conſtellation du *bélier* dans Ovide, ſous le nom de la brebis d'Hellé, au ſeptieme des calendes de mai ou au 25 avril.

Et fruſtra pecudem quæres Athamantidos Helles,
Signaque dant imbres, exoriturque canis.
Faſt. IV, 903.

Le *bélier* étoit conſacré en Égypte à Jupiter Ammon, qui préſidoit à l'équinoxe du printemps. Jablonski *Pantheon Ægyptiorum*, t, 163. M. Dupuis trouve qu'il étoit l'emblême des pâturages où l'on conduiſoit les troupeaux à la fin du débordement. (*Aſtron. IV*, 367.)

Le caractere qui exprime ce ſigne eſt ♈.

Cette conſtellation conrient 66 étoiles dans le catalogue britannique.

Le ſoleil entre dans le ſigne du *bélier* vers le 20 mars, mais le ſigne du *bélier* eſt différent de la conſtellation du *bélier*. (*D. L.*)

BELLATRIX; nom de la belle étoile à l'épaule oceidentale d'Orion.

BELLÉROPHON ; nom de la conſtellation de pégaſe.

BENETHNASH ; nom de la derniere étoile de la queue de la grande ourſe.

BÉRÉNICE. *Voyez* CHEVELURE DE BÉRÉNICE.

BÊTE, *jeu de la bête ou de l'homme*, (*Jeu*). Il ſe joue à trois, quatre, cinq, ſix & même ſept : mais, dans ce dernier cas, il faut que le jeu ſoit compoſé de trente-ſix cartes, & que la tourne ſoit la derniere du jeu de celui qui mêle : mais le mieux c'eſt de la jouer à cinq & à trois. Le jeu de cartes, quand on n'eſt que cinq, ne doit contenir que trente-deux cartes : & à quatre & à trois on ôte les ſept. Le roi eſt la principale carte du jeu de la *bête* ; la dame le ſuit & emporte le valet, qui leve l'às, celui-ci le dix, & ainſi des autres. Celui à qui il échoit de meler les cartes, les fait couper à l'ordinaire au premier de ſa gauche, & en diſtribue cinq à chaque joueur, en tel nombre à la fois qu'il lui plait. Il y a de l'avantage à jouer en premier. Quand les cartes ſont ainſi données, l'on tourne la premiere du talon que l'on y laiſſe retournée, parce qu'elle eſt la triomphe pendant tout le coup.

En commençant, chaque joueur met devant ſoi une fiche & deux jetons, l'un pour le jeu, & l'autre pour le roi de triomphe, quoique celui qui l'a ne joue pas ; ſuffiſant pour cela que le coup ſe joue ; & celui qui mêle y en ajoute un troiſieme, qui le fait reconoître pour avoir mêlé les cartes. Celui qui gâgne tire les jetons & une fiche, & ainſi des autres à tous les coups, juſqu'à ce que toutes les fiches ſoient gâgnées ; après quoi chacun en remet un autre, & l'on recomence comme auparavant. Celui qui fait jouer, & a toutes les mains, gâgne tous les jetons, tout ce qui eſt ſur jeu, fût-ce des *bêtes* qui n'y auroient pas été miſes pour le coup, même les fiches ; & outre cela chaque joueur eſt encore obligé de lui payer un jeton : s'il ne fait pas toutes les mains, il n'a pour l'avoir entrepris, que la peine & le chagrin de ne les avoir pas faites. Mais lorſque celui qui fait jouer ne leve pas trois mains, ou les deux premieres, lorſqu'elles ſont partagées entre les joueurs, il fait la *bête*, c'eſt-à-dire, qu'il met autant de jetons qu'il en auroit tiré s'il eût gâgné. Ainſi, ſi le coup étoit ſimple ; c'eſt-à-dire, qu'il n'y eût pas ſur le jeu des *bêtes* faites précédemment, & ſi l'on étoit cinq, celui qui feroit la *bête* ne la feroit que de 11 jetons parce que la fiche & le jeton que chacun met devant ſoi en fait dix, celui qui mêle met le onzieme. Cependant il peut avoir été réglé entre les joueurs de mettre moins devant ſoi ; alors la *bête* ſeroit proportionée au nombre de jetons fixé.

L'on voit que, dans les onze jetons dont nous venons de parler plus haut, nous ne comprenons pas celui qui eſt deſtiné pour le roi de triomphe, qu'il laiſſeroit cependant, ſi faiſant jouer il perdoit le coup : mais quand le roi le tire, chaque joueur en met de nouveaux pour le coup ſuivant. Toute *bête* ſimple doit allee ſur le coup où elle a été faite ; & s'il y en avoit pluſieurs ſimples faites d'un même coup, elles iroient toutes enſemble. Mais les *bêtes* doubles doivent aller les unes après les autres dans les coups ſuivans, & toujours les plus grôſſes les premieres.

Lorſqu'il y a une *bête* ſur le jeu, les autres joueurs ne mettent point de jetons, excepté celui qui mêle, qui donne le ſien à l'ordinaire. Celui qui gâgne lorſqu'il y a une *bête* double au jeu, leve outre la *bête* une fiche, & tous les jetons qui ſont au jeu ; & fait la *bête* proportionélement au gain, lorſqu'il perd. Quand nous avons dit que pour gâgner il falloit au moins faire les deux premieres mains, c'eſt bien entendu qu'aucun des joueurs n'en fait trois ; puiſqu'alors on perd comme ſi on les eût faites le dernier.

Il arive aſſez ſouvent dans ce jeu que deux joueurs ſe diſputent le gain du coup, parce que celui qui a fait jouer d'abord, n'empêche point de jouer auſſi quicoque ſe trouve un aſſez beau jeu pour l'emporter ſur lui & ſur tous les joueurs qui ſe liguent contre lui en faveur du premier joueur ; parce que le ſecond riſque de perdre le double de ce qui eſt au jeu : ce qui fait voir qu'on ne dit point *contre*, ſans un très-beau jeu. On n'eſt plus reçu à le dire, quand une fois la premiere carte eſt jetée. Toute l'habileté des joueurs conſiſte à forcer celui qui fait jouer à ſurcouper, ou à ſe défaire de leurs bonnes cartes à propos, pour donner plus de force à ceux qui ſont en état de le faire perdre ; ce qui cependant n'eſt de loi que dans le cas où il n'y a point de vole à craindre. On doit au contraire garder tout ce qui peut l'empêcher, lorſqu'on en eſt menacé. On doit encore fournir de la couleur jouée ; couper ſi l'on n'en a point ; & ſi quelque autre avoit déja coupé, il faudroit le faire d'une triomphe plus haute que la premiere, ſi l'on pouvoit.

Lorſque tous les joueurs ont vu leur jeu & paſſé, chacun peut aller en *curieuſe*, en mettant un jeton au jeu. *Voy.* CURIEUSE. La curieuſe eſt également avantageuſe pour tous les joueurs, & n'eſt pas un moindre agrément du jeu de *bête* : mais on doit ſe contenter d'en avoir une. Nous avons déja dit, que celui qui avoit le roi de triomphe retiroit les jetons qui lui ſont deſtinés ; celui qui retourne ce roi a le même privilége, pourvu toutefois, en l'un & l'autre cas, que le jeu ſe joue : celui qui fait la dévole, double tout ce qui eſt au jeu ; fait autant de *bêtes* qu'il auroit pu en gâgner, & donne un jeton à chaque joueur.

Pour faire jouer au jeu, il faut avoir eu main un jeu dont on puiſſe faire trois mains, ou deux tout au moins, que l'on doit ſe hâter de faire le premier pour gâgner. L'expérience apprendra bientôt quels ſont les jeux qu'on peut jouer.

Celui qui renonce fait la *bête* ; celui qui donne mal en eſt quite pour un jeton à chacun, & refait : lorſque le jeu de cartes eſt faux, le coup

où il eſt trouvé tel eſt nul; mais les précédens ſont bons.

Bête (*au jeu de*). La *bête* déſigne la perte que fait un joueur qui ne fait pas trois mains ou les deux premieres, quand un autre joueur en fait trois.

Bête *ſimple*; c'eſt une *bête* faite en premier lieu, ſimplement ſur l'enjeu de chaque joueur.

Bête *double*; ſe dit d'une *bête* faite ſur une autre *bête*, non ſeulement de l'enjeu de chaque joueur, mais encore de la *bête* qui étoit au jeu, & qu'on ſe propoſoit de tirer.

Bête *de renonce*; c'eſt le double paiement qu'on eſt obligé de faire de tout ce qui s'enleve du jeu dans un coup ordinaire, pour n'avoir pas fourni de la couleur qu'on demandoit.

BETEIGEUSE *ou* BETELGEUSE; nom de la belle étoile à l'épaule orientale d'orion.

BEVEAU *ou* BIVEAU *ou* BEUVEAU, ſ. m. (*Géom.*) On appele ainſi du mot latin *bivium*, (chemin fourchu) l'angle que forment entr'elles deux faces contiguës d'un corps, ou l'inſtrument deſtiné à prendre cet angle. *Voyez* Sauterele.

On rencontre ſouvent dans la pratique de la coupe des pierres, des angles ſolides formés par trois plans qui ſe coupent; & on a beſoin de ſavoir déterminer l'angle que deux quelconques de ces plans font enſemble. Cela s'appele en termes d'ouvrier, *trouver le beveau de deux paveaux*. (*Voyez* Paneau). La queſtion réduite à la Géométrie ſe réſout de la maniere ſuivante.

Soient les trois plans *ASB*, *ASC*, *ESBD*, *Fig.* 35, étendus d'abord ſur un même plan, qui eſt celui de la planche, & qu'on peut regarder comme horizontal pour fixer les idées. Je ſuppoſe que le plan *ASB* demeurant immobile, les deux autres ſe relevent & tournent, l'un *ASC* autour de *AS* comme charniere; l'autre *ESBD* autour de *SB* comme charniere, juſqu'à ce que les deux lignes, *SC*, *SE*, ſuppoſées égales, viennent ſe confondre & former une ſeule & même arête. Il naîtra de ce double mouvement un angle ſolide autour du point *S*; & la queſtion, eſt par exemple, de déterminer l'angle que les deux plans *ASB*, *ASC* feront alors enſemble.

Cet angle eſt le même que l'angle rectiligne formé par deux perpendiculaires, tirées dans les deux plans, à un même point de leur ſection commune. (*Voyez* Plan.) Pour parvenir à trouver celui-ci, du point C, je mene *CO* perpendiculaire à la ſection commune *AS*, prolongée, des deux plans *ASB*, *ASC*; & du point *E*, je mene *EG*, perpendiculaire à *BS*. Cela poſé, j'obſerve que pendant la rotation ſimultanée des deux plans *ASC*, *ESBD*, autour des lignes *SA*, *SB*, les droites *CO*, *EG*, demeurent toujours perpendiculaires aux lignes *ASO*, *BSG*; & que lorſque les points C & *E* viendroient à ſe confondre, ils ſeront placés à l'extrémité ſupérieure d'une ligne verticale dont l'extrémité inférieure eſt repréſentée par le point *H*, interſection des droites *CO*, *EG*, ſur le plan horizontal. De plus, j'obſerve que l'extrémité ſupérieure de la même verticale eſt diſtante du point *O*, de la quantité *CO*, puiſque le point C décrit un arc de cercle, dont *OC* eſt le rayon. Donc, ſi l'on mene *HI* perpendiculaire ſur *CO*, & que du point *O*, comme centre avec le rayon *OC*, on dérive un arc de cercle, qui coupe *HI*, au point *I*; qu'enſuite on imagine que le triangle rectangle *OHI* tourne ſur *OH* comme charniere, juſqu'à devenir vertical: le point *I* ſe confondra avec les points C & *E*. De plus, en regardant la droite *CO* comme ſituée dans le plan horizontal, c'eſt-à-dire, dans le plan *ASB*; il eſt évident que l'angle *IOC* eſt le même que celui que le plan *ASC* relevé, fait avec le prolongement *ASb*, du plan *ASB*, puiſque cet angle *IOC* eſt formé par deux perpendiculaires, *IO*, *CO*, menées dans les deux plans *ASC*, *ASb*, au même point *O* de leur ſection commune. Donc, pour avoir l'angle que le plan *ASC* fait avec le plan *ASB*, il faut faire un angle, qui joint à l'angle *IOC*, vaille deux droits; ou, ce qui en eſt la ſuite, faire un angle qui ſoit compoſé d'un angle droit & d'un angle aigu, égal à l'angle *OIH*. Or cela peut s'exécuter ainſi très-commodément, à l'aide des lignes qui ſont déja tirées dans la figure: du point *H*, comme centre, avec le rayon *OC* ou *OI*, décrivez un arc de cercle qui coupe *SA* au point *M*; vous aurez le triangle rectangle *MOH* parfaitement égal au triangle rectangle *IHO*. Donc, ſi par le point *M*, on mene *MN* perpendiculaire à *SA*, l'angle *HMN* ſera l'angle demandé, puiſque cet angle eſt égal à la ſomme des deux angles *SMN*, *OMH*, dont le premier eſt droit, & dont le ſecond eſt égal à l'angle *OIH*.

On déterminera, par la même méthode, les angles que les plans *ASB*, *ASC* font chacun avec le plan *ESBD*.

Ce problême eſt d'un fréquent uſage dans les conſtructions de ces routes qu'on appele *trompes*. *Voyez ce mot*. (*L. B.*)

BEZET, *au jeu de trictrac*, eſt la même choſe que deux âs.

BIDET, ou *charger le bidet*, (*au trictrac*) ſe dit de l'action par laquelle un joueur met un grand nombre de dames ſur une même fleche. Ce terme, autrefois aſſez uſité, n'eſt plus d'uſage à préſent.

BIEZ, ſ. m. (*Arts méchaniq. & hydraul.*) eſt un canal élevé & un peu biaiſé, qui conduit les eaux pour les faire tomber ſur la roue d'un moulin; ſa figure qui approche d'une *biere*, fait croire que ſon nom en eſt tiré.

On appele *arriere-biez*, les canaux qui ſont au delà en remontant. (*K*).

BILBOQUET, (*jeu*); petit bâton tourné, avec une cavité à chacun de ſes bouts; on jete en l'air une petite boule atachée à un fil qui tient au milieu du *bilboquet*; & l'on tâche de

Digitized by Google

la faire retomber & reſter dans une des deux cavités.

BILLION, ſ. m. (*Arithmét.*) On donne ce nom en Arithmétique au chifre qui occupe la dixieme place d'une ſuite horizontale de chifres, en commençant de la droite vers la gauche, ainſi qu'on en eſt convenu dans la numération. *Voyez* NUMÉRATION.

BIMÉDIAL, adj. (*Géom.*) Quand deux lignes commenſurables ſeulement en puiſſance, ſont jointes enſemble, la toute eſt irrationele par raport à l'une de ces deux lignes; & on l'appele *ligne premiere bimédiale*. Euclide, *liv. X*, *propoſ.* 38. *Voyez* COMMENSURABLE, IRRATIONELE, PUISSANCE. (*E*).

BINAIRE. L'ARITHMÉTIQUE *binaire* eſt une nouvele ſorte d'Arithmétique que M. Léibnitz fondoit ſur la progreſſion la plus courte & la plus ſimple: c'eſt celle qui ſe termine à deux chifres. Le fondement de toute notre Arithmétique ordinaire étant purement arbitraire, il eſt permis de prendre une autre progreſſion qui nous donne une autre Arithmétique. On a voulu que la ſuite premiere & fondamentale des nombres allât juſqu'à dix, & que la ſuite infinie des nombres fût une ſuite infinie de dixaines; mais il eſt viſible que d'avoir étendu la ſuite fondamentale des nombres juſqu'à dix, ou de ne l'avoir pas étendu plus loin, c'eſt une inſtitution qui eût pu être différente; & même il paroît qu'elle a été faite aſſez au hazard par les peuples, & que les mathématiciens n'ont pas été conſultés, car ils auroient pu aiſément établir quelque choſe de plus commode. Par exemple, ſi l'on eût pouſſé la ſuite des nombres juſqu'à douze, on y eût trouvé ſans fraction des tiers & des quarts, qui ne ſont pas dans dix. Les nombres ont deux ſortes de propriétés, les unes eſſentieles, les autres dépendantes d'une inſtitution arbitraire, & de la maniere de les exprimer. Que les nombres impairs toujours ajoutés de ſuite, donnent la ſuite naturele des carrés; c'eſt une propriété eſſentiele à la ſuite infinie des nombres, de quelque maniere qu'on l'exprime. Mais que, dans tous les multiples de 9, les caracteres qui les expriment additionés enſemble, rendent toujours 9, ou un multiple de 9, moindre que celui qui a été propoſé, c'eſt une propriété qui n'eſt nullement eſſentiele au nombre 9, & qu'il n'a que parce qu'il eſt le pénultieme nombre de la progreſſion décuple qu'il nous a plu de choiſir. Si l'on eût pris la progreſſion de douze, le nombre 11 auroit eu la même propriété.

Ainſi, dans toute l'*arithmétique binaire*, il n'y auroit que deux caracteres, 1 & 0. Le zéro auroit la puiſſance de multiplier tout par deux, comme dans l'Arithmétique ordinaire il multiplie tout par dix: 1 ſeroit *un*; 10, *deux*; 11, *trois*; 100, *quatre*; 101, *cinq*; 110, *ſix*; 111, *ſept*; 1000, *huit*; 1001, *neuf*; 1010, *dix*, &c. ce qui eſt entiérement fondé ſur les mêmes principes que les expreſſions de l'Arithmétique commune. Il eſt vrai que celle-ci ſeroit très-incommode par la grande quantité de caracteres dont elle auroit beſoin, même pour de très-petits nombres. Il lui faut, par exemple, quatre caracteres pour exprimer huit, que nous exprimons par un ſeul. Auſſi M. Léibnitz ne vouloit-il pas faire paſſer ſon Arithmétique dans un uſage populaire; il prétendoit ſeulement que dans les recherches difficiles elle auroit des avantages que l'autre n'a pas, & quelle conduiroit à des ſpéculations plus élevées. Le P. Bouvet, jéſuite, célebre miſſionaire de la Chine, à qui M. Léibnitz avoit écrit l'idée de ſon *Arithmétique binaire*, lui manda qu'il étoit très-perſuadé que c'étoit-là le véritable ſens d'une ancienne énigme chinoiſe laiſſée il y a plus de 4000 ans par l'Empereur Fohi, fondateur des Sciences à la Chine, auſſi-bien que de l'empire, entendue apparemment dans ſon ſiecle, & pluſieurs ſiecles après lui, mais dont il étoit certain que l'intelligence s'étoit perdue depuis plus de 5000 ans, mal-gré les éforts & les recherches des plus ſavans *lettrés*, qui n'avoient vu dans ce monument que des allégories puériles & chimériques. Cette énigme conſiſte dans les différentes combinaiſons d'une ligne entiere & d'une ligne briſée, répétées un certain nombre de fois, ſoit l'une, ſoit l'autre. En ſuppoſant que la ligne entiere ſignifie 1, & la briſée 0, on trouve les mêmes expreſſions de nombres que donne l'*Arithmétique binaire*. La conformité des combinaiſons des deux lignes de Fohi, & des deux uniques caracteres de l'Arithmétique de M. Léibnitz, frapa le P. Bouvet, & lui fit croire que Fohi & M. Léibnitz avoient eu la même penſée.

Nous devons cet article à M. Formey, qui l'a tiré de l'hiſtoire de l'académie des Sciences de Paris, *année* 1702. *Voyez* ÉCHELES ARITHMÉTIQUES.

Cette Arithmétique ſeroit, comme on vient de le dire, peu commode; il faudroit trop de caracteres pour exprimer d'aſſez petits nombres: cependant ſi le lecteur eſt curieux d'avoir une méthode pour trouver dans cette Arithmétique la valeur d'un nombre donné, ou pour exprimer un nombre quelconque, la voici en peu de mots.

On commencera par faire une table des différentes puiſſances de 2; ſavoir 2° ou 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, *&c.* que l'on pouſſera le plus loin qu'il ſera poſſible. Cela poſé:

Soit donné, par exemple, le nombre 550501, dont on veut ſavoir la valeur; comme ce nombre a ſix chifres, je prends la ſixieme puiſſance de 2, qui eſt 32, & qui ſera repréſenté par le chifre 1 qui eſt le plus à gauche: le chifre ſuivant 1 indiquera la 5e puiſſance 16; le chifre ſuivant 0 ne donnera rien; le chifre ſuivant 1 indiquera la 3e puiſſance, c'eſt-à-dire 4; le chifre ſuivant 0 ne donnera rien; enfin, le dernier chifre 1 donnera 1: ainſi, le nombre propoſé équivaut à la ſomme des nombres 32, 16, 4, 1, c'eſt-à-dire, 53, & ainſi des autres.

Préſentement je ſuppoſe qu'on veuille exprimer

le nombre 230 par l'*Arithmétique binaire* ; je cherche d'abord la plus grande puiſſance de 2 contenue dans 230, c'eſt 128 ; & comme 128 eſt la 8e puiſſance de 2, je vois que le nombre 230 exprimé comme on le déſire, aura huit chifres. Je mets donc

1 pour le premier chifre à gauche :

j'ôte 128 de 230, il me reſte 102 ; & comme 64, qui eſt la puiſſance de 2 qui ſuit immédiatement 128, ſe trouve dans 102, cela me fait voir que je dois encore mettre

1 à la ſeconde place à gauche :

je retranche 64 de 102, il me reſte 38 ; or 32, qui eſt la puiſſance de 2 après 64, eſt encore dans 38 ; ainſi je mets

1 à la 3e place à gauche :

je retranche 32 de 38, il me reſte 6 ; or 16, qui eſt la puiſſance après 32, n'eſt point dans 6 : je mets donc

0 à la 4e place :

je retranche 8 de 6 ; & comme il n'y eſt pas, je mets encore

0 à la 5e place :

je retranche 4 de 6, ce qui me donne

1 à la 6e place :

enfin, il me reſte 2, qui s'exprimera par

1 à la 7e place :

& comme il ne reſte rien, on aura

0 à la 8e place :

donc 230 ſera exprimé par

11100110

Il eſt viſible qu'à l'imitation de cette Arithmétique, on peut en imaginer une infinité d'autres où les nombres ſeront exprimés par plus ou moins de chifres. *Voyez* ARITHMÉTIQUE & ÉCHELES ARITHMÉTIQUES.

Soit en général n le nombre de caracteres d'une Arithmétique quelconque, en ſorte que 0, 1, 2, 3, ... $n-1$ ſoient ces caracteres ; & ſoit propoſé de trouver la valeur d'un nombre quelconque, par exemple, $b\ c\ d\ e\ f$, exprimé avec les caracteres de cette Arithmétique : on aura $bcdef = b \times n^4 + c \times n^3 + d \times n^2 + e \times n + f$, & ainſi des autres.

Si on veut exprimer un nombre quelconque A par cette même Arithmétique, ſoit n^p la plus grande puiſſance de n contenue dans A ; ſoit diviſé A par n^p ; ſoit a le quotient & le reſte r ; ſoit enſuite diviſé r par n^{p-1}, b le quotient & le reſte s ; ſoit enſuite diviſé s par n^{p-2}, le quotient c, & le reſte q : & ainſi de ſuite ; juſqu'à ce qu'on arive à un reſte K, qui ſoit ou 0, ou moindre que n : on aura $A = abc \ldots K$, & le nombre des chifres ſera $p+1$, *&c.* Voyez *Mém. Acad.* 1741, une méthode de M. de Buffon pour faire ce calcul par les logarithmes. (*O*).

BINOCLE, ou TÉLESCOPE *binoculaire* ; c'eſt un téleſcope par lequel on peut voir les objets avec les deux ieux en même temps. *Voyez* TÉLESCOPE. Il eſt compoſé de deux tuyaux qui contienent chacun des verres de même force. On a cru qu'il repréſentoit les objets plus clairs & plus grands que le téleſcope monoculaire ; & cette raiſon a engagé pluſieurs auteurs à en traiter aſſez au long, entr'autres le P. Antoine-Marie de Reita, capucin, dans ſon *oculus Enoch & Elia*, & après lui le P. Chérubin d'Orléans, auſſi capucin, dans le *tome 2 de ſa Dioptrique oculaire*, qui a pour titre *de la Viſion parfaite* ; mais on a reconu que ces ſortes de téleſcopes étoient plus embaraſſans qu'utiles : auſſi la plupart des meilleurs auteurs qui one traité de la dioptrique, n'en one fait aucune mention.

On fait auſſi des microſcopes *binocles* ; mais comme ils ont les mêmes inconvéniens que les téleſcopes de cette eſpece, ils ſont très-peu en uſage. (*O. T.*)

J'ai vu à la Haye, chez M. Hemſtruys, des *binocles* de différentes eſpeces, qui réuſſiſſoient très-bien. M. Delîle s'en ſervoit auſſi pour de très-grandes lunetes, parce qu'on n'auroit pas pu, ſans cela, réunir le groſſiſſement avec l'étendue du champ. (*D. L.*)

BINOME, ſ. m. (*Algebre.*) C'eſt une quantité compoſée de deux parties ou de deux termes liés par les ſignes + ou — (*Voyez* MONÔME) ; ainſi, $a+e$ & $5-3$ ſont des *binomes*.

Si une quantité algébrique a trois parties, comme $a+b+c$, on l'appele *trinome* ; ſi elle en a quatre, on la nomme *quadrinome*, &c. ; & en général *multinome*.

M. Newton a donné une méthode pour élever en général un *binome* $a+b$ à une puiſſance quelconque m, dont l'expoſant ſoit un nombre entier ou rompu, poſitif ou négatif.

Voici en quoi cette formule conſiſte :

$$(a+b)^m = a^m + m\,a^{m-1}b + \frac{m.m-1}{2}a^{m-2}b^2 + \frac{m.m-1.m-2}{2.3.}a^{m-3}b^3 + \&c.$$

La ſeule inſpection des termes en fait voir la loi mieux qu'un long diſcours.

Il eſt viſible que lorſque m eſt un nombre entier, cette ſuite ſe réduit à un nombre fini de termes; car ſoit par exemple $m=2$, donc $m-2=0$, donc tous les termes qui ſuivront les trois premiers ſeront $=0$, puiſqu'ils ſeront multipliés chacun par $m-2$.

M. le marquis de l'Hôpital, dans ſon *traité des Sections coniques*, *livre* 10, a démontré cette formule pour le cas où m eſt un nombre entier. M. l'abbé de Molieres a fait la même choſe dans ſes *élémens de Mathématiques*.

M. Clairaut, dans ſes *Élémens d'Algebre*, a démontré en général la formule du *binome* par les combinaiſons; M. l'abbé Boſſut l'a auſſi démontrée dans les ſiens.

Lorſque m eſt un nombre négatif ou une fraction, la ſuite eſt infinie, & pour lors elle ne repréſente la valeur de $(a+b)^m$ que dans le cas où elle eſt convergente, c'eſt-à-dire, où chaque terme eſt plus grand que le ſuivant. *Voyez* SÉRIE *ou* SUITE.

Soit, par exemple, un carré imparfait $aa+b$, dont il faille extraire la racine carrée: il n'y aura qu'à élever $aa+b$ à la puiſſance $\frac{1}{2}$; car tirer la racine carrée ou élever à la puiſſance $\frac{1}{2}$, c'eſt la même choſe. *Voy.* EXPOSANT. Ainſi, on aura

$$(aa+b)^{\frac{1}{2}} = aa^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}\times b\times aa^{\frac{1}{2}-1} + \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}-1 \times \frac{b^2\times aa}{2}, \text{ \&c.} = a + \frac{b}{2a} - \frac{bb}{8a^3}, \text{ \&c.:}$$

formule ou ſuite infinie qui approchera de plus en plus de la racine cherchée.

De même, ſi on veut extraire la racine cube de a^3+b, il faudra élever cette quantité à l'expoſant $\frac{1}{3}$; & on trouvera,

$$(a^3+b)^{\frac{1}{3}} = a + \frac{b}{2a^2} - \frac{b^2}{9a^5}, \text{ \&c.}$$

& ainſi des autres. Mais ces ſéries infinies ne ſont bonnes qu'autant qu'elles ſont convergentes.

Soit n le rang qu'occupe un terme quelconque dans la ſuite du *binome* $a+b$ élevé à la puiſſance quelconque m, on trouvera que ce terme eſt au ſuivant comme 1 eſt à $\frac{b}{a}\times\frac{m-n+1}{n}$; d'où il s'enſuit que, pour que la ſérie ſoit convergente, c'eſt-à-dire, que les termes aillent toujours en diminuant, il faut que $b\times(m-n+1)$ ſoit toujours plus petit que na.

«Ainſi, pour pouvoir trouver la racine approchée de $aa+b$ par la formule précédente, il faut que $b\times(\frac{1}{2}-n+1)$, pris poſitivement, ſoit plus petit que naa, n étant un nombre entier quelconque.

De même pour extraire par cette formule la racine de $a,+b$, il faut que $b\times(\frac{1}{3}-n+1)$, pris poſitivement, ſoit toujours plus petit que na^2. (*O*).

* Nous allons ajouter ici une démonſtration de la formule du *binome*, l'expoſant étant quelconque.

Soit $\overline{1+x}$ le *binome* qu'il faut élever à la puiſſance n: la queſtion ſe réduit à trouver une fonction ordonée par raport aux puiſſances de x, qui ſoit égale à $\overline{1+x}^n$.

Définiſſons d'abord l'expreſſion $\overline{1+x}^n$. C'eſt une fonction de x & de n, telle que, mettant $n+1$ à la place de n, on ait une nouvele fonction égale à la premiere, multipliée par $1+x$; avec cette condition que, lorſque $n=0$, elle ſoit 1, ou, ſi l'on veut, $1+x$, lorſque $n=1$.

Cela poſé, ſoit $\overline{1+x}^n = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 \ldots + (n)^m x^m \ldots$. A, B, C, D, étant des fonctions de n ſans x; $\overline{1+x}^{n+1}$ ſera égal à $A' + B'x + C'x^2 + D'x^3 \ldots + (n+1)^m x^m \ldots$. $A', B' \ldots (n+1)^m$, étant ce que deviennent $A, B \ldots (n)^n$ en mettant $n+1$ à la place de n. On aura donc (à cauſe de $\overline{1+x}^{n+1} = \overline{1+x}^n \times \overline{1+x}$), $A' + B'x + C'x^2 + D'x^3 \ldots + (n+1)^m x^m \ldots = (A + Bx + Cx^2 + Dx^3 \ldots + (n)^m x^m \ldots)(1+x)$.

D'où, comparant terme à terme, $A'=A$, $B'=B+A$, $C'=C+B$, $D'=D+C$ .... & en général $(n+1)^m = (n)^m + (n)^{m-1}$.

Nous aurons donc, 1°. A toujours conſtant & égal à 1;

2°. À cauſe de $B'=B+1$, $B=n$;

3°. À cauſe de $C'=C+n$, $C=\frac{n^2-n}{2}=\frac{n.n-1}{2}$.

On ponroit ſatisfaire encore à ces équations, en ajoutant un terme arbitraire & indépendant de n aux A, B, C, *&c.* Mais il eſt évident que ces termes doivent tous être 0, puiſque lorſque $n=0$, $\overline{1+x}^n = 1$, quelque ſoit x.

En général, on obſerveta que $(n+1)^m$, étant ce que devient $(n)^m$, en y mettant $n+1$ au lieu de n, puiſque $(n+1)^m - (n)^m = (n)^{m-1}$; ſi

$(n)^{m-1}$ eſt une fonction rationele de n du degré p, $(n)^{m}$ poura être une fonction rationele de n du degré $p+1$. Or quand $m=1$, $(n)^{m}$ eſt du degré 1, donc pour $m=2$, $(n)^{m}$ ſera du degré 2 .... & généralement $(n)^{m-1}$ ſera du degré $m-1$, & $(n)^{m}$ du degré m.

On aura donc ſûrement $(n)^{m}$; mais, en obſervant les premiers termes de la valeur de $\overline{1+x}^{n}$, on trouve $B=n.A$, $C=\frac{n-1}{2}B$, $D=\frac{n-2}{3}C$; il y a donc lieu de croire que, ſuppoſant $P(n)^{m}=Q(n)^{m-1}$, on aura pour P & Q des valeurs très-ſimples.

Or nous avons par ce qui précede

$$(n)^{m}=(n-1)^{m}+(n-1)^{m-1}$$
$$(n)^{m-1}=(n-1)^{m-1}+(n-1)^{m-2};$$

& par l'hypotheſe

$$\overline{P+p}\,(n-1)^{m}=(Q+q)(n-1)^{m-1} \text{ \& } \overline{P+p'}\,(n-1)^{m-1}=(Q+q')(n-1)^{m-2},$$

$P+p$, $Q+q$, étant ce que deviennent P & Q en mettant $n-1$ pour n, & $P+p'$, $Q+q'$ ce que deviennent P & Q en mettant $n-1$ pour n, & $m-1$ pour m.

On aura donc les deux équations,

$$P(n-1)^{m}+P(n-1)^{m-1}=Q(n-1)^{m-1}+Q(n-1)^{m-2}$$

$$\text{\& } P(n-1)^{m}+P(n-1)^{m-1}=\left\{\begin{matrix}Q(n-1)^{m-1}+Q(n-1)^{m-2}\\ +q(n-1)^{m-1}+q'(n-1)^{m-2}\end{matrix}\right\}$$
$$+p(n-1)^{m}+p'(n-1)^{m-1}$$

d'où $p(n-1)^{m}+p'(n-1)^{m-1}=q(n-1)^{m-1}+q'(n-1)^{m-2}$. Or il eſt évident qu'on ſatisfait à cette équation, en faiſant $p=0$, $q'=0$, $p'=q$, & qu'on ſatisfera ainſi à ces équations, en ſuppoſant P & Q égales à des fractions rationeles du premier ordre; ſoit en effet $P=am+bn+c$, & $Q=a'm+b'n+c'$, on aura $P=-b$, $p'=-a-b$, $q=-b'$, $q'=-a'-b'$. d'où $b=0$, $a'=-b'$, $a=b'$ & $P=am+c$, $Q=\overline{an-m}+c'$.

Mais nous avons pour $m=1$, $\frac{Q}{P}=n$: d'où $an+cn=an-a+c'$, ou $c=c'-a$, & $a+c=a=c'$ & $c=0$; donc $P=am$, $Q=a(n-m+1)$, & $\frac{Q}{P}=\frac{n-m+1}{m}$; donc $(n)^{m}=(n)^{m-1}.\frac{n-m+1}{m}$, & par conſéquent $(n)^{m}=\frac{n.n-m\ \ n-2\ldots n-m+1}{1.2\ldots m}$.

Cette démonſtration eſt rigoureuſe & purement analytique; elle ne demande que deux ſuppoſitions, l'une de l'équation $P(n)^{m}=Q(n)^{m-1}$: ſuppoſition à laquelle on eſt conduit par le calcul des premiers termes; la ſeconde eſt celle de P & de Q linéaires, qui eſt encore indiquée par le même calcul, & qui, de toutes, eſt la plus ſimple. (*M. D. C.*)

BIQUADRATIQUE, adj. (*Algebre.*) On donne ce nom à la puiſſance qui eſt immédiatement au deſſus du cube, c'eſt-à-dire, au carré-carré ou à la quatrieme puiſſance. *Voy.* PUISSANCE, RACINE, CARRÉ-CARRÉ, &c. (*E*).

BI-QUINTILE, adj. (*Aſtron.*) c'eſt un aſpect de deux planetes quand elles ſont à 144 degrés de diſtance l'une de l'autre. *Voy.* ASPECT.

On appele cet aſpect *bi-quintile*, parce que les planetes ſont alors éloignées l'une de l'autre de deux fois la cinquieme partie de 360 degrés, c'eſt-à-dire, de deux fois 72 degrés, ou 144. (*O*).

BIRIBI, ſ. m. (*Jeu.*) C'eſt un jeu de hazard qui a été long-temps en vogue, & qui ſe joue encore quelquefois à Paris. Il nous eſt venu d'Italie, ainſi que le cavagnol, & les Italiens le nomment *biribiſſo*, mais alors il différoit, quant aux chifres, du *biribi* que l'on joue actuellement. On place ſur une grande table un tableau diviſé en ſoixante & dix câſes; dans chacune de ces câſes ſe voient une figure & un nombre, depuis un juſqu'à ſoixante & dix, & les pontes mettent ce qu'ils veulent ſur chaque nombre. On a un ſac fermant à clef, dans lequel ſont également ſoixante & dix olives; dans chacune eſt un billet peint ſur vélin, qui porte une figure & un nombre correſpondant à l'un de ceux du grand tableau. Le banquier fait ſortir les olives une à une, par le moyen d'un reſſort qui eſt à la tête du ſac; ſi le billet qui en ſort ſe trouve répondre à une câſe chargée, le banquier paye ſoixante-quatre fois la miſe qui s'y trouve. La couche appartient auſſi toujours au banquier; en ſorte qu'il a un avantage de ſept ſur ſoixante & dix. Le *biribi* eſt au cavagnol ce que le pharaon eſt au lanſquenet; car le pharaon & le *biribi* ſont avantageux au banquier qui tient conſtament: mais au lanſquenet & au cavagnol, tous les joueurs ſont banquiers à leur tour, lorſque cela leur convient, c'eſt-à-dire, tiennent la main ou le ſac qui renferme les boules; le cavagnol eſt même d'une parfaite égalité, & le banquier n'y a aucune eſpece d'avantage.

Le *biribi* ſe joue encore aux côtés, c'eſt-à-dire, au

au pair ; en ſorte que le banquier ne donne que ce qui ſe trouve ſur la câſe : mais il a toujours pour lui trois câſes d'exception, qui font perdre le ponte quoique ſon côté arive.

Le *biribi* ſe jone eacore à la raie droite; on met ce que l'on veut à la rête du tablean où il n'y a que ſept chifres, dont un produit l'avantage, au choix du ponte, & l'on emploie des jetons qui different, ou par la couleur, ou par le deſſein, pour qu'on puiſſe reconoître ce qu'ils valeut & à qui ils apartienent : le prix ordinaire qu'on lenr attribue eſt de quatre ſous moins un liard, ſept ſous & demi, quinze ſous, & ainſi de ſuite en doublant toujours. (*D. L.*)

BISSECTION, ſ. f. *en Géométrie*, eſt la diviſion d'une éteudue quelconque, comme un angle, une ligne, &c. en deux parties égales ; c'eſt ce qu'on nomme autrement *bipartition*. *Voyez* DIVISION, &c. (*E*).

BOIS, *réſiſtance des bois*. (*Méch.*) Pluſieurs auteurs, entr'autres M. de Buffon & M. Duhamel, ont cherché à déterminer, par la voie de l'expérience, la réſiſtance qu'une piece de bois oppoſe à l'éfort d'un poids ou d'nne force quelconque qui tend à la rompre : queſtion de la plus grande importance pour l'architecture & pour la navigation. *Voy. les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences pour l'année* 1741, & le *traité* de M. Dnhamel ſur la *réſiſtance des bois*. Ici je me borne à douner ſur cette matiere une théorie facilement applicable à la prarique.

I. Soit le rectangle *A B D C*, *Fig.* 18, le profil d'une piece de bois équârie en parallélépipede rectangle, ſourenue horizontalement par les deux apuis *A* & *B* ; que cette piece, conſidérée comme non peſante (*a*), ſoit chargée, en un endroit qnelconque *N*, d'un poids *Q* qui faſſe équilibre à la réſiſtance qu'elle oppoſe à ſa rupture : on demande la valeur de *Q*?

Imagiuons que la piece ſoit compoſée d'une infinité de fibres ou de filets paralleles à *A B* & à *C D*. Dans l'inſtant où elle eſt prête à ſe rompre, les fibres s'alongent d'une certaine quantité dans la ſection verticale *N T*, & les petits alongemens forment nn eſpace triangulaire *F N I*, dont le ſommet eſt en *N* & la baſe *F I* ſur *A B*. De plus, les élémens *H K*, *P M*, *F I*, &c. du triangle *F N I*, ſont proportionels aux forces avec leſquelles les fibres ſont tendues en ces endroits, puiſqu'ils expriment les quantités dont les fibres ſont tirées de leur état naturel pour réſiſter à l'éfort du poids *Q* qui tend à rompre la piece.

Les réſiſtances (que j'appele *A* & *B*) des apuis étant des forces qui ſont cenſées agir dans les ſens *A S*, *B V*, il eſt clair qu'on peut conſidérer *C N T* & *D N T* comme deux leviers angulaires dont l'apui eſt en *N*. Dans le premier, le bras *C N* eſt pouſſé par la force *A*, taudis que le bras *N T* eſt tiré par la ſomme des tenſions des bras *H K*, *P M*, *F I*, &c. & pareillement dans le ſecond, le bras *N D* eſt pouſſé par la force *B*, taudis que le bras *N T* eſt tiré par la ſomme des tenſions des fibres *H K*, *P M*, *F I*, &c. Ainſi, il y aura équilibre, ſi les momens des forces *A* & *B*, par raport au point *N*, ſont chacun égaux ſéparément à la ſomme des momens des tenſions des fibres *H K*, *P M*, *F I*, &c., par raport au même point *N*.

Soient
- *A B* ou *C D* . . . . . = *a*
- *C N* . . . . . = *b*
- *N D* . . . . . = *a* − *b*
- La hauteur ou épaiſſeur *N T* de la piece . . . . . = *b*
- Sa largeur ou dimenſion horizontale perpendiculaire à la longueur . . . . . = *k*
- *N R* . . . . . = *x*
- Le filet inférieur *F I* . . . = *f*.

La lettre *f*, qui exprime le dernier filet *F I*, peut repréſeuter en même temps ſa tenſion, les tenſions de filets du triangle de rupture *N F I* étant proportioneles à ces filets.

On aura les deux équations $A \times b = \int \frac{fkx^2dx}{b}$; $B \times (a-b) = \int \frac{fkx^2dx}{b}$, dans leſquelles on doit faire $x = b$, après les intégrations ; ce qui donne $Ab = \frac{fkb^3}{3}$, $B(a-b) = \frac{fkb^3}{3}$. Donc $A + B = \frac{fkb^3}{3b} + \frac{fkb^3}{3(a-b)}$; mais, d'un autre côté, on a $A + B = Q$; donc $Q = \frac{fkb^3}{3b} + \frac{fkb^3}{3(ab)} = \frac{fakb^3}{3(ab-bb)}$. Telle eſt l'expreſſion générale de *Q*.

II. Lorſque le point *N* eſt le milieu de la piece, on a $b = \frac{1}{2}a$, & $Q = \frac{4fkb^3}{3a}$. D'où l'on voit qu'à cauſe de *f* donnée & conſtante, *la réſiſtance* (toujours meſurée par le poids *Q*) *qu'une piece de bois équârie oppoſe à être rompue dans ſon milieu, eſt comme le produit de la largeur par le carré de la hauteur ou épaiſſeur, diviſé par la longueur de la piece.*

III. En général, les dimenſions de la piece, & la ſituation du point *N* étant données, on connoîtra *Q*, lorſque l'on connoîtra *f*. Or, ſuivant

(*a*) Si on vouloit avoir égard au poids de la piece, il faudroit conſidérer *Q* comme la réſultante de ce poids, & du poids étranger dont elle eſt chargée, lequel ſeroit alors placé ailleurs qu'en *N*.

la ſeptieme Table de M. de Buffon (*Mém. de l'Acad.* 1748, *pag.* 334), une piece de *bois* de chêne de 5 pouces d'équariſſage, ſur 7 pieds ou 84 pouces de longueur, ſe rompt ſous la charge de 88525 livres; on a donc alors 88525 livres $= \frac{4f\times5\times5\times5}{3\times84}$; d'où l'on tire $f = 5808{,}6$ livres; valeur qu'on ſubſtituera dans l'expreſſion générale de Q.

IV. On voit, par cette même expreſſion $Q = \frac{fakb^2}{3(ab-bb)}$, que tout reſtant d'ailleurs le même, le poids Q devient un *minimum*, lorſque le point N ſe trouve à égales diſtances des points d'apui A & B; car alors le dénominateur $ab-bb$ devient un *maximum*. Ainſi, le point de la moindre réſiſtance de la piece, ou le point où elle eſt le plus expoſée à ſe rompre, ſous une charge donnée, eſt ſon milieu, ce qui eſt évident par ſoi-même.

V. On voit auſſi (ce qui eſt également évident) qu'il eſt avantageux de poſer de champ une piece de bois: car, toutes choſes d'ailleurs égales, la réſiſtance eſt comme b^2k, lorſque b marque l'épaiſſeur de la piece, & k la largeur; & la réſiſtance de la piece eſt comme bk^2, lorſque k marque l'épaiſſeur, & b la largeur. Or, en ſuppoſant $b > k$, il eſt viſible que b^2k eſt plus grand que bk^2, dans le raport de b à k.

VI. Il y a plus: une même piece de *bois* de forme originairement cylindrique, peut être équârie de pluſieurs manieres; &, parmi ces manieres, il faut trouver celle qui rendra un *maximum* la réſiſtance de la piece poſée de champ. Or, pour réſoudre ce problême, ſoit le cercle MAN, *Fig.* 19, la coupe d'une piece de *bois*, il s'agit d'équârir cette piece en parallélépipede rectangle $ABDC$; de telle ſorte que le produit $\overline{AC}^2\times AB$ (qui, pour un point donné, repréſente la réſiſtance de la piece), ſoit un *maximum*.

Soient le diametre $BC = 2a$; $AB = x$; & par conſéquent $\overline{AC}^2 = 4aa-xx$. Ainſi, $x(4aa-xx) = maximum$; ce qui donne, par la méthode ordinaire de *maximis* (*Voy.* MAXIMUM), $x = \frac{2a}{\sqrt{3}}$, & $AC = \frac{2a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. Donc $AB:AC :: 1:\sqrt{2}$. D'où l'on voit qu'*afin que la piece ſoit capable de la plus grande réſiſtance poſſible, la largeur AB doit être à l'épaiſſeur AC, comme le côté d'un carré eſt à ſa diagonale.*

VII. Examinons maintenant la réſiſtance d'une piece de *bois* cylindrique. Je ſuppoſe donc que $ABDC$, *Fig.* 20, repréſente une telle piece poſée horizontalement ſur les deux apuis A & B, & chargée d'un poids R: que FI ſoit, comme ci-devant, l'écartement dans la partie inférieure, à l'inſtant de la rupture. Menons la verticale NT, & coupons, ſuivant cette ligne, la piece perpendiculairement à ſa longueur; ce qui donne, pour ſection, le cerle $NLTl$.

Par un point quelconque V de NT, menons dans le cercle la double ordonée Ll. Il eſt aiſé de voir, par l'article *I*, qu'en ſuppoſant AB ou $CD = m$; $CN = n$; $NT = 2r$; $FI = f$; $NV = x$: on aura ces deux équations $A\times n = \int \frac{fx^2dx\sqrt{(2rx-xx)}}{r}$; $B\times(m-n) = \int \frac{fx^3dx\sqrt{(2rx-xx)}}{r}$, dans leſquelles on doit faire $x = 2r$, après les intégrations. Donc (en nommant Π le raport de la circonférence au diametre), $A\times n = \frac{5\Pi fr^3}{8}$, $B\times(m-n) = \frac{5\Pi fr^3}{8}$. Ainſi, $A+B$, ou $R = \frac{5\Pi fr^3m}{8(mn-nn)}$, expreſſion générale de la réſiſtance d'une piece de *bois*, de forme cylindrique.

VIII. Pluſieurs praticiens m'ont demandé quelle étoit, à maſſes égales & en parité de circonſtances, celle de deux pieces, l'une cylindrique, l'autre équârie en parallélépipede de la maniere la plus avantageuſe, qui oppoſoit le plus de réſiſtance à ſa rupture. La réponſe à cette queſtion ſe tire facilement des formules précédentes. En effet, il ne faut, pour cela, que comparer l'expreſſion de R avec celle qui a été trouvée pour Q (*art.* 1), en faiſant $m = a$; $n = b$; enſuite $kb = \Pi r^2$; & (VI) $b = k\sqrt{2}$; ce qui donne $b^2 = \Pi r^2\sqrt{2}$, $b = r\sqrt[4]{\Pi}.\sqrt[4]{2}$. Alors on trouvera $R:Q :: 15:8\sqrt[4]{\Pi}.\sqrt[4]{2} :: 15 : 16$, 86, à peu près. D'où l'on voit que, pour des longueurs & des maſſes égales, & ſous des charges ſemblablement poſées, la réſiſtance de la piece cylindrique eſt un peu moindre que la réſiſtance de la piece équârie. Mais il faut conſidérer, d'un autre côté, que cette derniere piece devant être tirée d'un arbre originairement cylindrique, on a (en nommant X le rayon de cet arbre), $X^2 = \frac{b^2+k^2}{4} = \frac{1}{8}b^2 = \frac{1}{8}\Pi r^2\sqrt{2}$. Donc $X^2:r^2 :: 3\Pi\sqrt{2} : 8 :: 13 : 8$, à peu près. Ainſi, pour une même longueur, la maſſe du cylindre dont on tire la piece de *bois* équârie, eſt plus grande que la maſſe de la piece cylindrique, dans le raport d'environ 13 à 8. Il y a donc une perte de *bois* aſſez conſidérable pour former la piece équârie; ce qui donne, à cet égard, de l'avantage à la piece cylindrique. Reſte à ſavoir ſi, dans deux arbres de même nature, inégaux en groſſeurs, les ténacités ou réſiſtances des fibres élémentaires ſont les mêmes. C'eſt ſur quoi il faut interroger l'expérience.

Il y auroit pluſieurs autres problêmes à réſou-

Digitized by Google

dre ſur ce ſujet ; mais il ſuffit d'eu avoir établi les principes. (*L. B.*)

Bois, *au jeu de trictrac*, ſe dit en général des dames avec leſquelles on joue. *Voyez* Dame & Taictrac.

BOOTES, (*Aſtron.*). *Voyez* Bouvier.

BORÉAL, (*Aſtron.*) ſe dit de tout ce qui eſt du côté du nord ou du ſeptentrion.

BOUC, (*Aſtron.*) eſt le nom que quelques auteurs ont donné à la conſtellation du capricorne ; d'autres à la belle étoile de la chevre, qui eſt dans la conſtellation du cocher. (*D. L.*)

Bouc : on donne ce nom, *dans les machines hydrauliques*, à une eſpece de poulie garnie de cornes de fer qui font monter & deſcendre une chaîne-ſans-fin. C'eſt par le moyen d'un *bouc* que les eaux ſont élevées du puits ſalé de Moyenvic.

BOUFÉES, *en termes d'Hydraulique*, eſt ſynouyme à *ſecouſſes*.

Lorſque les jets ſont engorgés par les vents, ils ne ſortent que par *bouſées* ; c'eſt-à-dire, par *ſecouſſes*. (*K*).

BOULE, *au jeu de quilles* ; c'eſt un morceau de bois parfaitement rond, & percé d'uu trou pour mettre le pouce, & d'une eſpece de mortoiſe pour les autres doigts de la main. Elle ſert à abattre les quilles.

Boula (*jeu de*) ; exercice fort connu. On le joue à un, deux, trois contre trois, ou plus même, avec chacun deux *boules* pour l'ordinaire : les joueurs fixent le nombre des points à prendre dans la partie à leur choix. C'eſt toujours ceux qui approchent le plus près des buts qui comptent autant de points qu'ils y ont de *boules*. Ces buts ſont placés aux deux bouts d'une eſpece d'allée très-unie, rebordée d'une petite berge de chaque côté, & terminée à chacune de ſes extrémités par un petit foſſé appelé *noyon*. *Voy.* Noyon. Quand on joue, ſi quelque joueur ou autre arrête la *boule*, le coup ſe recomence. Il n'eſt pas permis de taper des pieds pour faire rouler ſa *boule* davantage, ni de la pouſſer en aucune façon, ſous peine de perdre la partie. Une *boule* qui eſt entrée dans le noyou, & a encore aſſez de force pour revenir au but, ne compte point : un joueur qui joue devant ſon tour, recomence ſi l'on s'en aperçoit ; celui qui a paſſé ſon tour, perd ſon coup. Il eſt libre de changer de rang dans la partie, à moins qu'on ne ſoit convenu autrement. Qui change de *boule* n'eſt obligé qu'à reprendre la ſienne, & rejouer ſon coup ſi perſone n'a encore joué après lui ; mais ſi quelqu'un a joué, il remet la *boule* à la place de celle qu'il a jouée, ſi l'autre veut jouer avec ſa *boule*. L'adreſſe d'un joueur conſiſte à donner à ſa *boule* le degré de force néceſſaire pour ariver au but ; pour cela, il faut qu'il faſſe attention à ſa peſanteur, & qu'il tourne toujours le fort vers l'endroit du jeu le plus raboteux, ce qui varie cependant ſelon la diſpoſitiou du terrain & la qualité de la *boule*.

Boule, *avoir la boule* ; c'eſt, au jeu de ce nom, avoir droit de jouer le premier. Ce droit s'acquiert en jetant une quille vers la *boule* ; celui dont la quille eſt reſtée le plus près de la *boule*, joue le premier, & eſt dit *avoir la boule*.

Boule, *au jeu de mail*, eſt une piece de buis, ou d'autre bois très-dur bien tourné, que l'on chaſſe avec la maſſe ou mail. *Voyez* Mail. Ces *boules* duivent être d'un poids proportioné à celui du mail, c'eſt-à-dire, environ de moitié. Si le mail dont on ſe ſert peſe dix onces, il faut que la *boule* en peſe cinq, & ainſi des autres. Les meilleures de ces *boules* vienent des pays chauds.

Boules qui ne s'éventent pas au jeu de mail, ſont des *boules* qui ne ſautent point, & qui ne ſe détournent point de leur chemin naturel.

BOUSSOLE. *Voyez* Magnétisme ; & pour l'uſage de la *bouſſole* dans la levée des plans, *Voyez* Plan.

Boussole, (*Aſtron.*) ; conſtellation méridionale, établie par M. de la Caille dans ſon *Planiſphere auſtral* : il l'appele en latin *Pixis nautica* ; elle eſt ſituée ſur la proue de l'ancienne conſtellation du vaiſſeau. La principale étoile de cette conſtellation eſt de cinquieme grandeur ; ſon aſcenſion droite, en 1750, étoit de 128° 23′ 39″, & ſa déclinaiſon 32° 18′ 10″ auſtrale ; en ſorte qu'elle s'éleve de 9 degrés à Paris. (*D. L.*)

Boussole, inſtrument d'Aſtronomie ; il ſera décrit dans le *Dictionaire de Phyſique*. Il nous ſuffit de dire ici que la déclinaiſon de la *bouſſole* à Paris eſt, en 1783, d'environ 21 degrés à l'oueſt. *Voyez* Déclinaison.

BOUVIER, (*Aſtron.*) *Bootes* ; conſtellation boréale qui a 53 étoiles, ſuivant Flamſteed.

On l'appele auſſi *Bootis*, *Bubulus*, *Bubulcus*, *Tardi-bubulcus*, *Paſtor*, *Cuſtos boum*, *Clamator*, *Vociferator*, *Plauſtri cuſtos*, *Cuſtos Erymanthidos Urſæ*, *Arcturus*, *Arcturus minor*, *Septentrio*, *Philomelus* (fils de Cérès), *Icarus*, *Lycaon*, *Orion*, *Arcas*, *Lanceator*, *Venator Urſæ*, *Arctophylax*. La belle étoile de cette conſtellation eſt appelée aujourd'hui généralement *Arcturus* ; chez les Arabes, *Aramech*. Homere dit que cette étoile eſt d'un préſage funeſte. Pline l'appele auſſi *Sidus Horridum*.

On a appelé cette conſtellation *Atlas* ; & l'on diſoit qu'il portoit l'axe du monde, parce que, autrefois, ſa tête étoit fort près du pole. *Voyez* le *Mémoire* de M. Dupuis, *Aſtron. p.* 410 & 423. Il épouſe Heſperis, & il en naît ſept filles ; parce que quand cette conſtellation ſe couche, les Pléiades ſe levent : en effet, les ſept étoiles des pléiades ſont appelées *Atlantides* ou *filles d'Atlas*.

Germanicus* Céſar dit que ce *bouvier* ou ce paſteur, qu'on a placé dans le ciel, étoit Icare, pere d'Érigone, dont nous parlerons à l'article de la vierge ; Bacchus lui avoit appris l'art de faire le vin pour l'enſeigner aux hommes : il fut lapidé par des bergers qui étoient ivres. Sa fille

découvris le corps de ſon pere par le moyen d'un chien qui lui étoit reſté fidele : elle ſe tua de déſeſpoir, & elle fut placée dans le ciel avec ſon pere & ſon chien. Voilà pourquoi Properce appele *bœufs d'Icare* les ſept étoiles de la grande ourſe.

Flectant Icarii ſidera tarda boves.

D'autres prétendent que le *bouvier* eſt Arcas, fils de Jupiter & de Calisto, qui enſeigna aux hommes la maniere de faire du pain, après l'avoir appriſe de Triproleme, & fut déifié par la reconoiſſance des hommes.

Suivant M. Dupuis, il étoit naturel de placer un moiſſoneur pour marquer l'entrée du ſoleil dans le ſigne de la vierge, qui eſt une moiſſoneuſe. Il y trouve auſſi le fondement de la fable du roi Œnopion, dont il eſt parlé à l'occaſion d'Orion : c'eſt le *prince Boivin* qui fait alluſion à Icare, à qui Bacchus découvrit l'art de cultiver la vigne. Il eſt détrôné par Crone ou pétrifié par Perſée, parce qu'au lever de Perſée il ſe cachoit derriere les montagnes. (*Aſtr. IV*, 423.)

En effet, la conſtellation du *bouvier*, quoique fort ſeptentrionale, deſcend ſous l'horizon & ſe couche pour nous, comme le remarque Ovide :

Tingitur oceano cuſtos Erymanthidos urſæ,
Æquoreaſque ſuo ſidera turbat aquæ.
Triſt. I, él. 3.

Le coucher coſmique du *bouvier*, c'eſt-à-dire, le temps où il ſe couche au ſoleil levant, eſt annoncé, par Ovide, pour le cinquieme de mars.

Sive eſt Arctophilax, ſive eſt piger ille Bootes,
Mergetur, viſus effugietque tuos.
Faſt. III, 405.

Plutarque donne le nom de janus à une des étoiles de cette conſtellation, & M. Dupuis obſerve qu'effectivement cette conſtellation, du temps de Numa, marquoit le minuit du ſolſtice d'hiver & le commencement de l'année des Romains. Ce génie à quatre viſages portoit les clefs du temps, avoit douze autels à ſes pieds pour repréſenter les douze mois, & le nombre de 365 dans les mains : il ſemble donc que ce n'étoit autre choſe que la conſtellation qui fixoit le départ de l'année & des ſpheres, & ouvroit la marche du temps. (*D. L.*)

BRACHYSTOCHRONE, ſ. f. (*Méchanique*) eſt le nom que Jean Bernoulli, alors profeſſeur de Mathématique à Groningue, a donné à une courbe *A C B*, *Pl. Méchan. Fig.* 21, dont la propriété eſt telle qu'un corps qui tombe du point *A*, en vertu de ſa peſanteur, le long de la concavité de cette courbe, arive de *A* en *B*, en moins de temps qu'il n'y ariveroit, s'il deſcendoit le long de toute autre courbe *A D B*, paſſant par les mêmes points *A*, *B*, ou même s'il deſcendoit le long de la droite *A B*. Il propoſa aux géometres, en 1697, de déterminer quelle étoit cette courbe. Le problême fut réſolu par Jacques Bernoulli ſon frere, profeſſeur de Mathématique à Bâle, par Léibnitz, par le marquis de l'Hôpital & par Newton. Jean Bernoulli avoit averti les géometres, dans ſon programme, que la ligne droite *A B*, paſſant par les deux points *A*, *B*, quoiqu'elle fût la plus courte de toutes celles qu'on pouvoir faire paſſer par ces points, n'étoit pas néanmoins celle qu'un corps peſant, tombant de *A*, devoit parcourir en moins de temps ; & en effet, on trouva que c'étoit une cycloïde, ou plutôt un arc de cycloïde paſſant par les points *A*, *B*, & dont le point *A* étoit l'origine. *Voyez* CYCLOÏDE.

Il n'eſt pas impoſſible de faire ſentir à ceux même qui ſont peu verſés dans la Méchanique tranſcendante, comment il peut ſe faire que la ligne droite *A B* ne ſoit pas la ligne de la plus courte deſcente. Car imaginons la ligne horizontale *E C* qui partage la courbe *A C B* en deux parties *A C*, *C B*, telles que la partie *A C* ſoit plus courte que *A E*, & la partie *C B* plus longue que *E B* ; il eſt certain que le corps *A* arivera en *C* plutôt qu'il n'ariveroit en *E*, puiſqu'il aura moins de chemin à faire. Il eſt vrai qu'il emploîra enſuite plus de temps à parcourir *C B*, qu'il n'en mettra à parcourir *E B* ; mais il faut remarquer que les temps employés à parcourir les lignes *A E*, *A C*, *C B*, *E B*, ne ſont point entr'eux comme ces lignes, parce que le corps ne les décrit pas d'un mouvement uniforme : ainſi il ne doit pas paroître impoſſible que l'excès du temps par *A E* ſur le temps par *A C*, ſoit plus grand que l'excès du temps par *C B* ſur le temps par *E B*. Ainſi, de ce que la ligne droite *A B* eſt plus courte que la ligne courbe *A C B*, il ne s'enſuit nullement que la ligne droite *A B* doive être deſcendue en moins de ſemps que la ligne courbe *A C B*. L'eſpece de raiſonement métaphyſique que nous venons de faire, peut bien ſervir à faire ſoupçoner que la ligne de la plus vîte deſcente peut être une courbe : mais ce raiſonement ne ſauroit jamais être une démonſtration. C'eſt par le calcul ſeul qu'on peut s'aſſurer ſi ce qu'on a ſoupçoné eſt vrai, & le calcul démontre en effet qu'on a ſoupçoné juſte. Voici à peu près comment on s'y prend pour déterminer la courbe de la plus vîte deſcente. Soit *A C B* cette courbe, & ayant pris un arc infiniment petit *C c*, ſoit imaginé un arc quelconque infiniment petit *C O c*, terminé aux points *C*, *c* ; il eſt évident que le corps peſant arivé en *C*, doit parcourir l'arc *C c* en moins de temps que l'arc *C O c* : car s'il étoit moins de temps à parcourir

l'arc COc, alors ce ſeroit $ACOcB$, & non ACB qui ſeroit la courbe de la plus vîte deſcente, ce qui eſt contre l'hypotheſe. Ainſi, la propriété de la courbe dont il s'agit eſt telle qu'un de ſes arcs quelconques infiniment petit Cc, eſt parcouru en moins de temps que tout autre arc infiniment petit COc, paſſant par les mêmes points C, c.

Maintenant, ſoient imaginés les points infiniment proches C, c; & ſoit cherchée ſur la ligne horizontale QL, *Fig.* 22, la poſition du point K, tel que CKc ſoit parcouru en moins de temps que tout autre chemin CKc paſſant par C & c: on trouvera (*Voyez* RÉFRACTION) en menant les lignes KR, cr, perpendiculaires à QL, que le ſinus de l'angle CKR, doit être au ſinus de Kcr, comme la viteſſe le long de CK à la viteſſe le long de Kc; d'où il s'enſuit que la courbe cherchée doit être telle que le ſinus de l'angle qu'un de ſes côtés quelconques infiniment petit CK fait avec la verticale KR, ſoit proportionel à la viteſſe en K, laquelle viteſſe eſt comme la racine carrée de la hauteur d'où le corps eſt parti. Or en achevant le calcul, on trouve que cette propriété convient à la cycloïde. *Voyez* CYCLOIDE.

Si l'on ſuppoſoit qu'un corpuſcule de lumiere traverſât l'atmoſphere, de maniere qu'il arrivât d'un point à un autre dans le plus court temps poſſible, la courbe qu'il décriroit ſeroit une *brachyſtochrone*, pourvu que l'on fît certaine hypotheſe ſur la denſité du milieu. *Voyez* RÉFRACTION, ACTION, CAUSES FINALES.

Voyez dans les Mémoires de l'Académie de 1718, deux ſolutions du problême de la *brachyſtochrone*, données par Jean Bernoulli, & toutes deux fort ſimples. Galilée a cru fauſſement que la *brachyſtochrone* étoit un arc de cercle. La Géométrie, de ſon temps, n'étoit pas encore aſſez avancée pour réſoudre ce problême. On trouve dans le ſecond volume de la *Méchanique* de M. Euler, imprimé à Petersbourg en 1736, une ſolution très-élégante de ces problêmes, & des théorêmes fort ſimples & fort généraux ſur les propriétés de la *brachyſtochrone*. La ſolution du problême devient beaucoup plus difficile lorſqu'on ſuppoſe que le corps ſe meut dans un milieu réſiſtant, parce qu'alors la viteſſe ne dépend pas de la hauteur ſeule. M. Euler a donné auſſi la *brachyſtochrone* pour ce cas-là, ce que perſone n'avoit encore fait avant lui. (*O*).

BRACON, ſ. m. (*Machine hydraulique*): on appele *bracon* d'un vantean, d'une porte d'écluſe, la conſole, la potence, ou l'apui qui ſoutient cette porte. (*K*).

BRANCHE *de courbe, terme de Géométrie*. Pour entendre ce que c'eſt que *branche* de courbe, imaginez une courbe géométrique, dont on a l'équation en x & en y, x repréſentant les abſciſſes, & y les ordonées. *Voyez* COURBE, ABSCISSE, ORDONÉE, *&c.* Il eſt évident:

1°. Qu'en prenant x poſitive, y aura un certain nombre de valeurs correſpondantes à la même valeur de x.

2°. Qu'en prenant x négative, y aura de même un certain nombre de valeurs correſpondantes à la même x.

Or la courbe a autant de *branches* que y a de valeurs répondantes aux x tant poſitives que négatives. *Voyez à l'article* COURBE, pourquoi les ordonées poſitives ſe prenent du même côté de l'abſciſſe, & les négatives du côté oppoſé.

Au reſte, il eſt bon d'obſerver que les géometres n'ont pas encore bien fixé la ſignification du mot *branche*. Par exemple, ſoit une courbe qui ait pour équation $y = \frac{xx}{6x} + x + \frac{5}{6}a$, on regarde d'ordinaire cette courbe comme n'ayant qu'une ſeule *branche*, parce que y n'a qu'une ſeule valeur. Cependant cette *branche* eſt quelquefois comptée pour deux, parce qu'elle s'étend à l'infini du côté des x poſitives, & du côté des x négatives. *Introduct. à l'analyſe des lignes courbes par* M. Cramer.

On appele *branche infinie* une *branche* de courbe qui s'étend à l'infini.

L'hyperbole & la parabole ont des *branches* infinies. Mais le cercle & l'ellipſe n'en ont point; ce ſont deux courbes qui rentrent en elles-mêmes.

Les *branches infinies* d'une courbe ſont ou *paraboliques* ou *hyperboliques*.

Les *branches paraboliques* ſont celles qui peuvent avoir pour aſymptote une parabole d'un degré plus ou moins élevé. Par exemple, la courbe dont l'équation ſeroit $y = \frac{x^2}{a} + \frac{b^2}{x}$, auroit une *branche infinie parabolique*, qui auroit, pour aſymptote, une parabole ordinaire, dont l'équation ſeroit $y = \frac{x^2}{a}$. En effet, x étant infinie, l'équation ſe réduit à $y = \frac{x^2}{a}$, qui eſt celle de la parabole ordinaire. De même, ſi l'équation étoit $y = \frac{x^3}{a^2} + \frac{b^3}{xx}$, on trouveroit que la *branche infinie* auroit pour aſymptote une parabole du troiſieme degré $y = \frac{x^3}{a^2}$.

Les *branches hyperboliques* ſont celles qui ont, pour aſymptote, une ligne droite; elles peuvent auſſi avoir, pour aſymptote, une hyperbole d'un degré plus ou moins élevé. Par exemple, la courbe $y = \frac{x^3}{a} + \frac{b^3}{x}$ dont nous venons de parler, ſe réduit à $y = \frac{b^3}{x}$, lorſque $x = 0$; elle a pour aſymptote l'ordonée infinie qui paſſe par l'origine, & elle peut avoir auſſi pour aſymptote l'hyperbole ordinaire.

Digitized by Google

De même la courbe $y = \frac{x^3}{a} + \frac{b^3}{x^2}$ a pour aſymptote l'ordonée infinie, qui paſſe par le point où $x = 0$; & elle a auſſi pour aſymptote une hyperbole cubique.

Il eſt viſible que toutes les *branches infinies* ſont ou *hyperboliques* ou *paraboliques*. Car ſoit dans l'équation d'une courbe y exprimée en x par une série dont tous les termes ſoient réels; il eſt évident que quand x ſera infinie ou infiniment petite, toute cette équation ſe réduit à $y = x^m$, tous les autres termes étant alors regardés comme nuls. Or la *branche* ſera parabolique, ſi m eſt poſitif & plus grand que 1, & hyperbolique, ſi m eſt négatif, ou 0, ou 1. *Voyez* SÉRIE.

Au reſte, il ne faut pas croire que cette équation $y = x^m$ qui détermine ſi une *branche* eſt hyperbolique ou parabolique, ſoit ſuffiſante pour connoître le nombre & la poſition des *branches*. Par exemple, ſoit $y = \frac{x^3}{a} + \sqrt{ax}$; en faiſant x infinie, on a $y = \frac{x^3}{a}$, & l'on voit que la *branche* eſt parabolique. De plus, on eſt tenté de croire que cette courbe aura, comme la parabole, deux *branches infinies*, l'une du côté des x poſitives, l'autre du côté des x négatives. Mais on ſeroit dans l'erreur, ſi on le penſoit; car x étant négative, l'ordonée $y = \frac{x^3}{a} + \sqrt{ax}$ ſera imaginaire. On peut bien négliger $\sqrt{ax}$ vis-à-vis de $\frac{x^3}{a}$, lorſque $\sqrt{ax}$ & $\frac{x^3}{a}$ ſont tous deux réels: mais, lorſque $\sqrt{ax}$ devient imaginaire, alors ce terme $\sqrt{ax}$ rend imaginaire $\frac{x^3}{a}$, & on ne ſauroit conſerver l'un ſans l'autre. Je ſuis le premier qui ait fait cette remarque. *Voy. les Mémoires de l'Acad. Royale des Sciences de Pruſſe, année* 1746. *Voyez auſſi* REBROUSSEMENT.

On trouvera une théorie très-complete des *branches infinies* des courbes dans le *viij chapitre de l'introduction à l'analyſe des lignes courbes, par* M. Cramer. Il y donne la méthode de déterminer les différentes *branches* d'une courbe, & leurs aſymptotes droites ou courbes. Comme cette théorie nous conduiroit trop loin, nous renvoyons là-deſſus à ſon ouvrage. On trouve auſſi d'excellentes choſes ſur ce ſujet dans les *uſages de l'analyſe de Deſcartes*, par M. l'abbé de Gua. (*O*).

BRASSARD, ſ. m. inſtrument de bois dont on ſe ſert pour joüer au ballon: c'eſt une douille de bois de chêne aſſez minee, de la longeur de l'avant-bras qu'on y fait entrer à force avec des monchoirs, ſervietes, ou autres linges. On peut avec le bras ainſi armé, recevoir le ballon & le ſraper ſi fort que l'on veut ſans ſe bleſſer. La ſurface du *braſſard* eſt taillée en grôſſes dents, afin que le coup ne gliſſe pas ſur le ballon.

Les anciens à qui le jeu de ballon n'étoit pas inconnu, ont eu auſſi leurs *braſſards*: mais ils n'étoient pas de bois; c'étoient des courroies d'un cuir fort, dont ils faiſoient pluſieurs tours ſur leurs bras.

BREDOUILLE, ſ. f. *terme de Trictrac*: on appele ainſi le jeton qui ſert à marquer que les points qu'on a, on les a pris ſans interruption: ainſi, je gâgne quatre points, je marque ces quatre points avec un jeton acompagné de celui de la *bredouille*: j'en gâgne encore deux, qui avec quatre que j'avois ſont ſix, je marque ces ſix points avec un jeton, toujours acompagné de celui de la *bredouille*. Mon adverſaire joue, il gâgne deux points; alors je perds la *bredouille*, & c'eſt lui qui la gâgne, & qui la conſervera juſqu'à ce que je la lui ôte en lui gâgnant quelques points avant qu'il en ait pris douze: alors nous ne l'aurons ni l'un ni l'autre; car nous nous ſerons interrompus tous les deux en prenant alternativement des points. Si l'on gâgne douze points ſans interruption, ou, comme on dit au jeu, donze points *bredouille*, on marque deux trous; s'ils ne ſont pas *bredouille*, on ne marque qu'un trou.

S'il y a des trous *bredouille*, il y a auſſi des parties *bredouille*. La partie du trictrac eſt de douze trous; on la gâgne *bredouille* quand on prend ces douze trous tout de ſuite & ſans interruption. Il y a des joueurs qui la font payer double.

Pour que le trou & la partie ſoient *bredouille*, il n'eſt pas néceſſaire que votre adverſaire ne prene point de trous ni de points; il ſuffit que vous faſſiez vos douze points ou vos douze trous tout de ſuite; que votre adverſaire eût des points ou des trous avant que vous en priſſiez, cela eſt indifférent.

BRELAND, ſ. m. (*jeu de cartes*); il ſe joue à tant de perſones que l'on veut: mais il n'eſt beau, c'eſt-à-dire, très-ruineux, qu'à trois ou cinq. L'ordre des cartes eſt âs, roi, dame, valet, dix, neuf, huit, ſept, ſix: l'âs vaut onze points; le roi, la dame, le valet & le dix, en valent dix; les autres cartes comptent autant de points qu'elles en portent; on laiſſe rarement les ſix dans le jeu.

On donne trois cartes, ou par une, ou par deux & une, ou par une & deux, mais non par trois. Si un joueur a dans ſes trois cartes, l'âs, le roi & la dame d'une même couleur, il compte trente-un; s'il a l'âs & le dix, il compte vingt-un: s'il a le dix, le neuf & le ſept; il compte vingt-ſix, & ainſi des autres cartes ou jeux qui peuvent lui venir.

S'il a dans ſes trois cartes, ou trois âs, ou trois rois, ou trois valets, *&c.*, il a *breland*. Un *breland* eſt ſupérieur à quelque nombre de points que ce ſoit; & entre les *brelands*, celui d'âs eſt ſupérieur à celui de rois; celui de rois à celui de dames, & ainſi de ſuite.

Digitized by Google

Les âs, ou plus généralement les cartes qui ſe trouvent dans la main des joueurs, emportent toutes les cartes inférieures de la même couleur qui ſe trouvent auſſi ſur le jeu; ainſi, ſi un joueur a trois cœurs par le valet, & qu'un autre joueur ait ou l'âs, ou la dame, ou le roi de cœur ſeul ou acompagné, il ne reſte rien au premier, & le ſecond a quatre cœurs au moins. Il n'y a d'exception à cette regle que le cas du *breland*; les âs mêmes n'emportent point les cartes qui ſont *breland* dans la main d'un joueur.

Celui qui donne met ſeul au jeu; cet enjeu s'apele *paſſe* & la paſſe eſt ſi forte ou ſi foible qu'on veut. Il y a primauté entre les joueurs. Celui qoi eſt le plus à droite du donneur, prime ſur celui qui le ſuit; celui-ci ſur le troiſieme, & ainſi de ſuite. Le donneur eſt le dernier en carte. À égalité de points entre pluſieurs joueurs, le premier en carte a gâgné.

Oo o'eſt jamais *forcé* de jouer; ſi l'on a mauvais jeu, on *paſſe*: ſi tout le monde paſſe, la main va à celui qui étoit le premier en carte; il joint ſon enjeu au précédent, & il y a deux *paſſes*: le nombre des enjeux ou paſſes augmente juſqo'à ce que quelqu'un joue. Mais ſi uo joueur dit, *je joue*, o'eût-il poior de concurrent, il tire toutes les paſſes qui ſont ſur jeu, ſans même être obligé de montrer ſon jeu.

Si un joueur dit, *je joue*, il met autant d'argent ſur jeu qu'il y a de paſſes; ſi un autre joueur dit auſſi, *je joue*, il eo fait autant, & ainſi de tous ceox qui joueront: pois ils abatent leurs cartes. Ils a'éolevent les uns aux autres les cartes de même couleur, inférieures à celles qu'ils ont; & celui qui compte le plus de poiots dans les cartes d'une ſeule couleur, a gâgné: ou a'il y a des *brelands*, celoi qui a le *breland* le plus haut; ou celui qoi a un *breland* s'il n'y en a qu'un, tire tout l'argent qui eſt ſur le jeu.

Il faut obſerver que la carte retournée eſt du nombre de celles qui peuvent être colevées ou par celui qui a dans ſa main la carte la plos haute de la même couleur, ou de préférence par celui qui a trois autres cartes, non de la même couleur, mais de la même eſpece: ainſi, dans le cas où la carte retournée ſeroit un dix, le joueur qui auroit trois dix en main, auroit de droit le quatrieme; ce qui lui formeroit le jeu qu'on appele *tricon*. Le tricon eſt le jeu le plus fort qu'on puiſſe avoir; cependant ce jeu n'eſt pas sûr.

Si le *breland* eſt un jeu commode, en ce qu'on ne joue que quand on veut, c'eſt un jeu cruel, en ce qu'on n'eſt guere libre de ne jouer que ce qu'on veut. Tel ſe met ao jeu avec la réſolution de perdre ou de gâgner no louis dans la ſoirée, qui en perd 30 eo on coup. C'eſt votre tour à parler, vous croyez avoir jeo de riſquer la valeur de la *paſſe*; je ſuppoſe qu'elle ſoit d'un écu, vous dites, *je joue*, & vous mettez au jeu un écu. Celui qui vous ſuit, croira pouvoir aoſſi riſquer un écu, & dira, *je joue* & mettra ſon écu: mais le troiſieme croira ſon jeu meilleur qu'uo écu: il dira, *je joue auſſi, voilà l'écu de la paſſe, mais j'en mets vingt, trente, quarante en ſus*. Le quatrieme joueur, ou paſſe, ou tient, ou enchérit. S'il paſſe, il met ſes cartes ao talon; a'il tient, il met, & l'écu de paſſe, & l'enchere du troiſieme joueur; a'il enchérit, il met & l'écu de paſſe, & l'eochere du troiſieme joueur, & ſon eochere particuliere. Le cinquieme joueur choiſit auſſi de paſſer, de tenir ou de pouſſer. S'il tient, il met la paſſe, l'enchere du troiſieme, & celle du quatrieme; s'il pouſſe ou enchérit, il ajoute encore ſoo euchere. Le jeu ſe continue de cette maniere, juſqu'à ce que le tour de parler reviene à celui qui a joué le premier; il peut ou paſſer, en ce cas il perd ce qu'il a déja mis ſur jeu; ou tenir, en ce cas il ajoute à ſa miſe la ſomme néceſſaire pour que cette miſe & ſon addition faſſent une ſomme égale à la miſe totale du dernier enchériſſeur, où il pouſſe & enchérit lui-même; & en ce cas, il ajoute encore à cette ſomme totale ſon euchere. Les encheres ou tenues ſe contiouent, & voot auſſi loin que l'acharnement des joueurs les entraîne, à moins qu'elles ne ſoient arrêtées tout court par une derniere tenoe faite dans uo moment où celui qoi tient, ajoutant à ſa miſe ce qui manque pour qu'elle faſſe avec ſoo addition une ſomme totale égale à la derniere euchere, tous les joueurs ſe trouvent avoir ſur le jeu la même ſomme d'argent, excepté celui qoi a fait, à qui il en coûte toujours la paſſe de plus qu'aox autres. En général, tout joueur qui a moins d'argent ſur jeu qu'un autre joueur peut enchérir, & les encheres ſe pouſſent néceſſairement juſqu'à ce qu'il arive one tenue ao moment où la miſe de tous ceux qui ont ſuivi les eucheres, eſt abſolument égale.

Il faut ſavoir qu'on n'eſt point obligé de ſuivre les encherea, & qu'on les abandone quand oo veut; mais auſſi qu'on perd eo qoitant, tout ce qu'on a mis d'argent ſur le jeu: il o'y a que ceux qui ſuivent les encheres juſqu'au bout, qui puiſſent gâgner.

Lorſqoe tous les joueurs qui ont ſuivi les encheres ſont réduits à l'égalité de miſe & arrêtés par quelque tenue, ils abateot leurs cartes, ils ſe diſtribuent celles qui leur apartienent par le droit de ſupériorité de celles qu'ils ont, s'il n'y a point de *breland*; & celui qui forme le point le plus haut dans les cartes d'une même couleur, gâgne tout. S'il y a un *breland*, celui qoi l'a, tire; s'il y en a pluſieurs, tout l'argent apartient au plus fort *breland*, à moins qu'il n'y ait un tricon: le tricon a bâre ſur tout. Il n'y a de reſſource contre le tricon, que d'avoir plus d'argent que lui, & que de le forcer à quiter par une enchere qu'il n'eſt pas en état de ſuivre. C'eſt par cette raiſon qoe nous avons dit qne le tricon étoit le plus beau jeu que l'on pût avoir, ſans toutefois être un jeu sûr.

Tel eſt le jeu qu'on appele *breland*: il n'y a

Digitized by Google

Peut-être aucun jeu de hazard plus terrible & plus attrayant. Il eſt difficile d'y jouer ſans en prendre la fureur : & quand on en eſt poſſédé, on ne peut plus ſupporter d'autres jeux ; ce qu'il faut, je crois, attribuer à ſes révolutions, & à l'eſpérance qu'on a de pouſſer le gain tant qu'on veut, & de recouvrer en un coup la perte de dix ſéances malheureuſes ; eſpérances extravagantes, car il y a demonſtration morale que le gain ne peut aller que juſqu'à un certain point ; & il eſt d'expérience que le grand gain rend les joueurs plus reſſerrés & plus timides, & que la grande perte les rend plus avides & plus téméraires. La police n'a pas tardé à ſentir les triſtes ſuites de ce jeu, & il a été proſcrit ſous les peines les plus ſéveres : cependant il ſe joue toujours, & je ſuis convaincu que les hommes n'y renonceront que quand ils en auront inventé un autre qui ſoit auſſi égal & plus orageux ; deux conditions difficiles à remplir, car il faut convenir que le *breland* eſt un jeu très-égal, quand l'enchere la plus forte eſt bornée.

BRICOLE, ſ. m. (*Méch.*) On dit au jeu de billard qu'une bille en frape une autre par bricole, lorſqu'au lieu d'être pouſſée directement contre elle, elle ne vient la rencontrer qu'après avoir frapé la bande du billard, & avoir été renvoyée par cette bande.

Soit *F* une des billes, & *A* l'autre, *Méch. Fig.* 23, *HG* la bande du billard ; ſi on pouſſe la bille *F* ſuivant *FE*, & que renvoyée ſuivant *EA* par le point *E* de la bande, elle vienne choquer la bille *A*, cela s'appele *choquer de bricole*. Pour trouver le point *E* de la bande auquel il faut pouſſer la bille *F* pour choquer la bille *A* de *bricole*, menez de la bille *A* la perpendiculaire *AG* à la bande *GH*, & prolongez-la de maniere, que *GB* ſoit égale à *AG* : enſuite viſez de *F* en *B*, & pouſſez la bille *F* ſuivant *FB* ; le point *E* où *FB* coupera *GH*, ſera le point de *bricole* : car tirant *FE* & *AE*, il eſt aiſé de démontrer que l'angle *FEH* eſt égal à l'angle *AEG*. Donc, ſuivant les loix de la réflexion des corps, (*Voyez* RÉFLEXION), la bille pouſſée ſuivant *FE*, rejaillira ſuivant *FA*.

Au reſte les bons joueurs, par la ſeule habitude, trouvent ce point *E* ſans préparation, & les mal-adroits le manquent avec cet échafaudage.

On peut donner auſſi des regles géométriques pour toucher une bille par deux *bricoles* ou davantage ; mais elles ſeroient plus curieuſes dans la théorie, qu'utiles dans la pratique. *Voyez l'article* MIROIR, où l'on traite aſſez au long de la réflexion ſimple ou multiple des rayons ; réflexion qui repréſente parfaitement les *bricoles* ſimples ou multiples d'une bille de billard. (*O*).

BRINEK, (*Aſtronomie*) ; nom que les Arabes donnent à la belle étoile de la Lyre.

BRISE, ſ. f. (*Architect. Hydraulic.*) ; c'eſt une poutre en baſcule, poſée ſur la tête d'un grôs pieu, laquelle ſert à apuier par le haut les aiguilles d'un pertuis. (*K*).

BRUSQUEMBILLE (*jeu de la*). On peut jouer à la *bruſquembille* deux, trois, quatre ou cinq ; mais il eſt bon d'obſerver qu'à deux & à quatre on ne joue qu'avec trente-deux cartes, qui ſont les mêmes que celles avec leſquelles on joue au piquet ; & lorſque l'on joue trois ou cinq, il faut que le jeu ſoit compoſé de trente cartes ſeulement ; c'eſt-à-dire, qu'on enlévera deux ſept, n'importe leſquels. Lorſqu'on joue à quatre, l'on eſt deux contre deux ; & l'on ſe met enſemble, afin de pouvoir ſe communiquer le jeu.

Les *bruſquembilles* ſont les âs & les dix : elles enlevent les autres cartes de la même couleur, mais elles ſont enlevées par les triomphes : le reſte des cartes conſerve le rang & la ſupériorité ordinaires.

Lorſque l'on joue en partie, c'eſt-à-dire, un contre un, deux contre deux, on convient d'abord de ce qu'on jouera ; & ſi l'on joue trois ou cinq, on prend un certain nombre de jetons que l'on fait valoir ce qu'on veut ; celui qui mêle, donne à couper à ſa gauche, & diſtribue enſuite à chaque joueur trois cartes, une à une ou toutes enſemble, en prend autant pour lui, & en retourne une deſſus le talon, qui eſt celle qui fait la triomphe, & qu'il met retournée à moitié ſous le talon, de maniere qu'on puiſſe la voir. Celui qui eſt premier, jete la carte qu'il veut de ſon jeu ; le ſecond joue enſuite ſur cette carte celle de ſon jeu qu'il juge à propos, & ainſi des autres, chacun à ſon tour. Celui qui gâgne la main, prend une carte au talon ; chacun des autres joueurs en fait autant, en allant de droite à gauche : l'on recomence à jouer comme au premier coup, & l'on continue juſqu'à ce que toutes les cartes du talon ſoient priſes, chaque joueur y en prenant une pour remplacer celle de ſon jeu qu'il jete à chaque coup ; & celui qui prend la derniere carte, prend la triomphe qui retourne.

J'ai dit que le ſecond à jouer jetoit la carte que bon lui ſembloit, parce qu'on n'eſt point obligé de fournir à ce jeu de la couleur de la carte jouée, encore qu'on en ait : il n'y a point de renonce : on peut couper une carte à laquelle on auroit pu fournir ; voilà la maniere de jouer le jeu. On recomence à chaque tour de la même façon, juſqu'à ce que l'on ait joué les coups dont on eſt convenu. Il y a quelques perſones qui prétendent qu'on ne peut renoncer, lorſqu'une fois toutes les cartes du talon ſont levées, & qu'il faut couper abſolument ſi l'on n'a pas de la couleur jouée ; mais je crois que cela dépend de la volonté des joueurs. Paſſons aux droits qui ſe payent à ce jeu.

Celui qui joue la *bruſquembille* de l'âs de triomphe, reçoit deux jetons de chacun. Il retire également deux jetons de chaque joueur, pour tous les âs qu'il jouera après, pourvu qu'il faſſe la levée ; car s'il ne la faiſoit, au lieu de gâgner deux jetons de chaque joueur, il eſt obligé de leur en payer deux à chacun. Il en eſt de même

même des dix, qui valent de chaque joueur un jeton chacun; mais s'il ne leve pas la main, il eſt obligé d'en donner un à chaque joueur. Celui qui a plus de points dans les levées qu'il a faites, gâgne enfin la partie. Voici la maniere de compter ces points. Après que toutes les cartes du talon ont été priſes, & que l'on a joué toutes les cartes que l'on avoit en main, chacun voit les levées qu'il a, & comme onze points pour chaque às, dix pour chaque dix, quatre pour chaque roi, trois pour chaque dame, deux pour chaque valet, & les autres ne ſont comptées pour rien. Celui qui, en comptant ainſi, ſe trouve avoir plus de points, gâgne la partie: l'on doit par conſéquent tâcher de faire des levées où il y ait beaucoup de points, des às, des rois, des dames, des dix & des valets, afin de pouvoir gâgner le jeu. L'uſage & le bon ſens apprendront mieux à jouer ce jeu, que tout ce que nous pourions en dire, la ſituation du jeu demandant de jouer un même coup tantôt d'une façon, tantôt d'une autre. Il eſt quelquefois bon d'avoir la main, d'autrefois de l'abandoner à ſon adverſaire. En général, pour bien jouer la *bruſquembille*, il faut une grande attention pour voir, non ſeulement les triomphes qui ſont déja ſorties, mais encore les *bruſquembilles* qui ſont paſſées & celles qui ſont encore dans le jeu, afin d'en faire ſon avantage en jouant.

Voici quelques regles qui pouront rendre plus complete la connoiſſance qu'on a déja de ce jeu, ſur ce que nous en avons dit. Celui qui mêle & trouve une ou pluſieurs cartes retournées, ou en retourne lui-même, refait, ſans autre peine. Si le jeu de carte eſt faux par une carte de moins, tout ce qui a été payé dans le coup eſt bien payé; mais on ne peut gâgner la partie, & l'on ceſſe de jouer pour deux cartes qui manqueroient auſſi-tôt qu'on s'en aperçoit; ſi le coup eſt fini, il eſt bon. Celui qui joue avant ſon rang, ne peut reprendre ſa carte. Celui qui a jeté ſa carte, ne ſauroit y revenir ſous quelque prétexte que ce ſoit. Celui qui prendroit avant ſon tour une carte du talon, s'il a joint à ſon jeu la carte priſe au talon, paye à celui à qui elle auroit été de droit, la moitié de ce qui eſt au jeu, & il la lui rend; & s'il ne l'avoit pas jointe à ſon jeu, mais vue ſeulement, il donneroit deux jetons à chaque joueur, & la laiſſeroit aller à qui doit la prendre de droit. Celui qui en tirant ſa carte du talon en voit une ſeconde, paye deux jetons à chaque joueur. Lorſque l'on joue en partie deux contre deux, ſi l'un des joueurs, en prenant ſa carte du talon, voit celle qui doit aller à ſon adverſaire, il leur eſt libre de recomencer la partie; & ſi la carte vue revient à lui ou à ſon compagnon, le jeu ſe continue. Il n'y a point de renonce, & l'on n'eſt point forcé à mettre plus haut ſur une carte jouée. Celui qui ayant accuſé avoir un certain nombre de points, en auroit davantage, & ne les accuſeroit qu'après que les cartes ſeroient brouillées, ne pouroit y revenir, & perdroit la partie, ſi un autre joueur avoit plus de points dans ſes levées qu'il n'en auroit accuſé. Celui qui quiteroit le jeu avant la partie finie, la perdroit.

BRUSQUEMATLLE, *au jeu de ce nom*, eſt le nom qu'on donne aux às & aux dix, qui ſont les premieres cartes du jeu; les às enlevent cependant les dix. *Voyez l'article précédent.*

BURIN, (*Aſtron.*). Conſtellation méridionale établie par M. de la Caille dans ſon planiſphere auſtral. Il l'appele en latin *cælum ſealptorium*; elle eſt placée entre l'éridan, la colombe & la dorade. La principale étoile de cette conſtellation eſt de cinquieme grandeur. Elle avoit en 1750,68° 8′ 21″ d'aſcenſion droite, & 42° 25′ 6 de déclinaiſon auſtrale; ainſi, on peut la voir dans les provinces méridionales de la France. (*D. L.*)

CABESTAN, ſ. m. (*Méch.*) ; c'eſt une machioe de bois, reliée de fer, faite en forme de cylindre ou de cône tronquée, poſée perpendiculairemeot ſur le pont d'un vaiſſeao, que des bâres paſſées en travers par le haut de l'eſſieu ſont rourner en rond. Ces bâres étant eonduites à force de bras, font tourner autour du cylindre un câble, au bout duquel ſont atachés les grôs fardeaux qu'on veut élever.

C'eſt encore en virant le *cabeſtan*, qu'on remonte les bateaox, & qn'on tire ſur terre les vaiſſeaux pour les calfater, qu'on les décharge des plus grôſſes marchandiſes, qu'on leve les vergues & les voiles, auſſi-bien qne les ancres.

Il y a deux *cabeſtans* ſur les vaiſſeaux, qn'on diſtingue par *grand* & *petit cabeſtan* : le *grand cabeſtan* eſt placé derriere le grand mât ſur le premier pont, & s'éleve juſqu'à quatre ou cinq pieds de hauteur au deſſus du deuxieme. Oo l'appele auſſi *cabeſtan double*, à cauſe qu'il ſert à deux étages pour lever les ancres, & qu'on peut doubler ſa force en mettant des gens ſur les deux ponts pour le faire tourner.

Le *petit cabeſtan* eſt poſé ſur le ſecood poot, entre le graod mât & le mât de miſaine. Il ſert principalemeot à hiſſer les mâts de huoe & les grandes voiles, & dans les occaſions où il faut moins de force que pour lever les ancres.

Il eſt viſible par la deſcription de cette machine, que le *cabeſtan* n'eſt autre choſe qu'un treuil, dont l'axe, au lieu d'être horizontal, eſt vertical. *Voyez à l'article* AXE les loix par leſquelles on détesmine la force du treuil, appelé en latin *axis in peritrochio*, axe dans le tambour, *ou* eſſieu dans le rour. Dans le *cabeſtan* le tambour, *peritrochium*, eſt le cylindre, & l'axe ou l'eſſieu ſont les leviers qu'on adapte aux cylindres, & par le moyen deſquels on fait tourner le *cabeſtan*.

Le *cabeſtan* n'eſt donc proprement qu'un levier, ou un aſſemblage de leviers auxquels pluſieurs puiſſances ſont appliquées. Donc, ſuivant les loix du levier, & abſtraction faite du froiement, la puiſſance eſt au poids comme le rayon du cyliodre eſt à la longoeur du levier anquel la puiſſance eſt atachée ; & le chemin de la puiſſaoce eſt à celui du poids comme le levier eſt au rayon du cylindre. Moins il faut de force pour élever le poids, plus il faut faire de chemin : il ne faut donc poior faire de leviers trop longs, afio que la poiſſaoce ne faſſe pas trop de ehemio ; ni trop eourts, afin qu'elle ne ſoit pas obligée de faire trop d'éfort ; car, dans l'un & l'autre cas, elle ſeroit trop fatiguée.

On appele encore en général du nom de *cabeſtan* tout treuil dont l'axe eſt poſé verticalement : tels ſont ceux dont on ſe ſert ſur les ports à Paris, pour attirer à terre les fardeaux qui ſe trouveot ſur les grôs bateaux, eomme pierres, *&c.*

Uo des grands iocoovéniens du *cabeſtan*, c'eſt que la corde qui ſe roule deſſus deſcendant de ſa grôſſeur à chaque rour, il arive que, quand elle eſt parvenue tout-à-fait au bas du cylindre, le *cabeſtan* oe peut plus virer, & l'on eſt obligé de choquer, c'eſt-à-dire, de preodre des boſſes, de dévires le *cabeſtan*, de hauſſer le cordage, *&c.* maoœuvre qui fait perdre un temps conſidérable. C'eſt pour y remédier que l'Académie des Sciences de Paris propoſa, pour le ſujet du prix de 1739, de trouver un *cabeſtan* qui fût exempt de ces inconvéniens. Elle remit ce prix à 1741 ; & l'on a imprimé, en 1745, les quatre pieces qu'elle crut devoir couroner, avec trois *acceſſit*. L'Académie dit, dans ſon avertiſſement, qu'elle o'a trouvé aucun des *cabeſtans* propoſés exempt d'inconvéoiens. Cela n'empêche pas néanmoins, comme l'Aeadémie l'obſerve, que ces pieces, ſurtout les quatre pieces couronées, & parmi les *acceſſit*, celle de M. l'Abbé Fenel, ne eontienent d'excellentes choſes, principalemeor par raport à la Théorie. Nous y renvoyons nos lecteurs. (*O*).

CADMUS ; nom de la conſtellation du ſerpentaire.

CADRAN SOLAIRE, (*Aſtronom.*, *Gnomoniq.*) eſt un inſtrument propre à mootrer l'heure qn'il eſt ; ou ane ſurface ſur laquelle ſont tracées des lignes qui iodiquent l'heure par l'ombre d'un ſtyle, ou par un rayon ſolaire.

On fait aoſſi des *cadrans* pour troover l'heure par les étoiles. La ſcience des *cadrans* s'appele Gnomonique, nous en donnerons l'hiſtoire au mot *Gnomonique* : nous allons décrire ici les différentes eſpeces de *cadrans*, avec les principes, les démoſtrarions & les regles de pratique néceſſaires pour les bien entendre & les exécuter.

I. *Cadran équinoxial* : le premier objet de tour *cadran ſolaire* n'eſt autre choſe que l'art de diviſer en 24 heures égales le mouvemenr du ſoleil ; ainſi, le premier & le plus ſimple de ſes moyens doit être de placer on cercle diviſé en 24 parties égales, de maoiere que le ſoleil en parcoure la circonférence, & réponde en 24^h à ſes 24 parties. Pour cela, il ne faut que le placer paralélement à l'équateur, & c'eſt-là le *cadran équinoxial*.

Le cas le plus ſimple du *cadran équinoxial* eſt

celui où le ſoleil eſt dans l'équateur ; & l'obſervateur placé ſous la ligne équinoxiale : il faut alors que le plan du cercle ou du *cadran* ſoit vertical ; & ſi on le dirige le matin vers le ſoleil levant, on eſt sûr que le ſoleil le ſuivra juſqu'à ſon coucher. L'axe où le ſtyle qu'on aura placé perpendiculairement au cercle & dans le centre, jétera ſon ombre ſur les 12 parties égales pendant les 12 heures du jour.

Si l'on étoit ſous le pole, ce ſeroit un cercle horizontal qui formeroit en tout temps une diviſion do mouvement diurne en 24 parties égales. Si l'obſervateur s'avance vers un des poles, l'équateur s'abaiſſera d'autant, & le cercle qoi doit ſervir de *cadran* devra être incliné de même ; par exemple, à Paris de 41 degrés.

Nous prendrons donc ici un cercle diviſé en 24 parties, nous l'inclinerons à l'horizon de 41^{d}, ce qui ſe peut faire avec un triangle de bois, dont un côté ſoit à l'autre comme ſept à huit, le plus grand eôté étant placé horizontalement ; nous dirigerons le cercle vers le ſoleil le matin, le jour de l'équinoxe, ſans changer cette inclinaiſoo, & nous ſerons sûrs que le ſoleil ſuivra le cercle pendaot tonte la journée, parce qu'ils ſont l'un & l'autre dans l'équateur.

Si l'on ignoroit la hauteur de l'équateur, on pouroit encore y ſuppléer ; on dirigeroit le matio le cercle vers le ſoleil, & marquant la ligne de ce plan qui auroit *été* dirigée vers le ſoleil, on tiendroit cette ligne immobile, & vers le temps de midi, on feroit tourner ee cercle autour de cette ligne fixe pour le diriger encore vers le ſoleil ; & comme deux lignes déterminent un plan, le cercle ſe tronveroit encore par-là daos le plan de l'équateur.

On feroit la même choſe en élevant le plan du cerele vers le midi, à la hauteur du ſoleil lorſqu'il ceſſe de monter ſenſiblement, & ſans changer cette hauteur du plan, on le tourneroit le ſoir à droite ou à gauche pour le diriger vers le ſoleil.

Dans le cas ou le ſoleil n'eſt pas dans l'équateur, mais où il a nne déclinaiſoo, il faut élever au centre du cercle nn ſtyle, qui, ſur le rayon du cercle ſoutende nn angle égal à cette déclinaiſon au deſſus ou au deſſous du plan ; alors les cereles horaires paſſant tous par les 12 rayons & par le ſtyle, l'ombre du ſtyle répondra ſur les 12 lignes horaires. En effet, les cereles horaires qui paſſent tous par les poles, marquent néceſſairement les heures ; quand le ſoleil eſt à 15 degrés du méridien ou dans nn cerele horaire qui fait avec le méridien un angle de 15 degrés ; il eſt néceſſairement nne heure de temps vrai, quelle que ſoit la déclinaiſon du ſoleil. *Voyez* ANGLE HORAIRE.

Si la déclinaiſon n'eſt pas connue exactement, il faut mettre le ſtyle égal aux quantités ſuivantes que j'ai calculées en centiemes du rayon ; ce ſeront des lignes du pied-de-roi, en ſuppoſant le rayon du cercle de 8 pouces & un tiers.

Table de la longueur du ſtyle néceſſaire pour former & placer un cadran équinoxial.

Déclinaiſon.	Jours de l'année où le ſoleil a cette déclinaiſon.				Longueur du ſtyle.
2°	15 mars	25 mars	17 ſept.	27 ſept.	$3\frac{1}{2}$
4	10	30	12	3 oct.	7
6	5 mars	4 avril	7	8	$50\frac{1}{2}$
8	27 fév.	10	5 ſept.	13	14
10	22	15	25 août	19	18
12	16	21	25	24	21
14	21	27 avril	15	30 oct.	25
16	4 fév.	4 mai	8	6 nov.	29
18	28 janv.	11	1 août	13	$32\frac{1}{2}$
20	20 janv.	20	23 juillet	21 nov.	36
22	9 janv.	31 mai	12 juillet	2 déc.	40
$23\frac{1}{2}$		21 juio		21 déc.	$43\frac{1}{2}$

Si l'on manquoit même de cette table, on feroit varier le ſtyle & l'angle du plan juſqu'à ce qu'on eût le matin & le ſoir deux ombres égales ; alors le *cadran* ſeroit orienté, quelque fût la longueur du ſtyle.

Enfin, ſi l'on ignoroit entiérement la déclinaiſon, il faudroit d'abord orienter le *cadran* par deux ombres égales le matin & le ſoir, & le lendemain l'élever aux environs de midi juſqu'à ce que l'ombre fût encore égale à celles du matin & du ſoir.

Ainſi, l'on peut faire un *cadran équinoxial* avec la premiere planche qui ſe trouve, ſans connoître ni la latitude du lieu, ni la déclinaiſon du ſoleil, pourvu que l'ombre du ſtyle ſoit de la même longoeur pendant quelques heures avant & après midi ; ſi l'ombre eſt plus grande le matin que le ſoir, c'eſt une preuve que le *cadran* regardoit trop le couchant ; ſi elle eſt plus grande à midi & que ce ſoit dans la face ſupérieure du *cadran*, c'eſt une preuve que le cadran eſt trop relevé, & on l'abaiſſe pour la rendre égale.

Si l'on ſait la déclinaiſon du ſoleil & que l'on faſſe le ſtyle égal à la tangente de cette déclinaiſon, & l'inclinaiſon du plan égale à la hauteur de l'équateur, le *cadran* ſera placé dès le premier moment où l'on aura vu le ſoleil ; & plus l'on ſera près de ſix heures, plus la poſition ſera exacte. Il ſuffira que l'ombre du ſtyle viene ſur la circonférenee du cerele.

Quand même il ne ſeroit pas élevé convenablement, s'il eſt bien orienté & que la ligne de ſix heures ſoit horizontale, il marquera très-juſte aux environs de ſix heures & de midi : il n'y aura qoe les heures intermédiaires qui pouront être défectueuſes.

Comme l'ombre de la polote d'un ſtyle eſt mal terminée, on peut ſe ſervir d'un ſtyle au

bont duquel il y ait un petit bouton, ou mieux encore un petit trou qui ſoit de l'orient à l'occident, & qu'on puiſſe tourner pour l'obſervation du midi. Je néglige le changement de déclinaiſon dans l'eſpace de quelques heures; l'erreur qui en réſulte ſe corrigeroit facilement dans la ſaiſon oppoſée ou le changement ſe feroit en ſens contraire, mais elle eſt indifférente dans l'uſage ordinaire.

Le *cadran équinoxial* doit avoir deux faces, une au nord pour les temps ou le ſoleil a une déclinaiſon boréale, une au midi pour les déclinaiſons auſtrales, à moins qu'il ne ſuit tranſparent ou évidé. Le ſtyle paſſe au travers & marque ſur les deux faces. Si l'on veut qu'il marque le jour même de l'équinoxe, il faut qu'il y ait un rebord ou un anneau ſur une partie de ſa circonférence pour recevoir l'ombre du ſtyle.

On trouve preſque par-tout de petits *cadrans* à bouſſole dans de petites boîtes carrées d'ivoire, appelées vulgairement *cadrans de Dieppe*; le deſſus de la boîte ſert de *cadran équinoxial*, en plaçant au centre un ſtyle ou une épingle, & l'inclinant pour la latitude du lieu par le moyen d'un petit ſupport qui eſt placé deſſous.

On voit dans la *Figure* 246 *des Planches d'Aſtronomie*, un cercle diviſé en parties égales, avec les heures marquées tout-autour, comme elles doivent l'être ſur le *cadran équinoxial*. La *Figure* 247 repréſente un *cadran équinoxial*, monté à la hauteur du pole par le moyen d'un quart-de-cercle *AE* avec ſon ſtyle *BD*, la bouſſole *G* qui ſert à l'orienter; cet inſtrument n'a pas beſoin d'explication. Un des avantages du *cadran* que nous venons d'expliquer, c'eſt qu'on peut ſe tromper ſenſiblement ſur la poſition du cercle, ſans qu'il en réſulte une erreur ſenſible pour les heures marquées ſur le *cadran*.

II. L'*anneau aſtronomique* eſt une eſpece de *cadran équinoxial portatif*, & qui s'oriente de lui-même à peu près de la façon que nous avons expliquée en indiquant la conſtruction du *cadran équinoxial*, nous en avons donné la deſcription au mot *Anneau*.

III. Le *cadran ſphérique* eſt auſſi naturel & auſſi ſimple que le *cadran équinoxial*; il eſt donné immédiatement par la nature & la direction du mouvement diurne. Je ſuppoſe qu'on ait un globe iſolé, comme on en voit dans les jardins expoſés au ſoleil & qu'on ait un ſtyle qui puiſſe s'appliquer perpendiculairement à la ſurface du globe dans tous ſes points par le moyen de trois pieds.

Si le ſtyle eſt creux de maniere qu'un rayon ſolaire puiſſe paſſer au travers dans toute ſa longueur, on marquera une ſuite de points pendant quelques heures, & ce ſera le parallele diurne du ſoleil pour ce jour-là. Il n'en faut pas davantage pour tracer tout le *cadran* & tous les cercles de la ſphere du monde avec la plus grande facilité.

Ayant cherché les points du globe qui ſont à égales diſtances de tous les points du cercle qu'on a décrit, on aura les poles de l'équateur. Le cercle qui ſera dans le milieu à la même diſtance des deux poles ſera l'équateur.

Le point le plus élevé de l'équateur ſera le point de midi.

Les deux points qui ſeront ſitués horizontalement à la hauteur du centre, ſeront les points de ſix heures. Les autres heures ſeront dans les points intermédiaires de 15 en 15 degrés.

On fera mouvoir autour des deux poles un demi-cercle horaire, que l'on tournera vers le ſoleil quand on voudra ſavoir l'heure qu'il eſt, juſqu'à ce qu'il couvre ſon ombre exactement, il ſera dès-lors dirigé vers le ſoleil.

Comme il y a toujours la moitié de ce globe, & la moitié de ſon équateur éclairée par le ſoleil, la ſéparation de la lumiere & de l'ombre ſuffiroit pour indiquer l'heure qu'il eſt; car à midi cette limite doit tomber ſur les points de ſix heures, & à ſix heures ſur ceux de midi & de minuit: mais cette ombre étant mal terminée & la ſéparation difficile à diſtinguer, il vaut mieux ſe ſervir d'un demi-cercle mobile.

Si l'on faiſoit les mêmes opérations au printemps & en autone, on trouveroit deux équateurs différens de douze minutes, à cauſe du changement de déclinaiſon du ſoleil, & l'on prendroit le milieu; mais cette différence n'eſt d'aucune importance pour les heures du *cadran*, elle eſt même abſolument inſenſible ſur un globe d'un pied de diametre, & c'eſt à peu près la grandeur qu'on peut donner à de pareils *cadrans*.

IV. CADRAN *horizontal*. Le *cadran* le plus commun & le plus facile dans l'uſage ordinaire, eſt le *cadran* horizontal qu'on place ſur une fenêtre, ſur un pilier dans un jardin, & qu'on tranſporte à volonté; ainſi, nous l'expliquerons avec tout le détail néceſſaire, & par toutes les méthodes qu'on peut y employer.

La théorie commence à être ici un peu plus compliquée que pour le *cadran* équinoxial; mais on peut ſe paſſer, dans la pratique, de cette théorie: cependant, comme les principes doivent être établis & démontrés dans cet ouvrage, nous allons tâcher de les rendre clairs, en nous ſervant du *cadran* équinoxial pour trouver la conſtruction du *cadran* horizontal.

Commençons par donner une idée de la projection gnomonique ou de l'interſection des cercles horaires, avec le plan d'un *cadran*. Imaginons une petite ſphere ſemblable à la terre, qui aura ſon horizon parallele au nôtre, ſon axe élevé & parallele à celui de la terre, ſon équateur placé dans le même ſens que le cercle équinoxial du monde, ſes cercles horaires ſitués de la même maniere.

Le ſoleil étant à l'horizon de Paris, ſera auſſi dans l'horizon de ce globe, car ils ſont paralleles; & la diſtance du ſoleil eſt ſi grande, que la

Digitized by Google

différence eſt inſenſible entre le centre de la terre & le centre d'un globe ſitué à la ſurface de la terre.

Quand le ſoleil ſera dans le méridien du lieu, il ſera dans le méridien du globe, *&c.*

A ſix heures, le ſoleil eſt dans un cercle horaire perpendiculaire au méridien : il voit donc l'axe de côté & perpendiculairement ; tous ſes rayons viſuels ſont perpendiculaires à l'axe, au méridien & à la meridiene, & paralleles à l'horizon ; ainſi, l'ombre de cet axe ſera perpendiculaire à l'ombre méridiene. D'ailleurs le ſoleil & l'axe ſont dans le plan du cercle de ſix heures, qui coupe l'horizon à l'*eſt* & à l'*oueſt* ; ainſi, l'ombre ne peut ſortir de ce plan, & coupera l'horizon ſur la ligne qui va de l'orient à l'occident.

Si la terre devenoit tranſparente, & que nous viſſions notre axe former une ombre ſur l'horizon, à ſix heures nous la verrions perpendiculaire à la ligne de midi. Ainſi, la ligne de ſix heures eſt la ſection de l'horizon & du cercle horaire de 90° ou de ſix heures, ſoit dans l'intérieur de la terre, ſoit ſur un autre globe quelconque qui auroit, comme la terre, ſon horizon, ſon axe, ſon cercle de ſix heures.

Cette ſection ſur l'horizon eſt le premier article fondamental qu'il faut avoir bien conçu avant d'aller plus loin. Le ſoleil, à ſix heures, eſt toujours à 90° du méridien, plus ou moins près du pole ou de l'équateur, plus ou moins élevé ſur l'horizon, mais toujours dans le cercle horaire de ſix heures. Le ſoleil, l'axe, l'ombre de cet axe, & par conſéquent la ligne d'ombre ou la ligne horaire du *cadran*, ſont dans ce plan. Sur quelque plan que vous receviez cette ombre, vous y aurez une ligne horaire de ſix heures, & cette ligne ſera toujours la commune ſection du cercle de ſix heures & du plan où vous recevez l'ombre : car la commune ſection de deux plans ou de deux cercles eſt la rencontre de ces cercles ou plans, prolongés ou non prolongés ; c'eſt la ligne qu'un de ces plans vous cache ſur l'autre plan quand vous bornoyez dans le premier ; c'eſt le tracé de toutes les lignes du premier à leur rencontre ſur le ſecond.

Ainſi, toute ligne qui ſera, dans le cercle de ſix heures, placée en quelque ſens que ce ſoit, aura toujours ſon ombre ſur la commune ſection de ce cercle & du plan où vous la recevrez.

Si l'on choiſit l'axe, c'eſt parce que l'axe appartient non ſeulement à cette heure, mais à toutes les autres & à tous les cercles horaires.

Ce que j'ai dit du cercle de ſix heures a lieu pour tous les autres cercles horaires dont il faut avoir les interſections ſur l'horizon, & ce ſeront les lignes horaires du *cadran* horizontal.

Ainſi, pour faire un *cadran* horizontal, il ne faut que placer un axe parallele à l'axe du monde, concevoir les cercles de 1, 2, 3, 4, 5 heures à 15, 30, 45, 60, 75 degrés du méridien, & marquer ſur le plan horizontal leur trace ou leur ſection.

Pour cela, il ſuffit d'avoir un point de chacune de ces lignes horaires, car l'axe marque un point commun à toutes les lignes, & nous l'appélerons le *centre du cadran* ; c'eſt le point ou l'axe, le ſtyle, l'aiguille du *cadran*, coupe le plan de ce même *cadran*. Pour avoir un point de ſection de la ligne d'une heure ſur le plan du *cadran*, on concevra l'axe *C A*, *Fig.* 250, relevé au deſſus du plan, & incliné de 49°, ſi c'eſt pour Paris ; une ligne *A E* qui lui ſera perpendiculaire, & qui repréſentera un rayon de l'équateur qui eſt néceſſairement perpendiculaire à l'axe du monde. Par cette ligne *A E*, l'on concevra un plan perpendiculaire à l'axe *A C*, & ce ſera le plan de l'équateur ; il coupera la méridiene *C P D* & le plan horizontal du *cadran* ſur la ligne *E H*, qui ſera la commune ſection de l'équateur & du plan, ou la ligne équinoxiale du *cadran*.

Tranſportons le rayon *A E* de l'équateur ſur *E D*, & du centre *D* décrivons le cercle *E Q*. Prenons un arc *E F* de 45°, & tirons le rayon *D F G*, je dis que le point *G* de l'équinoxiale eſt le point cherché, où le cercle de 45° ou de neuf heures du matin coupe l'équinoxiale, en ſorte que la ligne *C G* ſera la ligne de neuf heures.

En effet, le point *A* étant le centre de l'équateur relevé au deſſus du plan, & le plan de l'équateur paſſant en *E*, la ligne *B E H* eſt tangente à l'équateur, ainſi qu'au cercle *E Q*. Si l'on prend 45° de l'équateur à la droite du point *E*, & qu'on tire par le centre *A* un rayon à ce point de 45°, il ira rencontrer la tangente *E H* au point *G* ; le plan paſſant par la ligne *C A* & par le point *G*, fera un angle de 45° avec le plan du méridien *C A E* ; car cet angle ſera meſuré par les 45° de l'équateur, les angles des plans étant toujours meſurés par l'angle de deux lignes perpendiculaires à la commune ſection : ainſi, la ligne *A E* & la ligne qu'on ſuppoſe aller de *A* en *G* étant, dans le plan de l'équateur, perpendiculaire à l'axe *C A* qui eſt leur commune ſection, elles meſurent l'angle des deux plans du méridien & du cercle horaire ; mais l'un paſſe en *E*, donc l'autre paſſe en *G*, le point *C* étant commun.

Ce que j'ai fait avec 45° pour trois heures de diſtance au méridien, ſe fera avec 30° pour deux heures, avec 15° pour une heure, & ainſi de ſuite : les lignes de la gauche ſont pareilles à celles de la droite. On voit dans la *Figure* 250, un *cadran* horizontal tracé pour la latitude de Paris.

Nous pouvons chercher une expreſſion géométrique de l'angle que nous venons de trouver ; nous prendrons *C E* pour unité ou pour rayon ; *A E* ſera le ſinus de la hauteur du pole, par

Digitized by Google

exemple, de 49° pour Paris ; ED ſera auſſi le ſinus de 49° ; & comme EG eſt la tangente de 45° pour le rayon ED, elle ſera en parties du rayon CE, égale à ſin. 49° tang. 45° : mais EG eſt la tangente de l'angle de trois heures ſur le *cadran*, ou de l'angle ECG pour le rayon même que nous avons choiſi ; d'où il ſuit que l'angle cherché ou l'angle du *cadran* pour trois heures eſt tel que ſa tangente, eſt égale au produit du ſinus de la latitude par la tangente de l'angle horaire.

Voici une table des angles des lignes horaires dans un *cadran* horizontal pour 48° 50′ de latitude à chaque demi-heure.

Il y a des tables pareilles pour différentes latitudes dans la Gnomonique de M. Deparcieux, &c.

Matin.	*Deg.*	*Min.*	*Soir.*
XII	0	0	
	5	39	
XI	11	25	I
	17	18	
X	23	29	II
	30	1	
IX	36	58	III
	44	26	
VIII	52	31	IV
	61	11	
VII	70	24	V
	80	5	
VI	90	0	VI
	99	55	
V	109	36	VII
	118	49	
IV	127	29	VIII

L'expreſſion que je viens de démontrer pour les angles d'un *cadran* horizontal, fournit une conſtruction qui eſt plus commode à certains égards, que celle dont nous avons fait uſage, en ſuivant la poſition de l'équateur, & conſidérant les interſections naturelles des lignes horaires ſur l'équinoxiale.

On prendra un arc PZ, *Fig.* 251, égal au complément de la hauteur du pole ; & ZO égal à l'angle de 15° ſi c'eſt pour une heure, &c., ainſi que l'arc GF ; ayant tiré les lignes FD & OB perpendiculaires ſur CZ, & DE perpendiculaire ſur CP, on prendra BA égale à CE, & la ligne CA ſera la ligne d'une heure, CZ étant priſe pour la méridiene.

En effet, par la conſtruction CD = ſin. 15°, CE = ſin. lat. ſin. 15° = BA ; CB = co-ſ. 15°, donc $\frac{BA}{BC}$ = tang. BCA = $\frac{\text{ſin. } 15°}{\text{co-ſ. } 15°}$ ſin. lat. = tang. 15° ſin. lat. ce qui eſt l'expreſſion de l'angle d'une heure ſur le *cadran*, comme nous l'avons déja démontré.

On évite, par cette conſtruction, de ſe ſervir des tangentes qui, en approchant de 90°, ſont trop longues, & exigeroient une trop grand figure. Il y a pluſieurs autres méthodes pour tracer un *cadran* horizontal ; Lambert & M. Caſtillon en ont donné dans les ſupplémens de l'Encyclopédie. On peut y employer une ellipſe, ſuivant M. Ferguſſon ; mais de ſi longs détails ne ſont pas du reſſort de cet ouvrage.

Le calcul trigonométrique donne encore la même expreſſion pour les lignes du *cadran* horizontal. Soit PX, *Fig.* 40 *d'Aſtronomie*, le cercle horaire d'une heure, qui fait avec le méridien $PZEH$ un angle de 15°, & qui coupe en X l'horizon HO ; le point X eſt celui où ſe dirige néceſſairement la ligne d'une heure dans le *cadran* horizontal, puiſque cette ligne eſt la ſection du cercle d'une heure avec l'horizon. Il ne s'agit donc que de trouver l'arc HX ou l'arc XO. Dans le triangle POX rectangle en O, on a, par les regles de la Trigonométrie ſphérique, cette proportion. Le rayon eſt au ſinus du côté PO ou de la hauteur du pole, comme la tangente de l'angle P eſt à la tangente du côté oppoſé XO ; ainſi, la tangente de cet arc ou la tangente de ſon ſupplément, qui eſt l'angle d'une heure ſur le *cadran* horizontal, eſt égale à la tangente de 15°, multipliée par le ſinus de la latitude.

On a cherché à éviter ce calcul par des échelles gnomoniques, ſemblables aux différentes lignes des compas de proportion ; & M. Caſtillon a donné de grands détails à ce ſujet dans les ſupplémens de l'Encyclopédie.

Les étuis de Mathématiques qui nous viennent d'Angleterre, contiennent en effet deux échelles par leſquelles on conſtruit les *cadrans* ſolaires avec autant d'exactitude que de facilité, pour quelque hauteur du pole que ce ſoit : elles devroient ſe trouver dans tous les compas de proportion ; cependant elles ſont peu connues en France. Clavius en parla dans ſes *Œuvres mathématiques* imprimées en 1612, & Van-Schooten en donna la démonſtration dans ſes *Exercices mathématiques*, *liv. v*, *ſect.* 29, *pag.* 510 *& ſuiv.* (*édition de* J. Elzevir, 1657).

Van-Schooten en attribue l'invention à Samuël Forſter, profeſſeur d'Aſtronomie dans le collége de Gresham à Londres, qui, en 1638, publia à ce ſujet un traité, intitulé : *The art of dialing*, *by a new eaſy and moſt ſpeedit way*. Jean Collin décrit au long cette méthode dans un livre, intitulé : *The deſcription and uſes of a great univerſal quadrant*, imprimé à Londres en 1658 : cet auteur en attribue l'invention à Jean Ferrero, Eſpagnol. Harris en parle dans ſon *Lexicon technicum*, article *Dialling-lines*. Krafft en a donné une démonſtration algébrique dans le treizieme tome des *Mémoires de Petersbourg pour les années*

Digitized by Google

1741—43, *pag.* 255 *& ſuiv.* Enfin, M. Lambert, de l'académie royale des ſciences & belles-lettres de Berlin, dans ſes *Remarques* pour étendre l'uſage des Mathématiques pratiques, *tom.* 3, imprimé en Allemand à Berlin 1772, ſous le titre de *propriété particuliere des tangentes*, ſe propoſe la choſe comme un problême qu'il réſout par le calcul d'une maniere plus ſimple que n'avoit fait Krafft. Sa méthode eſt expliquée fort au long dans les ſupplémens de l'Encyclopédie, au mot *cadran :* mais ces calculs ſont trop longs & trop abſtraits pour devoir trouver place dans une Encyclopédie; ils ſeroient bons tout au plus dans un grand traité de Gnomonique.

Lorſque le *cadran* eſt tracé, il faot y placer le ſtyle ou l'axe, c'eſt-à-dire, une ligne qui faſſe avec le *cadran* un angle égal à la hauteur du pole, ou une plaque de métal dont les côtés faſſent le même angle.

Si le *cadran* eſt un peu grand, la plaque devant être épaiſſe, c'eſt le bord occidental du ſtyle qui doit marquer le matin, & le bord oriental pour le ſoir : dans ce cas, il faut tracer deux méridiennes paralleles entr'elles & ſéparées d'une quantité égale à l'épaiſſeur du ſtyle, & l'on a comme deux moitiés de *cadran* éloignées de cette quantité. On le voit ainſi dans la *Figure* 274.

Lorſqu'un *cadran* ſolaire eſt tracé ſur une piece de cuivre, ſur une ardoiſe, ſur une pierre ou ſur une planche bien dreſſée, & qu'on y a fixé le ſtyle, il s'agit de le placer dans la direction de la méridiene, ou de l'orienter ; il faut d'abord qu'il ſoit bien horizontal : on ſe ſert pour cela d'un niveau, ou bien on ſe contente d'y verſer un peu d'eau pour voir ſi elle ne coule d'aucun côté.

L'orientation du *cadran* ſe peut faire par le moyen de la bouſſole ; mais il faut bien avoir égard à la déclinaiſon de l'aiguille, qui eſt actuélement de 21° à Paris, & qui eſt différente ſuivant les temps & les lieux. Les bouſſoles ſont ſujetes à nous tromper ; une bâre de fer, qu'on ne voit pas, peut déranger l'aiguille.

Il vaot donc mieux tracer une ligne méridiene par les méthodes que nous indiquerons *au mot* MÉRIDIENE, comme par des hanteurs correſpondantes, par des cercles concentriques, ou par le moyen de l'étoile polaire, en prenant le moment où l'étoile de la racine de la grande ourſe paſſe au deſſous de l'étoile polaire.

On peut encore ſe ſervir d'une ſeule hauteur en cherchant l'azimut par la figure de l'analême, expliquée *au mot* PROJECTION. En effet, ſi l'on a obſervé à un certain moment la longueur de l'ombre TQ, *Fig.* 252, d'un ſtyle BT, & qo'on faſſe un triangle BTQ, on aura la haoteur HB du ſoleil : ayant décrit le demi-cercle HBO, on prendra PO égal à la hauteur du pole; on tirera la ligne PQ pour repréſenter l'axe du monde; & one perpendiculaire EQ pour faire le demi-diametre de l'équateur, tandis que HQO ſera le diametre de l'horizon. On prendra l'arc EM égal à la déclinaiſon du ſoleil, & la perpendiculaire MA ſera le rayon du parallele du ſoleil pour le jour donné. Du point B qui marque la hauteur du ſoleil par l'obſervation, l'on menera la ligne horizontale BC, qui marquera le diametre de l'almicantarat du ſoleil ; elle coupera la ligne MA au point S, qui ſera la projection du lieu du ſoleil, & la ligne verticale ZQ au point G, qui ſera le centre de l'almicantarat: donc l'intervalle GS ſera le ſinus de l'azimut ſur le petit cercle, ou le ſinus de la diſtance au vrai point d'orient ou d'occident. Ainſi, en portant le double de GS ſur la ligne des cordes d'un compas de proportion, ouvert pour le rayon BG, qui eſt la corde de 60°, l'on aura un nombre de degrés, dont la moitié ſera la diſtance du ſoleil au point d'orient ou d'occident. Le complément ſera ſon azimut ou ſa diſtance horizontale au vrai point de midi ; ce qui ſuffira pour tracer une méridiene, ou pour orienter le *cadran*, en faiſant avec la ligne de l'ombre un angle égal à celui de la méridiene avec la ligne d'ombre qu'on a marquée.

Cet azimut du ſoleil peut ſe trouver également par le calcul trigonométrique ; mais l'opération graphique dont je viens de parler eſt bien ſuffiſante dans la pratique.

Avec on ſeul point d'ombre pris ſur un plan horizontal, on peut trouver le centre du *cadran*, & par conſéquent avoir la méridiene. Soit S *Fig.* 253 *d'Aſtronomie*, la pointe d'un ſtyle élevé ſur un plan horizontal, ou une plaque percée d'un trou, & dont le rayon tombe en R, P le pied du ſtyle oo le point qui répond perpendiculairemeot au deſſous de S, & C le centre que l'on cherche. La longueur de la ligne SC eſt facile à connoître ; car c'eſt l'hypoténuſe d'un triangle dont SP eſt le côté, & l'angle SCP égal à la hauteur du pole : ainſi SC eſt égal à SP diviſé par le ſinus de la hauteur du pole, & on peut la trouver avec le compas en faiſant un triangle. On meſure la longueur SR du rayon ſolaire ; on connoît auſſi l'angle CSR, qui eſt le complément de la déclinaiſon du ſoleil ; on pent calculer RC, ou la trouver graphiquement en faiſant un triangle, dont les deux côtés & l'angle connu ſoient ceux du triangle CSR : quand on aura la longneur RC, on décrira avec ce rayon un arc de cercle dont R ſoit le centre. On prendra ſur cet arc un point qui ſoit éloigné de la pointe du ſtyle S de la quantité SC qui a été trouvée, & ce point ſera le centre du *cadran*, ou le point par lequel on peut mener la méridiene PC.

L'inégalité des intervalles entre les lignes horaires d'un *cadran* horizontal fournit encore un moyen fort ſimple pour orienter un *cadran*, ſi l'on a une montre qui ne varie pas dans l'eſpace de quelques heures ; car ayant mis le *cadran* à peu près dans la ſituation qu'on eſtime qu'il doit avoir,

Digitized by Google

on mettra la montre d'acord avec le *cadran* à midi ou une heure ; ſi elle eſt encore également d'acord à 5 ou 6 heures, c'eſt une preuve que le *cadran* eſt bien orienté.

Il y a un autre moyen pour otienter un *cadran* horizontal, quand il eſt an peu grand : on fera une équerre ou an triangle rectangle *C S B*, *Fig.* 253, dont les côtés *C S* & *C B* puiſſent s'ajuſter exactement ſur l'axe du *cadran*, & ſur une ligne horaire comme celle de ſix heures : l'extrémité *B* marquera le point de l'équinoxe ; & ſi l'on fait au ſommet *S* du ſtyle an angle *B S R*, égal à la déclinaiſon du ſoleil pour an jour quelconque, le point *R* marqnera le point où doit paſſer l'ombre ce jour-là ſur la ligne de ſix heures. Ce point *R* tombera en dedans du triangle *C S B*, ſi la déclinaiſon du ſoleil eſt aoſtrale : alors il ne s'agira que de tourner le *cadran* horizontalement, de maniere que l'ombre du point *S* viene ſur le point *R* qu'on a marqué, & y viene quand cette ombre ſera ſur la ligne de 6 heures : le tâtonement n'eſt pas difficile.

Si l'on veut atendre le jour de l'équinoxe pour orienter un *cadran*, la ligne équinoxiale qui a ſervi à le tracer, ſervira auſſi à le placer ; car ſi l'ombre du ſommer du ſtyle tombe ſur l'équinoxiale, an peu loin du midi, l'on eſt sûr que le *cadran* eſt bien placé.

Enfin, on peut orienter an *cadran* horizontal en plaçant ſur la même plaque un *cadran* azimnial, dont nous donnerons ci-après la deſcription, comme dans la *Figure* 274. Auſſi-tôt que les deux *cadrans* marqneront la même heure, on ſera sûr qu'ils ſont tous deux bien orienés.

Un *cadran* horizonral fait pour Paris avec ſon ſtyle fiae, peut ſervir à toutes les larirudes, en l'inclinant de la qnantité dont on a changé de laritude ; par exemple, à 51° de latitude, il ſuffit d'incliner le *cadran* de 2° vers le midi. Sous l'équateur, on élévera le plan du *cadran* de 49° ; ſon ſtyle deviendra parallele à l'horizon, & marquera ſur le plan du *cadran* incliné les mêmes heures qu'il marquoir quand le *cadran* étoir horizonial, & le ſtyle incliné ou élevé de 49° comme le pole. C'eſt ſur ce principe qu'étoit fondé le *cadran univerſel & à méridiene*, décrit par Julien le Roy, horloger célebre de Paris, & pere de qnatre fils qui ſe ſont diſtingués dans différentes carrieres. On trouve de temps en temps de ces *cadrans*, où il y a une platine à charniere qui peut s'incliner à différentes latitudes ſur la platine horizontale qui porte la bouſſole.

V. Cadran *méridional*, eſt un *cadran* vertical qui eſt tourné directement vers le midi, ou celui que l'on décrit ſur la ſurface du premier vertical, qoi regarde le midi.

Le ſoleil éclaire le plan du premier vertical qui regarde le midi, lorſque dans ſa courſe il paſſe de ce vertical au méridien, ou qu'il va du méridien au premier vertical ; il emploie ſix henres avant midi & ſix heures après, le jour de l'équinoxe, & environ quatre heures, & demie avant midi, & quarre heores & demie après, le jour du ſolſtice d'été ; en hiver, le ſoleil ne paroît ſur l'horizon qu'après ſix heures : d'où il s'enſuit qu'un *cadran méridional* ne peut marqner les heures que depuis ſix heures du matin juſqu'à ſix heures du ſoir.

La maniere de tracer ce *cadran* eſt la même que pour le *cadran* horizonial, *Fig.* 250 ; ſur le vertical qui regarde le midi, tracez une ligne verticale pour ſervir de méridiene *C E D* ; faites un angle *A C E* égal à l'élévation de l'équateur, ou au complément de la hanteur du pole ; tirez une ligne droire *A E* qui faſſe un angle droit *C A E*, & qui rencontre la perpendiculaire en *E*, par le point *E* tirez la ligne droite *B H* qui coupe la méridiene *C E D* à angles droits. Prenez *E D* égal à *E A*, & avec ce rayon décrivez un qúart-de-cercle *E Q*. Le reſte ſe fait comme dans le *cadran horizontal*, excepté que les heures d'après midi dolvent être écrires à main droite, & celles d'avant midi à main gauche, an contraire du *cadran* horizonral de la *Figure* 250. Enfin, an point *A* fixez un ſtyle oblique, qui faſſe nn angle égal à l'élévation de l'équateur ; ou bien, élevez en *P* nn ſtyle perpendiculaire au plan, & égal à *P A* ; ou enfin élevez ſur *C P* un triangle *A C P*, qui ſoit perpendiculaire au plan du *cadran*.

L'ombre do ſtyle *C A* convrira les différenres lignes horaires aux heures qui répondent à ces lignes.

Le *cadran ſeptentrional*, ou le *cadran vertical directement ſeptentrional*, ſe trace ſur la ſurface oppoſée du premier verrical, qui regarde le nord ; la maniere de le décrire eſt la même, ſi ce n'eſt que le centre eſt en bas, parce que le ſtyle eſt toujours dirigé vers le pole élevé, ou parallele à l'aae du monde.

Le ſoleil n'éclaire ceite ſurface que quand il avance de l'orient an premier vertical ou qn'il vient de ce même verrical au couchant : de plus le ſoleil eſt dans le premier vertical à ſix heures du matin & à ſix heures du ſoir le jour de l'équoinoxe ; le jour du ſolſtice d'été il ſe leve ſur l'horizon de Paris à qnatre heures, & arive au premier verrical vers les ſept heures & demie ; & en hiver le ſoleil n'éclaire point du tout ce plan ſeptentrional : d'où il eſt évident que le *cadran ſeptentrional* ne peut marqner qoe les heures d'avant ſept heures & demie du matin, & celles d'après ſept heures & demie du ſoir. C'eſt pourqnoi comme dans l'autone & dans l'hiver le ſoleil ne ſe leve pas avant ſix heures, & qu'il ſe couche avant ſix heures du ſoir, on voit que pendant toutes ces deux ſaiſons, le *cadran ſeptentrional* n'eſt d'aucun uſage ; mais en le joignant au *cadran méridional*, il ſupplée ce qui manque à celui-ci.

VI. Le *cadran oriental*, ou le *cadran droit directement oriental*, eſt celui que l'on trace ſur le côté du méridien qoi regarde l'orient. Comme le ſoleil n'éclaire le plan du méridien qui regarde l'orient

l'orient qu'avant midi, un *cadran oriental* ne peut marquer les heures que juſqu'à midi. On tire une ligne droite *AB*, *Fig.* 254, parallele à l'horizon, & une ligne *AK*, qui faſſe avec elle un angle *KAB*, égal à l'élévation de l'équateur. D'un point *D* avec un rayon *DE* pris à volonté, on décrit un cercle; & par le centre *D*, on tire *EDC* perpendiculaire à *AK*; le cercle eſt diviſé en quatre quarts: on ſubdiviſe chacun de ces quarts en ſix parties égales; & du centre *D*, par les différentes diviſions, l'on tire les lignes droites *D*4, *D*5, *D*6, *D*7, *&c.* & par les points de rencontre de ces rayons & de la tangente *EG*, parallele à *AD*, on tire les lignes horaires qui ſont toutes paralleles à *EC*. Enfin en *D*, l'on éleve un ſtyle égal au rayon *DE* perpendiculairement au plan, ou ſur deux pieds fixés perpendiculairement en *E*, *C*, & égaux au même rayon *DE*, l'on atache un axe ou une ſtyle parallele au plan du *cadran*, & répondant perpendiculairement ſur la ligne *EC*: c'eſt le ſtyle du *cadran*. Par ce moyen, le bout de l'*index*, ou le ſtyle entier aux différentes heures, jétera ſon ombre ſur les lignes reſpectives 44, 55, 66, *&c.* Le ſtyle eſt toujours dirigé vers le pole; le cercle *CKE* étant conçu, relevé perpendiculairement au plan du *cadran*, repréſentera l'équateur, & les lignes *E*7, *E*8, ſont les tangentes de 15°, de 30°, en partant du cercle de ſix heures.

Le *cadran occidental*, ou le *cadran droit directement occidental*, ſe trace ſur le côté occidental du méridien, par un procédé tout ſemblable.

Comme le ſoleil n'éclaire qu'après midi le côté du plan du méridien, qui regarde l'occident, on voit qu'un *cadran* occidental ne peut marquer les heures que depuis midi juſqu'au ſoleil couchant.

Ainſi, en joignant le *cadran occidental* avec l'*oriental*, ces deux *cadrans* marqueront toutes les heures du jour.

Pour tracer un *cadran occidental*, la conſtruction eſt préciſément la même que celle du *cadran oriental*, excepté que les heures vont en croiſſant de bas en haut, depuis une heure juſqu'à huit.

VII. Le *cadran polaire* eſt celui qu'on trace ſur un plan incliné, qui paſſe par les poles du monde, & par les points de l'orient & de occident ſur l'horizon. Il y en a de deux eſpeces; s'ils regardent le zénith, on les appele *polaires ſupérieurs*; s'ils regardent le nadir, ils ſont appelés *polaires inférieurs*.

Ainſi, le *cadran polaire* eſt incliné à l'horizon avec lequel il fait un angle égal à l'élévation du pole: il forme le plan du cercle de ſix heures; il y a un quart de l'équateur, & de chacun des paralleles à l'équateur, intercepté entre ce plan & le méridien: donc la ſurface ſupérieure eſt éclairée par le ſoleil depuis ſix heures du matin juſqu'à ſix heures du ſoir; & la ſurface inférieure depuis le lever du ſoleil juſqu'à ſix heures du matin, & depuis ſix heures du ſoir juſqu'au coucher du ſoleil.

C'eſt pourquoi le *cadran polaire inférieur* marque les heures du matin depuis le lever du ſoleil juſqu'à ſix heures, & celles du ſoir depuis ſix heures juſqu'à ſon coucher; & le *cadran polaire ſupérieur* marque les heures depuis ſix heures du matin juſqu'à ſix heures du ſoir.

Pour tracer un *cadran polaire ſupérieur*, tirez une ligne droite *AB*, *Fig.* 255, parallele à l'horizon; & ayant choiſi *CE* pour la ligne méridiene, diviſez *CE* en deux parties égales, & par *C* tirez une ligne droite *FG*, parallele à *AB*; enſuite d'un centre *D* avec l'intervalle *DE*, décrivez un quart-de-cercle, & diviſez-le en ſix parties égales: du centre *D*, par les différens points de diviſion, tirez les lignes droites *D*1, *D*2, *D*3, *D*4, *D*5, juſqu'à la tangente *EB*; portez les mêmes intervalles à gauche ou à l'occident pour le matin, & des points 5, 4, 3, 2, 1, *&c.* élevez des perpendiculaires qui rencontrent la ligne *FG* aux points correſpondans, ce ſeront les lignes horaires. Enfin, élevez en *D* un ſtyle perpendiculaire égal à *DE*; ou ſur deux ſtyles égaux à cette même ligne *DE*, placez une regle horizontale, parallele à *EC*; ſon ombre marquera les heures en tombant ſur les lignes marquées 5, 2, 3, qui ſont les lignes horaires; leurs intervalles ſont les tangentes des angles horaires 15°, 30°, *&c.* Si l'on conçoit le quart-de-cercle *EG* relevé perpendiculairement au plan du *cadran*, de maniere que le centre *D* réponde perpendiculairement ſur le point *E*, ce cercle repréſentera l'équateur, & l'on concevra facilement que le ſoleil décrivant l'équateur, les rayons *D*1, *D*2, ſeront dirigés vers le ſoleil, à une heure, à deux heures, & ainſi des autres.

Un *cadran polaire ſupérieur* ne differe des *cadrans orientaux* & *occidentaux* que par ſa ſituation, & que par la maniere d'écrire les heures; ce qui fait la ligne du midi pour un *cadran polaire*, eſt la ligne de 6 heures pour les *cadrans* ou *orientaux* ou *occidentaux*.

On a un *cadran polaire inférieur* en ſupprimant les heures d'avant midi, 9, 10, *&c.* & celles d'après midi, 1, 2, *&c.* & en ne laiſſant que les heures 7 & 8 du matin, & 4 & 5 du ſoir, qui deviendront alors les heures 7 & 8 du ſoir, & 4 & 5 du matin, en retournant le *cadran*.

On trouve ſur les petits *cadrans* d'ivoire, qui ſont communs par-tout, un *cadran polaire* tracé, avec des courbes, qui marquent les arcs des ſignes. Pour s'en ſervir, il faut orienter la boîte du *cadran*, élever le couvercle vers le pole du monde, & planter au centre une épingle ou un ſtyle, dont la longueur ſoit égale à *DE* ou *DG*, c'eſt-à-dire, à la diſtance qu'il y a ſur le *cadran* entre la ligne de midi & celle de trois heures.

CADRAN *vertical déclinant*. Tous les *cadrans* dont nous venons de parler, ſont des cas particuliers de la Gnomonique: nous paſſons à des méthodes plus générales.

Le *cadran vertical déclinant* eſt celui que l'on

Digitized by Google

pratique le plus ſur les murailles. Nous expliquerons huit méthodes différentes pour le faire, ou du moins pour en déterminer la partie fondamentale.

Mais il eſt néceſſaire d'avertir que la plupart des murailles ont une inclinaiſon qu'il faut corriger par une couche de plâtre bien verticale & bien plane, ſi l'on veut employer exactement les méthodes que je vais décrire.

La premiere méthode ſuppoſe un *cadran* équinoxial, qui eſt le premier & le plus ſimple de tous les *cadrans*, déja fait & placé devant le mur ſur lequel on veut tracer un *cadran vertical*; le ſtyle du *cadran* équinoxial prolongé juſqu'à la muraille, marquera la place, la direction & la ſituation du ſtyle; car c'eſt toujours parallélement à l'axe du monde que le ſtyle doit être placé, dans l'un comme dans l'autre.

Les lignes du *cadran* équinoxial, prolongées en droiture juſqu'à la muraille, y marqueront chacune un point par où doit paſſer la ligne correſpondante du *cadran vertical*. Le centre du *cadran* eſt un autre point commun à toutes ces lignes: ainſi, l'on pourra tirer les lignes horaires ſur le plan vertical déclinant.

En effet, les lignes horaires étant les interſections des cercles horaires ſur le plan du *cadran*, dès qu'il y a un point commun aux plans des deux *cadrans* par où paſſe une ligne horaire de l'un des *cadrans*, elle marque néceſſairement ſur l'autre un point du même cercle, du même plan, & par conſéquent de la ligne horaire.

On pourroit ſur-tout réuſſir facilement à tracer ainſi un *cadran* déclinant, ſi l'on avoit pour *cadran* équinoxial un *équatorial*, inſtrument qui s'oriente de lui-même; j'en ai vu un deſſiné par M. Mignon, à Lonray, près d'Alençon, d'une maniere très-commode pour ces opérations. Le centre de l'équateur eſt traverſé par un tube, dans lequel on s'aligne pour marquer le centre du *cadran*; l'équateur porte une alidade que l'on dirige ſur les différentes heures, & par laquelle on bornoie pour marquer ſur la muraille la trace de la ligne équinoxiale, & les points horaires de cette ligne.

La ſeconde méthode que l'on peut indiquer pour tracer un *cadran vertical*, ſuppoſe un *cadran* horizontal bien orienté, par une des méthodes que j'ai expliquées aſſez au long. On prolongera le ſtyle & les lignes horaires juſqu'à la rencontre de la muraille, ainſi que je viens de le dire pour le *cadran* équinoxial, & l'on aura de même la poſition du ſtyle & des lignes horaires ſur le *cadran vertical*.

On feroit la même choſe avec un *cadran vertical* méridional, qui ſeroit portatif, & qu'on orienteroit devant le mur. Il pourroit être tracé ſur une glace; & alors mettant une lumiere pendant la nuit à la pointe du ſtyle, l'ombre des lignes iroit marquer ſur le mur la direction de toutes les lignes horaires.

Au défaut d'une glace, il ſuffiroit de quelques trous faits ſur les lignes horaires du *cadran vertical* méridional.

Si le mur approchoit trop d'être expoſé à l'orient ou à l'occident, en ſorte que le ſtyle prolongé ne pût le rencontrer que fort loin, il faudroit faire le *cadran* ſans centre. Pour avoir une ligne horaire du *cadran vertical*, on tendroit un fil depuis la ligne horaire du *cadran* horizontal par divers points du ſtyle; ce fil iroit marquer autant de points ſur le plan vertical: ce qui détermineroit la ligne horaire cherchée.

La troiſieme méthode que l'on emploie pour tracer un *cadran vertical déclinant*, conſiſte dans une opération graphique, dont je vais donner les regles & les démonſtrations; mais elle ſuppoſe qu'on connoiſſe la déclinaiſon du plan ou l'angle du méridien, ſoit par une méridiene déja tracée au moyen des méthodes que nous avons expliquées, ſoit par le moyen du déclinateur repréſenté dans la *Figure* 256, qui porte une regle mobile *FG* ſur un demi-cercle *AED* & une bouſſole *G*.

Soit la méridiene verticale *CLM*, *Fig.* 257; l'horizontale *LP*; on fera l'angle *MLD* égal à la déclinaiſon du plan; on élévera en un point *D* à volonté la verticale *DP*, & la perpendiculaire *LP*: le point *P* ſera le pied du ſtyle; car ſi l'on imagine la ligne *LD* relevée en l'air, & le triangle perpendiculaire au plan de la figure & du *cadran*, le ſtyle paſſant en *D*, la perpendiculaire *DP* ſera le ſtyle droit, & *P* le pied du ſtyle.

Ayant pris *LH* égale à *DL*, & fait l'angle *LHC* égal à la hauteur du pole, l'interſection *C* ſera le centre du *cadran*, & la ligne *CPB* ſera la ſouſtylaire, c'eſt-à-dire, la ligne du *cadran* ſur laquelle répondra perpendiculairement le ſtyle du *cadran*. En effet, *H* étant conçu relevé, ainſi que le point *D* perpendiculairement ſur le point *P*, ou dans une poſition horizontale & dans la direction *LD* de la méridiene, la ligne *HC* ſera le ſtyle du *cadran*.

Sur la ligne *PS* perpendiculaire à la ſouſtylaire, on prendra *PS* égal à *PD*, qui eſt le ſtyle droit, & *CSX* marquera le ſtyle du *cadran*; on lui tirera une perpendiculaire *SB*, & par le point *B* on tirera une ligne *BM*, perpendiculaire à la ſouſtylaire, & ce ſera l'équinoxiale; car *S* étant regardé comme le centre de l'équateur, dont le plan eſt perpendiculaire au ſtyle ou à l'axe du monde, l'interſection de l'équateur avec le plan du *cadran* ſera l'équinoxiale: or cette ligne eſt une perpendiculaire tirée ſur la ſouſtylaire; en effet, toutes les fois que deux plans ſont perpendiculaires ſur un troiſieme, leur commune ſection eſt perpendiculaire aux deux autres ſections, qu'ils font ſur le troiſieme plan. Il ſuffit de mettre un livre entr'ouvert, debout ſur une table pour ſentir l'évidence de cette propoſition, mieux que par un appareil de démonſtration. Or l'équateur &

le plan du *cadran* ſont tous deux perpendieulaires au cercle horaire, qui eſt le méridien du plan : ainſi leur commune ſection qui eſt l'équinoxiale ſera perpendiculaire ſur les deux ſections, dont l'une eſt le rayon de l'équateur, & l'autre la ſouſtylaire.

Le point d'interſection *R* de l'équinoxiale avec l'horizontale *HLPR*, ſera le point de 6 heures; car le rayon de 6 heures dans l'équinoxe eſt perpendiculaire au ſtyle, & horizontal, comme la ligne *SP*, qui eſt perpendiculaire au plan; donc il doit être à la même hauteur que le point *P*; donc il eſt placé à la rencontre de l'horizontale *PR* & de l'équinoxiale *BR*.

Ayant pris ſur la ſouſtylaire *BA* égale à *BS*, ce ſera le rayon de l'équinoxial, ſuppoſé couché ſur le plan du *cadran*, le point *A* ſera le centre diviſeur de l'équinoxiale, le point *M* étant le point du midi; l'angle *RAM* ſera droit: on diviſera le quart-de-cercle *KO* en 6 heures; & tirant des rayons par les points de diviſions, ils rencontreront l'équinoxiale aux points par leſquels doivent paſſer les lignes horaires menées du centre C. Ainſi, ayant pris, par exemple, un arc *KN* de 15 degrés, & tiré une ligne *ANQ* juſqu'à l'équinoxiale, on aura le point *Q*, par lequel doit paſſer la ligne d'une heure *CQ*.

En prenant de même 30°, l'on trouvera la ligne de deux heures, & ainſi des autres.

Quatrieme méthode. La déclinaiſon du mur ſur lequel on veut tracer un *cadran* étant la choſe la plus difficile ou la plus embaraſſante, on a cherché divers moyens de s'en paſſer, & ſur-tout par les points d'ombre; & le moyen le plus ſimple conſiſte à trouver la ſouſtylaire du *cadran* par le moyen de deux ombres égalet. Cette méthode reſſemble à celle qu'on emploie pour tracer une méridiene par des cercles concentriques. Gnomonique de la Hire, 1698, *pag.* 35.

Je ſuppoſe qu'on ait planté dans le mur un faux ſtyle, ſoit une pointe pour en marquer l'ombre, ſoit un trou pour laiſſer paſſer un rayon ou une image du ſoleil. M. Deparcieux faiſoit ſes faux ſtyles de deux pieces, comme on le voit, *Fig.* 258.

Lorſque le ſoleil arive dans le cercle horaire, qui eſt perpendiculaire au plan du *cadran*, ou dans le méridien du plan, il répond perpendiculairement ſur la ſouſtylaire, & l'ombre eſt la plus courte qui ſoit poſſible. Avant & après il la voit obliquement, & les ombres ſont plus longues: l'obliquité eſt la même une heure avant & une heure après; car le ſoleil faiſant 15° par heure d'un cercle horaire à l'autre, il eſt 15° au deſſous de la méridiene du plan dans le premier cas, & 15° au deſſus dans le ſecond cas; il eſt dans les deux cas à des ſituations parfaitement ſemblables au deſſus & au deſſous: ainſi les ombres doivent être égales dans les deux cas.

Ainſi, ayant marqué le pied du ſtyle ou le point du mur, où répond perpendiculairement la pointe du ſtyle, ou le trou de lumiere, on décrira de ce pied comme centre des cercles concentriques; on marquera ſur chaque circonférence le point d'ombre avant & après le paſſage du ſoleil par la méridiene du plan; on partagera en deux les arcs interceptés ſur chaque circonférence; le milieu ſera un des points de la ligne cherchée, qui doit auſſi paſſer par le pied du ſtyle.

On peut faire cette opération à pluſieurs intervalles différent, & l'on aura pluſieurs points d'ombre, qui tous apartiendront à la ſouſtylaire.

Lorſqu'on a la ſouſtylaire, il eſt facile de décrire le reſte du *cadran* comme dans la méthode précédente.

La difficulté d'avoir de ces faux ſtyles percés d'un trou pour les points de lumiere, a fait dire à M. de la Priſe qu'on pouroit y ſuppléer par un ſolide *S* de 9 à 10 pouces, *Fig.* 259, & de deux pouces & demi d'équâriſſage, avec deux traverſes qui affleurent le deſſous du ſolide, & en forment comme une quadruple équerre qui aſſure la ſituation perpendieulaire du ſolide ſur le plan.

L'ombre *O* de l'angle *S* du ſolide, ſe détermine avec aſſez de préciſion; en tirant des lignes *OA*, *OB* qui raſent légérement l'ombre des côtés *C* & *D* de la baſe ſupérieure du priſme; le point de concours de ces deux lignes donne le point d'ombre cherché. *Méthode nouvele pour tracer des* cadrant, *par M. de la Priſe*, à Caën, 1781.

Cinquieme méthode. Un ſeul point d'ombre peut donner le centre d'un *cadran vertical*, de la maniere que nous avons employée pour le *cadran horizontal*. Car quand on connoît la longueur du rayon ſolaire *SO*, *Fig.* 260, la longueur du ſtyle *SC* qui eſt égale au ſtyle droit diviſé par le coſinus de la latitude, & l'angle *CSO* qui eſt égal à 90° plus ou moins la déclinaiſon du ſoleil, on peut réſondre le triangle, ſoit par le calcul, ſoit par une opération graphique, & trouver le côté *CO*; alors du point *O*, comme centre avec le rayon *OC*, l'on décrira un arc de cercle; du centre *S* avec une longueur égale à *SC*, on décrira un autre arc, & l'interſection commune ſera le centre *C* du *cadran*.

Quand le faux ſtyle eſt une plaque percée d'un trou pour laiſſer paſſer le rayon ſolaire, il faut le boucher avec une piece de bois bien ronde, & dont le centre puiſſe ſervir aux opérations précédentes.

Sixieme méthode. On peut auſſi trouver la poſition de l'axe du *cadran* par deux points d'ombres qui ne ſuppoſent point des ombres égales; mais qu'on prend les plus éloignés qu'il ſoit poſſible.

On tendra deux fils comme *SO* du ſommet du ſtyle *S* aux deux points d'ombre, & un troiſieme *SC* qui faſſe avec les deux autres un angle égal au complément de la déclinaiſon du ſoleil; celui-ci marquera la poſition de l'axe ou du ſtyle *SC*.

Deux triangles de carton *C S O* découpés de maniere qu'un de leurs angles *S* ſoit le complément de la déclinaiſon du ſoleil, & dont un côté ſeroit dans la direction du point d'ombre, étant réunis par leurs côtés ſupérieurs, marqueroient auſſi la direction de l'axe.

On pouroit encore ſe contenter d'un ſeul point d'ombre, & faire un des triangles de carton, de maniere que ſon côté vertical fit avec l'autre un angle égal au complément de la hauteur du pole, (à Paris 41°) & quand un de ſes côtés, réuni avec celui de l'autre triangle s'appliqueroit contre le mur, il y marqueroit le centre du *cadran*, & le côté oblique marqueroit la poſition du ſtyle.

Septieme méthode. Lorſqu'on a un ſtyle comme *A B*, *Fig.* 261, dont la pointe *B* a donné trois points d'ombre *C*, *D*, *F*, il ne s'agit que d'avoir un cercle *O D H* qui touche les trois rayons *B C*, *B D*, *B F* & l'axe *I B* qui, traverſant perpendiculairement le cercle, paſſera en *B* au bout du ſtyle, indiquera l'axe du *cadran*.

C'eſt le premier fondement de la *Maniere univerſele de M. Deſargues pour poſer l'eſſieu aux cadrans*, publiée en 1643. Elle eſt en effet très-ſimple dans la Théorie & aſſez commode dans la pratique. La figure fait voir comment on aſſemble la pointe du ſtyle avec les trois points d'ombre au moyen de trois regles ou de trois fils, ſur leſquels on ajuſte le deſſous de l'axe *I B*, ou la partie qui paſſe exactement par le centre de la platine ou du cercle *D H* deſtiné à repréſenter le parallele diurne du ſoleil pour ce jour-là. Les principes établis ci-deſſus feront aſſez comprendre que les trois rayons ſolaires *B C*, *B D*, *B F* faiſant le même angle avec l'axe *B I* & avec le cercle *D H G*, le ſtyle *B I* du cadran eſt néceſſairement parallele à l'axe du monde; les angles que les rayons font avec l'axe *B I* ſeroient des angles droits le jour de l'équinoxe, alors le cercle ſeroit parallele aux trois rayons ou aux trois fils.

La huitieme méthode que l'on peut employer pour les *cadrans* verticaux déclinans, eſt celle de la hauteur & de l'azimut du ſoleil, calculés par un point d'ombre, à la maniere de M. Deparcieux qui a compoſé un volume preſqu'entier pour l'explication de cette méthode, en détaillant tous les cas, tous les calculs, toutes les précautions, tous les exemples avec beaucoup de clarté, mais avec une eſpece de prolixité. *Nouveaux traités de Trigonométrie & Gnomonique*, Paris 1741, *in*-4°.

Ayant planté un faux ſtyle *S*, *Fig.* 262, marqué le pied du ſtyle *P* & un point d'ombre *O*, l'on tire une horizontale *P H* & une verticale *H O*, on en meſure exactement les longueurs, & l'on s'en ſert pour trouver par la Trigonométrie la hauteur du ſoleil & la différence de ſon azimut à celui du plan.

La hauteur du ſoleil ſert à trouver ſon azimut vrai, & la différence trouvée précédemment donne celui du plan ou ſa déclinaiſon.

Quand on connoît la déclinaiſon du plan, l'on peut trouver les lignes horaires ſoit par l'opération graphique de la troiſieme méthode, ſoit par la Trigonométrie ſphérique, comme nous l'expliquerons dans la neuvieme méthode.

Si l'on conçoit le ſtyle *S* relevé perpendiculairement au deſſus de *P* & réuni avec le point *H* par une ligne horizontale *S H*, on aura un triangle rectangle en *P* ſitué horizontalement, dont on aura meſuré exactement les côtés *S P*, *P H*, & dont on pourra calculer & même meſurer l'hypoténuſe *S H*. On calculera auſſi l'angle *H* qui ſera la différence entre l'azimut du ſoleil & celui du plan, puiſque c'eſt un angle formé dans un plan horizontal entre la ligne *P H* du plan, & la ligne *S H* qui eſt dans le vertical du ſoleil. L'hypoténuſe *S H* formera avec la verticale *H O* un triangle rectangle en *H*, dans le plan du vertical du ſoleil; connoiſſant les deux côtés *S H* & *H O* de ce triangle & même *S O* que l'on peut meſurer, on calculera l'angle *O*, qui eſt la diſtance du ſoleil au zénith, au moment où l'on a meſuré le point d'ombre.

Dans le triangle *P Z S*, *Fig.* 39, connoiſſant la diſtance *Z S* du ſoleil au zénith, ſa diſtance au pole *P S*, & la diſtance du pole au zénith *P Z*, on calculera l'angle *Z* qui eſt l'azimut du ſoleil. Ainſi, l'on connoîtra l'angle que fait le vertical du ſoleil avec le méridien, & comme l'on connoît par l'opération précédente, l'angle que fait le vertical du ſoleil avec le plan du cadran, la ſomme ou la différence de ces deux angles donnera l'angle du méridien & du cadran; ainſi, l'on connoîtra par un ſeul point d'ombre la poſition du mur ſur lequel on ſe propoſe de tracer un cadran, après quoi l'on exécutera l'opération graphique dont nous avons donné le détail & la démonſtration dans la troiſieme méthode, où l'on y appliquera le calcul trigonométrique.

La neuvieme méthode pour tracer les *cadrans* verticaux eſt celle de la Trigonométrie ſphérique, en ſuppoſant la déclination du plan connue par un des moyens que nous avons indiqués. Soit *Z*, *Fig.* 40, le zénith, *P* le pole, *Z D R B* le vertical qui eſt dans le plan du *cadran*.

P Z D angle du plan *Z B* du *cadran* avec le méridien *Z P O*.

P R un arc perpendiculaire ſur *Z B*, qui eſt le méridien du plan, le cercle de la ſouſtylaire; l'arc *P R* eſt l'angle de l'axe avec la ſouſtylaire.

P D un cercle horaire, par exemple, celui d'une heure qui fait avec le méridien un angle *Z P D* de 15°.

L'arc *Z R* eſt égal à l'angle de la ſouſtylaire avec la verticale ou la méridiene.

L'arc *D R* eſt l'angle de la ſouſtylaire avec la ligne horaire qui paſſe en *D*.

Dans le triangle *Z P R* on connoît *P Z* & l'angle *Z* du plan avec le méridien, l'on cherchera *Z X*, & *Z P X*, par les analogies ſuivantes.

R: co-ſ. *Z*:: tang. *P Z*: tang. *Z R*.

R: ſin. *P Z* ou co-ſ. latit. :: ſin. *Z*: ſin. *P R* angle de l'axe avec la ſouſtylaire.

R : co-ſ. *PZ* ou ſin. lat. :: tang. *Z* : co-ſ. *ZPR* angle du méridien avec le cercle *PR* ou méridien du plan ; cet angle s'appele quelquefois différence des longitudes.

On ôtera l'angle horaire *ZPD* de l'angle *ZPR* ou on les ajoutera, pour avoir l'angle *DPR*, & l'on fera cette proportion ; *R* : ſin. *PR* :: tang. *DPR* : tang. *DR*, angle de la ligne horaire avec la ſouſtylaire, meſuré dans le plan du *cadran*. M. de Clapiès a donné dans les Mémoires de l'Académie pour 1707, le calcul des angles des lignes horaires pour les *cadrans* ſolaires, verticaux ou inclinés, démontrées par les triangles rectilignes. M. Deparcieux a donné lui-même des tables des angles horaires dans les *cadrans* verticaux à Paris, pour différentes déclinaiſons ; & M. Garnier en a donné même pour différentes latitudes en Europe, *Gnomonique miſe à la portée de tout le monde* ; Marſeille 1773, *in*-8°.

Lorſqu'on connoît par le calcul les angles des lignes horaires, on peut les tracer ſur la muraille, en calculant en pieds, pouces & lignes, ou en parties égales d'une échele quelconque les diſtances de ces lignes à la méridienne ou à la ſouſtylaire. Soit *SP*, *Fig.* 263, la hauteur du ſtyle droit, *X* le centre du *cadran*, *PX* la ſouſtylaire. On meſure d'abord le ſtyle droit ou la diſtance perpendiculaire *SP* du faux ſtyle ou de la pointe du ſtyle au plan du *cadran* ; dans le triangle *SPX* dont on connoît un côté *SP* & l'angle *SXP* du ſtyle avec la ſouſtylaire, on trouvera la diſtance *PX* du centre du *cadran* au pied du ſtyle, & la diſtance *SX* ; dans le triangle *SXE* rectangle en *S*, on trouvera *XE* diſtance du centre *X* à l'équinoxiale *EQ*.

Pour tirer une ligne horaire comme *XKTLR* dont on connoît l'angle avec la ſouſtylaire, connoiſſant *XE* & l'angle *EXL*, on trouvera *EL* en parties de la même échele que la hauteur du ſtyle droit *SP*, on prendra donc *EL* de la quantité trouvée, & l'on tirera du centre *X* la ligne horaire par le point *L*.

Pour s'aſſurer de l'exactitude de ces meſures avant que de peindre les lignes, on prendra ſur une bonne montre l'eſpace d'une heure, & l'on verra ſi l'ombre a parcouru exactement l'intervalle des deux lignes horaires dans l'eſpace d'une heure.

Si l'on veut tirer les lignes horaires par le moyen de la méridienne verticale *XFM*, on ſe ſervira des angles que font ces mêmes lignes comme *XR* ; dans le triangle *XEM*, on connoît *XE* & l'angle *MXE* que fait la méridienne avec la ſouſtylaire ; on cherchera la longueur de la ligne *XM* ou la méridienne depuis le centre *X* juſqu'à l'équinoxiale *M*.

Dans le triangle *MXR* rectangle en *M*, connoiſſant *XM* & l'angle *MXR* de la méridienne avec la ligne horaire, on cherchera *MR*, & par le point *R*, on tirera du centre *X* la ligne horaire *XR*.

Cadran *ſans centre*. Lorſqu'un *cadran* vertical décline beaucoup vers l'orient ou vers l'occident, le centre eſt ſi loin, qu'il ſeroit difficile, ſouvent impoſſible de le marquer, à moins de faire le *cadran* très-petit : on y ſupplée par deux équinoxiales ou deux horizontales, en calculant deux fois la hauteur du ſtyle droit, ou deux fois le rayon de l'équateur pour des points de l'axe éloignés d'une certaine quantité.

On choiſira les deux horizontales quand la déclinaiſon du plan ſera petite, & que cependant l'on ne pourra pas avoir de centre. On préférera les deux équinoxiales quand la déclinaiſon ſera fort grande, parce que les deux horizontales ſeroient trop près, ſi l'on vouloit s'en ſervir pour trouver les lignes horaires éloignées de la méridiene.

Si le point *E*, *Fig.* 263, eſt l'interſection de l'équinoxiale avec la ſouſtylaire, on prendra la diſtance *SE* de la pointe du ſtyle au point *E*, on la portera de *E* en *C*, on décrira le cercle *AE* qui repréſente l'équateur : le rayon *CAM*, mené au point de midi, déterminera le point *A* duquel il faut partir pour diviſer le cercle *AE* de 15 en 15 degrés ; l'arc *AO* étant ſuppoſé de 55°, on tirera *COL*, ce qui donnera ſur l'équinoxiale *ME* le point *L* où doit paſſer la ligne horaire comme *XL* pour une heure après midi.

On tirera une autre ligne *FD* parallele à l'équinoxiale *ME* ; & ayant pris ſur l'axe *SVB* un autre point *B* dont la diſtance à l'équinoxiale ſoit une ligne *RD* perpendiculaire au ſtyle en *D*, on portera cette diſtance ſur la ſouſtylaire de *D* en *G*. On décrira un autre cercle *HD* qui repréſentera encore l'équateur ; & en partant du rayon *GHF* qui paſſe par la méridiene *F*, on prendra des arcs de 15° comme *HN* : on tirera par chaque point *N* des rayons *GNK* qui, prolongés juſqu'à la tangente *FDV*, donneront ſur cette ſeconde équinoxiale les points horaires *K* correſpondans à ceux de la premiere équinoxiale *ME*, & on tirera les lignes horaires comme *KL*, par les points correſpondans *K* & *L* des deux lignes équinoxiales.

Si l'on a employé le calcul, comme dans la méthode précédente, on ſaura quel angle doit faire chaque ligne horaire *KL* avec la méridiene *FM*, & combien le centre *X* doit être éloigné de l'équinoxiale *M* ; ainſi, dans le triangle *XMR* connoiſſant le côté *M* & l'angle *X*, on trouvera la valeur de *MR*. On prendra au point *F* deux ou trois pieds plus haut ; & réſolvant le triangle *XFT*, on trouvera la valeur de la perpendiculaire *FT*, ce qui déterminera la ligne horaire *TR*, ſans employer le centre *X*.

On connoît auſſi l'angle *SXP* du ſtyle avec la ſouſtylaire, on connoît *SP*, on calcule des perpendiculaires comme *VD* & *QE* pour des diſtances *XE*, *XD* priſes à volonté, & l'on place le ſtyle *VQ* au deſſus de la ſouſtylaire *DE*, en mettant une triple équerre, *Fig.* 264, à un bout du ſtyle, & une double équerre à l'autre bout

Digitized by Google

pour le ſoutenir en place, juſqu'à ce que les ſupports *VDQE* ſoient ſcellés.

IX. CADRANS *inclinés & déclinans*. On choiſit rarement, pour tracer des *cadrans*, les ſurfaces qui ne ſont ni verticales, ni horizontales; cependant M. de la Hire, conſidérant que les murailles les plus ſolides ne ſont jamais exactement verticales, a regardé tous les *cadrans* comme pouvant avoir un certain degré d'inclinaiſon, & il a cherché des méthodes générales qui puſſent ſervir pour des *cadrans* inclinés: nous en traiterons à ſon exemple, mais beaucoup plus en abrégé, parce qu'il nous a paru qu'il y avoit dans ces méthodes plus d'élégance & de ſavoir, que d'utilité pour la pratique.

On appele quelquefois *reclinans* ces *cadrans* inclinés quand ils ne paſſent pas par le pole, & *déinclinés* lorſqu'ils ne regardent pas les points cardinaux, ou qu'ils ſont à la fois inclinés & déclinans.

Je commencerai par indiquer un moyen méchanique, mais facile de tracer ces *cadrans* ſur toutes ſortes de plans, en y employant un *cadran* équinoxial ou un *cadran* horizontal bien orienté. La méthode eſt la même que celle qu'on a vue pour les *cadrans* verticaux dans la premiere & ſeconde méthode.

Je paſſe donc à la méthode indiquée par la plupart des auteurs, & qui ſuppoſe qu'on connoiſſe la déclinaiſon & l'inclinaiſon du plan. On connoît la premiere par le moyen du déclinateur, *Fig.* 256, & la ſeconde par le moyen d'un demi-cercle décrit ſur une planche carrée *ABCD*, *Fig.* 265, & garni d'un aplomb *FGH* qu'on applique ſur le plan incliné *IBCL*, en obſervant de le placer ſur une ligne perpendiculaire aux lignes horizontales du plan; la diſtance *EG* entre le fil à plomb & la ligne du milieu *FE*, forme un arc égal à celui qui meſureroit l'angle *L*, inclinaiſon du plan *IL* ſur la ligne horizontale *KL*.

Suppoſons un plan qui décline du midi à l'orient de 35 degrés, c'eſt-à-dire, qui regarde le midi & l'orient ſous un angle de 35° & incliné de 25°, ſupérieur.

Tirez les deux lignes *AE*, *GD* à angles droits, le point d'interſection *E* étant ſuppoſé le lieu ou le pied du ſtyle; prenez ſur la ligne horizontale une quantité *EF* égale à la longueur du ſtyle; de l'extrémité *F*, comme centre, ſoit décrit un arc *HI*, coupant l'horizontale *GD* au point *G*; prenez l'arc *GH* égal à l'inclinaiſon qui eſt de 25°, & *GI* égal à ſon complément 65°, la ligne imaginée de *F* en *I* ſera horizontale, & de *F* en *H* verticale. Par le point *I* tirez l'horizontale *MILN*, & par le point *H* la ligne *FKH* qui coupera la ligne *OE* ou point *K*.

Prenez la diſtance *FL*, & portez-la de *L* en *O*; du point *O*, comme centre, décrivez l'arc *PLQ*; du point *L* prenez l'arc *LQ* égal à la déclinaiſon du plan 35°, à droite du point *L*, ſi le *cadran* décline vers l'orient; ou s'il décline du ſeptentrion à l'occident, prenez l'arc *LP* égal au complément de la déclinaiſon; la ligne *OQN* marquera au point *N* le point du midi; car puiſque *FL* égale *OL*, ſi l'on imagine le point *F* & le point *O* relevés horizontalement à la hauteur du point *L*, ayant pris l'arc *LQ* égal à la déclinaiſon du plan, la ligne horizontale *OQN* ſera dans le méridien: mais la ligne *FK* eſt verticale, & la ligne menée de *F* à *N* eſt une méridiene horizontale; le point *K* eſt donc dans le méridien, donc la ligne *NK* eſt la méridiene du *cadran*, & la ligne perpendiculaire *OPM* marquera en *M* le point de ſix heures.

Ayant tiré la méridiene par le point *N* & le point *K* pour avoir le centre *C*, on abaiſſera du point *M* une perpendiculaire *MBR* ſur la méridiene; on portera l'eſpace *NO* depuis le point *N* juſqu'en *R* ſur cette perpendiculaire, ou bien l'eſpace *KF* depuis *K*; car le point *F* & le point *R* ſont un même point; pour faire une interſection en *R*, l'on tirera la ligne oculte *NR*: du point *R* on décrira l'arc *VSX*, on prendra *SV* de 49°, qui eſt la hauteur du pole pour Paris, & la ligne *VRC* ira marquer en *C*, ſur la méridiene, le centre du *cadran*.

En effet, pour trouver le centre du *cadran* *C*, il faut avoir une ligne *NR* qui ſoit placée, par raport à la méridiene du plan & dans le plan, comme la méridiene horizontale *ON* l'étoit dans le méridien, c'eſt-à-dire, qui faſſe avec la méridiene du plan le même angle que faiſoit la méridiene horizontale; pour cela, il ne s'agit que de faire tourner la ligne *ON* autour du point *N*, ſans changer ni ſa longueur, ni ſa diſtance perpendiculaire à la méridiene *NC*, & l'amener en *NR*. Pour cela, je conçois un plan perpendiculaire au méridien, paſſant par la ligne horizontale *OM* qui eſt perpendiculaire au méridien, & je le fais tourner juſqu'à ce qu'il ſoit perpendiculaire à la méridiene *NC* de mon plan; alors la ligne tirée du point *M* & la ligne tirée du point *O* ſeront également perpendiculaires en *B* ſur la méridiene, puiſqu'elles ſont toutes deux dans un plan perpendiculaire à la méridiene en *B*: la ligne *BR* ſera la hauteur perpendiculaire du point *O* ou du point *R* au deſſus de la méridiene; & en renverſant ſur le plan le triangle *NBR*, nous aurons le même angle *KNR*, puiſque l'hypoténuſe & le côté *BR* ſont les mêmes, & il importe peu que *BR* ſoit perpendiculaire à la méridiene *NB*, ou dans le plan ou au deſſus du plan. Prenons donc au deſſus de la méridiene horizontale *NR* un arc *SV* de 49°, la ligne *RV* ira au pole & au centre du *cadran*, la ligne *RX* dans l'équateur & dans le méridien; donc l'équinoxiale paſſera par le point *Z* de la méridiene.

On fera auſſi *SX* égal au complément de la hauteur du pole; la ligne ou le rayon *RX* coupera la méridiene en *Z*, & par ce point on ti-

rera l'équinoxiale *MZ*. La ſouſtylaire *CE* eſt perpendiculaire à l'équinoxiale en *T*; car elle eſt formée par l'aſſemblage des perpendiculaires abaiſſées de l'axe du *cadran* ſur le plan, & par la commune ſection de deux cercles qui ſont perpendiculaires l'un à l'autre, le plan & le méridien du plan : mais l'équateur eſt auſſi perpendiculaire au méridien du plan ; donc il ſera ſur le plan une commune ſection qui ſera perpendiculaire à celle du méridien ou du cercle horaire du plan. En effet, quand deux plans ſont perpendiculaires l'un à l'autre, un autre plan auſſi perpendiculaire à l'un ne peut faire qu'une ſection parallele à celle du premier; le ſtyle paſſe par *C* & par le bout *F* du ſtyle droit *EF*. Pour tracer les heures, on peut porter ſur le cercle *PIQ* les arcs des heures pris ſur un *cadran* horizontal dont la méridiene ſoit ſur *OQN*, on prolongera les rayons juſqu'à la tangente horizontale *MN*, & l'on aura les points où paſſent les lignes horaires, ou bien l'on cherchera le centre *W* diviſeur de l'équinoxiale *MTZ*, en portant la diſtance *TF* entre le point *T* & le bout du ſtyle ſur la ſouſtylaire *CT*. On décrira ſur ce rayon un cercle dont l'équinoxiale ſoit tangente, on le diviſera de 15 en 15 degrés, en commençant au point *Z* où la méridiene coupe l'équinoxiale, ou au point *M* de 6 heures; les rayons tirés de 15 en 15 degrés marqueront ſur l'équinoxiale les points par leſquels il faut tirer les lignes horaires qui partent du centre *C* du *cadran*.

C'eſt ſur ce principe que l'on trace des *cadrans* ſur différentes faces d'un polyedre ou d'un ſolide à pluſieurs pans, comme on en voit ſouvent dans les jardins.

Les opérations que nous venons d'exécuter avec la regle & le compas, ſe peuvent remplacer par la Trigonométrie ſphérique, ſi l'on avoit à conſtruire un très-vaſte *cadran*.

Soit *TRB*, *Fig.* 267, la moitié de l'horizon, *Z* le zénith, *P* le pole, *AR* le grand cercle dans le plan duquel eſt le *cadran* incliné & déclinant. L'arc *ZV*, perpendiculaire au plan, eſt le complément de l'inclinaiſon, & l'angle *AZV* le complément de la déclinaiſon *ER* du *cadran*. L'arc *PY*, perpendiculaire ſur le plan, eſt l'angle du ſtyle avec la ſouſtylaire.

Dans le triangle *AZV*, on cherchera l'arc *AZ* qui, ajouté avec *PZ*, donnera *AP*; l'on cherchera auſſi l'angle *A*.

Dans le triangle *APY*, connoiſſant *AP*, & l'angle *A*, on trouvera *AY*, angle de la ſouſtylaire avec la méridiene, *S* l'élévation du ſtyle ſur le plan égale à *PY*, & l'angle *APY* que le méridien du lieu fait avec le cercle horaire perpendiculaire au *cadran*, ou avec le méridien du plan.

Pour trouver les lignes horaires on ſuppoſera un cercle horaire *PO*, faiſant avec le méridien un angle *P* de 15° pour une heure, &c.; on l'ôtera de l'angle *APY* pour avoir *OPY* qui, avec l'arc *PY*, fera trouver *OY*: c'eſt la meſure de l'angle que fait dans le plan du *cadran* la ligne d'une heure avec la ſouſtylaire.

Si l'on veut raporter les lignes horaires à l'horizontale du plan, on reſoudra le triangle *ARI* dans lequel on connoît l'inclinaiſon *R* & la déclinaiſon *IR* par raport au méridien; on trouvera *AR* qui meſure l'angle de la méridiene avec l'horizontale du *cadran*.

Ce problême général a été réſolu analytiquement dans un mémoire qui fait partie du volume, intitulé : *Recherches ſur la Gnomonique, les Rétrogradations & les Éclipſes* 1765, dont les auteurs étoient M. du *Séjour* & M. Gondin. Celui-ci en a donné une ſolution dans l'Encyclopédie d'Yverdon au mot *Gnomonique*, & dans les ſupplémens de Paris au mot *Cadran*.

Juſqu'ici j'ai ſuppoſé qu'on connût l'inclinaiſon & la déclinaiſon du plan ſur lequel on veut tracer un *cadran*; mais on peut y ſuppléer avec des points d'ombre, comme dans les *cadrans* verticaux.

Quand on connoît la hauteur du pole & la déclinaiſon du ſoleil, il ſuffit d'un ſeul point d'ombre pour trouver la ſouſtylaire ſur un plan quelconque. (La Hire, *p.* 44.)

Soit *S* la pointe du ſtyle, *Fig.* 268, qui a donné le point *A*; *P* le pied du ſtyle, ou le point ſur lequel tombe la perpendiculaire abaiſſée du ſtyle *S* ſur le plan; *Hh* une ligne horizontale qui réponde ou ſoit de niveau à la hauteur du ſtyle *S*; *PZ* parallele à *Hh*, & égale au ſtyle droit *PS*; *BPH* perpendiculaire ſur l'horizontale *Hh*; on tirera *HZ*, & *ZB* perpendiculaire à *ZH*.

On fera ſéparément un angle *psa*, *Fig.* 269, égal à la diſtance du ſoleil au pole, & l'angle *psb* égal au complément de la hauteur du pole, pour que *psd* repréſentant l'axe du *cadran*, la ligne *sb* ſoit verticale; & ayant pris un point *d* à volonté, on fera *sb* égale à *ZB*, & *sa* égale au rayon ſolaire, meſuré de *S* en *A*; on joindra les lignes *ad* & *bd*.

On tirera la ligne *AB*; du point *B* comme centre, avec un demi-diametre égal à *bd*, on décrira un arc *fL*; du point *A* avec un rayon égal à *ad*, on décrira un arc *gL*; du point *L*, on ménera la ligne *LO* perpendiculaire ſur *AB*: cette ligne ſera le rayon d'un cercle ſur lequel doit être le point de l'axe que l'on cherche, repréſenté par le point *d*.

Du point *O* comme centre avec un rayon *OL*, on décrira un arc de cercle *DLe*; du point *P*, on ménera *PGK* perpendiculaire à *OL*, ou parallele à *BA*; du point *P*, comme centre avec un rayon égal à *ds*, on feta une interſection *I* ſur la ligne *OL*. Alors *GI* ſera égale au rayon de la baſe d'un cône, dont l'axe eſt égal à *PG*, & le côté égal à *PI*.

On fera *GK* égale à la hauteur du ſtyle *PS*; du point *K* avec un rayon égal à *GI* on dé-

Digitized by Google

crira un arc RD, qui coupera le cercle DL en D, ce point étant conçu relevé au deſſus de la ligne $LGIO$, eſt celui où doit paſſer le ſtyle en ſorte que DQ perpendiculaire ſur LO, marquera le point de la ſouſtylaire, qui répond perpendiculairement ſous le point d du ſtyle.

En effet, ſi l'on conçoit le cône dont le ſommet eſt au point S, relevé au deſſus de P, le centre de la baſe au point K relevé au deſſus de G, & le côté PI égal à ds; la circonférence de ſa baſe renfermera tous les points où peut répondre le point d de l'axe. Mais le cercle LD renfermera auſſi tous les points qui ſont éloignés de A & de B autant que le point d: donc c'eſt à la rencontre des deux arcs que doit être le point d de l'axe; donc la perpendiculaire DQ marquera le point de la ſouſtylaire, correſpondant au point d de l'axe.

Ayant un point Q de la ſouſtylaire, on tirera la ligne PQ par le pied du ſtyle, & ce ſera la ſouſtylaire, au moyen de laquelle on décrira le *cadran* par la méthode indiquée ci-devant.

Dans la Gnomonique de M. de la Hire, il y a dix méthodes ſemblables pour trouver par deux ou trois points d'ombre, ou la ſouſtylaire, ou le centre d'un *cadran* incliné, ſans connoître même la déclinaiſon du ſoleil, ni la hauteur du pole; la plupart de ces méthodes ſont aſſez compliquées pour les démonſtrations, & il me ſemble qu'elles ne ſont pas fort utiles pour la pratique.

X. *Cadran ſans ſtyle par la hauteur du ſoleil.* Dans tous les *cadrans* dont nous avons parlé juſqu'ici, il y a un ſtyle parallele à l'axe du monde; mais on peut auſſi trouver l'heure qu'il eſt par la hauteur du ſoleil ou par ſon azimut, de pluſieurs manieres différentes; & c'eſt ce que nous allons expliquer.

L'aſtrolâbe ou planiſphere, dont les aſtronomes depuis Ptolomée ont fait un uſage continuel, s'appliquoit à tous les problêmes de la ſphere & de la Trigonométrie ſphérique. On dut naturellement l'appliquer à trouver l'heure par le moyen de la hauteur du ſoleil; ce qui produiſit les *cadrans* où l'heure eſt marquée par le fil même qui ſert à meſurer la hauteur du ſoleil.

Auſſi voyons-nous ces *cadrans* décrits dans les plus anciens auteurs de Gnomonique. Sébaſtien Munſter en décrit un, dont il dit *quadrans juxta veterum uſum*, & il cite Regiomontanus comme en ayant fait un d'une eſpece particuliere, différent de ceux des anciens. Dans celui de Munſter, les lignes horaires ſont des courbes tracées par la table des hauteurs du ſoleil à différentes heures du jour & en différens temps de l'année; & c'eſt celui que nous allons décrire. Munſter ſe ſervoit de l'aſtrolâbe pour trouver les hauteurs du ſoleil à toute heure; mais il y a des tables des hauteurs qui ſont propres à conſtruire de pareils *cadrans*, elles ſe trouvent dans la *Connoiſſance des temps*, 1782, pour Paris, & pour d'autres latitudes dans la Gnomonique de Dom Bedos, & dans les *Tables du Nonagéſime*, imprimées à Avignon en 1776: celles-ci ont été calculées par M. Trebuchet, d'Auxerre.

On y peut ſuppléer par la réſolution du triangle PZS, que nous avons expliqué *au mot* HAUTEUR, & qui ſert également à trouver l'heure qu'il eſt quand on a obſervé la hauteur du ſoleil, ou la hauteur pour une heure donnée.

Mais, pour un *cadran*, il ſuffiroit de l'opération graphique de l'analême. (*Voy.* PROJECTION.) Soit HO l'horizon, *Fig.* 252, P le pole, EQ l'équateur, MSA le parallele diurne du ſoleil pour une déclinaiſon EM, HB la hauteur obſervée du ſoleil, BC une ligne parallele à AO; ayant ouvert un compas de proportion ſur le rayon MA du parallele, on cherchera quel eſt l'arc dont le double de SA eſt la corde, on en prendra le ſupplément à 180°, & prenant une heure pour 30°, 2^h pour 60°, *&c.* on aura l'heure qui répond à la hauteur BH obſervée, ou à la poſition du point S ſur le parallele diurne du ſoleil.

Connoiſſant la hauteur du ſoleil à différentes heures, nous allons tracer les lignes horaires ſur le *cadran*.

Soient P & C, *Fig.* 270, les deux pinnules que l'on dirige vers le ſoleil pour meſurer ſa hauteur; AB, ED deux arcs de cercles décrits du centre C, dont l'un ſerve pour le ſolſtice d'hiver, l'autre pour le ſolſtice d'été, on pourra en décrire tant qu'on voudra dans l'intervalle AE pour les différens mois de l'année.

Si je veux marquer 9 heures du matin pour le 21 décembre, je cherche la hauteur du ſoleil, qui eſt 7° ½; je prends un arc AF de cette quantité, & le point F eſt un des points de la ligne de 9 heures.

Si je fais la même opération avec la hauteur du ſoleil le 21 juin, qui eſt 46 ½, il faudra prendre ce nombre de degrés ſur le cercle d'en-haut; on aura l'arc EG, & le point G ſera l'autre extrémité de la ligne de 9 heures.

Pour trouver le point qui répond au 1er avril, je me ſers d'un cercle décrit par le point H, & le nombre de degrés que le ſoleil a ce jour-là de hauteur tombant en K, me donne un troiſieme point de la ligne horaire cherchée: quand on a ainſi un grand nombre de points, on trace la ligne à la main.

Le fil à plomb, qui pend librement du centre C, porte un coulant, une perle, un grain d'émail, que l'on peut changer de place; on amene le fil ſur la ligne CA, l'on met la perle à la diſtance CH, ſi c'eſt le premier avril, on dirige les pinnules vers le ſoleil, & le fil à plomb ſe trouvant tomber dans la direction CK à neuf heures, la perle marquera en K ſur la ligne de 9 heures, & l'on ſera sûr qu'il eſt en effet 9 heures du matin.

On a donné dans les ſuppléments *in-folio* de l'Encyclopédie, la deſcription d'un ſemblable *cadran*,

dran, par M. Lambert, diſpoſé tout-différemment, mais qui n'a pas plus d'avantage. Dans les mêmes ſupplémens *au mot* AZIMUT, on trouve la deſcription d'un inſtrument ſemblable pour trouver l'azimut du ſoleil par le moyen de ſa hauteur; il eſt de l'invention de M. Lambert, ainſi qu'un double ſecteur qui ſert au même uſage; mais l'article étant très-long, & ne me paroiſſant pouvoir être que peu d'uſage, il m'a ſemblé ne devoir pas entrer dans ce Dictionaire.

L'anneau ſolaire eſt un *cadran* de même eſpece, c'eſt-à-dire, où l'on marque l'heure par les hauteurs du ſoleil, dans la concavité d'un petit anneau où les lignes horaires ſont tracées, *Bion*, *pag.* 375.

XI. CADRAN *univerſel par les hauteurs du ſoleil*. Ce *cadran*, qui eſt appelé quelquefois *le capucin*, *Fig.* 271, à cauſe de ſa forme pointue de ſa partie ſupérieure, ſe trouve dans Sébaſtien Munſter, ſous le nom de *Quadrangulum Horoſcopium*, ou *Horologium quadrangulum generale*: il eſt auſſi dans Orouce Finé; ce qui me fait penſer que l'invention en eſt plus ancienne que les ouvrages de ces deux auteurs, publiés en 1531. Il eſt décrit dans Clavius, *pag.* 537; mais aucun de ces auteurs n'en a donné la démonſtration: je vais tâcher d'y ſuppléer.

Conſtruction. D'un point *A* pris pour centre, *Fig.* 271, on décrit un arc de cercle *E F*; on prend de chaque côté de la ligne du milieu *A D* des arcs de 23° 28′ pour y marquer les déclinaiſons du ſoleil au premier degré, au 10e & au 20e de chaque ſigne, ou pour le 1, le 10 & le 20 de chaque mois; à droite les déclinaiſons auſtrales, à gauche les déclinaiſons boréales. Pour cet effet, on peut décrire ſur la corde *E F* un cercle diviſé en degrés; on y marquera les longitudes du ſoleil; on tirera par chaque longitude une perpendiculaire ſur *E F*; elle coupera l'arc *E D F* au point de la déclinaiſon cherchée.

Ayant pris *O L* pour la largeur du *cadran*, on décrira un quart-de-cercle *O M*, ſur lequel on prendra les latitudes terreſtres; on en marquera les tangentes ſur le bord extérieur *O V*, & par ces différens points on tirera des perpendiculaires dans le trigone *A E F*: ainſi *A M*, *A G* ſeront égales aux tangentes de 45° de 60°, & les lignes paſſant par les points *M* & *G* parallelement à *E F*, ſont celles où l'index devra être placé ſous les latitudes de 45° & de 60° reſpectivement, & ainſi des autres.

À l'extrémité *L* de la ligne *O A L*, on fera encore un trigone des ſignes *C A B*, en y tranſportant les diviſions de la ligne *M X*, qui paſſe à 45°, & dont la diſtance *A M* eſt égale à *A L*. On mettra en haut les déclinaiſons boréales de *L* en *C*, en bas les déclinaiſons auſtrales de *L* en *B*.

Pour tracer les lignes horaires, on continuera le cercle décrit ſur *O A*; on diviſera la partie *O N L* de 15 en 15 degrés; on tirera des perpendiculaires à *O A*, &c. ce ſeront les lignes horaires *C H*, *A N*, *O P*, en commençant par *C H*, qui ſera la ligne de midi, mais qui ne peut ſervir réellement, parce que la hauteur du ſoleil varie trop peu aux environs du midi.

Uſage. On ſuſpend un fil à plomb ſur le point du trigone *A E F*, qui répond à la hauteur du pole du lieu où l'on eſt, & à la déclinaiſon ou au lieu du ſoleil le jour de l'obſervation. Le fil à plomb a une perle ou un nœud mobile qu'on amene ſur le point de la ligne *B L C*, qui répond encore au lieu du ſoleil ſur le petit trigone. Dans cet état, le grain eſt à la diſtance convenable de la ſuſpenſion pour marquer l'heure ſur les lignes horaires, lorſque de bord ſupérieur *E F* ſera dirigé vers le ſoleil, ou élevé de la quantité de la hauteur du ſoleil par le moyen des pinnules qui ſont au bord ſupérieur de la plaque du *cadran*.

Je ſuppoſe, par exemple, qu'on ſoit à 60° de latitude, & que le ſoleil ſoit au ſolſtice d'été, on ſuſpendra le fil à plomb au point *E*; on fera couler la perle juſqu'en *C*, & la longueur du fil *E C* rendu libre marquera l'heure ſur les lignes *C H*, *A N*, *O P*.

Pour varier aiſément la ſuſpenſion du fil à plomb, on ſe ſert d'un petit bras recourbé & briſé, mobile à frotement, dont on amene l'extrémité ſur le point d'interſection de la ligne de déclinaiſon & de la ligne de latitude.

Démonſtration. Pour plus de facilité, je commencerai par le cas le plus ſimple; ſi l'obſervateur eſt ſous la ligne équinoxiale, & le ſoleil dans l'équateur, le point de ſuſpenſion eſt en *A*, & la perle du fil à plomb partant du point *L* à midi quand le ſoleil eſt au zénith arrive en *N* quand le ſoleil ſe couche, & que la ligne *E F* eſt dirigée vers l'horizon; elle parcourt des arcs égaux en temps égaux, ou 15 degrés à chaque heure ſur la circonférence *L N*; ainſi, les lignes horaires qui ſont tirées de 15 en 15 degrés, ſatisfont dans ce cas-là.

Si le ſoleil eſt dans le tropique, le fil à plomb à midi tombe à l'extrémité *B* du petit zodiaque, ou il fait un angle de 66° avec la ligne *A N*; c'eſt la hauteur méridienne de ce jour-là pour un obſervateur ſitué ſous la ligne. À meſure que la ligne s'abaiſſe, l'angle *B A N* diminue comme la hauteur du ſoleil; les intervalles des lignes horaires, compriſes entre *L H* & *A N*, ſont les coſinus des angles horaires par la conſtruction, puiſqu'on a pris ces angles horaires ſur l'arc *L N*; ainſi, les ſinus des angles du fil à plomb avec la ligne *A N* diminuent comme les co-ſinus des angles horaires. Or il eſt facile de voir que c'eſt auſſi la marche des hauteurs du ſoleil dans ce cas-là. En effet, ſoit *E V*, *Fig.* 33, le diametre de l'équateur, *H O* l'horizon, *T P* le rayon du tropique, décrit par le ſoleil; ſuivant la propriété de la projection de l'analême, le ſoleil à 4 heures répond en *M* dans la projection, en ſorte que le

co ſinus TM de l'angle horaire eſt la moitié du rayon TP du parallele ; mais MT eſt auſſi le ſinus de la hauteur du ſoleil : donc le ſinus de la hauteur du ſoleil eſt comme le co-ſinus de l'angle horaire ; donc le *cadran* répond à ce qui ſe paſſe dans la ſphere pour ce cas-là.

Suppoſons maintenant pour l'obſervateur une latitude quelconque égale à PO, *Fig.* 252, EQ l'équateur, MAF le parallele du ſoleil, K le lieu du ſoleil dans la projection analématique, KL le ſinus de la hauteur du ſoleil, KA le co-ſinus de l'angle horaire ; on voit que la ligne KL ſera toute la journée proportionele à KF, qui eſt la ſomme du co-ſinus de l'angle horaire actuel, & du co-ſinus AF de l'angle horaire au lever ou au coucher du ſoleil.

Or ſi le point de ſuſpenſion dans le *cadran* eſt en E, *Fig.* 271 ; & que la perle décrive l'arc KQC depuis le lever du ſoleil, qu'elle ſera en K juſqu'à midi qu'elle ſera en C, le ſinus, comme QR de l'arc QK, qu'elle aura décrit à ſept heures du matin, ſera la ſomme de QS & de SR, c'eſt-à-dire, du co-ſinus de l'angle horaire à ſept heures, & du co-ſinus de l'angle horaire au point K vers 2e P', qui eſt le lever du ſoleil dans ce cas-là : donc elle marquera les heures & les hauteurs comme nous avons vu qu'elles ſont dans l'analême.

J'ai dit que la perle étoit en C à midi ; il eſt aiſé de voir qu'en effet l'angle CEK eſt égal à la hauteur méridiene du ſoleil ; car le triangle EAC eſt ſemblable au triangle GAL (dont l'angle G eſt égal à la hauteur de l'équateur, puiſque AG eſt la tangente de la latitude), les côtés AE & AC étant plus grands que AG & AL dans le raport de la ſécante de 23^{d} $\frac{1}{2}$ au rayon : ainſi, la ligne EC eſt plus inclinée que GL de 23^{d} $\frac{1}{2}$ par raport à GA ou EK ; donc elle eſt inclinée d'une quantité égale à la ſomme de la hauteur de l'équateur & la déclinaiſon du ſoleil, c'eſt-à-dire, égale à la hauteur méridiene.

On trouve le lever & le coucher du ſoleil ſur ce *cadran* en plaçant le fil à plomb parallélement à la ligne VOP, & regardant à quelle ligne horaire il répond.

On peut auſſi meſurer la hauteur du ſoleil à une heure quelconque, en ſuſpendant le fil en A au centre du demi-cercle LNO qu'on peut diviſer en degrés, & que les lignes horaires partagent en quarts d'heure, qui ſont chacun 3^{d} $\frac{1}{2}$ de la circonférence.

Dans les ſupplémens de l'Encyclopédie *au mot* Heure, on a donné la deſcription & la figure de ce *cadran*, d'après un journal Anglois, en y ajoutant un quart-de-cercle mobile, avec une alidade & deux regles qui ſe meuvent par des couliſſes pour placer le centre du quart-de-cercle ſur un point quelconque. Mais l'ancienne méthode que j'ai ſuivie ici eſt auſſi commode & moins diſpendieuſe ; & j'ai cru qu'il falloit préférer ici l'explication des *cadrans*, que l'on a le plus ſouvent exécutés, & que l'on rencontre le plus fréquemment.

On trouve auſſi dans les ſupplémens de l'Encyclopédie *au mot* Canran, la deſcription d'un inſtrument, qui donne également l'heure par le moyen de la hauteur en faiſant mouvoir une regle pour différentes latitudes, & une alidade pour les différentes déclinaiſons : cet inſtrument eſt de M. Lambert.

XII. *Cadran analématique* ou *azimutal*, *Fig.* 274. Il fut donné en 1644, par Vaulezard, dans un ouvrage françois, intitulé : *Traité de l'origine, démonſtration, conſtruction & uſage du cadran analématique*, & il fit le principal objet d'un livre de Forſter, publié, en 1654, à Londres ſous le nom de *Elliptical Horologiography*. Ce *cadran* a été copié depuis par tous les auteurs de Gnomonique, toujours ſans démonſtration : ce qui fit que j'en donnai une dans les *Mémoires de l'Académie*, année 1737 ; mais en voici une autre bien plus ſimple, déduite du principe de la projection orthographique.

Conſtruction. Soit ABD, *Fig.* 272, une ellipſe décrite ſur un plan horizontal, dont le petit axe ſoit au grand, comme le ſinus de la latitude eſt au rayon (à Paris comme 753 eſt à 1000) ; du centre C, l'on prendra ſur la méridiene du côté du nord, quand le ſoleil déclinera au nord une diſtance CM égale au produit du co-ſinus de la latitude par la tangente de la déclinaiſon du ſoleil (à Paris 286 au ſolſtice), on élévera en M un ſtyle vertical. On diviſera l'ellipſe ABD en heures par des perpendiculaires comme EF abaiſſées de 15 en 15 degrés du cercle circonſcrit AED, & le ſtyle marquera l'heure ſur la circonférence de l'ellipſe.

Démonſtration. Soit HO, *Fig.* 273, l'horizon vu de profil, on projeté ſur le méridien, OEQ la projection de l'équateur ou d'un *cadran* équinoxial, dont le ſtyle eſt BES. Concevons que le *cadran* équinoxial ſoit projeté ſur l'horizon par des perpendiculaires, ſa circonférence formera une ellipſe, dont le petit axe HO ſera le ſinus de l'angle Q égal à la latitude du lieu. Le ſtyle ES, qui eſt égal à la tangente de la déclinaiſon, aura pour projection MC ou SA plus petite que SE dans le raport du ſinus de l'angle SEA, ou du co-ſinus de la latitude au rayon.

Au moment où le ſommet du ſtyle S marque l'heure ſur un point horaire de la circonférence du *cadran* équinoxial, on peut conſidérer le rayon ſolaire, qui va du ſommet du ſtyle au point horaire, comme projeté, ainſi que le ſommet S, la projection de ce rayon ſolaire ira du point M au point où ſe projete le point horaire ; ainſi on peut ne conſidérer que la projection, & l'on ſentira que le point M doit faire ombre ſur le point de l'ellipſe, qui répond au même point du cercle, ou qui en eſt la projection.

On peut auſſi concevoir un cercle vertical paſſant par le ſoleil & par le ſommet du ſtyle S,

l'ombre du point *S* ſera néceſſairement dans ce vertical, ainſi que le point horaire du *cadran*, & ſa projection; donc le point *M* & l'ombre toute entiere du ſtyle vertical *S M*, ſe trouveront dans le plan du même cercle vertical; donc l'ombre du point *S* & du point *M* tombera ſur le point de l'ellipſe où tombe le point horaire du cercle ou du *cadran* équinoxial.

Pour éviter le calcul de la quantité *C M*, on peut employer la conſtruction ſuivante. Ayant pris un arc *P O*, *Fig.* 273, égal à la hauteur du pole, & *D O* égal à la déclinaiſon, on tirera *E P*, *E D* & la perpendiculaire *P G*; le ſegment *G K* ſera la quantité dont le ſtyle devra être éloigné du centre, ſur un *cadran* dont le raynn *E O* ſeroit le demi-grand axe. En effet, *G K* = *E G*, rang. déclin. = co-ſ. latit. tang. déclin. expreſſion qui revient au même que celle de la démonſtration précédente.

On peut auſſi trouver le point *M* en cherchant le foyer *F* de l'ellipſe, & faiſant l'angle *C F M* égal à la déclinaiſon du ſoleil; car la diſtance *B F* du foyer au petit axe eſt égale au rayon *A C*; ainſi *C F* eſt le co ſinus de la latitude: donc *C M* = co-ſ. lat. tang. déclin.

On trouve dans la plupart des auteurs une conſtruction fort compliquée, & que je ne raporterai point ici par cette raiſon, mais elle revient au même que celle-ci.

On lit auſſi dans les ſupplémens de l'Encyclopédie *in-folio* une théorie générale, mais très-longue de ce *cadran*, & une conſtruction géométrique de M. Lambert; mais je crois l'article précédent très-ſuffiſant pour le *cadran* azimutal.

Il eſt inutile de parler ici de la maniere de tracer une ellipſe; on peut le faire ou avec un cordon égal au grand axe, fixé ſur les deux foyers, ou avec un compas à ellipſe, ou enfin avec deux cercles concentriques diviſés en 24 heures, de la maniere que nous expliquerons en parlant des ellipſes.

Voici une table des principales meſures néceſſaires à la conſtruction de ces *cadrans* pour différentes hauteurs du pole.

La moitié du grand axe étant diviſée en 1000 parties égales, on voit dans cette table combien de ces parties doit avoir la diſtance qu'il faut mettre entre le centre du *cadran* & le ſtyle, le 21 de chaque mois, ou à l'entrée du ſoleil dans chaque ſigne.

Distances entre le centre et le style, dans un Cadran analématique.

Hauteurs du pole ou latitudes.	21 { *Février, Avril, Août, Octobre.*	21 { *Janvier, Mai, Juillet, Novembre.*	21 { *Juin, Décembre.*	*Moitié du petit axe.*
30 d	176	318	376	500
35	166	301	356	574
40	156	282	333	643
45	144	260	307	707
50	131	236	279	766
55	117	210	249	819

Ce *cadran* azimutal a l'avantage de n'être pas ſujet à l'inégalité des réfractions.

M. Lambert a remarqué dans les éphéméride de Berlin, pour 1777, qu'on peut ſubſtituer à l'ellipſe un cercle horizontal diviſé en parties égales, pourvu que le ſtyle ſoit incliné vers le point qui tient le milieu entre le zénith & le pole, & que ſa diſtance au centre ſoit égale au produit de la tangente de la moitié de la hauteur de l'équateur par celle de la déclinaiſon; je n'en donnerai pas ici la démonſtration; c'eſt un objet de pure curioſité.

XIII. Cadran *cylindrique par les hauteurs*. On fait ſouvent de petites colonnes portatives qui, préſentées au ſoleil, y marquent l'heure qu'il eſt, au moyen d'un ſtyle horizontal perpendiculaire à l'axe du *cadran*. On voit dans la *Figure* 275 le dévelopement du papier dont on environe le cylindre; la ligne *B A* qui eſt égale à la circonférence du cylindre, eſt diviſée en ſix parties égales pour répondre à ſix mois de l'année, parce que les ſix autres ſe répetent ſur les mêmes diviſions. Sur chacune de ces diviſions, on tire une ligne verticale comme *C D*, ſur laquelle on cherche les points de chacune des lignes horaires, par le moyen de la table des hauteurs du ſoleil à différentes heures du jour. Pour cet effet, ayant pris une longueur *S T* égale à la ſaillie du ſtyle qui doit faire ombre, on tire une ligne *T E* qui faſſe un angle *T* égal à la hauteur du ſoleil pour le jour & l'heure donnés; par exemple, à deux heures pour le 20 de mai ou de juillet, & l'on porte la longueur *S E* de *C* en *F* ſur la ligne du 20 mai ou du 20 juillet; le point *F* marque

l'endroit où doit paſſer la ligne de deux heures : car lorſque le ſtyle ſera tourné ſur le point C, & expoſé directement au ſoleil de maniere que ſon ombre couvre la ligne C D, la pointe T du ſtyle jétera ſon ombre au point F & y marquera deux heures, puiſque la ligne G F H eſt la ligne de 2 heures. On trouvera de plus grands détails ſur cette eſpece de *cadran*, dans la *Gnomonique* de Dom Bedos 1774 ; mais ce que je viens de dire ſuffit pour en faire comprendre le principe, & peut-être même pour la plupart de ceux qui voudroient en conſtruire.

XIV. CADRAN *qui ſe voit à Paris ſur la colonne de l'hôtel de Soiſſons ou de la halle au blé.* L'hôtel de Soiſſons fut bâti en 1573 par Cathérine de Médicis, ſur l'emplacement de l'ancien hôtel de Neſle ; il prit le nom d'hôtel de Soiſſons en 1604, ayant été acheté par Charles de Bourbon, comte de Soiſſons : le prince de Carignan, mort en 1741, ayant laiſſé des dettes, les créanciers le firent démolir ; la ville de Paris acheta le terrain, & l'on y a bâti la halle au blé.

Cathérine de Médicis y avoit fait faire une colonne de 80 pieds de haut, par Jean Bulland : M. de Bachaumont l'acheta pour empêcher qu'elle ne fût démolie ; & en 1764, M. de Viarmes, prévôt des marchands, engagea M. Pingré à y faire un *cadran* ſolaire ; il n'y en avoit aucun parmi ceux qui avoient été décrits juſqu'alors qui pût convenir à cette colonne, & M. Pingré a imaginé celui dont je vais donner la deſcription d'après l'ouvrage qu'il publia en 1764 : *Mémoire ſur la colonne de la halle aux blés* ; à Paris, chez Barrois. J'y ajouterai les réſultats des calculs qu'il n'avoit point publiés, & une figure exacte du *cadran*, avec la partie de la colonne ſur laquelle il eſt tracé.

On a choiſi à 50 pieds de hauteur au deſſus du pavé un eſpace de 9 pieds, qu'on a rendu cylindrique en rempliſſant les cannelures de la colonne, & qui s'eſt trouvé avoir 29 pieds 9 pouces 9 lignes & $\frac{1}{2}$ de circonférence, & le rayon en lignes 683,35. Une ligne verticale tirée ſur la face méridionale de ce tambour, exprime la ſection du méridien & de la colonne ; les interſections des cercles horaires ſont des ellipſes qu'on y a tracées, & qui forment ſur le tambour les lignes horaires du *cadran*.

Un cercle horizontal qui fait le tour de la partie ſupérieure, porte 15 ſtyles horizontaux qui ont 4 pieds 5 pouces 2 lignes de ſaillie, & dont chacun couvre par ſon ombre une des ellipſes horaires à l'heure qu'elle marque.

Toutes ces lignes horaires ſe réuniſſent en un point qui exprime le pole auſtral ou l'interſection de l'axe du monde & du *cadran* ; il eſt au deſſous de l'horizontale de 5 pieds 3 pouces 2 lignes $\frac{1}{10}$, qui eſt la tangente de la latitude du lieu 41° 8′ 10″, pour un rayon de 4 pieds, 8 pouces, 15 lignes, 35.

Pour trouver la place des ſtyles ſur le cercle ſupérieur, ou l'interſection des lignes horaires avec l'horizon, il ſuffit d'avoir le point de l'horizon où paſſent les cercles horaires d'une heure, de deux heures, &c. Soit *H P O* le méridien, *Fig.* 40, *P* le pole, *P X* le cercle horaire d'une heure, qui fait avec le méridien un angle *P* de 15° ; dans le triangle *P O X* rectangle en *O*, dont on connoît *P O* qui eſt la latitude du lieu, 48° 51′ 50″, & l'angle *P*, l'on trouvera *H X*, 51° 24′ 34″ : ainſi, le premier ſtyle eſt implanté à 51° 24′ 34″ de la méridiene ſur le cercle horizontal du *cadran*. Cet angle eſt le même que celui de la ligne d'une heure ſur un *cadran* horizontal ; j'en ai donné la table ci-deſſus : mais voici les complémens des angles *X*, ou les inclinaiſons des cercles horaires par raport aux verticaux, pour ſervir à tracer les lignes horaires ſur le *cadran*, telles qu'on les voit dans la *Figure* 276.

Heures.		*Inclinaiſon des cercles horaires.*
Soir.	*Matin.*	
1	11	9° 48′
2	10	59 12
3	9	27 43
4	8	34 44
5	7	39 27
6	6	41 8
7	5	39 27
8	4	34 44

Pour tracer les courbes horaires ſur le tambour, il falloit en chercher pluſieurs points. Je ſuppoſe qu'on veuille ſavoir à quelle diſtance de la méridiene paſſe la ligne d'une heure priſe un pied au deſſous de la ligne horizontale ; je ſuppoſe que *H* ſoit le pied du ſtyle d'une heure ou de onze heures, *H V* une ligne verticale tirée ſur la ſurface de la colonne, *O* le point cherché ſur la ſurface de la colonne, *O V* une ligne horizontale tirée du point *O* au dedans de la colonne perpendiculairement ſur le plan du vertical, dont *H V* eſt l'interſection ; on a trouvé ci-deſſus l'angle formé en *H* entre le vertical & le plan du cercle horaire dans lequel eſt la ligne horaire *H O* ; on cherchera la longueur de la perpendiculaire *O V*, en diſant : Le ſinus total eſt à un pied ou 144 lignes, comme la tangente de 9° 48′ 10″ $\frac{1}{2}$ à la perpendiculaire *O V*, 248 l. 81. Cette perpendiculaire forme un triangle horizontal avec le rayon de la colonne qui paſſe en *O* ; & pour avoir l'angle au centre, il ſuffira de dire : Le rayon de la colonne 683,35 eſt à *O V*, comme le ſinus total eſt au ſinus d'un angle qu'on trouvera 2° 5′ 12″ ; c'eſt la diſtance horizontale entre le vertical du

Digitized by Google

point *O* & celui du point *H* : or le vertical du point *H*, ſuivant le calcul précédent, eſt éloigné de 11° 24′ 34″ de la méridiene ; donc le point *O* en ſera éloigné de 9° 19′ 22″. M. Pingré a calculé ainſi de pied en pied pour la hauteur, la ſituation horizontale de chaque ligne horaire, & il a fait paſſer ſes courbes par tous les points ainſi marqués.

Diſtance de la méridiene.	I heure.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.
Sur l'horizontale,	11°. . 25′	23°. . 30′	36°. . 59′	52°. . 32′	70°. . 25′	90°. . 0′.	109°. . 35′
un pied plus bas.	9 . . 19	19 . . 17	30 . . 38	44 . . . 8	60 . . 26	79 . . 24	99 . . 36
2 piedi	7 . . 14	15 . . . 4	24 . . 11	35 . . 32	50 . . . 7	68 . . 24	89 . . 17
3	5 . . . 8	10 . . 47	17 . . 35	26 . . 32	39 . . . 4	56 . . 29	78 . . 14
4	3 . . . 2	6 . . . 26	10 . . 42	16 . . 46	26 . . 29	42 . . 35	. . . . .
5	0 . . 55	1 . . . 58	3 . . 22	5 . . . 36	10 . . 18	23 . . . 2	. . . . .
6	1 . . 13	2 . . . 37	4 . . 39	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .
7	3 . . 21	7 . . . 24	13 . . 49	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .
8	5 . . 31	12 . . 27	25 . . 22	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .
9	7 . . 43	17 . . 51	48 . . 17	. . . . .	. . . . .	. . . . .	. . . . .

On voit ſur cette colonne d'autres courbes qui ſont dorées, & qui marquent les arcs des ſignes : ils ſont repréſentés dans la figure ; mais il ſeroit trop long d'en donner ici la démonſtration & le calcul.

XV. Canaan *aux étoiles* ; on l'appele quelquefois *nocturnal de Munſter*. Il eſt compoſé de trois pieces principales ; 1°. une platine *C D*, *Fig.* 277, percée au centre *G* pour apercevoir l'étoile polaire au travers ; 2°. un *cadran* mobile diviſé en 24 heures ; 3°. une alidade *G H* mobile autour du cercle, & dont une partie déborde la circonférence. On ſuppoſe que l'on regarde l'étoile polaire par le trou du centre, le manche *B* étant en bas dans le plan d'un vertical, le plan de l'inſtrument incliné comme l'équateur. On regarde en même temps une autre étoile circompolaire, & l'on place l'alidade ſur cette étoile. La figure eſt faite pour la claire de la petite ourſe qui eſt la précédente, ou ſupérieure des deux gardes ou des deux belles étoiles de la petite ourſe, marquée *β* ; elle a 14^h 51′ d'aſcenſion droite : ainſi, elle paſſe au méridien à midi le 7 novembre. Le *cadran* des heures eſt mobile ſur la platine, de maniere que l'heure du paſſage au méridien (de l'étoile pour laquelle il eſt fait) ſoit toujours à la partie ſupérieure, & le paſſage inférieur au bas de la platine. Par exemple, la claire de la petite ourſe paſſe au méridien inférieur à minuit le 7 novembre ; ſi l'on amene donc le nombre 12 en bas où eſt le 7 novembre, marqué d'une fleur de lis dans la figure, le cercle des heures eſt diſpoſé comme un *cadran* équinoxial fait pour le ſoleil ; le midi eſt en haut, parce que l'étoile paſſe à midi ; le 5 décembre elle paſſe à dix heures ; il faut donc que les 10^h du *cadran* ſoient en bas ce jour-là ; pour cela on avance à droite de 30° l'index, la fleur de lis ou les 12^h, ou on les met au 5 de décembre.

Il y a 200 ans que l'on comptoit 11 jours de moins à pareille ſituation du ſoleil : auſſi l'on trouve de ces *cadrans* où il y a le 27 octobre ; cette différence vient du vieux ſtyle ſur lequel on comptoit 11 jours de moins. *Voyez* Calendrier. La préceſſion de l'étoile eſt peu conſidérable. On ſe ſervoit aſſez ſouvent des deux dernieres étoiles de la grande ourſe ; on mettoit alors en bas le 29 août ; c'étoit à peu près cela dans le dernier ſiecle. Actuélement c'eſt le 3 ſeptembre ; car ce jour-là on a 10^h 48 ou 50′ pour l'aſcenſion droite du ſoleil, égale à celle de ces deux étoiles. Les heures vont vers la gauche en haut, parce qu'en regardant le nord, les étoiles qui avancent vers le couchant vont à gauche.

Les jours du mois vont auſſi à gauche ou du même ſens, puiſque plus le ſoleil avance dans l'écliptique, & plus l'étoile avance en paſſant plutôt au méridien ; il faut donc qu'on ait dans le méridien un moindre nombre d'heures, & pour cela on doit tourner le *cadran* vers la gauche.

On ne fait plus guere de ces ſortes d'inſtrumens ; ils ne ſauroient avoir de la préciſion à cauſe de leur petiteſſe, & à raiſon de la différence qu'il y a entre l'étoile polaire & le vrai pole du monde auquel on ne peut pas diriger le centre de l'inſtrument.

On peut trouver l'heure exactement par le paſſage des étoiles au deſſous de la polaire ; je l'ai expliqué en détail dans le premier volume de mon Aſtronomie, où j'ai donné la table de ce qu'il faut ajouter à la diſtance de l'équinoxe au ſoleil, pour avoir exactement l'heure qu'il eſt quand une étoile paſſe dans le vertical ou dans l'aplomb de l'étoile polaire. *Voyez* Étoile.

XVI. Le *cadran à la lune* ou le *cadran lunaire* eſt celui qui montre l'heure pendant la nuit, par le moyen de la lumiere de la lune, ou de l'ombre d'un ſtyle que la lune éclaire. On peut faire

Digitized by Google

des *cadrans* où les interſections des lignes horaires avec les lignes qui marquent le quantieme à la lune, indiquent l'heure; mais on peut ſe ſervir auſſi d'un *cadran ſolaire*, comme ſi c'étoit un *cadran lunaire*, c'eſt à-dire, trouver l'heure à la lune par le moyen d'un *cadran ſolaire*. On obſervera l'heure que l'ombre du ſtyle montre à la lumiere de la lune; on trouvera l'âge de la lune dans le calendrier, & on multipliera le nombre des jours par trois quarts; le produit ſera le nombre d'heures qu'il faut ajouter à l'heure marquée par l'ombre, afin d'avoir l'heure qu'on demande. La raiſon de cette pratique eſt, que la lune paſſe tous les jours au méridien, ou à quelque cercle horaire que ce ſoit, trois quarts d'heure plutard que le jour précédent: or le jour de la nouvele & de la pleine lune, elle paſſe au méridien en même-temps que le ſoleil; d'où il s'enſuit, par exemple, que le troiſieme jour après la nouvele lune, elle doit paſſer deux fois trois quarts d'heure ou une heure & demie plutard au méridien; le 16 de la lune il y a douze heures, & ainſi des autres.

Si le nombre des jours multipliés par $\frac{3}{4}$ & ajoutés au nombre des heures excede 12, il faudra en ôter douze.

Les arcs des ſignes que l'on voit ſouvent ſur les grands *cadrans* & même ſur les petits, ſont des courbes hyperboliques décrites par l'ombre de la pointe du ſtyle en divers temps de l'année; on n'en trace jamais que ſix, trois au deſſus de l'équinoxial, & trois au deſſous; comme on les voit ſur le *cadran* vertical, *Fig.* 278, la ligne équinoxiale ♈ ♎ tenant lieu de la courbe qui répond aux équinoxes.

Pour tracer ces courbes on en cherche un point ſur chaque ligne horaire au moyen du *Trigone*, *Fig.* 279. C'eſt un inſtrument compoſé d'une regle *DA* & d'un ſecteur de cercle qui a 23° $\frac{1}{2}$ de chaque côté de la ligne du milieu, perpendiculaire à *DA*; les points *c* & *d* ſont éloignés de 11° 29′ du milieu, & les points *b* & *f* de 20° 10′. Ce ſont les déclinaiſons du ſoleil à un ſigne & à deux ſignes de diſtance aux équinoxes. La ligne *DA* repréſentant l'axe du monde ou le ſtyle d'un *Cadran*, les rayons *Da*, *Db*, &c. repréſentent les rayons ſolaires au commencement de chaque ſigne.

On diſpoſe l'inſtrument en ſorte que le bout de regle *AD* ſoit le long de l'axe du *cadran*, *Fig.* 280, le point *D* à l'extrémité du ſtyle, & le plan de l'inſtrument dans le plan du cercle horaire, ſur lequel on veut opérer; c'eſt dans la figure le plan même du méridien. On prend enſuite le fil *DF* par l'extrémité *F*, & on l'étend, en ſorte qu'il paſſe par-deſſus une diviſion de l'inſtrument; on fait une marque *f* à l'endroit où le fil rencontre la ligne horaire du *cadran*; & cette marque eſt un des points par où paſſera l'arc du ſigne, auquel la diviſion dont on s'eſt ſervi, ſe raporte: c'eſt dans notre figure aux ſignes du ♌, & des ♓; de même aux autres diviſions.

Après avoir ainſi trouvé dans un cercle horaire les ſept rencontres ou extrémités des ſept lignes de l'inſtrument prolongées, on le changera de poſition, en ſorte que ſon plan coïncide avec le plan d'un autre cercle horaire, dans lequel on trouvera de même les extrémités du prolongement des lignes de l'inſtrument; on ne les a marqué ſur la figure 280 que ſur la ligne méridiene. Ayant ainſi dans chaque ligne horaire les points que le fil aura marqué pour chaque ſigne, il ne reſte plus qu'à les joindre les uns aux autres; ſavoir tous les ♈ enſemble, tous les ♉, *&c.* & l'on aura les arcs des ſignes tracés, ainſi qu'ils ſont dans la *Fig.* 278 & d'autant plus exactement, que le nombre des lignes horaires ſera plus grand.

On doit remarquer que tous les ♈ ſont en ligne droite; c'eſt qu'ils repréſentent l'interſection de l'équateur & du plan du cadran, qui eſt une ligne droite; les autres ſont des ſections coniques, parce qu'elles repréſentent l'interſection du plan du *cadran*, & des ſurfaces coniques que décrivent les rayons. Ces courbes ont un axe commun, qui eſt la ſouſtylaire.

Ce moyen de trouver les arcs des ſignes, en ſe ſervant de l'inſtrument, n'eſt pas très-exact ſi le *cadran* eſt fort grand, on peut bien avec un petit inſtrument prendre des angles, dont les côtés ſont très-grands, mais l'erreur ſe multiplie. Voici une autre méthode fondée ſur la même théorie.

Il faut tracer en grand ſur un mur ou ſur le planeher, la figure du *trigone* telle qu'elle eſt repréſentée, *Fig.* 281, ſur la ligne ♈ *D*; élever la perpendieulaire *DA*, égale à la longueur de l'axe du *cadran*; prendre enſuite ſur la ligne *D*-♈ l'intervalle *Do*, égal à la diſtance du ſommet du ſtyle à l'équinoxiale du *cadran* ſur une ligne horaire, mener enſuite la ligne *AM*; elle ſera coupée par les lignes du *trigone* aux points *a b c o d f g*; qu'il faut enſuite raporter ſur la ligne horaire à laquelle apartient la diſtance *Do* dont on s'eſt ſervi; procéder ainſi ſur chaque ligne horaire, & joindre enſuite enſemble tous les points correſpondans au même ſigne comme dans la premiere méthode.

Pour trouver les mêmes points par le calcul, il faut connoître l'angle du ſtyle avec la ligne horaire, dont la meſure eſt l'arc *PO*, *Fig.* 267, du cercle horaire compris entre le pole & le plan du *cadran*; il faut connoître auſſi la diſtance *SX*, *Fig.* 263, entre le ſommet du ſtyle & le centre du *cadran*, en pieds, pouces & lignes; ce qui eſt facile dès qu'on a la hauteur du ſtyle droit *SP* & l'angle *SXP* du ſtyle & de la ſouſtylaire, dont la meſure eſt *PT*, *Fig.* 267. Alors dans le triangle *ADf*, *Fig.* 280, connoiſſant l'angle *ADf* diſtance du ſoleil au pole, qui eſt la ſomme ou la différence de 90° & de la déclinaiſon du ſoleil avec l'angle *DAf*, & le côté *AD*, on trouvera la longueur de *Af*.

La méridiene du temps moyen eſt une des choſes qui méritent le plus d'être tracées ſur de grands

Cadrans, parce que le temps moyen & uniforme eſt celui que l'on devroit toujours employer dans l'uſage de la vie comme dans les obſervations & les tables aſtronomiques. Cependant la premiere ligne de cette eſpece a été celle de M. de Fouchy chez le comte de Clermont. On en trouve la deſcription détaillée dans les Gnomoniques faites par Deparcieux & D. Bedos.

La méridiene, *Fig.* 284, eſt ſuppoſée horizontale; elle eſt environée d'une courbe qui commence en haut le 21 juin 76″ à droite, & finit en bas le 21 décembre 78″ à gauche de la méridiene du temps vrai.

Pour tracer cette courbe, il faut tracer les arcs des ſignes de cinq en cinq degrés, diviſer un quart d'heure avant & après midi en minutes & en ſecondes, prendre dans une table de l'équation du temps la différence entre le midi vrai & le midi moyen, & la prendre ſur l'arc du ſigne qui répond au jour donné; & l'on a ainſi une ſuite de points par leſquels on fait paſſer une courbe.

On traçoit autrefois ſur de grands *cadrans* les heures italiques, babyloniques & judaïques, ainſi nous devons en donner ici une petite explication.

Les heures italiques qui commencent au coucher du ſoleil, & les heures babyloniennes qui commencent au lever, doivent commencer à la ligne horizontale *HQ*, *Fig.* 282, qui eſt la ligne de 24 heures italiques ſi le *cadran* regarde le couchant, ou de 24 heures babyloniques s'il regarde l'orient.

Le point de l'équinoxiale *EQ* marqué 5^h du ſoir pour un *cadran* occidental, apartient à la ligne de 23^h italiques ou de 11^h babyloniques, puiſque le ſoleil étant dans l'équateur ſe couche à 6 heures, donc à cinq heures du ſoir il eſt 23 heures d'Italie, mais alors il ſe leve à 6 heures du matin, donc il eſt 11^h de Babylone.

Le même point marqué 11^h du matin pour un *cadran* oriental, apartient à 13^h italiques & à une heure babylonique.

Pour avoir un autre point de chacune des lignes dont nous venons de parler, il faut décrire un parallele diurne *ABCDFG*, c'eſt-à-dire, un des arcs des ſignes que nous venons d'expliquer. Je choiſis pour exemple celui que le ſoleil décrit quand il ſe leve à 8 heures du matin, & qu'il ſe couche à 4 heures du ſoir; le point *C* qui précede d'une heure le coucher ſur un *cadran* occidental, apartient à la ligne de 23 heures italiques & à la ligne de 7 heures babyloniques.

Le point *C* ſur un *cadran* oriental, ſuit d'une heure le lever du ſoleil; ainſi il apartient à la ligne d'une heure babylonique, & à la ligne de 17 heures italiques.

Quand on aura bien compris cet exemple, on poura tracer toutes les lignes dont il s'agit; je n'entrerai pas dans un plus grand détail, puiſque l'on ne fait plus aucun uſage des lignes horaires babyloniques, & très-peu des italiques. *Voyez* M. DE LA HIRE, *page* 153.

Les heures judaïques, appelées auſſi les heures antiques ou planétaires, commençoient au lever du ſoleil, diviſoient le jour & la nuit ſéparément en 12 heures; ainſi, pour les tracer ſur un *cadran*, il faut diviſer les arcs ſémi-diurnes ſur les paralleles ou arcs des ſignes en ſix parties égales depuis l'horizontale juſqu'à la méridiene; par les points de diviſion on tirera des lignes courbes qui feront les lignes horaires ſur leſquelles la pointe du ſtyle marquera les heures judaïques.

Par exemple le parallele *AO*, *Fig.* 283, pour le ſolſtice d'hiver depuis la méridiene en *A* juſqu'à la ligne horizontale en *O*, renferme 4 heures qui répondent à la partie *EQ* de l'équinoxiale, c'eſt cette partie qu'il faut diviſer en ſix également.

Du point *C* centre diviſeur de l'équinoxiale, on décrira un arc de cercle *DF*, on tirera des rayons aux points *E* & *Q* de l'équinoxiale, & l'on diviſera en ſix parties égales l'arc *EQ*, qui dans ce cas eſt de 60°. On conduira des lignes *CG*, *CH*, *CI*, *CK*, *CL*, juſqu'à l'équinoxiale: par ces points de l'équinoxiale on tirera des lignes qui ſe dirigent vers le centre, s'il y en a un dans le *cadran* propoſé; ces lignes *Gg*, *Hh*, &c. diviſeront l'arc ſémi-diurne *AO* en ſix parties égales.

Les autres paralleles étant diviſés de même, on marquera d'abord les autres points de diviſion de chacun, à partir de l'horizontale ou de la méridiene, & la courbe qui paſſera par tous ces points ſera une des lignes horaires antiques.

Digitized by Google

TABLE DES DÉCLINAISONS DU SOLEIL,

A CHAQUE JOUR DU MOIS,

Poue une année moyene entre deux biſſextiles, vers la fin de ce ſiecle, telle que les années 1782, 1786, 1790.

JANVIER.			FÉVRIER.			MARS.			AVRIL.			MAI.			JUIN.		
Jours.	Déclin. Auſtrale.		Jours.	Déclin. Auſtrale.		Jours.	Déclin. Auſtrale.		Jours.	Déclin. Boréale.		Jours.	Déclin. Boréale.		Jours.	Déclin. Boréale.	
	D.	M.		D.	M.		D.	M.		D.	M.		D.	M.		D.	M.
1	22	59	1	16	58	1	7	25	1	4	42	1	15	12	1	22	7
2	22	54	2	16	41	2	7	2	2	5	5	2	15	30	2	22	15
3	22	48	3	16	23	3	6	39	3	5	28	3	15	47	3	22	22
4	22	41	4	16	5	4	6	16	4	5	51	4	16	5	4	22	29
5	22	35	5	15	47	5	5	53	5	6	14	5	16	22	5	22	36
6	22	27	6	15	29	6	5	30	6	6	36	6	16	39	6	22	42
7	22	20	7	15	10	7	5	6	7	6	59	7	16	55	7	22	48
8	22	12	8	14	51	8	4	43	8	7	21	8	17	12	8	22	54
9	22	3	9	13	32	9	4	19	9	7	44	9	17	28	9	22	59
10	21	54	10	14	12	10	3	56	10	8	6	10	17	43	10	23	3
11	21	45	11	13	52	11	3	32	11	8	28	11	17	59	11	23	8
12	21	35	12	13	32	12	3	9	12	8	50	12	18	14	12	23	12
13	21	25	13	13	12	13	2	45	13	9	11	13	18	29	13	23	15
14	21	14	14	12	52	14	2	22	14	9	33	14	18	43	14	23	18
15	21	3	15	12	31	15	1	58	15	9	54	15	18	58	15	23	21
16	20	51	16	12	10	16	1	34	16	10	16	16	19	11	16	23	23
17	20	40	17	11	49	17	1	11	17	10	37	17	19	15	17	23	25
18	20	27	18	11	28	18	0	47	18	10	58	18	19	38	18	23	26
19	20	15	19	11	7	19	0	23	19	11	19	19	19	51	19	23	27
20	20	2	20	10	45	20	0B.	1	20	11	39	20	20	4	20	23	28
21	19	48	21	10	24	21	0	24	21	12	0	21	20	16	21	23	28
22	19	35	22	10	2	22	0	48	22	12	20	22	20	28	22	23	28
23	19	20	23	9	40	23	1	12	23	12	40	23	20	39	23	23	27
24	19	6	24	9	18	24	1	35	24	12	59	24	20	51	24	23	26
25	18	51	25	8	55	25	1	59	25	13	19	25	21	1	25	23	25
26	18	36	26	8	33	26	2	22	26	13	38	26	21	12	26	23	23
27	18	21	27	8	10	27	2	46	27	13	58	27	21	22	27	23	20
28	18	5	28	7	48	28	3	9	28	14	16	28	21	32	28	23	18
29	17	49				29	3	32	29	14	35	29	21	41	29	23	14
30	17	32				30	3	56	30	14	53	30	21	50	30	23	11
31	17	15				31	4	19				31	21	59			

TABLE DES DÉCLINAISONS DU SOLEIL,

À CHAQUE JOUR DU MOIS,

Pour une année moyenne entre deux biſſextiles, vers la fin de ce ſiecle, telle que les années 1782, 1786, 1790.

JUILLET.			AOÛT.			SEPTEMB.			OCTOBRE.			NOVEMBRE.			DÉCEMBRE.		
Jours.	Déclin. Boréale.		Jours.	Déclin. Boréale.		Jours.	Déclin. Boréale.		Jours.	Déclin. Auſtrale.		Jours.	Déclin. Auſtrale.		Jours.	Déclin. Auſtrale.	
	D.	M.		D.	M.		D.	M.		D.	M.		D.	M.		D.	M.
1	23	7	1	17	58	1	8	11	1	3	20	1	14	35	1	21	54
2	23	3	2	17	43	2	7	49	2	3	43	2	14	54	2	22	3
3	22	58	3	17	27	3	7	27	3	4	6	3	15	13	3	22	12
4	23	53	4	17	11	4	7	4	4	4	30	4	15	31	4	22	20
5	22	47	5	16	55	5	6	42	5	4	53	5	15	50	5	22	27
6	22	41	6	16	38	6	6	20	6	5	16	6	16	8	6	22	34
7	22	35	7	16	22	7	5	57	7	5	39	7	16	25	7	22	41
8	22	28	8	16	5	8	5	35	8	6	2	8	16	43	8	22	48
9	22	21	9	15	47	9	5	12	9	6	25	9	17	0	9	22	53
10	22	14	10	15	30	10	4	49	10	6	48	10	17	17	10	22	59
11	22	6	11	15	12	11	4	26	11	7	10	11	17	34	11	23	4
12	21	57	12	14	54	12	4	3	12	7	33	12	17	50	12	23	8
13	21	49	13	14	36	13	3	40	13	7	55	13	18	6	13	23	12
14	21	40	14	14	17	14	3	17	14	8	18	14	18	22	14	23	16
15	21	30	15	13	59	15	2	54	15	8	40	15	18	37	15	23	19
16	21	21	16	13	40	16	2	31	16	9	2	16	18	52	16	23	22
17	21	10	17	13	20	17	2	8	17	9	24	17	19	7	17	23	24
18	21	0	18	13	1	18	1	44	18	9	46	18	19	21	18	23	26
19	20	49	19	12	41	19	1	21	19	10	8	19	19	35	19	23	27
20	20	38	20	12	22	20	0	58	20	10	30	20	19	49	20	23	28
21	20	26	21	12	2	21	0	34	21	10	51	21	20	2	21	23	28
22	20	15	22	11	42	22	0	11	22	11	12	22	20	15	22	23	28
23	20	2	23	11	21	23	0A.	13	23	11	33	23	20	28	23	23	27
24	19	50	24	11	0	24	0	36	24	11	54	24	20	40	24	23	26
25	19	37	25	10	40	25	0	59	25	12	15	25	20	52	25	23	24
26	19	24	26	10	19	26	1	23	26	12	36	26	21	3	26	23	22
27	19	10	27	9	58	27	1	46	27	12	56	27	21	14	27	23	20
28	18	56	28	9	37	28	2	10	28	13	16	28	21	25	28	23	17
29	18	42	29	9	15	19	2	33	19	13	36	29	21	35	29	23	13
30	18	28	30	8	54	30	2	57	30	13	56	30	21	45	30	23	9
31	18	13	31	8	32				31	14	16				31	23	5

L'horizontale & la méridiene ſont les ſeules qui ſoient des lignes droites, & celle-ci eſt toujours la ſixieme heure, il y en a 12 depuis le lever juſqu'au coucher du ſoleil, & la premiere ſe compte une heure après le lever, la ſixieme à midi, la douzieme au coucher du ſoleil, après quoi l'on compte les heures de nuit comme on avoit compté les 12 heures de jour.

En ſuivant cette méthode, nous aurions à Paris des heures de jour qui ſeroient doubles de celles de la nuit en été, & qui n'en ſeroient que la moitié en hiver; auſſi cette méthode abandonée depuis long-temps, n'eſt plus pour la Gnomonique qu'un objet d'érudition & de pure curioſité.

Il en eſt de même des autres lignes que l'on a mis quelquefois ſur les *cadrans*; comme les maiſons célelles, *&c.* mais on n'en fait plus uſage.

M. Bizot, Conſeiller au Préſidial de Beſançon, a fait au faux-bourg de Tatagnôz un *cadran* vertical déclinant d'une eſpece ſinguliere, qui ne paroît que lorſque le ſoleil luit. Il a fait peindre un ange gardien ſur un mur; il a mis au deſſus un avant-toit formé par trois plaques de rôle, on a tracé les lignes horaires ſur ces trois plaques & on les a ouvert avec la lime, auſſi-bien que les chifres; les demi-heures ſont indiquées par une ſuite de trous faits avec le foret, le ſoleil paſſant au travers de ces ouvertures, repréſente un *cadran* lumineux, tel que l'heure actuele ſe trouve à l'extrémité du doit index de l'ange. *Mercure de février* 1758.

CALCUL ASTRONOMIQUE; aſſemblage des regles & des méthodes, par leſquelles on *calcule* les mouvemens des aſtres, & ſur-tout les éclipſes, avec les fractions ſexagéſimales, les logarithmes, les regles de la trigonométrie, *&c.* Comme nous n'avons rien dit à ce ſujet au *mot* ARITHMÉTIQUE, il eſt bon de donner ici une idée des premiers élémens du *calcul aſtronomique*.

Les aſtronomes diviſent le ciel en 12 ſignes, chaque ſigne en 30 degrés, le degré en 60 minutes, la minute en 60 ſecondes; c'eſt-là ce qu'on appele les *fractions ſexagéſimales*; l'addition s'en fait comme celle des nombres ordinaires, en obſervant de retenir 60 ſecondes pour en former une minute; 60 minutes pour en former un degré; 30 degrés pour en former un ſigne, & de rejeter 12 ſignes, lorſque la ſomme va au delà. Exemple pour additioner les deux quantités ſuivantes:

4ˢ	15ᵈ	58′	45″
8	14	30	16
1	00	29	01

On obſerve dans les ſecondes que 6 dixaines doivent former la minute: on remarque pour les minutes que de 8 dixaines, il n'en faut mettre que 2 ſous les minutes & retenir les 6 autres qui forment un degré: à l'égard des degrés, comme il s'en trouve 30, on en compoſe un ſigne entier, de même que s'il y avoit 24 heures, on en compoſeroit un jour: enfin, de 13 ſignes qu'il devroit y avoir dans la ſomme, on en retranche 12: en effet le cercle entier étant paſſé, on ſe trouve au même point que s'il n'y eût pas été; il eſt donc inutile d'y avoir égard. Un aſtre qui auroit parcouru 13 ſignes, & celui qui n'en auroit parcouru qu'un, s'ils étoient partis du même point, s'y retrouveroient tout de même, ſans aucune différence dans leurs ſituations.

La ſouſtraction des fractions ſexagéſimales ſuppoſe la même regle; il faut emprunter une minute pour en former 60 ſecondes, ou un degré pour en former 30 minutes, un ſigne pour en former 30 degrés, & un cercle entier pour en former douze ſignes, ſi la quantité que l'on veut ſouſtraire eſt la plus grande. Exemple:

de	4ˢ	6ᵈ	25′	30″
il faut ôter	5	8	35	40
il reſte	10	27	49	50

Il eſt clair que ſi de 4 ſignes, on en ôte 5, il doit en reſter onze; car un aſtre qui auroit 4 ſignes de longitude & que l'on feroit rétrograder de 5 ſignes, ſe trouveroit avoir repaſſé le point équinoxial d'un ſigne tout entier, & auroit par conſéquent 11 ſignes de longitude.

Il eſt rare que l'on faſſe des multiplications ou des diviſions avec des fractions ſexagéſimales; mais dans les cas où l'on auroit à faire une regle de trois, on pouroit réduire en minutes ou en ſecondes les trois premiers termes de la propoſition, & opéter comme ſur les nombres ordinaires.

On trouve dans tous les anciens livres d'Aſtronomie, comme dans les *Ephémérides* d'Argoli, *&c.* une table qui a pour titre *Tabula ſexagenaria*, qui ſervoit à ces ſortes de parties proportioneles; elle renferme 60 nombres du haut en bas, depuis 1 juſqu'à 60; chacune des colonnes ſuivantes a en tête la ſuite des nombres naturels, ou des nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, *ou* 2, 4, 6, *&c.* quand il y en a plus de 60, on met une minute & le ſurplus en ſecondes: ainſi, dans la colonne de 10 & vis-à-vis de 15, c'eſt-à-dire, dans la 15ᵉ ligne horizontale de cette colonne, on trouve 2′ 30″; c'eſt le quatrieme terme d'une proportion qui commenceroit par 60 minutes & dont les termes ſuivans ſeroient 10 & 15. Cette table ſexagénaire peut ſervir également à la diviſion des fractions ſexagéſimales; on préfere aujourd'hui l'uſage des logarithmes logiſtiques; mais on a publié en Angleterre, en 1780, des tables ſexagéſimales de M. Taylor, qui ſont fort utiles pour ceux qui ont beaucoup de calculs à faire. Il y a auſſi une table ſexcentenaire publiée à Londres en 1779, par M. Bernoulli, pour les cas où le pre-

Digitized by Google

mier terme de la proportion eſt 10′ 0″; ces tables donnent juſqu'aux dixiemes de ſeconde.

On a propoſé bien des fois de ſubſtituer les décimales à la méthode actuele du *calcul* aſtronomique. Mercator publia en 1676 des *Inſtitutions aſtronomiques*, dans leſquelles les *Tables rudolphines* étoient téduites à ce principe, & où le cercle étoit diviſé en décimales; mais le changement conſidérable que cette méthode auroit exigé dans toutes les méthodes & dans toutes les tables connues, a empêché que les aſtronomes n'aient adopté la méthode.

Le calcul aſtronomique eſt fondé auſſi ſur les *logarithmes*, la trigonométrie ſpherique; mais ces différentes parties ſeront expliquées à leurs places reſpectives. (*D. L.*)

CALCUL, ſ. m. (*Mathém. purer.*); ſuppntation de pluſieurs ſommes ajoutées, ſouſtraites, multipliées, ou diviſées. *Voyez* ARITHMÉTIQUE.

L'art de calculer en général, eſt proprement l'art de trouver l'expreſſion d'un raport unique, qui réſulte de la combinaiſon de pluſieurs raports. Les différentes eſpeces de combinaiſons donnent les différentes regles de *calcul*. Cela eſt expliqué plus au long à l'*article* ARITHMÉTIQUE.

Voyez les différentes eſpeces de *calcul* aux *articles* ALGEBRE, DIFFÉRENTIEL, EXPONENTIEL, INTÉGRAL, ADDITION, *&c.*

Pluſieurs peuples de l'Amérique, de l'Afrique & de l'Aſie calculent avec des cordes, auxquelles ils font des nœuds.

Le *calcul aux jetons* ſe fait aiſément, en repréſentant les unités par les jetons, les dixaines par d'autres jetons, les centaines par d'autres. Par exemple, ſi je veux exprimer 315 avec des jetons, je mets 3 jetons pour marquer les centaines, 1 pour les dixaines, 5 pour les unités. *Voyez* DIXAINE, *&c.*

Le mot *calcul* vient du latin *calculus*, qui ſignifie une *pierre*, parce que les anciens ſe ſervoient de petits cailloux plats pour faire leurs ſupputations, ſoit des ſommes multipliées ou diviſées dans les comptes, ſoit en Aſtronomie & en Géométrie. De là vient que nous avons donné le nom de *calcul* aux Sciences des nombres, à l'Arithmétique, à l'Algebre. Les Romains s'en ſervoient encore pour donner les ſuffrages dans les aſſemblées & dans les jugemens; ils marquoient auſſi les jours heureux avec une pierre blanche, *dies albo notanda lapillo*, dit Horace, & les jours malheureux par une pierre noire. Ils avoient emprunté la premiere de ces coutumes des Grecs, qui nommoient ces eſpeces de jetons naturels ψῆφοι; c'étoient d'abord des coquilles de mer, remplacées depuis par des pieces d'airain de la même figure, appelées *ſpondyles*. Deux choſes diſtinguoient les *calculs*; la forme & la couleur. Ceux qui portoient condamnation étoient noirs & percés par le milieu, les autres étoient entiers & blancs. M. l'abbé de Canaye, (Mém. de l'Acad. des Belles-Lettres, *Tom. I & VII.*) dit qu'on pouroit regarder la précaution de percer les noirs comme une preuve que les Aréopagites, qui s'en ſervoient, jugeoient pendant la nuit; car à quoi bon percer les *calculs* noirs, ſi l'on eût pu voir les uns & les autres, & apercevoir, par le ſecours de la lumiere, la différence de leur couleur; au lieu qu'en jugeant dans les ténebres il eſt clair qu'on avoit beſoin d'une différenee autre que celle de la couleur & relative au tact, pour démêler les *calculs* de condamnation d'avec ceux qui marquoient l'abſolution. On comptoit ces *calculs*, & le nombre des uns & des autres décidoit pour ou contre l'accuſé.

On ſe ſervoit auſſi de *calculs* ou *bulletins* pour tirer les athletes au ſort dans les jeux publics, & les apartier. Voici comme la choſe ſe pratiquoit aux jeux olympiques, au raport de Lucien dans ſon dialogue, intitulé: *Hermetime* ou *des Sectes*. „ On place, dit-il, devant les juges, une urne „ d'argent conſacrée au dieu en l'honeur de qui „ ſe célebrent les jeux. On met dans cette urne „ des ballotes de la grôſſeur d'une féve, & dont „ le nombre répond à celui des combatans. Si „ ce nombre eſt pair, on écrit ſur deux de ces „ ballotes la lettre *A*, ſur deux autres la lettre *B*, „ ſur deux autres la lettre *T*, & ainſi du teſte. „ Si le nombre eſt impair, il y a de néceſſité une „ des lettres employées qui ne ſe trouve inſcrite „ que ſur une ſeule ballote; enſuite les athletes „ s'approchent l'un après l'autre, & ayant invo- „ qué Jupiter, chacun met la main dans l'urne & „ en tire une ballote. Mais un des maſtigophores „ ou porte-verges lui retenant la main, l'empêche „ de regarder la letire marquée ſur cette ballote „ juſqu'à ce que tous les autres aient tiré la leur. „ Alors un des juges, faiſant la ronde, examine les „ ballotes de chacun, & aparie ceux qui ont les „ lettres ſemblables. Si le nombre des athletes eſt „ impair, celui qui a tiré la lettre unique eſt mis „ en réſerve pour ſe batre contre le vainqueur „. (*O*).

CALCULER, v. act. c'eſt en général appliquer les regles ou de l'Arithmétique ou de l'Algebre, ou les unes & les autres, à la détermination de quelque quantité. *Voyez* CALCUL.

CALENDES, chez les Romains étoit le nom du premier jour du mois.

CALENDRIER, ſ. m. (*Aſtron.*); c'eſt une diſtribution de temps diſpoſée pour les uſages de la vie; ou bien c'eſt une table ou un almanach qui contient l'ordre des jours, des ſemaines, des mois, des fêtes, *&c.* qui arivent pendant le cours de l'année. *Voyez* TEMPS, ANNÉE, MOIS & FÊTE.

Il a été appelé *calendrier*, du mot *calendæ*, que l'on écrivoit anciénement en grôs caracteres au commencement de chaque mois. *Voyez* CALENDES.

La premiere choſe à remarquer dans le *calendrier* eſt l'ordre des années: nous avons parlé de la durée & de la forme des années chez tous les peuples du monde au *mot* ANNÉE; mais nous devons développer ici le *calendrier* des Romains,

& celui dont on ſe ſert actuellement dans toute l'Europe, qui eſt le *calendrier* Grégorien.

Le *calendrier* des Romains, tel qu'il fut établi par Céſar, contient les 12 mois, comme celui de Numa, les uns de 30 jours les autres de 31; mais au lieu de compter comme nous le premier du mois, le 2, le 3, *&c.* le premier jour s'appelnit jour des calendes, le ſuivant étoit le quatrieme ou le ſixieme avant les nones, on le verra ſuffiſament dans la table ſuivante qui contient un *calendrier* romain, que des ſavans ont recueilli d'après divers monumens, & que M. Felice a donné dans l'Encyclopédie d'Yverdon en 1771, & qu'on a inſéré dans les ſupplémens de l'Encyclopédie de Paris *in-folio*; il paroît tiré des antiquités romainet de Roſin & de Demſter pour la partie des fêtes romaines, avec pluſieurs additions, & M. l'abbé Brotier y a fait diverſes corrections. Je ne ſais où la partie aſtronomique a été priſe, elle eſt différente dans d'autres *calendriers*, il y en a un de Geminus, deux qui portent le nom de Ptolomée, un du P. Petau dans ſon *uranologium*, celui-ci eſt le plus complet, parce qu'il y cite Ovide, Pline, Columelle.

Dans ce *calendrier* de Jules-Céſar, on voit le même ordre & la même ſuite de mois que dans celui de Numa; janvier, mars, mai, quintil ou juillet, ſextil ou août, octobre & décembre, ont chacun 31 jours; & les quatre mois, avril, juin, ſeptembre & novembre, ſeulement 30. Février, dans les années communes, n'a que 28 jours, & 29 dans les années intercalaires ou biſſextiles. La ſuite des huit lettres *nundinales*, eſt placée ſans interruption depuis le premier juſqu'au dernier jour de l'année, pour qu'il y ait toujours à chaque année une lettre qui marque les jours des aſſemblées, appelées *nundinæ* par les Romains, & qui revenoient tous les neuf jours: les citoyens de la campagne ſe rendoient à la ville ces jours-là, pour y apprendre ce qui concernoit la diſcipline, la religion ou le gouvernement. C'eſt pourquoi ſi le jour nundinal de la premiere année étoit ſous la lettre *A*, qui eſt au premier, au neuvieme, au dix-ſeptieme, au vingt-cinquieme de janvier, *&c.* la lettre du jour nundinal de l'année ſuivante étoit *D*, qui eſt au quatrieme, au douzieme, au vingtieme du même mois, *&c.* Car la lettre *A* ſe trouvant auſſi au vingt-ſeptieme de décembre, ſi de ce jour on compte huit lettres, outre les quatre *B*, *C*, *D*, *E*, qui reſtent après *A* dans le mois de décembre, il en faudra prendre quatre autres au commencement de janvier de l'année ſuivante; ſavoir, *A*, *B*, *C*, *D*, afin que la lettre *D*, qui ſe trouve la premiere dans le mois de janvier, ſoit la neuvieme, après le dernier *A* du mois de décembre précédent, & qu'elle ſoit par conſéquent la lettre nundinale, ou qui marque les jours de ces aſſemblées, auxquelles on peut auſſi donner le nom de *foires* ou *marchés publics*. Ainſi, par le même calcul, la lettre nundinale de la troiſieme année ſera *G*, celle de la quatrieme *B*, & ainſi des autres, à moins qu'il n'arive du changement par l'intercalation.

Pour entendre les lettres marquées dans la ſeconde colonne pour la qualité de chaque jour, il faut ſavoir que l'on ne pouvoit plaider & juger qu'à certains jours. On appeloit *faſti*, en franꝛois *faſtes*, les jours auxquels on pouvoit rendre la juſtice, *quibus fas eſſet jure agere*; & *nefaſti*, ceux auxquels cela n'étoit pas permis, *quibus nefas eſſet*, comme nous l'apprenons dans ces deux vers d'Ovide:

Ille nefaſtus erit per quem tria verba ſilentur;
Faſtus erit per quem jure licebit agi.

C'eſt-à-dire, que le jour eſt néfaſte, dans lequel le préteur ne prononce point les trois mots ſolemnels, ou la formule de droit, *do*, *dico*, *addico*, comme on diroit chez nous qu'il eſt fête ou vacance au palais; il y avoit auſſi de certains jours qu'on appeloit *comitiaux*, marqués par un *C*, dans leſquels le peuple s'aſſembloit au camp de Mars, pour élire les magiſtrats, ou pour y traiter des afaires de la république: ces aſſemblées du peuple étoient appelées *comitia*, comices. Le prêtre ou ſacrificateur, qui étoit appelé *Rex*, ſe trouvoit quelquefoit dans ces comices; enfin, il y avoit un jour de l'année où l'on avoit coutume de nétoyer le temple de Veſta & d'en tranſporter le fumier; ce qui ſe faiſoit avec tant de cérémonies, qu'il n'étoit pas permis de plaider pendant ce temps-là.

Ces remarques ſuffiſent pour entendre les lettres de la ſeconde colonne, 1°. la lettre *N* ſignifie *nefaſtus dies*, ou *jour néfaſte*, cela ſignifie qu'on ne peut pas rendre la juſtice en ce jour. 2°. *F*, ou *faſtus*, veut dire qu'on peut rendre la juſtice. 3°. *FP*, ou *faſtus prima parte diei*, ſignifie qu'on peut la rendre dans la premiere partie du jour. 4°. *NP*, ou *nefaſtus prima parte diei*, qu'on ne peut pas la rendre dans la premiere partie du jour. 5°. *EN*, ou *endotrreciſue* ou *interciſus*, c'eſt-à-dire, entrecoupé, qu'on le peut dans certaines heures, & qu'on ne peut pas dans d'autres. 6°. *C*, ou *comitialis*, veut dire que l'on tient en ce jour-là les aſſemblées qu'on appele *comices*. 7°. Quand il y a ces lettres *Q*, *eex C*, *F*, ou *quando eex commitavit*, *fas*, qu'on le peut lorſque le ſacrificateur, appelé le *roi*, a aſſiſté aux comices. 8°. Enfin, ces lettres *Q*, *ST*, *D*, *F*, ſignifie *quando ſtercus delatum*, *fas*, qu'on le peut auſſi-tôt que le fumier a été tranſporté hors du temple de la déeſſe Veſta.

Lettres Nundinales.	Qualités des Jours.	Nombre d'Or.	J. du Mois.	JANVIER, Sous la protection de Junon.		
A	F	I.	1	*Kalendis.*	Januar.	Sacrifices à Janus, à Junon, à Jupiter & à Eſculape.
B	F		2	IV.	Nonas.	Jour malheureux, *Dies ater.*
C	C	IX.	3	III.	Nonas.	Coucher de l'écreviſſe.
D	C		4	Pridie	Nonas.	
E	F	XVIII.	5	*Nonis.*	Januar.	Lever de la lyre. Coucher au ſoir de l'aigle.
F	F	VI.	6	VIII.	Idus.	
G	C		7	VII.	Idus.	
H	C	XIV.	8	VI.	Idus.	Sacrifices à Janus.
A		III.	9	V.	Idus.	Les Agonales.
B	EN		10	IV.	Idus.	Milieu de l'hiver.
C	NP	XI.	11	III.	Idus.	Les Carmentales.
D	C		12	Pridie	Idus.	Les Compitales.
E	NP	XIX.	13	*Idibus*	Januar.	Les trompetes font des publications par la ville en habit de femme.
F	EN	VIII.	14	XIX.	Kal. Febr.	Jour vicieux par décret du Sénat.
G			15	XVIII.	Kal. Febr.	À Carmenta, Porrima & Poſtverta.
H	C	XVI.	16	XVII.	Kal. Febr.	À la Concorde. Commencement du coucher au matin du lion.
A	C	V.	17	XVI.	Kal. Febr.	Le Soleil dans le verſeau.
B	C		18	XV.	Kal. Febr.	
C	C	XIII.	19	XIV.	Kal. Febr.	
D	C	II.	20	XIII.	Kal. Febr.	
E	C		21	XII.	Kal. Febr.	
F	C	X.	22	XI.	Kal. Febr.	
G	C		23	X.	Kal. Febr.	Coucher de la lyre.
H	C	XVIII.	24	IX.	Kal. Febr.	Les fêtes ſementines ou des ſemailles.
A	C	VII.	25	VIII.	Kal. Febr.	
B	C		26	VII.	Kal. Febr.	
C	C	XV.	27	VI.	Kal. Febr.	À Caſtor & Pollux.
D	C	IV.	28	V.	Kal. Febr.	
E	F		29	IV.	Kal. Febr.	Les équiries au champ de Mars.
F	F	XII.	30	III.	Kal. Febr.	Coucher de la Fidicule, ou Lyre... Les Pacales, ou Dédicace de l'Autel de la Paix.
G	F	I.	31	Pridie	Kal. Febr.	Aux dieux Pénates.

Digitized by Google

Lettres Nundinales.	Qualités des Jours.	Nombre d'Or.	J. du Mois.	FÉVRIER, *Sous la protection de Neptune.*		
H	N	IX.	1	*Kalendis*	Febr.	À Junon Sospita, à Jupiter, à Hercule, à Diane. Les Lucaires.
A	N	XVIII.	2	IV.	Nonas.	
B	N		3	III.	Nonas.	Coucher de la lyre & du milieu du lion.
C	N	VI.	4	Pridie	Nonas.	Coucher du dauphin.
D			5	*Nonis*	Febr.	Lever du verseau.
E	N.	XIV.	6	VIII.	Idus.	
F	N	III.	7	VII.	Idus.	
G	N		8	VI.	Idus.	
H	N	XI.	9	V.	Idus.	Commencement du printemps.
A	N		10	IV.	Idus.	
B	N	XIX.	11	III.	Idus.	Jeux génialiques. Lever de l'arcture.
C	N	VIII.	12	Pridie	Idus.	
D	NP		13	*Idibus*	Febr.	À Faune & à Jupiter. Défaite & mort des Fabiens.
E	C	XVI.	14	XVI.	Kal. Mart.	Lever du corbeau, de la coupe & du serpent.
F	NP	V.	15	XV.	Kal. Mart.	Les Lupercales.
G	END		16	XIV.	Kal. Mart.	Le Soleil au signe des poissons.
H	NP	XIII.	17	XIII.	Kal. Mart.	Les Quirinales.
A	C	II.	18	XII.	Kal. Mart.	Les Fornacales. Les Férales aux dieux Mânes.
B	C		19	XI.	Kal. Mart.	
C	C	X.	20	X.	Kal. Mart.	
D	F		21	IX.	Kal. Mart.	À la déesse Muta ou Larunda. Les Férales.
E	C	XVIII.	22	VIII.	Kal. Mart.	Les Caryslies.
F	NP	VII.	23	VII.	Kal. Mart.	Les Terminales.
G	N		24	VI.	Kal. Mart.	Le Régifuge. *Lieu du Bissexte.*
H	C	XV.	25	V.	Kal. Mart.	Lever au soir de l'arcture.
A	EN	IV.	26	IV.	Kal. Mart.	
B	NP		27	III.	Kal. Mart.	Les équiries au champ de Mars.
C	C	XII.	28	Pridie	Kal. Mart.	Les Tarquins vaincus.

Digitized by Google

Lettres Nundinales.	Qualités des Jours.	Nombre d'Or.	J. du Mois.	MARS, Sous la protection de Minerve.		
D	N P	I.	1	*Kalendis*	Mart.	Les Matronales. À Mars. Fêtes des Anciles.
E	F		2	VI.	Nonas.	À Junon Lucine.
F	C	IX.	3	V.	Nonas.	Coucher du ſecond des poiſſons.
G	C		4	IV.	Nonas.	
H	C	XVII.	5	III.	Nonas.	Coucher de l'arcture. Lever du vendangeur. Lever de l'écreviſſe.
A	N P	VI.	6	Pridie	Nonas.	Les Veſtalienes. En ce jour, Auguſte fut créé grand Pontife.
B	F		7	*Nonis*	Mart.	À Vé-Jupiter au bois de l'aſyle. Lever du Pégaſe.
C	F	XIV.	8	VIII.	Idus.	Lever de la courone.
D	C	III.	9	VII.	Idus.	Lever de l'orion. Lever du poiſſon ſeptentrional.
E	C		10	VI.	Idus.	
F	C	XI.	11	V.	Idus.	
G	C		12	IV.	Idus.	
H	E N	XIX.	13	III.	Idus.	Ouverture de la mer.
A	N P	VIII.	14	Pridie	Idus.	Les équiries ſecondes ſur le Tibre.
B	N P		15	*Idibus*	Mart.	À Anna Pérenna. Le Parricide. Coucher du Scorpion.
C	F	XVI.	16	XVII.	Kal. April.	
D	N P	V.	17	XVI.	Kal. April.	Les Libérales ou les Bacchanales. Les Agones. Coucher du milan.
E	C		18	XV.	Kal. April.	Le Soleil au ſigne du bélier.
F	N	XIII.	19	XIV.	Kal. April.	Les Quinquatres de Minerve pendant cinq jours.
G	C	II.	20	XIII.	Kal. April.	
H	C		21	XII.	Kal. April.	Premier jour du ſiecle. Coucher au matin du cheval.
A	N	X.	22	XI.	Kal. April.	
B	N P		23	X.	Kal. April.	Le Tubiluſtre.
C	Q. Rex. C. F.	XVIII.	24	IX.	Kal. April.	
D	C	VII.	25	VIII.	Kal. April.	Les Hilaries à la mere des dieux. Équinoxe du printemps.
E	C		26	VII.	Kal. April.	
F	N P	XV.	27	VI.	Kal. April.	En ce jour, Céſar ſe rendit maître d'Alexandrie.
G	C	IV.	28	V.	Kal. April.	Les Mégaléſiens.
H	C		29	IV.	Kal. April.	
A	C	XII.	30	III.	Kal. April.	À Janus, à la Concorde, au Salut & à la Paix.
B	C	I.	31	Pridie	Kal. April.	À la Lune ou à Diane ſur l'Aventin.

Lettres Nundinales.	*Qualités des Jours.*	*Nombre d'Or.*	*J. du Mois.*	AVRIL, *Sous la protection de Vénus.*		
C	N	IX.	1	*Kalendis*	Aprilis.	À Vénus, avec des fleurs & du mirte. À la Fortune virile.
D	C		2	IV.	Nonas.	Coucher des Pléïades.
E	C	XVIII.	3	III.	Nonas.	
F	C	VI.	4	Pridie	Nonas.	Jeux Mégaléſiens à la mere des dieux, pendant huit jours.
G			5	*Nonis.*	Aprilis.	À la Fortune publique citérieure.
H	NP	XIV.	6	VIII.	Idus.	Jeux pour la victoire remportée par Céſar ſur Juba, en Afrique.
A	N	III.	7	VII.	Idus.	Naiſſance d'Apollon & de Diane.
B	N		8	VI.	Idus.	Coucher de la balance. Coucher d'orion.
C	N	XI.	9	V.	Idus.	
D	N		10	IV.	Idus.	Les Céréales. Les jeux Circenſes.
E	N	XIX.	11	III.	Idus.	À la Fortune primigénie.
F	N	VIII.	12	Pridie	Idus.	La mere des dieux amenée à Rome. Jeux en l'honeur de Cérès, pendant huit jours.
G	NP		13	*Idibus.*	April.	À Jupiter vainqueur, & à la Liberté.
H	N	XVI.	14	XVIII.	Kal. Maii.	
A	NP	V.	15	XVII.	Kal. Maii.	Les Fordicides ou Fordicales.
B	N		16	XVI.	Kal. Maii.	Auguſte ſalué Empereur. Coucher des Hyades.
C	N	XIII.	17	XV.	Kal. Maii.	
D	N	II.	18	XIV.	Kal. Maii.	Les équiries au grand Cirque. Brûlement des renards.
E	N		19	XIII.	Kal. Maii.	Les Céréales. Le Soleil au ſigne du taureau.
F	N	X.	20	XII.	Kal. Maii.	
G	NP		21	XI.	Kal. Maii.	Les Palilienes ou Parilienes. Naiſſance de Rome.
H	N	XVIII.	22	X.	Kal. Maii.	Les ſecondes Agonienes ou Agonales.
A	NP	VII.	23	IX.	Kal. Maii.	Les premieres Vinalienes à Jupiter & à Vénus.
B	C		24	VIII.	Kal. Maii.	
C	NP	XV.	25	VII.	Kal. Maii.	Les Robigales. Coucher du bélier. Milieu du printemps.
D	F	IV.	26	VI.	Kal. Maii.	Lever du chien. Lever des chevreaux.
E	C		27	V.	Kal. Maii.	Les Féries latines au mont Sacré.
F	NP	XII.	28	IV.	Kal. Maii.	Les Florales pendant ſix jours. Lever au matin de la chevre.
G	C	I.	29	III.	Kal. Maii.	Coucher au ſoir du chien.
H	C		30	Pridie	Kal. Maii.	À Veſta Palatine. Les premieres Larentales.

Lettres

Lettres Nundinales.	Qualités des Jours.	Nombre d'Or.	J. du Mois.	MAI, *Sous la protection d'Apollon.*		
A.	N	IX.	1	*Kalendis*	Maii.	À la bonne Déeſſe. Aux Lares Preſtites ou Protecteurs. Jeux floraux pendant trois jours.
B	F		2	VI.	Nonas.	Les Compitales.
C	C		3	V.	Nonas.	Lever du Centaure & des Hyades.
D	C	XVII.	4	IV.	Nonas.	
E	C	VI.	5	III.	Nonas.	Lever de la lyre.
F	C		6	Pridie	Nonas.	Coucher du milieu du ſcorpion.
G	N	XIV.	7	*Nonis.*	Maii.	Lever au matin des virgilies, ou pleiades.
H	F	III.	8	VIII.	Idus.	Lever de la chevrete. (chevre).
A	N		9	VII.	Idus.	Les Lemurienes de nuit pendant trois jours. Les Luminaires.
B	C	XI.	10	VI.	Idus.	
C	N		11	V.	Idus.	Coucher d'orion. Jour malheureux pour ſe marier.
D	N P	XIX.	12	IV.	Idus.	À Mars le vengeur au cirque.
E	N	VIII.	13	III.	Idus.	Les Lémurienes. Lever des Pléiades. Commencement de l'été.
F	C		14	Pridie	Idus.	À Mercure. Lever du taureau.
G	N P	XVI.	15	*Idibus*	Maii.	À Jupiter. Fêtes des marchands. Naiſſance de Mercure. Lever de la lyre.
H	F	V.	16	XVII.	Kal. Jun.	
A	C		17	XVI.	Kal. Jun.	
B	C	XIII.	18	XV.	Kal. Jun.	
C	C	II.	19	XIV.	Kal. Jun.	Le Soleil dans les gémeaux.
D	C		20	XIII.	Kal. Jun.	
E	N P	X.	21	XII.	Kal. Jun.	Les Agonales ou Agonienes de Janus.
F	N		22	XI.	Kal. Jun.	À Vé-Jupiter. Lever du chien.
G	N P	XVIII.	23	X.	Kal. Jun.	Les Féries de Vulcain. Les Tubiluſtres.
H	Q. Rex. C. F.	VII.	24	IX.	Kal. Jun.	
A	C		25	VIII.	Kal. Jun.	À la Fortune. Lever de l'aigle.
B	C	XV.	26	VII.	Kal. Jun.	Le ſecond Régifuge. Coucher de l'arcture.
C	C	IV.	27	VI.	Kal. Jun.	Lever des Hyades.
D	C		28	V.	Kal. Jun.	
E	C	XII.	29	IV.	Kal. Jun.	
F	C	I.	30	III.	Kal. Jun.	
G	C	IX.	31	Pridie	Kal. Jun.	

Lettres Nundinales.	Qualités des Jours.	Nombre d'Or.	J. du Mois.	JUIN, Sous la protection de Mercure.		
H	N	XVII.	1	*Kalendis*	Jun.	À Junon. À la Monoie. À Tempeſta. À Fabaria. Lever de l'aigle.
A	F	VI.	2	IV.	Nonas.	À Mars. À la déeſſe Carna. Lever des Hyades.
B	C		3	III.	Nonas.	À Bellone.
C	C	XIV.	4	Pridie	Nonas.	À Hercule au Cirque.
D	N	III.	5	*Nonis*	Jun.	À la Foi. À Jupiter Sponſor, ou au dieu Fidius, Saint, Semipater.
E	N		6	VIII.	Idus.	À Veſta.
F	N	XI.	7	VII.	Idus.	Les jours Piſcatoriens au champ de Mars. Lever de l'arcture.
G	N		8	VI.	Idus.	À l'Entendement au Capitole.
H	N P	XIX.	9	V.	Idus.	Les Veſtalienes. Autel de Jupiter Piſtor. Couronement des ânes.
A	N	VIII.	10	IV.	Idus.	Les Matralienes de la Fortune forte. Lever au ſoir du dauphin.
B	N		11	III.	Idus.	À la concorde. À la mere Matuta.
C	N	XVI.	12	Pridie	Idus.	À Jupiter Inviſtus. Le petit Quinquatrus. Commencement de la chaleur.
D	N	V.	13	*Idibus*	Jun.	
E	N		14	XVIII.	Kal. Jul.	
F	Q. ST. D. F.	XIII.	15	XVII.	Kal. Jul.	Tranſport du temple de Veſta. Lever des Hyades.
G	C	II.	16	XVI.	Kal. Jul.	Lever d'orion.
H	C		17	XV.	Kal. Jul.	Lever du dauphin entier.
A	C	X.	18	XIV.	Kal. Jul.	
B	C		19	XIII.	Kal. Jul.	À Minerve au mont Aventin. Le ſoleil au ſigne du cancer.
C	C	XVIII.	20	XII.	Kal. Jul.	À Summanus. Lever du ſerpentaire.
D	C	VII.	21	XI.	Kal. Jul.	
E	C		22	X.	Kal. Jul.	
F	C	XV.	23	IX.	Kal. Jul.	
G	C	IV.	24	VIII.	Kal. Jul.	À la Fortune forte. Solſtice d'été.
H	C		25	VII.	Kal. Jul.	
A	C	XII.	26	VI.	Kal. Jul.	Lever de la ceinture d'orion.
B	C	I.	27	V.	Kal. Jul.	À Jupiter Stator & au Lar.
C	C	IX.	28	IV.	Kal. Jul.	
D	F		29	III.	Kal. Jul.	À Quirinus au mont Quirinal.
E	C		30	Pridie	Kal. Jul.	À Hercule & aux Muſes. Les Poplifuges.

Lettres Nundinales.	Qualités des Jours.	Nombre d'Or.	J. du Mois.	QUINTILE ou JUILLET, Sous la protection de Jupiter.		
F	N	XVII.	1	*Kalendis.*	Jul.	Paſſage d'une maiſon en d'autres.
G	N	VI.	2	VI.	Nonas.	
H	N		3	V.	Nonas.	
A	NP	XIV.	4	IV.	Nonas.	Coucher au matin de la courone. Lever des Hyades.
B	N	III.	5	III.	Nonas.	Le Poplifuge.
C	N		6	Pridie	Nonas.	Jeux Apollinaires pendant huit jours. A la Fortune féminine.
D	N	XI.	7	*Nonis.*	Jul.	Les Nones Caprotines. La fête des Servantes. Diſparition de Romulus.
E	N		8	VIII.	Idus.	La Vitulation. Coucher du milieu du capricorne.
F	EN	XIX.	9	VII.	Idus.	Lever au ſoir de Céphée.
G	C	VIII.	10	VI.	Idus.	Les vents étéſiens commencent à ſouffler.
H	C		11	V.	Idus.	
A	NP	XVI.	12	IV.	Idus.	Naiſſance de Jules-Céſar.
B	C	V.	13	III.	Idus.	
C	C		14	Pridie	Idus.	A la Fortune féminine. Les Mercatus ou les Mercuriales, pendant ſix jours.
D	NP	XIII.	15	*Idibus*	Jul.	A Caſtor & à Pollux.
E	F	II.	16	XVII.	Kal. Aug.	Lever de l'avant-chien.
F	C		17	XVI.	Kal. Aug.	Jour funeſte de la bataille d'Allia.
G	C	X.	18	XV.	Kal. Aug.	Les Lucariens. Jeux pendant quatre jours.
H	NP		19	XIV.	Kal. Aug.	Jeux pour la victoire de Céſar. Le Soleil au ſigne du lion.
A	C	XVIII.	20	XIII.	Kal. Aug.	Les Lucariens.
B		VII.	21	XII.	Kal. Aug.	
C	C		22	XI.	Kal. Aug.	Jeux de Neptune.
D		XV.	23	X.	Kal. Aug.	
E	N	IV.	24	IX.	Kal. Aug.	Les Furinales. Jeux Circenſes pendant ſix jours. Coucher du verſeau.
F	NP		25	VIII.	Kal. Aug.	Lever de la canicule.
G	C	XII.	26	VII.	Kal. Aug.	Lever de l'aigle.
H	C	I.	27	VI.	Kal. Aug.	
A	C		28	V.	Kal. Aug.	
B	C	IX.	29	IV.	Kal. Aug.	Coucher de l'aigle.
C	C		30	III.	Kal. Aug.	
D	C	XVII.	31	Pridie	Kal. Aug.	

Lettres Nundinales.	Qualités des Jours.	Nombre d'Or.	J. du Mois.	SEXTILE ou AOÛT, Sous la protection de Cérès.		
E	N	VI.	1	*Kalendis*	Aug.	À Mars. À l'Eſpérance.
F	C	IV.	2	XIV.	Nonas.	Féries. De ce que Céſar a ſubjugué l'Eſpagne.
G	C	III.	3	III.	Nonas.	
H	C		4	Pridie	Nonas.	Lever du milieu du lion.
A	F	XI.	5	*Nonis*.	Aug.	Au Salut au mont Quirinal.
B	F		6	VIII.	Idus.	À l'Eſpérance. Coucher du milieu de l'arcture.
C	C	XIX.	7	VII.	Idus.	Coucher du milieu du verſeau.
D	C	VIII.	8	VI.	Idus.	Au Soleil indigete au mont Quirinal.
E	NP		9	V.	Idus.	
F	C	XVI.	10	IV.	Idus.	À Opis & à Cérès.
G	C	V.	11	III.	Idus.	À Hercule au cirque Flaminien. Coucher de la lyre. Commencement de l'autone.
H	C		12	Pridie	Idus.	Les Lignapéſies.
A	NP	XIII.	13	*Idibus*.	Aug.	À Diane au bois Aricien. À Vertumne. Fêtes des eſclaves & des ſervantes.
B	F	II.	14	XIX.	Kal. Sept.	Coucher au matin du dauphin.
C	C		15	XVIII.	Kal. Sept.	
D	C	X.	16	XVII.	Kal. Sept.	
E	NP		17	XVI.	Kal. Sept.	Les Portumnales. À Janus.
F	C	XVIII.	18	XV.	Kal. Sept.	Les Conſuales. Raviſſement des Sabines.
G	FP	VII.	19	XIV.	Kal. Sept.	Les Vinales dernieres. Mort d'Auguſte.
H	C		20	XIII.	Kal. Sept.	Coucher de la lyre. Le Soleil au ſigne de la vierge.
A	NP	XV.	21	XII.	Kal. Sept.	Les Vinales Euſtiques. Les grands Myſteres. Les Conſuales.
B	EN	IV.	22	XI.	Kal. Sept.	Lever au matin du vendangeur.
C	NP		23	X.	Kal. Sept.	Les Vulcanales au cirque Flaminien.
D	C	XII.	24	IX.	Kal. Sept.	Les Féries de la lune.
E	NP	I.	25	VIII.	Kal. Sept.	Les Opiconſives au Capitole.
F	C		26	VII.	Kal. Sept.	
G	NP	IX.	27	VI.	Kal. Sept.	Les Volturnales.
H	NP		28	V.	Kal. Sept.	À la victoire in Curia. Coucher de la fleche. Fin des vents étéſiens.
A	F	XVII.	29	IV.	Kal. Sept.	
B	F	VI.	30	III.	Kal. Sept.	On montre les ornemens de la déeſſe Cérès.
C	C		31	Pridie	Kal. Sept.	Lever au ſoir d'Andromede.

Digitized by Google

Lettres Nundinales.	Qualités des Jours.	Nombre d'Or.	J. du Mois.	SEPTEMBRE, *Sous la protection de Vulcain.*		
D	N	XIV.	1	*Kalendis*	Septemb.	À Jupiter Maimactes. Fêtes à Neptune.
E	N	III.	2	IV.	Nonas.	À la victoire d'Auguſte. Féries.
F	N P		3	III.	Nonas.	Les Dionyſiaques ou les Vendanges.
G	C	XI.	4	Pridie	Nonas.	Jeux Romains pendant huit jours.
H	F		5	*Nonis*	Sept.	
A	F	XIX.	6	VIII.	Idus.	A l'Érebe d'un bélier & d'une brebis noire.
B	C	VIII.	7	VII.	Idus.	
C	C		8	VI.	Idus.	
D	C	XVI.	9	V.	Idus.	Lever de la chevrete. (le ſoir).
E	C	V.	10	IV.	Idus.	Lever de la tête de Méduſe.
F	C		11	III.	Idus.	Lever du milieu de la vierge.
G	N	XIII.	12	Pridie	Idus.	Lever du milieu de l'Arcture.
H	N P	II.	13	*Idibus*	Sept.	À Jupiter. Dédicace du Capitole. Le clou fiché par le Préteur. Départ des Hirondeles.
A	F		14	XVIII.	Kal. Oct.	Épreuve des chevaux.
B		X.	15	XVII.	Kal. Oct.	Les grands jeux Circenſes voués pendant cinq jours.
C	C		16	XVI.	Kal. Oct.	
D	C	XVIII.	17	XV.	Kal. Oct.	
E	C	VII.	18	XIV.	Kal. Oct.	Lever au matin de l'épi de la vierge.
F	C		19	XIII.	Kal. Oct.	Le Soleil dans le ſigne de la balance.
G	C	XV.	20	XII.	Kal. Oct.	Les Mercatus pendant quatre jours. Naiſſance de Romulus.
H	C	IV.	21	XI.	Kal. Oct.	
A	C		22	X.	Kal. Oct.	Coucher d'Argo & des poiſſons.
B	N P	XII.	23	IX.	Kal. Oct.	Jeux Circenſes. Naiſſance d'Auguſte. Lever au matin du centaure.
C	C	I.	24	VIII.	Kal. Oct.	Équinoxe de l'autone.
D	C		25	VII.	Kal. Oct.	À Vénus, à Saturne & à Mania.
E	C	IX.	26	VI.	Kal. Oct.	
F	C		27	V.	Kal. Oct.	À Vénus mere. À la Fortune de retour.
G	C	XVII.	28	IV.	Kal. Oct.	Fin du lever de la vierge.
H	F	VI.	29	III.	Kal. Oct.	
A	C	XIV.	30	Pridie	Kal. Oct.	Feſtin à Minerve. Les Méditrinales.

Digitized by Google

Lettres Nundinales.	Qualités des Jours.	Nombre d'or.	J. du Mois.	OCTOBRE, *Sous la protection de Mars.*		
B	N	III.	1	*Kalendis*	Octob.	
C	F		2	VI.	Nonas.	
D	C	XI.	3	V.	Nonas.	
E	C		4	IV.	Nonas.	Coucher au matin du Bootès.
F	C	XIX.	5	III.	Nonas.	On montre les ornemens de Cérès.
G	C	VIII.	6	Pridie	Nonas.	Aux dieux Mânes.
H	F		7	*Nonis*	Octob.	
A	F	XVI.	8	VIII.	Idus.	Lever de l'étoile brillante de la courone.
B	C	V.	9	VII.	Idus.	
C	C		10	VI.	Idus.	Les Ramales.
D		XIII.	11	V.	Idus.	Les Méditrinales. Commencement de l'hiver.
E	NP	II.	12	IV.	Idus.	Les Auguſtales.
F	NP		13	III.	Idus.	Les Fontinales. À Jupiter libérateur. Jeux pendant trois jours.
G	EN	X.	14	Pridie	Idus.	
H	NP		15	*Idibus*	Octob.	Les Marchands à Mercure.
A	F	XVIII.	16	XVII.	Kal. Nov.	Jeux populaires. Coucher d'arcture.
B	C	VII.	17	XVI.	Kal. Nov.	
C	C		18	XV.	Kal. Nov.	À Jupiter libérateur. Jeux.
D	NP	XV.	19	XIV.	Kal. Nov.	L'Armiluſtre.
E	C	IV.	20	XIII.	Kal. Nov.	Le Soleil au ſigne du ſcorpion.
F	C		21	XII.	Kal. Nov.	Jeux pendant quatre jours.
G	C	XII.	22	XI.	Kal. Nov.	
H	C	I.	23	X.	Kal. Nov.	Au pere Liber. Coucher du taureau.
A	C		24	IX.	Kal. Nov.	
B	C	IX.	25	VIII.	Kal. Nov.	
C	C		26	VII.	Kal. Nov.	
D	C	XVII.	27	VI.	Kal. Nov.	Jeux à la Victoire.
E	C	VI.	28	V.	Kal. Nov.	Les petits Myſteres. Coucher des Virgilies.
F	C		29	IV.	Kal. Nov.	
G	C	XIV.	30	III.	Kal. Nov.	Les Féries de Vertumne. Jeux voués.
H	C	III.	31	Pridie	Kal. Nov.	Coucher d'arcture.

Digitized by Google

Lettres Nundinales.	Qualités des Jours.	Nombre d'Or.	J. du Mois.	NOVEMBRE, *Sous la protection de Diane.*		
A	N		1	*Kalendis*	Novemb.	Banquet de Jupiter. Jeux Circenſes. Coucher de la tête du taureau.
B	F	XI.	2	IV.	Nonas.	Coucher au ſoir de l'arcture.
C	F		3	III.	Nonas.	Lever au matin de la Fidicule. (la lyre).
D		XIX.	4	Pridie	Nonas.	
E	F	VIII.	5	*Nonis*	Novemb.	Les Neptunales. Jeux pendant huit jours.
F	F		6	VIII.	Idus.	
G	C	XVI.	7	VII.	Idus.	Montre des ornemens.
H	C	V.	8	VI.	Idus.	Lever de la claire du ſcorpion.
A	C		9	V.	Idus.	
B	C	XIII.	10	IV.	Idus.	
C	C	II.	11	III.	Idus.	Clôture de la mer. Coucher des Virgilies.
D	C		12	Pridie	Idus.	
E	NP	X.	13	*Idibus*	Nov.	Banquet commandé. Les Lectiſternies.
F	F		14	XVIII.	Kal. Dec.	Épreuve des chevaux.
G	C	XVIII.	15	XVII.	Kal. Dec.	Jeux populaires au cirque, durant trois jours.
H	C	VII.	16	XVI.	Kal. Dec.	Fin des ſemailles de froment.
A	C		17	XV.	Kal. Dec.	
B	C	XV.	18	XIV.	Kal. Dec.	Le Mercatus durant trois jours. Le Soleil au ſagittaire.
C	C	IV.	19	XIII.	Kal. Dec.	Souper des Pontifes en l'honeur de Cybele.
D	C		20	XII.	Kal. Dec.	Coucher des cornes du taureau.
E	C	XII.	21	XI.	Kal. Dec.	Les Libérales. Coucher au matin du lievre.
F		I.	22	X.	Kal. Dec.	A Pluton & à Proſerpine.
G	C		23	IX.	Kal. Dec.	
H	C	IX.	24	VIII.	Kal. Dec.	Bruma ou les Brumales pendant trois jours.
A	C	XVII.	25	VII.	Kal. Dec.	Coucher de la canicule. (ſirius).
B	C	VI.	26	VI.	Kal. Dec.	
C	C		27	V.	Kal. Dec.	Sacrifices mortuaires aux Gaulois déterrés & aux Grecs. *in foro Boario*.
D	C		28	IV.	Kal. Dec.	
E	C	XIV.	29	III.	Kal. Dec.	
F	F	III.	30	Pridie	Kal. Dec.	

Digitized by Google

Lettres Nundinales.	Qualités des Jours.	Nombre d'Or.	J. du Mois.	DÉCEMBRE, Sous la protection de Veſta.		
G	N	XI.	1	*Kalendis*	Decemb.	À la Fortune féminine.
H			2	IV.	Nonas.	
A		XIX.	3	III.	Nonas.	
B		VIII.	4	Pridie	Nonas.	À Minerve & à Neptune.
C	F		5	*Nonis*	Decemb.	Les Faunales.
D	C	XVI.	6	VIII.	Idus.	Coucher du milieu du ſagittaire.
E	C	V.	7	VII.	Idus.	Lever au matin de l'aigle.
F	C		8	VI.	Idus.	
G	C	XIII.	9	V.	Idus.	À Junon Jugale.
H	C	II.	10	IV.	Idus.	
A	N P		11	III.	Idus.	Les Agonales. Les quatorze jours Alcyoniens.
B	E N	X.	12	Pridie	Idus.	
C	N P		13	*Idibus*	Decemb.	Les Équiries ou courſe des chevaux.
D	F	XVIII.	14	XIX.	Kal. Jan.	Les Brumales. Les Ambroſianes.
E	N P	VII.	15	XVIII.	Kal. Jan.	Les Conſuales. Lever du matin de l'écreviſſe entiere.
F	C		16	XVII.	Kal. Jan.	
G			17	XVI.	Kal. Jan.	Les Saturnales pendant cinq jours.
H	C	XV.	18	XV.	Kal. Jan.	Lever du cygne. Le Soleil au ſigne du capricorne.
A	N P	IV.	19	XIV.	Kal. Jan.	Les Opaliennes.
B	C		20	XIII.	Kal. Jan.	Les Sigillaires pendant deux jours.
C	N P	XII.	21	XII.	Kal. Jan.	Les Angéronales. Les Divales. À Hercule & à Vénus, avec du vin miélé.
D	C	I.	22	XI.	Kal. Jan.	Les Compitales. Les Féries dédiées aux Lares. Jeux.
E	N P	IX.	23	X.	Kal. Jan.	Les Féries de Jupiter. Les Larentinales ou Laurentinales, Coucher de la chevre.
F	C		24	IX.	Kal. Jan.	Les Juvénales. Jeux.
G	C	XVII.	25	VIII.	Kal. Jan.	La fin des Brumales. Solſtice d'hiver.
H	C	VI.	26	VII.	Kal. Jan.	
A	C		27	VI.	Kal. Jan.	À Phébus pendant trois jours. Lever au matin du dauphin.
B	C	XIV.	28	V.	Kal. Jan.	
C	F	III.	29	IV.	Kal. Jan.	Coucher au ſoir de l'aigle.
D	F		30	III.	Kal. Jan.	Coucher au ſoir de la canicule.
E	F	XI.	31	Pridie	Kal. Jan.	

5°. La

5°. La troiſieme colonne eſt pour les dix-neuf caracteres des nombres du cycle lunaire, ou *nombre d'or*, pour marquer les nouveles lunes dans route l'année, ſuivant l'ordre auquel elles arivoient du temps de Jules-Céſar: du moins pluſieurs ſavans ont penſé qu'on avoit compté ainſi dès le temps de Céſar, & qu'on avoit pris pour la premiere année du cycle lunaire l'an 45 avant J. C. ou l'année de la réforme juliene; il eſt vrai que la nouvele lune cette année-là, fut le premier janvier: mais Scaliger & Petau penſent que ces nombres n'ont été mis dans le *calendrier* julien que depuis le concile de Nicée.

Quoi qu'il en ſoit, cette colonne eſt tirée de Gauricus; & le P. Petau, *l. 6, c. 14*, en a donné l'explication détaillée. Dans la premiere année du cycle de 19 ans, la nouvele lune arivoit le 1 janvier & le 31, le 1 mars & le 31, le 29 avril, *&c.* en ſorte qu'on trouve le nombre I vis-à-vis de tous ces jours-là. Le nombre II ſe trouve vis-à-vis de tous les jours de l'année, où arivoit la nouvele lune dans la ſeconde année de chaque cycle de 19 ans, comme au 20 de janvier, au 18 février, *&c.* qui étoient des jours de nouvele lune, l'an 44 avant J. C. ou 43, ſuivant la maniere de compter des aſtronomes. Cela ſuffiroit pour trouver les nouveles lunes d'une année quelconque dans l'hiſtoire romaine; car tous les 19 ans elles revenoient au premier janvier. *Voyez* CYCLE LUNAIRE.

6°. La quatrieme colonne marque la ſuite des jours des mois, ſuivant notre uſage; on les a mis pour montrer le raport qu'il y a entre la maniere de nommer & de compter les jours des Romains & la nôtre, & faire voir quels ſont, ſelon notre façon de compter, les jours auxquels les fêtes romaines peuvent répondre.

7°. La cinquieme colonne contient la diviſion des mois en calendes, nones & ides, qui étoient en uſage parmi les Romains. Elle n'eſt point en parties égales, comme les calendes des Grecs, mais en portions fort différentes, dont on peut voir les raiſons dans le P. Petau, *Doctr. temp. liv. 2, ch. 74.* Les variétés en ſont renfermées dans ces vers latins:

Sex Majus nonas, October, Julius & Mars;
Quatuor at reliqui. Dabit idus quilibet octo.

C'eſt-à-dire, que les mois de mars, mai, juillet & octobre, ont ſix jours de nones & que tous les autres n'en ont que quatre; mais qu'il y a dans tous huit jours d'ides; ce qu'il faut entendre ainſi; ſavoir, que le premier jour de chaque mois s'appele toujours *calendæ* ou *kalendæ*, les calendes; qu'aux quatre mois, mars, mai, juillet & octobre, le ſeptieme du mois s'appele *nonæ*, les nones, & le treizieme *idus*, les ides. Les autres jours ſe comptent à rebours du mois ſuivant, comme le 28, le 29, *&c.* avant les calendes du mois ſuivant. Les jours qui ſont depuis les calendes juſqu'aux nones, prenent le nom de nones du mois courant: les autres jours qui ſont entre les nones & les ides, prenent auſſi le nom des ides du même mois. Mais tous les autres jours depuis les ides juſqu'à la fin, prenent le nom des calendes du mois ſuivant. On voit au reſte que les tables des faſtes, ſur leſquelles les Romains plaçoient leurs mois & leurs jours par année, prirent dans la ſuite le nom de *calendrier*, parce que ce nom de *calendes* étoit écrit en grôs caracteres à la tête de chaque mois.

8°. Enfin, la derniere colonne comprend les choſes qui apartienent principalement à la religion des Romains, comme ſont les fêtes, les ſacrifices, les jeux, les cérémonies, les jours heureux ou malheureux; auſſi-bien que les commencemens des ſignes, les quatre points cardinaux de l'année, qui ſont les quatre ſaiſons, le lever & le coucher des étoiles. *Voyez* LEVER HÉLIAQUE, *&c.* Cela étoit d'un grand uſage parmi les anciens, qui s'en ſont long-temps ſervis pour marquer la différence des ſaiſons, au lieu de *calendrier*, au moins juſqu'à ce qu'il eût été rédigé dans une forme plus réguliere par la correction de Jules-Céſar. Nous voyons dans la plupart des livres anciens, que l'on ſe gouvernoit entiérement par l'obſervation du lever & du coucher des étoiles, dans la Navigation, dans l'Agriculture, dans la Médecine & dans la plus grande partie des afaires publiques & particulieres, parce que les aparitions d'étoiles étoient plus faciles à bien diſtinguer que les limites des ſaiſons & l'inégalité des jours.

J'aurois augmenté cette partie du *calendrier*, mais les auteurs anciens ſont ſi peu d'acord entr'eux, que j'ai cru le travail trop peu utile.

CALENDRIER *grégorien*, eſt celui dont nous nous ſervons depuis 1582, & qui fut rédigé à Rome ſous le Pape Grégoire XIII. Il y avoit long-temps qu'on s'occupoit de ce projet de réformation, comme on peut le voir dans l'hiſtoire eccléſiaſtique du P. Alexandre. Pierre d'Ailly, chancelier de l'Univerſité de Paris, en 1414, le cardinal de Cuſa, Regiomontanus, ſous le regne de Sixte IV, s'en occuperent; l'ouvrage fut enfin terminé ſous Grégoire XIII.

Le point fixe, d'où l'on partit dans la réformation du *calendrier*, fut la regle qu'on attribue aux peres du concile de Nicée tenu en 325. Suivant cette regle, l'équinoxe doit être le 21 de mars, & la fête de Pâque le dimanche après le XIVe de la lune du premier mois, c'eſt-à-dire, de la lune, dont le 14e arive ou le jour même, ou après le jour de l'équinoxe.

On croyoit, au temps du concile de Nicée, que l'année étoit à peu près de 365^j^ 5^h^ 55', ſuivant le ſentiment de Ptolomée. On ſuppoſa donc que l'équinoxe, qui arivoit alors le 21 de mars, ariveroit toujours de même, ou qu'on y remédieroit dans la ſuite. Mais comme il y a ſix minutes de moins dans la véritable durée de l'année ſolaire,

l'équinoxe arivoit chaque aonée ſix minutes plotôt qu'on ne croyoit; & du temps de Grégoire XIII, en 1577, il ſe trouvoit ariver le 11 de mars; il auroit fallu omettre trois jours de l'année tous les 400 ans, pour que le 21 de mars fût toujours près du véritable équinoxe.

Ce fut le 24 février 1581 que parut le bref par lequel Grégoire XIII ordona l'obſervation des trois articles qui devoient remplir pour toujours l'intention attribuée aux PP. du concile de Nicée: les voici en abrégé.

1°. Il eſt dit qu'après le 4 octobre 1582, on retrancha 10 jours du mois, en ſorte que le jour qui ſuivra la fête de S. François, qu'on a coutume de célébrer le 4 octobre, ſera appelé non le 5, mais le 15 d'octobre, & que la lettre dominicale G ſera changée en C.

2°. Pour qu'à l'avenir l'équinoxe du printemps oe puiſſe pas s'éloigoer du 21 de mars, les années biſſextiles qui avoient lieu de quatre en quatre ans, n'auront pas lieu dans les années ſéculaires 1700, 1800, 1900 mais ſeulement l'an 2000, & ainſi dans la ſuite à perpétuité; de ſorte que trois années ſéculaires ſoient toujours communes, & la quatrieme biſſextile. Le troiſieme article de la réformation, a pour objet les oouveles lunes, & nous en parlerons ci-après.

Voici la table des aonées ſéculaires biſſextiles ou communes, dans laquelle on voit que les nombres ſéculaires 16, 20, 24, *&c.* diviſibles par 4 ſans reſte, ſont les ſeuls qui expriment des années biſſextiles, comme dans le cours d'un ſiecle les nombres diviſibles par 4 expriment auſſi des aonées biſſextiles.

1600 biſſextile.	2000 b.	2400 b.
1700 commune.	2100 c.	2500 c.
1800 commune.	2200 c.	2600 c.
1900 commnne.	2300 c.	2700 c.

En continnant ainſi, l'on verra qne l'année 5200 doit être biſſextile, parce que 52 eſt diviſible par 4; mais, pour plus grande exactitude, il faudroit faire cette année de 365 jours ſeulemeot, en ſorte que depuis 4800 juſqu'à 5600, il n'y eût poinr de biſſextile; car l'année étant réellemeot de 365^{j} 5^{h} 48′ 48″, les 11′ 12″ qu'il y a de moins font un jour en 128 ans, ou 28 jours en 3600 aos; ainſi, il faudroit retrancher 28 biſſextiles ſéculaires ſur 36 ſiecles, au lieu que la regle précédente n'en retranche que 27.

Il y auroir encore ooe correctioo à faire dans la forme des années civiles ſi l'on pouvoit changer ainſi les uſages des oations pour la commodité des calculs, ce ſeroit la diſtribution des mois.

M. Carouge conſidérant la durée du temps que le ſoleil emploie à parcourir chaque ſigne, obſerve que ſi l'on avoit placé le commencement de l'année au ſolſtice d'hiver en faiſant les trois premiers mois & les trois derniers de 30 jours, le ſoleil entreroit dans chaque ſigne preſque toujours le premier du mois, & chaque ſaiſon occuperoit préciſément trois mois; & comme le mois de janvier répond au ſigne où le ſoleil eſt le moins de temps, ce ſeroit celui qn'on feroit de 29 jours dans les années communes. (*Journal des Savans*, août 1776, janvier 1779.)

Tous les États catholiques adopterent le *calendrier* de Grégoire XIII, & les dix jours que l'on retrancha de l'année en 1582, furent cauſe d'uoe différence qui a ſubſiſté long-temps en Europe dans la maniere de compter les jours; toutes les fois, par exemple, que l'on comptoit en Angleterre le 2 jaovier, on comptoit le 12 en France, c'eſt-à-dire, 10 jours de plos; les perſones qui craignoient l'éqoivoque datoient ainſi, $\frac{2}{12}$ janvier, c'eſt-à-dire, le deux vieux ſtyle, ou ſtyle julien, & le 12 nouveau ſtyle ou ſtyle grégorien. Lorſqu'en 1700 on eur ſupprimé une biſſextile, ſuivant le *calendrier* grégorien, la différence ſe trouva de 11 jours, parce que dans le *calendrier* julien on avoit fait l'anoée 1700 plus longue d'un jour; ce qui faiſoit compter enſuite nn jour de mòins.

Cette différence du vieux, & du oouveau ſtyle a ſubſiſté long-temps entre les pays proteſtans & les pays catholiques: les proteſtans d'Allemagne ont reçu en 1700 le nouveao *calendrier*. On voit dans les *Tranſactions philoſophiques*, n.° 203, *&c.* ce que l'on penſoit en Aogleterre de la réformation; mais elle y a été adoptée enfin, & le nouveau ſtyle a commencé en Angleterre au mois de ſeptembre 1752. On a retranché alors 11 jours, & l'on s'eſt trouvé d'acord avec le *calendrier* grégorien: l'uniformité a lieu actuélement dans tous les États de l'Europe; la Ruſſie eſt le ſeul pays où l'on compte encore 11 jours de moins que dans les autres pays de l'Europe.

La réformation du *calendrier* avoit encore un autre objet dans les vues de l'Égliſe; c'étoit de remettre les nouveles lunes, & ſur-tout le quatorzieme de la lune paſchale, an même état où elles avoient été en 325, an temps du concile de Nicée, & dont elles étoient éloignées de plus de quatre jours. Denis le Petit aſſure que, ſuivant l'intention du concile, on doit célébrer la fête de Pâque le premier dimanche *après* le 14.e de la lune, ſi ce 14.e arive le 21 de mars ou après le 21 de mars: ainſi, la fête de Pâque ne doit jamais ariver plutôt que le 22 de mars; car la regle dit qne ce ſera le premier dimanche *après* le quatorzieme. De même elle ne doit jamais ariver plutard que le 25 avril: car ſi la pleine lune tombe au 20 mars, ce ne ſera pas la pleine lune paſchale; on atendra celle qui ſuit le 21 mars ou celle du 18 avril; & ſi le 18 avril ne ſe trouve un dimanche, ce ne ſera eocore qne le dimanche ſuivant, 25 avril, qui ſera le jour de Pâque.

Le P. Alexandre fait voir combien l'Égliſe a pris de ſoin, depuis le concile de Nicée, pour

empêcher qu'il ne ſe gliſſât quelques erreurs dans la célébration de la Pâque : on s'en eſt occupé dans divers ſiecles ; & l'un des premiers qui s'en occuperent, fut S. Hyppolite, évêque & martyr, qui vivoit l'an 228. Enfin, Grégoire XIII raſſembla à Rome des ſavans de divers pays dès l'année 1576. Un médecin de Calabre, nommé *Luigi Lilio*, ou *Aloyſius Lilius*, lui préſenta pour lors un projet de *calendrier*, intitulé : *Compendium novæ rationis reſtituendi calendarii*, que le Pape adreſſa, 1577, à tous les princes Chrétiens & à toutes les univerſités célebres pour le faire examiner, & qui fut adopté dans le bref de la réformation.

L'épacte, dans ſon principe, eſt ce qu'il faut ajouter à l'année lunaire pour former l'année ſolaire. La ſuite des épactes eſt la ſuite des différences qui ſe trouvent entre ces deux ſortes d'années. Il y a des épactes aſtronomiques deſtinées à trouver exactement les ſyzygies aſtronomiques moyenes en heures, minutes & ſecondes. *Voyez* ÉPACTE. Mais celles du *calendrier* ſont deſtinées ſeulement à trouver, ſuivant l'intention de l'Égliſe & la regle établie en 1582, les jours des nouveles lunes eccléſiaſtiques : je dis ſuivant l'intention & la regle de l'Égliſe parce que les nouveles lunes eccléſiaſtiques ne ſont pas tout-à-fait d'acord avec les N. L. moyenes de l'Aſtronomie.

L'épacte qu'on aſſigne à chaque année dans le *calendrier*, eſt le nombre qui indique l'âge de la lune au commencement de cette année, ſuivant le *calendrier* eccléſiaſtique : de là il ſuit que ſi la nouvele lune arive le 1 janvier, l'épacte eſt zéro pour cette année-là ; mais, l'année ſuivante, elle ſera de 11, parce que l'année lunaire n'eſt que de 354 jours, & l'année ſolaire de 365, ou 11 jours de plus : ce qui fait que la nouvele lune étant tombée au 20 décembre, la lune aura 11 jours le 1 janvier de l'année ſuivante. De même l'année d'après, l'épacte eſt de 22 ; la troiſieme année ſeroit de 33, ſi l'on n'en ôtoit 30 pour former un mois complet : elle ſe réduit donc à 3. Par ce moyen les épactes d'années ſuivent l'ordre naturel des multiples de onze, en retranchant toujours 30 ; ſavoir, 11, 22, 3, 14, 25, 6, 17, 28, 9, 20, 1, 12, 23, 4, 15, 26, 7, 18, 29. Tel eſt l'ordre naturel & primitif des épactes, quand on ſuppoſe les mois lunaires de 29 & de 30 jours, les années civiles de 365 jours, avec un biſſextile tous les quatre ans.

Cet ordre primitif & régulier eſt celui qu'on ſuppoſe à l'époque du concile de Nicée ; mais en s'en éloignant, on obſerve deux défauts dans cette regle, ou deux interruptions : on les appele *équation lunaire* & *équation ſolaire* ; la premiere vient de ce que le cycle lunaire de 19 ans eſt défectueux d'environ $1^h \frac{1}{2}$, les 235 lunaiſons ne faiſant pas tout-à-fait 19 ans ; de ſorte qu'au bout de 312 ans, les nouveles lunes arivent un jour plutôt, & l'on eſt obligé de prendre l'épacte plus forte d'une unité. La ſeconde équation a lieu à cauſe du retranchement de trois biſſextiles ſur l'eſpace de 400 ans, qui fait que la nouvele lune arive plutard, & qu'il faut diminuer l'épacte. De cette double inégalité, il réſulte que chaque ſiecle exige un nouvel ordre d'épacte ; il y en a 30 ſuites différentes qui forment ce qu'on appele la *table étendue des épactes*, & que l'on trouvera ci-après.

Ces 30 ſuites tienent lieu de 30 *calendriers* qu'il auroit fallu avoir ; elles compoſent un total auſſi parfait que les regles de l'Égliſe & de la ſociété civile pouvoient l'exiger.

Ces 30 lignes ſont déſignées par 30 lettres de l'alphabet qui deſcendent dans un ordre rétrograde, mais dans leſquelles on a ſeulement évité d'employer certaines lettres qui pouvoient occaſioner de la confuſion dans les caracteres. En tête de la table, on trouve les 19 nombres du cycle lunaire, en commençant par 3, qui, au temps du concile de Nicée, ſe plaçoit vis-à-vis le 1 janvier. La premiere ligne horizontale de la table, marquée *P*, n'eſt autre choſe que la ſuite des nombres que nous avons indiqués ci-deſſus, en commençant par 0, ou *, ſans autre interruption que celle d'un jour de plus, quand le nombre d'or devient 1, parce qu'alors la derniere lunaiſon n'eſt que de 29 jours au lieu de 30 ; ce qui fait avancer les nouveles lunes d'un jour. Cette derniere lunaiſon eſt une des ſept intercalaires qu'il y a en 19 ans ; mais elle eſt exceptée de la regle. *Voyez* CYCLE LUNAIRE. La ſeconde ligne marquée *N* a une unité de moins, & ainſi des autres.

La premiere ligne de la table des épactes, marquée *P*, fut attribuée dans la réformation du *calendrier*, au ſixieme ſiecle : on ſuppoſa que les nombres d'or indiquoient exactement, pour ce ſiecle-là, les nouveles lunes. L'on prit pour époque du *calendrier* l'année 550, temps poſtérieur à celui du concile, parce qu'on voulut que les nouveles lunes du *calendrier* fuſſent en retard ſur les nouveles lunes aſtronomiques moyenes, de peur que la fête de Pâque ne vînt à être célébrée avant le XIV de la lune paſchale, contre l'intention de l'Égliſe. Or les nouveles lunes moyenes arivent quelquefois un peu avant la nouvele lune vraie, ſur laquelle les Juifs ſe régloient : l'Égliſe a donc voulu avoir dans ſon *calendrier* des nouveles lunes moyenes qui ne puſſent jamais devancer les vraies, mais qui les ſuiviſſent toujours.

On a donc pris pour racine l'année 550, ſous le regne de l'empereur Juſtinien ; alors les nombres d'or indiquoient les nouveles lunes environ 16 heures plutard qu'au temps du concile de Nicée, comme on le voit par les tables aſtronomiques, & il n'y avoit plus de danger qu'elles puſſent être indiquées plutôt que les nouveles lunes vraies. L'on attribue à l'année 500 & au ſixieme ſiecle entier la premiere ligne de la table générale des épactes, qui eſt marquée *P* dans la table étendue que nous expliquons ici : mais comme au bout de 300 ans, c'eſt-à-dire, l'an 800, il y a une équation lunaire, & que la lune anticipe d'un jour dans le *calendrier*, les nouveles lunes arivant un

jour plutôt, c'eſt le nombre précédent qui indique les nouveles lunes; il faut prendre la derniere ligne *a*, dont les épactes ſont plus fortes d'un jour. Après un autre intervalle de 300 ans, c'eſt-à-dire, l'an 1100, il y a encore une équation lunaire; la lune anticipe encore d'un jour: il faut donc, pour le douzieme ſiecle, remonter d'une ligne, & l'on aura la ligne *b* qui commence par II, XIII, &c; de même en 1400, on aura la ligne *c*, qui commence par l'épacte III.

En 1582, l'on retrancha 10 jours de l'année: les nouveles lunes ariverent donc 10 jours plutard; ainſi, il faut deſcendre de dix lignes dans la table générale, & venir à *D* pour 1583: je dis que cela s'appele *deſcendre*, parce que de la ligne *c* à la ligne *a*, on deſcend d'abord de deux lignes; & ſi l'on diminue encore l'épacte de l'unité, on trouve les nombres de la premiere ligne *P* qui eſt cenſée deſcendre encore davantage; car la table générale des épactes eſt comme un cercle dans lequel on recomence dans le même ordre & ſans interruption, lorſqu'on l'a parcouru tout entier.

En 1600, il n'y a eu ni équation lunaire, ni équation ſolaire, puiſque la premiere avoit été employée en 1400, & que la ſeconde ne devoit ariver qu'en 1700, 1800 & 1900; ainſi, l'on a conſervé la ligne *D* qui commence par XXIII.

En 1700, il y a eu une équation ſolaire, parce qu'on a omis une biſſextile, & que l'année a été plus courte d'un jour: les nouveles lunes ont dû ariver, par cette raiſon, un jour plutard; & pour les indiquer un jour plutard, il faut ſavoir l'épacte plus petite d'une unité: ainſi, en 1700 il a fallu deſcendre d'une ligne dans la table, & prendre la ſuite des épactes qui répond à la lettre *C*, & qui commence par XXII. Cela doit ariver ainſi toutes les fois que l'on omet un jour ou qu'on paſſe une biſſextile; ce que nous appelons équation ſolaire. Il auroit dû y avoir une équation lunaire en 1700; mais elle fut remiſe à 1800.

Quoique l'équation lunaire eût été employée pour l'année 1400, la lune anticipe d'un jour ſur le cycle lunaire, non pas en 300 ans, mais ſeulement en 312 $\frac{1}{2}$ ans. Ces 12 $\frac{1}{2}$ ans avoient été omis quatre fois depuis l'an 300; ſavoir, en 800, 1100, 1400, 1700: ainſi, il y avoit 50 ans dont on avoit anticipé l'équation lunaire. D'ailleurs, en partant de l'année 550, c'étoit en 850, 1150, 1450, 1750 qu'on devoit employer l'équation lunaire; ainſi, ajoutant encore à 1750 les 50 ans dont on étoit reſté encore en retard, on trouve qu'en 1800, il faudra employer l'équation lunaire: on retarde ainſi tous les 25 ſiecles. Cette équation feroit une augmentarion dans l'épacte de 1800: mais cette année-là, il y aura un jour intercalaire omis, de même qu'en 1700, & par conſéquent on devroit de même retrancher un de l'ordre des épactes, & deſcendre d'une ligne dans la table générale. Ces deux effets ſe détruiront; les nouveles lunes ne monteront ni ne deſcendront; elles demeureront aux mêmes jours; la même ligne *C* dans la table générale ſervira pour tout le 19e ſiecle qui commence en 1800, comme elle avoit ſervi pour le ſiecle précédent.

En 1900, on omettra encore un jour intercalaire; les nouveles lunes deſcendront d'un jour; il faudra deſcendre à la ligne *B* de la table générale. L'année 2000 ne changera point de ligne, parce qu'il n'y a cette année-là ni intercalaire omiſe, ni équation lunaire. En 2100, on omet un intercalaire, & l'on emploie l'équation lunaire, parce qu'il y a 300 ans d'écoulés depuis 1800, où l'on a fait la derniere équation: ainſi, le 22e ſiecle, qui commence à 2100, conſervera la même lettre *B* que le ſiecle précédent, de même que je l'ai remarqué pour l'année 1800.

En 2200, on omettra une intercalaire, & il n'y aura point d'équation lunaire: ainſi, on deſcendra à la ligne *A* de la table générale; & par la même raiſon, en 2300, on deſcendra à la ligne *u*.

En 2400, on aura eu 300 ans depuis la derniere équation lunaire de 2100: il y aura donc une équation lunaire; mais il n'y aura point d'équation ſolaire: ainſi, les nouveles lunes monteront d'un jour, & on reviendra à la ligne *A*.

2500, équation ſol. on deſcendra à la ligne *u*.
2600, équation ſol. on deſcendra à la ligne *t*.
2700, équar. ſol. & lun. on conſervera la ligne *t*.
2800, aucune équation, on conſervera la ligne *t*.

Ainſi, dans les principes de Lilius, il eſt aiſé de continuer à l'infini la table de l'*équation des épactes*, ſi l'on a égard à l'intercalaire qu'on doit retrancher trois fois en 400 ans, & à l'équation lunaire qui doit ariver tous les 300 ans, d'abord ſept fois de ſuite, & après cela au bout de 400 ans ſeulement, à cauſe des 12 ans & demi qu'on néglige tous les 300 ans, & qui ſe trouvent avoir produit 100 ans au bout de 8 fois 300 ans ou de 2400 ans: il faut renvoyer alors l'équation lunaire à l'année ſéculaire qui ſuivra comme nous l'avons indiqué, lorſque parvenus à 1700 ans nous avons rejeté l'équation lunaire à 1800. Il arivera donc toujours que l'équation lunaire ſera différée au bout de 2400 ans, à compter de 1800, c'eſt-à-dire, dans les années 4300, 6800, 9300, 11800, & ainſi de ſuite, en allant toujours par 2500; alors, au lieu d'être employée au bout de 300 ans, elle ne le ſera qu'au bout de 400 ans pour cette fois-là: par ce moyen, la lune ne remonte dans le *calendrier* que de 8 jours en 2500 ans, au lieu qu'elle remonteroit de 8 jours en 2400 ans. On a marqué ces années de retard d'un double caractere ℂ ℂ dans la table de l'équation des épactes qu'on trouvera plus bas, & où l'on voit quelle ligne on doit prendre pour chaque ſiecle dans la table étendue des épactes.

Digitized by Google

TABLE ÉTENDUE DES ÉPACTES,

Contenant les trente ſuites d'Épactes qui peuvent avoir lieu dans différens ſiecles, ſuivant le Calendrier Grégorien. *Article* 1575, *page* 303.

Remarques. Les Nombres d'Or ſont dans la premiere ligne de la Table, en tête de chaque colonne. La 9e ligne marquée C, eſt celle qui a lieu depuis 1700 *juſqu'à* 1900, *& qui recomence tous les* 19 *ans. Par exemple, l'Épacte eſt XXII en* 1769, 1788, 1807, *&c.*

	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P	*	XI	XXII	III	XIV	XXV	VI	XVII	XXVIII	IX
N	XXIX	X	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII
M	XXVIII	IX	XX	I	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VII
H	XXVII	VIII	XIX	*	XI	XXII	III	XIV	XXV	VI
G	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X	XXI	II	XIII	XXIV	V
F	XXV	VI	XVII	XXVIII	IX	XX	I	XII	XXIII	IV
E	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XIX	*	XI	XXII	III
D	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X	XXI	II
C	XXII	III	XIV	XXV	VI	XVII	XXVIII	IX	XX	I
B	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XIX	*
A	XX	I	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX
u	XIX	*	XI	XXII	III	XIV	XXV	VI	XVII	XXVIII
t	XVIII	XXIX	X	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII
s	XVII	XXVIII	IX	XX	I	XII	XXIII	IV	XV	XXVI
r	XVI	XXVII	VIII	XIX	*	XI	XXII	III	XIV	25
q	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X	XXI	II	XIII	XXIV
p	XIV	XXV	VI	XVII	XXVIII	IX	XX	I	XII	XXIII
n	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XIX	*	XI	XXII
m	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X	XXI
l	XI	XXII	III	XIV	XXV	VI	XVII	XXVIII	IX	XX
k	X	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XIX
i	IX	XX	I	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XVIII
h	VIII	XIX	*	XI	XXII	III	XIV	XXV	VI	XVII
g	VII	XVIII	XXIX	X	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVI
f	VI	XVII	XXVIII	IX	XX	I	XII	XXIII	IV	XV
e	V	XVI	XXVII	VIII	XIX	*	XI	XXII	III	XIV
d	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X	XXI	II	XIII
c	III	XIV	XXV	VI	XVII	XXVIII	IX	XX	I	XII
b	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XIX	*	XI
a	I	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X

TABLE ÉTENDUE DES ÉPACTES,

Contenant les trente ſuites d'Épactes qui peuvent avoir lieu dans différens ſiecles, ſuivant le Calendrier Grégorien. *Article* 1575, *page* 303.

Remarques. Les Nombres d'Or ſont dans la premiere ligne de la Table, en tête de chaque colonne. La 9e ligne marquée C, eſt celle qui a lieu depuis 1700 *juſqu'à* 1900, *& qui recomence tous les* 19 *ans. Par exemple, l'Épacte eſt XXII en* 1769, 1788, 1807, *&c.*

	13	14	15	16	17	18	19	1	2
ρ	XX	I	XII	XXIII	IV	XV	XVI	VIII	XIX
N	XIX	*	XI	XXII	III	XIV	25	VII	XVIII
M	XVIII	XXIX	X	XXI	II	XIII	XIV	VI	XVII
H	XVII	XXVIII	IX	XX	I	XII	XIII	V	XVI
G	XVI	XXVII	VIII	XIX	*	XI	XII	IV	XV
F	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X	XI	III	XIV
E	XIV	25	VI	XVII	XXVIII	IX	X	II	XIII
D	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	IX	I	XII
C	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	*	XI.
b	XI	XXII	III	XIV	25	VI	XVII	XXIX	X
A	X	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVIII	IX
u	IX	XX	I	XII	XXIII	IV	XV	XXVII	VIII
t	VIII	XIX	*	XI	XXII	III	XIV	XXVI	VII
s	VII	XVIII	XXIX	X	XXI	II	XIII	XXV	VI
r	VI	XVII	XXVIII	IX	XX	I	XII	XXIV	V
q	V	XVI	XXVII	VIII	XIX	*	XI	XXIII	IV
p	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X	XXII	III
n	III	XIV	25	VI	XVII	XXVIII	IX	XXI	II
m	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XX	I
l	I	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XIX	*
k	*	XI	XXII	III	XIV	25	VI	XVIII	XXIX
i	XXIX	X	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVII	XXVIII
h	XXVIII	IX	XX	I	XII	XXIII	IV	XVI	XXVII
g	XXVII	VIII	XIX	*	XI	XXII	III	XV	XXVI
f	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X	XXI	II	XIV	XXV
e	25	VI	XVII	XXVII	IX	XX	I	XIII	XXIV
d	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XIX	*	XII	XXIII
c	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	XI	XXII
b	XXII	III	XIV	25	VI	XVII	XXVIII	X	XXI
a	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	IX	XX

TABLE DE L'ÉQUATION DES ÉPACTES.

Années.	Lignes d'Épactes.	Années.	Lignes d'Épactes.	Années.	Lignes d'Épactes.
1582	D	☼ 2500	u	☼ 3500	p
Biſſex. 1600	D	☼ 2600	t	Biſſex. ☾ ☼ 3600	q
☼ 1700	C	☾ ☼ 2700	t	☼ 3700	p
☾ ☾ ☼ 1800	C	Biſſex. 2800	t	☼ 3800	n
☼ 1900	B	☼ 2900	l	☾ ☼ 3900	n
Biſſex. 2000	B	☾ ☼ 3000	l	Biſſex. 4000	n
☾ ☼ 2100	B	☼ 3100	r	☼ 4100	m
☼ 2200	A	Biſſex. 3200	r	☼ 4200	l
☼ 2300	u	☾ ☼ 3300	r	☾ ☾ ☼ 4300	l
Biſſex. ☾ 2400	A	☼ 3400	q	Biſſex. 4400	l

Il y auroit un changement à faire après l'an 8100 dans les regles précédentes, & un autre au bout de 481, 436 ans, mais on les a négligés; on en peut voir le détail dans Clavius.

En ſuivant ces regles, on trouveroit le retour des mêmes lettres & dans le même ordre au bout de 300 mille ans; c'eſt-là le grand cycle du calendrier, mais comme les données ne comportent pas une ſi grande préciſion, nous ne nous arrêterons pas à ce détail.

Quand on a trouvé par la table étendue des épactes, quelle eſt celle des 30 lignes que l'on doit employer dans le ſiecle où l'on ſe trouve; le nombre d'or qui eſt à la tête de chaque colonne vous apprend quelle eſt l'épacte de l'année; ainſi, en 1782 le nombre d'or étant 16, on trouve au deſſous de 16, dans la neuvieme ligne marquée C, que l'épacte eſt XV; en 1786 elle ſera * qui veut dire 30 ou zéro.

Connoiſſant l'épacte de l'année, on peut trouver toutes les nouveles lunes & les jours de la ſemaine dans le *calendrier perpétuel* des épactes, ou *calendrier* de Grégoire XIII que l'on trouvera ci-après, où ſont marquées les épactes *, xxix, xxxiij, &c. & les lettres *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G*, en commençant par le premier jour de janvier; dans ce *calendrier* tous les jours auxquels répond l'épacte de l'année ſont ceux des nouveles lunes cette année-là, mais il y a trois obſervations à faire ſur trois articles particuliers de ce *calendrier perpétuel*.

Au lieu du nombre 30, on met une étoile * qui tient lieu de 30 & de zéro; en effet, dans les années où il y a une nouvele lune le premier décembre & le 31, l'épacte qui marque l'âge de la lune quand l'année finit, devroit être 30, parce que la lune a 30 jours quand l'année finit, mais elle devroit être zéro ſi l'on conſidéroit la nouvele lune du 31 décembre; ainſi, l'on met un ſigne ambigu qui tient lieu de l'une & de l'autre, & qui s'applique également à ces deux circonſtances.

Dans le *calendrier perpétuel* on a pratiqué ſix interruptions, où l'on a mis enſemble les épactes XXIV & XXV, ſans cela les 12 ſuites des épactes qui ſont de 30 chacune, formeroient 360 jours, au lieu de 354 qu'elles doivent former pour s'accorder avec l'année lunaire qui a 11 jours de moins que l'année ſolaire. Cette ſuppreſſion de 6 jours a été répartie ſur la ſeconde trentaine, ſur la 4e, la 6e, la 8e, la 10e & la 12e; & les jours où elle tombe ſont le 5 février, le 5 avril, le 3 juin, le 1 août, le 29 ſeptembre & le 27 novembre. Ces ſix jours qui, par la diſpoſition précédente, devroient avoir XXV d'épacte, ont tout-à-la-fois XXV & XXIV. Par-là on gagne un nombre à chaque fois, & il ſe trouve qu'à la fin de décembre on a gagné 6 jours, qui, ajoutés aux 5 jours qu'il y a de moins dans les 360 jours d'épacte, que dans l'année, font 11 jours, comme cela doit être puiſque l'année lunaire n'a que 354 jours.

CALENDRIER PERPÉTUEL DES ÉPACTES,

SUIVANT GRÉGOIRE XIII,

Pour ſervir à trouver toutes les nouvelles Lunes, les jours de la ſemaine, & les Fêtes mobiles pour une année quelconque.

JUILLET.			AOÛT.		SEPTEMBRE.		OCTOBRE.		NOVEMBRE.		DÉCEMB.	
J. du M.	Épactes.	Let. dom.										
1	XXVI	G	XXV.XXIV	C	XXIII	F	XXII	A	XXI	D	XX	F
2	25.XXV	A	XXIII	D	XXII	G	XXI	B	XX	E	XIX	G
3	XXIV	B	XXII	E	XXI	A	XX	C	XIX	F	XVIII	A
4	XXIII	C	XXI	F	XX	B	XIX	D	XVIII	G	XVII	B
5	XXII	D	XX	G	XIX	C	XVIII	E	XVII	A	XVI	C
6	XXI	E	XIX	A	XVIII	D	XVII	F	XVI	B	XV	D
7	XX	F	XVIII	B	XVII	E	XVI	G	XV	C	XIV	E
8	XIX	G	XVII	C	XVI	F	XV	A	XIV	D	XIII	F
9	XVIII	A	XVI	D	XV	G	XIV	B	XIII	E	XII	G
10	XVII	B	XV	E	XIV	A	XIII	C	XII	F	XI	A
11	XVI	C	XIV	F	XIII	B	XII	D	XI	G	X	B
12	XV	D	XIII	G	XII	C	XI	E	X	A	IX	C
13	XIV	E	XII	A	XI	D	X	F	IX	B	VIII	D
14	XIII	F	XI	B	X	E	IX	G	VIII	C	VII	E
15	XII	G	X	C	IX	F	VIII	A	VII	D	VI	F
16	XI	A	IX	D	VIII	G	VII	B	VI	E	V	G
17	X	B	VIII	E	VII	A	VI	C	V	F	IV	A
18	IX	C	VII	F	VI	B	V	D	IV	G	III	B
19	VIII	D	VI	G	V	C	IV	E	III	A	II	C
20	VII	E	V	A	IV	D	III	F	II	B	I	D
21	VI	F	IV	B	III	E	II	G	I	C	*	E
22	V	G	III	C	II	F	I	A	*	D	XXIX	F
23	IV	A	II	D	I	G	*	B	XXIX	E	XXVIII	G
24	III	B	I	E	*	A	XXIX	C	XXVIII	F	XXVII	A
25	II	C	*	F	XXIX	B	XXVIII	D	XXVII	G	XXVI	B
26	I	D	XXIX	G	XXVIII	C	XXVII	E	25.XXVI	A	25.XXV	C
27	*	E	XXVIII	A	XXVII	D	XXVI	F	XXV.XXIV	B	XXIV	D
28	XXIX	F	XXVII	B	25.XXVI	E	25.XXV	G	XXIII	C	XXIII	E
29	XXVIII	G	XXVI	C	XXV.XXIV	F	XXIV	A	XXII	D	XXII	F
30	XXVII	A	25.XXV	D	XXIII	G	XXIII	B	XXI	E	XXI	G
31	25.XXVI	B	XXIV	E			XXII	C			19.XX	

Les 12 lunaiſons de chaque année ſont alternativement de 30 & de 29 jours; auſſi l'on met alternativement 30 épactes & 29, d'abord les 30 dans le mois de janvier, enſuite 29 ſeulement, en en réuniſſant deux au même jour, puis 30 & ainſi de ſuite. L'épacte XXIV dans février & toutes celles qui la ſuivent, ſe trouve remontée d'un rang au deſſus de ſa place naturele vers le commencement du mois, à cauſe des deux épactes XXV & XXIV qui ſont réunies au 5 février: ainſi, les lunaiſons qui commencent par les 30 épactes qui précedent les deux épactes accumulées au 5 de février; c'eſt-à-dire, par les épactes XXV, XXVI, XXVII, XXVIII, XXIX, *, I, II, &c. juſqu'à l'épacte XXIV incluſivement, contienent ſeulement 29 jours; il faut dire la même choſe des lunaiſons qui répondent aux 30 épactes ſemblables, qui précedent dans cinq autres endroits du *calendrier* la réunion de XXIV & XXV.

Dans les mois qui ont deux épactes au même jour XXV & XXIV, on pouroit craindre qu'il n'y eût deux nouveles lunes indiquées au même jour dans l'eſpace de 19 ans; ſavoir, l'une quand l'épacte de l'année ſeroit XXV, & l'autre quand elle ſeroit XXIV; or il ne peut pas y avoir deux nouveles lunes dans les 19 ans qui tombent au même jour du mois, puiſqu'ils n'y revienent qu'après les 19 ans révolus. Pour obvier à cet inconvénient dans la diſpoſition des épactes de la table étendue, on a mis 25 en chifre arabe au lieu de XXV dans toutes les ſuites d'épactes, ou dans toutes les lignes où les deux nombres 24 & 25 ſe trouvent enſemble & peuvent revenir dans l'eſpace de 19 ans, ce nombre 25 eſt mis dans le *calendrier* à côté de XXVI, parce que dans ces mêmes lignes d'épactes les nombres 25 & XXVI ne peuvent pas ſe tronver enſemble dans l'eſpace de 19 ans.

Dans les mois qui ont 25 & XXVI d'épacte au même rang ou au même jour, il ne peut pas ariver non plus que la nouvele lone ſoit indiquée deux fois au même jour en 19 ans, parce que 25 ne ſe trouve point dans les huit ſuites d'épactes qui contienent vingt-cinq & vingt-ſix, on n'a mis dans celle-ci que le nombre romain XXV, qui, dans le *calendrier*, eſt à côté de XXIV; mais XXV & XXIV ne ſont point enſemble dans ces huit ſuites-là; ainſi, l'on a toujours eu ſoin de faire en ſorte que les deux figures qui ſont enſemble dans le calendrier à un même jour, ne fuſſent pas dans une même ſuite d'épactes; il eſt bien vrai que les mêmes nombres y ſont, mais l'un eſt en chifres romains & en petites capitales, l'autre en chifres arabes, & cette différence de forme les diſtingue aſſez; quelquefois on met le 25 en rouge comme dans les bréviaires ou dans les livres imprimés en deux couleurs.

Toutes les fois que dans les cycles de 19 ans, l'épacte XXV concourt avec un nombre d'or plus grand que onze, c'eſt-à-dire, avec les nombres d'or, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, il y a toujours dans ce même cycle une épacte XXIV, mais ſi pour lors on prend l'épacte 25 qui eſt d'un caractere ou d'une couleur différente, qui dans ſix endroits du *calendrier* eſt placée à côté de l'épacte XXVI, il ne poura jamais y avoir deux nouveles lunes au même jour, parce que cette épacte 25 marquée d'un caractere & d'une autre couleur, répond par tout à un jour différent de celui qui a l'épacte XXIV.

Mais lorſque dans un cycle de 19 ans, l'épacte XXV ſe rencontre avec un nombre d'or plus petit que 12, ou avec les nombres d'or 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 & 11, il ne peut pas ariver que dans le même cycle l'épacte XXIV ſe trouve employée avec l'épacte XXV: pour lors on prend l'épacte XXV qui, dans ſix endroits, eſt marquée au même jour que l'épacte XXIV, & puiſque l'épacte XXIV n'aura pas lieu dans ce cycle-là, on ne riſque point de tronver dans le même cycle deux nouveles lunes au même jour.

De même, quoique l'épacte 25 qui eſt différente en caractere ou en couleur, ſe trouve dans ſix jours de l'année à côté de l'épacte XXVI, on ne craindra pas cependant de tronver deux nouveles lunes au même jour dans les 19 ans, parce que quand l'épacte XXV ſe trouve avec un nombre d'or plus grand que 11, (& ce ſont les ſeuls cas où l'on ſe ſerve du caractere 25), l'épacte XXVI n'a jamais lieu dans le même cycle pour indiquer les nouveles lunes.

En effet, dans la table étendue des épactes, on voit aux 8 lignes marquées *N*, *E*, *B*, *r*, *n*, *k*, *e*, *b*, qui chacune répondent à un cycle lunaire entier de 19 ans; l'épacte 25 diſtinguée par les chifres arabes ſous les 8 nombres d'or, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, l'épacte XXIV ſous les onze autres & jamais l'épacte XXVI; mais dans les 22 autres lignes horizontales de la table, où l'épacte XXV ſe trouve ſous les 11 petits nombres d'or depuis 1 juſqu'à 12, on trouve quelquefois l'épacte XXVI, mais on n'y trouve pas XXIV. Si donc on prend tantôt l'épacte XXV qui eſt dans le *calendrier* à côté de XXIV, & tantôt l'épacte 25 qui eſt d'un autre caractere ou d'une autre couleur, & placée dans le *calendrier* à côté de XXVI, ayant égard aux nombres d'or petits ou grands avec leſquels elle concourt, il n'arivera jamais que, dans le même cycle de 19 ans, il y ait deux nouveles lunes au même quantieme du mois, quoique dans les ſix endroits ci-deſſus marqués, il y ait au même jour XXV avec XXIV, & XXVI avec l'épacte 25 d'un caractere différent.

Ainſi l'épacte XXIV ne peut pas avoir lieu quand l'épacte * XXV concourt avec un des onze premiers nombres d'or, mais ſeulement quand elle concourt avec un nombre d'or plus grand que 11, & l'épacte XXVI n'a jamais lieu lorſque l'épacte 25 de caractere différeot concourt avec un nombre d'or plus grand que 11.

Cette épacte 25 relevée d'un jour, fait que la 2e lune de l'année a 29 jours & non pas 30,

& xépond mieux au moyen mouvement de la lune que l'épacte XXV qui eſt un peu en retard.

On a choiſi les épactes XXV & XXIV pour les accumuler enſemble, quoiqu'on eût pu choiſir deux autres épactes quelconques; mais c'étoit à peu près vers ces mêmes jours que l'on employoit l'équation de la lune dans l'ancien *calendrier* des nombres d'or du Concile de Nicée, & l'on a cherché à s'en raprocher le plus qu'il étoit poſſible dans la diſpoſition du nouveau *calendrier*.

Ces nombres XXV & XXIV que l'on met enſemble, ont même été choiſis d'ailleurs avec deſſein, pour faire en ſorte que preſque toutes les lunaiſons paſchales fuſſent de 29 jours, comme le vouloient les peres du concile de Nicée, & qu'elles commençaſſent roujours entre le 8 de mars & le 5 avril. Il n'y a dans le nouveau *calendrier* que deux exceptions à la premiere regle, c'eſt lorſqu'on a pour épacte 25 ou XXIV, & que 25 concourt avec un nombre d'or plus grand que 11, ce qui arive bien rarement; il n'y a que ces deux lunes paſchales qui ſoient de 30 jours. Lorſque les PP. de Nicée aſſignerent un eſpace de 29 jours pour les nouveles lunes paſchales, depuis le 8 de mars juſqu'au 5 avril, il étoit facile d'y aranger 19 nombres d'or, de façon qne tous donnaſſent des lunaiſons de 29 jours; mais comme il y a 30 épactes, on ne ſauroit les aranger rontes dans 29 jours, à moins qu'on n'en mette deux à la fois au même jour, comme cela arive au 5 avril; c'eſt ce qui fait que la lunaiſon de l'épacte XXIV a 30 jours, & par conſéquent auſſi celle de l'épacte 25, placée au deſſus de XXIV. (Clavius, *page* 103.)

L'équation de la lune ſe place au 5 avril par une raiſon ſemblable pour ſe raprocher de l'ancien uſage de l'Égliſe, mais il ſeroit trop long d'entret ici dans ces détails.

Le troiſieme artifice employé dans la diſpoſition des épactes du *calendrier perpétuel*, conſiſte à avoir mis à la fin de décembre à côté de l'épacte XX, une épacte extraordinaire 19, qui eſt auſſi différente ou par le caractere ou par la couleur. Celle-ci ſert uniquement à marquer la nouvele lune le dernier de décembre, lorſque l'épacte XIX concourt avec les nombres d'or 19, ce qui n'arivera plus juſqu'après l'an 8200, & lorſque de 30 cycles de la table étendue, celui qui a la lettre *D*, ſera en uſage, comme il l'a été depuis la correction grégoriene juſqu'à l'année 1700 excluſivement, c'eſt dans cette ligne *D* ſeulement que l'épacte XIX ſe trouve ſous le nombre d'or 19; l'épacte 29 placée au 31 de décembre, doit alors indiquer une nouvele lune comme cela eſt arivé en 1595, 1614, 1633, 1652, 1671, 1690; en effet, dès que le nombre d'or eſt 19, on doit ajouter 12 à l'épacte de l'année pour former celle de l'année ſuivante, au lieu qu'on n'ajoutoit que 11 dans les autres cas. Ainſi, à l'épacte XIX lorſqu'elle a lieu avec le nombre d'or 19, il faut ajouter 12 & l'on a 1 d'épacte pour l'année ſuivante, mais l'uſage de l'épacte 1 ne ſe trouve dans le *calendrier* qu'au 30 de janvier; donc ſi l'épacte 19 n'étoit pas placée dans le *calendrier* au 31 de décembre pour indiquer une nouvele lune, la lunaiſon de décembre ne contenant alors que 29 jours, il n'y auroit point de lunaiſon indiquée dans le *calendrier* depuis le 2 décembre juſqu'au 29 de janvier, car, dans le mois de décembre, il n'y a pas d'autre épacte XIX que celle du 2 de décembre, & dans le mois de janvier il n'y a pas d'épacte 1 avant le 30. Cependant il y a dans le cas dont il s'agit une lune de 29 jours qui commence le 2 décembre; le calcul prouve même qu'il y a eu effet une nouvele lune moyene ce jour-là, quand le nombre d'or 19 concourt avec l'épacte XIX. (Clavius, *page* 104.)

Mais l'exception dont il s'agit, ou l'addition de l'épacte 19, extraordinairement cumulée avec l'épacte XX au 31 décembre, ne fait dans le *calendrier* aucune confuſion, parce qu'elle eſt à côté de l'épacte XX qui n'a jamais lieu dans le cycle où l'épacte XIX concourt avec le nombre d'or 19: en effet, on peut voir dans la table étendue des épactes, que la ligne *D*, qui a lieu dans le cas prévu, ne renferme pas l'épacte XX. Ce nombre ne ſe trouve point dans les 19 épactes de ce cycle, il ne peut donc pas y avoir double emploi, ni deux nouveles lunes indiquées au même jour dans l'eſpace de 19 ans, quoiqu'il y ait deux épactes au même jour, c'eſt-à-dire, 29 & XX.

Les épactes ne peuvent indiquer que les nouveles lunes moyenes, c'eſt-à dire, les nouveles lunes qui auroient lieu, ſi la lune & le ſoleil alloient toujours d'un mouvement uniforme, & que leur longitude moyene fût toujours égale à leur longitude vraie. Ce ſeroit aſſez pour l'uſage du *calendrier* civil; car l'on eſt toujours sûr de ne pas ſe tromper de plus d'un jour même en ſe reſtreignant aux moyens mouvemens; mais nous devons obſerver encore, que non ſeulement les nouveles lunes déſignées dans le *calendrier* par les épactes ne ſont point les nouveles lunes aſtronomiques vraies qu'on obſerve & qu'on trouve dans nos éphémérides, mais elles ne ſont pas même exactement d'acord avec les nouveles lunes moyenes. Il y a ſouvent des différences qui deviennent ſenſibles; par exemple, en 1700 la pleine lune moyene ariva le ſamedi, 3 avril, vers les 11^{h} du ſoir à Rome; Pâque devoit donc ſe célébrer le lendemain, ſuivant la regle; mais dans le *calendrier* la pleine lune étoit indiquée pour le 4 avril, la fête ſe trouva renvoyée au 11 du même mois. (*Voyez l'Hiſt. de l'Acad.* 1701.) Lors de la correction grégoriene on voulut remettre les nouveles lunes aux mêmes lieux où elles étoient du temps du concile de Nicée, par le moyen du cycle des 19 ans. Mais comme en 625 ans le cycle rameua la nouvele lune deux jours plutôt, il y avoit alors quatre jours de différence entre les nouveles lunes aſtronomiques &

celles du cycle. Dans l'exécution, on n'a tenu compte que de 3 jours au lieu de 4; de là vient que la pleine lune aſtronomique moyene vient ſouvent un jour avant la pleine lune paſchale, & que le *calendrier* n'a point à cet égard la juſteſſe qu'on avoit eu intention de lui donner; de là vient auſſi la contradiction apparente que l'on trouvera quelquefois entre les calculs rigoureux de l'Aſtronomie, & les calculs du comput eccléſiaſtique.

Ainſi, dans l'exécution du projet de la réformation, l'on n'a pas exactement ſuivi l'intention de la bulle de Grégoire XIII; il auroit dû y avoir une équation lunaire en 1700. Depuis 1700, l'épacte répondant au nombre d'or 1, auroit dû être 1, au lieu qu'on ne lui attribue que 0 ou *, en ſorte qu'on n'a augmenté que de 3 jours les épactes lunaires, depuis le concile juſqu'à préſent, au lieu de 4 jours. Cette erreur d'un jour a fait tomber la fête de Pâque, en 1704, au 23 avril, au lieu qu'elle auroit dû être le 22 mars, parce que la pleine lune dans cette année-là, devoit être marquée au 20 mars, & qu'elle ne le fut qu'au 21: or le 20 mars n'eſt point du mois paſchal, mais le 21 en eſt. (*Hiſt. Acad.* 1701.) (*Jo. Bernoulli opera*, Lauſanne, 1743, *tom. iv.*) La raiſon de ce défaut, eſt que l'objet des réformateurs étoit de demeurer plutôt au deſſous qu'au deſſus des véritables nouveles lunes, pour empêcher que les épactes n'indiquaſſent la nouvele lune plutôt qu'elle n'arive réellement; & que la fête de Pâque ne fût célébrée le XIVe de la lune, ou même plutôt, c'eſt-à-dire, en même temps que chez les juifs ou chez les hérétiques *quarto-decimanos*. (Fleury, *Hiſt. eccléſ.* ann. 196.) Pour cet effet, on a eu plus d'égard à la pleine lune qu'à la nouvele lune; on n'a pas craint qu'il arivât que la fête de Pâque fût célébrée plutard que le XXIe de la lune; mais on redoutoit la célébration qui auroit pu tomber le XIVe de la lune, quand il ſe trouve un dimanche, parce que c'eſt le jour que choiſiſſent les juifs pour immoler l'agneau paſchal.

Cette remarque avoit déja été faite par Clavius, qui obſerve que c'étoit l'ancien uſage de l'Égliſe, *pag.* 55 & 352. Cela auroit dû prévenir le reproche aſtronomique fait par Caſſini au *calendrier* grégorien, ſi ce n'eſt que Caſſini ne trouva pas cette raiſon ſuffiſante pour avoir fait mettre entre le *calendrier* & l'Aſtronomie une ſemblable différence. Elle nuit à l'exactitude du *calendrier*, relativement à l'uſage qu'on en peut faire pour trouver les nouveles lunes véritables.

Pour trouver l'épacte & les fêtes mobiles dans une année quelconque, on commencera par chercher le nombre d'or. Ce nombre, pris au haut de la table étendue des épactes, marquera la colonne dans laquelle doit ſe trouver l'épacte.

Pour ſavoir dans quelle ligne de la table, & vis à-vis de quelle lettre il faut chercher l'épacte, on prendra dans la table de l'*équation des épactes*, la lettre qui convient au ſiecle où l'on ſe trouve; & ce ſera dans cette ligne qu'il faudra prendre l'épacte répondante au nombre d'or.

Pour avoir une regle particuliere dans ce ſiecle-ci & le ſuivant, où l'on emploie la ligne C, on part de l'épacte XVIII, qui a lieu la derniere année de chaque cycle lunaire, on ajoute 11 pour chaque année & un de plus, parce que la premiere année du cycle l'épacte augmente de 11, & l'on ôte 30 autant de fois qu'on le peut. Ainſi, on multipliera par 11 le nombre d'or de l'année courante; on ajoutera 19; on diviſera cette ſomme par 30, & l'on aura pour reſte l'épacte de l'année. On peut auſſi multiplier par 11 le nombre d'or diminué d'une unité, & diviſer le produit par 30: le reſte de la diviſion eſt l'épacte cherchée.

Ainſi, pour avoir l'épacte de 1762, on multiplie le nombre d'or 15 par 11; on a 165; on y ajoute 19, ce qui fait 184; l'on diviſe cette ſomme par 30; le quotient eſt 6, mais il reſte 4, qui forme l'épacte cherchée. On peut la trouver encore autrement; on multiplie par 11 le nombre 62 de l'année; on ajoute 9 au produit (c'eſt l'épacte de 1700); & de plus, autant d'unités que le nombre d'or 1 eſt revenu de fois depuis 1700; ce qui eſt arivé en 1710, 1729 & 1748, parce que dans ces années-là l'augmentation eſt plus forte d'une unité; la ſomme 694 étant diviſée par 30, le quotient eſt 23, & le reſte 4 eſt l'épacte de 1762: cette regle ne ſert que pour le 18e ſiecle.

L'épacte de l'année indique tous les jours de pleine lune dans le *calendrier* perpétuel: ainſi, pour avoir la nouvele lune paſchale, qui ne peut ariver qu'après le 7 de mars, il faut voir à quel joor répond l'épacte de l'année, à compter du 8 de mars incluſivement, & ce ſera celui de la nouvele lune paſchale; le quatorzieme jour, à compter de la nouvele lune iocluſivement, ſera le jour de la pleine lune paſchale, & le premier dimanche après cette pleine lune excluſivement, c'eſt-à-dire, le premier jour où l'on trouvera la lettre dominicale de l'année, ſera le jour de Pâque.

Les limites paſchales, ſont le 22 mars, le 25 avril; ainſi, en 1598, 1693 & 1761, la fête de Pâque eſt arivée le 22 mars; elle s'y trouvera encore en 1818, 2285, 2437, 2505, *&c.* Au contraire, cette fête n'eſt tombée qu'au 25 avril, en 1546, en 1666 & en 1734, & cela arivera encore en 1886, 1943, 2038, 2190, *&c.*

La ſeptuagéſime eſt toujours neuf ſemaines avant Pâque, ou le 64e jour, y compris celui de Pâque; le mercredi des cendres le 47e avant le jour de Pâque, en comptant l'un & l'autre.

On trouve la fête de l'Aſcenſion, en comptant 40 jours après Pâque; la Pentecôte, en comptant 50; la Trinité 57 jours, & la fête Dieu 61 jours après Pâque; celle-ci arive toujours le même quantieme du mois que le ſamedi ſaint.

Le *calendrier réformé* ou *corrigé*, eſt celui où

ſans s'embaraſſer de tout l'appareil des nombres d'or, des épactes, des lettres dominicales, on détermine la pleine lune de Pâque & les fêtes mobiles qui en dépendent, par les calculs aſtronomiques, ſuivant les tables du ſoleil & de la lune, appelées *tables rudolphines*, ou *tables de Kepler*.

Ce *calendrier* fut introduit dans les états proteſtans d'Allemagne en 1700; l'on retrancha tout-d'un-coup unze jours du mois de février, de maniere qu'en 1700, février n'eut que dix-huit jours; par ce moyen, le ſtyle corrigé revint à celui du *calendrier* grégorien. Les proteſtans d'Allemagne ont ainſi reçu, du moins pour un certain temps, la forme de l'année grégoriene, juſqu'à ce que la quantité réelle de l'année tropique étant déterminée par obſervation d'une maniere encore plus exacte, les catholiques romains puiſſent convenir avec eux d'une forme d'année exacte & commode.

CALENDRIER *perpétuel*. On appele ainſi une ſuite de *calendriers* relatifs aux différens jours où la fête de Pâque peut tomber; & comme cette fête n'arive jamais plutard que le 25 avril, ni plutôt que le 22 mars, le *calendrier perpétuel* eſt compoſé d'autant de *calendriers* particuliers qu'il y a de jours depuis le 22 mars incluſivement, juſqu'au 25 avril incluſivement; ce qui fait 35 *calendriers*.

On trouve un *calendrier perpétuel* fort utile & fort bien entendu, dans l'excellent ouvrage de l'*art de vérifier les dates*, par des Bénédictins de la congrégation de S. Maur, Dom Clément & Dom Durand.

La ſeconde édition, en 1770, a été donnée par Dom Clément, & la troiſieme en 1783; dans celle-ci, il a trouvé le moyen de réduire les 35 *calendriers* à ſept.

CALENDRIER ou *almanach*, eſt une table des 12 mois ou des 365 jours de l'année. L'on y marque les jours de la ſemaine, les fêtes mobiles ou fixes, les noms des Saints, dont on fait l'office à chaque jour dans l'Égliſe; il y en a une table dans le martyroluge romain, & une dans le livre que nous venons de citer.

On y met le lever & le coucher du ſoleil & de la lune, & les phaſes de la lune, l'entrée du ſoleil dans les ſignes des équinoxes & des ſolſtices, & les éclipſes.

Quelquefois on y ajoute les lungitudes, latitudes & déclinaiſons du ſoleil, de la lune & des autres planetes, le commencement & la fin du crépuſcule, les phénomenes remarquables qui arivent dans le ciel, comme conjonctions, oppoſitions, éclipſes d'étoiles ou de ſatellites. *Voyez* ÉPHÉMÉRIDE, CONNOISSANCE DES TEMPS.

CALENDRIER *ruſtique*, eſt le nom qu'on donne à un *calendrier* propre pour les gens de la campagne, dans lequel ils aprenent les temps où il faut ſemer, planter, tailler la vigne, *&c.* Ces ſortes de *calendriers* ſont ordinairement remplis de beaucoup de regles fauſſes & de prédictions hazardées ſur la pluie & les ſaiſons fondées ſur les influences prétendues, & ſur les aſpects de la lune & des planetes. Mais les gens inſtruits diſtinguent avec ſoin les regles qui ſont fondées ſur des expériences exactes & réitérées, d'après celles qui ne ſont fondées que ſur le préjugé & l'ignorance. (*D. L.*)

On ſe ſert auſſi du mot *calendrier* pour déſigner le catalogue ou les faſtes que l'on garduit anciénement dans chaque Égliſe, & on étuient les Saints que l'on y honuroit en général ou en particulier, avec les évêques de cette Égliſe, les martyrs, *&c.*

Il ne faut pas confondre les *calendriers* avec les martyrologes; car chaque Égliſe avoit ſon *calendrier* particulier, au lieu que les martyrologes regardent toute l'Égliſe en général: ils contienent les martyrs & les confeſſeurs de toutes les Égliſes. De tous les différens *calendriers*, on en a formé un ſeul martyrologe, en ſorte que les martyrologes ſont poſtérieurs aux *calendriers*.

Il y a encore quelques-uns de ces *calendriers* qui exiſtent, particuliérement un Rumain fort ancien, qui fut fait vers le milieu du quatrieme ſiecle; il contenuit les fêtes des païens comme celles des chrétiens: ces derniers étoient alors en aſſez petit numbre. Le pere Mabillon a fait imprimer auſſi le *calendrier* de l'Égliſe de Carthage, qui fut fait vers l'an 483. Le *calendrier* de l'Égliſe d'Éthiopie, & celui des Coptes, publiés par Ludolphe, paroiſſent avoir été faits après l'année 760. Le *calendrier* des Syriens, imprimé par Genebrard, eſt fort imparfait; celui des Moſcovites, publié par le pere Papebruck, convient pour la plus grande partie avec celui des Grecs, publié par Genebrard. Le *calendrier* mis au jour par Dom Dachery, ſous le titre d'*année ſolaire*, ne differe en rien du *calendrier* de l'Égliſe d'Arras. Le *calendrier* que Beekius publia à Augsbourg en 1687, eſt, ſelon toute apparence, celui de l'ancienne Égliſe d'Augsbourg, ou plutôt de Strasbourg, qui fut écrit vers la fin du dixieme ſiecle. Le *calendrier moſarabique*, dont on fait encore uſage dans les cinq Égliſes de Tolede; le *calendrier ambroſien* de Milan, & ceux d'Angleterre, avant la réformation, ne contienent rien que l'on ne trouve dans ceux des autres Égliſes occidentales, c'eſt-à-dire, les Saints que l'on honore dans toutes ces Égliſes en général, & les Saints particuliers aux Égliſes qui faiſoient uſage de ces *calendriers*. (CHAMBERS.)

CALER *un quart-de-cercle*, (*Aſtron.*); c'eſt mettre ſon plan dans une ſituation exactement verticale par le moyen du fil à plomb qui doit raſer le limbe, ſans apuier, & ſans être trop en l'air, & qui doit batre légérement ſur le milieu du point de la diviſion, auquel on veut qu'il réponde. C'eſt ordinairement par le moyen des vis du pied, que l'on *cale un quart-de-cercle*, & pour que ce mouvement ne le faſſe pas charier, on

Digitized by Google

fait porter chacune de quatre vis ſur une coquille dont la ſurface inférieure a des aſpérités qui ſe gripent ſur le pavé. Quelquefois auſſi l'on ſe ſert du niveau à bulle d'air pour *caler les quarts-de-cercles*, tels ſont ceux qu'a fait long-temps le célebre Bird en Angleterre, dans leſquels la lunete tourne autour du centre, le fil vertical reſtant toujours ſur le premier point de la diviſion; mais la chaleur du ſoleil faiſant varier le niveau, peut occaſioner des erreurs. (*D. L.*)

CALIPPIQUE; nom d'une période de 76 ans, propre à corriger l'erreur du cycle lunaire.

CALISTO, (*Aſtr.*). *Voyez* OURSE.

CAMÉLÉON *ou* CHAMÉLÉON, (*Aſtron.*); l'une des douze conſtellations méridionales, figurées dans les anciennes cartes de Bayer; elle eſt ſur le colure des équinoxes & au dedans du cercle polaire antarctique; elle n'eſt compoſée que de neuf étoiles dans Bayer: mais il y en a un beaucoup plus grand nombre dans le catalogue de la Caille; celle qu'il a marquée *α*, qu'il a obſervée avec ſoin, avoit, au commencement de 1750, 12^h 8′ 38″ d'aſcenſion droite, & 76^d 7′ 12″ de déclinaiſon auſtrale. (*D. L.*)

CAMÉLÉOPARD, (*Aſtron.*). *Voy.* GIRAFE.

CAMMARUS, (*Aſtron.*). *Voyez* CANCER.

CANCER, *écreviſſe*; quatrieme ſigne du zôdiaque: c'eſt auſſi le nom d'une conſtellation.

Le *cancer* a été appelé *cammarus*, qui en grec ſignifie écreviſſe; *aſtacus* du mot grec ἀστακὸς (*cancer marinus*). Il paroît que ce nom eſt venu de ce que le ſoleil arivé à ſa plus grande déclinaiſon, ſembloit retourner ſur ſes pas quand il étoit dans ce ſigne. Suivant les poëtes, l'écreviſſe fut placée dans le ciel par Jupiter, pour avoir ſervi ſes amours, en retardant par ſa piquure la fuite d'une nymphe, fille de Garamanthe. Ampelius dit que cette écreviſſe fut placée dans le ciel par Junon, après qu'elle eut été écraſée par Hercule en voulant l'incommoder dans le combat contre l'hydre de lerne. On ſait que Junon, toujours ennemie d'Hercule, pourſuivoit par-tout ce héros, & ſuſcitoit des obſtacles à toutes ſes entrepriſes.

M. Dupuis a expliqué ingénieuſement cette fable, en faiſant voir que le lever héliaque des premieres étoiles de l'hydre étoit acompagné de celui du *cancre*, avant que la queue de l'hydre eût achevé de diſparoître, ou avant que le ſecond travail d'Hercule fût conſommé. Mais le travail d'Hercule, qui répond à la conſtellation du *cancer*, eſt ſon voyage en Heſpérie pour enlever des pommes d'or ou des brebis à toiſon d'or; il s'explique par le coucher de la conſtellation d'Hercule.

Les deux ânes, qui ſont deux étoiles de la conſtellation du *cancer*, marquées γ & δ dans nos catalogues, repréſentent, ſuivant les poëtes, ceux qui, dans la guerre de Jupiter contre les Géans contribuerent à ſa victoire, ou par leurs cris, ou parce qu'ils ſervoient de monture à Vulcain, & aux ſatyres qui venoient au ſecours de Jupiter. On voit entre ces deux étoiles un amas d'étoiles appelé *l'étable*, *præſepe*, à cauſe des deux ânes, qui en ſont tout proches: c'eſt ce que nous appelons *la nébuleuſe du cancer*; mais ce n'eſt pas une véritable nébuleuſe dans le ſens qu'on y atache aujourd'hui.

Les étoiles de cette conſtellation ſont au nombre de 83, dans le catalogue britannique; mais elles ſont peu remarquables: la plus belle marquée *β*, n'eſt que de 3e à 4e grandeur.

On repréſente le *cancer* par deux figures placées l'une auprès de l'autre, & aſſez ſemblables à celles dont on ſe ſert pour exprimer ſoixante-neuf en Arithmétique 69.

Tropique du cancer, eſt un des petits cercles de la ſphere, parallele à l'équateur, & qui paſſe par le commencement du ſigne du *cancer*. Ce tropique eſt dans l'hémiſphere ſeptentrional, & eſt éloigné de l'équateur de 23^d 28′: c'eſt celui que le ſoleil paroît décrire le jour du ſolſtice d'été.

CANICULAIRES: *jours caniculaires*, marquent proprement un certain nombre de jours qui précedent, & qui ſuivent celui où la canicule ſe levoit autrefois le matin avec le ſoleil, c'eſt-à-dire, les jours de la plus grande chaleur. Les Égyptiens & les Éthiopiens commençoient leur année aux jours *caniculaires*. Dans nos almanachs de provinces, on les compte ordinairement depuis le 22 juillet juſqu'au 23 août: c'eſt le temps que le ſoleil emploie à parcourir le ſigne du lion.

Mais il y en a qui comptent les jours *caniculaires* juſqu'à la fin d'août. Varénius, *pag.* 275, *édit.* 1712.

CANICULE, ſ. f. (*Aſtron.*); c'eſt le nom de la belle étoile du grand chien, qu'on appele auſſi ſimplement l'*étoile du chien*; les Grecs la nommoient σείριος, *ſirius*. *Voyez* SIRIUS.

Pline & Galien donnent auſſi à la *canicule* le nom de *procyon*, quoiqu'en effet *procyon* ſoit le nom d'une autre étoile dans le petit chien. *Voyez* PROCYON.

Quelques auteurs anciens nous diſent, après Hippocrate & Pline, *lib.* 2, *c.* 40, que le jour, où la *canicule* ſe leve, la mer bouillonne, le vin tourne, les chiens entrent en rage, la bile s'augmente & s'irrite, & tous les animaux tombent en langueur & dans l'abatement; que les maladies qu'elle cauſe le plus ordinairement ſont les fievres ardentes & continues, les dyſſenteries & les phrénéſies. On ſent bien que ce ſont les effets de la chaleur, qu'on attribuoit à l'aſtre qui annonçoit les chaleurs.

C'eſt actuélement le 20 août qu'arive le lever héliaque de ſirius; & cependant alors ce qu'on appele les jours *caniculaires*, ſont près de finir.

Les Romains étoient ſi perſuadés de la malignité de la *canicule*, que pour en écarter les influences ils lui ſacrifioient tous les ans un chien roux; le chien avoit eu la préférence dans le choix des vi-

ſtimes, à cauſe de la conformité des noms. Ce n'eſt pas la ſeule occaſion où cette conformité ait donné naiſſance à des branches de ſuperſtition : la *canicule* paſſoit ou pour la chienne d'Érigone, ou pour le chien que Jupiter donna à Minos, que Minos donna à Procris, & que Procris donna à Céphale.

CANON, *en Géométrie & en Algebre*, ſignifie une regle générale pour la ſolution de pluſieurs queſtions d'un même genre : ce mot eſt aujourd'hui peu uſité. On ſe ſert plus communément des termes *méthode* & *formule*. *Voyez* MÉTHODE & FORMULE.

CANON *naturel des triangles* ; c'eſt une table qui contient tout enſemble les ſinus, les tangentes & les ſécantes des angles ; on la nomme de la ſorte, parce qu'elle ſert principalement à la réſolution des triangles. *Voyez* TRIANGLE.

CANON *artificiel des triangles* ; c'eſt une table où ſe trouvent les logarithmes des ſinus & des tangentes, *&c.* *Voyez* SINUS, TANGENTE, LOGARITHME.

CANOPUS (*Aſtron.*) ; étoile de la premiere grandeur, ſituée dans l'hémiſphere auſtral, à l'extrémité la plus auſtrale de la conſtellation appelée *argo*, ou le navire. On l'appele auſſi *canobus*, *χάνωβ*, *Ptolemæon*, *Suel* (Bayer) ; mais Pline dit *canopus*. Ce nom eſt celui du pilote de Ménélas, roi de Troye. Selon M. Caſtard, il vient du mot *χνῦβ*, qui en langue copte ſignifie de l'or, & le copte dérive du grec.

C'eſt, après *ſirius*, la plus belle étoile du ciel : on la voit de l'île de Rodes raſer l'horizon ; elle annonçoit aux Égyptiens l'entrée du ſoleil dans le verſeau ; de là vint ce qu'on appeloit *Regnum canopicum*. *Voyez* mon *Aſtronomie*, *t.* 4, *p.* 443. (*D. L.*)

CAPABLE, (*Géom.*) : on dit qu'un ſegment de cercle eſt *capable* d'un angle, lorſque ce ſegment eſt tel qu'on y peut inſcrire cet angle ; en ſorte que les deux côtés de l'angle ſe terminent aux extrémités du ſegment, & que le ſommet de l'angle ſoit ſur la circonférence du ſegment. On ſait que tous les angles inſcrits dans un même ſegment ſont égaux ; ainſi, le ſegment *EFD*, *Pl. Géom. Fig.* 21, eſt *capable* de l'angle *EFD*, ou de ſon égal *EHD*. On a pluſieurs méthodes pour décrire un ſegment *capable* d'un angle donné : en voici une aſſez ſimple. Faites un triangle iſoſcele, dont l'angle au ſommet *EFD* ſoit égal à l'angle donné ; ou, ce qui eſt la même choſe, faites les angles *FED*, *FDE*, égaux chacun à la moitié de 180 degrés moins la moitié de l'angle donné ; & par les points *F*, *D*, décrivez l'arc de cercle *EFD*. *Voyez* CERCLE. (*O*).

CAPOT, *terme de jeu de Piquet*. On dit de celui qui ne fait aucune levée ou main, qu'il eſt *capot*.

Le *capot* vaut quarante points. *Voyez* PIQUET. Celui qui gâgne ſeulement les cartes, n'en compte que dix.

CAPRICORNE (*Aſtron.*) *caper*, dixieme ſigne du zôdiaque ; on l'appele auſſi le *bouc*, la *chevre amalthée*, le *ſigne de l'hiver*, la *porte du ſoleil* ; car on regardoit les deux tropiques comme les deux portes du ciel. Par l'une, le ſoleil montoit dans les régions ſupérieures ; par l'autre, il redeſcendoit à la région la plus baſſe du ciel. Quelques poëtes diſent que cette conſtellation repréſente la chevre amalthée, dont le lait ſervit aux nymphes qui prirent ſoin de Jupiter ſur le mont Ida, & que Jupiter par reconoiſſance plaça enſuite parmi les aſtres : mais c'eſt une confuſion ; la chevre amalthée eſt celle qui eſt entre le bras du cocher. *Voyez* CHEVRE. D'autres expliquent la forme bizâre du *capricorne*, qui eſt moitié bouc & moitié poiſſon, en forme d'égipan, par le moyen d'une autre fable. Les dieux étant à table dans un endroit de l'Égypte, Typhon, le plus terrible des géans, parut ſubitement, & cauſa une ſi grande frayeur, que tous les dieux chercherent leur ſûreté dans la fuite, & ſe changerent en différentes formes. Pan, le dieu des chaſſeurs, des paſteurs & de toute la nature, ſe plongea dans le Nil juſqu'à moitié du corps, prit la forme d'un poiſſon par derriere, & celle d'une chevre par ſa partie antérieure, & Jupiter voulut conſerver la mémoire de cet événement, en plaçant dans le ciel cet animal monſtrueux : ces origines ſont ſi abſurdes, qu'on oſe à peine les raporter. Mais M. Dupuis fait voir que ce ſigne indiquoit l'élévation du ſoleil après la ſaiſon des pluies ; il croit que dans l'origine le *capricorne* fut placé au ſolſtice d'été : on y réuniſſoit autrefois un *capricorne* & un poiſſon, parce que le débordement du Nil commençoit ſous ce ſigne, & les Indiens l'appelent encore *poiſſon*. *Aſtron. t. iv, p.* 363.

Il y a 51 étoiles du *capricorne* dans le catalogue britannique ; mais il y en a beaucoup plus dans ceux de Mayer & de la Caille. (*D. L.*)

CARACTERE, ſ. m. ſigne dont on ſe ſert dans les Mathématiques pour abréger le diſcours & pour ſimplifier les calculs.

Les *caracteres numéraux* ſont ceux qu'on emploie pour exprimer les nombres ; ce ſont des *lettres* ou des *figures*, que l'on appele autrement *chifres*. Les eſpeces de *caracteres* qui ſont principalement en uſage aujourd'hui, ſont le commun & le romain : on peut y joindre le grec, & un autre nommé le *caractere françois*, ainſi que les lettres des autres alphabets, dont on s'eſt ſervi pour exprimer les nombres.

Le *caractere commun* eſt celui que l'on appele ordinairement le *caractere arabe*, parce que l'on ſuppoſe qu'il a été inventé par les aſtronomes arabes, quoique les Arabes eux-mêmes l'appelent le *caractere indien*, comme s'ils l'avoient emprunté des peuples de l'Inde.

Il y a dix *caracteres arabes* ; ſavoir, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, dont le dernier s'appele en

latin *cyphra*. En France, on donne en général le nom de *chifre* à tout *caractere* qui ſert à exprimer les nombres.

On ſe ſert du *caractere arabe* preſque dans toute l'Europe, & preſque dans toutes les circonſtances où il peut avoir lieu, en fait de commerce, de meſure, de calculs aſtronomiques, *&c.*

Le *caractere romain* eſt compoſé de lettres majuſcules de l'alphabet romain, d'où probablement lui eſt venu ſon nom; ou peut-être de ce que les anciens Romains en faiſoient uſage ſur leurs monoies, & dans les inſcriptions de leurs monumens publics, érigés en l'honneur de leurs divinités & de leurs hommes illuſtres, de même que ſur leurs tombeaux, *&c.*

Les lettres numérales qui compoſent le *caractere romain*, ſont au nombre de ſept; ſavoir, *I*, *V*, *X*, *L*, *C*, *D*, *M*.

Le *caractere I* ſignifie un; *V*, cinq; *X*, dix; *L*, cinquante; C, un cent; *D*, cinq cents; & *M*, un mille.

Le *I*, répété deux fois, fait deux, *II*; trois fois, trois, *III*; quatre s'exprime ainſi, *IV*. *I*, mis devant *V* ou *X*, retranche une unité du nombre exprimé par chacune de ces lettres.

Pour exprimer ſix, on ajoute *I* à *V*, *VI*; pour ſept, on y en ajoute deux, *VII*; & pour huit, trois, *VIII*: on exprime neuf, en mettant *I* devant *X*, *IX*, conformément à la remarque précédente.

On peut faire la même remarque par raport à *X* devant *L* ou *C*; ce *X* indique alors qu'il faut retrancher dix unités du nombre ſuivant: ainſi, *XL* ſignifie *quarante*, & *XC*, *quatre-vingt-dix*; une *L* ſuivie d'un *X*, ſignifie *ſoixante LX*, &c. On a déſigné quelquefois quatre cents par C *D*, mais cela eſt rare.

Outre la lettre *D*, qui exprime *cinq cents*, on peut encore exprimer ce nombre par un *I* devant un *C* renverſé de cette maniere *IↃ*; de même au lieu de *M*, qui ſignifie un *mille*, on ſe ſert quelquefois de *I* entre deux *C*, l'un droit & l'autre renverſé en cette ſorte *CIↃ*: ſuivant cette convention, on peut exprimer *ſix cents* par *IↃC*, & *ſept cents* par *IↃCC*, &c.

L'addition de C & C devant & après, augmente *CIↃ* en raiſon décuple; ainſi, *CCIↃↃ* ſignifie 10000; *CCCIↃↃↃ*, 100000, &c.

Ceci eſt la maniere commune de marquer les nombres, anciénement uſitée par les Romains, qui exprimoient auſſi tout nombre de mille par une ligne tirée ſur un nombre quelconque moindre que mille. Par exemple, $\overline{V}$ ſignifie 5000; $\overline{LX}$, 60000; pareillement *M* eſt 1000000; $\overline{MM}$ eſt 2000000, *&c.*

Outre cela, 1°. certaines libertés ou variations ont été admiſes, au moins dans quelques écrivains modernes; par exemple, *IIX* ſignifie 8; *IICIX*, 891: 2°. certains *caracteres* ont été en uſage, qui ſemblent avoir du raport aux lettres; par exemple *M*, par lequel on exprime *mille*, 1000, a été formé de *CXↃ* ou *CIↃ*, dont la moitié, c'eſt-à-dire *IↃ*, étoit priſe pour 500; de même, afin d'avoir peut-être plus de commodité pour écrire, *IↃ* ſemble avoir été changé en *D*. Nous ignorons au reſte comment les Romains faiſoient leurs calculs par le moyen de ces nombres. Ils avoient ſans doute une arithmétique comme nous, & peut-être ne ſeroit-il pas impoſſible de la retrouver; mais ce ſeroit une recherche de pure curioſité. Le *caractere arabe*, qui a prévalu par-tout, nous en exempte.

Chifres grecs. Les Grecs avoient trois manieres d'exprimer les nombres. 1°. La plus ſimple étoit pour chaque lettre en particulier, ſuivant ſa place dans l'alphabet, afin d'exprimer un nombre depuis α 1 juſqu'à ω 24; c'eſt de cette maniere que ſont diſtingués les livres de l'Iliade d'Homere. 2°. Il y avoit une autre maniere qui ſe faiſoit par une diviſion de l'alphabet en huit unités: α 1, β 2, *&c.* 8 dixaines ι 10, κ 20, *&c.* 8 centaines, ρ 100, σ 200, *&c. N. B.* ils exprimoient mille par un point ou un accent ſous une lettre: par exemple, α 1000, β 2000, *&c.* 3°. Les Grecs avoient une troiſieme maniere qui ſe faiſoit par ſix lettres capirales, en cette maniere, I [*ια* pour *μία*] I, Π [*πέντε*] 5, Δ [*δέκα*] 10, H [*ἑκατὸν*] 100, X [*χίλια*] 1000, M [*μύρια*] 10000; & quand la lettre Π en renfermoit quelques-unes, excepté 1, cela montroit que la lettre renfermée étoit le quintuple de ſa propre valeur, comme

$\overline{|\Delta|}$ 50, $\overline{|H|}$ 500, $\overline{|X|}$ 5000, $\overline{|M|}$ 500000.

Chifres hébraïques. L'alphabet hébreu étoit diviſé en neuf unités, א 1, ב 2, *&c.*; en neuf dixaines, י 10, כ 20, *&c.*; en neuf centaines, ק 100, ר 200, *&c.*; ך 500, ם 600, ן 700, ף 800, ץ 900. Les mille s'exprimoient quelquefois par les unités que l'on mettoit avant les cent, אתלד, 1534, & de même devant les dixaines, אע, 1070. Mais en général, on exprimoit *mille* par le mot אלח, & 2000 par אלפים; אלפים, précédé des autres lettres numérales, ſervoit à déterminer le nombre de mille: par exemple, נאלפים, 3000, *&c.*

Le *caractere françois*, ainſi appelé à cauſe que les François l'ont inventé, & en font principalement uſage, eſt plus ordinairement nommé *chifre de compte* ou *de finance*.

Ce n'eſt proprement qu'un chifre romain en lettres non majuſcules; ainſi, au lieu d'exprimer 56 par *LVI*, en chifre romain, on l'exprime en plus petits *caracteres*, par *lvj*, & ainſi des autres, *&c.*

On en fait principalement uſage dans les chambres des comptes, dans les comptes que rendent les tréſoriers, les receveurs, *&c.*, & autres perſones employées dans l'adminiſtration des revenus.

En

En *Algebre*, les premieres lettres de l'alphabet *a*, *b*, *c*, *d*, *&c.* ſont les ſignes ou les *caracteres* qui expriment les quantités *données*; & les dernieres lettres *z*, *y*, *x*, *&c.*, ſont les *caracteres* des quantités *cherchées*. *Voyez* QUANTITÉ; *Voyez auſſi l'article* ARITHMÉTIQUE UNIVERSELLE, où nous avons expliqué pourquoi l'Algebre ſe ſert de lettres pour déſigner les quantités, ſoit connues, ſoit inconnues.

Obſervez que les quantités égales ſe marquent par le même *caractere*. Les lettres *m*, *n*, *r*, *ſ*, *t*, *&c.* ſont les *caracteres* des expoſans indéterminés des raports & des puiſſances; ainſi, x^m, y^n, z^r, *&c.* déſignent les puiſſances indéterminées de différentes eſpeces; mx, ny, rz, les différens multiples ou ſous-multiples des quantités x, y, z, ſelon que m, n, r repréſentent des nombres entiers ou rompus.

$+$ Eſt le ſigne de ce qui exiſte réellement, & on l'appele *ſigne affirmatif* ou *poſitif*; il fait comprendre que les quantités qui en ſont précédées, ont une exiſtence réelle & poſitive. *Voyez* POSITIF.

C'eſt auſſi le ſigne de l'addition; & en liſant, on prononce *plus*: ainſi, $9+3$ ſe prononce neuf *plus* trois, c'eſt-à-dire, 9 ajouté à 3, ou la ſomme de 9 & 3; ce qui fait 12. *Voyez* ADDITION.

Quand le ſigne $-$ précede une quantité ſimple, il exprime une négation ou bien une exiſtence négative; il fait voir, pour ainſi dire, que la quantité qui en eſt précédée, eſt moindre que rien. Car on peut dire, par exemple, d'un homme qui a 10000 livres de dettes, & qui n'a rien d'ailleurs, que ſa fortune eſt au deſſous de rien de la valeur de 20000 livres, puiſque ſi on lui donnoit 20000 livres, il ſeroit obligé de payer ſes dettes, & il ne lui reſteroit rien; ce qu'on peut exprimer ainſi, *la fortune de cet homme* eſt $-$ 10000 livres. Au reſte, nous donnerons plus au long & plus exactement l'idée des quantités négatives à *l'article* NÉGATIF.

Si on met ce ſigne entre des quantités, c'eſt le ſigne de la ſouſtraction; & en le liſant, on prononce *moins*: ainſi, $14-2$ ſe lit 14 *moins* 2, ou diminué de 2, c'eſt-à-dire, le reſte de 14, après que l'on en a ſouſtrait 2; ce qui fait 12. *Voyez* SOUSTRACTION.

$=$ Eſt le ſigne de l'égalité; ainſi, $9+3=14-2$, ſignifie que 9 *plus* 3 ſont égaux à 14 *moins* 2.

Harriot eſt le premier qui a introduit ce *caractere*. En ſa place, Deſcartes ſe ſert de $\propto$. Avant Harriot, il n'y avoit aucun ſigne d'égalité. Wolf & quelques autres auteurs ſe ſervent du même *caractere* $=$ pour exprimer l'identité des raports, ou pour marquer les termes qui ſont en proportion géométrique, ce que pluſieurs auteurs indiquent autrement.

Le ſigne $\times$ eſt la marque de la multiplication; il fait voir que les quantités qui ſont de l'un & de l'autre côté de ce ſigne, doivent être multipliées les unes par les autres: ainſi, 4×6 ſe lit 4 multiplié par 6, ou bien le produit de 4 & $6=24$, ou le rectangle de 4 & de 6. Cependant, dans l'Algebre, on omet aſſez ſouvent ce ſigne, & l'on met ſimplement les deux quantités enſemble: ainſi, bd exprime le produit des deux nombres marqués par b & d, leſquels étant poſés valoir 2 & 4, leur produit eſt 8 ſignifié par bd.

Wolf & d'autres auteurs prenent pour ſigne de multiplication un point (.) placé entre deux multiplicateurs; ainſi 6. 2 ſignifie le produit de 6 & 2, c'eſt-à-dire, 12. *Voyez* MULTIPLICATION.

Quand un des facteurs ou tous les deux ſont compoſés de pluſieurs termes, on les diſtingue par une ligne que l'on tire deſſus; ainſi, le produit de $a+b-c$ par d s'écrit $d\times\overline{a+b-c}$.

Guido Grandi, & après lui Léibnitz, Wolf & d'autres, pour éviter l'embaras des lignes, au lieu de ce moyen, diſtinguent les multiplicateurs compoſés en les renfermant dans une parentheſe de la maniere ſuivante $(a+b-c)\,d$.

Le ſigne $\div$ exprimoit autrefois la diviſion; ainſi, $a\div b$ déſignoit que la quantité a eſt diviſée par la quantité b. Mais aujourd'hui, en Algebre, on exprime le quotient ſous la forme d'une fraction; ainſi $\frac{a}{b}$ ſignifie le quotient de a diviſé par b.

Wolf & d'autres prenent pour indiquer la diviſion, le ſigne $(:)$; ainſi $8:4$ ſignifie le quotient de 8 diviſé par $4=2$.

Si le diviſeur ou le dividende, ou bien tous les deux ſont compoſés de pluſieurs lettres; par exemple, $a+b$ diviſé par c, au lieu d'écrire le quotient ſous la forme d'une fraction de cette maniere $\frac{a+b}{c}$, Wolf renferme dans une parentheſe les quantités compoſées, comme $(a+b):c$. *Voyez* DIVISION.

$>$ eſt le ſigne de majorité ou de l'excès d'une quantité ſur une autre. Quelques-uns ſe ſervent du *caractere* $\lfloor$ ou de celui-ci $\overline{\lfloor}$.

$<$ eſt le ſigne de minorité. Harriot introduiſit le premier ces deux *caracteres*, dont tous les auteurs modernes ont fait uſage depuis.

D'autres auteurs emploient d'autres ſignes; quelques-uns ſe ſervent de celui-ci $\overline{|}$; mais aujourd'hui on n'en fait aucun uſage.

$\sim$ eſt le ſigne de ſimilitude, recomandé dans les *miſcellanea berolinenſia*, & dont Léibnitz, Wolf & d'autres ont fait uſage, quoiqu'en général les auteurs s'en ſervent rarement. *Voy.* SIMILITUDE.

D'autres auteurs emploient ce même *caractere*, pour marquer la différence entre deux quantités, lorſque l'on ignore laquelle eſt la plus grande. *Voyez* DIFFÉRENCE.

Le ſigne $\surd$ eſt le *caractere* de radicalité ; il fait voir que la racine de la quantité qui en eſt précédée, eſt extraite ou doit être extraite : ainſi, $\surd\overline{25}$ ou $\surd^{2}\overline{25}$ ſignifie la *racine carrée* de 25, c'eſt-à-dire, 5 ; & $\surd^{3}\overline{25}$. indique la *racine cubique* de 25. *Voyez* RACINE, RADICAL.

Ce *caractere* renferme quelquefois pluſieurs quantités ; ce que l'on diſtingue en tirant une ligne deſſus : ainſi, $\surd\overline{b+d}$ ſignifie la *racine carrée* de la ſomme des quantités b & d.

Wolf, au lieu de ce ſigne, renferme dans une parentheſe les quantités compoſées, & affecte le tout de l'expoſant de la racine : ainſi, pour déſigner la *racine carrée* de $a+b-c$, il écrit $(a+b-c)^{\frac{1}{2}}$. *Voyez* EXPOSANT.

Le ſigne : eſt le *caractere* de la proportion arithmétique ; ainſi, 7. 3 : 13. 9 fait voir que trois eſt ſurpaſſé par 7 autant que 9 l'eſt par 13, c'eſt-à-dire, de 4. *Voyez* PROPORTION.

Le ſigne : : eſt le *caractere* de la proportion géométrique ; ainſi, 8. 4 : : 30. 15, ou 8 : 4 : : 30 : 15, montre que le raport de 30 à 15 eſt le même que celui de 8 à 4, ou que les quatre termes ſont en proportion géométrique, c'eſt-à-dire, que 8 eſt à 4 comme 30 eſt à 15. *Voyez* PROPORTION.

Au lieu de ce *caractere*, Wolf ſe ſert du ſigne d'égalité $=$ qu'il préfere au premier, comme plus ſcientifique & plus expreſſif. D'autres déſignent ainſi la proportion géométrique, $a \mid b \mid\mid c \mid d$. Tout cela eſt indifféeent.

Le ſigne $\div$ eſt le *caractere* de la proportion géométrique continue ; il montre que le raport eſt toujours le même ſans interruption : ainſi, $\div$ 2. 4. 8. 16. 32 ſont dans la même proportion continue ; car 2 eſt à 4 comme 4 eſt à 8, comme 8 eſt à 16, *&c.* *Voyez* PROPORTION & PROGRESSION.

En *Géométrie*, $\mid\mid$ eſt le *caractere* du parallélifme, qui montre que deux lignes ou deux plans doivent être à égale diſtance l'un de l'autre. *Voyez* PARALLELE.

Δ eſt le *caractere* d'un triangle. *Voyez* TRIANGLE.

$\square$ eſt le ſigne d'un carré ; $\overline{\underline{\ }}$ marque l'égalité des côtés d'une figure.

$\sqsubset$ ſignifie un *rectangle* ; $<$ eſt le ſigne d'un *angle*.

O caractériſe un *cercle* : $\underline{\ }$ marque un *angle droit*.

v exprime l'*égalité des angles* ; $\overline{\underline{\ }}$ eſt le ſigne d'une *perpendiculaire*.

$^{\circ}$ exprime un degré ; ainſi, 75° ſignifie *ſoixante & quinze degrés*.

$'$ eſt le ſigne d'une *minute* ou d'une *prime* ; ainſi, $50'$ dénote *cinquante minutes*. $''$, $'''$, $''''$, *&c.* ſont les *caracteres* des *ſecondes*, des *tierces*, des *quartes*, &c. de *degrés* ; ainſi, $5''$, $6'''$, $18''''$, $10''''$, ſignifient 5 *ſecondes*, 6 *tierces*, 18 *quartes*, 20 *quintes*. Les quartes & les quintes s'expriment auſſi par IV & par V.

Au reſte, pluſieurs des *caracteres* de Géométrie, dont nous venons de parler, ſont peu uſités aujourd'hui.

Dans les calculs *différentiel & intégral*, la lettre d, placée au devant d'une quantité variable x, veut dire la *différence* de cette quantité. Ainſi, dx ſignifie la *différence* de x, ou la *différentiele* de x : c'eſt la notation ordinaire. Les Anglois déſignent la même choſe par la lettre x ſurmontée d'un point, en cette ſorte $\dot{x}$; & ils appelent *fluxion* ce que les autres nations appelent *différence* d'après Léibnitz.

Le ſigne $\int$, placé au devant d'une différentiele, ſignifie l'*intégrale* de cette différentiele. Ainſi, $\int dx$ veut dire l'*intégrale* de dx. Les Anglois déſignent la même choſe par $Fl.\ \dot{x}$, qui veut dire la *fluente de la fluxion* $\dot{x}$.

Voyez DIFFÉRENTIEL, INTÉGRAL, FLUXION, FLUSNTE.

CARACTÉRISTIQUE, ſ. f. La *caractériſtique* d'un logarithme eſt ſon expoſant, c'eſt-à-dire, le nombre entier qu'il renferme ; ainſi, dans ce logarithme, 7, 000 000, 6 eſt l'expoſant de même 2 eſt l'expoſant dans celui-ci, 2 : 4523, *&c.*

En général, on appele en Mathématiques, *caractériſtique*, une marque ou caractere par lequel on déſigne quelque choſe. *Voyez* CARACTERE. Ainſi, d eſt la *caractériſtique* des quantités différentieles, ſuivant M. Léibnitz ; & ſuivant M. Newton, la *caractériſtique* des fluxions eſt un point. *Voyez* FLUXION, DIFFÉRENTIEL.

Dans la haute Géométrie, on appele *triangle caractériſtique* d'une courbe, un triangle rectiligne rectangle, dont l'hypoténuſe fait une partie de la courbe, qui ne differe pas ſenſiblement d'une ligne droite, parce que cette portion de courbe eſt ſuppoſée infiniment petite. Ce triangle a été appelé *caractériſtique*, à cauſe qu'il ſert ordinairement à diſtinguer les lignes courbes. *Voyez* COURBE.

Suppoſons, par exemple, la demi-ordonée pm, *Pl. d'Anal. Fig.* 18, infiniment proche d'une autre demi-ordonée PM : alors Pp ſera la différence de l'abſciſſe ; & abaiſſant une perpendiculaire $MR = Pp$, Rm ſera la différence de la demi-ordonée. Tirant donc une tangente TM, en ce cas l'arc infiniment petit Mm ne différera pas d'une ligne droite ; par conſéqnent MmR eſt un triangle rectiligne rectangle, & conſtitue le triangle *caractériſtique* de cette courbe, autrement appelé *triangle différentiel*. En effet, l'équation différentiele qui eſt entre les petits côtés de ce triangle, eſt l'équation qui déſigne & caractériſe la courbe. *Voyez* TRIANGLE DIFFÉRENTIEL. (*O*).

CARDINAUX (*ſignes*), adj. pl. (*Aſtronomie.*) Points *cardinaux* de l'horizon, ſont l'orient, l'occident, le ſeptentrion & le midi; ceux du zôdiaque ſont les premiers degrés des ſignes où le ſoleil eſt cenſé entrer au commencement de chaque ſaiſon; ſavoir, le *bélier*, le *cancer*, la *balance* & le *capricorne*.

CARNABONS, (*Aſtronomie.*); nom que l'on donne quelquefois à la conſtellation du ſerpentaire.

CARRÉ (*Aſtronomie.*), ſe dit de trois conſtellations qui ſe ſont remarquer par quatre étoiles principales diſpoſées en quadrilatere. On dit le *carré* de la grande ourſe, le *carré* de Pégaſe & le *carré* d'Orion. (*D. L.*)

CARRÉ. (*Géom.*) *Voyez* QUARRÉ.

CARRÉ-CARRÉ. (*Mathématiques.*) *Voyez* QUARRÉ-QUARRÉ.

CARREAU (*Franc-*), ſorte de jeu dont M. de Buffon a donné le calcul en 1733, avant que d'être de l'Académie des Sciences. Voici l'extrait qu'on trouve de ſon mémoire ſur ce ſujet, dans le volume de l'Académie pour cette année-là.

Dans une chambre carrelée de *carreaux* égaux & ſuppoſés réguliers, on jete en l'air un louis ou un écu, & on demande combien il y a à parier que la piece ne tombera que ſur un ſeul *carreau* ou *franchement*.

Suppoſons que le *carreau* donné ſoit carré; dans ce carré inſcrivons-en un autre qui en ſoit diſtant par-tout de la longueur du demi-diametre de la piece; il eſt évident que toutes les fois que le centre de la piece tombera ſur le petit carré ou ſur ſa circonférence, la piece tombera franchement; & qu'au contraire elle ne tombera pas franchement, ſi le centre de la piece tombe hors du carré inſcrit: donc la probabilité que la piece tombera franchement, eſt à la probabilité contraire, comme l'aire du petit carré eſt à la différence de l'aire des deux carrés.

Donc pour joüer à jeu égal, il faut que le grand carré ſoit double du petit, c'eſt-à-dire, que le diametre de la piece étant 1, & x le côté du grand carré, on aura $x^2 : (x-1)^2 :: 2 : 1$; d'où l'on tire facilement la valeur de x, qui ſera incommenſurable avec le diametre de la piece.

Si la piece, au lieu d'être ronde, étoit carrée, &, par exemple, égale au carré inſcrit dans la piece circulaire dont nous venons de parler, il faut aux lieux que la probabilité de tomber franchement deviendroit plus grande: car il pourroit arriver que la piece tombât franchement hors du petit carré: le problême devient alors un peu plus difficile, à cauſe des différentes poſitions que la piece peut prendre; ce qui n'a point lieu quand la piece eſt circulaire, car toutes les poſitions ſont alors indifférentes. Voici dans un problême ſimple une idée qu'on peut ſe former de ces différentes poſitions.

Sur un ſeul plancher formé de planches égales & paralleles, on jete une baguete d'une certaine longueur, & ſuppoſée ſans largeur: on demande la probabilité qu'elle tombera franchement ſur une ſeule planche. Que l'on conçoive le point du milieu de la baguete à une diſtance quelconque du bord de la planche, & que de ce point, comme centre, on décrive un demi-cercle dont le diametre ſoit perpendiculaire aux côtés de la planche; la probabilité que la baguete tombera franchement, ſera à la probabilité contraire, comme le ſecteur circulaire renfermé au dedans de la planche eſt au reſte de l'aire du demi-cercle; d'où il eſt aiſé de tirer la ſolution cherchée. Car nommant x la diſtance du centre de la baguete à l'un des côtés de la planche, X le ſecteur correſpondant, dont il eſt toûjours facile de trouver la valeur en x, & A l'aire du demi-cercle; la probabilité cherchée ſera à la probalité contraire, comme $\int X\,dx$ eſt à $\int dx\,(A - X)$. *Voyez* JEU, PARI. (*O*).

CARTE, ſ. f.; (*Aſtronomie géographique.*) figure plane qui repréſente la figure de la terre, ou une de ſes parties, ſuivant les loix de la perſpective.

Une *carte* eſt donc une projection de la ſurface du globe ou d'une de ſes parties, qui repréſente les figures & les dimenſions, ou au moins les ſituations des villes, des rivieres, des montagnes, *&c. Voy.* PROJECTION.

Cartes univerſeles, ſont celles qui repréſentent toute la ſurface de la terre, ou les hémiſpheres. On les appele ordinairement *mappemonde*. *Voyez* MAPPEMONDE.

Cartes particulieres, ſont celles qui repréſentent quelques pays particuliers, ou quelques portions de pays.

Ces deux eſpeces de *cartes* ſont nommées ſouvent *cartes géographiques*, ou *cartes terreſtres*, pour les diſtinguer des *hydrographiques* ou *marines*, qui ne repréſentent que la mer, ſes îles, & ſes côtes.

Les conditions requiſes pour une bonne *carte*, ſont 1°. que tous les lieux y ſoient marqués dans leur juſte ſituation, eu égard aux principaux cercles de la terre, comme l'équateur, les paralleles, les méridiens, *&c.* 2°. que les grandeurs de différens pays aient entr'elles les mêmes proportions ſur la *carte*, qu'elles ont ſur la ſurface de la terre; 3°. que les différens lieux ſoient reſpectivement ſur la *carte* aux mêmes diſtances les uns des autres, & dans la même ſituation que ſur la terre elle-même.

Pour les principes de la conſtruction des *cartes*, & les loix de projection, *voyez* PERSPECTIVE & PROJECTION *de la ſphere*. *Voici l'application de ces principes à la conſtruction des cartes.*

Conſtruction d'une carte, l'œil étant ſuppoſé placé dans l'axe. Suppoſons, par exemple, qu'il faille repréſenter l'hémiſphere boréal tel qu'il doit paroître à un œil ſitué dans un des points de l'axe, comme dans le pole auſtral, en prenant le plan de l'équateur pour celui où la repréſentation doit ſe faire : nous imaginerons pour cela des lignes tirées de chaque point de l'hémiſphere boréal à l'œil, & qui coupent le plan en autant de points. Tous ces derniers points joints enſemble, formeront par leur aſſemblage la *carte* requiſe.

Ici l'équateur ſera la limite de la projection ; le pole de la terre ſe préſentera ou ſe projétera au centre ; les méridiens de la terre ſeront repréſentés par des lignes droites qui iront du centre de l'équateur ou du pole de la *carte*, à tous les points de l'équateur ; les paralleles de latitude formeront de petits cercles, dont les centres ſeront le centre même de l'équateur ou de la projection.

La meilleure maniere de concevoir la projection d'un cercle ſur un plan, c'eſt d'imaginer un cône dont le ſommet placé à l'endroit où nous ſuppoſons l'œil, ſoit radieux ou envoie des rayons ; dont la baſe ſoit le cercle qu'il faut repréſenter ; & dont les côtés ſoient autant de rayons lancés par le point lumineux : la repréſentation du cercle ne ſera alors autre choſe que la ſection de ce cône, par le plan ſur lequel elle doit ſe faire ; & il eſt clair que, ſelon les différentes poſitions du cône, la repréſentation ſera une figure différente.

Voici maintenant l'application de cette théorie à la pratique. Prenez pour pole le milieu *P*, *Pl. de Géog. Fig.* 2, de la feuille de laquelle vous voulez faire votre *carte* ; & de ce point comme centre, décrivez, pour repréſenter l'équateur, un cercle de la grandeur que vous voulez donner à votre *carte*. Ces deux choſes peuvent ſe faire à volonté ; & c'eſt d'elles que dépend la détermination de tous les autres points ou cercles. Diviſez votre équateur en 360 parties, & tirez des droites du centre à chaque commencement de degré : ces droites ſerout les méridiens de votre *carte*, & vous prendrez pour premier méridien celle qui paſſera par le commencement du premier degré ou par zéro. *Voyez* MÉRIDIEN.

Conſtructions des paralleles ſur la carte. Marquez par les lettres *AB*, *BC*, *CD*, *DA*, les quatre quarts de l'équateur, compris, le premier depuis zéro juſqu'à 90 ; le ſecond, depuis 90 juſqu'à 180 ; le troiſieme depuis 180 juſqu'à 270 ; & le quatrieme, depuis 270 juſqu'à zéro ; & de tous les degrés d'un de ces quarts-de-cercle *BC*, comme auſſi des points qui marquent 23^d 30′ à 66^d 30′, tirez des droites occultes au point *D*, qui marquent celui où ces lignes coupent le demi-diametre *APC* : enfin, du point *P* comme centre, décrivez différens arcs qui paſſent par les différens points de *PC* ; ces arcs ſeront les paralleles de latitude : le parallele 23^d 30′ ſera le tropique du cancer ; & celui de 66^d 30′ ſera le cercle polaire arctique. *Voyez* PARALLELE & TROPIQUE.

Les méridiens & les paralleles ayant été ainſi décrits, on écrira les différens lieux au moyen d'une table de longitude & de latitude, comptant la longitude du lieu ſur l'équateur, à commencer du premier méridien, & continuant vers le méridien du lieu ; & pour la longitude du lieu, on la prendra ſur le parallele de la même latitude. Il eſt évident que le point d'interſection de ce méridien & de ce parallele repréſentera le lieu ſur la *carte*, & l'on s'y prendra de même pour y repréſenter tous les autres lieux.

Quant à la moitié de l'écliptique qui paſſe dans cet hémiſphere, ce grand cercle doit ſe repréſenter par un arc de cercle ; de façon qu'il ne s'agit plus que de trouver ſur la *carte* trois points de cet arc. Le premier point, c'eſt-à-dire, celui où l'écliptique coupe l'équateur, eſt le même que celui où le premier méridien coupe l'équateur & il ſe diſtingue par cette raiſon par le ſigne d'*aries*. Le dernier point de cet arc de cercle, ou l'autre interſection de l'équateur & de l'écliptique, c'eſt-à-dire, la fin de *virgo*, ſera dans leur point oppoſé de l'équateur à 180 degrés. Le milieu de l'arc eſt le point où le méridien de 90 degrés coupe le tropique du *cancer*. Ainſi, nous avons trois points de cet arc, qui donneront l'arc entier. *Voyez* CERCLE & CORDE.

Les *cartes* de cette premiere projection ont la premiere des qualités requiſes ci-deſſus : mais elles manquent de la ſeconde & de la troiſieme, car les degrés égaux des méridiens ſont repréſentés ſur ces *cartes* par des portions de ligne droite inégales.

On peut par cette méthode repréſenter dans une *carte* preſque toute la terre, en plaçant l'œil, par exemple, dans le pole antarctique, & prenant pour plan de projection celui de quelque cercle voiſin, par exemple, celui du cercle antarctique. Il ne faut ici, de plus qu'à la premiere projection, que continuer les méridiens, tirer des paralleles du côté de l'équateur, & achever l'écliptique ; mais ces *cartes* ſeroient trop embrouillées & trop difformes pour qu'on pût en faire uſage.

On ſe contente pour l'ordinaire de tracer les deux hémiſpheres ſéparément, ce qui rend la *carte* beaucoup plus nette & plus commode. Si l'on veut avoir par le moyen de cette *carte* la diſtance de deux lieux *A*, *B*, *Fig.* 3, *n°.* 2, *Géog.*, ſitués ſous le même méridien *PB*, on décrira les arcs de cercle *AE*, *BD* ; on verra combien la partie *ED* contient de diviſions ou de degrés, & on aura le nombre de degrés, depuis *E* juſqu'en *D*. Or, comme un degré de la terre contient 25 lieues, il faudra prendre 25 fois ce nombre de degrés pour avoir la diſtance de *A* en *B*.

M. de Maupertuis a démontré dans ſon diſcours *ſur la parallaxe de la lune*, que les loxodromiques, dans cette projection, devenoient des ſpirales logarithmiques. *Voyez* LOXODROMIQUE & SPIRALE

LOGARITHMIQUE. Suppoſons donc que *AG*, *Fig.* 3, *n°.* 4, *Géog.*, ſoit une portion de ſpirale logarithmique, ou projection de la loxodromique, & qu'on veuille ſavoir la diſtance *AG* des deux lieux placés ſur le même rumb; il eſt certain que *AG* ſera *AB* en raiſon conſtante, c'eſt-à-dire, dans le rapport du ſinus total au co-ſinus de l'angle du rumb, ou de l'angle de la loxodromique avec le méridien: donc, connoiſſant *AB* par la méthode précédente, & ſachant de plus, comme on le ſuppoſe, l'angle du rumb, on connoîtra *AG*, c'eſt-à-dire, on connoîtra de combien de lieues ſont éloignés l'un de l'autre les deux endroits dont les points *A*, *G*, ſont la projection.

Cette projection eſt la plus aiſée de toutes: mais on préfere pour l'uſage celle où l'œil eſt placé dans l'équateur. C'eſt en effet de cette derniere ſorte qu'on fait ordinairement les *cartes*. Au reſte, comme la ſituation de l'écliptique, par raport à chaque lieu de la terre, change continuélement, ce cercle ne doit point avoir lieu, à proprement parler, ſur la ſurface de la terre: mais on s'en ſert pour repréſenter, conformément à ſa ſituation, quelques momens marqués; par exemple celui où le commencement d'*aries* & de *libra* ſeroit dans l'interſection du premier méridien & de l'équateur.

Conſtruction des cartes, ſuppoſant l'œil placé dans le plan de l'équateur. Cette méthode de projection, quoique plus difficile, eſt cependant plus juſte, plus naturele, & plus commode que la premiere. Pour la concevoir, nous ſuppoſerons que la ſurface de la terre ſoit coupée en deux hémiſpheres par la circonférence entiere du premier méridien; nous propoſant de repréſenter chacun de ces hémiſpheres dans une *carte* particuliere, l'œil ſera placé dans un point de l'équateur, éloigné de 90 degrés du premier méridien, & nous prendrons pour plan tranſparent, où la repréſentation doit ſe faire, celui du premier méridien. Dans cette projection, l'équateur devient une droite, auſſi-bien que le méridien éloigné de 90 degrés du premier, mais les autres méridiens, ou paralleles aux équateurs, deviennent des arcs de cercle ainſi que l'écliptique. *Voyez* PROJECTION STÉRÉOGRAPHIQUE DE LA SPHERE.

Voici la méthode pour les conſtruire. Du point *E* comme centre, *Fig.* 3, décrivez un cercle de la grandeur que vous voulez donner à votre *carte*; il repréſentera le premier méridien, qui eſt auſſi le même que celui de 180 degrés: car tirant le diametre *BD*, il partagera le méridien en deux demi-cercles, dont le premier *BAD* conviendra à zéro, & l'autre *BCD* à 180 degrés. Ce diametre *BD* repréſentera le méridien de 90 degrés; ainſi, le point *B* ſera le pole arctique, & le point *D*, le pole antarctique. Le diametre *AC* perpendiculaire à *BD*, ſera l'équateur. Diviſez les quarts-de-cercle *AB*, *BC*, *CD*, *DA*, en 90 degrés chacun; & pour trouver les arcs des méridiens & des paralleles, vous vous y prendrez de cette ſorte. Il faudra, par la méthode donnée ci-deſſus, & démontrée à l'*article* PROJECTION STÉRÉOGRAPHIQUE DE LA SPHERE, diviſer l'équateur en ſes degrés, ſavoir en 180, parce que celui de la *carte* ne repréſente en effet que la moitié de l'équateur. Par ces différentes diviſions & par les deux poles, vous décrirez des arcs de cercles *B* 10 *D*, *B* 20 *D*, & ces arcs repréſenteront les méridiens.

Pour décrire les paralleles, il faudra diviſer de la même ſorte le méridien *BD*, en 180 degrés, & par chacune de ces trois diviſions, & les diviſions correſpondantes des quarts-de-cercles *AB*, *BC*, décrire les arcs de cercles; on aura de cette maniere les paralleles de tous les degrés, avec les tropiques, les polaires & les méridiens.

L'écliptique peut ſe marquer de deux façons; car ſa ſituation ſur la terre peut être telle que ſes interſections avec l'équateur répondent perpendiculairement au point *T*: en ce cas, la projection de ce demi-cercle, depuis le premier degré du cancer juſqu'au premier du capricorne, ſera une droite qu'on déterminera en comptant un arc de 23^d 30′ de *A* vers *B*, & tirant par l'extrémité *F* de cet arc un diametre. Ce diametre repréſentera l'écliptique pour la ſituation dont nous parlons; & l'on poura, comme ci-deſſus, le diviſer en degrés, & y marquer les nombres, ſignes, *&c.* Mais ſi l'écliptique eſt placée de façon que ſon interſection avec l'équateur réponde au point *A*, ſa projection ſera en ce cas un arc de cercle qui paſſera par les points d'interſection *A* & *C* de l'écliptique & de l'équateur, pris ſur la droite qui marque la projection de l'équateur; & par celui qui marque l'interſection du tropique du cancer, & du méridien de 90 degrés pris ſur la droite, qui ſert de projection à ce méridien. Ces points ſuffiſent pour décrire cet arc de cercle.

Il ne reſte plus, pour rendre la *carte* parfaite, qu'à prendre dans les tables les longitudes & les latitudes des différens lieux, & à placer ces lieux conformément ſur la *carte*; ce qu'on fera ſelon qu'on l'a enſeigné dans la conſtruction des *cartes* de la premiere eſpece. On pouroit, dans cette projection, repréſenter ſur une ſeule *carte* preſque tout le globe de la terre; il ne faudroit pour cela que prendre pour plan de projection, au lieu du plan du premier méridien, le plan de quelque autre petit cercle parallele à ce premier méridien, & fort proche de l'œil; car par ce moyen on ponra décrire tous les méridiens & les paralleles à l'équateur en entier, ſans qu'ils ſortent des limites de la *carte*. Mais comme cela rendroit la *carte* confuſe & embrouillée, on ne le fait que rarement; & il paroît plus à propos de repréſenter les deux hémiſpheres en entier ſur deux *cartes* différentes.

Un des avantages de cette projection eſt, qu'elle repréſente d'une maniere un peu plus vraie que la précédente, les longitudes & les latitudes des lieux, leurs diſtances de l'équateur & du premier

méridien. Ses inconvéniens ſont: 1°. qu'elle rend les degrés de l'équateur inégaux, ces degrés devenant d'autant plus grands qu'ils ſont plus près de *D A B* ou de ſon oppoſé *B C D*: ce qui fait que des eſpaces inégaux ſur la terre ſont repréſentés comme égaux ſur la *carte*, & réciproquement; défaut qu'on n'éviteroit que par d'autres, peut-être plus grands. 2°. Que les diſtances des lieux, & leurs ſituations mutueles ne peuvent pas ſe bien déterminer dans les *cartes* de cette projection.

Conſtruction des cartes ſur le plan de l'horizon, ou dont un lieu donné quelconque à volonté doive être le centre ou le milieu. Suppoſons, par exemple, qu'on veuille décrire la *carte* dont le centre ſoit la ville de Paris, nous ſuppoſerons ſa latitude de 48^d 50′ 10″; l'œil ſera placé dans le nadir; la *carte* tranſparente ſera le plan de l'horizon, ou quelque autre plan parallele à celui-là, en ſuppoſant qu'on veuille repréſenter dans la *carte* plus qu'un hémiſphere: prenez le point *E*, *Fig.* 4, pour Paris, & de ce point comme centre, décrivez le cercle *A B C D* pour repréſenter l'horizon que vous diviſerez en quatre quarts de cercle, & chacun d'eux en 90 degrés. Que le diametre *B D* ſoit le méridien; *E*, celui du nord; *D*, celui du ſud; la ligne tirée de l'eſt de l'équinoxe, à l'oueſt de l'équinoxe, marquera le premier vertical; *A*, le côté de l'eſt; *C*, celui de l'oueſt, c'eſt-à-dire, deux points du premier vertical, éloignés de part & d'autre de 90 degrés du zénith. Tous les vertieaux ſont repréſentés par des droites tirées du centre *E*, aux différens degrés de l'horizon. Diviſez *B D* en 180 degrés par les méthodes précédentes, & le point de *E B* qui repréſentera 48^d 50′ 10″, à compter depuis *B*, ſera la projection du pole boréal, que nous marquerons par la lettre *P*. Le point de *B D* qui repréſentera 48^d 50′ 10″ de l'arc *D C*, en allant de *C* vers *D*, ſera l'interſection de l'équateur avec le méridien de Paris, que vous marquerez par la lettre *Q*. De ce point *Q*, en allant vers *P*, vous écrirez les nombres 1, 2, 3, *&c.* comme auſſi en allant de *Q* vers *D*, & en allant de *B* vers *P*, il faudra marquer les degrés de cette ſorte, 48, 47, 46, *&c.*

Vous prendrez enſuite les points correſpondans des degrés égaux; & de leur diſtance priſe pour diametre, vous décrirez des cercles qui repréſenteront les paralleles ou cercles de latitude avec l'équateur, les tropiques & le cercle polaire. Pour les méridiens, vous décrirez par les points *A*, *P*, *C* un cercle qui repréſentera le méridien de 90 degrés de Paris, & dont le centre ſera le point *M*, & *P N* le diametre; & ayant diviſé *K L* en degrés par les méthodes *précédentes*, vous décrirez par les points *P*, *N*, & par les points de diviſion de la ligne *K L*, des cercles dont les portions renfermées dans le cercle *B A D C* repréſenteront les méridiens.

Les *cartes rectilignes* ſont celles où les méridiens & les paralleles ſont tout-à-la-fois repréſentés par des droites; ce qui eſt réellement impoſſible par les loix de la perſpective, parce qu'on ne peut point aſſigner de poſition pour l'œil & le plan de projection, telle que les cercles de longitude & de latitude deviennent tout-à-la-fois des lignes droites. Dans la premiere méthode que nous avons donnée ci-deſſus, les méridiens étoient des droites, mais les paralleles étoient des cercles. Dans la plupart des autres eſpeces de projections, les méridiens & les paralleles ſont des courbes. Il y a une eſpece de projections où les méridiens ſont des droites, & les paralleles des hyperboles: c'eſt lorſque l'œil ſeroit ſuppoſé placé dans le centre de la terre, & que la projection ſe feroit ſur une parallele au méridien; mais cette projection eſt plutôt de pure curioſité que d'uſage.

Conſtruction des cartes particulieres. Les *cartes* particulieres de grandes étendues de pays, comme les *cartes* d'Europe, ſe projetent de la même maniere que les *cartes* générales, obſervant ſeulement qu'il eſt à propos de faire choix de différentes méthodes pour différentes pratiques: par exemple, l'Afrique & l'Amérique par où paſſe l'équateur, ne ſe projéteroient pas convenablement par la premiere méthode, mais par la ſeconde; l'Europe, l'Aſie ſe projéteroient mieux par la troiſieme, & les pays voiſins des poles, & qu'on nomme les zônes froides, par la premiere.

Ainſi, pour commencer, tirez ſur votre plan ou papier une droite, que vous prendrez pour le méridien du lieu ſur lequel l'œil eſt imaginé placé, & diviſez-la comme ci-deſſus en degrés, qui ſeront les degrés de latitude; prenez enſuite dans les tables la latitude des deux paralleles qui en terminent les deux extrémités: il faudra marquer dans le méridien ces degrés de latitude, & tirer par ces mêmes degrés des perpendiculaires qui ſerviront à la *carte* de limite nord & ſud. Cela fait, il faudra tirer des paralleles dans les différens degrés des méridiens, & placer les lieux juſqu'à ce que la *carte* ſoit complete.

Des cartes particulieres de moindre étendue. Les géographes ſuivent une autre méthode dans la conſtruction des *cartes* qui doivent repréſenter une plus petite portion de la terre. Premiérement on tire une droite au bas du plan, qui puiſſe repréſenter la longitude, & qui ſerve de borne à la partie méridionale du pays qu'on veut décrire. On prend dans cette ligne autant de parties égales que le pays comprend de degrés de longitude; au milieu de cette ligne, on lui éleve une perpendiculaire dans laquelle on prend autant de parties que le pays contient de degrés de latitude. On détermine de quelle grandeur ces parties doivent être par la proportion d'un degré de grand cercle aux degrés des paralleles qui terminent le pays dont on fait la *carte*. Par l'extrémité de cette perpendiculaire, on tire une autre droite perpendiculaire ou parallele à celle d'en-bas, ſur laquelle les degrés de longitude doivent ſe repré-

Digitized by Google

ſenter comme dans la ligne d'en-bas, c'eſt-à-dire, preſqu'égaux les uns aux autres, à moins que les latitudes des deux extrémités ne ſoient fort différentes l'une de l'autre : car ſi la parallele la plus baſſe eſt ſituée à une diſtance conſidérable du cercle équinoxial, ou que la latitude de la limite boréale ſoit beaucoup plus grande que celle de l'auſtrale, les parties ou degrés de la ligne ſupérieure ne ſeront plus égaux aux parties ou degrés de l'inférieure ; mais ils ſeront moindres, ſuivant la proportion du degré de la partie ſeptentrionale, au degré de la partie méridionale. Après qu'on aura ainſi déterminé, ſoit ſur la ligne ſupérieure, ſoit ſur l'inférieure, les parties qu'on doit prendre pour les degrés de longitude, on tirera, par les points de diviſion des paralleles, des droites qui repréſenteront les méridiens ; & par les différens degrés de la perpendiculaire élevée au milieu de la premiere ligne tranſverſale, on tirera des lignes paralleles à cette premiere ligne tranſverſale, leſquelles repréſenteront les paralleles de latitude. Enfin, on placera les lieux ſuivant la méthode qui a été déja enſeignée, aux points dans leſquels les méridiens ou cercles de longitude concourront avec les paralleles ou cercles de latitude.

Pour les *cartes* de province ou de pays de peu d'étendue, comme de paroiſſes, de terres, &c., on ſe ſert d'une autre méthode plus ſûre & plus exacte qu'aucune des précédentes. Les angles de poſition ou ceux ſur leſquels doivent tomber les lieux, y ſont déterminés par des inſtrumens propres à cet effet, & raportés enſuite ſur le papier. Cela fait un art à part, qu'on appele *arpentage*. *Voyez* LEVÉE DES PLANS.

Les *Figures* 50 & 51 *de la Géographie* repréſentent des *cartes* particulieres de quelque portion de la terre ; la *Figure* 50 eſt la repréſentation d'une portion aſſez conſidérable, où les méridiens, comme on le voit, ſont des lignes convergentes. La *Fig.* 55 eſt la repréſentation d'une portion peu étendue, où les méridiens & les paralleles ſont des lignes droites ſenſiblement paralleles. *L*, *K*, *I*, ſont trois lieux placés ſur la *carte*. Si l'on connoît les lieux *K*, *I*, & leur diſtance au lieu *L*, on connoîtra ſûrement la poſition du lieu *L* ; car il n'y a qu'à décrire des centres *K*, *I*, & des diſtances *LK*, *LI*, qu'on ſuppoſe données, deux arcs de cercle qui ſe couperont au point cherché *L*.

L'uſage des *cartes* ſe déduit facilement de leur conſtruction. Les degrés des méridiens & des paralleles marquent les longitudes & les latitudes des lieux ; & l'échele des lieues qui y eſt jointe, la diſtance des uns aux autres. La ſituation des lieux, les uns par raport aux autres, comme auſſi par raport aux points cardinaux, paroît à la ſeule inſpection de la *carte*, puiſque le haut en eſt toujours tourné vers le nord, le bas vers le ſud, la droite vers l'eſt & la gauche vers l'oueſt, à moins que la bouſſole qu'on met aſſez ſouvent ſur la *carte*, ne marque le contraire.

CARTE *marine*, eſt la projection de quelques parties de la mer ſur un plan, pour l'uſage des navigateurs. *Voyez* PROJECTION.

Le P. Fournier raporte l'invention des *cartes marines* à Henri, fils de Jean, roi de Portugal ; elles different beaucoup des *cartes géographiques terreſtres*, qui ne ſont d'aucun uſage dans la navigation. Toutes les *cartes marines* ne ſont pas non plus de la même eſpece ; car il y en a qu'on nomme *cartes planes* ; d'autres, *réduites* ; d'autres, *cartes de Mercator* ; d'autres, *cartes du globe*, &c.

Les *cartes planes* ſont celles où les méridiens & les paralleles ſont repréſentés par des droites paralleles les unes aux autres.

Ptolomée les rejete dans ſa Géographie, à cauſe des erreurs auxquelles elles ſont ſujetes, quoiqu'elles puiſſent être utiles dans des voyages courts. Leurs défauts ſont, 1°. que puiſque tous les méridiens ſe rencontrent en effet dans les poles, il eſt abſurde de les repréſenter, ſur-tout dans de grandes *cartes*, par des droites paralleles ; 2°. que les *cartes* planes repréſentent les degrés des différens paralleles égaux à ceux de l'équateur, & par conſéquent les diſtances des lieux de l'eſt à l'oueſt, plus grandes qu'elles ne ſont ; 3°. que dans une *carte plane*, le vaiſſeau paroît, tant qu'on garde le même rumb de vent, faire voile dans un grand cercle du globe ; ce qui eſt pourtant très-faux.

Mal-gré ces défauts des *cartes planes*, elles ſont cependant aſſez exactes, lorſqu'elles ne repréſentent qu'une petite portion de la mer ou de la terre ; & elles peuvent être en ce cas d'un uſage fort ſimple & commode.

Conſtruction d'une carte plane. 1°. Tirez une droite comme *AB*, *Pl. de Navigation*, *Fig. 9*, & diviſez-la en autant de parties égales qu'il y a de degrés de latitude dans la portion de mer qu'il faut repréſenter ; 2°. joignez-y en une autre *BC* à angles droits, & diviſez-la en autant de parties égales les unes aux autres & à la premiere, qu'il y a de degrés de longitude dans la portion de mer que vous voulez repréſenter ; 3°. achevez le parallélogramme *ABCD*, & partagez ſon aire en petits carrés : les droites paralleles à *AB*, *CD*, ſeront les méridiens ; & les paralleles à *AD* & *BC*, les cercles paralleles ; 4°. vous y placerez, au moyen d'une table de longitudes & de latitudes, les côtes, les baies, les bancs de ſable, les rochers, de la maniere qui a été preſcrite ci-deſſus pour les *cartes* particulieres.

Il s'enſuit de là 1°. que la latitude & la longitude du lieu où eſt un vaiſſeau, étant données, on poura aiſément repréſenter ſon lieu dans la *carte* : 2°. qu'étant donnés dans la *carte* les lieux *F* & *G* d'où le vaiſſeau part & où il va, la ligne *FG*, tirée de l'un à l'autre, fait avec le méridien *AB* un angle *AFG* égal à l'inclinaiſon du rumb ; & puiſque les portions *Ft*, 12, 2*G*, entre des paralleles équidiſtans ſont égales, & que l'inclinaiſon

Digitized by Google

de la droite *FG* à tous les méridiens ou à toutes les droites paralleles à *AB* eſt la même ; la droite *FG* repréſente donc le rumb. On peut prouver de la même maniere, que cette *carte* repréſente véritablement les milles de longitude.

Il s'enſuit de là qu'on peut ſe ſervir utilement des *cartes planes* pour diriger un vaiſſeau dans un voyage qui ne ſoit pas de long cours, ou même dans un voyage aſſez long, pourvu qu'on ait ſoin qu'il ne ſe gliſſe point d'erreur dans la diſtance des lieux *F* & *G* ; ce qu'on corrigera de la maniere ſuivante.

Conſtruction d'une échele pour corriger les erreurs des diſtances dans les cartes planes. 1°. Tranſportez cinq degrés de la *carte* à la droite *AB*, *Fig.* 10, & diviſez-les en 300 parties égales ou milles géographiques ; 2°. décrivez ſur cette droite un petit cercle *ACB*, qu'il faudra diviſer en 90 parties égales : ſi l'on veut ſavoir en conſéquence combien cinq degrés ſont de milles dans le parallele de cinquante, qu'on prene au compas l'intervalle *AC* égal à cinquante, & qu'on le tranſporte au diametre *AB*, ſur lequel il marquera le nombre de milles qu'on veut ſavoir.

Il s'enſuit de là que ſi un vaiſſeau fait voile ſur un rumb à l'eſt ou à l'oueſt hors de l'équateur, les milles correſpondans aux degrés de longitude ſe trouvent comme dans l'article précédent ; s'il fait voile ſur un rumb collatéral, alors on peut ſuppoſer toujours la courſe de l'eſt à l'oueſt dans un parallele moyen entre le parallele du lieu d'où le vaiſſeau vient & de celui où il va.

Il eſt vrai que cette réduction par une parallele moyene arithmétique n'eſt pas exacte ; cependant on s'en ſert ſouvent dans la pratique, parce que c'eſt une méthode commode pour l'uſage de la plupart des marins. En effet, elle ne produira point d'erreur conſidérable, ſi toute la courſe eſt diviſée en parties dont chacune ne paſſe pas un degré ; ce qui fait qu'il eſt convenable de ne pas prendre le diametre du demi-cercle *ACB* de plus d'un degré, & de le diviſer au plus en milles géographiques. *Pour l'application des cartes planes à la navigation, voyez* NAVIGATION.

Carte réduite ou *carte de réduction* : c'eſt celle dans laquelle les méridiens ſont repréſentés par des droites convergentes vers les poles, & les paralleles par des droites paralleles les unes aux autres, mais inégales. Il paroît donc, par leur conſtruction, qu'elles doivent corriger les erreurs des *cartes planes*.

Mais puiſque les paralleles y devroient couper les méridiens à angles droits, il s'enſuit auſſi que ces *cartes* ſont défectueuſes à cet égard, puiſqu'elles repréſentent les paralleles comme inclinées aux méridiens ; c'eſt ce qui a fait imaginer une autre eſpece de *cartes réduites*, dans leſquelles les méridiens ſont paralleles, mais les degrés inégaux ; on les appele *cartes de Mercator*.

Carte de Mercator : c'eſt celle dans laquelle les méridiens & les paralleles ſont repréſentés par ces droites paralleles, mais où les degrés des méridiens ſont inégaux, & croiſſent toujours à meſure qu'ils s'approchent du pole dans la même raiſon que ceux des paralleles décroiſſent ſur le globe ; au moyen de quoi ils conſervent entr'eux la même proportion que ſur le globe.

Cette *carte* tire ſon nom de celui de l'auteur qui l'a propoſée le premier, & qui a fait la premiere *carte* de cette conſtruction ; ſavoir, de *Mercator* : mais il n'eſt ni le premier qui en ait eu l'idée (car Ptolomée y avoit penſé quinze cents ans auparavant), ni celui à qui l'on en doit la perfection, M. Whright étant le premier qui l'ait démontrée, & qui ait enſeigné une maniere aiſée de la conſtruire, en étendant la ligne méridiene par l'addition continuele des ſécantes.

Conſtruction de la carte de Mercator. 1°. Tirez une droite, & diviſez-la en parties égales qui repréſentent les degrés de longitude, ſoit dans l'équateur, ſoit dans les paralleles qui doivent terminer la *carte* ; élevez de ces différens points de diviſion des perpendiculaires qui repréſentent les différens méridiens, de façon que des droites puiſſent les couper toutes ſous un même angle, & par conſéquent repréſenter les rumbs ; & vous ferez le reſte comme dans la *carte plane*, avec cette condition de plus, que pour que les degrés des méridiens ſoient dans la proportion convenable avec ceux des paralleles, il faut augmenter les premiers ; car les derniers reſtent les mêmes, à cauſe du paralléliſme des méridiens. *Voyez* DEGRÉ.

Décrivez donc dans l'équateur *CD* & de l'intervalle d'un degré, *Pl. Navig. Fig.* 11, le quart de cercle *DLE*, & élevez en *D* la perpendiculaire *DG* ; faites l'arc *DL* égal à la latitude, & par le point *L* tirez *CG* ; cette droite *CG* ſera le degré du méridien propre à être tranſporté ſur le méridien de la *carte* ; le reſte ſe fera comme dans les *cartes planes*. Suppoſons qu'on demande dans la pratique de conſtruire une *carte plane de Mercator*, depuis le quarantieme juſqu'au cinquantieme degré de latitude boréale, & depuis le ſixieme juſqu'au dix-huitieme degré de longitude ; tirez d'abord une droite qui repreſente le quatrieme parallele de l'équateur, & diviſez-la en douze parties égales, pour les douze degrés de longitude que la *carte* doit contenir ; prenez enſuite une ligne des parties égales, ſur l'échele de laquelle ces parties ſont égales à chacun des degrés de longitude ; & à chacune de ſes extrémités élevez des perpendiculaires pour repréſenter deux méridiens paralleles, qu'il faut diviſer au moyen de l'addition continuele des ſécantes, leſquelles on démontre croître dans la même proportion que les degrés de longitude décroiſſent. *Voyez* SÉCANTE.

Ainſi, pour la diſtance de 40 degrés de latitude à 41 degrés, prenez 131 & demi parties égales de l'échele, qui ſont la ſécante de 40 deg. 30' ; pour la diſtance de 41 deg. à 42 deg., prenez 133 & demi parties égales de l'échele, qui ſont la ſécante de 41 deg. 30', & ainſi de ſuite juſqu'au

dernier

dernier degré de votre *carte*, qui contiendra 154 de ces parties égales, leſquelles ſont la ſécante de 49 deg. 30', & doivent donner par conſéquent la diſtance de 49 degrés de latitude à 50. Par cette méthode, les degrés de latitude ſe trouveront évidemment augmentés dans la proportion ſuivant laquelle les degrés de longitude décroiſſent ſur le globe.

Le méridien étant diviſé, il faudra y ajouter la bouſſole ou le compas de mer : choiſiſſant pour cela quelque endroit convenable dans le milieu, on tirera par cet endroit une parallele au méridien diviſé, laquelle ſera le rumb du nord ; & au moyen de celle-ci, on aura les 31 autres points de compas : enfin, on raportera les villes, les ports, les côtes, les îles, *&c.* au moyen d'une table de latitude & de longitude, & la *carte* ſera finie.

Dans la *carte de Mercator*, l'échele change à proportion des latitudes : ſi par conſéquent un vaiſſeau fait voile entre le 40eme & le 50eme degrés de latitude, les degrés des méridiens entre ces deux paralleles devront ſervir d'échele pour meſurer le chemin du vaiſſeau ; d'où il s'enſuit que, quoique les degrés de longitude ſoient égaux en longueur ſur la *carte*, ils doivent néanmoins contenir un nombre inégal de milles ou de lieues, & qu'ils décroîtront à meſure qu'ils approcheront plus près du pole, parce qu'ils ſont en raiſon inverſe d'une quantité qui croît continuélement.

Cette *carte* eſt très-bonne, quoique fauſſe en apparence : on trouve par expérience qu'elle eſt fort exacte, & qu'il eſt en même temps fort aiſé d'en faire uſage. En effet, elle a toutes les qualités requiſes pour l'uſage de la navigation. La plupart des marins, dit Chambers, paroiſſent cependant éloignés de s'en ſervir, & aiment mieux s'en tenir à leur vieille *carte plane*, qui eſt, comme on l'a vu, très-fautive.

Pour l'uſage de la *carte plane de Mercator* dans la navigation, *voyez* NAVIGATION.

Carte du globe. C'eſt une projection qu'on nomme de la ſorte à cauſe de la conformité qu'elle a avec le globe même, & qui a été propoſée dans ces derniers temps par MM. Senex, Wilſon & Harris : les méridiens y ſont inclinés, les paralleles à égales diſtances les uns des autres & courbes, & les rumbs réels ſont en ſpirales comme ſur la ſurface du globe. Cette projection eſt encore peu connue ; nous n'en pouvons dire que peu de choſe, juſqu'à ce que ſa conſtruction & ſes uſages aient une plus grande publicité.

Cartes compoſées par rumbs & diſtances. Ce ſont celles où il n'y a ni méridiens ni paralleles, mais qui ne montrent la ſituation des lieux que par rumbs & par l'échele des milles.

On s'en ſert principalement en France, & ſurtout dans la Méditerranée.

On les trace ſans beaucoup d'art, & il ſeroit par conſéquent inutile de vouloir rendre un compte exact de la maniere de les conſtruire ; on ne s'en ſert que dans de courts voyages. (*O*).

* Les *cartes géographiques* les plus eſtimées ſont celles de Guillaume Deliſle, premier géographe du roi de France, mort en 1726, de M. d'Anville, de M. Buache, de M. Robert de Vaugondy, de M. Bellin, celles de Homann à Nuremberg, les *cartes* gravées à la calcographie de Rome, les *cartes* marines de Hollande, celles de M. Bonne, *&c.*

CARTE *hydrographique*. L'invention des *cartes hydrographiques* eſt l'ouvrage du prince don Henri de Portugal. Il y avoit long-temps que celles de géographie étoient connues ; mais des *cartes* conſtruites ſuivant le même principe euſſent été inutiles dans la navigation. Le prince dont nous parlons & ſes mathématiciens préférerent, par les raiſons qu'on verra bientôt, de développer la ſurface du globe terreſtre, en étendant les méridiens en lignes droites & paralleles entr'elles. Pour prendre une idée claire de ce développement, qu'on imagine que les paralleles du globe terreſtre ſoient en même temps flexibles & extenſibles, & les méridiens ſeulement flexibles ; qu'on déploie enſuite toute la ſurface de ce globe, en étendant les méridiens en lignes droites & paralleles, on aura la ſurface terreſtre développée en un rectangle, dont la longueur ſera la circonférence de l'équateur, & la largeur celle d'un demi-méridien. Ce ſont-là les premieres *cartes* qu'employerent les navigateurs, & qu'on nomme *plates*, parce qu'elles ſont en quelque ſorte formées de la ſurface du globe aplatie.

Le motif pour lequel on s'eſt aſtreint à déſigner les méridiens par les lignes droites & paralleles, eſt celui-ci : c'étoit afin que la trace du vaiſſeau qui auroit parcouru un certain rumb de vent, pût ſe marquer dans la *carte* par une ligne droite ; car s'ils euſſent été inclinés les uns les autres, ou des lignes courbes comme dans les *cartes* ordinaires de géographie, cette trace n'auroit pu être qu'une ligne courbe : ce qui n'auroit point répondu à l'intention du navigateur.

Mais il y a dans ces ſortes de *cartes* deux inconvéniens ; l'un conſiſte en ce que la proportion des degrés des paralleles & de ceux des méridiens n'y eſt point conſervée. Ils y ſont repréſentés comme égaux, quoiqu'ils ſoient réellement d'autant plus inégaux, qu'on approche davantage du pole.

C'eſt-là le défaut que Ptolomée reprochoit dans ſa *Géographie*, aux *cartes* de Marin de Tyr, qui étoient préciſément comme celles qu'on vient de décrire. De là naît une erreur ſur l'eſtime du chemin, qui paroît plus grand qu'il n'eſt réellement dans tous les rumbs obliques, & dans ceux d'eſt & d'oueſt. À la vérité, les navigateurs ont des méthodes pour prévenir cette erreur ; mais les réductions qu'ils pratiquent, à moins qu'il n'y ait pas une grande différence en latitude, ſont ou peu exactes ou fort laborieuſes.

Le ſecond & le plus eſſentiel défaut des *cartes* plates, eſt que le rumb qu'elles indiquent, en tirant une ligne d'un lieu à un autre, n'eſt point

le véritable, excepté lorſque ces lieux ſont ſous le même méridien ou le même parallele. Je m'étone que cette erreur ait échapé à la plupart des auteurs de navigation; car lorſqu'ils veulent enſeigner le rumb de vent convenable pour aller d'un lieu à un autre, ils ordonent de les joindre par une ligne droite, & d'examiner à quel rumb de la roſe des vents cette ligne eſt parallele, ou quel angle elle fait avec les méridiens. Il eſt cependant facile de ſe convaincre que cet angle n'eſt point celui du véritable rumb. Il ſuffit pour cela de faire attention que le raport des degrés du méridien & des paralleles n'étant point conſervé, les deux côtés du triangle rectangle qui déterminent l'angle du rumb, ne ſont point dans leur vrai saport; ainſi, l'angle qu'on trouve par ce moyen ne ſauroit être le véritable. On peut encore le montrer par un exemple fort ſimple: nous ſuppoſerons deux lieux, l'un ſous l'équateur & le premier méridien, l'autre à la latitude de 89 degrés, avec une longitude de 90 degrés. Il eſt viſible que le véritable rumb pour aller de l'un à l'autre différeroit à peine du méridien; cependant, ſi l'on cherchoit ce rumb ſuivant la méthode précédente, on trouveroit un angle preſque demi-droit. L'angle qu'indiquent les *cartes* plates eſt donc faux. Heureuſement les navigateurs ne cherchent jamais à faire des courſes auſſi conſidérables en ſuivant un ſeul rumb. Les divers obſtacles qu'ils rencontrent en mer, comme les côtes, les endroits dangereux par les bancs ou les écueils, les obligent de partager leur route en une multitude de petites portions. C'eſt par cette raiſon que l'erreur que nous venons de relever leur a échapé; car elle eſt d'autant moindre, que la diſtance eſt moins conſidérable; & il leur eſt d'ailleurs familier d'attribuer aux courans, à la dérive, *&c.*, la plupart de celles qu'ils commettent dans leur eſtime, quoiqu'il y en ait parmi elles, qui ſont, comme celle-ci, des erreurs de théorie.

On remarquoit, dès le milieu du ſeizieme ſiecle, le premier des défauts dont je viens de parler, & l'on ſentoit dès-lors la néceſſité de chercher quelque autre maniere de repréſenter la ſurface du globe terreſtre qui en fût exempte. Mercator, fameux géographe des Pays-Bas, en donna la premiere idée, en remarquant qu'il faudroit étendre les degrés des méridiens, d'autant plus qu'on s'éloigneroit davantage de l'équateur; mais il s'en tint là, & il ne paroît pas avoir connu la loi de cette augmentation. Édouard Wrigth la dévoila le premier, & il montra qu'en ſuppoſant le méridien diviſé en petites parties, par exemple, de dix en dix minutes, il falloit que ces petites parties fuſſent de plus en plus grandes en s'éloignant de l'équateur dans le même raport que les ſécantes de leur latitude. Ceci mérite d'être développé: voici le raiſonement par lequel on a découvert ce raport.

Puiſque le degré des paralleles qui décroît réellement eſt toujours repréſenté par la même ligne, ſi l'on veut conſerver le raport du degré du méridien avec celui du parallele adjacent, il faut augmenter celui du méridien en même raiſon que l'autre décroît. Mais on ſait que le degré du parallele décroît comme le co-ſinus de la latitude, c'eſt-à-dire, qu'un degré d'un parallele quelconque eſt à celui du méridien ou de l'équateur, comme le co-ſinus de la latitude au ſinus total. D'un autre côté, le co-ſinus d'un arc eſt au ſinus total, comme celui-ci à la ſécante: il faudroit donc que chaque petite partie du méridien, compriſe entre deux paralleles très-voiſins, ſoit à la partie ſemblable de l'équateur, comme la ſécante de la latitude au ſinus total; &, par exemple, le degré compris entre les paralleles qui paſſent par les 30 & 31 degrés de latitude, ſera au degré de l'équateur, comme la ſomme des ſécantes des petites parties dans leſquelles on aura diviſé ce degré, à autant de fois le rayon. Si donc on additione continuélement les ſécantes de minute en minute, par exemple, juſqu'à un certain parallele, cette ſomme des ſécantes repréſentera la diſtance de ce parallele à l'équateur, dans les *cartes* réduites, ſans erreur ſenſible. Wrigth publia cette invention en 1599, dans un livre imprimé à Londres. Dans cet ouvrage, Wrigth calcule l'accroiſſement des parties du méridien par l'addition continuele des ſécantes de dix en dix minutes. Cela eſt à peu près ſuffiſant dans la pratique de la navigation; mais les géometres qui ne ſe contentent pas d'approximations, quand ils peuvent atteindre à l'exactitude rigoureuſe, ont depuis recherché le raport précis de cet accroiſſement. Pour cela, ils ont ſuppoſé, en ſuivant les traces du raiſonement de Wrigth, que le méridien fût diviſé en parties infiniment petites; & ils ont démontré que cette ſomme des ſécantes infinies en nombre, compriſes entre l'équateur & un parallele quelconque, ſuit le raport du logarithme de la tangente du demi-complément de la latitude de ce parallele. On a dreſſé ſur ce principe des tables plus exactes de l'accroiſſement des parties du méridien, pour guider les conſtructeurs des *cartes* hydrographiques. On trouve ces *cartes* dans divers traités modernes de navigation, comme ceux de M. Bouguer, de M. Roberiſon, *&c.*

Cette ſorte de *cartes* remplit parfaitement toutes les vues des navigateurs. À la vérité, les parties de la terre y ſont repréſentées toujours en croiſſant du côté des poles, & d'une maniere tout-à-fait difforme; mais cela importe peu, pourvu qu'elles fourniſſent un moyen facile & ſûr de ſe guider dans ſa route. Or c'eſt l'avantage propre aux *cartes* dont nous parlons. Les rumbs de vent y ſont repréſentés comme dans les premieres par des lignes droites, & ces lignes indiquent, par l'angle qu'elles forment avec le méridien, le véritable angle du rumb. On a enfin ſur ces lignes la vraie diſtance des lieux ou la longueur du chemin parcouru, pourvu que pour les meſurer, on

Digitized by Google

ſe ſerve de l'arc du méridien compris entre les mêmes paralleles, comme d'échele; ce qui donne une ſolution en même temps aiſée & exacte de tous les problêmes de navigation. On nomme ces cartes, *cartes réduites*, ou *par latitude croiſſante*. Elles commencerent s'introduire chez les navigateurs vers l'an 1630; & ce furent, ſuivant le P. Fournier, des pilotes Dieppois qui en firent uſage les premiers. Quoi qu'il en ſoit, ce ſont, ſans contredit, les meilleures; nous dirons plus, les ſeules bonnes pour des navigations de long cours; & il ſeroit à déſirer que ce fuſſent les ſeules qu'on vît entre les mains des navigateurs. (+)

Carte *itinéraire*. (*Géogr.*) L'étendue des conquêtes des Romains, & la diſtance où étoient de l'Italie les pays dans leſquels on envoyoit des armées, dont les marches devoient être réglées d'avance, firent ſentir la néceſſité d'avoir des *cartes itinéraires*, ſur leſquelles les ſtations des troupes & la diſtance d'une ſtation à l'autre, puſſent être marquées diſtinctement. Nous voyons par pluſieurs paſſages de Pline, que ſur les *cartes itinéraires* d'Agrippa, on marquoit les diſtances avec une préciſion aſſez grande pour rendre ſenſible la différence de quelques milles, qui ſe trouvoit entre la meſure d'un pays donnée par les géographes Grecs, & celle qu'en donnoient ces *cartes*. Sous les empereurs, on diſtribuoit de ſemblables *cartes* aux généraux que l'on envoyoit en expédition, aux magiſtrats chargés de régler la marche des troupes, & même à ceux qui avoient l'inſpection des voitures publiques.

Les copies de ces *cartes*, diſtribuées aux généraux & aux magiſtrats, ne contenoient qu'un pays particulier; & l'uſage que l'on faiſoit de ces copies obligeant à les renouveler continuélement, il eſt viſible que l'on en devoit conſerver des prototypes ou des originaux. M. Fréret croit que la géographie de l'anonyme des Ravennes, écrite après la deſtruction de l'empire d'occident, a été manifeſtement compoſée ſur une ſemblable *carte itinéraire*, de laquelle l'auteur avoit copié les routes, mais en omettant les diſtances. On doit conclure de là, ſelon M. Fréret, qu'il s'étoit conſervé quelques copies de ces *cartes itinéraires* dans les bibliotheques, même après la deſtruction de l'empire d'occident; cependant il n'eſt fait aucune mention de ces *cartes itinéraires* dans les écrivains du moyen âge. (+)

CARTES *céleſtes* (*Aſtron.*) ſont celles dans leſquelles on repréſente les conſtellations, & les étoiles qui les compoſent. Le plus bel ouvrage que l'on ait en ce genre, eſt l'*Atlas cœleſtis*, gravé à Londres, en 1729, en 28 feuilles, d'après le grand *Catalogue britannique* de Flamſteed. Ce ſont ces figures que les aſtronomes ſuivent toujours, excepté pour les conſtellations auſtrales de l'abbé de la Caille; elles coûtent à Londres deux guinées. On en trouve une réduction *in*-4°. à Paris chez Fortin, qui eſt très-ſuffiſante pour l'uſage; & M. Bode en a donné une à Berlin, qui eſt faite avec beaucoup de ſoin en 1782.

On ſupplée auſſi à ce grand ouvrage par le moyen des planiſpheres publiés à Paris, en 1764, par M. Robert de Vaugondy, de ceux du P. Chryſologne de Gy, capucin, ou des deux planiſpheres gravés à Londres par Senex; ils ſont en deux feuilles chacun. L'on y trouve auſſi toutes les conſtellations & toutes les étoiles du *Catalogue britannique*, placées, dans l'un, ſuivant les longitudes & les latitudes; dans l'autre, ſuivant les aſcenſions droites & les déclinaiſons. Les planiſpheres de Senex coûtent trois ſchelings, c'eſt-à-dire, trois livres dix ſous la feuille, à Londres; il ſuffit d'avoir ou les deux feuilles projetées ſur l'équateur, ou les deux feuilles projetées ſur l'écliptique. Celui de M. de Vaugondy a l'avantage de renfermer les conſtellations nouveles du pole auſtral; mais il eſt gravé à contre-ſens des autres, & repréſente la convexité du globe céleſte, au lieu de ſa concavité. Celui du P. Chryſologue renferme auſſi une partie des nouveles conſtellations.

Parmi les ouvrages plus anciens, dont on peut auſſi tirer avantage pour connoître les conſtellations, il y a, 1°. l'*Uranométrie* de Bayer, dont nous avons deux éditions; la premiere parut en 1603, à Ausbourg, en 15 feuilles; 2°. les *cartes* du P. Pardies, jéſuite, en ſix feuilles, publiées en 1673; 3°. les quatre *cartes* du ciel, d'Auguſtin Royer, imprimées en 1679; 4°. celles d'Hévélius, contennes dans un ouvrage aſſez rare, qui parut à Dantzic en 1690, intitulé: *Firmamentum Sobieſcianum*, en 54 feuilles.

De toutes les *cartes céleſtes*, celle dont les aſtronomes font le plus d'uſage, eſt la *carte* qui repréſente le zôdiaque, & dans laquelle on voit toute la zône céleſte qui environe l'écliptique, avec 8 degrés de chaque côté de l'écliptique. Nous avons deux fort bons *zôdiaques*, celui qui fut deſſiné & gravé par Jean Senex, de la ſociété royale de Londres, ſur la fin du ſiecle dernier, en deux grandes feuilles, ſous les yeux de Halley; & celui qui a été gravé en France par Dheulland, & publié vers l'an 1755; celui-ci avoit été entrepris dès l'année 1741 par M. le Monnier, & exécuté par d'Heulland, graveur; il eſt acompagné d'un catalogue gravé en 30 pages, de toutes les étoiles zôdiacales, dont Flamſteed avoit donné les longitudes pour 1690; ces longitudes ont été réduites à 1755. Ce *zôdiaque* ſe trouve chez Dezauche, géographe de la Marine, rue des Noyers.

Ce *zôdiaque françois* n'eſt qu'en une feuille, parce qu'on l'a gravé ſur une plus petite échele & ſur une plus grande planche que celui de Senex, cela n'empêche pas qu'il ne ſoit auſſi commode que le *zôdiaque anglois*; il a même l'avantage de repréſenter les étoiles qui ſont juſqu'à 10 degrés de latitude au nord & au ſud de l'écliptique, au lieu que celui de Senex ne renfermoit que 8 degrés de latitude.

Au défaut des *cartes céleſtes*, on peut ſe ſervir des globes, pour reconoître les conſtellations.

On trouve une différence remarquable entre les *cartes* de différens auteurs. Hévélius reproche à Bayer d'avoir repréſenté ſur ſes *cartes* le ciel tel que nous le voyons, étant placés comme nous le ſommes au dedans de la ſphere, ao lieu que les anciens le repréſentoient comme on le voit par dehors ſur la convexité des globes céleſtes, ou comme ſi l'on étoit au deſſus de la ſphere étoilée. Hévélius ſe plaint de ce que, par ce changement de diſpoſition, Bayer a fait que les étoiles qui ſont à notre droite qnand on regarde le globe, ſont à notre gauche en regardant les *cartes céleſtes* de Bayer, *Hevelii Firmamentum Sobieſc.* Mais les aſtronomes n'ont point adopté à cet égard le ſentiment d'Hévélius; ils aiment mieux, ce me ſemble, les *cartes céleſtes* ſur leſquelles on voit la concavité du ciel, que ces globes où l'on ne voit que la convexité, & pour leſquels il faut ſe retourner en idée autrement que quand on regarde le ciel; cela me paroît beaucoup plus commode pour le ſpectateur: cependant il y en a qui veulent encore repréſenter les conſtellations à l'envers, & mettre l'occident à la droite, entr'autres, M. Robert de Vaugondy, dans le *Planiſphere* qu'il a publié en 1764.

Il ſe trouve encore une différence entre les *cartes céleſtes* de divers auteurs. Schikardus (*in Aſtroſcopio, pag.* 39,) reprocha le premier à Bayer, que la plupart de ſes figures étoient retournées de droite à gauche, par raport aux anciens catalognes, ce qoi produiſoit uoe différence entre les dénominations ancienes des parties droites ou gauches, & celles de Bayer; Flamſteed a eu raiſon, ce ſemble, de corriger Bayer en cela, comme il l'a fait, du moins pour certaines conſtellations; car il a laiſſé Orion tel que Bayer l'avoit mis.

Il en eſt de même d'Hévélius, qui a voulo s'en tenir aux anciens. La conſtellation d'Orion qui, dans les *cartes* de Bayer & de Flamſteed, eſt tournée vers le ciel ou vers le haut de la ſphere, regarde au contraire le centre du globe dans celles d'Hévélius; l'épaule orientale α eſt dans Bayer & Flamſteed l'épaule gauche; dans Hévélius, comme dans les anciens, c'eſt l'épaule droite; l'étoile β, ou *rigel*, qui eſt ſur le pied droit dans Bayer, eſt ſur le pied gauche dans Hévélius; dans l'un, ce géant paroît à genoux, & élevant le pied droit; dans l'autre, il ſemble monter en levant le pied gauche; dans Bayer, il tient ſa maſſue élevée à l'orient de la main gauche; dans Hévélius, il la tient de la main droite; toutes ces differences font voir la néceſſité des lettres par leſquelles on eſt convenu de déſigner les étoiles, & l'inconvénient qu'il y auroit à ſe ſervir dans les catalogues des mots de droite & de gauche; il vaut beaucoup mieux ſe ſervir des mots *oriental* & *occidental*. En effet, quoique Flamſteed ait ſuivi en général les *cartes* de Bayer, il y a cependant encore des différences; par exemple, Orion, dans les *cartes* de Bayer, a la tête tournée à gauche; dans celle de Flamſteed, il l'a tournée du côté droit, en ſorte que les étoiles λ & φ, qui ſont à la tempe gauche dans Bayer, ſont ſur la tempe droite dans Flamſteed. *Voyez* l'explication de mon globe céleſte, à Paris chez Lattré. (*D. L.*)

CARTE MILITAIRE, (*Géograph.*) eſt la *carte* particuliere d'un pays ou d'une portion de pays, on d'une frontiere, ou des environs d'une place, d'un poſte, ſur laquelle ſont exprimés tous les objets qu'il eſt eſſentiel de connoître pour former & exécuter un projet de campagne. On y voit les marches qu'une armée peut faire, les lieux où elle peut camper, les divers poſtes qu'elle doit occuper; les défilés & leur longueur; les rivieres, les ruiſſeaux, leur largeur, leur profondeur, les gués, la nature du fonds, la hauteur des bords, les ponts, les paſſages, les moulins, les canaux, les étangs; les villages, les hameaux, les châteaux, les métairies & autres lieux qui ſont bons à occuper; les montagnes, leur hauteur, leur pente, leurs eſcarpemens; les vallons, les ravins, leur largeur, leur profondeur; les foſſés, les champs clos, les bois, les marais; la nature des plaines, les cantons de fourages; la diſtance d'un lieu à on aotre, le nombre des maiſons & écuries de chaque lieu, les différens chemins, leur qualité, *&c.* Si la carte repréſente quelque partie de mer, on y diſtingue la nature de la côte, les laiſſes de haute & de baſſe mer, de morte-eau comme de vive-eau; les ſondes des anſes, des baies, des rades; les dangers de toute eſpece, les différentes bateries établies pour la défenſe des monillages, des paſſes; les retranchemens, les épaulemens pratiqués dans les parties où l'ennemi peut tenter une deſcente; les camps, les poſtes qui doivent couvrir les principaux établiſſemens & l'intérieur du pays, *&c.* Tous ces détails peuvent être compris dans one *carte militaire*, & à l'aide d'une légende ou d'un mémoire, ſe faire ſentir aiſément; mais il y a très-peo de gens capables d'un tel travail: il n'y en a pourtant pas de plus important pour ponvoir régler & conduire les opérations d'one campagne. On ne ſauroit donc former trop de ſujets pour une partie ſi profonde & ſi eſſentiele. C'eſt auſſi dans cette vue que notre miniſtere n'a pas diſcontinné depuis la paix d'employer des officiers de l'état-major de l'armée, avec des ingénieurs géographes, ſur les frontieres & ſur les côtes du royaume.

L'uſage des *cartes militaires* étoit connu des anciens; Végece ne nous laiſſe aucun doute à cet égard. „ Un général, dit cet auteur, doit avoir des tables dreſſées avec exactitude, qui lui marquent non ſeulement la diſtance des lieux par le nombre de pas, mais la qualité des chemins, les routes qui abregent, les logemens qui s'y trouvent, les montagnes & les rivieres. On aſſure que les plus habiles généraux, non contens de ces ſimples mémoires, ont fait lever les plans du théâtre de la guerre, afin de déterminer plus sû-

Digitized by Google

rement leur marche ſur le tableau même des lieux,,. On ne ſait ſi ces plans étoient auſſi parfaits que nos *cartes* topographiques, mais au moins devoient-ils donner beaucoup de facilités aux généraux pour leurs opérations.

Nous avons aujourd'hui un grand nombre de *cartes* qui, quoiqu'elles ne contienent pas, à beaucoup près, tous les détails néceſſaires, ne laiſſent pas de pouvoir être très-utiles à un officier qui ſeroit chargé de reconoître un pays, ou qui l'entreprendroit pour ſon inſtruction : telles ſont celles de la France, dreſſées par MM. de l'Académie royale des Sciences; celles des Pays-bas, par Fricx; celles du théâtre de la guerre derniere en Heſſe & pays circonvoiſins, par M. de la Roſiere, copiées à Paris par les géographes Beaurain, & Julien; celles des campagnes de M. le prince Ferdinand de Brunſwick, en Weſtphalie, par le colonel Bawr, maréchal général des logis de l'armée Hanovériene; celles de la Baviere, par Finck; celles de la Bobême, par le major Muller, & quantité d'autres *cartes* particulieres de différens pays de l'Allemagne, publiées à Nuremberg, à Ausbourg, à Berlin; cellrs du théâtre de la guerre en Italie, par les ingénieurs du prince Eugene; celles de la Savoie & du Piémont, publiées par Jaillot, *&c.*

La plupart des *cartes* qu'on vient d'indiquer, ayant été levées géométriquement, peuvent ſervir à conſtruire des *cartes militaires;* en faiſant d'avance des extraits des campagnes qui auront été faites dans les pays qu'elles repréſentent, en deſſinant ſur une plus grande échele les parties des pays qu'on devra reconoître, en cherchant les lieux élevés pour mieux découvrir le terrain, en queſtionant les gens de la campagne, en parcourant le pays de tout ſens, & en voyant par ſoi-même tous les objets qui méritent attention.

Lorſqu'on n'a point de *cartes* particulieres, qu'on n'a pas le temps d'rn lever, ou que l'occaſion ne permet pas d'opérer, on a recours aux *cartes* générales. On y prend les poſitions qui paroiſſent le mieux déterminées; on les trace à grand point ſur des feuilles ſéparées, & on fait une *carte* à *vue* qu'on acompagne d'un mémoire. Il n'y a point d'officier d'état-major qui ne doive ſavoir cette méthode, qui eſt on ne peut pas plus néceſſaire, ſur-tout en campagne. (*M. D. L. R.*)

* Carte militaire, *Reconoiſſance militaire.* La connoiſſance généraliſée d'un pays ſuffit pour calculer les avantages des principalrs poſitions qu'il offre à une armée, & pour déterminer d'avance celles qui répondent le mieux aux projets qu'elle peut méditer; mais quand il eſt queſtion des opérations ſucceſſives des troupes, de l'ouverture des marches, de l'emplacement des camps, de la ſûreté des communications & de tous les objets quelconques ſubordonés à la nature du terrain, c'eſt par des *cartes militaires* que l'on parvient à éclairer ſes mouvemens. Ces *cartes* ſont levées dans un plus ou moins grand détail, ſuivant que le temps a pu le permettre, & que les circonſtances l'ont exigé. Lorſque, pendant la paix, on leve le plan d'une frontiere ou d'une partie de côté, à l'effet de rechercher quels moyens de défenſe la nature particuliere du local peut préſenter pour pouvoir en faire l'application au beſoin, il eſt évident que ce travail peut & doit être exécuté dans le plus grand détail & avec l'exactitude la plus ſcrupuleuſe; mais lorſque dans le tumulte de la guerre, ſous les ieux même de l'ennemi, il s'agit de rendre compte d'un pays où il faut tout de ſuite faire mouvoir, marcher, manœuvrer une nombreuſe armée, l'établir dans un camp ou dans drs quartiers; c'eſt par le moyen d'une *carte* figurée à vue avec la plus grande célérité, & d'un mémoire qui inſtruiſe des choſes que le deſſein ſeul ne peut rendre intelligibles, qu'on parvient à remplir cet objet important. C'eſt à ce genre d'ouvrage qu'on donne particuliérement le nom de *reconoiſſance militaire*. A la maniere dont il eſt exécuté, on diſtingue l'intelligrnce & la ſagacité de l'officier qui en eſt chargé; s'il eſt doué du talent de bien diſcerner quels éclairciſſemens particuliers exige le beſoin du moment, il ſe gardera de s'appeſantir ſur des détails dont la connoiſſance eſt inutile pour concourir au but que l'on ſe propoſe, & d'employer à cela un temps d'autant plus précieux qu'il eſt alors limité. Une expérience plus ou moins éclairée l'inſtruit à pénétrer dans les vues du général, & ſon travail ne parte que ſur des objets qu'il eſt abſolument néceſſaire de ſavoir.

Il réſulte de ce que l'on vient d'avancer qu'il y a deux eſpeces de *cartes militaires*, ſavoir celles qui ſont levées géométriquement & à l'aide des inſtrumens uſités pour cela, & celles qui ſont ſimplement faites à vue, auxquelles apartient proprement le nom de *reconoiſſance*. Entre ces deux eſpeces, on peut cependant en conſidérer une troiſieme, qui ſe raproche plus ou moins de l'une ou de l'autre; telle ſeroit une *carte* dont les principaux points ſeroient calculés ou arrêtés à la planchrte, d'après une baſe exactement meſurée, & dont tout le détail auroit été rempli à vue. Ces différens genres de plans topographiques ont cela de commun, qu'ils exigent de la part des perſones qui s'en occupent, une grande facilité de figurer le terrain, laquelle ne s'acquiert que par l'uſage.

L'article *levée des plans topographiques* dans lequel on conſidere l'art de lever des plans d'une maniere générale & applicable à toute ſorte d'objets, indique les procédés les plus ſimples & les plus expéditifs pour dreſſer des cartes de toutes les différentrs eſpeces dont on vient de faire mention; on y renvoie le lecteur. Mais comme l'uſage le plus répété que l'on faſſe aujourd'hui de cet art, eſt ſans contre-dit pour le ſervice des armées, ſur-tout depuis que la défenſe des frontieres eſt moins apuiée ſur la multiplicité des places fortes, que ſur les reſſources d'une tactique habile & aprofundie; on va re-

Digitized by Google

chercher dans cet article quelles ſont les connoiſſances qu'un officier doit joindre à l'art de figurer les terrains, & examiner de quelle nature il faut que ſoient les comptes détaillés qui doivent acompagnee une *carte* ou une *reconoiſſance*.

Il y a encore des éclairciſſemens acceſſoires, leſquels n'ont point un raport immédiat avec la guerre, & qu'on pouroit raſſembler dans un mémoire particulier, lorſque l'on eſt chargé en temps de paix de lever une *carte militaire*; on terminera cet article par en faire une expoſition ſuccinte.

Tout officier qui ſe deſtine à ce genre de travail, doit réunir aux études particulieres qu'il exige, une théorie aſſez étendue ſur la guerre, pour donner à ſes talens leur juſte application, & les élever à leur vrai point d'utilité. Plus il eſt en état de pénétrer dans les motifs d'un général, plus ſes opérations devienent eſſentieles aux entrepriſes que l'on ſe propoſe. Il ajonte à ſes figurés plus ou moins rapides, des obſervations luminenſes qui dévelopent tout ce qu'il n'a pu exprimer, & ſes renſeignemens de vive voix completent l'inſtruction qu'on a droit d'atendre de lui.

Celui qui ne ſait que repréſenter un terrain, eſt un ouvrier méchaniqne dont on ne peut interroger que les plans; celui qui n'a que l'art de compoſer un mémoire, n'offre que des détails iſolés, qui donnent difficilement une idée claire de l'enſemble; il faut néceſſairement la réunion de l'un & l'autre moyen pour remplir avec ſuccès l'objet d'une *reconoiſſance militaire*.

L'habitude de jnger le terrain militairement, eſt le fruit de réflexions plus compoſées que l'on ne penſe: il faut le voir en géometre pour en évaluer l'étendue; il faut le voir en tacticien, pnur y appliquer les mouvemens d'une armée, en raiſon des formes qu'il préſente; il faut le voir en méchanicien, pour y découvrir à propos la poſſibilité de créer nn d'anéantir des obſtacles.

La Théorie des fortifications, la ſcience de l'artillerie, l'examen des différens ordres ſur leſquels ſe forment les armées, l'analyſe de leurs raports avec l'ataque & la défenſe, la combinaiſon des armes, des manœuvres & des circonſtances; voilà les ſources où l'on doit puiſer, pour apprendre à évaluer d'une maniere auſſi prompte que ſûre, tout le parti que l'on peut tirer d'un terrain.

Les écrits des Xénophon, des Polybe, des Céſar, des Végece, des Saxe, des Puiſegur, des Folard, des Feuquieres & des auteurs modernes qui marchent ſur leurs traces, préſentent d'abondantes lumieres à ceux qni veulent acquérir des connoiſſances militaires. L'induſtrie de l'homme, miſe en action par les intérêts les plus grands, y fait voir & l'origine & les effets de ces reſſources ingénieuſes qu'elle ſait joindre à la nature pour en multiplier les forces. La raiſon s'y trouve guidée par l'expérience de tous les temps, & elle s'approprie ſans éfort des vérités que la pratique ne découvre jamais ou qu'elle achete par des erreurs ſans nombre.

Il ne ſuit point de là qne l'art de rendre compte d'nn pays exige que l'on s'appeſantiſſe minutieuſement ſur les détails de toutes les parties de la guerre; on ne doit les aprofondir que d'une maniere relative au beſoin que l'on en peut avoir; on les généraliſe & l'on en extrait, pour ainſi dire, l'eſprit eſſentiel qui apartient à la carriere que l'on embraſſe.

Ce n'eſt point du ſimple exercice des armes, ou du talent de rompre de petits corps de troupes dans tous les ſens poſſibles que l'on s'occupera principalement; c'eſt de la grande tactique; c'eſt de l'art de diſpoſer une armée & de la faire manœuvrer de la maniere la plus favorable à l'effet que l'on veut produire. On évitera avec ſoin l'adoption excluſive de ces ſyſtêmes, qui plient tous les terrains à leurs méthodes & à leurs organiſations particulieres; on appréciera chaque ordre d'après ſes avantages & ſes inconvéniens abſolns & relatifs, & l'on parviendra à ſe convaincre que leur degré de ſupériorité dépend du moment, du local & d'une infinité d'antres données, que l'habitude de juger ſait ſeule ſaiſir avec juſteſſe. Il eſt néceſſaire de bien connoître les différentes manieres de former & de déployer les colonnes, ainſi que la compoſitinn actuele des régimens, bataillons, eſcadrons, *&c.*, & l'étendue de ces corps en bataille. C'eſt en s'exerçant à repréſenter ſur le papier les mouvemens combinés de ces différentes maſſes, que l'on s'acoutume à tracer des tableaux exacts & intelligens des opérations des armées.

Soit que l'on travaille, à la guerre ou pendant la paix, à faire des *reconoiſſancer militaires*, ce ſont toujours les mêmes vues qui doivent diriger dans les mémoires inſtrnctifs qne l'on y joint; on ſuppoſe en temps de paix ce qui exiſte qnand les armées ſont raſſemblées, & l'on raiſone en conſéquence de ces ſuppoſitions, pour bien faire connoître toutes les reſſources dont chaque lieu eſt ſuſceptible. Les détails dans leſquels nous allons entrer, aparticnent donc à tous les momens, & l'on y trouvera ce que chaque circonſtance particuliere peut exiger.

Les eaux & les montagnes ſont les objets toujours ſubſiſtans qne la nature oppoſe à l'ataque pour favoriſer la défenſe; l'art qui agit plus ou moins ſur ces deux obſtacles, diſpoſe abſolument de tous les autres.

Les moyens que préſentent les alpes & les pyrénées pour s'y maintenir, ſont fort différens de ceux que fourniſſent les vaſtes plaines de la Flandre. Là des chaînes entiérement eſcarpées forment des murs impénétrables, dont les points

Digitized by Google

accessibles sont toujours disputés au moyen de très-peu de troupes ; ici les rivieres & les canaux sont les principales barieres qu'une armée puisse opposer à l'ennemi. Il faut pour en empêcher le passage qu'elle calcule sa position & ses mouvemens sur l'étendue du front à défendre, sur la profondeur du lit, la largeur & l'escarpement de ses bords, sur l'épaisseur des haies & des bois adjacens, & enfin sur les stratagêmes que l'on peut employer pour lui faire prendre le change.

Ces deux manieres de faire la guerre sont entiérement différentes, mais elles tiennent aux mêmes principes, & elles se réunissent plus ou moins l'un & autre à l'art des fortifications pour la defense de tous les pays.

C'est donc de la connoissance la plus exacte des lieux où l'on doit opérer, que dépend l'exécution d'un système quelconque de mouvemens. Il faut que celui qui est chargé de reconoître, joigne à sa *carte* un mémoire local qui fasse mention de tout ce qui peut concerner les montagnes, les plaines, les rivieres, les ruisseaux, les chemins, les villes, les châteaux, les moulins, *&c.*, & qui indique les différens moyens dont on pouroit se servir pour augmenter leur degré d'avantages, ou pour afoiblir leurs inconvéniens.

On divise un mémoire en autant de chapitres qu'il y a d'especes d'objets à parcourir ; on expose ensuite quels sont les camps que pouroient occuper les armées, en faisant voir avec soin leurs ressources en tout genre, & l'on finit par un état des subsistances & des autres secours que peut fournir le pays dont on fait la description.

Comme les terrains que l'on a à reconoître militairement en temps de paix sont toujours sur les côtés ou sur les frontieres en premiere & seconde ligne, on peut, à la suite d'un mémoire local, supposer de la part de l'ennemi des entrepriſes sur les points qui sont les plus exposés à ses ataques. On fait valoir alors tout ce que le pays peut présenter d'obstacles, & on suit l'ennemi dans ses succès pour lui opposer à chaque pas de nouveles difficultés. Cette maniere de mettre en mouvement toutes les parties de son tableau, fait sentir la valeur des détails & récapitule de la façon la plus instructive ce que l'on a dit en traitant de tous les objets en particulier.

Des Montagnes.

Lorsque l'on parlera de la nature des hautes montagnes, on distinguera les chaînes principales qui servent d'enceinte à un pays, des différens rameaux qui en défendent ou qui en favorisent les issues ; on fera connoître les hauteurs relatives de toutes leurs parties, les rochers, les bois, les vallons que l'on y rencontre, & comme c'est à la naissance des vallons que se trouvent ces cols ou ports qui facilitent les moyens de les franchir ; on s'atachera à en exprimer parfaitement les détails, & à mettre sous les yeux tout ce qui peut concourir à les protéger.

Si la suite de montagnes que l'on a à décrire est assez étendue pour que l'on s'occupe d'un plan de défense, on dira comment une armée pouroit s'y établir, quelles seroient ses communications, où elle feroit des abatis, sur quels points elle placeroit des redoutes, quels chemins elle auroit à détruire, & l'on exposeroit généralement toutes les ressources dont elle seroit à même de disposer pour se retrancher avec sûreté.

Les choix des positions dans les montagnes demande le coup d'œil le plus militaire ; la moindre faute peut devenir irréparable quand on a à faire à un ennemi éclairé ; il faut lui ôter toute possibilité de vous tourner, de vous forcer ou de vous renfermer ; les obstacles sont fortement marqués, on doit seulement les saisir avec intelligence, & joindre l'art à la nature pour les fortifier particuliérement, & les lier à la ligne totale de défense.

Il sera fort essentiel encore, en imaginant le pays au pouvoir de l'ennemi, de faire connoître comment on pouroit parvenir à le traverser. Au sein des montagnes les plus escarpées, on découvre toujours quelques routes praticables, qui, au moyen d'ataques simulées sur d'autres points peuvent servir au passage des troupes. Les guides ne remplacent jamais à cet égard les cartes & les mémoires ; leur ignorance, leur imposture & leur maniere de voir tout-à-fait étrangere aux raports militaires, exposent à une infinité de dangers, dont le moindre est toujours de voir échouer ses projets.

Les montagnes qui ne sont que des plaines élevées, exigent des comptes aussi exacts & des observations peut-être plus judicieuses. Dans les premieres, tout est caractérisé, la nature bien développée indique elle-même les moyens de defense ; dans celle-ci, les traits beaucoup moins prononcés laissent bien plus à l'arbitraire, & la maniere d'en profiter varie comme les degrés d'expérience. L'essentiel est d'exposer avec clarté tout ce, qui est contenu dans les différentes masses entourees par des rivieres, des ruisseaux ou d'autres obstacles, de décrire les vallons qu'elles forment, les plaines qu'elles renferment, & de bien faire connoître les raports qui les lient les unes aux autres, & tous les défilés qui leur servent d'issues. Les avantages de chaque portion de terrain, outre sa force absolue, dépendent beaucoup de tout ce qui l'avoisine, & c'est dans le système supposé des mouvemens de l'ennemi, que l'on fait encore mieux sentir toutes ces relations.

Digitized by Google

Des Eaux.

La largeur des rivieres & des ruiſſeaux, leur rapidité, leur profondeur, leur fond vaſeux ou couvert de graviers, les différentes hauteurs de leurs rives, les temps de leurs crûes & les changemens de toutes ces données dans l'étendue de leur cours: voilà les premiers objets de l'article des eaux. On y détaillera avec ſoin les endroits où elles ſont guéables, la quantité de bateaux que l'on peut y trouver, la ſolidité des ponts qui les traverſent, les parties où l'on pouroit en jeter de nouveaux, & le genre de travaux que l'on pouroit faire pour conſerver ces communications. Les villes, les villages, les châteaux, les moulins, les écluſes, les bois, les haies, *&c.* qui apartiennent à une riviere ou à ſes bords, doivent être décrits avec la plus grande exactitude, ou récapitulés avec des renvois aux articles dans leſquels il en eſt fait mention. La nature des lacs & des terrains maréageux, les moyens de les deſſécher, s'ils en ſont ſuſceptibles, la maniere d'arrêter des inondations, ou de les occaſioner, l'ordre des écluſes dont on ſe ſert pour naviguer ſur les canaux, tous ces détails méritent, ainſi que beaucoup d'autres, la plus grande attention, & c'eſt à celui qui reconoît à réunir tous les renſeignemens utiles qui apartiennent à ſon travail.

Une *carte* bien levée & un mémoire qui calcule avec préciſion le fort & le foible de tout ce qui concerne une riviere, mettent à même de juger de ce qu'il faut faire pour en empêcher le paſſage; on ſera le maître cependant de ſuppoſer des entrepriſes ſur leurs points les plus intéreſſans, & de s'exercer à déployer tous les éforts & toutes les ruſes qu'un ennemi peut tenter contre un corps de troupes deſtiné à les défendre. Cette méthode d'analyſer ainſi tous les obſtacles en les menaçant tous également, & en mettant en œuvre tous les moyens capables de les forcer, oblige de planer ſur leur enſemble, & acoutume à voir les objets de la maniere la plus militaire.

Des Villes.

On a environé les villes de murs pour ſe ſouſtraire à des tentatives imprévues; on a élevé des remparts pour ſe créer des aſyles contre les entrepriſes ſoutenues d'un ennemi; l'expérience a diſpoſé leurs contours en parties ſaillantes & rentrantes, pour, qu'elles ſe defendent mutuélement, & le beſoin de s'oppoſer à de nouveles armes a dévelopé les reſſources d'un art qui n'a de bornes que celles du génie. Le mérite d'une ſimple enceinte, quand la ville eſt bien ſituée, eſt de ſervir de poſte & de retarder quelque temps les éforts des aſſaillans, pour donner le moyen de lui préparer de nouveaux obſtacles. La deſtination d'une place de guerre eſt toujours la réſiſtance d'un petit nombre d'hommes contre les ataques d'un plus grand nombre & de couvrir par ſa ſituation une étendue déterminée de pays. C'eſt à celui qui fait un mémoire local & militaire à examiner ce que l'on doit atendre de chaque ville en particulier, & ſi elle répond aux vues qui ont dirigé ſon emplacement, & la conſtruction des ouvrages qui la defendent. Une juſte évaluation de la bonté primitive de ſes parties, ainſi que l'expoſition détaillée de leur état actuel, mettent à même de juger de ſon degré de force réelle, & des changemens ou réparations qu'il y auroit à faire pour en augmenter la défenſe. On ſe rapélera dans ces examens, que le vrai but des fortifications eſt de compenſer ce qui manque à la quantité de bras, & l'on ne préſentera point de ces projets qui ſuppoſent des armées entieres pour défendre une ville de guerre. Il eſt inutile de ſe renfermer ſi l'on eſt en état de tenir la campagne, & l'art des ſavantes manœuvres, du choix des poſitions, l'emporte de beaucoup ſur l'art de hériſſer la terre de baſtions, & d'enchaîner des armées pour les rendre abſolument paſſives.

Des Villages.

Après avoir traité des villes & donné leur deſcription, ſans la ſurcharger de ces détails qui ſont néceſſairement connus, lorſqu'elles nous apartiennent, on fera voir tout ce que les villages, les haies qui les couvrent, les murs qui entourent leurs jardins, & les grandes fermes qui s'y rencontrent, peuvent préſenter d'intéreſſant. Souvent un ſeul cimetiere devient, par ſa poſition, par ſon enceinte & par le ſecours de l'art, un ouvrage de fortification où l'on peut ſe défendre avec beaucoup d'avantage. Chaque local particulier a des moyens de défenſe qui lui apartienent, & qu'il faut avoir l'art d'apercevoir & le ſoin d'indiquer. Des chariots placés à propos, des abatis de bois bien diſpoſés ſervent quelquefois à diſputer longtemps un terrain qui eût été emporté tout de ſuite.

À cet article on ajoutera un détail complet des châteaux forts & des maiſons iſolées, environées de foſſés & de murs, qui ſont répandus dans la campagne, & l'on mettra à portée de juger de la valeur de tous les poſtes en ce genre que peut offrir un pays.

Des Chemins.

Il ne ſuffit pas de préſenter les difficultés de toute eſpece dont chaque lieu peut être ſuſceptible, la connoiſſance exacte des communications & du temps que l'on emploie à les parcourir, eſt indiſpenſable à un général pour combiner les mouvemens des troupes. On donnera donc un état circonſtancié de toutes les chauſſées que l'on aura reconues, des chemins intermédiaires qui pouroient être intéreſſans par les points eſſentiels où ils conduiſent, & des chemins en corniches ou en

tourniquets

tourniquets qui ſe trouvent dans les montagnes. Les ſuites de hauteurs qui bordent une route, ont des rélations avec elle qu'il eſt néceſſaire d'expoſer; il faut ſavoir ſi elle eſt commandée par la campagne ou ſi elle la commande elle-même; enfin la largeur, les encaiſſemens, les pas dangereux, les réparations à faire aux ponts pour les tranſport de l'artillerie, ſont autant de détails qu'il ne faut point omettre.

Pour faire marcher une armée d'un lieu à un autre, il n'y a ſouvent qu'un ſeul chemin, & l'on eſt obligé alors de reconoître & d'ouvrir des paſſages aux différentes colonnes. Cet inconvénient doit être prévu, & d'après les ſuppoſitions de marche qui ſeront dictées par le local lui-même, on indiquera la trace des colonnes ſur leſquelles l'armée pouroit ſe porter.

Lorſqu'il ſera queſtion ſur la frontiere ou ſur la côte de pratiquer quelque nouvele route, on examinera quelle doit être ſa direction pour qu'elle réponde aux vues du commerce ſans préſenter des iſſues trop favorables à l'ennemi, ou les moyens d'intercepter nos communications; on cherchera à la rendre la plus militaire poſſible, en la plaçant du côté où il ſeroit aiſé de lui en ôter la diſpoſition, & où l'on pouroit ſe l'approprier ſoi-même avec le plus d'avantage.

Des Bois & des Haies.

Les forêts, les bois & les hales qui couvrent la campagne ſont des obſtacles trop conſéquens pour ne pas en détailler la nature. Des haies telles que celles de Bretagne & de Normandie ſont ſeules autant de parapets d'un excellent profil, qui peuvent ſervir à diſputer le terrain pied à pied, & à ralentir ſinguliérement ou même rendre impoſſible la marche d'un ennemi; elles offrent en beaucoup d'endroits une ſuite de poſtes que l'on peut défendre avec très-peu de monde, car celui qui voudroit les forcer ne pouvant juger de la quantité d'hommes en état de lui réſiſter, ne marche & n'araque qu'avec incertitude, il redoute à chaque inſtant des ſurpriſes, & la crainte de ſe voir couper la retraite l'oblige de ſe retirer; ou donne le temps aux troupes d'ariver & de tomber ſur lui avec avantage. C'eſt ſur-tout ſur les côtes que l'on peut employer avec ſuccès de ſemblables retranchemens. De ſimples payſans conduits avec intelligence, peuvent arrêter aſſez long-temps l'éfort d'un ennemi pour rendre ſon ataque inutile, lui faire manquer ſon entrepriſe, ou tout au moins laiſſer le loiſir de raſſembler contre lui des forces plus puiſſantes.

Il faut faire ſavoir ſi les bois ſont fourés ou s'ils ſont clairs, quelle eſt l'eſpece des arbres qui les compoſent, & dans quel ſens on peut les traverſer. Leur poſition, leur étendue & leur différente épaiſſeur décident enſemble la maniere d'en faire uſage. Ici ils offrent une baterie impénétrable en couvrant des ruiſſeaux & des vallons; là ils ſervent à apuier les alles d'un camp & à en étendre le front; ailleurs leur proximité met à portée d'en employer les arbres à faire des abatis & des palliſſades pour augmenter la force d'un retranchement; par-tout ils fourniſſent à de petites troupes les moyens de ſe poſter avantageuſement pour ataquer à l'improviſte, ou pour ſe défendre avec avantage contre des forces ſupérieures.

Des Côtes.

La deſcription des côtes renferme une infinité d'objets tous plus eſſentiels les uns que les autres; tantôt elles ſont hériſſées de rochers plats qui rendent leur abord plus ou moins dangereux; tantôt elles ſont bordées de ſalaiſes qui en interdiſent abſolument l'accès. Quelques-unes de leurs parties, entiérement dévelopées & découvertes, préſentent la plus grande facilité pour la deſcente; d'autres, par leurs formes rentrantes, offrent des anſes & des ports pour mettre les vaiſſeaux à l'abri des grands vents. L'art a profité des caps & des pointes pour y établir des forts ou de ſimples bateries qui flanquent les endroits acceſſibles. Les îles adjacentes ſont devenues des ouvrages avancés qui ſervent de barieres aux tentatives de l'ennemi; tout préſente dans une étendue un peu conſidérable de côtes, une variété d'accidens qui demande l'ordre le plus ſuivi & les notions les plus exactes, d'après ſes propres obſervations & les raports des marins éclairés. La nature des vents qui ſont néceſſaires pour l'entrée & la ſortie des ports, ainſi que tous les avantages & inconvéniens de chacun d'eux doivent être ſpécifiés. On expoſe tout ce qui caractériſe les endroits acceſſibles & les temps de marée qui ſont plus ou moins favorables à leur approche. On rend compte de l'état actuel de tous les forts qui protegent la côte, des bateries, des corps de garde & de toutes les pieces d'artillerie qui peuvent s'y trouver; on indique quels ſont les liens où l'on pouroit faire de nouveles conſtructions d'une poſition plus reſſortiſſante aux parties qui ſont à défendre; on recueille avec ſoin les différens projets qui ont été faits pour améliorer tel ou tel port, relativement à la guerre & au commerce, pour le mettre à l'abri de route inſulte, ſoit du côté de la mer, ſoit du côté des terres. On en donne une analyſe, & l'on conclut ſoi-même par l'expoſé de ce que l'on croit le plus propre à remplir ces différentes vues; on calcule les forces que peuvent fournir dans un moment de ſurpriſe les canoniers gardes-côtes, en atendant que les troupes réglées ſe ſoient portées, s'il en eſt beſoin, ſur les points ataqués. Les effets que produiſent les marées ſur les rivieres qui ont leur embouchure dans la mer, l'ordre & le temps des différens changemens qu'elles leur font éprouver, & l'influence qu'elles ont ſur leur paſſage, exigent que l'on en rende un compte exact. Enfin, mille autres détails qu'une rade, un chenal, un mouillage, *&c.*, peuvent préſenter à

une vue exercée, & qu'une inſtruction auſſi générale que la nôtre ne nous permet pas de parcourir, ſervent à compléter cet article, & à fonder d'une maniere ſûre le vrai ſyſtême de défenſe, qui apartient à une partie de côtes quelconque.

Des Camps.

Dans un mémoire relatif à une *carte militaire*, il ne ſera point queſtion en traitant des camps, de faire mention de tous les emplacemens que peut occuper une armée. On n'aura pour objet que de réunir le plus de lumieres poſſibles ſur ces poſitions eſſentieles que l'on peut prendre dans un pays, lorſqu'on s'y propoſe quelque entrepriſe, ou ſur celles qui ſerviroient à en défendre l'entrée, en couvrant à la fois tous les endroits par où l'on tenteroit d'y pénétrer. Ce n'eſt donc que de ces deux ſortes de camps que l'on aura à parler. Dans les premiers, tout doit être relatif aux points qu'il faut attaquer. On s'y établit pour obſerver les mouvemens de l'ennemi, on lui donne de la jalouſie ſur toutes les parties environantes, & l'on profite de ſes moindres fautes pour ſe porter en avant & opérer l'exécution de ſes projets. Dans les ſeconds, tout ſe raporte aux points qu'il faut défendre; on cherche, pour en protéger l'enſemble, à n'avoir que des cordes à parcourir, tandis que l'ennemi eſt obligé de décrire des arcs; on augmente les obſtacles du front & des flancs par des batardeaux & des retranchemens, & l'on ſe ménage une retraite aſſurée ſur ſes derrieres, en cas que l'on fût près d'être tourné. Il eſt néceſſaire dans les uns & dans les autres, de bien développer les moyens d'établir ſes ſubſiſtances & d'empêcher qu'elles ne ſoient interceptées. On emploie, autant qu'il eſt poſſible, les ruiſſeaux pour couvrir le front des camps, & les marais ou les bois impraticables pour en apuier les ailes. La deſcription la plus exacte doit par conſéquent expliquer tout ce qui concerne ces différentes barrieres, afin de mettre une armée à l'abri de toute ſurpriſe. Il faut faire ſavoir qu'elle eſt la profondeur d'un camp, quel eſt ſon champ de bataille, ſi les eaux dont on peut diſpoſer ſont d'une bonne qualité, & ſi elles ne ſont point de nature à tarir. Aucune obſcurité ne doit régner ſur les notions que l'on donne, car c'eſt des bonnes poſitions & de l'art d'en tirer parti, que dépend le ſuccès des campagnes: toute erreur, à cet égard, eſt capable d'entraîner les plus grands déſordres, & l'on ne ſauroit mettre trop d'exactitude dans les reconoiſſances que l'on en fait, & dans les comptes que l'on en rend.

Des productions du Pays.

Toutes les reſſources qu'un pays peut offrir en grains, en vins, en beſtiaux, en bois, en fourages, *&c.*, doivent être compriſes dans un état clair & précis que l'on puiſſe conſulter avec confiance; on y joindra le nombre d'habitans dont les bras peuvent être appliqués aux travaux de force, ainſi que la quantité de voitures & de bêtes de charge dont on ſeroit à même de diſpoſer, & cet article terminera la partie locale du mémoire.

C'eſt à l'intelligence à créer le reſte de l'ouvrage, elle appélera à ſon ſecours toutes les connoiſſances qui peuvent donner plus d'eſſor à ſa marche; elle n'oppoſera point un ennemi foible & ignorant à un général éclairé, qui profiteroit à chaque moment de ſes fautes; il en eſt des ſuppoſitions ſur le papier comme des exercices d'un camp de manœuvres. On ne préſente de vraies images de la guerre, qu'autant que les forces oppoſées combinent tous leurs mouvemens d'après les formes du terrain. L'ennemi n'aura de ſuccès qu'en raiſon de ſa ſupériorité, & ſes avantages ſerviront à développer l'art qu'une réſiſtance éclairée ſait employer à transformer chaque objet en obſtacles.

Des quartiers d'hiver.

Les différens mémoires qui acompagnent une ſuite de portions de *carte*, ſont les études d'un tableau général, que l'on poura tracer enſuite, pour former un ſyſtême complet de défenſe, ſur toute l'étendue d'une côte ou d'une frontiere. C'eſt dans ce tableau qu'entrera naturélement, ſi l'on s'en occupe, l'examen de tout ce qui peut regarder l'établiſſement des quartiers d'hiver. On ſe rapélera, en expoſant ſes moyens, qu'il doit y avoir des communications aſſurées entre tous les quartiers d'une armée, qu'ils ne doivent pas couvrir une trop grande étendue de pays, pour que les troupes ſoient à portée de ſe ſecourir réciproquement, & de ſe raſſembler, s'il eſt poſſible ſur un champ de bataille, avant que l'ennemi pût tenter de les enlever ſéparément. Il faut déterminer les villes où l'on pouroit établir ſes magaſins, & les fortifications qu'elles demanderoient pour éviter les ſurpriſes, & tenir avec ſûreté pendant un certain nombre de jours contre les attaques les plus vives. Enfin, on y donnera un état circonſtancié de travaux à faire dans chaque quartier, & de tous les forts & autres ouvrages néceſſaires à conſtruire ſur les rivieres, les marais & autres obſtacles qui intercepteroient ſes communications.

L'utilité qui réſulte des travaux faits en temps de paix eſt certainement réelle ſous le raport des notions en tout genre que peuvent en recueillir les généraux, mais leur vrai point de vue doit être de former des ſujets qui connoiſſent eux-mêmes tous les détails d'un pays, & qui acquierent l'habitude de voir tous les terrains d'une maniere militaire & avec la plus grande célérité poſſible.

La lenteur à la guerre eſt incompatible avec ce que l'on atend d'un officier chargé de reconoître. Il ne s'agit pas de plaire par des deſſeins finis & des mémoires bien écrits, il eſt queſtion d'éclairer par des croquis rapides, & par des notes auſſi ſimples que judicieuſes. Il eſt donc eſſentiel de s'e-

Digitized by Google

xercer ſouvent en ce genre de travail pour en contracter l'habitude, ſans négliger cependant la perfection du deſſein qui eſt la baſe des bonnes eſquiſſes, comme celle des ouvrages achevés.

Des Langues.

Les langues étrangeres, & ſur-tout l'allemand, devroient faire partie de la maſſe des connoiſſances que l'on ſe propoſe d'acquérir en entrant dans cette carriere. Les ieux ne ſaiſiſſent, pour ainſi dire, que la ſurface, & qu'un ſeul inſtant des objets, mais ces objets peuvent changer d'un moment à l'autre. C'eſt des gens du pays qu'on parvient à connoître ces ſucceſſions. Eh! comment les conſulter & en tirer habilement ce que leur propre intérêt les engage ſouvent à cacher, ſi l'on ne peut le faire que par le ſecours d'un interprete?

Tel eſt le cercle que la théorie & la pratique doivent tracer autour de chaque éleve. L'étendue du rayon dépend de ſon application & de ſon aptitude. Nous n'avons conſidéré ſes talens que relativement aux fonctions militaires qui apartienent à ſon état; mais il ne ſuit point de là que nous voulions fixer des bornes à l'eſſor dont ils ſont ſuſceptibles en tout autre ſens. Nous permettrons même, avant de terminer cet article, de jeter un coup d'œil ſur les recherches auſſi agréables qu'utiles, auxquelles il pouroit ſe livrer en mettant à profit les momens dont il jouiroit.

Des Travaux acceſſoires.

Rien ne l'empêcheroit, en temps de paix, de joindre, à ſes travaux ordinaires, des mémoires particuliers ſur tout ce que le commerce, la politique, les arts, la nature & les monumens anciens pouroient lui offrir d'intéreſſant dans les pays où il ſeroit employé. La néceſſité de parcourir ſucceſſivement tous les points d'une ſurface, lui fait apercevoir une infinité d'objets qui doivent échaper aux recherches rapides du voyageur & aux ieux rarement éclairés de l'habitant.

Le commerce ſoumettroit à ſes obſervations le projet d'un canal de navigation, le choix de ſon emplacement, la direction d'une chauſſée, l'établiſſement d'une manufacture, l'exploitation d'une mine, l'amélioration de la culture, le deſſéchement des marais, le défrichement des landes, & tous les moyens généralement quelconques qui peuvent concourir à augmenter ſon énergie.

La politique offriroit à ſes jugemens les différens objets d'échanges que les puiſſances voiſines ſeroient dans le cas de ſe propoſer ſur les frontieres. Il détermineroit leur valeur abſolue & les relations encore plus conſéquentes qui les lient à la guerre & au commerce, & ſes remarques mettroient à même de compenſer avantageuſement par des acceſſoires eſſentiels des pertes apparentes qui ſembleroient n'apartenir qu'à une négligence de vérification.

Les arts lui apprendroient tout ce que peut l'induſtrie appliquée aux beſoins de l'homme, & il s'acoutumeroit à bien analyſer l'organiſation d'une machine utile, & à calculer ſi ſes effets répondent à l'emploi des forces & du temps.

Quelle variété d'aſpects lui préſente la nature, & pour le récréer & pour l'inſtruire! Il parcourt tour-à-tour les différentes eſpeces de métaux, de foſſiles, de pierres, de terres, les propriétés particulieres des eaux, les productions rares en tout genre, les inſcriptions reſpectées par les temps; & en conſignant toutes ſes découvertes dans ſon ouvrage, il en forme une collection de matériaux précieux où le naturaliſte & l'hiſtorien peuvent puiſer à l'envi des lumieres. Qui mieux que lui rencontrera ces premieres empreintes de la nature qu'elle ſe plait à recéler au milieu des rochers & des hautes montagnes que la main des hommes n'a pu défigurer? ſon œil exercé les cherche & les ſaiſit, & il s'empreſſe d'en enrichir la ſomme des monumens que les obſervateurs ont déja raſſemblés.

Non ſeulement tous ſes pas ſont utiles, mais ſon jugement ſe perfectione, & l'habitude de voir les objets ſous tous leurs raports poſſibles, donne encore plus d'eſſor à ſes diſpoſitions militaires. La guerre, qui eſt un métier pour les uns & un art pour les autres, devient la plus vaſte ſcience quand le génie préſide à ſes opérations. Tous les talens, toutes les connoiſſances humaines ſont les inſtrumens qu'elle emploie pour préparer & pour aſſurer ſes ſuccès. (*Par M. Joly, Ingénieur Géog. Milit.*).

CARTES. *Problême ſur les cartes.* (*Arithmét.*) Pierre tient huit *cartes* dans ſes mains qui ſont, un âs, un deux, un trois, un quatre, un cinq, un ſix, un ſept & un huit, qu'il a mêlées: Paul parie que les tirant l'une après l'autre, il les devinera à meſure qu'il les tirera.

L'on demande combien Pierre doit parier contre un que Paul ne réuſſira pas dans ſon entrepriſe?

Par l'énoncé de la queſtion, on ſuppoſe que Paul parie de tirer toutes les *cartes* l'une après l'autre, ſans les remettre dans le jeu après les avoir tirées, & ſans manquer une ſeule fois à deviner juſte la *carte* qu'il tirera.

Dans ce cas, en ſuivant les regles ordinaires des probabilités, l'eſpérance de Paul au premier coup eſt $\frac{1}{8}$, au ſecond $\frac{1}{7}$; d'où il s'enſuit que ſon eſpérance pour les deux premiers coups eſt $\frac{1}{8} \times \frac{1}{7}$; & en effet, il eſt aiſé de voir que le premier coup ayant huit cas poſſibles, & le ſecond ſept, la combinaiſon des deux aura 8×7 coups, dont il n'y en a qu'un ſeul qui faſſe gâgner Pierre, celui où il devinera juſte deux fois de ſuite. Par la même raiſon, l'eſpérance de Paul pour trois coups ſera $\frac{1}{8} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{6}$; pour quatre, $\frac{1}{8} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{5}$; & pour ſept (car il n'y en peut avoir huit, atendu qu'après ſept tirages il ne reſte plus de *cartes* à tirer, & il n'y a plus de jeu), elle ſera $\frac{1}{8} \times \frac{1}{7} \ldots \times \frac{1}{2}$; donc l'enjeu de Pierre ſera à celui de Paul comme

$8 \times 7 \times \ldots 2 - 5$ eſt à 1, c'eſt-à-dire, comme $56 \times 720 - 5$ eſt à 5; ou comme 40319 eſt à 1.

Si Paul parioit d'amener un de deviner juſte à un des ſept coups ſeulement, ſon eſpérance ſeroit $\frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \ldots \frac{1}{2}$, & par conſéquent l'enjeu de Pierre à celui de Paul, comme $\frac{1}{6} + \frac{1}{7} \ldots + \frac{1}{2}$ à $5 - \frac{1}{6} - \frac{1}{7} \ldots - \frac{1}{2}$.

Si Paul parioit d'amener juſte dans les deux premiers coups ſeulement, ſon eſpérance ſeroit $\frac{1}{6} + \frac{1}{7}$, & le raport des enjeux celui de $\frac{1}{6} + \frac{1}{7}$ à $1 - \frac{1}{6} - \frac{1}{7}$.

S'il parioit d'amener juſte dans deux coups quelconques, ſon eſpérance ſeroit $\frac{1}{6} \times \frac{1}{7} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{7} \ldots + \frac{1}{6} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{7} \times \frac{1}{6} \ldots + \frac{1}{7} \times \frac{1}{2} \ldots + \frac{1}{6} \times \frac{1}{2}$, *&c.*

Autre Problème.

On demande combien il y a à parier contre un que tirant cinq *cartes* dans un jeu de piquet, compoſé de trente-deux, l'on ne tirera pas une quinte majeure indéterminée, ſans nommer en quelle couleur, ſoit en cœur, ſoit en carreau, en pique ou en treſle.

Pour réſoudre la queſtion propoſée, il faut d'abord chercher en combien de façons trente-deux *cartes* peuvent être priſes cinq à cinq, & on trouvera par les regles connues des combinaiſons, que ce nombre de fois eſt le produit des cinq nombres 28, 29, 30, 31, 32; ce produit étant diviſé par le produit de cinq autres nombres 1, 2, 3, 4, 5, ou par 120: c'eſt-à-dire, que le nombre de fois cherché eſt le produit des nombres 28, 29, 31, 8, ou 201376. Maintenant, comme il y a quatre quintes majeures, il faut ôter ce nombre 4 de 201376, ce qui donnera 201372, & il y aura à parier 4 contre 201372, ou 1 contre 50343 qu'on ne tirera pas une quinte majeure à volonté.

S'il s'agiſſoit d'une quinte quelconque, comme il y a en tout ſeize quintes, ſavoir, quatre de chaque couleur, le pari ſeroit 16 contre 201376 moins 16, ou de 16 contre 201360, ou de 5 contre 12585. (*O*).

* CARTES, ſ. f. (*Jeux*) petits feuillets de carton oblongs, ordinairement blancs d'un côté, peints de l'autre de figures humaines ou autres, & dont on ſe ſert à pluſieurs jeux, qu'on appele par cette raiſon *jeux de cartes*. *Voyez* LANSQUENET, BRELAND, PHARAON, OMBRE, PIQUET, BASSETE, *&c.* Entre ces jeux il y en a qui ſont purement de hazard, & d'autres qui ſont de hazard & de combinaiſon. On peut compter le lanſquenet, le breland, le pharaon, au nombre des premiers, l'ombre, le piquet, le médiateur, au nombre des ſeconds. Il y en a où l'égalité eſt très-exactement conſervée entre les joueurs, par une juſte compenſation des avantages & des déſavantages; il y en a d'autres où il y a évidemment de l'avantage pour quelques joueurs, & du déſavantage pour d'autres: il n'y en a preſqu'aucun dont l'invention ne montre quelque eſprit; & il y en a pluſieurs qu'on ne joue point ſupérieurement, ſans en avoir beaucoup, du moins de l'eſprit du jeu.

Le pere Ménéſtrier, jéſuite, dans ſa *bibliotheque curieuſe & inſtructive*, nous donne une petite hiſtoire de l'origine du *jeu de cartes*. Après avoir remarqué que les jeux ſont utiles, ſoit pour délaſſer, ſoit même pour inſtruire; *que la création du monde a été pour l'Être ſuprême une eſpece de jeu*; que ceux qui montroient chez les Romains les premiers élémens, s'appeloient *ludi magiſtri*; que Jéſus-Chriſt même n'a pas dédaigné de parler des jeux des enfans: il diſtribue les jeux en jeux de hazard, comme les dés (*Voyez* DÉS), en jeux d'eſprit, comme les échecs (*Voyez* ÉCHECS); & en jeux d'hazard & d'eſprit, comme les *cartes*. Mais il y a des *jeux de carter*, ainſi que nous l'avons remarqué, qui ſont de pur hazard.

Selon le même auteur, il ne paroît aucun veſtige de *carter* à jouer avant l'année 1392, que Charles VI tomba en phrénéſie. Le *jeu de cartes* a dû être peu commun avant l'invention de la gravure en bois, à cauſe de la dépenſe que la peinture des *cartes* eût occaſionée. Le Pere Ménéſtrier ajoute que les allemands, qui eurent les premiers des gravures en bois, graverent auſſi les premiers des moules de *carter*, qu'ils chargerent de figures extravagantes: d'autres prétendent encore que l'impreſſion des *cartes* eſt un des premiers pas qu'on ait fait vers l'impreſſion en caracteres gravés ſur des planches de bois, & citent à ce ſujet les premiers eſſais d'imprimerie faits à Harlem, & ceux qu'on voit dans la bibliotheque Bodleyane. Ils penſent que l'on ſe ſeroit pluiôt aperçu de cette anciene origine de l'imprimerie, ſi l'on eût conſidéré que les grandes lettres de nos manuſcrits de 900 ans paroiſſent avoir été faites par des enlumineurs.

On a voulu par le *jeu de cartes*, dit le P. Ménéſtrier, donner une image de la vie paiſible, ainſi que par le jeu des échecs, beaucoup plus ancien, on en a voulu donner une de la guerre. On trouve dans le *jeu de cartes* les quatre états de la vie; le *cœur* repréſente les gens d'Égliſe ou de chœur, eſpece de rebus; le *pique*, les gens de guerre; le *treſle*, les laboureurs; & les *carreaux*, les bourgeois dont les maiſons ſont ordinairement carrelées. Voilà une origine & des alluſions bien ridiculeſ. On lit dans le P. Ménéſtrier que les Eſpagnols ont repréſenté les mêmes choſes par d'autres noms. Les quatre rois, David, Alexandre, Céſar, Charlemagne, ſont des emblêmes des quatre grandes monarchies, Juive, Greque, Romaine, & Allemande. Les quatre dames, Rachel, Judith, Pallas & Argine, anagramme de *regina*, (car il n'y a jamais eu de reine appelée *Argine*) expriment les quatre manieres de régner, par la beauté, par la piété, par la ſageſſe, & par le droit de la naiſſance. Enfin, les valets repréſentoient les ſervans d'armes. Le nom de *valet* qui s'eſt avili depuis, ne ſe donnoit alors qu'à des vaſſaux de grands

ſeigneurs, on à de jeunes gentilshommes qui n'étoient pas encore chevaliers. Les Italiens ont reçu le *jeu de cartes* les derniers. Ce qui pouroit faire ſoupçoner que ce jeu a pris naiſſance en France, ce ſont les fleurs de lis qu'on a toujours remarqués ſur les habits de toutes les figures en *carte*. *La Hire*, nom qu'on voit au bas du valet de cœur, pouroit avoir été l'inventeur des *cartes*, & s'être fait compagnon d'Hector & d'Ogier le danois, qui ſont les valets de carreau & de pique, comme il ſemble que le cartier ſe ſoit réſervé le valet de trefle pour lui donner ſon nom. *Voyez l'article* JEU, *Belliot. av. & inſtit., pag.* 168.

CAS IRRÉDUCTIBLE *du troiſieme degré*, ou ſimplement CAS IRRÉDUCTIBLE, *en Analyſe*, c'eſt celui où une équation du troiſieme degré a ſes trois racines réelles, inégales & incommenſurables. Dans ce *cas*, ſi on réſout l'équation par la méthode ordinaire, la racine quoique réelle, ſe préſente ſous une forme qui renferme des quantités imaginaires, & l'on n'a pu juſqu'à préſent réduire cette expreſſion à une forme réelle, en chaſſant les imaginaires qu'elle contient. *Voyez* RÉEL, IMAGINAIRE, *&c.* Entrons ſur ce ſujet dans quelque détail.

Soit $x^3 + qx + r = 0$ une équation du troiſieme degré, dans laquelle le ſecond terme eſt évanoui. *Voyez* ÉVANOUISSEMENT, ÉQUATION & TRANSFORMATION, *&c.* Pour la réſoudre, je fais $x = y + z$, & j'ai $x^3 = y^3 + 3yyz + 3zyy + z^3 = y^3 + 3yzx + z^3$; donc $x^3 - 3yzx - y^3 = 0$. Cette équation étant comparée terme à terme avec $x^3 + qx + r = 0$, on aura, 1°. $-3yz = q$ ou $z = -\frac{q}{3y}$; 2°. $y^3 + z^3 = -r$, ou $y^3 + r = \frac{q^3}{27y^3}$, ou $y^6 + ry^3 = \frac{q^3}{27}$.

Cette équation, qu'on ramene au ſecond degré, (en faiſant $y^3 = t$,) étant réſolue à la maniere ordinaire (*Voyez* ÉQUATION,) donne $y^3 = -\frac{r}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{q^3}{27} + \frac{r^2}{4}\right)}$. Donc, à cauſe de $z^3 = -r - y^3$, on aura $z^3 = -\frac{r}{2} \mp \sqrt{\left(\frac{q^3}{27} + \frac{r^2}{4}\right)}$; donc x ou $y + z = \sqrt[3]{-\frac{r}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{q^3}{27} + \frac{r^2}{4}\right)}} + \sqrt[3]{-\frac{r}{2} \mp \sqrt{\left(\frac{q^3}{27} + \frac{r^2}{4}\right)}}$. Telle eſt la forme de la valeur de x. Cela poſé.

1°. Il eſt évident que ſi q eſt poſitif, r étant poſitif ou négatif, cette forme eſt réelle, puiſqu'elle ne contient que des quantités réelles. Or dans ce *cas*, comme on le verra à *l'article* ÉQUATION, deux des racines ſont imaginaires. Ainſi, la ſeule racine réelle ſe trouve exprimée par une formule qui ne contient que des quantités réelles. Ce *cas* ne tombe donc point dans le *cas irréductible*, & n'a aucune difficulté.

2°. Si q eſt négatif, & que $\frac{r^2}{4} = \frac{q^3}{27}$, alors l'équation a deux racines égales, & il n'y a encore aucune difficulté.

3°. Si q eſt négatif & $\frac{r^2}{4} > \frac{q^3}{27}$, il y a deux racines imaginaires, & la racine réelle ſe trouve repréſentée par une formule toute réelle; ce qui n'a point de difficulté non plus.

4°. Mais, ſi q eſt négatif, & que $\frac{r^2}{4} < \frac{q^3}{27}$, alors $-\frac{q^3}{27} + \frac{r^2}{4}$ eſt une quantité négative, & par conſéquent $\sqrt{\left(-\frac{q^3}{27} + \frac{r^2}{4}\right)}$ eſt imaginaire. Ainſi, l'expreſſion de x renferme alors des imaginaires.

Cependant on démontre en Algebre, que dans ce *cas* les trois racines ſont réelles & inégales. On peut en voir la preuve à la fin de cet article. Comment donc peut-il ſe faire que la racine x ſe préſente ſous une forme qui contient des imaginaires?

M. Nicole a le premier réſolu cette difficulté (*Mém. académ.* 1738.) Il a fait voir que l'expreſſion de x, quoiqu'elle contienne des imaginaires, eſt en effet réelle. Pour le prouver, ſoit $\sqrt{\left(-\frac{q^3}{27} + \frac{r^2}{4}\right)} = b\sqrt{-1}$, & $-\frac{r}{2} = a$, on aura $x = \sqrt[3]{a + b\sqrt{-1}} + \sqrt[3]{a - b\sqrt{-1}}$. Il s'agit de montrer que cette expreſſion, quoiqu'elle renferme des imaginaires, repréſente une quantité réelle. Pour cela, ſoit formée, ſuivant les regles données à *l'article* BINOME, une ſérie qui exprime la valeur de $\sqrt[3]{a + b\sqrt{-1}}$, ou $\overline{a + b\sqrt{-1}}^{\frac{1}{3}}$ & celle de $\left(a - b\sqrt{-1}\right)^{\frac{1}{3}}$; on trouvera, après avoir ajouté enſemble ces deux ſéries, que tous les termes imaginaires ſe détruiront, & qu'il ne reſtera qu'une ſuite infinie de termes composés de quantités toutes réelles. Ainſi, la valeur de x eſt en effet réelle. La difficulté eſt de ſommer cette série; c'eſt à quoi on n'a pu parvenir juſqu'à préſent. Cependant M. Nicole l'a ſommée dans quelques *cas* particuliers, qu'il a par conſéquent ſouſtraits, pour ainſi dire, au *cas irréductible*. Voyez *les Mém. acad.* 1738, *& ſuiv.*

Lorſque l'une des trois racines réelles & inégales eſt commenſurable, alors l'équation n'eſt plus dans le *cas irréductible*, parce que l'un des diviſeurs du dernier terme donne la racine commenſurable. *Voyez* DIVISEUR & RACINE.

Mais quand la racine eſt incommenſurable, il faut, pour trouver l'expreſſion réelle de la racine, ou ſommer la ſérie ſuſdite, ou dégager de quel-

que autre maniere l'expreſſion trouvée de la formule imaginaire qui la défigure pour ainſi dire. C'eſt à quoi on travaille inutilement depuis deux cents ans.

Cette racine du *cas irréductible*, ſi difficile à trouver par l'Algebre, ſe trouve aiſément par la Géométrie. *Voyez* CONSTRUCTION. Mais quoiqu'on ait la valeur linéaire, on n'en eſt pas plus avancé pour ſon expreſſion algébrique. *Voyez* INCOMMENSURABLE.

Cet inconvénient du *cas irréductible* vient de la méthode qu'on a employée juſqu'ici pour réſoudre les équations du troiſieme degré; méthode imparfaite, mais la ſeule qu'on ait pu trouver juſqu'à préſent. Voici en quoi conſiſte l'imperfection de cette méthode. On ſuppoſe $x = y + z$, y & z étant deux quantités indéterminées; enſuite on a tout-à-la-fois $x^3 - 3yzx - y^3 - z^3 = 0$, & $x^3 + qx + r = 0$. On compare ces équations terme à terme, & cette comparaiſon *terme à terme* enferme une ſuppoſition tacite, qui amene une forme irréductible ſous laquelle x eſt exprimée; à la rigueur on a $qx + r = -3yzx - y^3 - z^3$; voilà la ſeule conſéquence *rigoureuſe* qu'on puiſſe tirer de la comparaiſon des deux équations; mais outre cela, on veut encore ſuppoſer que la premiere partie de $qx + r$, c'eſt-à-dire, qx ſoit égale à $-3yzx$ premiere partie du ſecond membre. Cette ſuppoſition n'eſt point abſolue ni rigoureuſement néceſſaire, on ne l'a faite que pour parvenir plus aiſément à trouver la valeur de y & de z, qu'on ne pouroit pas trouver ſans cela; d'ailleurs comme y & z ſont l'une & l'autre indéterminées, on peut ſuppoſer $-3yzx = qx$ & $-y^3 - z^3 = r$. Mais cette ſuppoſition même fait que les deux quantités y & z, au lieu d'être réelles comme elles devroient, ſe trouvent chacune imaginaires. Il eſt vrai qu'en les ajoutant enſemble, leur ſomme eſt réelle; mais l'imaginaire qui s'y trouve toujours, & qu'on ne peut en chaſſer, rend inutile l'expreſſion de x qui s'en tire.

En un mot l'équation $x = y + z$ ne donne à la rigueur que cette équation $qx + r = -3zxy - y^3 - z^3$, ou $qy + qz + r = -3yyz - 3yzz - y^3 - z^3$ & toutes les fois que l'on voudra de cette équation en faire deux autres particulieres, on fera une ſuppoſition tacite qui poura entraîner des inconvéniens impoſſibles à éviter, comme il arive ici, où y & z ſe trouvent imaginaires.

Il faudroit voir ſi, par quelque moyen, on ne pouroit pas couper l'équation ſuſdite en deux autres, qui donnaſſent à y & à z une forme réelle & facile à trouver; mais cette opération paroît devoir être fort difficile, ſi elle n'eſt pas impoſſible.

J'ai fait voir dans les *Mémoires de l'Académie des Sciences de Pruſſe de* 1746, que l'on pouvoit toujours trouver par la triſection d'un arc de cercle, une quantité $c + e\sqrt{-1}$, égale à la racine cube de $a + b\sqrt{-1}$; & que ſi $c + e\sqrt{-1} = \sqrt[3]{a + b\sqrt{-1}}$, on a $\sqrt[3]{a - b\sqrt{-1}} = c - e\sqrt{-3}$. *Voyez* IMAGINAIRE. D'où il s'enſuit que dans les *cas* où un arc de cercle peut être diviſé géométriquement, c'eſt-à-dire, par la regle & le compas, en trois parties égales, on peut aſſigner la valeur algébrique de c & de e, ce qui pouroit fournir des vues pour réſoudre en quelques occaſions des équations du troiſieme degré qui tomberoient dans le *cas irréductible*. Voyez *le Mémoire que j'ai cité*.

Quoi qu'il en ſoit, la racine étant incommenſurable dans le *cas irréductible*, l'expreſſion réelle de cette racine, quand on la trouveroit, n'empêcheroit pas de recourir aux approximations. On a donné à l'*article* APPROXIMATION la méthode générale pour approcher de la racine d'une équation, & nous y avons indiqué les auteurs qui ont donné des méthodes particulieres d'approximation pour le *cas irréductible*. Voyez *auſſi* CASCADE.

Puiſque nous en ſommes ſur cette matiere des équations du troiſieme degré, nous croyons qu'on ne nous ſaura pas mauvais gré de faire ici quelques remarques nouveles qui y ont raport, & dont nos lecteurs pouront tirer de l'utilité.

On ſait que toute équation du troiſieme degré a trois racines. Il faudroit donc, pour réſoudre d'une maniere complete, une équation du troiſieme degré, trouver une méthode qui fît trouver à la fois les trois racines, comme on trouve à la fois les deux racines d'une équation du ſecond degré. Juſqu'à ce qu'on ait trouvé cette méthode, il y a bien de l'apparence que la théorie des équations du troiſieme degré reſtera imparfaite: mais la trouvera-t-on, cette méthode? c'eſt ce que nous n'oſons ni oier ni prédire.

Examinons préſentement de plus près la méthode dont on ſe ſert pour trouver les racines d'une équation du troiſieme degré. On a d'abord une équation du ſixieme degré y^6, *&c.* telle qu'on l'a vue ci-deſſus, & qui a par conſéquent ſix racines, qu'on peut aiſément prouver être toutes inégales: on a enſuite une équation du troiſieme degré $z^3 = -y^3 - r$; & comme y^3 a deux valeurs différentes à cauſe de l'équation $y^6 + ry^3$, *&c.* $= 0$, & que z eſt élevé au troiſieme degré, il s'enſuit que cette équation doit donner auſſi ſix valeurs différentes de z, trois pour chaque valeur de y^3; or chacune des ſix valeurs de z étant combinée avec chacune des ſix valeurs de y, on aura trente-ſix valeurs différentes pour $z + y$; donc x paroît avoir trente-ſix valeurs différentes. Cependant l'équation étant du troiſieme degré, x ne doit avoir que trois valeurs: comment acorder tout cela?

Je réponds d'abord que les trente-ſix valeurs prétendues de $y + z$ doivent ſe réduire à dix-huit. En effet, il ne faut pas combiner indifféremment chaque valeur de z avec toutes les valeurs de y, mais ſeulement à toutes les valeurs de y qui correſpondent à la valeur qu'on a ſuppoſée à y^3.

Par exemple, on a $y^3 = -\frac{r}{2} \pm$

$\sqrt{\left(-\frac{q^3}{27}+\frac{r^2}{4}\right)}$; d'où l'on tire $z^3=-\frac{r}{2}\mp\sqrt{\left(-\frac{q}{27}+\frac{r^2}{4}\right)}$; le ſigne + qui précede le ſigne radical dans la valeur de y^3, répond au ſigne — qui précede le ſigne radical dans la valeur de z^3, & le ſigne — au ſigne +; ce qui eſt évident, puiſque $z^3=-r-y^3$: donc pour chacune des trois valeurs de y qui répondent au ſigne + placé devant le ſigne radical, il y a trois valeurs de z qui répondent au ſigne — placé devant le ſigne radical: ce qui fait neuf valeurs de $y+z$; & en y ajoutant les neuf autres valeurs pour le cas du ſigne —, placé avant le ſigne radical dans l'expreſſion de y^3, cela fait 18 au lieu de 36 qu'on auroit en combinant indifféremment les ſignes. Mais ce n'eſt pas tout.

Quoique chacune des valeurs de y & de z, employées & combinées comme on vient de le preſcrire, paroiſſe donner une valeur de $y+z$, il faut encore rejeter celles dans leſquelles le produit zy ne ſera pas égal à $-\frac{q}{3}$; car c'eſt une des conditions de la ſolution, comme on l'a vu plus haut, que $-3zy=q$; il eſt vrai que les dix-huit valeurs de y & z ſatisfont à la condition que $-27y^3z^3=q^3$. Mais cette condition $-27y^3z^3=q^3$ eſt beaucoup plus étendue que la condition $-3zy=q$, quoique d'abord elle paroiſſe la même. Par exemple $u=b$ ne donne qu'une valeur de u: mais $u^3=b^3$ donne trois valeurs de u. Pour le prouver, ſoit $u^3-b^3=0$, & diviſons par $u-b$, il viendra $uu+bu+bb=0$, ce qui donne $u=-\frac{b}{2}\pm\sqrt{\left(-\frac{3bb}{4}\right)}$; ainſi, $u^3=b^3$ donne $u=b$, $u=b\times\left(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{-3}}{2}\right)$ & $u=b\times\left(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{-3}}{2}\right)$. Donc, quoique, dans les dix-huit valeurs de $y+z$, on ait $27y^3z^3=-q^3$, il ne faut prendre que celles où $3yz=-q$. Cela poſé.

Soient ces quatre équations:

I. $\begin{cases} y^3=-\frac{r}{2}+\sqrt{\left(-\frac{q^3}{27}+\frac{r^2}{4}\right)}. \end{cases}$

II. $\begin{cases} z^3=-\frac{r}{2}-\sqrt{\left(-\frac{q^3}{27}+\frac{r^2}{4}\right)}. \end{cases}$

III. $\begin{cases} y^3=-\frac{r}{2}-\sqrt{\left(-\frac{q^3}{27}+\frac{r^2}{4}\right)}. \end{cases}$

IV. $\begin{cases} z^3=-\frac{r}{2}+\sqrt{\left(-\frac{q^3}{27}+\frac{r^2}{4}\right)}. \end{cases}$

Et ſoit $a+b\sqrt{-1}=$ à la racine cubique de $-\frac{r}{2}+\sqrt{\left(-\frac{q^3}{27}+\frac{r^2}{4}\right)}$, on aura $a-b\sqrt{-1}=$ à la racine de $-\frac{r}{2}-\sqrt{\left(-\frac{q^3}{27}+\frac{r^2}{4}\right)}$, ce qui donnera:

Racines de la premiere équation.

1. $y=a+b\sqrt{-1}$.

2. $y=(a+b\sqrt{-1}).\left(-\frac{1+\sqrt{-3}}{2}\right)$.

3. $y=(a+b\sqrt{-1}).\left(-\frac{1-\sqrt{-3}}{2}\right)$.

Racines de la ſeconde.

4. $z=a-b\sqrt{-1}$.

5. $z=(a-\sqrt{-1}).\left(-\frac{1+\sqrt{-1}}{2}\right)$.

6 $z=(a-b\sqrt{-1}).\left(-\frac{1-\sqrt{-3}}{2}\right)$.

Racines de la troiſieme.

Sont les mêmes que de la ſeconde.

Racines de la quatrieme.

Sont les mêmes que de la premiere.

Donc, 1.° la combinaiſon des racines de la troiſieme équation avec celles de la quatrieme, donnera le même réſultat que celle des racines des deux premieres.

2.° Il ne faudra combiner enſemble que les valeurs de y & de z, & dont le produit ſera $=-\frac{q}{3}$, c'eſt-à-dire, $aa+bb$; car $a+b\sqrt{-1}$ étant $=\sqrt[3]{-\frac{r}{2}+\sqrt{\left(\frac{q^3}{27}-\frac{r^2}{4}\right)}}$ & $a-b\sqrt{-1}=\sqrt[3]{-\frac{r}{2}-\sqrt{\left(\frac{q^3}{27}-\frac{r^2}{4}\right)}}$, on aura $aa+bb=\sqrt[3]{-\frac{q^3}{27}}=-\frac{q}{3}$. D'où il s'enſuit,

3.° Qu'il faudra combiner la racine marquée (1) avec la racine marquée (4), ce qui donnera $y=2a$.

4°. Qu'il faudra combiner la racine marquée (2) avec la racine marquée (6), ce qui donnera $-a+b\sqrt{3}$.

Digitized by Google

5°. Qu'il faudra combiner la racine marquée (3) avec la racine marquée (5), ce qui donoera $-ab\sqrt{3}$.

Voilà les trois racines de l'équation, & il eſt viſible par les regles que nous avons établies, que toutes les autres valeurs de $y+z$ donneroient des expreſſions fauſſes de la racine x, & que toutes les trois racines ſont ici réelles.

On peut trouver aiſément par la même méthode les trois valeurs de x dans tout autre cas que le *cas irréductible*. Par exemple, ſi q eſt poſitif, ou ſi q eſt négatif & $<$ ou $= \frac{r^2}{4}$, alors il faudra ſuppoſer

$$\sqrt[3]{-\frac{r}{2}+\sqrt{\left(-\frac{q^3}{27}+\frac{r^2}{4}\right)}}=a+b,$$

$$\sqrt[3]{-\frac{r}{2}-\sqrt{\left(-\frac{q^3}{27}+\frac{r^2}{4}\right)}}=a-b,$$ & l'on trouvera en ce *cas* une racine réelle & deux imaginaires, ou une racine réelle & deux autres réelles, égales entr'elles. C'eſt ce qu'il eſt inutile d'expliquer plus au détail : il ne faut, pour s'en convaincre, que faire un calcul ſemblable à celui que nous avons fait pour trouver les trois racines dans le *cas irréductible*. (*O*).

CASCADE, *Méthode des caſcades*, (*Algebre*.) eſt le nom que M. Rolle, géometre de l'Académie des Sciences, a donné autrefois à une méthode qu'il avoit imaginée pour réſoudre les équations. Il la publia en 1699 dans ſon *traité d'Algebre*. Par cette méthode on approche toujours de la valeur de l'inconnue, par des équations ſucceſſives qui vont toujours en baiſſant ou en tombant d'un degré, & de là eſt venu le nom de *caſcades*. *Voyez* ÉQUATION.

On trouve dans l'*Analyſe démontrée* du P. Reynaud, *liv. VI*, une méthode par laquelle on approche des racines d'une équation, en réſolvant des équations qui vont toujours en baiſſant d'un degré; & cette méthode paroît avoir beaucoup de raport à celle de M. Rolle. En voici l'idée. Soit, par exemple, une équation du troiſieme degré $x^3-px^2+qx+r=0$ dont les trois racines ſoient réelles & poſitives a, b, c, a étant la plus petite, & c la plus grande; ſoit multipliée cette équation par les termes d'une progreſſion arithmétique 3, 2, 1, 0; elle deviendra l'équation du ſecond degré $3x^2-2px+q=0$, dont les deux racines ſont réelles, & ſont telles que la plus petite eſt entre a & b, & la plus grande entre b & c: ainſi, cherchant les deux racines de cette équation du ſecond degré, on aura les limites entre leſquelles b eſt renfermé; & on pourra trouver enſuite cette racine b par approximation : la racine b étant trouvée, on connoîtra les autres a, c.

Pour démontrer cette méthode, ſoit $x^3-px^2+qx+r=y$, l'équation d'une courbe de *genre parabolique*. *Voy. ce mot*. L'équation $3x^2-2px+q=0$, ſera l'équation des points qui donneront les *maxima* de y. *Voyez* MAXIMUM. Et ces points, comme il eſt aiſé de le voir, ſeront ſitués de maniere qu'ils ſeront l'un d'un côté, l'autre de l'autre côté du point qui donnera la racine moyenne de l'équation $x^3-px^2+qx+r=0$, c'eſt-à-dire, du ſecond point où la courbe coupera ſon axe. *Voyez* RACINE; *voyez* auſſi dans les *Mém. acad.* 1741 deux Mémoires de M. l'abbé de Gua ſur le nombre des racines, où il fait uſage des courbes de genre parabolique.

En voilà aſſez pour faire ſentir comment on parvient à trouver au moins par approximation les racines d'une équation, en changeant cette équation en une autre d'un degré inférieur. On trouve *dans le livre VI du* P. Reynaud, tout le détail de cette méthode, qui eſt extrêmement pénible, peu commode, & très-imparfaite dans la pratique, ſur-tout lorſqu'il y a des racines imaginaires. *Voyez* LIMITES. (*O*).

CÂSE, ſ. f. (*jeu de Trictrac*), ſe dit de deux dames poſées ſur la même ligne ou fleche, où l'on joue. S'il n'y a qu'une dame ſur la fleche, elle fait la demi-câſe.

On appele *câſe du diable* celle de la ſeconde fleche du grand jan : on ne lui donne guere ce nom que lorſque c'eſt la ſeule qui ſoit à faire, parce qu'il ne reſte alors dans le petit jan que cinq dames, & que tous les coups que l'on joue ſans remplir, avancent ces dames, les font même paſſer, & mettent dans le cas, ou de ne point faire ſon plein, ou de ne pas tenir long-temps. *Voyez* TRICTRAC.

CÂSER, v. n. au *Trictrac*, c'eſt acoupler deux dames, ou les placer ſur la même fleche.

CASSINOÏDE, (*Aſtron.*); nom que l'on a donné quelquefois à une courbe propoſée par Caſſini pour repréſenter le mouvement du ſoleil. Cette courbe eſt telle, que le produit des deux lignes tirées des foyers à la circonférence eſt conſtant; au lieu que dans l'ellipſe c'eſt la ſomme qui eſt conſtante. *Voyez* les *Élémens d'Aſtronomie* de M. Caſſini le fils, *pag.* 149.

L'analogie entre ces deux courbes fait que l'on appele quelquefois la caſſinoïde, l'*ellipſe caſſiniene*, quoiqu'elles ne ſoient pas du même genre.

CASSIOPÉE, (*Aſtron.*) conſtellation boréale, compoſée de 54 étoiles principales dans le catalogue de Flamſteed.

Suivant les Grecs, une reine d'Éthiopie, femme de Céphée, donna ſon nom à cette conſtellation; elle y eſt repréſentée comme dans un trône, tenant une palme à la main. On a appelé quelquefois cette conſtellation *cathedra mollis*, *filiquaſtrum*, *ſolium*, *mulier ſedis*, *mulier habens palmam deliburam*; elle eſt auſſi appelé *cerva*, *canis*: car les Arabes ne peignent qu'un chien ou une biche à la place d'une reine, & les Syriens un faoglier.

M. Dupuis croit que c'eſt pour cela que le troiſieme travail d'Hercule, ou l'entrée du ſoleil dans

dans la balance, eſt marqué par la défaite du ſanglier d'Érymanthe; c'étoit l'emblême du cocher de *caſſiopée* au lever du ſoleil.

Il parut en 1572 une nouvele étoile dans cette conſtellation, qui ſurpaſſoit d'abord jupiter en éclat & en grandeur; mais elle diminua peu à peu, & diſparut entiérement au bout de dix-huit mois. Ce phénomene extraordinaire exerça tous les aſtronomes de ce temps-là, & fut la matiere de pluſieurs ouvrages; les uns prétendirent que c'étoit une comete, d'autres ajoutoient de plus que c'étoit la même que celle qui avoit paru à la naiſſance de Jéſus-Chriſt, & qu'elle annonçoit ſon ſecond avénement. Tycho les réfuta, & compoſa ſur cette fameuſe étoile un grand ouvrage *De nova ſtella anni* 1572. *Voyez* ÉTOILES NOUVELES. (*D. L.*)

CASTOR, *en Aſtronomie*, eſt le nom d'une des deux belles étoiles de la conſtellation des gémeaux. *Voyez* GÉMEAUX.

CATABIBAZON, *en Aſtronomie*, eſt le nœud deſcendant de la lune, celui qu'on appeloit auſſi *anabibazon* & *queue du dragon*. *Voyez* LUNE. (*O*).

CATACAUSTIQUE, ſ. f. (*Opt.*) eſt la cauſtique formée par des rayons réfléchis; on la nomme ainſi pour la diſtinguer de la *diacauſtique*. *Voyez* CAUSTIQUE, DIACAUSTIQUE, RÉFLEXION, CATOPTRIQUE, &c. (*O*).

CATACOUSTIQUE, ſ. f. qu'on appele auſſi *cataphonique*, eſt la ſcience qui a pour objet les ſons réfléchis; ou cette partie de l'acouſtique qui conſidere les propriétés des échos, ou en général les ſons qui ne vienent pas directement du corps ſonore à l'oreille, mais qui ne la frapent qu'après qu'ils y ont été renvoyés par quelque autre corps. Ce mot *catacouſtique* eſt analogue au mot *catoptrique*, qui ſignifie *la ſcience qui a pour objet les rayons de lumiere réfléchis, & leurs propriétés*; ainſi, la *catacouſtique* eſt à l'acouſtique proprement dite, ce que la *catoptrique* eſt à l'optique. *Voyez* ACOUSTIQUE, ÉCHO & SON.

CATADIOPTRIQUE, adj. (*Optique.*) On donne ce nom à ce qui apartient à la fois à la *catoptrique* & à la *dioptrique*, c'eſt-à-dire, à ce qui apartient à la théorie de la lumiere réfléchie & de la lumiere rompue. *Voyez* CATOPTRIQUE & DIOPTRIQUE. Par exemple, un inſtrument ou lunete qui réfléchit & rompt en même temps les rayons, eſt appelé *téleſcope catadioptrique*. *Voyez* TÉLESCOPE. (*O*).

CATADUPES, (*Hydrod.*); nom que les anciens donnoient à ce que nous appelons aujourd'hui *cataractes*. *Voyez* CATARACTE.

CATALOGUE *d'étoiles* (*Aſtron.*), eſt la table des poſitions des différentes étoiles par longitudes & latitudes, aſcenſions droites & déclinaiſons pour une certaine époque: on en trouvera un abrégé *au mot* ÉTOILE.

Le plus ancien *catalogue* eſt celui qui nous a été conſervé par Ptolomée dans ſon *Almageſte*, & qui renferme 1022 étoiles, dont les poſitions ſont à peu prèt pour l'année 63 de l'ere chrétiene: qnoiqu'il les ait appliquées à l'année 137; on ne croit pas que Ptolomée en fût l'auteur. Il eſt plus probable qu'il ne fit que réduire à l'année 137 de J. C. celui d'Hipparque, qui étoit pour l'année 130 avant J. C. en retranchant 2^d 40′ de toutes les longitudes; *Almag. VIII*, 2. Copernic ſe contenta de même de réduire à ſon temps le *catalogue* de Ptolomée, ſans faire, à ce ſujet, de nouveles obſervations.

Parmi les Arabes, Albategnius & Ulug-Beg; parmi les Européens, Tycho-Brahé & Hévélius firent des *catalogues* plus exacts & plus amplet. Mais le plus grand & le plus fameux de tous, eſt le *catalogue britannique* de Flamſteed, qui parut à Londres en 1712, dans ſon *Hiſtoria Cœleſtis*, publiée d'abord en un ſeul volume *in-folio*, & en trois volumes en 1725, & je l'ai fait réimprimer en 1783 dans le huitieme volume des éphémérides. C'eſt ſans comparaiſon le *catalogue* le plus parfait & le plus ample qu'on ait fait: on y trouve les longitudes, latitudes, aſcenſions droites, & les déclinaiſons de 2919 étoiles, pour le commencement de 1690, déterminés par des obſervations exactes & aſſidues, que Flamſteed, aſtronome royal à Greenwich, avoit faites depuis 1676 juſqu'à 1705, avec un arc mural placé dans le méridien.

Dans le recueil de *Tables aſtronomiques*, publié ſous la direction de l'Académie de Berlin, en 1776, il y a un *catalogue* de 4535 étoiles, au lieu de 2919 que contient le *catalogue britannique*; mais on a ajouté les autres d'après les *catalogues* d'Hévélius, de la Caille & de Bradley.

Ce fut la premiere fois que les aſtronomes purent compter ſur des poſitions d'étoiles, au point de s'en ſervir ſans examen, pour en conclure celles des planetes. Ce *catalogue* a été la baſe de tous les calculs & de toutes les théories des aſtronomes juſqu'au temps où M. le Monnier & l'abbé de la Caille entreprirent de dreſſer de nouveaux *catalogues* pour l'année 1750, comme nous allons le dire.

On ne pouroit guere compter aujourd'hui ſur les poſitions d'étoiles tirées du *catalogue britannique*, ſi ce n'eſt à une ou deux minutes près, parce que bien des étoiles ont des mouvemens propres, qui ſont encore inconnus, en ſorte qu'il y en a pluſieurs qui s'écartent un peu du mouvement common & de la loi générale: c'eſt ce qui a déterminé les aſtronomes à en former de nouveaux.

Le premier *catalogue* d'étoiles de la Caille, fut publié en 1757, dans un livre fort rare actuélement, qui a pour titre, *Aſtronomiæ fundamenta*: j'ai inſéré ce *catalogue* dans mon *Aſtronomie*; il eſt compoſé de 397 étoiles principales, dont il avoit déterminé les poſitions avec une exactitude inconnue juſqu'alors. Il donne dans le même livre les obſervations qui avoient ſervi à dreſſer ce *catalogue*; ſavoir, les hau-

teurs correſpondantes de toutes ces étoiles priſes au nombre de dix à douze pour chaque étoile, & les diſtances au zénith, meſurées auſſi à pluſieurs repriſes avec deux inſtrumens de ſix pieds de rayon : ces 397 étoiles lui coûterent plus de temps & de peine, que n'auroient fait 4000, en ſuivant la méthode de Flamſteed ; auſſi M. de la Caille y avoit travaillé pendant dix ans, & tous les aſtronomes ont regardé ces poſitions d'étoiles comme le vrai fondement actuel de l'Aſtronomie, & comme un prodige de travail.

Ce premier *catalogue* a été ſuivi de celui de 1942 étoiles auſtrales ; elles étoient choiſies ſur le nombre d'environ dix mille, que M. de la Caille obſerva au Cap de Bonne Eſpérance & aux Iles de France & de Bourbon, depuis 1751 juſqu'en 1754, en les comparant aux étoiles primitives du *catalogue* précédent. On n'a point encore oſé entreprendre de calculer les 8000 étoiles reſtantes. Ce ſecond *catalogue* eſt imprimé dans les *Mémoires de l'Académie* pour 1752, *pag.* 539, & dans le *Recueil* des obſervations des dix mille étoiles auſtrales, intitulé : *Cœlum auſtrale*, que M. Maraldi nous a procuré en 1763. Il ſe trouve à Paris chez Deſaint, prix 15 livres ; il y en a peu d'exemplaires.

Le troiſieme *catalogue* de M. de la Caille, eſt celui des étoiles zodiacales, au nombre d'environ 600, qu'il obſerva à Paris pendant l'hiver de 1762, avec une lunete méridiene. Ce dernier ouvrage, qui lui coûta la vie, eſt reſté imparfait ; cependant la plus grande partie eſt achevée, & M. Bailly en ayant fini les calculs, il l'a publié à la tête du volume des *Éphémérides*, que M. de la Caille avoit calculées pour les années 1765-1774 ; mais les calculs n'ayant été faits qu'une fois, il s'y trouve diverſes imperfections.

Dans le même temps, M. le Monnier s'occupoit auſſi du projet d'établir les fondemens de l'Aſtronomie par un nouveau *catalogue* d'étoiles ; il en a publié les principaux réſultats dans les trois premiers livres de ſes *Obſervations*, imprimées au Louvre, *in-folio*.

M. Mayer, qui faiſoit à Gottingen de ſemblables obſervations, a laiſſé un *catalogue* de 998 étoiles, fort exact, qui eſt imprimé dans ſes *Œuvres poſthumes*, & dans la *Connoiſſance des temps*, de 1778.

Il nous reſte à déſirer un *catalogue* des étoiles boréales plus récent que le *catalogue britannique*, & auſſi détaillé que celui que M. de la Caille a fait pour les étoiles auſtrales. Cet aſtronome infatigable, ſongeoit à l'entreprendre & à s'établir pour quelque temps dans une des villes méridionales de France, où l'on jouit d'un plus beau ciel qu'à Londres & à Paris ; une mort prématurée a privé l'Aſtronomie de cet important ouvrage. M. Dagelet, profeſſeur à l'École Militaire, a eu le courage de l'entreprendre, & il en eſt occupé actuélement. (Août 1783.)

On a publié en Angleterre, en 1771, dans le *nautical Almanac* de 1773, un *catalogue* précieux de 387 étoiles, dont les aſcenſions droites, les déclinaiſons, les longitudes & les latitudes ont été calculées d'après les obſervations du célebre docteur Bradley, mort en 1762, & reduites à 1760. C'eſt une partie intéreſſante des obſervations faites pendant un grand nombre d'années à l'obſervatoire royal de Greenwich avec d'excellens inſtrumens, mais qui ſont encore entre les mains des héritiers de l'auteur. Ce *catalogue* a été imprimé par Fortin, dans ſon édition de l'*Atlas de Flamſteed* : on en trouve l'errata dans le huitieme volume des *Éphémérides*. (*D. L.*)

CATARACTE, ſ. f. (*Hydrod.*) ; chute ou précipice dans le canal ou lit d'une riviere, qui a pour cauſe des rochers, ou d'autres obſtacles qui arrêtent le courant, & font tomber l'eau avec beaucoup de bruit & une grande impétuoſité.

M. de Maupertuis, dans la relation de ſon voyage au nord pour la meſure de la terre, parle des *cataractes* du fleuve de Torneo, & de la maniere dont les gens du pays les franchiſſent dans des nacelles fort minces. On peut voir auſſi dans le tome I de l'*Hiſtoire ancienne* de M. Rollin, la deſcription abrégée des *cataractes* du Nil, & de l'intrépidité avec laquelle les peuples du pays s'y expoſent.

Strabon appele auſſi *cataractes* ce qu'on appele aujourd'hui *caſcade* ; & ce que nous appelons préſentement *cataracte*, les anciens l'appeloient *catadupes*.

Dans preſque tous les fleuves, dit M. de Buffon, la pente va en diminuant juſqu'à leur embouchure, d'une maniere aſſez inſenſible, mais il y en a dont la pente eſt très-bruſque dans certains endroits, ce qui forme ce qu'on appele une *cataracte*, qui n'eſt autre choſe qu'une chute d'eau plus vive que le courant ordinaire du fleuve. Le Rhin, par exemple, a deux *cataractes* ; l'une à Bilefeld, & l'autre auprès de Schafhouſe. Le Nil en a pluſieurs, & entr'autres deux qui ſont très-violentes, & qui tombent de fort haut entre deux montagnes : la riviere Vologda, en Moſcovie, a auſſi deux *cataractes* auprès de Ladoga : le Zaïre, fleuve de Congo, commence par une forte *cataracte* qui tombe du haut d'une montagne. Mais la plus fameuſe *cataracte* eſt celle de la riviere de Niagara, en Canada ; elle tombe de cent cinquante-ſix pieds de hauteur perpendiculaire, comme un torrent prodigieux, & elle a plus d'un quart de lieue de largeur : la brume ou le brouillard que l'eau fait en tombant, ſe voit de cinq lieues, & s'éleve juſqu'aux nues ; il s'y forme un très bel arc-en-ciel lorſque le ſoleil donne deſſus. Au deſſous de cette *cataracte*, il y a des tournoiſmens d'eau ſi terribles, qu'on ne peut y naviguer juſqu'à ſix milles de diſtance ;

Digitized by Google

& au deſſus de la *cataracte*, la riviere eſt beaucoup plus étroite qu'elle ne l'eſt dans les terres ſupérieures. *V. Tranſact. philoſ. abr. vol. vj, part. ij, pag.* 159. Voici la deſcription qu'en donne le P. Charlevoix : „ Mon premier ſoin fut de „ viſiter la plus belle caſcade qui ſoit peut-être „ dans la nature ; mais je reconnus d'abord que le „ baron de la Hontan s'étoit trompé ſur ſa hauteur & ſur ſa figure, de maniere à faire juger „ qu'il ne l'avoit point vue.

„ Il eſt certain que ſi l'on meſure ſa hauteur „ par les trois montagnes qu'il faut franchir d'abord, il n'y a pas beaucoup à rabattre des ſix „ cents pieds que lui donne la carte de M. Delîle, qui ſans doute n'a avancé ce paradoxe „ que ſur la foi du baron de la Hontan & du P. Hennepin : mais après que je fus arivé „ au ſommet de la troiſieme montagne, j'obſervai que dans l'eſpace de trois lieues que je „ fis enſuite juſqu'à cette chute d'eau, quoiqu'il faille quelquefois monter, il faut encore plus deſcendre & c'eſt à quoi ces voyageurs paroiſſent n'avoir pas fait aſſez d'attention. Comme on ne peut approcher la caſcade „ que de côté, ni la voir que de profil, il n'eſt „ pas aiſé d'en meſurer la hauteur avec les „ inſtrumens : on a voulu le faire avec une „ longue corde atachée à une longue perche ; & „ après avoir ſouvent réitéré cette manœuvre, „ on n'a trouvé que cent quinze ou cent vingt „ pieds de profondeur. Mais il n'eſt pas poſſible de s'aſſurer ſi la perche n'a pas été arrêtée par quelque rocher qui avançoit, car „ quoiqu'on l'eût toujours rétirée mouillée, auſſi „ bien qu'un bout de la corde à qui elle étoit „ atachée, cela ne prouve rien, puiſque l'eau „ qui ſe précipite de la montagne rejaillit fort „ haut en écumant. Pour moi, après l'avoir „ conſidérée de tous les endroits d'où on peut „ l'examiner à ſon aiſe, j'eſtime qu'on ne ſauroit lui donner moins de cent quarante ou cent „ cinquante pieds.

„ Quant à la figure, elle eſt en fer à cheval, & elle a environ quatre cents pas de „ circonférence ; mais préciſément dans ſon milieu, elle eſt partagée en deux par une île „ fort étroite & d'un demi-quart de lieue de „ long qui y aboutit. Il eſt vrai que ces deux „ parties ne tardent pas à ſe rejoindre ; celle „ qui étoit de mon côté, & qu'on ne voyoit „ que de profil, a pluſieurs pointes qui avancent : mais celle que je découvrois en face me „ parut fort unie. Le baron de la Hontan y „ ajoute un torrent qui vient de l'oueſt : il „ faut que dans la fonte des neiges les eaux „ ſauvages viennent ſe décharger là par quelque „ ravine, *&c.* „ *Pag.* 332, *&c.*, *tom. iij.*

Il y a, continue M. de Buffon, une *cataracte* à trois lieues d'Albanie, dans la nouvele Yorck, qui a environ cinquante pieds de hauteur ; & de cette chute d'eau, il s'éleve auſſi un brouillard dans lequel on aperçoit un léger arc-en-ciel, qui change de place à meſure qu'on s'en éloigne ou qu'on s'en approche. *Voyez Tranſact. philoſ. abr. vol. vj, pag.* 159.

En général, dans tous les pays où le nombre d'hommes n'eſt pas aſſez conſiderable pour former des ſociétés policées, les terrains ſont plus irréguliers & le lit des fleuves plus étendu, moins égal & rempli de *cataractes*. Il a fallu des ſiecles pour rendre le Rhône & la Loire navigables ; c'eſt en contenant les eaux, en les dirigeant & en nétoyant le fond des fleuves, qu'on leur donne un cours aſſuré. Dans toutes les terres où il y a peu d'habitans, la nature eſt brute & quelquefois difforme. *Hiſt. nat.* de MM. de Buffon & Daubenton, *tom. j.*

Il eſt dit dans la Geneſe, à l'occaſion du déluge, que les *cataractes du ciel furent ouvertes*. Il y a apparence que le mot de *cataractes* en cet endroit, ſignifie un *grand réſervoir d'eau*.

M. Newton a donné le nom de *cataracte* à la courbe que décrivent, ſelon lui, les particules d'un fluide qui s'échape d'un vaſe par un trou horizontal. *Voyez* HYDRODYNAMIQUE. (*O*).

CATHETE, *en Géométrie*, ſe prend généralement pour déſigner une ligne qui tombe perpendiculairement ſur une autre ligne ou ſur une ſurface. *Voyez* PERPENDICULAIRE.

Les deux petits côtés d'un triangle rectangle ſont deux *cathetes*. *Voyez* RECTANGLE.

Ce mot eſt principalement en uſage dans la catoptrique, ou dans la partie de l'optique qui conſidere les propriétés des rayons de lumiere réfléchis.

CATOPTRIQUE, ſ. f. ſcience de la viſion réfléchie, ou la partie de l'optique qui enſeigne les loix que ſuit la lumiere réfléchie par les miroirs. *Voyez* MIROIR *&* RÉFLEXION ; *Voyez auſſi* VISION, LUMIERE *&* OPTIQUE. Vous trouverez à ces articles les principes & les loix de la *catoptrique*. Ce mot vient du grec κάτοπτρον *ſpeculum* ; de κατὰ & ὄπτομαι, *video*, je vois.

La *catoptrique* traite non ſeulement de la réflexion des rayons de lumiere & des loix que ſuit cette réflexion ; elle traite auſſi des phénomenes qui en réſultent par raport à la viſion, & cette partie eſt extrêmement curieuſe. Cependant les principes n'en ſont pas encore bien dévelopés, ſur-tout par raport à ce qui concerne le lieu de l'image & ſa grandeur apparente. Sur quoi *voyez l'article* APPARENT.

Les principaux auteurs qui ont traité de la *catoptrique*, ſont parmi les anciens, Euclide avant J. C., Alhazen & Vitellion dans les onze & douzieme ſiecles ; & parmi les modernes, le P. Tacquet, le P. Fabri, dans ſon livre, intitulé : *Synopſis optica* ; Jacques Grégori, dans ſon *Optica promota*, & ſur-tout le célebre Iſaac Barrow dans ſes *leçons optiques*. Ce dernier ouvrage eſt ſans contre-

dit le meilleur ; l'auteur ſemble y avoir démontré les loix de la *catoptrique* par des principes plus exactes & plus lumineux que les auteurs qui l'ont précédé : cependant il ne traite que des propriétés des miroirs ſphériques, ſoit concaves, ſoit convexes, & il ne dit rien des miroirs plans. Les propriétés de ces derniers miroirs ſont démontrées fort au long dans le premier livre de la *Catoptrique* du P. Tacquet, imprimé dans le recueil de ſes œuvres, *in-folio*. M. Smith, dans ſon *Optique*, a auſſi traité avec beaucoup d'étendue des loix de la *catoptrique*.

Catoptrique ſe prend auſſi adjectivement pour ce qui a raport à la *catoptrique*, ou ce qui s'exécute par des rayons réfléchis. Ainſi, on dit *cadran catoptrique*, *téleſcope catoptrique*, &c. *Voyez* CADRAN, TÉLESCOPE, *&c.* (*O*).

CAUDA LUCIDA, (*Aſtron.*) ; la queue du lion, eſt une étoile de la premiere ou ſeconde grandeur. Sa longitude, en 1750, étoit de 168^d 9′, ſa latitude de 12^d 17′. *Voyez* LION.

CAUSES *finales*, (*Méth.*). Le principe des *cauſes finales*, conſiſte à chercher les *cauſes* des effets de la nature par la fin que ſon auteur a dû ſe propoſer en produiſant ces effets. On peut dire plus généralement, que le principe des *cauſes finales* conſiſte à trouver les loix des phénomenes par des principes métaphyſiques.

Ce mot a été fort en uſage dans la philoſophie ancienne, où l'on rendoit raiſon de pluſieurs phénomenes par des principes métaphyſiques. Par exemple, l'on diſoit : *L'eau monte dans les pompes, parce que la nature a horreur du vide* ; voilà le principe métaphyſique abſurde par lequel on expliquoit ce phénomene. Auſſi le chancelier Bacon, ce génie ſublime, ne paroît pas faire grand cas de l'uſage des *cauſes finales* dans la phyſique. *Cauſarum finalium*, dit-il, *inveſtigatio ſterilis eſt, & tanquam virgo Deo conſecrata, nil parit. De augm. ſcient. lib. iij, cap.* 5. Quand Bacon parloit ainſi, il avoit ſans doute en vue le principe des *cauſes finales*, employé même d'une maniere plus raiſonable que ne l'employoient les ſcholaſtiques ; car l'horreur du vide, par exemple, eſt un principe plus que ſtérile, puiſqu'il eſt abſurde. Bacon avoit bien ſenti que nous voyons la nature trop en petit pour pouvoir nous mettre à la place de ſon auteur ; que nous ne voyons pas quelques effets qui tiennent à d'autres, & dont nous n'apercevons que la chaîne ; que la *fin* du Créateur doit preſque toujours nous échaper, & que c'eſt s'expoſer à bien des erreurs que de vouloir la démêler, & ſur-tout expliquer par-là les phénomenes. Deſcartes a ſuivi la même route que Bacon, & ſa philoſophie a proſcrit les *cauſes finales* avec la ſcholaſtique. Cependant un grand philoſophe moderne, M. Léibnitz, a eſſayé de reſſuſciter les *cauſes finales*, dans un écrit imprimé *Act. erud.* 1682, ſous le titre de *Unicum optica, catoptrica, & dioptrica principium*. Dans cet ouvrage, M. Léibnitz ſe déclare hautement pour cette maniere de philoſopher, & il en donne un eſſai, en déterminant les loix que ſuit la lumiere.

La nature, dit-il, agit toujours par les voies les plus ſimples & les plus courtes ; c'eſt pour cela qu'un rayon de lumiere dans un même milieu va toujours en ligne droite tant qu'il ne rencontre point d'obſtacle : s'il rencontre une ſurface ſolide, il doit ſe réfléchir de maniere que les angles d'incidence & de réflexion ſoient égaux, parce que le rayon obligé de ſe réfléchir, va dans ce cas d'un point à un autre par le chemin le plus court qu'il eſt poſſible. Cela ſe trouve démontré par-tout. *Voyez* MIROIR & RÉFRACTION. Enfin, ſi le globule lumineux rencontre une ſurface tranſparente, il doit ſe rompre de maniere que les ſinus d'incidence & de réfraction ſoient en raiſon directe des viteſſes dans les deux milieux, parce que dans ce cas, il ira d'un point à un autre, dans le temps le plus court qu'il eſt poſſible.

M. de Fermat, avant M. Léibnitz, s'étoit ſervi de ce même principe pour déterminer les loix de la réfraction ; & il ne faudroit peut-être que ce que nous venons de dire, pour démontrer combien l'uſage des *cauſes finales* eſt dangereux.

En effet, il eſt vrai que dans la réflexion ſur les miroirs plans & convexes, le chemin du rayon eſt le plus court qu'il eſt poſſible : mais il n'en eſt pas de même dans les miroirs concaves ; & il eſt aiſé de demontrer que ſouvent ce chemin, au lieu d'être le plus court, eſt le plus long. J'avoue que le pere Tacquet, qui a adopté dans ſa *Catoptrique* ce principe du plus court chemin pour expliquer la réflexion, n'eſt pas embaraſſé de la difficulté des miroirs concaves. Lorſque la nature, dit-il, ne peut pas prendre le chemin le plus court, elle prend le plus long, parce que le chemin le plus long eſt unique déterminé, comme le chemin le plus court. On peut bien appliquer ici ce mot de Cicéron : *Nihil tam abſurdum excogitari poteſt, quod dictum non ſit ab aliquo philoſophorum*.

Voilà donc le principe des *cauſes finales* en défaut ſur la réflexion. C'eſt bien pis ſur la réfraction ; car en premier lieu, pourquoi dans le cas de réflexion, la nature ſuit-elle tout-à-la-fois le plus court chemin & le plus court temps ; au lieu que dans la réfraction, elle ne prend que le plus court temps, & laiſſe le plus court chemin ? On dira qu'il a fallu choiſir, parce que dans le cas de la réfraction, le plus court temps & le plus court chemin ne peuvent s'accorder enſemble. À la bonne heure ; mais pourquoi préférer le temps au chemin ? En ſecond lieu, ſuivant MM. Fermat & Léibnitz, les ſinus ſont en raiſon directe des viteſſes, au lieu qu'ils doivent être en raiſon inverſe. *Voyez* RÉFRACTION & ACTION. Reconnoiſſons donc l'abus des *cauſes finales* par le phénomene même que leurs partiſans ſe propoſent d'expliquer à l'aide de ce principe.

Mais s'il eſt dangereux de ſe ſervir des *cauſes*

Digitized by Google

finales a priori pour trouver les loix des phénomenes, il peut être utile, & il eſt au moins curieux de faire voir comment le principe des *cauſes finales* s'acorde avec les loix des phénomenes, pourvu qu'on ait commencé par déterminer ces loix d'après des principes de méchanique clairs & inconteſtables. C'eſt ce que M. de Maupertuis s'eſt propoſé de faire à l'égard de la réfraction en particulier, dans un *Mémoire imprimé parmi ceux de l'Académie des Sciences*, 1744. Nous en avons parlé *au mot* ACTION. Il fait à la fin & au commencement de ce mémoire, des réflexions très-judicieuſes & très-philoſophiques ſur les *cauſes finales*. Il a depuis étendu ces réflexions, & porté plus loin leur uſage dans les *Mémoires de l'Académie de Berlin*, 1746, & dans ſa *Coſmologie*. Il montre dans ces ouvrages l'abus qu'on a fait du principe des *cauſes finales*, pour donner des preuves de l'exiſtence de Dieu par les effets les moins importans de la nature, au lieu de chercher en grand des preuves de cette vérité ſi inconteſtable. *Voy. l'article* COSMOLOGIE. Ce qui apartient à la ſageſſe du Créateur, dit M. de Fontenelle, ſemble être encore plus au deſſus de notre foible portée, que ce qui apartient à ſa puiſſance. *Éloge de M. Léibnitz*. Voyez auſſi les réflexions très-ſages de M Mairan ſur le principe des *cauſes finales*, dans les *Mém. acad.* 1723. (*O*).

CAUSE, ſ. f. (*Méch.*) ſe dit de tout ce qui produit du changement dans l'état d'un corps, c'eſt-à-dire, qui le met en mouvement ou qui l'arrête, ou qui altere ſon mouvement.

C'eſt une loi générale de la nature, que tout corps perſiſte dans ſon état de repos ou de mouvement, juſqu'à ce qu'il ſurviene quelque *cauſe* qui change cet état.

Nous ne connoiſſons que deux ſortes de *cauſes* capables de produire ou d'altérer le mouvement dans les corps; les unes viennent de l'action mutuele que les corps exercent les uns ſur les autres, à raiſon de leur impénétrabilité: telles ſont l'impulſion & les actions qui en dérivent, comme la traction. *Voyez ces deux mots*. En effet, lorſqu'un corps en pouſſe un autre, cela vient de ce que l'un & l'autre corps ſont impénétrables: il en eſt de même lorſqu'un corps en tire un autre; car la traction, comme celle d'un cheval atachè à une voiture, n'eſt proprement qu'une impulſion. Le cheval pouſſe la courroie atachée à ſon poitrail; & cette courroie étant atachée au char, le char doit ſuivre.

On peut donc regarder l'impénétrabilité des corps comme une des *cauſes* principales des effets que nous obſervons dans la nature; mais il eſt d'autres effets dont nous ne voyons pas auſſi clairement que l'impénétrabilité ſoit la *cauſe*, parce que nous ne pouvons démontrer par quelle impulſion méchanique ces effets ſont produits, & que toutes les explications qu'on en a données par l'impulſion, ſont contraires aux loix de la méchanique, ou démenties par les phénomenes. Telles ſont la peſanteur des corps, la force qui retient les planetes dans leurs orbites, *&c. Voyez* PESANTEUR, GRAVITATION, ATTRACTION, *&c.*

C'eſt pourquoi, ſi l'on ne veut pas décider abſolument que ces phénomenes aient une autre *cauſe* que l'impulſion, il faut au moins ſe garder de croire & de ſoutenir qu'ils aient l'impulſion pour *cauſe*: il eſt donc néceſſaire de reconoître une claſſe d'effets, & par conſéquent de *cauſes* dans leſquelles l'impulſion ou n'agit point, ou ne ſe manifeſte pas.

Les *cauſes* de la premiere eſpece, ſavoir, celles qui vienent de l'impulſion, ont des loix très-connues; & c'eſt ſur ces loix que ſont fondées celles de la *percuſſion*, celles de la *dynamique*, &c. *Voyez ces mots*.

Il n'en eſt pas de même des *cauſes* de la ſeconde eſpece. Nous ne les connoiſſons pas; nous ne ſavons donc ce qu'elles ſont que par leurs effets: leur effet ſeul nous eſt connu, & la loi de cet effet ne peut être donnée que par l'expérience, puiſqu'elle ne ſauroit l'être *a priori*, la *cauſe* étant inconnue. Nous voyons l'effet; nous concluons qu'il a une *cauſe*: mais voilà juſqu'où il nous eſt permis d'aller. C'eſt ainſi qu'on a découvert, par l'expérience, la loi que ſuivent les corps peſans dans leur chute, ſans connoître la *cauſe* de la peſanteur.

C'eſt un principe communément reçu en méchanique, & très-uſité, que *les effets ſont proportionels à leurs cauſes*. Ce principe cependant n'eſt guere plus utile & plus fécond que les axiômes. *Voyez* AXIÔME. En effet, je voudrois bien ſavoir de quel avantage il peut être.

1°. S'il s'agit des *cauſes* de la ſeconde eſpece, qui ne ſont connues que par leurs effets, il ne peut jamais ſervir de rien. Car ſi l'on ne connoît pas l'effet, on ne connoîtra rien du tout; & ſi l'on connoît l'effet, on n'a plus beſoin du principe, puiſque deux effets différens étant donnés, on n'a qu'à les comparer immédiatement, ſans s'embaraſſer s'ils ſont proportionés ou non à leurs *cauſes*.

2°. S'il s'agit des *cauſes* de la premiere eſpece, c'eſt-à-dire, des *cauſes* qui vienent de l'impulſion, ces *cauſes* ne peuvent jamais être autre choſe qu'un corps qui eſt en mouvement, & qui en pouſſe un autre. Or, non ſeulement on a des loix de l'impulſion & de la percuſſion, indépendament de ce principe, mais il ſeroit même poſſible, ſi l'on s'en ſervoit, de tomber dans l'erreur. Je l'ai fait voir, *article* 119 de mon *Traité de dynamique*, & je vais le répéter ici en peu de mots.

Soit un corps M qui choque avec la viteſſe u un autre corps en repos m, il eſt démontré, *Voyez* PERCUSSION, que la viteſſe commune aux deux corps après le choc ſera $\frac{Mu}{M+m}$. Voilà, ſi l'on veut, l'effet; la cauſe eſt dans la maſſe M, animée de

la viteſſe u. Mais quelle fonction de M & de u prendra-t-on pour exprimer cette *cauſe*? ſera-ce Mu, ou Muu, ou Mzu, ou Mu^3, &c., & ainſi à l'infini? D'ailleurs, laquelle de ces fonctions qu'on prene pour exprimer la *cauſe*, la viteſſe produite dans le corps m variera à meſure que m variera, & ne ſera point par conſéquent proportionele à la *cauſe*, puiſque M & u reſtant conſtans, la *cauſe* reſte la même. On dira peut-être que je ne prends ici qu'une partie de l'effet, ſavoir, la viteſſe produite dans le corps m, & que l'effet total eſt $\frac{MMu}{M+m} + \frac{Mmu}{M+m}$, c'eſt-à-dire, la ſomme des deux quantités de mouvement, laquelle eſt égale & proportionele à la *cauſe* Mu. À la bonne heure; mais l'effet total dont il s'agit, eſt compoſé de deux quantités de mouvemens qu'il faut que je connoiſſe ſéparément; & comment les connoîtrai-je avec ce principe, que l'*effet eſt proportionel à ſa cauſe*? Il faudroit donc diviſer la *cauſe* en deux parties pour chacun des deux effets partiels: comment ſe tirer de cet embaras?

Il ſeroit à ſouhaiter que les mécaniciens reconnuſſent enfin bien diſtinctement que nous ne connoiſſons rien dans le mouvement que le mouvement même, c'eſt-à-dire, l'eſpace parcouru & le temps employé à le parcourir, & que les *cauſes métaphyſiques* nous ſont inconnues; que ce que nous appelons *cauſes*, même de la premiere eſpece, n'eſt tel qu'improprement; ce ſont des effets deſquels il réſulte d'autres effets. Un corps en pouſſe un autre, c'eſt-à-dire, ce corps eſt en mouvement, il en rencontre un autre, il doit néceſſairement ariver du changement à cette occaſion dans l'état des deux corps, à cauſe de leur impénétrabilité; on détermine les loix de ce changement par des principes certains, & l'on regarde en conſéquence le corps choquant comme la *cauſe* du mouvement du corps choqué. Mais cette façon de parler eſt impropre. La *cauſe métaphyſique*, la vraie *cauſe* nous eſt inconnue. *Voyez* IMPULSION.

D'ailleurs quand on dit que les *effets ſont proportionels à leurs cauſes*, ou l'on n'a point d'idée claire de ce qu'on dit, ou l'on veut dire que ces deux *cauſes*, par exemple, ſont entr'elles comme leurs effets. Or, ſi ce ſont deux *cauſes métaphyſiques* dont on veut parler, comment peut-on avancer une pareille aſſertion? Les effets peuvent ſe comparer, parce qu'on peut trouver qu'un eſpace eſt double ou triple, *&c.*, d'un autre parcouru dans le même temps; mais peut-on dire qu'une *cauſe métaphyſique*, c'eſt-à-dire, qui n'eſt pas elle-même un effet matériel, & pour ainſi dire palpable, ſoit double d'une autre *cauſe métaphyſique*? C'eſt comme ſi l'on diſoit qu'une ſenſation eſt double d'une autre; que le blanc eſt double du rouge, *&c.* Je vois deux objets, dont l'un eſt double de l'autre: peut-on dire que mes deux ſenſations ſont proportioneles à leurs objets?

Un autre inconvénient du principe dont il s'agit, c'eſt le grand nombre de paralogiſmes dans leſquels il peut entraîner, lorſqu'on ſait mal démêler les *cauſes* qui ſe compliquent quelquefois pluſieurs enſemble, pour produire un effet qui paroît unique. Rien n'eſt ſi commun que cette mauvaiſe maniere de raiſoner. Concluons donc que le principe dont nous parlons eſt inutile, & même dangereux. Il y a beaucoup d'apparence que ſi l'on ne s'étoit jamais aviſé de dire que les effets ſont proportionels à leurs *cauſes*, on n'eût jamais diſputé ſur les forces vives. *Voyez* FORCE. Car tout le monde convient des effets. Que n'en reſtoit on là? Mais on a voulu ſubtiliſer, & on a tout brouillé, au lieu d'éclaircir tout. (*O*).

CAUSTIQUE, ſ. f. *dans la Géométrie tranſcendante*, eſt le nom que l'on donne à la courbe que touchent les rayons réfléchis ou réfractés par quelque autre courbe. *Voyez* COURBE. Si une infinité de rayons de lumiere infiniment proches tombent ſur toute l'étendue d'une ſurface, & que ces rayons ſoient ſuppoſés réfléchis ou rompus ſuivant les loix de la réflexion & de la réfraction, la ſuite des points de concours de rayons réfléchis ou rompus infiniment proches, formera un polygone d'une infinité de côtés ou une courbe qu'on appele *cauſtique*; cette courbe eſt touchée par les rayons réfléchis ou rompus, puiſque ces rayons ne ſont que le prolongement des petits côtés de la *cauſtique*.

Chaque courbe a ſes deux *cauſtiques*, ce qui fait diviſer les *cauſtiques* en *catacauſtiques* & *diacauſtiques*; les premieres ſont formées par réflexion, & les autres par réfraction.

On attribue ordinairement l'invention des *cauſtiques* à M. Tſchirnhauſen; il les propoſa à l'Académie des Sciences en l'année 1682; elles ont cette propriété remarquable, que lorſque les courbes qui les produiſent ſont géométriques, elles ſont toujours rectifiables.

Ainſi, la *cauſtique* formée des rayons réfléchis par un quart-de-cercle, eſt égale aux $\frac{4}{3}$ du diametre. Cette rectification des *cauſtiques* a été antérieure au calcul de l'infini, qui nous a fourni celle de pluſieurs autres courbes. *Voyez* RECTIFICATION. L'Académie nomma un comité pour examiner ces nouveles courbes; il étoit compoſé de MM. Caſſini, Mariotte & de la Hire, qui révoquerent en doute la deſcription ou génération que M. Tſchirnhauſen avoit donnée de la *cauſtique* par réflexion du quart-de-cercle: l'auteur refuſa de leur découvrir ſa méthode, & M. de la Hire perſiſta à ſoutenir qu'on pouvoit en ſoupçoner la génération de fauſſeté. Quoi qu'il en ſoit, M. Tſchirnhauſen la propoſoit avec tant de confiance, qu'il l'envoya aux actes de Leipſick, mais ſans démonſtration. M. de la Hire a fait voir depuis dans ſon *traité des Épicycloïdes*, que M. Tſchirnhauſen s'étoit effectivement trompé dans la deſcription de cette *cauſtique*. On trouve dans l'*Analyſe des infiniment petits de M. le marquis de*

Digitized by Google

l'Hôpital, une méthode pour déterminer les *cauſtiques* de réflexion & de réfraction d'une courbe quelconque, avec les propriétés générales de ces ſortes de courbes, que le calcul des infiniment petits rend très-aiſées à découvrir & à entendre.

Le mot *cauſtique* vient du grec καίω, *je brûle*, parce les rayons étant ramaſſés ſur la *cauſtique* en plus grande quantité qu'ailleurs, peuvent y brûler, ſi la *cauſtique* eſt d'une fort petite étendue. Dans les miroirs paraboliques, la *cauſtique* des rayons paralleles à l'axe eſt un point qu'on nomme le *foyer de la parabole*.

Dans les miroirs ſphériques d'une étendue de 20 à 30 degrés, la *cauſtique* des rayons paralleles à l'axe eſt d'une très-petite étendue, ce qui rend les miroirs ſphériques & paraboliques capables de brûler.

Si pluſieurs rayons partent d'un point & tombent ſur une ſurface plane, les rayons réfléchis prolongés ſe réuniront en un point; & pour trouver ce point, il n'y a qu'à mener du point d'où les rayons partent une perpendiculaire à la ſurface plane, prolonger cette perpendiculaire juſqu'à ce que la partie prolongée lui ſoit égale, & le point cherché ſera à l'extrémité de cette partie prolongée. *Voyez* MIROIR.

Cette propoſition peut faire naître ſur les *cauſtiques* une difficulté capable d'arrêter les commençans, & qu'il eſt bon de lever ici. On ſait que dans la Géométrie des infiniment petits, une portion de courbe infiniment petite eſt regardée comme une ligne droite dont la tangente eſt le prolongement. Suppoſons donc un petit côté de courbe prolongé en tangente, & imaginons deux rayons infiniment proches qui tombent ſur ce petit côté; il ſemble, d'après ce que nous venons de dire, que pour trouver le point de concours des rayons réfléchis, il ſuffiſe de mener du point d'où les rayons partent une perpendiculaire à cette tangente, & de prolonger cette perpendiculaire d'une quantité égale. Cependant le calcul & la méthode de M. de l'Hôpital font voir que l'extrémité de cette perpendiculaire n'eſt pas un point de la *cauſtique*. Comment donc acorder tout cela? Le voici. En conſidérant la petite portion de courbe comme une ligne droite, il faudroit que les perpendiculaires à la courbe, tirées aux deux extrémités du petit côté, fuſſent exactement paralleles, comme elles le ſeroient ſi la ſurface totale au lieu d'être courbe étoit droite: or cela n'eſt pas; les perpendiculaires concourent à une certaine diſtance, & forment par leur concours ce qu'on appele le *rayon de la développée*. *Voyez* DÉVELOPÉE. Ainſi, il faut avoir égard à la poſition de ces perpendiculaires concourantes pour déterminer la poſition des rayons réfléchis, & par conſéquent leur point de concours, qui eſt tout autre que ſi la ſurface étoit droite. En conſidérant une courbe comme un polygone, les perpendiculaires à la courbe ne doivent pas être les perpendiculaires aux côtés de la courbe; ce ſont les lignes qui diviſent en deux également l'angle infiniment obtus que forment les petits côtés; autrement, au point de concours de deux petits côtés, il y auroit deux perpendiculaires, une pour chaque côté. Or cela ne ſe peut, puiſqu'à chaque point d'une courbe il n'y a qu'une perpendiculaire poſſible. Les rayons incidens & réfléchis doivent faire avec la perpendiculaire des angles égaux. D'après cette remarque ſur les perpendiculaires, on peut déterminer les *cauſtiques* en regardant les courbes comme polygones; & on ne trouvera plus aucune abſurdité ni contradiction apparente entre les principes de la Géométrie de l'infini. *Voyez* DIFFÉRENCIEL, INFINI, *&c.* (*O*).

CAZIMI, (*Aſtron.*); ce mot arabe eſt employé par les aſtronomes de ce pays pour marquer le diſque du ſoleil; lorſqu'ils diſent qu'une telle planete *eſt en cazimi*, c'eſt comme s'ils vouloient dire qu'elle ne paroît point éloignée de 16 minutes du centre du ſoleil, le demi-diametre de cet aſtre étant de 16 minutes.

CEGINUS, ſ. m. (*Aſtr.*) eſt une étoile de la troiſieme grandeur, dans l'épaule gauche du bouvier marquée γ; la latitude eſt 49ᵈ 33′ ½, ſa longitude en 1750, 6 ſignes 14° 9′. (*O*).

CÉLÉRITÉ, ſ. f (*Méchanique.*) eſt proprement la viteſſe d'un corps en mouvement, ou cette affection du corps en mouvement, par laquelle il eſt mis en état de parcourir un certain eſpace dans un certain temps. *Voyez* VITESSE, ESPACE; *Voyez auſſi* MOUVEMENT.

Ce mot s'emploie preſque toujours dans un ſens figuré. On ſe ſert rarement du mot de *célérité* pour exprimer la viteſſe d'un corps en mouvement: mais on s'en ſert ſouvent dans l'uſage ordinaire; lorſqu'on dit, par exemple, qu'une telle afaire demande expédition & *célérité*, &c. Ce mot vient du latin *celeritas*, qui ſignifie la même choſe. (*O*).

CÉLIDOGRAPHIE (*Aſtron.*); nom que Bianchini a donné à ſa deſcription des taches de vénus, ce mot vient du Κηλὶς, ίδος, *macula*. *Voyez* ſon ouvrage intitulé: *heſperi & phoſphori nova phenomena*.

CENTAURE, (*Aſtron.*) conſtellation méridionale, *centaurus*, *ſemivir*, *pelenor*, Chiron; Phillyrides, *pelethronius*, *pholos*, *minotaurus*, *acris venator*; chez les Arabes *albeze*: ils peignent un ours ſur un cheval. Les *centaures* étoient un peuple de nomades ou de pâtres, errans aux environs du mont oſſa, qu'on diſoit avoir inventé l'art de dompter les chevaux; de là vient la fable qui les faiſoit demi-hommes & demi-chevaux. Les anciens crurent qu'il exiſtoit véritablement une race d'hommes de cette forme, & l'on en montroit un à Rome conſervé dans le miel (Pline, VIII, 3, Freret, Déf. de la chron., *pag.* 143.). On appela auſſi *centaures* les gardes de Saturne, & en général ceux qui paſſerent pour inventeurs de l'art d'exercer les chevaux, ou de garder les troupeaux, à cauſe des mots Κίντρον, *éperon*, & ταῦρος, *tau-*

reau. De là vient que l'on attribue à pluſieurs héros de la fable la conſtellation du *centaure* : d'autres ont dit que c'étoit le *centaure* Chiron, repréſenté moitié homme & moitié cheval, parce qu'il avoit ſû rendre l'art de la médecine utile aux hommes & aux chevaux; enfin, d'autres prétendent que c'eſt le ſymbole de la volupté qui rend l'homme ſemblable aux animaux; mais nous ignorons totalement la premiere origine de l'allégorie qui a fait placer un *centaure* dans les conſtellations. On lui mettoit dans les mains une outre pleine de vin, ſymbole des vendanges, qui arivoient tant que le ſoleil étoit près de cette conſtellation, comme l'obſerve M. Dupuis. (*Aſtron.* T. *IV*, *pag.* 484 & 488.) On en a fait le ſeptieme travail d'Hercule, ou ſon triomphe ſur un taureau furieux, parce que le ſoleil dans le ſigne du verſeau faiſoit diſparoître ce monſtre minotaure ou cette conſtellation.

Le *centaure* ne renferme que cinq étoiles dans le catalogue britannique, mais il y en a un grand nombre dans le catalogne de la Caille, une entre autres de la premiere grandeur, qui avoit en 1750 215° 42′ 29″ d'aſcenſion droite, & 59° 47′ 8″ de déclinaiſon auſtrale, en ſorte qu'elle paſſe à près de 19 degrés au deſſous de notre horizon. (*D. L.*)

CENTIEME, *adj.* (*Arith.*); partie d'un tout ſuppoſé diviſé en cent parties égales.

ENCYCLOPÉDIE
MÉTHODIQUE
NOUVELE ÉDITION ENRICHIE DE REMARQUES

DÉDIÉE À LA SÉRÉNISSIME

RÉPUBLIQUE DE VENISE
MATHÉMATIQUES

TOME PREMIER SECONDE PARTIE.

À PADOUE

M. DCC. LXXXVIII.

Avec Approbation et Privilége.

Digitized by Google

Digitized by Google

CENTRAL, adj. (*Méchanique*) ſe dit de ce qui a raport à un centre. *Voyez* CENTRE.

C'eſt ainſi que nous diſons *éclipſe centrale*, *feu central*, *force centrale*, *regle centeale*, &c. *Voyez les articles* FEU, ECLIPSE, &c.

Forces centrales, ſont des forces ou poiſſances par leſquelles no corps mû tend vers un centre de mouvement, ou s'en éloigne.

C'eſt une loi générale de la nature, que tout corps tend à s'émouvoir en ligne droite; par conſéquent, un corps qoi ſe ment ſur une ligne courbe, tend parfaitement à s'échaper par la taogente de eette courbe : ainſi, pour l'empêcher de s'échaper ſuivant cette tangente, il faut néceſſairement une force qui l'eo détoorne & qui le retiene ſur la courbe. Or, c'eſt eette force qu'on appele *force centrale*. Par exemple un corps *A*, *Méchanique*, *Fig.* 24, qui ſe meut ſur le cercle *B E A*, tend à ſe moovoir ao point *A* ſuivaot la tangeote *A G*, & il ſe mouvroit effectivemeot ſuivaot cette tangeote, s'il n'avoit pas une *force centrale* qui le pouſſe vers le point C; & qui lui feroit parcourir la ligne *A M* dans le même temps qo'il parcourroit *A D*; de ſorte qo'il décrit la petite portioo de courbe *A E*.

Remarqnez qu'il o'eſt pas oéceſſaire que la *force centeale* ſoit toojours dirigée vers uo même point: elle peut ehanger de direction à ehaque inſtant: il ſuffit que ſa direction ſoit différente de celle de la tangente, pour qo'elle oblige le corps à décrise une courbe. *Voyez* CENTRE DA MOUVEMENT; *voyez auſſi* FORCE.

Les *forces centrales* ſe diviſent en deux eſpeces, eu égard aux différentes mauieres dont elles ſont dirigées par raport au ceotre, ſavoir en *centripetes* & en *centrifuges*. *Voyez ces mots*.

Loix des forces centrales. Le eélebre M. Huygens eſt le premier qol ait découvert ees loix. Mais outre qu'il les a données ſans démonſtratioo, il ne s'eſt appliqué qu'à déterminer les loix des *forces centeales* dans le cas où le corps décrit on cercle. Pluſieurs auteurs ont démontré depuis les loix douoées par M. Huygens, & le eélebre M. Newton a étendu la théorie des *forces centrales* à toutes les eourbes poſſibles.

Parmi les auteurs qui ont démontré les propoſitions de M. Huygens, perſone oe l'a fait plus clairemeot & d'une maniere plus ſimple, que le Marquis de l'Hôpital dans les *Mémoires de l'Académie de* 1701. 1°. Il commence par enſeiguer la maniere de comparer la *force centeale* avec la peſaoteur; & il doune là deſſus la regle générale ſuivante, qui renferme toute la tléorie des *forces centrales*.

Suppoſons qu'no corps d'un poids déterminé ſe meuve uniformément autour d'un centre avec une certaine viteſſe, il faudra trouver de quelle hauteur il devroit être tombé pour acqoérir eette viteſſe; après quoi on fera cette proportioo : comme le rayon do cercle qoe le corps décrit eſt au doouble de cette hauteur, ainſi ſon poids eſt à ſa force ceotrifuge. Il eſt viſible qoe par cette proportion on peot toujours troover le raport de la *force centrale* d'un corps à ſon poids; & que par conſéquent on poura facilement comparer les *forces centrales* entr'elles. Mais ſi on veut ſe conteoter de comparer les *forces centrales* entr'elles ſans les comparer avec la peſaoteur; on peut ſe ſervir de ce théorême, que les *forces centeales* de deux corps ſoor entr'elles comme les produits de leurs maſſes multipliées pat les carrés de leurs viteſſes, diviſés par rayons ou par les diametres des cercles qo'ils décrivent. Oo peut démontrer cette propoſition ſans calcul, d'après M. Newton, de la maoiere ſuivante. Imaginons les cercles que ces corps décrivent comme des polygones régoliers ſemblables, d'une infinité de côtés; il eſt certaio que les forces avec leſquelles chacuo des corps frape oo des angles de ces polygones, ſont comme des produits de leurs maſſes par leurs viteſſes. Or, dans oo même temps, ils rencontrent d'aotant plus d'augles qu'ils vont plus vîte, & que le cercle eſt d'un rayou plus petit: dooe le oombre des coups dans un même temps, eſt comme la viteſſe diviſée par le rayon, done le produit du nombre des coups par oo ſeul coup, c'eſt-à-dire, la *force centeale*, ſera comme le produit de la maſſe multipliée par le carré de la viteſſe, diviſé par le rayon.

Done, ſi deox corps M, m, décrivent les circonférences C, c, de deux cercles avec des viteſſes V, v, peudant les temps T, t, & que les *forces centeales* de ces corps ſoient F, f, & les rayons des cercles qu'ils décrivent R, r, on aura $F : f :: \frac{M \times VV}{R} : \frac{m \times v}{r}$; de plus on a $V : v :: t$

$\frac{C}{T} : \frac{c}{t} :: \frac{R}{T} : \frac{r}{t}$; donc on aura encore $F : f :: \frac{MR}{TT} : \frac{mr}{tt}$.

2°. Il eſt aiſé de conclure de là, que ſi deux corps de poids égal décrivent des circonférences de cercles inégaux dans des temps égaux, leurs *forces centrales* ſeront comme les diametres AB & HL, *Planch. Méchan. Fig.* 24 ; car ſi $m = M$ & $t = T$, on aura $F : f :: R : r$; & par conſéquent ſi les *forces centrales* de deux corps qui décrivent des circonférences de deux cercles inégaux, ſont comme leurs diametres, ces corps feront leurs révolutions dans des temps égaux.

3°. La *force centrale* d'un corps qui ſe meut dans une circonférence de cercle, eſt comme le carré de l'arc infiniment petit AE, diviſé par le diametre AB ; car cet arc infiniment petit décrit dans un inſtant, peut repréſenter la viteſſe, puiſqu'il lui eſt proportionel. Ainſi puiſqu'un corps décrit dans des temps égaux, par un mouvement uniforme, des arcs égaux AE, la *force centrale* par laquelle le corps eſt pouſſé dans la circonférence du cercle, doit être conſtamment la même.

4°. Si deux corps décrivent par un mouvement uniforme différentes circonférences, leurs *forces centrales* ſeront en raiſon compoſée de la doublée de leur viteſſe, & de la réciproque de leur diametre ; d'où il s'enſuit que ſi les viteſſes ſont égales, les *forces centrales* ſeront réciproquement comme les diametres ; & ſi les diametres AB & HL ſont égaux, c'eſt-à-dire, ſi les mobiles ſe meuvent dans la même circonférence, mais avec des viteſſes inégales, les *forces centrales* ſeront en raiſon doublée des viteſſes.

Si les *forces centrales* de deux corps qui ſe meuvent dans des circonférences différentes, ſont égales, les diametres AB & HL ſeront en raiſon doublée des viteſſes.

5°. Si deux corps qui ſe meuvent dans des circonférences inégales ſont animés par des *forces centrales* égales, le temps employé à parcourir la plus grande circonférence ſera au temps employé à parcourir la plus petite, en raiſon ſous-doublée du plus grand diametre AB, au moindre HL : c'eſt pourquoi on aura $T^2 : t^2 :: D : d$; c'eſt-à-dire, que les diametres des cercles dans les circonférences deſquels ces corps ſont emportés par une même *force centrale*, ſont en raiſon doublée des temps.

Il s'enſuit auſſi de là, que le temps que des corps pouſſés par des *forces centrales* égales emploient à parcourir des circonférences inégales, ſont proportionels à leurs viteſſes.

Les *forces centrales* ſont en raiſon compoſée de la directe des diametres & de la réciproque des carrés des temps employés à parcourir les circonférences entieres.

6°. Si les temps dans leſquels les corps parcourent les circonférences entieres ou des arcs ſemblables, ſont comme les diametres des cercles, les *forces centrales* ſeront alors réciproquement comme ces mêmes diametres.

7°. Si un corps ſe meut uniformément dans la circonférence d'un cercle avec la viteſſe qu'il acquiert en tombant de la hauteur FA, nous avons dit que la *force centrale* ſera à la gravité comme le double de la hauteur FA eſt au rayon CA ; & par conſéquent, ſi on nomme G la gravité du corps, la force centrifuge ſera $\frac{2FA \times G}{CA}$. Par-là on connoîtra quelle doit être la force centrifuge & la viteſſe d'un corps attaché à un fil, pour qu'il ne rompe point ce fil en circulant horizontalement : car, ſuppoſons qu'un poids de trois livres, par exemple, rompe le fil, & que le poids du corps ſoit de deux livres, on aura G égal à deux livres, & $\frac{2FA \times 2}{CA}$ devra être plus petit que trois livres, d'où l'on tire $FA < \frac{3CA}{4}$: ainſi, la viteſſe que le corps doit avoir pour ne point rompre le fil, doit être plus petite que celle qu'il acquerroit en tombant d'une hauteur égale aux $\frac{3}{4}$ du rayon. Si le corps circuloit verticalement, il faudroit que $\frac{2AF \times G}{CA} + G$ fût < trois livres.

8°. Si un corps grave ſe meut uniformément dans la circonférence d'un cercle, & avec la viteſſe qu'il peut acquérir en tombant d'une hauteur égale à la moitié du rayon : la *force centrale* ſera alors égale à la gravité ; réciproquement ſi la *force centrale* eſt égale à la gravité, le corps ſe mouvra dans la circonférence du cercle avec la même viteſſe qu'il auroit acquiſe en tombant d'une hauteur égale à la moitié du rayon.

9°. Si la *force centrale* eſt égale à la gravité, le temps qu'elle emploîra à faire parcourir la circonférence entiere, ſera au temps dans lequel un corps grave tomberoit de la moitié du rayon, comme la circonférence eſt au rayon.

10°. Si deux corps ſe meuvent dans des circonférences inégales & avec des viteſſes inégales, de ſorte que les viteſſes ſoient entr'elles en raiſon réciproque de la ſous-doublée des diametres, les *forces centrales* ſeront en raiſon réciproque de la doublée des diſtances au centre des forces.

11°. Si deux corps ſe meuvent dans des circonférences inégales avec des viteſſes qui ſoient entr'elles réciproquement comme les diametres, les *forces centrales* ſeront en raiſon inverſe des cubes de leurs diſtances au centre des forces.

12°. Si les viteſſes de deux corps qui ſe meuvent dans des circonférences inégales, ſont en rai-

ſon inverſe de la ſous-doublée des diametres, les temps qu'ils emploiront à faire leur révolution entiere ou à parcourir des arcs ſemblables, ſeront en raiſon inverſe de la triplée des diſtances du centre des forces : c'eſt pourquoi ſi les *forces centrales* ſont en raiſon inverſe de la doublée des diſtances du centre, les temps que les corps emploiront à faire leur révolution entiere ou à parcourir des arcs ſemblables, ſeront en raiſon inverſe de la triplée des diſtances.

13°. Ces différentes loix ſont aiſées à déduire de la formule que nous avons donnée dans l'article 7. pour la comparaiſon des *forces centrales* entr'elles. Or, pour comparer les *forces centrales* ſur des courbes, autres que des cercles, il faut prendre au lieu des rayons des cercles, les rayons de la dévelopée de ces courbes, qui changent à chaque point, & qu'on trouve par des méthodes géométriques : d'où l'on voit que quand un corps décrit une courbe, autre qu'un cercle, la valeur de la *force centrale* change à chaque inſtant ; au lieu qu'elle eſt toujours la même quand le corps décrit un cercle. Il faudra de plus diviſer la quantité trouvée par le raport du ſinus total au ſinus de l'angle que la direction de la *force centrale* fait avec la tangente.

14°. Si un corps tend à ſe mouvoir ſuivant *A D*, *Fig.* 25, & qu'il ſoit en même temps ſollicité par une force centripete vers un point fixe *C*, placé dans le même plan, il décrira alors une courbe dont la concavité ſera tournée vers *C*, & dont les différentes aires compriſes entre deux rayons quelconques *AC* & *CB*, ſeront proportionels aux temps employés à parcourir ces aires, c'eſt-à-dire, à parvenir de l'extrémité de l'un de ces rayons à l'extrémité de l'autre. Car ſans la *force centrale* qui pouſſe ſuivant *B F*, le corps parcourroit dans des temps égaux *B D* = *A B* : mais à cauſe de la *force centrale*, il décrira la diagonale *B E* du parallélogramme *F B D E* dans le même temps qu'il a décrit *A B*. Or le triangle *C B A* = *C B D*, à cauſe de *B D* = *A B* ; & à cauſe des paralleles *D E*, *F B*, on a *C B E* = *C B D*. Donc *C B E* = *C A B*. Donc *&c.*

15°. Quelque différentes que ſoient des *forces centrales* dans des cercles, on pourra toujours les comparer enſemble : car elles ſeront toujours en raiſon compoſée de celle des quantités de matiere que contienent les mobiles, de celles de leur diſtance au centre, & enfin de l'inverſe de la doublée des temps périodiques. Si l'on multiplie donc la quantité de matiere de chaque mobile par ſa diſtance du centre, & qu'on diviſe le produit par le carré du temps périodique, les quotiens qui réſulteront de ces opérations ſeront entr'eux dans la raiſon des *forces centrales* : c'eſt une ſuite de l'article 7.

16°. Si les quantités de matieres ſont égales, il faudra diviſer les diſtances par les carrés des temps périodiques, pour déterminer le raport des *forces centrales*.

17°. Lorſque la force par laquelle un corps eſt ſollicité vers un point, n'eſt pas par-tout la même, mais qu'elle augmente ou diminue à proportion de la diſtance du centre ; cette nouvele condition fait décrire alors au mobile différentes courbes plus ou moins compoſées. Si la force décroît en raiſon inverſe des carrés des diſtances à ce point, le mobile décrira alors une ellipſe, qui eſt une courbe ovale, dans laquelle ſe trouvent deux points qu'on nomme *foyers*, dont l'un eſt alors occupé par le point *C*, vers lequel ſe dirige la force dont nous parlons ; de façon qu'à chaque révolution le corps s'approche une fois de ce point, & s'en éloigne une fois. Le cercle apartient auſſi à cette eſpece de courbe, de ſorte que dans ce cas le mobile peut auſſi décrire un cercle. Le mobile peut auſſi, en lui ſuppoſant une plus grande viteſſe, décrire les deux autres ſections coniques, la parabole & l'hyperbole ; leſquelles ne retournent point ſur elles-mêmes. Si la force croît en même temps que la diſtance, & en raiſon de la diſtance même, le corps décrira encore une ellipſe : mais le point vers lequel ſe dirigera la force ſera alors le centre de l'ellipſe, & le mobile à chaque révolution s'approchera deux fois & s'éloignera deux fois de ce point. Il peut ariver encore en ce cas que le corps ſe meuve dans un cercle. *Voyez* Orbite, Planete, Trajectoire & Projectile. *Voyez auſſi les principes mathém. de* M. Newton, *liv. I, & les élémens de méchan. de* Volf.

Les courbes peuvent être conſidérées, ou comme courbes rigoureuſes, ou comme polygones infinis ; or l'expreſſion de la *force centrale* eſt différente dans les deux cas : ce paradoxe ſingulier ſera expliqué à l'*article* Courbe.

Regle centrale ; c'eſt une regle ou une méthode qui a été découverte par Thomas Baker, géometre anglois ; au moyen de laquelle on trouve le centre & le rayon du cercle qui peut couper une parabole donnée dans des points, dont les abſciſſes repréſentent les racines réelles du troiſieme ou du quatrieme degré, qu'on ſe propoſe de conſtruire. *Voyez* Construction.

La *regle centrale* eſt ſur-tout fondée ſur cette propriété de la parabole ; que ſi on tire dans cette courbe une perpendiculaire à un diametre quelconque, le rectangle formé des ſegmens de cette ligne, eſt égal au rectangle fait de la portion correſpondante du diametre, & du parametre de l'axe.

La *regle centrale* eſt préférable, ſelon Baker, à la méthode de Deſcartes pour conſtruire les équations, en ce que, dans cette derniere, on a beſoin de préparer l'équation, au lui ôtant le ſecond terme ; au lieu que dans celle de Baker on n'a point cet embaras, puiſqu'elle donna le moyen de conſtruire, par l'interſection d'un cercle & d'une parabole, toute équation qui ne paſſe pas le quatrieme degré, ſans en faire évanouir ni changer aucun terme. *Voyez transactions philoſophiq.*

n°. 157. Mais il est très-facile, en suivant l'esprit de la méthode de Descartes, de construire par le moyen du cercle & de la parabole, toutes les équations du troisieme & du quatrieme degré, sans en faire évanouir le second terme. *Voyez la solution de ce problême dans l'article* 386 *des sections coniques de* M. de l'Hôpital. (*O*).

CENTRE, s. m. (*Géométrie*) dans un sens général marque un point également éloigné des extrémités d'une ligne, d'une figure, d'un corps, ou le milieu d'une ligne, ou un plan par lequel un corps est divisé en deux parties égales.

CENTRE *d'un cercle* : c'est le point du milieu du cercle, situé de façon que toutes les lignes menées de là à la circonférence, sont égales. Euclide démontre que l'angle au *centre* est double de celui de la circonférence; c'est-à-dire, que l'angle qui est fait de deux lignes qui sont tirées des deux extrémités d'un arc de cercle au *centre*, est double de l'angle que font deux lignes tirées des extrémités d'un même arc, & qui aboutissent à la circonférence. *Voyez* CIRCONFÉRENCE & ANGLE. (*E*).

CENTRE *d'une section conique* : c'est le point où concourent tous les diametres. *Voyez* DIAMETRE, *voyez aussi* SECTIONS CONIQUES. Ce point est dans l'ellipse en dedans de la figure, & dans l'hyperbole au dehors. *Voyez* ELLIPSE & HYPERBOLE.

CENTRE *d'une courbe d'un genre plus élevé* : c'est le point où deux diametres concourent. *Voy.* DIAMETRE.

Lorsque tous les diametres concourent en un même point, M. Newton appele ce point *centre général*. *Voyez* COURBE. M. l'abbé de Gua, dans *ses usages de l'analyse de Descartes*, a donné une méthode pour trouver les *centres* généraux des courbes, & des remarques importantes sur la définition des *centres* généraux donnée par M. Newton.

M. l'abbé de Gua appele *centre général d'une courbe* un point de son plan, tel que toutes les droites qui y passent aient de part & d'autre de ce point des portions égales terminées à la courbe; & il observe, 1°. que cette définition convient assez à l'acception ordinaire du mot *centre*. 2°. Que la définition de M. Newton est comprise dans la sienne. 3°. Que ce n'est qu'en se servant de sa définition, qu'on peut parvenir aux conditions que M. Newton a assignées pour les courbes, qui ont, selon ce grand géometre, un *centre général*; d'où il paroît s'ensuivre que M. Newton a eu en vue plutôt la définition de M. l'abbé de Gua, que la sienne propre, lorsqu'il a déterminé ces *centres*. *Voyez l'ouvrage cité de* M. l'abbé de Gua, *pages* 17 *& suivantes*.

M. Cramer, dans son *introduction à l'analyse des lignes courbes*, donne une méthode très-exacte pour déterminer les *centres* généraux. Dans l'extrait que le *journal des savans de* 1740 a donné de l'ouvrage de M. l'abbé de Gua, on trouve à la fin une remarque assez importante sur la méthode de cet habile géometre pour trouver les *centres* généraux. (*O*).

CENTRE *de gravité*, (*Méchanique*) : point situé dans l'intérieur d'un corps, de telle maniere que tout plan qui y passe, partage le corps en deux segmens qui se font équilibre, c'est-à-dire, dont l'un ne peut pas faire mouvoir l'autre.

D'où il s'ensuit que si on empêche la descente du *centre* de gravité, c'est-à-dire, si on suspend un corps par son *centre* de gravité, il restera en repos.

La gravité totale d'un corps peut être conçue réunie à son *centre* de gravité. Les droites qui passent par le *centre* de gravité s'appelent *diametres de gravité*; ainsi, l'intersection de deux diametres de gravité détermine le *centre*. *Voyez* DIAMETRE.

Tout plan qui passe par le *centre* de gravité, ou ce qui est la même chose, dans lequel ce *centre* se trouve, s'appele *plan de gravité*; & ainsi l'intersection commune de deux plans de gravité, est un diametre de gravité.

Dans les corps homogenes qui peuvent se diviser en parties égales & semblables, le *centre* de gravité est la même chose que le *centre* de figure ou le point du milieu du corps; c'est pourquoi si on coupe une droite en deux parties égales, le point de section sera le *centre* de gravité.

Centre commun de gravité de deux corps, c'est un point situé dans la ligne droite qui joint les *centres* de gravité de ces deux corps, de maniere que s'il étoit soutenu, le système des deux corps resteroit en repos, & la gravité de l'un de ces deux corps ne pourroit prévaloir sur celle de l'autre; ainsi le point de suspension dans la balance ordinaire ou dans la romaine, c'est-à-dire, le point sur lequel les deux poids font équilibre, est le *centre* commun de gravité des deux poids.

Loix du centre de gravité : 1°. *Si on joint*, *Pl. de Méchaniq. Fig.* 26, *les centres de gravité de deux corps* A *&* B, *par une droite* A B, *les distances* B C *&* C A *du centre commun de gravité* C *aux centres particuliers de gravité* B *&* A, *seront entr'elles en raison réciproque des poids*. *Voyez* BALANCE & LEVIER.

Donc si les poids *A* & *B* sont égaux, le *centre commun de gravité* C sera dans le milieu de la droite *A B*. De plus, puisque *A* est à *B* comme *B C* est à *A C*, il s'ensuit que $A \times AC = B \times BC$, ce qui fait voir que les forces des corps en équilibre, doivent être estimées par le produit de la masse & de la distance du *centre* de gravité, ce qu'on appele ordinairement *moment des corps*. *Voyez* MOMENT.

De plus, puisque $A : B :: BC : AC$, on en peut conclure que $A + B : A :: BC + AC : BC$; ce qui fait voir que pour trouver le *centre* commun de gravité C de deux corps, il n'y aura qu'à prendre le produit de l'un de ces deux poids par la distance *A B* des *centres* particuliers de gra-

vité AB, & le diviſer par la ſomme des poids A & B. Suppoſons, par exemple, $A = 12$, $B = 4$, $AB = 24$, on aura donc $BC = \frac{24 \times 12}{16} = 18$: ſi le poids A eſt douué, ainſi que la diſtance AB des *centres* particuliers de gravité, & le *centre* commun de gravité C; ou aura le poids de $B = \frac{A \times AC}{BC}$, c'eſt-à-dire, qu'on le trouvera, en diviſant le moment du poids donné par la diſtance du poids qu'on cherche, au *centre* commun de gravité: ſuppoſons $A = 12$, $BC = 18$, $AC = 6$, & on aura $B = \frac{6 \times 12}{18} = \frac{12}{3} = 4$.

2°. Pour déterminer le *centre commun de gravité de pluſieurs corps donnés* a, b, c, d, *même Figure*, trouvez dans la ligne AB le *centre* commun de gravité des deux premiers corps a & b que je ſuppoſerai en F; concevez enſuite un poids $a + b$ appliqué en F, & trouvez dans la ligne FE le *centre* commun de gravité des deux poids $a + b$, & c que je ſuppoſerai en G; enfin ſuppoſez un poids $a + b + c$ appliqué en G, égal aux deux poids $a + b$ & c, & trouvez le *centre* commun de gravité de ce poids $a + b + c$ & de d, lequel je ſuppoſerai en H, & ce point H ſera le *centre* commun de gravité de tout le ſyſtême des corps $a + b + c + d$; & on peut trouver de la même maniere le *centre* de gravité d'un plus grand nombre de corps tels qu'on voudra.

3°. *Deux poids* D & E, *Fig.* 27, *étant ſuſpendus par une ligne* C O *qui ne paſſe point par leur centre commun de gravité, trouver lequel des deux corps doit emporter l'autre.*

Il faudra pour cela multiplier chaque poids par ſa diſtance au *centre* de ſuſpenſion, celui du côté duquel ſe trouvera le plus grand produit, ſera le prépondérant, & la différence entre les deux ſera la quantité dont il l'emportera ſur l'autre.

Les momens des poids D & E, ſuſpendus par une ligne qui ne paſſe point par le *centre* de gravité, étant en raiſon compoſée des poids D & E, & des diſtances du point de ſuſpenſion, il s'enſuit encore que le moment d'uu poids ſuſpendu préciſément au point C, n'aura aucun effet par raport aux autres poids D & E.

4°. *Soient pluſieurs corps*, a, b, c, d, *Fig.* 28, *ſuſpendus en* C *par une droite* C O *qui ne paſſe point par leur centre de gravité : on propoſe de déterminer de quel côté ſera la prépondérance, & qu'elle en ſera la quantité.*

On multipliera pour cela les poids c & d par leur diſtance CE & CB du point de ſuſpenſion, & la ſomme ſera le moment de leur poids ou leur moment vers la droite : on multipliera enſuite les poids a & b par leurs diſtances AC & CD; & la ſomme ſera le moment vers la ganche; on ſouſtraira l'un de ces momens de l'autre, & le reſte donuera la prépondérance cherchée.

5°. *Un nombre quelconque de poids* a, b, c, d, *étant ſuſpendus en* C *par une ligne* C O *qui ne paſſe point par leur centre commun de gravité, & la prépondérance étant vers la droite : déterminer un point* F, *où la ſomme de tous les poids étant ſuſpendue, la prépondérance continueroit à être la même que dans la premiere ſituation.*

Trouvez le moment des poids c & d, c'eſt-à-dire, $c \times CE$ & $d \times CB$; & puiſque le moment des poids ſuſpendus en F doit être préciſément le même, le moment trouvé des poids c & d ſera donc le produit de CF par la ſomme des poids; & ainſi ce moment étant diviſé par la ſomme des poids, le quotient donnera la diſtance CF, à laquelle la ſomme des poids doit être ſuſpendue, pour que la prépondérance continue à être la même qu'auparavaut.

6°. *Trouver le centre de gravité d'un parallélogramme & d'un parallélipipede.*

Tirez les diagonales AD & EG, *Fig.* 29; ainſi que CB & HF; & puiſque chacune des diagonales AD & CB diviſent le parallélogramme $ACDB$ en deux parties égales & ſemblables, chacune d'elles paſſe donc par le *centre* de gravité : donc le point d'interſection I eſt le *centre* de gravité du parallélogramme.

De même puiſque les plans $CBFH$ & $ADGE$ diviſent le parallélépipede en deux parties égales & ſemblables, ils paſſent l'un & l'autre par ſon *centre* de gravité; & ainſi leur interſection IK eſt le diametre de gravité, & le milieu en eſt le *centre*.

On pourra trouver de la même maniere le *centre de gravité* dans les priſmes & les cylindres, en prenant le milieu de la droite qui joint leurs baſes oppoſées.

Dans les polygones réguliers, le centre de gravité eſt le même que celui du cercle circonſcrit ou inſcrit à ces polygones.

7°. *Trouver le centre de gravité d'un cône & d'une pyramide.* Le *centre* de gravité d'un cône eſt dans ſon axe AC, *Fig.* 30; ſi l'on fait donc $AC = a$, $CD = r$, p la circonférence dont le rayon eſt r, $AP = x$, $Pp = dx$, le poids de l'élément du cône ſera $\frac{p r x^2 dx}{2a^2}$, & ſon moment ſera $\frac{p r x^3 dx}{2a^2}$; & par conſéquent l'intégrale des momens ſera $\frac{p r x^4}{6a^2}$, laquelle, diviſée par l'intégrale des poids $\frac{p r x^2}{6a^2}$, donne la diſtance du *centre* de gravité de la portion AMN au ſommet A, $= \frac{6a^2 p r x^4}{8a^2 p r x^3} = \frac{1}{4} x = \frac{1}{4} AP$; d'où il s'enſuit

que le *centre* de gravité du cône entier eſt éloigné du ſommet des $\frac{3}{4}$ de AC ; & on trouve de la même maniere la diſtance du *centre* de gravité de la pyramide au ſommet de cette pyramide $= \frac{3}{4} AC$.

8°. *Déterminer le centre de gravité d'un triangle* BAC, *Fig.* 31. Tirez la droite AD au point milieu D de BC ; & puiſque le triangle DAB eſt égal au triangle DAC, on pourra donc diviſer chacun de ces triangles en un même nombre de petits poids, appliqués de la même maniere à l'axe commun AD, de façon que le *centre* de gravité du triangle BAC ſera ſitué dans AD. Pour déterminer ce point précis, ſoit $AD = a$, $BC = b$, $AP = x$, $MN = y$, & on aura $AP : MN :: AD : BC$,

$$x : y :: a : b$$

ce qui donnera $y = \frac{bx}{a}$; d'où il s'enſuit que le moment $yxdx = \frac{bx_2\,dx}{a}$, & $\int yxdx = \frac{bx3}{3a}$, intégrale qui, étant diviſée par l'aire AMN du triangle, c'eſt-à-dire, par $\frac{bx_2}{2a}$ donne la diſtance du *centre* de gravité au ſommet $= \frac{2abx^3}{3abx^2} = \frac{2}{3}x$; & ainſi ſubſtituant a pour x, la diſtance du *centre* total de gravité au ſommet ſera $= \frac{2}{3}a$.

9°. *Trouver le centre de gravité de la portion de parabole* SAH, *Fig.* 32, ſa diſtance du ſommet A ſe trouve être $= \frac{4}{5} AE$ par les méthodes précédentes.

10°. *Le centre de gravité d'un arc de cercle*, eſt éloigné du *centre* de cet arc, d'une droite qui eſt quatrieme proportionele à cet arc, à ſa corde, & au rayon. La diſtance du *centre* de gravité d'un ſecteur de cercle au *centre* de ce cercle, eſt à la diſtance du centre de gravité de l'arc au même *centre*, comme 2 eſt à 3.

Les *centres* de gravité des ſegmens des conoïdes, des paraboloïdes, des ſphéroïdes, des cônes tronqués, *&c.* demandent des calculs un peu plus compliqués, mais ſe trouvent d'ailleurs de la même maniere. *Voyez le cours de* M. Wolf.

11°. *Déterminer méchaniquement le centre de gravité d'un corps*. Placez le corps donné HI, *Fig.* 33, ſur une corde tendue ou ſur le bord d'un priſme triangulaire FG, & avancez-le plus ou moins, juſqu'à ce que les parties des deux côtés ſoient en équilibre ; le plan vertical paſſant par KL, paſſera par le *centre* de gravité : changez la ſituation du corps & avancez le encore plus ou moins ſur la corde ou ſur le bord du priſme, juſqu'à ce qu'il reſte en équilibre ſur quelques lignes MN ; & l'interſection des deux lignes MN & KL déterminera ſur la baſe du corps le point O correſpondant au *centre* de gravité.

On peut faire la même choſe en plaçant le corps ſur une table horizontale, & le faiſant déborder hors de la table le plus qu'il ſera poſſible ſans qu'il tombe, & cela dans deux poſitions différentes en longueur & en largeur ; la commune interſection des lignes, qui dans les deux ſituations correſpondront au bord de la table, déterminera le *centre* de gravité ; on peut auſſi en venir à bout, en plaçant le corps ſur la pointe d'un ſtyle, juſqu'à ce qu'il reſte en équilibre. On a trouvé dans le corps humain que le *centre* de gravité eſt ſitué entre les feſſes & le pubis, de façon que la gravité du corps eſt ramaſſée en entier dans l'endroit où la nature a placé les parties de la génération ; d'où M. Wolf prend occaſion d'admirer la ſageſſe du Créateur, qui a placé le membre viril dans l'endroit qui eſt le plus propre de tous à la copulation ; réflexion auſſi fauſſe qu'indécente, puiſque cette loi n'a point lieu dans la plupart des animaux.

12°. Toute figure ſuperficiele ou ſolide, produite par le mouvement d'une ligne ou d'une ſurface, eſt égale au produit de la quantité qui l'engendre, par la ligne que décrit ſon *centre* de gravité. *Voyez l'article* CENTROBARIQUE.

Ce théorême eſt regardé comme une des plus belles découvertes qu'on ait faites dans les derniers temps, & il eſt le fondement de la *méthode centrobarique* ; Pappus en eut, à la vérité, la premiere idée : mais c'eſt le P. Guldin, Jéſuite, qui l'a portée à ſa perfection. Léibnitz a prouvé que cette propoſition a encore lieu, ſi l'axe ou le *centre* changeoient continuélement durant le mouvement. On en tire trop de corollaires, pour qu'il ſoit poſſible de les reporter tous ici en détail. *Voyez dans les mémoires de l'Académie de* 1714, *un écrit de* M. Varignon *ſur ce ſujet*. (CHAMBERS.)

* (*Mouvement du centre de gravité*). Lorſque pluſieurs corps ſe meuvent ſemblablement en ligne droite, ſoit dans un même plan, ſoit dans des plans différens : leur *centre* de gravité commun ſe meut auſſi de la même maniere, ou demeure en repos.

Je vais démontrer cette propoſition d'une maniere générale, & ſans décompoſer, comme on fait ordinairement, les mouvemens en d'autres qui ſoient paralleles à des lignes données de poſition. Commençons par quelques définitions.

I. On dit que deux corps M & N, *Fig.* 34, décrivent ſemblablement les droites MQ, NS, lorſque ces lignes & leurs parties correſpondantes ſont parcourues en temps proportionels : c'eſt-à-dire, ſi l'on a $MQ : NS :: MP : NR :: PQ : RS$, & que les temps employés à parcourir les lignes entieres MQ, NS ſoient entr'eux comme les temps employés à parcourir les parties correſpondantes MP & NR, ou PQ & RS, des deux mêmes lignes.

Par où l'on voit que ſi les temps employés à parcourir les lignes entieres MQ & NS ſont égaux, les temps employés à parcourir leurs par-

ties correſpondantes MP & NR, PQ & RS, ſeront auſſi égaux.

Il eſt clair que tous les mouvemens uniformes ſont ſemblables ; car en déſignant le temps employé à parcourir une ligne par la lettre initiale T miſe au devant de cette ligne, on a dans ces mouvemens, $MQ : MP :: T.MQ : T.MP$; & $NS : NR :: T.NS : T.NR$. Donc, ſi on a $MQ : MP :: NS : NR$, on aura $T.MQ : T.MP :: T.NS : T.NR$. D'où il ſuit que les droites entieres MQ, NS, & leurs parties homologues MP, NR, ſeront parcourues de la même maniere. Mais dans ce qui ſuit, nous enviſageons les mouvemens ſemblables ſous un point de vue plus général : ces mouvemens peuvent être uniformes ou variés ſuivant une loi quelconque, pourvu qu'ils ſoient aſtreints à la condition énoncée ci-deſſus, laquelle eſt le caractere de leur ſimilitude. Enſuite on fixera dans chaque cas particulier la ſignification des mots *ſemblablement* ou *mouvemens ſemblables*, par raport à l'eſpece particuliere de mouvement qu'on aura en vue.

J'avertis qu'en parlant des eſpaces parcourus par des corps, je ſuppoſerai, pour abréger le diſcours, ou que chaque corps eſt aſſez petit pour pouvoir être cenſé concentré en un ſeul & même point, qu'il eſt par conſéquent permis de prendre pour ſon *centre* de gravité ; ou que ces eſpaces ſont réellement ceux que parcourent les *centres* de gravité des corps, quelle que ſoit la grandeur de ces corps.

II. Lemme. *Si dans un quadrilatere quelconque* ABCD, Fig. 35 & 36, *dont les quatre côtés peuvent être ſitués ou non ſitués dans un même plan, on diviſe les côtés oppoſés, ou les deux diagonales & deux côtés oppoſés, de maniere que l'on ait les deux proportions quelconques*,

$$AF : FB :: DH : HC,$$
$$AE : ED :: BG : GC;$$

qu'enſuite on tire les droites FH, EG : *ces lignes ſe couperont en un point* O, *& on aura ces deux ſuites de proportionelles*,

$$EO : OG :: AF : FB :: DH : HC,$$
$$FO : OH :: AE : ED :: BG : GC.$$

1°. Menez & prolongez indéfiniment les droites BD, FE, GH. Les deux droites BD, FE ſont ſituées dans le même plan ABD, & par conſéquent elles ſe rencontreront en un point ; de même les deux droites BD, GH ſe rencontreront, comme étant ſituées dans le même plan CBD.

Par le point D, menez parallélement à AB, la droite DI, qui rencontre FE au point I ; & parallélement à BC, la droite DL, qui rencontre GH au point L. Les triangles ſemblables AEF, DEI donnent $AE : ED :: AF : DI = \frac{AF \times ED}{AE}$. De même, à cauſe des triangles ſemblables CHG, DHL, on a $DL = \frac{CG \times DH}{CH}$. Donc $DI : DL ::$ $\frac{AF \times ED}{AE} : \frac{CG \times DH}{CH} :: \frac{AF \times CH}{DH} : \frac{CG \times AE}{ED} ::$ $FB : BG$, parce qu'en vertu de l'hypotheſe, $FB = \frac{AF \times CH}{DH}$, & $BG = \frac{CG \times AE}{ED}$. D'où il ſuit, par les principes de la Géométrie, que les trois lignes BD, FI, GL iront concourir en un même point K ; & cela, quand même les droites AD, BC ne ſeroient pas dans un même plan. Donc les quatre lignes FK, GK, EG, FH ſont dans un même plan ; & par conſéquent les deux lignes EG, FH ſe coupent en quelque point O.

2°. Ayant tiré la droite indéfinie FGM, menez CM parallele à AB ; & du point H, tirez aux points I, M, les droites HI, HM qui ſont dans un même plan, lequel contient la droite CD, & les paralleles CM, DI. Les triangles ſemblables CGM, BGF, l'hypotheſe & les triangles ſemblables DEI, AEF, donnent cette ſuite de raports égaux, $CM : BF :: CG : GB :: DE : AE :: DI : AF$. Ainſi, $CM : BF :: DI : AF$, ou *alternando* $CM : DI :: BF : AF :: CH : HD$. Donc les deux triangles CHM, DHI ſont ſemblables, puiſque les angles C & D ſont égaux comme formés par des côtés paralleles chacun à chacun, & que ces angles ſont compris entre côtés proportionels. Donc les trois points M, H, I, ſont placés ſur une ſeule & même ligne droite.

Les triangles ſemblables CGM, BGF, l'hypotheſe & les triangles ſemblables DEI, AEF donnent cette ſuite de raports égaux, $GM : GF :: CG : GB :: DE : AE :: EI : EF$. D'où il réſulte, par la Géométrie, que les droites IM, EG ſont paralleles.

Maintenant, les paralleles EG, IM, les triangles ſemblables DHI, CHM, & l'hypotheſe donnent $EO : OG :: IH : HM :: DH : HC :: AF : FB$. Ainſi, on aura $EO : OG :: AF : FB :: DH : HC$.

3°. On aura par des conſidérations ſemblables, $FO : OH :: FE : EI :: AE : ED :: BG : GC$.

III. Théorème. *Si deux corps* A *&* B, Fig. 37 & 38, *décrivent ſemblablement & en même temps les droites* AD, BC, *ſituées ou non ſituées dans un même plan, & que le centre de gravité de leur ſyſtême ſe meuve ; ce centre aura un mouvement ſemblable à ceux des corps* A *&* B.

Ayant mené les droites AB, CD, diviſez ces lignes aux points F, H, de maniere que l'on ait $B : A :: AF : FB :: DH : HC$: le point F ſera le centre de gravité du ſyſtême des deux corps au moment qu'ils commencent à parcourir les deux

droites AD, BC; & le point H ſera le centre de gravité du ſyſtême, au moment où ils achéveront de parcourir les mêmes lignes. Ainſi, il faut démontrer que ſi l'on tire la droite FH, le centre de gravité du ſyſtême ſera continuélement ſur cette ligne, & qu'il la décrira avec un mouvement ſemblable à ceux des corps A & B.

Diviſez les droites AD, BC, aux points indéterminés E & G, de maniere qu'on ait $AE:ED::BG:GC$; & menez la droite EG. Les deux corps ayant des mouvemens ſemblables, ariveront en même temps aux deux points E & G. Or, à cauſe des deux proportions $AF:FB::DH:HC$ & $AE:ED::BG:GC$, les droites FH, EG ſe coupent au point O, & on a les deux ſuites de proportioneles, $EO:OG::AF:FB::DH:HC::B:A$; $FO:OH::AE:ED::BG:GC$. D'où il ſuit que le centre de gravité du ſyſtême arive en O, lorſque les corps arivent en E & G; & que ce *centre* ſe meut d'un mouvement ſemblable à ceux des mêmes corps.

IV. Corollaire I. En regardant les deux corps A & B comme réunis en *centre* de gravité de leur ſyſtême, & ne formant qu'un ſeul & même corps qui décrit la droite FH; ſi l'on combine ce corps avec un autre qui ſe meuve de la même maniere, on verra, par la démonſtration précédente, que le centre de gravité du nouveau ſyſtême ſe mouvra d'un mouvement ſemblable à ceux des corps dont le ſyſtême eſt compoſé. La même choſe ſe démontrera, en allant de proche en proche, pour un ſyſtême compoſé de quetre corps, de cinq corps, & en général d'un nombre quelconque de corps.

Ainſi, on peut dire en général que ſi dans un ſyſtême compoſé d'un nombre quelconque de corps, tous les corps ſe meuvent ſemblablement & en même temps, le centre de gravité de tout le ſyſtême ſe mouvra de la même maniere.

V. Corollaire II. Si les droites AD, BC décrites par les deux corps A & B, ſont dans un même plan, la droite FH décrite par le *centre* de gravité de leur ſyſtême, ſera auſſi dans ce même plan; & ſi l'on a un troiſieme corps qui ſe meuve comme les deux premiers & dans le même plan qu'eux, le centre de gravité du ſyſtême des trois corps ſe mouvra auſſi ſemblablement, & dans le même plan. Ainſi de ſuite, pour un ſyſtême compoſé d'un nombre quelconque de corps qui ſe mouvroient tous ſemblablement, en même temps, & dans un même plan.

VI. Corollaire III. Suppoſons que les droites AD, BC, *Fig.* 39 *&* 40, décrites par les deux corps propoſés A & B, ſoient paralleles, & par conſéquent dans un même plan. Les droites BA, CD, qui ſont ſituées dans ce plan, étant prolongées, s'il eſt néceſſaire, ſe rencontreront en un point S; & puiſqu'on a $B:A::AF:FB::DH:HC$, on aura *componendo* $AF:AF+FB$, ou $AB::DH:DH+HC$, ou DC; & *alternendo*, $AF:DH::AB:DC$. Or, à cauſe des paralleles AD, BC, on a $AB:DC::SA:SD::SB:SC$. Donc $AF:DH::SA:SD::SB:SC$; & par conſéquent les droites AD, BC, FH ſont paralleles.

Il en ſera de même en général pour un nombre quelconque de corps. Si tous ces corps décrivent ſemblablement & en même temps des droites paralleles, qui peuvent d'ailleurs être ou n'être pas toutes dans un même plan, le centre de gravité de leur ſyſtême décrira ſemblablement & en même temps une droite parallele aux chemins parcourus par tous les corps.

VII. Corollaire IV. Soient deux corps A & B *Fig.* 41 *&* 42, qui décrivent ſemblablement & en même temps les côtés homologues & paralleles chacun à chacun, de deux polygones ſemblables $ADEP$, $BCGM$. Il eſt clair, par ce qui précede, que le centre de gravité F de leur ſyſtême décrira ſemblablement & en même temps les côtés FH, HN, NO, d'un polygone, leſquels ſeront paralleles reſpectivement aux droites AD & BC, DE & CG, EP & GM. Or, puiſque les deux polygones $ADEP$, $BCGM$ ſont ſemblables, & qu'on a par conſéquent $AD:BC::DE:CG::EP:GM$; il s'enſuit que toutes les lignes AB, DC, EG, PM iront concourir en un même point S. Donc les trois polygones $ADEP$, $BCGM$, $FHNO$ ſont compoſés d'un même nombre de triangles ſemblables SAD, SBC, SFH, &c. Donc ces trois polygones ſont ſemblables. Ainſi, le *centre* de gravité du ſyſtême décrit le contour d'un polygone ſemblable à ceux que décrivent les corps A & B.

Qu'un troiſieme corps I décrive le contour d'un polygone $IRVT$ ſemblable à ceux dont on vient de parler: il eſt clair, toujours par les mêmes principes, que le *centre* de gravité du ſyſtême des trois corps A, B, I, décrira le contour d'un polygone ſemblable aux précédens. Ainſi de ſuite pour un nombre quelconque de corps.

VIII. Corollaire V. Si l'on imagine que les côtés des polygones de l'article précédent deviennent infiniment petits, mais que leur nombre augmente à l'infini; alors tous ces polygones deviendront des courbes ſemblables, dont les parties infiniment petites & correſpondantes ſeront paralleles chacune à chacune. Ainſi, lorſque pluſieurs corps parcourent ſemblablement & en même temps les contours des courbes ſemblables & compoſées d'élémens correſpondans, parallele chacun à chacun, le *centre* de gravité du ſyſtême décrit de la même maniere une courbe ſemblable aux précédentes, & qui leur eſt parallele élément à élément.

IX. *Remarque*. On a fait attention ſans doute dans l'énoncé du Théorême de l'article III, à ces paroles: *& que le centre de gravité de leur ſyſtême ſe meuve*. Cette reſtriction a été miſe, parce qu'il peut ſe faire que le *centre* de gravité demeure immobile.

En effet, ſuppoſons deux corps A & B, *Fig.* 43, qui

qui décrivent ſemblablement, en même temps & en ſens contraires, les droites AD, BC, qui leur ſoient réciproquement proportioneles, en ſorte qu'on ait $A : B :: BC : AD$; le *centre* de gravité demeurera en repos. Car ſi l'on tire les droites AB, CD qui ſe coupent en F, & que par le point F on mene la droite EFK, qui rencontre AD & BC aux points E & K, on aura cette ſuite de proportioneles, $A : B :: BC : AD :: BF : AF :: CF : DF :: BK : AE :: KC : ED$. D'où il ſuit que le point F eſt le *centre* de gravité du ſyſtême au commencement & à la fin du mouvement, & lorſque les deux corps ſont arivés aux points correſpondans E & K de leurs chemins. Donc le *centre* de gravité ne change pas de place.

En regardant maintenant le corps A comme le ſyſtême de pluſieurs corps qui vont dans un ſens, & le corps B comme le ſyſtême de pluſieurs corps qui vont dans un ſens oppoſé; nous pouvons conclure en général que, ſi un ſyſtême eſt compoſé d'un nombre quelconque de corps qui vont en partie dans un ſens, en partie dans le ſens oppoſé, & que les *centres* de gravité des deux parties du ſyſtême décrivent ſemblablement & en même temps des droites paralleles, réciproquement proportioneles aux ſommes de corps qui compoſent ces deux parties; le *centre* de gravité du ſyſtême général demeurera en repos.

Il réſulte donc, de tout ce qui précede, que lorſque pluſieurs corps ſe meuvent ſemblablement, & en même temps; ou le centre de gravité de leur ſyſtême ſe meut, & alors il ſe meut de la même maniere que tous les corps; ou bien il demeure en repos.

X. M. d'Alembert a démontré, dans ſon *traité de Dynamique*, que la même propoſition a lieu, dans le cas où les corps d'un ſyſtême agiſſent les uns ſur les autres d'une maniere quelconque. *Voyez ce Traité*. (L. B.)

* CENTRE *de mouvement*: point autour duquel tournent, ou peuvent être cenſés tourner pluſieurs corps qui compoſent un même ſyſtême.

* CENTRE *d'oſcillation*. On appele *pendule* compoſé l'aſſemblage de pluſieurs corps liés ſolidement entr'eux, & qui oſcillent autour d'un même axe fixe; & *centre d'oſcillation* le point de ce pendule où il faudroit placer un petit corps, de maſſe inſenſible (qu'on appele *pendule ſimple*), pour que ce dernier pendule, oſcillant ſeul & librement, fît ſes oſcillations dans le même temps que le pendule compoſé. *Voyez les Loix des Oſcillations des pendules ſimples*, au mot PENDULE.

PROBLÊME. *Déterminer la longueur* EQ, Fig. 44, *d'un pendule ſimple qui faſſe ſes oſcillations dans le même temps qu'un pendule compoſé, c'eſt-à-dire, qu'un ſyſtême de corps* A, B, C, Fig. 45, *liés entr'eux par des verges inflexibles ſans peſanteur, ou attachés ſolidement à un plan matériel ſans peſanteur & ſans inertie, qui oſcille autour du point fixe* O.

Conſidérons d'abord chacun des corps A, B, C, comme s'il étoit ſeul; & décompoſons ſa peſanteur en deux forces, l'une dirigée ſuivant la verge à laquelle il eſt appliqué, l'autre perpendiculaire à la même verge. Il eſt clair que les forces de la premiere eſpece ſont détruites par la réſiſtance du point O; & que celles de la ſeconde, que je repréſente par Aa, Bb, Cc, ſont les ſeules qui feroient oſciller les corps. Je mene la verticale OK, & je nomme g la gravité, c'eſt-à-dire, l'eſpace que la peſanteur feroit parcourir en un inſtant à un corps tombant librement; 1, le ſinus total; m, le ſinus de l'angle AOK; n, le ſinus de l'angle BOC; q, le ſinus de l'angle COC. Les forces Aa, Bb, Cc étant ſuppoſées de même nature que la gravité g, on aura $Aa = g \times \frac{m}{1} = gm$; $Bb = gn$; $Cc = gq$.

Maintenant, comme les corps A, B, C, forment un même ſyſtême, & qu'ainſi aucun d'eux ne peut ſe mouvoir ſans agir ſur les autres, ſoit pour accélérer, ſoit pour retarder leurs mouvemens, il y a néceſſairement équilibre entre les mouvemens perdus d'une part, & les mouvemens gâgnés, d'autre part. Je ſuppoſe que le corps A, qui auroit parcouru Aa, s'il avoit été ſeul, parcoure ſimplement Ag, à cauſe de la réaction des autres corps; que le corps B, au lieu de parcourir Bb, parcoure Bb; que le corps C, au lieu de parcourir Cc, parcoure Ci. On voit que $A \times ga$ eſt la quantité de mouvement perdue par le corps A; que $B \times bb$ eſt la quantité de mouvement gâgnée par B; que $C \times ci$ eſt la quantité de mouvement gâgnée par C. Or ces quantités de mouvement doivent être regardées comme des forces qui ſe font équilibre, en agiſſant aux extrémités des bras de levier OA, OB, OC. Par conſéquent on a l'équation (M), $A \times ga \times OA = B \times bb \times OB + C \times ci \times OC$.

Les corps A, B, C, conſervant toujours entr'eux la même poſition, les arcs Ag, Bb, Ci ſont évidemment ſemblables; donc, ſi l'on ſuppoſe $OA = a$, $OB = b$, $OC = c$, $Ag = f$: on aura $Bb = \frac{fb}{a}$; $Ci = \frac{fc}{a}$; $ga = gm - f$; $bb = \frac{fb}{a} - gn$; $ci = \frac{fc}{a} - gq$. Subſtituant pour ga, bb, ci, OA, OB, OC, leurs valeurs dans l'équation (M), elle deviendra $A(gm - f)a = B\left(\frac{fb}{a} - gn\right)b + C\left(\frac{fc}{a} - gq\right)c$; d'où l'on tire $f = \frac{g(mAa^2 + nBab + qCac)}{Aa^2 + Bb^2 + Cc^2}$.

Soit H le centre de gravité du ſyſtême; & des points A, B, C, H, menons perpendiculairement à OK les droites AV, BE, CK, HD: on aura

par la propriété du centre de gravité, $A \times AV + B \times BE + C \times CK = (A+B+C) \times HD$. Mais $AV = ma$, $BE = nb$, $CK = qc$, $HD = rb$, en nommant b la droite OH, r le sinus de l'angle HOK; donc $Ama + Bnb + Cqc = (A+B+C)rb$, & par conséquent $f = gr \times \frac{ab(A+B+C)}{Aa^2 + Bb^2 + Cc^2}$.

Nous voyons, par cette expression de la force accélératrice simple f du corps A, que, si l'on fait l'angle QEM du pendule simple, *Fig.* 44, égal à l'angle HOC du pendule composé, *Fig.* 45; nous voyons, dis-je, qu'en décomposant les arcs semblables décrits par les points Q & A, en un même nombre d'élémens correspondans chacun à chacun, deux élémens correspondans seront parcourus en temps égaux, & par conséquent les arcs entiers seront aussi parcourus en temps égaux, si la force accélératrice simple du point Q, qui est gr, & celle du point A, qui est f, sont entr'elles comme les arcs, ou comme les rayons EQ, OA. La durée égale de mouvemens, ou le *synchronisme* du pendule simple & du pendule composé, est donc fondé sur la proportion, $gr : \frac{grab(A+B+C)}{Aa^2 + Bb^2 + Cc^2} :: EQ : a$; ce qui donne $EQ = \frac{Aa^2 + Bb^2 + Cc^2}{(A+B+C)b}$.

Ainsi, *pour avoir l'expression de la longueur du pendule simple qui fait ses oscillations dans le même temps que le pendule composé, il faut multiplier chaque corps du pendule composé par le carré de sa distance à l'axe de rotation; ajouter ensemble tous ces produits, & diviser la somme par le produit de la somme de tous les corps multipliée par la distance du centre de gravité du système à l'axe de rotation.*

On observera que les deux angles QEM, HOK, doivent être fort petits, si l'on veut que non seulement les oscillations correspondantes, ou de même amplitude, des deux pendules, soient de même durée, mais encore que les oscillations soient, au moins sensiblement, de même durée, quoique les amplitudes soient différentes.

Nous observons encore que, si les verges ou les liens qui retiennent les corps du système avoient de la pesanteur ou de l'inertie, on pourroit les décomposer en une infinité de petits corps, qu'on regarderoit comme formant un même système auquel on appliqueroit le regle précédente, qui est absolument générale, quel que soit le nombre de corps élémentaires du pendule composé.

Corollaire. Si l'on porte la longueur EQ *Fig.* 44, de O en t, *Fig.* 45, le point t sera ce qu'on appele le *centre d'oscillation* du pendule composé. Ce point peut être regardé comme chargé de tous les corps qui composent le système, & il fait ses oscillations de la même maniere & dans le même temps que le pendule simple dont EQ ou Ot est la longueur.

On doit remarquer que le point t est différent du centre de gravité H, & que $Ot > OH$, ce qu'on démontrera, en comparant l'expression de Ot avec celle de OH.

Appliquons cette théorie à quelques exemples.

Trouver le centre d'oscillation d'une ligne droite AB, Fig. 46, *qui oscille autour de son extrémité* A.

Soient $AB = a$, $AP = x$, $Pp = dx$; & nommons S la somme des produits des élémens Pp par les carrés de leurs distances au point A. On aura $S = \int x^2 dx$, intégration où (après l'avoir effectuée), il faudra faire $x = a$; ce qui donne $S = \frac{a^3}{3}$. Divisant cette quantité par le produit de la ligne AB, multipliée par la distance de son *centre* de gravité en point A, c'est-à-dire, par $a \times \frac{a}{2}$, on aura $\frac{2}{3}a$ pour la distance du *centre* d'oscillation en point A.

Trouver le centre d'oscillation d'un triangle isoscele ABC, Fig. 47, *qui oscille autour d'un axe* MX, *passant par le sommet* A, *perpendiculaire à la hauteur* AH, *& situé dans le plan du triangle.*

Soient $AH = a$, $BC = c$, $AP = x$, $Pp = dx$; & nommons S la somme des produits des élémens $NN'n'n$ par les carrés de leurs distances à l'axe MX. On aura $NN' = \frac{bx}{a}$; $NN'n'n = \frac{bx\,dx}{a}$; $S = \int \frac{bx^2 dx}{a}$, intégretion où (après l'avoir effectuée), il faut faire $x = a$. Ainsi, $S = \frac{ba^3}{4}$. Divisant cette quantité par le produit de l'aire du triangle, multipliée par la distance de son *centre* de gravité en sommet A, c'est-à-dire, par $\frac{a}{2} \times \frac{b}{2} \times \frac{2}{3}$ a, on aura $\frac{3}{4}a$ pour le distance du *centre* d'oscillation du triangle à l'axe MX.

Trouver le centre d'oscillation d'un triangle isoscele ABC, *Fig.* 48, *qui oscille autour d'un axe* MX, *passant par le sommet* A, *& perpendiculaire tout-à-la-fois à la hauteur* AH, *& au plan du triangle.*

Ce cas est fort différent du précédent, & quelques auteurs s'y sont trompés.

Soient $AH = a$; $BC = b$; $AP = x$; $Pp = dx$. Prenons sur PN la partie indéterminée $PQ = z$, & $Qq = dz$. Il faut d'abord chercher la somme des produits des élémens Qq par les carrés de leurs distances à l'axe MX. Or, en nommant Z cette somme, on a $Z = \int dz\,(xx + zz)$, intégration dans laquelle il n'y a que z de variable, & où (après l'avoir effectuée), il faut faire $z =$

$\frac{b\,x}{2\,a}$; puis doubler Z, pour avoir la ſomme des produits des élémens de la ligne $N\,N'$ par les carrés de leurs diſtances à l'axe $M\,X$; d'où il ſuit que cette derniere ſomme eſt $\frac{b\,x^3}{a} + \frac{b^3\,x^3}{12\,a^3}$.

Maintenant, nommons S la ſomme des produits des élémens $N\,N'\,n'\,n$ par les carrés de leurs diſtances à l'axe $M\,X$, on aura $S = \int dx \left(\frac{b\,x^3}{a} + \frac{b^3\,x^3}{12\,a^3}\right)$, où il faudra faire $x = a$, après avoir effectué l'intégration. Ainſi $S = \frac{b\,a^3}{4} + \frac{b^3\,a}{48}$.

Diviſant cette quantité par le produit de l'aire du triangle multipliée par la diſtance de ſon *centre* de gravité à l'axe $M\,X$, c'eſt-à-dire, par $\frac{a\,b}{2} \times \frac{2}{3}\,a$, on aura $\frac{3}{4}\,a + \frac{b^2}{16\,a}$ pour la diſtance du *centre* d'oſcillation du triangle à l'axe $M\,X$.

Le procédé eſt le même pour les autres figures & pour les ſolides. (*L. B.*)

* Centre *de percuſſion*. On appele *centre de percuſſion* un point dans lequel la maſſe d'un ſyſtême de corps A, B, C, *Fig.* 49, (qu'il faut regarder comme atachés ſolidement, à des diſtances invariables les uns des autres, ſur un plan matériel, ſans peſanteur & ſans inertie, mobile autour de l'axe O), étant ſuppoſée réunie & agiſſant perpendiculairement à l'extrémité d'un levier égal à la diſtance de ce point à l'axe O, donneroit le plus grand coup poſſible à un obſtacle qu'on lui oppoſeroit.

Problême. *Déterminer le centre de percuſſion d'un ſyſtême de corps liés entr'eux par des verges inflexibles ſans peſanteur, qui oſcille autour d'un axe fixe.*

Il eſt d'abord évident que le *centre de percuſſion* eſt placé dans la direction de la réſultante des mouvemens de rotation de tous les corps A, B, C. Ainſi, il s'agir de trouver la poſition & la quantité de cette réſultante.

Les corps A, B, C, étant forcés de ſe mouvoir tous à la fois, par une cauſe quelconque, prennent des viteſſes proportionelles à leurs diſtances $A\,O$, $B\,O$, $C\,O$, à l'axe de rotation. Par conſéquent leurs quantités de mouvemens, ou les forces qui les animent, peuvent être exprimées reſpectivement par les produits $A \times A\,O$, $B \times B\,O$, $C \times C\,O$; & ces forces agiſſent ſuivant les droites $A\,N$, $B\,N$, $C\,N'$, perpendiculaires aux diſtances $O\,A$, $O\,B$, $O\,C$. Soit N le point de concours de $A\,N$ & de $B\,N$; je mene la droite $O\,N$, ſur laquelle, comme diametre, je décris une demi-circonférence de cercle qui paſſera par les points A & B, puiſque les angles $O\,A\,N$, $O\,B\,N$ ſont droits. Le point N étant néceſſairement un de ceux par où paſſe la direction de la réſultante des deux forces $A \times A\,O$, $B \times B\,O$, je ſuppoſe que $Z\,N$ ſoit cette direction; du point Z où elle coupe la demi-circonférence $O\,A\,B\,N$, au point O, je mene la droite $Z\,O$ qui rencontre en H la droite $A\,B$ qui joint les deux corps A & B. Cela poſé, on ſait, par la Méchanique, que les deux forces $A \times A\,O$, $B \times B\,O$ ſont entr'elles comme les ſinus des angles $B\,N\,Z$, $A\,N\,Z$, ou des angles $B\,O\,Z$, $A\,O\,Z$: on aura donc, $A \times A\,O : B \times B\,O :: \text{ſin. } B\,O\,Z : \text{ſin. } A\,O\,Z$. Or, ſi des points A & B on abaiſſe ſur $O\,Z$ les perpendiculaires $A\,R$, $B\,S$, & qu'on nomme 1 le ſinus total, on a $\text{ſin. } B\,O\,Z = \frac{B\,S}{B\,O}$; $\text{ſin. } A\,O\,Z = \frac{A\,R}{O\,A}$; donc on aura $A \times A\,O : B \times B\,O :: \frac{B\,S}{B\,O} : \frac{A\,R}{A\,O}$, ou bien (à cauſe des triangles ſemblables $B\,H\,S$, $A\,H\,R$), $A \times A\,O : B \times B\,O :: \frac{H\,B}{B\,O} : \frac{A\,H}{O\,A}$; ce qui donne $A \times A\,H = B \times B\,H$, & fait voir que le point H eſt le *centre* de gravité des deux corps A & B. La réſultante des deux forces $A \times A\,O$, $B \times B\,O$, eſt donc perpendiculaire à la droite $O\,H\,Z$ menée par le point O, & par le *centre* de gravité du ſyſtême particulier des deux corps A & B. De plus, en nommant Z cette réſultante, on a, par la méchanique, $Z : B \times B\,O :: \text{ſin. } A\,N\,B : \text{ſin. } A\,N\,Z :: \text{ſin. } A\,O\,B : \text{ſin. } A\,O\,Z$, ou bien (en abaiſſant des points B & H les perpendiculaires $B\,X$, $H\,V$ ſur $O\,A$ prolongée) :: $\frac{B\,X}{B\,O} : \frac{H\,V}{O\,H}$, ou bien (à cauſe des triangles ſemblables $B\,A\,X$, $H\,A\,V$) :: $\frac{A\,B}{B\,O} : \frac{A\,H}{H\,O}$, ou bien (à cauſe que le point H eſt le *centre* de gravité des deux corps A & B) :: $\frac{A+B}{B\,O} : \frac{B}{O\,H}$; d'où l'on tire, en concluant du premier raport au dernier, $Z = (A+B) \times O\,H$. Connoiſſant Z, on trouvera $O\,Z$, en obſervant que, ſi l'on conſidere les momens par raport au point O, le moment de la réſultante Z doit être égal à la ſomme des momens de ſes deux forces compoſantes $A \times A\,O$, $B \times B\,O$; ce qui donne $(A+B) \times O\,H \times O\,Z = (A \times A\,O) \times A\,O + (B \times B\,O) \times B\,O$; & par conſéquent $O\,Z = \frac{A \times (A\,O)^2 + B \times (B\,O)^2}{(A+B) \times H\,O}$. Voilà donc d'abord la formule pour déterminer le cen-

tre Z de percuſſion du ſyſtême des deux corps A & B.

Soit N' le point de concours de la force Z, & de la force $C \times CO$ du corps C; ce point eſt néceſſairement placé dans la direction de la réſultante de ces deux forces, direction que je ſuppoſe être $Z'N'$. Je mene la droite ON' ſur laquelle, comme diametre, je décris une demi-circonférence de cercle qui paſſera par les points Z & C puiſque les angles OZN', OCN' ſont droits. Ayant tiré la droite CH, du point Z' où $Z'N'$ rencontre la demi-circonférence $OZCN'$, je mene au point O la droite $Z'O$ qui rencontre CH en H'. Cela poſé, on aura, $Z : C \times CO :: \text{ſin. } CN'Z' : \text{ſin. } ZN'Z' :: \text{ſin. } COZ' : \text{ſin. } ZOZ'$, ou bien (en abaiſſant des points C & H les perpendiculaires CS', HR', ſur OZ) $:: \frac{CS'}{CO} : \frac{HR'}{OH} :: \frac{CH.}{CO} : \frac{HH'}{OH}$, ce qui donne, en concluant du premier raport au dernier, $\frac{Z \times HH'}{OH} = C \times CH'$, ou $(A+B) \times HH' = C \times CH'$, & ce qui fait voir que le point H' eſt le *centre* de gravité du ſyſtême des trois corps A, B, C. Ainſi, la réſultante des deux forces Z & $C \times CO$, ou des trois forces $A \times AO$, $B \times BO$, $C \times CO$, eſt perpendiculaire à la droite OZ' menée par le point O, & par le *centre* de gravité H' du ſyſtême des trois corps A, B, C. Soit nommée Z' cette même réſultante : on aura $Z' : C \times CO :: \text{ſin. } ZN'C : \text{ſin. } ZN'Z' :: \text{ſin. } ZOC : \text{ſin. } ZOZ'$, ou bien (en abaiſſant des points C & H' les perpendiculaires CX', $H'V'$, ſur OZ prolongée), $:: \frac{CX'}{CO} : \frac{H'V'}{OH'}$, ou bien (à cauſe des triangles ſemblables HCX', $HH'V'$) $:: \frac{CH}{CO} : \frac{HH'}{OH'}$, ou bien (à cauſe que le point H' eſt le *centre* de gravité du ſyſtême des trois corps A, B, C), $:: \frac{A+B+C}{CO} : \frac{C}{OH'}$; donc, en concluant du premier raport au dernier, $Z' = OH' \times (A+B+C)$. Connoiſſant Z', on connoîtra OZ', par la conſidération que le moment de la réſultante Z', relativement au point O, doit être égal à la ſomme des momens des trois forces compoſantes $A \times AO$, $B \times BO$, $C \times CO$, relativement au même point; conſidération qui donne $(A+B+C) \times OH' \times Z'O = (A \times AO) \times AO + (B \times BO) \times BO + (C \times CO) \times CO$; & par conſéquent $Z'O = \frac{A \times (AO)^2 + B \times (BO)^2 + C \times (CO)^2}{(A+B+C) \times OH'}$.

Il eſt clair que la même méthode eſt applicable à un ſyſtême compoſé de tant de corps qu'on voudra, & qu'on trouvera toujours des réſultats analogues aux précédens; en ſorte qu'on peut conclure en général, 1°. que *le centre de percuſſion d'un ſyſtême quelconque de corps eſt placé ſur la droite menée par le centre de rotation, & par le centre de gravité du ſyſtême.* 2°. *Que la diſtance du centre de percuſſion au centre de rotation, eſt égale au quotient qui réſulte en diviſant la ſomme des produits des corps multipliés chacun par le carré de ſa diſtance à l'axe de rotation, par la ſomme de tous les corps multipliée par la diſtance du centre de gravité du ſyſtême à l'axe de rotation.*

On voit que le *centre de percuſſion* & le *centre* d'oſcillation ſe confondent, puiſqu'ils ſont placés à la même diſtance de l'axe de rotation. On auroit pu les déterminer par la même méthode; mais, pour varier les uſages des principes de la Méchanique, j'ai cru devoir les chercher chacun par des méthodes particulieres. (*L. B.*)

* CENTRE *de converſion*: c'eſt ainſi que pluſieurs auteurs appelent le point autour duquel un corps, libre d'ailleurs, tourne ou tend à tourner, lorſqu'il eſt pouſſé inégalement dans ſes différens points, ou par une puiſſance dont la direction ne paſſe pas par ſon *centre* de gravité.

Jean Bernoulli (*Voyez ſes œuvres, tam. iv, pag.* 265), appele ce même point *centre ſpontané de rotation*, comme qui diroit *centre volontaire de rotation*, pour le diſtinguer du *centre* de rotation forcé. La méthode pour trouver le *centre* ſpontanée de rotation eſt très-ſimple, au moyen du théorême ſuivant.

LEMME. *Lorſqu'un corps eſt pouſſé ſuivant une direction qui ne paſſe pas par ſon centre de gravité, 1°. ce centre eſt mû de la même maniere que s'il ſe trouvoit ſur la direction de la force imprimée; 2°. le corps tourne, du moins au premier inſtant, comme ſi le centre de gravité étoit fixe, autour d'un axe mené par ce centre, perpendiculairement au plan paſſant par ce même point & par la direction de la force.*

Soit un corps de figure quelconque, *Fig.* 50, pouſſé par une force F dont la direction FK paſſe hors de ſon *centre* de gravité G. Par ce point & par la droite FK, ſoit mené le plan MRD qui diviſe le corps en deux parties, & ſoit tiré l'axe GV perpendiculaire à ce plan. Je prends FA pour repréſenter la force F; & ayant diviſé cette ligne FA en deux également au point B, ſur FB comme diagonale, je conſtruis le parallélogramme $FNBO$ dont le côté FN paſſe par le *centre* de gravité G, & dont le côté FO eſt perpendiculaire à FB. La moitié FB de la force FA peut ſe décompoſer en deux autres forces FN, FO. Soit prolongée FG de maniere que $GT = FG$, & ſoit priſe $TQ = FN$. Imaginons que la force FN eſt appliquée au point T de ſa direction, & qu'elle eſt repréſentée par TQ; enſuite ſoit décompoſée cette force en deux autres TP, TZ, l'une perpendiculaire, l'autre parallele à KGS.

Digitized by Google

Cela posé, il est clair que le corps est mû de la même maniere que si au lieu d'être animé de la force primitive FA, il étoit animé des quatre forces BA, FO, TP, TZ. Or, 1°. les deux forces BA, TP étant paralleles, égales, & passant à égales distances du *centre* de gravité, comme il est évident, elles ont pour résultante une force GE qui passe par le *centre* de gravité G, qui leur est parallele & qui est égale à leur somme, puisqu'elles agissent dans le même sens. De plus, puisque $BA+TH=FA$, on aura aussi $GE=FA$: d'où il suit que le *centre* de gravité G est mû exactement de la même maniere que s'il se trouvoit sur la direction de la force proposée FA.

2°. Les deux forces FO, TZ sont évidemment égales, paralleles, & passent à égales distances du *centre* de gravité G, suivant des directions opposées; donc elles ne peuvent faire avancer ce *centre* ni suivant GK, ni suivant GS, ni suivant aucune autre direction; donc, en vertu de ces deux forces, le *centre* de gravité G doit demeurer immobile. Mais, d'un autre côté, ces deux mêmes forces ne se détruisent pas, puisqu'elles ne sont pas directement opposées; donc tout l'effet qu'elles peuvent produire est de faire tourner, au moins au premier instant, le corps dans le même sens autour de l'axe GV, en agissant perpendiculairement aux extrémités des bras de levier GH, GI; donc si du point G comme *centre*, avec le rayon GH ou GI, on décrit un cercle, on pourra imaginer, relativement au mouvement de rotation, que la force TZ, au lieu d'agir suivant ITZ, à l'extrémité du rayon GI, agit suivant HFO, à l'extrémité du rayon GH. Alors le moment de la force qui fait tourner le corps dans le sens $Hbli$ est $(FO+TZ)\times GH$, ou $2FO\times FK$, ou $2BN\times FK$. Or, à cause des triangles semblables FKG, FBN, on a $BN\times FK = FB\times GK$, & par conséquent $2BN\times FK=2FB\times GK=FA\times GK$, qui est l'expression du moment de la force proposée FA par raport à l'axe GV: donc le corps tendra à tourner autour de cet axe, de la même maniere que si le *centre* de gravité étoit fixe.

Remarque. Soit que le plan MRD partage ou non le corps en deux parties égales & semblables, le mouvement du *centre* de gravité est toujours le même. Mais le mouvement de rotation instantanée autour de l'axe GV ne se perpétue que dans le premier cas; car lorsque les deux parties du corps ne sont pas égales & semblables, les forces centrifuges en vertu desquelles les molécules du corps tendent à s'écarter de l'axe GV, ne se font pas équilibre; l'axe GV s'incline d'un côté ou d'autre, & le corps pirouette en différens sens autour de son *centre* de gravité. Tous ces mouvemens peuvent être soumis au calcul par les principes précédens; mais je suppose ici que le plan perpendiculaire à l'axe de rotation partage les corps en deux parties égales & semblables, & alors le mouvement de rotation demeure toujours le même, comme le mouvement de translation du *centre* de gravité; ou si cette condition n'a pas lieu, je ne considere le mouvement de rotation autour de l'axe proposé, que pour le premier instant.

Problême. *Déterminer le centre spontané de rotation d'un corps quelconque.*

Représentons le corps par la baguete AB, *Fig.* 51; que je suppose poussée perpendiculairement par une force F dont la direction FK ne passe pas par son milieu ou *centre* de gravité C. On voit par le lemme précédent, que le *centre* de gravité C se recouvra de C en H, perpendiculairement à AB, de la même maniere que si la force F passoit par C, & que la baguete fût transportée parallélement à elle-même de AB en ab. Ainsi, en nommant M la masse du corps, V la vitesse CH, on aura $V=\frac{F}{M}$.

2°. Imaginons que le point H est fixe, & que pendant que le point C parvient de C en H, la baguete ab tourne autour du point H & prend la position Nn. Du point H pour centre, avec le rayon donné HR, soit décrit l'arc Rr, & avec le rayon variable HT, l'arc Ts. En nommant R le rayon donné HR, u la vitesse angulaire Rr du point R, z le rayon variable HT; la vitesse angulaire Ts du point T sera représentée par $\frac{zu}{R}$. Multiplions cette vitesse par la molécule de matiere placée en T (molécule que j'appele m); nous aurons $\frac{mzu}{R}$ pour la quantité de mouvement angulaire de m, & $\frac{mz^2u}{R}$ pour le moment de cette quantité de mouvement, par raport au *centre* H de rotation. Donc le moment de la quantité de mouvement angulaire imprimé à toute la masse du corps sera exprimé par $\int\frac{mz^2u}{R}$; expression dans laquelle la fraction $\frac{u}{R}$ est une quantité constante pour tous les points du corps. Nommons S la quantité $\int mz^2$, prise dans toute l'étendue du corps; c la distance CK de la direction de la force F au *centre* de gravité C; & considérons que la force F agissant à l'extrémité du bras du levier CK, produit le mouvement angulaire: nous aurons cette seconde équation $Fc=\frac{Su}{R}$, ou bien $u=\frac{FcR}{S}$.

Maintenant, supposons que la baguete parvenue dans la position Nn coupe en z la droite AB qui est sa position initiale: alors le point z sera le *centre* spontané de rotation. Supposons que le rayon R qui est donné, mais arbitraire, devienne $=HZ$, & que les espaces CH, Zz soient

Digitized by Google

infuiment petits ; il eſt clair qu'en vertu du mouvement de tranſlation, le point z de AB parcourt $zZ = CH = V$, & qu'en vertu du mouvement de rotation, il eſt ramené de Z en z par l'eſpace $Zz = u$. La poſition du point z ſera donc déterminée par la condition qu'on ait $V = u$, c'eſt-à-dire, $\frac{F}{M} = \frac{FcR}{S}$; d'où l'on tire $R = \frac{S}{Mc}$; ou $Cz = \frac{S}{MXCK}$, expreſſion de la diſtance du *centre* ſpontanée de rotation au *centre* de gravité du corps.

On voit que la force F n'entre point dans cette valeur, & que par conſéqnent la poſition du *centre* ſpontanée de rotation ſera toujours la même, quelle que ſoit la quantité de la force F, pourvu ſeulement que la direction de cette force paſſe à la même diſtance CH du *centre* de gravité.

On doit remarquer qu'en général le *centre* ſpontanée de rotation change à chaque inſtant : car ce point doit ſe trouver, 1°. ſur nne droite perpendiculaire à FK. 2°. À la diſtance Cz du *centre* de gravité C, de ſorte qu'il eſt placé ſucceſſivement ſur tous les points de la circonférence d'nn cercle décrit du centre C, avec le rayon Cz. Mais il peut ſe faire que le *centre* ſpontanée de rotation demeure toujours le même. Qu'on ait, par exemple, une ligne droite chargée de deux maſſes inégales, & qu'on imprime en ſens contraire à ces maſſes, des viteſſes qui leur ſoient réciproquement proportioneles ; le ſyſtême tournera autour du *centre* de gravité qui demeurera immobile, & le centre ſpontanée de rotation ſe confondra avec le *centre* de gravité.

On remarquera auſſi que le *centre* ſpontanée de rotation peut ſe trouver placé hors du corps : car on voit par l'expreſſion $Cz = \frac{S}{MXCK}$ que S & M demeurant les mêmes, on peut faire augmenter Cz tant qu'on voudra, en diminuant la diſtance CK de la direction de la puiſſance au *centre* de gravité. (*L. B.*)

* CENTRE *des corps peſans*, eſt dans notre globe le même que le *centre* de la terre, vers lequel tous les corps graves ont nne eſpece de tendance. Il eſt cependant bon de remarquer que les corps graves ne tendroient véritablement vers un *centre*, que dans le cas où la terre ſeroit parfaitement ſphérique ; mais comme elle eſt un ſphéroïde aplati vers les poles, ainſi que la théorie & les obſervations le démontrent, les corps peſans ne ſauroient tendre vers un même point à la rigueur : il n'y a donc point à la rigueur de *centre des corps peſans*. Cependant, comme la terre differe peu de la figure ſphérique, il s'en faut peu que les corps peſans ne tendent tous vers un même point ; & on prend dans le diſcours ordinaire le *centre* de la terre, pour le *centre* commun de tendance des graves.

CENTRE *d'équilibre*, dans un ſyſtême de corps, eſt le point autour duquel ces corps ſeroient en équilibre, ou, ce qui eſt la même choſe, un point tel que ſi le ſyſtême étoit ſuſpendu ou ſoutenu par ce ſeul point, il reſteroit en équilibre. Le point d'apui d'un levier eſt ſon *centre* d'équilibre. *Voyez* APUI & LEVIER.

À cette occaſion nous croyons devoir indiquer ici un principe d'équilibre trouvé par M. le marquis de Courtivron, de l'Académie des Sciences, & dont la démonſtration a été lue à l'Académie le 13 juin 1750. Voici ce principe. De toutes les ſituations que prend ſucceſſivement un ſyſtême de corps animés par des forces quelconques, & liés les nns aux autres par des fils, des leviers, ou par tel autre moyen qu'on voudra ſuppoſer, la ſituation où le ſyſtême a la plus grande ſomme de produits des maſſes par le carré des viteſſes, eſt la même que celle où il auroit fallu d'abord le placer pour qu'il reſtât en équilibre. En effet, une qnantité variable devient la plus grande, lorſque ſon accroiſſement, & par conſéquent la cauſe de ſon accroiſſement $= 0$: or un ſyſtême de corps dont la force augmente continuélement, parce que le réſultat des preſſions agiſſantes fait accélération, aura atteint ſon *maximum* de forces lorſque la ſomme des preſſions ſera nulle ; & c'eſt ce qui arive lorſqu'il a pris la ſituation qne demande l'équilibre.

L'auteur ne s'eſt pas borné à cette démonſtration, qui, qnoique vraie & exacte, eſt nn peu métaphyſique, & ponrolt être chicanée par les adverſaires des forces vives. *Voyez* FORCE. Il en donne une antre plus géométrique & abſolument rigoureuſe : mais il faut renvoyer ce détail important à ſon mémoire même, qui nous paroît digne de l'attention des géometres. (*O*).

CENTRER, (*Aſtron.*). On appele *centrer* nne lunete, faire en ſorte qne l'axe optique paſſe par le centre de l'objectif, de maniere que toutes les parties du champ ſoient ſemblables & ſemblablement ſituées par raport à l'axe de la lunete. Le moyen le plus ſimple eſt de couvrir l'objectif avec nn diaphragme que l'on fait promener ſur ſa ſurface en la préſentant au ſoleil de maniere que la lumiere réfléchie par la partie convexe, faſſe un cercle concentrique & parallele à celui de l'image fournie par la ſurface concave. (*D. L.*)

CENTRIFUGE, adj. (*Méchan.*). *Force centrifuge*, c'eſt celle par laquelle un corps qui tourne autour d'un centre, fait éfort pour s'éloigner de ce centre.

C'eſt nne des loix conſtantes de la nature, que tout mouvement eſt par lui-même rectiligne (*Voyez* MOUVEMENT), & qu'un mobile ne s'éloignera jamais de la direction rectiligne de ſon premier mouvement, tant qu'il n'y ſera pas obligé par quelque nouvele force imprimée dans une direction différente : après cette nouvele impulſion, le mouvement devient compoſé ; mais il continue toujours en ligne droite, qnoique la di-

rection de la ligne ait changé. *Voyez* COMPOSITION.

Pour qu'un corps ſe meuve dans une courbe, il faut qu'il reçoive à chaque moment une nouvele impulſion, & dans une direction différente de la ſiene, parce qu'une courbe ne peut ſe réduire à des lignes droites, à moins qu'elles ne ſoient infiniment petites; par conſéquent ſi un corps attiré continuélement vers un centre, eſt lancé outre cela dans une direction qui ne paſſe point par ce centre, il décrira alors une courbe, dans chaque point *A* de laquelle, *Planch. Méch. Fig.* 24, il tâchera de s'éloigner de la courbe, & de continuer ſon mouvement dans la tangente *A D*; ce qu'il feroit en effet ſi rien ne l'en empêchoit: en ſorte que dans le même temps qu'il décrit l'arc *A E*, il s'éloigneroit, par ſa *force centrifuge*, de la longueur de la ligne *D E* perpendiculaire à *A D*; ainſi, en ſuppoſant l'arc *A E* infiniment petit, la *force centrifuge* eſt proportionele à la ligne *D E* perpendiculaire à la ligne *A D*.

Un corps obligé à décrire un cercle, le décrit le plus grand qu'il peut, un plus grand cercle étant en quelque ſorte moins circulaire, moins courbe ou moins différent de la droite qu'un plus petit. *Voyez* COURBURE. Un corps ſouffre donc plus d'altération dans ſon mouvement, & exerce plus vivement ſa *force centrifuge* lorſqu'il décrit un petit cercle, que lorſqu'il en décrit un grand, c'eſt-à-dire, que la *force centrifuge* eſt toujours proportionele, toutes choſes d'ailleurs égales, à la courbure du cercle dans laquelle le corps eſt emporté.

Il en eſt des autres courbes comme des cercles; car une courbe, quelle qu'elle puiſſe être, peut être regardée comme formée d'une infinité d'arcs de cercle infiniment petits, décrits de différens rayons, de façon que les endroits où la courbe eſt le plus courbe, ſont ceux où la *force centrifuge* eſt plus grande, tout le reſte d'ailleurs égal; & ainſi, dans une même courbe, la *force centrifuge* du corps qui la décrit, varie ſuivant les différens points où il ſe trouve.

On peut voir les loix & la théorie des *forces centrifuges* expoſées plus en détail dans l'article des FORCES CENTRALES, *au mot* CENTRAL. (*O*).

CENTRIPETE, adj. (*Méch.*). *Force centripete*, c'eſt celle par laquelle un mobile pouſſé dans une droite *A G*, *Fig.* 24, eſt continuélement détourné de ſon mouvement rectiligne, & ſollicité à ſe mouvoir dans une courbe.

Ainſi, en ſuppoſant l'arc *A E* infiniment petit, la *force centripete* eſt proportionele à la droite *D E* perpendiculaire à *A D*; d'où il s'enſuit que la *force centripete* ou centrale & la force centrifuge ſont égales. *Voyez l'article* CENTRAL. (*O*).

CENTROBARIQUE, *méthode centrobarique*, (*en Méchanique*): c'eſt une méthode pour meſurer ou déterminer la quantité d'une ſurface ou d'un ſolide, en les conſidérant comme formés par le mouvement d'une ligne ou d'une ſurface, & multipliant la ligne ou la ſurface génératrice par le chemin parcouru par ſon centre de gravité. Cette méthode eſt renfermée dans le théorême ſuivant & ſes corollaires.

Toute ſurface plane ou courbe, ou tout ſolide produit par le mouvement ou d'une ligne ou d'une ſurface, eſt égal au produit de cette ligne ou ſurface par le chemin du centre de gravité, c'eſt-à-dire, *par la ligne que ce centre de gravité décrit*. *Voyez* CENTRE DE GRAVITÉ. Voici la démonſtration générale que certains auteurs ont cru pouvoir donner de ce théorême.

Suppoſons le poids de la ligne ou ſurface génératrice ramaſſé dans ſon centre de gravité; le poids total produit par ſon mouvement ſera égal au produit du poids mû par le chemin du centre de gravité: mais lorſque les lignes & les figures ſont regardées comme des corps peſans homogenes, leurs poids ſont alors entr'eux comme leur volume, & par conſéquent le poids mû devient alors la ligne ou figure génératrice, & le poids produit eſt la grandeur engendrée; la figure engendrée eſt donc égale au produit de la ligne ou de la figure qui l'engendre, par le chemin de ſon centre de gravité. Il ne faut pas être bien difficile à ſatisfaire en démonſtration, pour ſe payer d'une preuve ſi inſuffiſante & ſi vague, qu'on trouve néanmoins dans M. Wolf, d'où Chambers a tiré une partie de cet article.

Pour mettre nos lecteurs à portée d'en trouver une meilleure preuve, conſidérons un levier chargé de deux poids, & imaginons un point fixe dans ce levier prolongé ou non: on ſait (*Voyez* CENTRE & LEVIER) que la ſomme des produits faits de chaque poids par ſa diſtance à ce point, eſt égale au produit de la ſomme des poids par la diſtance de leur centre de gravité à ce point; donc ſi on fait tourner le levier autour de ce point fixe, il s'enſuit que les circonférences étant proportioneles aux rayons, la ſomme des produits de chaque poids par le chemin ou circonférence qu'il décrit, eſt égale au produit de la ſomme des poids par la circonférence décrite par le centre de gravité. Cette démonſtration faite par deux poids, s'applique également & facilement à tel nombre qu'on voudra.

Corollaire I. Puiſqu'un parallélogramme *ABCD*, *Pl. Méchaniq. Fig.* 52, peut être regardé comme produit par le mouvement de la droite *C D* mûe toujours parallélement à elle-même le long d'une autre droite *C A* & dans la direction de celle-ci, & que dans ce mouvement le chemin du centre de gravité eſt égal à la droite *E F* perpendiculaire à *C D*, c'eſt-à-dire, à la hauteur du parallélogramme; ſon aire eſt donc égale au produit de la baſe *C D*, ou de la ligne qui décrit le parallélogramme par la hauteur *E F*. *Voyez* PARALLÉLOGRAMME.

Ce corollaire pourroit faire naître quelque ſoupçon ſur la vérité & la généralité de la regle précédente; car on pourroit dire que la ligne *C D* ſe mouvant le long de *C A*, le centre de gravité

de cette ligne, qui eſt ſon point de milieu ; décrit une ligne égale & parallele à CA, & qu'ainſi l'aire du parallélogramme $ACDB$ eſt le produit de CD par AC; ce qui ſeroit faux. Mais on peut répondre que CA n'eſt point proprement la directrice de CD, quoique CD ſe meuve le long de CA; que cette directrice eſt proprement la ligne EF, qui meſure la diſtance de AB à CD; & que le chemin du centre de gravité par lequel il faut multiplier la ligne décrivante CD, n'eſt point le chemin abſolu de ce centre, mais ſon chemin eſtimé dans le ſens de la directrice ou le chemin qu'il fait dans un ſens perpendiculaire à la ligne décrivante. Cette remarque eſt néceſſaire pour prévenir les paralogiſmes dans leſquels on pouroit tomber, en appliquant ſans précaution la regle précédente à la meſure des ſurfaces & des ſolides.

Coroll. II. On prouvera de la même maniere que la ſolidité de tout corps décrit par un plan qui deſcend toujours parallélement à lui-même le long de la droite AC, & ſuivant la direction de cette droite, doit ſe trouver en multipliant le plan décrivant par ſa hauteur. *Voyez* PRISME & CYLINDRE.

Coroll. III. Puiſque le cercle ſe décrit par la révolution du rayon $C.L$, *Fig.* 53, autour du centre C, & que le centre de gravité du rayon CL eſt dans ſon milieu F, le chemin du centre de gravité eſt donc ici une circonférence d'un cercle X décrit par un rayon ſous-double, & par conſéquent l'aire du cercle eſt égale au produit du rayon CL, par la circonférence que décriroit un rayon ſous-double de CL; ce qu'on ſait d'ailleurs. *Voyez* CERCLE.

Coroll. IV. Si un rectangle $ABCD$, *Planch. Méch. Fig.* 54, tourne autour de ſon axe AD, le rectangle décrira par ce mouvement un cylindre, & le côté BC la ſurface de ce cylindre : mais le centre de gravité de la droite BC eſt dans ſon milieu F, & le centre de gravité du plan qui engendre le cylindre, eſt dans le milieu G de la droite EF. Ainſi, le chemin de ce dernier centre de gravité eſt la circonférence d'un cercle décrit du rayon EG, & celui du premier la circonférence d'un cercle décrit du rayon EF; donc la ſurface du cylindre eſt le produit de la hauteur BC par la circonférence d'un cercle décrit du rayon EF, & la ſolidité du cylindre eſt le produit du rectangle $ABCD$ qui ſert à ſa génération, par la circonférence d'un cercle décrit du rayon EG ſous-double de EF, demi-diametre du cylindre. Suppoſons, par exemple, la hauteur du plan qui engendre le cylindre, par conſéquent celle du cylindre $BC = a$, le diametre de la baſe $DC = r$, on aura donc $EG = \frac{1}{2} r$; & ſuppoſant que le demi-diametre ſoit à la circonférence comme 1 eſt à m, la circonférence décrite par le rayon $\frac{1}{2} r$ ſera $= \frac{1}{2} mr$; d'où il s'enſuit que multipliant $\frac{1}{2} mr$ par l'aire du rectangle $AC = ar$, on aura la ſolidité du cylindre $= \frac{1}{2} mar^2$; mais $\frac{1}{2} mar^2 = \frac{1}{2} r \times mr \times a$: or $\frac{1}{2} mrr$ = l'aire du cercle décrite par le rayon EG. Il eſt donc évident que le cylindre eſt égal au produit de ſa baſe par ſa hauteur, ce qu'on ſait d'ailleurs.

De même puiſque le *centre* de gravité de la droite AB, *Pl. Méch. Fig.* 30, eſt dans ſon milieu M, & qu'on décrit la ſurface du cône droit en faiſant mouvoir le triangle ABC autour d'un de ſes côtés AB pris pour axe, on en peut conclure que ſi $PM = \frac{1}{2} BC$, la ſurface du cône ſera égale au produit de ſon côté AB par la circonférence du cercle décrit du rayon PM, c'eſt-à-dire, d'un rayon ſous-double du demi-diametre de la baſe BC.

Suppoſons, par exemple, $BC = r$, $AB = a$, le rayon étant à la circonférence, comme 1 eſt à m; on aura donc $PM = \frac{1}{2} r$, & la circonférence décrite de ce rayon $= \frac{1}{2} mr$; & ainſi multipliant $\frac{1}{2} mr$ par le côté AB du cône, le produit qui ſera $\frac{1}{2} amr$ devra repréſenter la ſurface du cône : mais $\frac{1}{2} amr$ eſt le produit de $\frac{1}{2} a$ par mr; donc la ſurface du cône droit eſt le produit de la circonférence de ſa baſe par la moitié de ſon côté, ce qu'on ſait d'ailleurs.

Coroll. V. Si le triangle ACB, *Pl. Méchaniq. Fig.* 55, tourne autour d'un axe, il décrit un cône : mais ſi on coupe CB en deux également au point D, qu'on tire la droite AD, & que $AO = \frac{2}{3} AD$, il eſt démontré que le *centre* de gravité ſera alors ſitué en O; donc la ſolidité du cône eſt égale au produit du triangle CAB par la circonférence du cercle décrit du rayon PO. Or AD eſt à AO, comme BD eſt à OP. D'ailleurs $AO = \frac{2}{3} AD$, & $DB = \frac{1}{2} CB$; donc $OP = \frac{2}{3} DB = \frac{1}{3} CB$. Suppoſons, par exemple, $CB = r$; $AB = a$, & la raiſon du rayon à la circonférence celle de 1 à m; on aura donc $OF = \frac{1}{3} r$, la circonférence décrite de ce rayon $= \frac{1}{3} mr$, le triangle $ACB = \frac{1}{2} ar$, & par conſéquent la ſolidité du cône $= \frac{1}{2} r \times a \times \frac{1}{3} mr = \frac{1}{6} amr^2$; mais $\frac{1}{6} amr^2 = \frac{1}{2} r \times mr \times \frac{1}{3} a$, ou le produit de la baſe du cône par le tiers de ſa hauteur, ce qu'on ſait d'ailleurs.

Ce théorême ſi général & ſi beau ſur le *centre* de gravité, peut être mis au nombre des plus curieuſes découvertes qu'on ait faites en Géométrie. Il avoit été aperçu il y a long-temps par Pappus : mais le P. Guldin, jéſuite, eſt le premier qui l'ait mis dans tout ſon jour, & qui en ait montré l'uſage dans un grand nombre d'exemples.

Pluſieurs autres géometres s'en ſont ſervi auſſi après Pappus & Guldin, pour meſurer les ſolides & les ſurfaces produites par une rotation autour d'un axe fixe, ſur-tout avant qu'on eût les ſecours que le calcul intégral a fournis pour cela ; & on peut l'employer encore à préſent dans certains cas où le calcul intégral ſeroit plus difficile.

M. Leibnitz a obſervé que cette méthode ſeroit encore bonne, quand même l'axe ou le *centre* changeroit continuellement durant le mouvement. (*O*).

M. Varignon

M. Varignon a donné dans le volume *de l'Académie de* 1714, un Mémoire qui a pour titre, *Réflexion ſur l'uſage que la Méchanique peut avoir en Géométrie*. Il y démontre la propriété du *centre* de gravité, dont nous avons parlé dans cet article, & pluſieurs autres propriétés encore plus générales & auſſi curieuſes. On peut ſe ſervir utilement de ces propriétés pour réſoudre avec plus de facilité certains problêmes de Méchanique. Par exemple, ſi on demande quelle figure doit avoir une courbe *G A H*, *Fig.* 56, pour qu'en tournant autour de l'axe *G H* elle produiſe une ſurface courbe plus grande que celle que produiroit en tournant autour de *G H* toute autre ligne courbe qui paſſeroit par les mêmes points *G*, *H*, & qui ſeroit de la même longueur que la courbe qu'on cherche; on trouveroit ſans aucun calcul, en ſe ſervant du théorême précédent, que la courbe *G A H* qu'on demande doit être celle que prendroit une chaîne chargée d'une infinité de petits poids, & qu'on attacheroit aux points *G* & *H*: car une chaîne qui eſt ainſi attachée, doit ſe diſpoſer de maniere que le centre de gravité des poids qui la compoſent, c'eſt-à-dire, le *centre* de gravité de la courbe même, deſcende le plus bas qu'il eſt poſſible; d'où il s'enſuit que la courbe formée par cette chaîne aura ſon *centre* de gravité plus éloigné de l'horizontale *G H* que toute autre ligne courbe de la même longueur, & paſſant par les mêmes points: par conſéquent le cercle décrit par le *centre* de gravité de la courbe formée par la chaîne, lorſque cette courbe tourne autour de *G H*, eſt plus grand que le cercle décrit par le *centre* de gravité de toute autre courbe de même longueur, & paſſant par les mêmes points *G*, *H*; donc la ſurface du ſolide produit par la premiere courbe, eſt plus grande que toute autre. On voit donc que le problême ſe réduit à trouver la courbe formée par la chaîne; courbe connue par les géometres ſous le nom de *chaînette* & dont ils ont donné la conſtruction il y a long-temps. *Voyez* CHAÎNETTE.

Le mot *centrobarique*, eſt formé des mots κέντρον, *centrum*, centre, & βάρος, *poids*, *peſanteur*. (*O*).

CÉPHÉE, (*Aſtron.*); conſtellation boréale appelée auſſi *vir regius*, *regulus*, *jaſides*, (fils de Jaſus,) *nereus*, *ſenex aquoreus*, *juvenis aquoreus*. *Céphée* étoit roi d'Éthiopie ou de l'Inde, (Pline, *liv. V*, *chap.* 13, 31) car les premiers grecs appelerent de ce nom d'Inde toutes les terres ſituées au delà de la mer méditerranée. *Céphée* étoit pere d'Andromede, & les poëtes diſent que Perſée obtint de Jupiter que *Céphée*, avec ſa femme Caſſiopée & ſa fille Andromede, fut placé parmi les aſtres. Ovid. IV, 670. (*Voyez* ANDROMEDE). Il y a des ſavans qui croient auſſi que le centaure Chiron formant les conſtellations 1350 ans avant J. C. leur donna les noms des héros de ſon ſiecle ou des princes dont ils deſcendoient; voilà peut-être en effet pourquoi l'on y trouve Calliſto, Orion, *Céphée*, Perſée, Andromede, Caſſiopée, Hercule, le vaiſſeau des Argonautes. (M. Fréret, défenſe de la Chronologie, *pag.* 20 & 501.)

Les étoiles de *Céphée* ne ſont pas très-remarquables; il y en a 34 dans le catalogne britannique. (*D. L.*)

CERATIAS, ſ. m. (*Aſtron.*) ſelon certains auteurs, eſt une comete cornue, qui paroît ſouvent barbue & quelquefois avec une queue. Ils prétendent que quelques-unes de ces cometes reſſemblent à la figure de la nouvele lune: celles qui ont des queues, les ont crochues & recourbées ou vers le haut ou vers le bas; d'autres ont des queues d'une égale largeur ou épaiſſeur, &c. *Hevelii cometographia*. *Harris*.

CERBERE, (*Aſtron.*); conſtellation boréale, introduite par Hévélius, pour renfermer quatre étoiles, qui ſont ſur la main d'Hercule, ou aux environs. Flamſtéed l'a adoptée dans ſon *catalogue britannique*, & elle eſt figurée dans ſon *Atlas céleſte*.

Le triomphe d'Hercule ſur Cerbere s'explique ſuivant M. Dopois, par le coucher du petit chien; on le peint en effet avec les attributs du ſerpent ou de l'hydre qui ſe leve au deſſus de ſa tête; Hercule approche alors de l'horizon, ce qui a fait imaginer ſa deſcente aux enfers. *Voyez mon* ASTRONOMIE, *T. IV*, *pag.* 494. (*D. L.*)

CERCLE *de réflexion*, (*Aſtron.*) eſt un inſtrument circulaire propre à obſerver les diſtances & les hauteurs en mer. *Voyez* LE DICTIONAIRE DE MARINE.

CERCLE *du haut ſolſtice*; c'eſt le nom que l'on a donné quelquefois au tropique du cancer.

CERCLE, ſub. m. (*en Géométrie*); figure plane, renfermée par une ſeule ligne qui retourne ſur elle-même, & au milieu de laquelle eſt un point ſitué de maniere que les lignes qu'on en peut tirer à la circonférence ſont toutes égales. *Voyez* CENTRE.

À proprement parler, le *cercle* eſt l'eſpace renfermé par la circonférence, quoique dans l'uſage vulgaire on entende par ce mot la circonférence ſeule. *Voyez* CIRCONFÉRENCE.

Tout *cercle* eſt ſuppoſé diviſé en 360 degrés, que l'on marque ainſi 360°; chaque degré ſe diviſe en 60 minutes ainſi marquées ′, chaque minute en 60 ſecondes marquées par ″, chaque ſeconde en 60 tiers ainſi marquées ‴. On a diviſé le *cercle* en 360 parties, à cauſe du grand nombre de diviſeurs dont le nombre 360 eſt ſuſceptible. *Voyez* DEGRÉ, MINUTE, *&c.* DIVISEUR.

On trouve l'aire d'un *cercle* en multipliant la circonférence par le quart du diametre, ou la moitié de la circonférence par la moitié du diametre. On peut avoir l'aire, à peu près, en trouvant une quatrieme proportionele à 1000, à 785, & au carré du diametre.

Les *cercles* & les figures ſemblables qu'on peut y inſcrire, ſont toujours entr'elles comme les

carrés des diametres ; ou, comme les Géometres s'expriment, les *cercles* sont entr'eux en raison doublée des diametres, & par conséquent aussi des rayons.

Le *cercle* est égal à un triangle dont la base est la circonférence, & la hauteur le rayon. Les *cercles* sont donc en raison composée de celles des circonférences & de celles des rayons.

Trouver la proportion du diametre du cercle à sa circonférence. Trouvez en coupant continuélement les arcs en deux, les côtés des polygones inscrits, jusqu'à ce que vous arriviez à un côté qui sous-entende un arc si petit que vous voudrez choisir. Ce côté étant trouvé, cherchez le côté du polygone circonscrit semblable ; multipliez ensuite chacun de ces polygones par le nombre de ses côtés, ce qui vous donnera le périmetre de chacun d'eux : la raison du diametre à la circonférence du *cercle* sera plus grande que celle du diametre à la circonférence du polygone circonscrit, mais moindre que celle du diametre au polygone inscrit.

La différence des deux étant connue, on aura aisément en nombres très-approchés, mais cependant non exacts, la raison du diametre à la circonférence.

Ainsi, Wolf la trouve la même que celle de 10,000,000,000,000,000 à 31,415,926,536,897,932. Archimede a donné pour raison approchée celle de 7 à 22 ; Ludolphe de Ceulen a porté cette recherche à une plus grande exactitude, & il trouve qu'en prenant l'unité pour diametre, la circonférence doit être plus grande que 3. 14,159,265 358,979,323,846,264,338,387,950, mais moindre que ne deviendroit ce même nombre si l'on changeoit seulement le zéro qui le termine en l'unité.

Metius nous a donné la proportion la meilleure de toutes celles qui ont paru jusqu'à présent exprimées en petits nombres. Il suppose le diametre de 113 parties, & la circonférence doit être à moins d'une unité près 355, suivant son calcul.

Circonscrire un cercle à un polygone régulier donné. Coupez deux des angles du polygone *E* & *D*, *Planch. Géom. Fig.* 23, en deux également : du point de concours F des lignes *E F*, *D F*, pris pour centre, & du rayon *E F* décrivez un *cercle* ; ce sera celui que vous cherchez.

Inscrire un polygone régulier donné dans un cercle. Divisez d'abord 360 par le nombre des côtés, pour parvenir par-là à connoître la quantité de l'angle *E F D* ; cela étant fait, appliquez la corde *E D* de cet angle à la circonférence autant de fois que vous le pourez, & vous aurez par-là inscrit le polygone dans le *cercle*.

Par trois points donnés A, B, C, *qui ne sont point en ligne droite*, Fig. 24, *décrire un cercle*.

Des points *A* & *C*, & d'un même intervalle pris à volonté, décrivez deux arcs de *cercle* qui se coupent en *D* & *E* ; & pareillement des points *C* & *B*, décrivez en deux autres qui se coupent en *G* & *H* ; tirez ensuite les droites *D E*, *G H* : le point de leur intersection *I* sera le centre du *cercle* : par-là on peut venir à bout, en prenant trois points dans la circonférence d'un *cercle* ou d'un arc donné, de trouver le centre de ce *cercle* ou de cet arc, & de continuer l'arc si ce n'est pas un *cercle* entier.

Donc si trois points d'une circonférence conviennent ou coïncident avec trois points d'une autre circonférence, les deux circonférences coïncideront en entier, & les *cercles* seront égaux.

Donc aussi tout triangle peut être inscrit dans un *cercle*. *Voyez* Triangle.

On démontre en Optique qu'un *cercle*, s'il est fort éloigné de l'œil, ne peut jamais paroître véritablement *cercle*, à moins que le rayon visuel ne lui soit perpendiculaire & ne passe par son centre. Dans tous les autres cas, le *cercle* paroît oblong ; & pour qu'il paroisse au contraire véritablement circulaire, il faut qu'il soit en effet oblong. *Voyez* Perspective.

Les *cercles parallèles* ou *concentriques* sont ceux qui sont également éloignés les uns des autres dans toutes leurs parties, ou qui sont décrits d'un même centre ; & par opposition, ceux qui sont décrits de centres différens sont dits *excentriques*, l'un par raport à l'autre. *Voyez* Concentrique, Excentrique, *&c.*

La quadrature du *cercle*, ou la maniere de faire un carré dont la surface soit parfaitement & géométriquement égale à celle d'un *cercle*, est un problême qui a occupé les mathématiciens de tous les siecles. *Voyez* Quadrature.

Plusieurs soutienent qu'elle est impossible ; elle est du moins d'une difficulté qui l'a fait passer pour telle jusqu'à présent. Archimede est celui des anciens géometres qui a approché le plus de la *quadrature du cercle*. (*Chambers.*)

Cercles des degrés supérieurs ; ce sont des courbes dans lesquelles $AP^{m} : PN^{m} :: PN : PB$, ou $AP^{m} : PN^{m} :: PN^{n} : PB^{n}$, *Planche d'Analyse, Fig.* 9.

Au reste, ce n'est que fort improprement que ces courbes ont été appelées *cercles* ; car on est convenu d'appeler *cercle*, la seule figure dont l'équation est $AP \times PB = PN^{2}$: mais on peut imaginer des *cercles* de plusieurs degrés comme des paraboles de plusieurs degrés, quoique le nom de *parabole* ne convienne rigoureusement qu'à la parabole d'Apollonius. *Voyez* Parabole.

Coroll. I. Supposons $AP = x$, $PN = y$, $AB = a$, & nous aurons $BP = a - x$, & par conséquent $x^{m} : y^{m} :: y : a - x$, ce qui nous donne une équation qui détermine les *cercles* des degrés supérieurs à l'infini ; savoir, $y^{m+1} = ax^{m} - x^{m+1}$, & on pouroit avoir d'une maniere à peu près sem-

Digitized by Google

blable cette autre équation $y^{\frac{m+n}{m}} = (a-x)^{\frac{n}{m}} x$:

Corell. II. Si $m = 1$, nous aurons $y^2 = ax - xx$, & par conſéquent il n'y aura que le *cercle* ordinaire ou celui du premier degré qui ſoit alors compris ſous l'équation.

Si $m = 2$, on aura $y^3 = ax^2 - x^3$, équation qui apartient au *cercle* du ſecond degré ou du ſecond ordre.

* COUPE-CERCLE, *inſtrument de Mathémat.* C'eſt une des pointes d'un compas : elle eſt tranchante, & diviſe circulairement le papier ou le carton ſur lequel on l'apuie. On donne le même nom en *Menuiſerie* à un vilebrequin qui eſt armé à ſon extrémité d'une couronne tranchante, au centre de laquelle il y a une pointe qui fixe le vilebrequin, & qui perce un trou tandis que la couronne emporte une piece circulaire. *Voyez* TRÉPAN.

CERES, (*Aſtron.*); nom de la conſtellation de la vierge.

CERVA, (*Aſtron.*); nom de la conſtellation de Caſſiopée.

CHAÎNE, *dans l'Arpentage*, ſignifie une meſure compoſée de pluſieurs pieces de grôs fil de fer ou de laiton recourbées par les deux bouts : chacune de ces pieces a un pied de long, y compris les petits anneaux qui les joignent enſemble.

Les *chaînes* ſe font ordinairement de la longueur de la perche du lieu où l'on veut s'en ſervir, ou bien de quatre à cinq toiſes de long, & même plus longues, ſi l'on a des grandes ſtations à meſurer, comme de huit ou dix toiſes. On les diſtingue quelquefois, par un plus grand anneau, de toiſe en toiſe : ces ſortes de *chaînes* ſont fort commodes, en ce qu'elles ne ſe nouent point comme celles qui ſont faites de petites mailles de fer. *Voyez les articles* PERCHE, VERGE, *&c.*

En 1668, on plaça un nouvel étalon ou modele de la toiſe fort juſte, au bas de l'eſcalier du grand châtelet de Paris, pour y avoir recours en cas de beſoin.

La *chaîne* ſert à prendre les dimenſions des terrains. C'eſt ce que le P. Merſenne appele l'*arvipendium* des anciens. *Voyez* ACAE.

On emploie auſſi au lieu de *chaînes* des cordes; mais elles ſont ſujetes à beaucoup d'inconvéniens, qui proviennent ſoit des différens degrés d'humidité, ſoit de la force qui les tend.

Schwenturus, dans ſa *Géométrie pratique*, nous dit qu'il a vu une corde de ſeize pieds de long, réduite en une heure de temps à quinze, par la ſeule chûte d'une gelée blanche. Pour prévenir ces inconvéniens, Wolf conſeille de tortiller en ſens contraire les petits cordons dont la corde eſt compoſée, de tremper la corde dans de l'huile bouillante, & quand elle ſera ſeche, de la faire paſſer à travers de la cire fondue, afin qu'elle s'en imbibe : une corde ainſi préparée ne ſe ralongera ni ne ſe racourcira point du tout, quand même on la garderoit un jour entier ſous l'eau.

Uſage de la chaîne dans l'arpentage. La maniere d'appliquer la *chaîne* à la meſure des longueurs eſt trop connue, pour avoir beſoin d'être décrite. Lorſqu'on enregiſtre les dimenſions priſes par la *chaîne*, il faut ſéparer la *chaîne* & les chaînons par des virgules; ainſi, une ligne longue de ſoixante-trois *chaînes* & cinquante-cinq chaînons, s'écrit en cette ſorte, 63, 55. Si le nombre des chaînons n'eſt exprimé que par un ſeul caractere, on met alors un zéro au devant : ainſi dix *chaînes*, huit chaînons, s'écrivent en cette ſorte, 10, 08.

Pour trouver l'aire d'un champ dont les dimenſions ſont données en *chaînes* & chaînons, *voyez* AIRE, TRIANGLE, CARRÉ.

Pour prendre avec la *chaîne* un angle *D A E*, *Pl. d'Arpent. Fig.* 1, vous meſurerez en partant du ſommet *A*, une petite diſtance juſqu'en *d* & en *c*; enſuite vous meſurerez la diſtance *d c*. Pour tracer cela ſur le papier, vous prendrez à volonté la ligne *A E*, & vous y raporterez, au moyen de votre échele, la diſtance meſurée ſur le côté qu'elle repréſente. *Voyez* ÉCHELE.

Enſuite prenant avec votre compas la longueur meſurée ſur l'autre côté, du ſommet *A*, comme centre, décrivez un arc *d c*; & du point *c*, comme centre, avec la diſtance meſurée *c d*, décrivez un autre arc *a b* : par le point où cet arc coupe le premier, tirez la ligne *A D* : par ce moyen l'angle eſt raporté ſur le papier; & l'on pourra, ſi l'on veut, en prendre la quantité ſur une ligne des cordes. *Voyez* CORDE & COMPAS DE PROPORTION.

Pour lever le plan, ou pour faire le deſſein d'un lieu, comme *A B C D E*, *Fig.* 2, en ſe ſervant de la *chaîne*, on en fera d'abord une eſquiſſe grôſſiere; & meſurant les différens côtés *A B*, *B C*, *C D*, *D E*, on écrira la longueur de chaque côté le long de ſon côté correſpondant dans l'eſquiſſe; enſuite ſi on leve le plan en dedans du lieu propoſé, au lieu de meſurer les angles comme ci-deſſus, on meſurera les diagonales *A D*, *B D*, & la figure ſe trouvera de la ſorte réduite en trois triangles, dont tous les côtés ſeront connus, comme dans le premier cas, & pourront être raportés ſur le papier ſuivant la méthode ci-deſſus.

Si on leve le plan en dehors du lieu propoſé, il faudra prendre en ce cas les angles de la maniere ſuivante. Pour prendre, par exemple, l'angle *B C D*, on prolongera les lignes *B C*, *C D*, à des diſtances égales en *a*, *b* (par exemple de la longueur de cinq *chaînes*), & on meſurera la diſtance *a b*; on aura par-là un triangle iſoſcele *c a b*, dans lequel l'angle *a b c* = *B C D* ſon oppoſé, eſt connu : ainſi, l'on connoîtra l'angle *B C D*, & l'on pourra le tracer comme ci-deſſus.

Trouver avec la chaîne *la diſtance entre deux*

objets inacceſſibles l'un par rapport à l'autre ; de quelque point, comme C, Fig. 3, *dont la diſtance à chaque objet* A *&* B, *ſoit acceſſible en ligne droite*. Meſurez la diſtance *CA*, que je ſuppoſe de cinquante *chaînes*, & prolongez-la juſqu'en *D*, c'eſt-à-dire, cinquante *chaînes* encore plus loin ; meſurez de même *BC*, que je ſuppoſe de trente *chaînes*, & prolongez-la juſqu'en *E*, trente *chaînes* encore plus loin : vous formerez de la ſorte le triangle *CDE*, ſemblable & égal au triangle *ABC* ; & ainſi meſurant la diſtance *DE*, vous aurez la diſtance inacceſſible cherchée.

Trouver la diſtance d'un objet inacceſſible, comme la largeur d'une riviere, par le moyen de la chaîne. Sur l'une des rives plantez bien perpendiculairement une perche haute de quatre ou cinq piedr, où il y ait dans une fente pratiquée en haut, one petite piece de fil de fer, ou d'autre matiere ſemblable, bien droite, & longue de deux ou trois pouces ; vous ferez enſuite gliſſer cette petite piece en haut ou en bas, juſqu'à ce que votre œil aperçoive ou rencontre l'autre rive, en regardant le long de ce fil de fer : vous tournerez enſuite la perche, en laiſſant toujours le fil de fer dans la même direction ; & regardant le long de ce fil, comme ci-deſſus, remarquez ſur le terrain où vous pouvez opérer, l'endroit où aboutit votre rayon viſuel : enfin meſurez la diſtance qu'il y a de votre perche à ce dernier point ; ce ſera la largeur de la riviere propoſée. *Voyez* ARPENTAGE, RAPORTEUR, *&c.* (*E*).

CHAÎNETE, *dans la Géométrie tranſcendante* ; ligne courbe dont une chaîne ou une courbe prend la figure par ſon propre poids, lorſqu'elle eſt ſuſpendue librement par ſes deux extrémités ; ſoit que ces deux extrémités ſoient de niveau dans une même ligne horizontale, ou qu'elles ſoient placées dans une ligne oblique à l'horizon.

Pour concevoir la nature de cette courbe, ſuppoſons une ligne peſante & flexible, *Pl. Méchan. Fig.* 56, dont les extrémités ſoient fixées aux points *G*, *H* ; elle ſe fléchira par ſon propre poids en une courbe, *GAH*, qu'on nomme la *chaînete* ou *catenaria*.

Le P. Reyneau, dans ſon *Analyſe démontrée*, trouve ainſi l'équation de cette courbe. Soit *A* le ſommet de la courbe, ou ſon point le plus bas ; que *BD* & *bd* ſoient paralleles à l'horizon ; *fD* perpendiculaire à *BD* ; *BD* perpendiculaire à *AB* ; & ſoient les points *B*, *b*, & les lignes *BD*, *bd*, infiniment près l'un de l'autre : les loix de la méchanique nous apprenent que trois puiſſances qui ſe font mutuélement équilibre, ſont entr'elles comme des paralleles aux lignes de leurs directions, terminées par leur concours mutuel ; par conſéquent les lignes *Df*. & *df* ſeront entr'elles comme les forces verticales & horizontales, qui tendent à mettre la particule *Dd* dans la ſituation *Dd* : or la premiere de ces forces eſt le poids de la portion *AD* de la chaîne, & elle eſt repréſentée par *AD*. L'autre force eſt une force conſtante, n'étant autre choſe que la réſiſtance du point *A* : nommant donc *AB*, *x*, *BD*, *y*, l'arc *AD* ou ſon poids, *s*, & la force conſtante *a*, on aura $dx . dy :: s . a$, & $dy = \frac{a\,dx}{s}$. Donc $\frac{dy}{dx} = \frac{a}{\int \sqrt{(dx^2 + dy^2)}}$, & $\sqrt{(dx^2 + dy^2)} = a\,d\left(\frac{dx}{dy}\right)$.

Il ſemble que cette ſolution, quoiqu'aſſez ſimple, laiſſe encore de l'obſcurité dans l'eſprit ; mais ce même problême a été réſolu de différentes manieres : les plus élégantes ſont celles que l'on trouve dans l'eſſai de M. Jean Bernoulli ſur la manœuvre des vaiſſeaux, imprimé à Bâle, 1714 ; & dans un écrit de M. Daniel Bernoulli ſon fils, *tome III des Mémoires de l'Académie de Petersbourg*.

Pour parvenir à l'équation de la *chaînete*, il faut d'abord décompoſer toutes les puiſſances qui agiſſent ſur un point quelconque, en deux autres, dont l'une ſoit parallele à l'axe, & l'autre perpendiculaire à cet axe ; ce qui eſt toujours poſſible, puiſqu'il n'y a point de puiſſance qui ne puiſſe ſe réduire à deux autres de poſition donnée ; enſuite on regardera la *chaînete* comme un polygone d'une infinité de côtés ; & ſuppoſant chaque puiſſance appliquée au point de concours des deux côtés, ou décompoſera, ce qui eſt toujours poſſible, chaque puiſſance en deux autres qui ſoient dans la direction de deux côtés contigus : de cette maniere on trouvera que chaque côté de la courbe eſt tiré à chacune de ſes extrémités en ſens contraires, par deux puiſſances qui agiſſent ſuivant la direction de ce côté. Or pour qu'il y ait équilibre, il faut que les deux puiſſances ſoient égales : égalant donc ces deux puiſſances enſemble, on aura l'équation de la *chaînete*. Voyez *un plus long détail dans les ouvrages cités*. Il nous ſuffit ici d'avoir expoſé le principe. Si une courbe eſt preſſée en chaque point par une puiſſance qui ſoit perpendiculaire à la courbe, on trouvera par ce principe que pour qu'il y ait équilibre, il faut que chaque puiſſance ſoit en raiſon inverſe du rayon de la développée de la courbe, au point où la puiſſance agit.

Pluſieurs auteurs ont trouvé qu'une voûte, pour être en équilibre, devoit avoir la même figure que la *chaînete*. En effet, imaginons cette voûte en équilibre, comme compoſée de petites ſpheres ſolides qui ſe touchent, & joignons les centres de ces ſpheres par des lignes droites ; imaginons enſuite que la direction de la peſanteur de ces ſpheres change tout-à-coup, & ſe faſſe en ſens contraire ; & que les ſpheres ſoient liées enſemble par des fils ou autrement, de maniere qu'elles ne puiſſent pas obéir à l'impulſion verticale de la peſanteur : il eſt viſible que l'équilibre ne ſera point troublé,

Digitized by Google

puiſque des puiſſances qui ſont en équilibre continuent d'y être, lorſque ſans changer ces puiſſances, on ne fait que leur donner à toutes des directions contraires. Il eſt viſible de plus que dans ce cas la voûte deviendra une *chaînette* dont les pieds droits de la voûte ſeront les points fixes, & qu'il n'y aura d'autre différence que dans le renverſement de la figure : donc la courbe de la *chaînette* eſt la même que celle de la voûte. *Voyez* VOÛTE. (*O*).

CHAISE *marine*, (*Aſtron.*); c'eſt le nom d'une machine propoſée en Angleterre vers 1760, par M. Irwin, pour ſuſpendre un obſervateur dans un vaiſſeau par le moyen de deux axes, comme la lampe de Cardan; on pouvoit, par ce moyen, obſerver en mer des éclipſes de ſatellites. Cette machine avoit été propoſée en France par Beſſon, dans ſon COSMOLABE.

CHAMBRE *obſcure* ou *chambre cloſe*, *en termes d'Optique*, eſt une *chambre* fermée avec ſoin de toutes parts, & dans laquelle les rayons des objets extérieurs étant reçus à travers un verre convexe, ces objets ſont repréſentés diſtinctement, & avec leurs couleurs naturelles, ſur une ſurface blanche placée en dedans de la *chambre*, au foyer du verre. Outre ces expériences que l'on peut faire dans un *chambre* ainſi fermée, on fait des *chambres obſcures*, ou machines portatives, dans leſquelles on reçoit l'image des objets extérieurs par le moyen d'un verre.

La premiere invention de la *chambre obſcure* eſt attribuée à Jean-Baptiſte Porta.

La *chambre obſcure* ſert à beaucoup d'uſages différens. Elle jete de grandes lumieres ſur la nature de la viſion; elle fournit un ſpectacle fort amuſant, en ce qu'elle préſente des images parfaitement ſemblables aux objets; qu'elle en imite toutes les couleurs & même les mouvemens, ce qu'aucune autre ſorte de repréſentation ne peut faire. Par le moyen de cet inſtrument, ſur-tout s'il eſt conſtruit conformément à la derniere des trois manieres de le conſtruire dont on parlera plus bas, quelqu'un qui ne ſait pas le deſſein, pourra néanmoins deſſiner les objets avec la derniere juſteſſe & la derniere exactitude; & celui qui ſait deſſiner ou même peindre, pourra encore par ce même moyen ſe perfectioner dans ſon art.

La théorie de la *chambre obſcure* eſt contenue dans les propoſitions ſuivantes tirées de l'*Optique* de Wolf.

Si un objet *A B*, *Pl. d'Optiq. Fig.* 16, envoie des rayons à travers la petite ouverture *C*, ſur une muraille blanche oppoſée à cet objet, & que la place où les rayons vont aboutir, derriere l'ouverture *C*, ſoit ſombre; l'image de l'objet ſe peindra en *a b* ſur la muraille de haut en bas.

Car l'ouverture *G* étant fort petite, les rayons qui viennent du point *B*, tomberont ſur *b*; ceux qui viennent des points *A* & *D*, tomberont ſur *a* & *d*; c'eſt pourquoi, comme les rayons qui partent des différens points de l'objet, ne ſont point confondus lorſque la muraille les réfléchit, ils porteront avec eux les traits de l'objet qu'ils repréſenteront ſur la muraille. Mais comme les rayons *A C* & *B C* ſe coupent l'un l'autre à l'ouverture, & que les rayons qui partent des points d'en-bas vont aboutir en haut, il faudra néceſſairement que l'objet ſoit repréſenté dans une figure renverſée.

Ainſi, comme les angles en *D* & en *d* ſont droits, & que les angles en *C* ſont égaux; *B* & *b*, *A* & *a* ſeront auſſi égaux; conſéquemment ſi la muraille ſur laquelle l'objet eſt repréſenté eſt parallele à l'objet, *a b* : *A B* : : *d C* : *C D*, c'eſt-à-dire, que la hauteur de l'image ſera à la hauteur de l'objet, comme la diſtance de l'image à l'ouverture eſt à la diſtance de l'objet à cette même ouverture. Il eſt évident par cette démonſtration qu'on peut faire une *chambre obſcure*, en ſe contentant de faire en *C* un trou fort petit, ſans y mettre de verre. Mais l'image ſera beaucoup plus diſtincte, ſi on place un verre convexe en *C*; car lorſqu'il n'y a en *C* qu'un ſimple trou, les points *A*, *B*, *D*, *&c.* de l'objet ne peuvent ſe repréſenter en *a*, *b*, *d*, que par de ſimples rayons *A b*, *D d*, *B a*; au lieu que ſi on place un verre en *C*, tous les rayons qui viennent du point *A* par ex. & qui tombent ſur ce verre, ſont réunis au foyer, de ſorte que le point *a* eſt beaucoup plus vif & plus diſtinct; & la réunion ſera d'autant plus exacte & plus parfaite au foyer, que le verre ſera portion d'une plus grande ſphere; ainſi, moins le verre ſera convexe, plus l'image ſera diſtincte. Il eſt vrai auſſi que le foyer ſera d'autant plus éloigné, que le verre ſera moins convexe, ce qui fait un inconvénient. C'eſt pourquoi il faut prendre le verre d'une convexité moyene.

Conſtruction d'une chambre obſcure, *dans laquelle les objets de dehors ſeront repréſentés diſtinctement & avec leurs couleurs naturelles, ou de haut en bas, ou dans leur vraie ſituation.* 1°. Bouchez tous les jours d'une *chambre* dont les fenêtres donnent des vues ſur un certain nombre d'objets variés, & laiſſez ſeulement une petite ouverture à une des fenêtres. 2°. Adaptez à cette ouverture un verre lenticulaire, plan, convexe, ou convexe des deux côtés, qui forme une portion de ſurface d'une aſſez grande ſphere. 3°. Tendez à quelque diſtance, laquelle ſera déterminée par l'expérience même, un papier blanc ou quelques étoffes blanches, à moins que la muraille même ne ſoit blanche; au moyen de quoi vous verrez les objets peints ſur la muraille de haut en bas. 4°. Si vous les voulez voir repréſentés dans leur ſituation naturele, vous n'avez qu'à placer un verre lenticulaire entre le centre & le foyer du premier, ou recevoir les images des objets ſur un miroir plan incliné à l'horizon ſous un angle de 45 degrés, ou enfermer deux verres lenticulaires,

Digitized by Google

au lieu d'un dans un tuyau de lunete. Si l'ouverture eſt très-petite, les objets pouront ſe peindre, même ſans qu'il ſoit beſoin de verre lenticulaire.

Pour que les images des objets ſoient bien viſibles & bien diſtinctes, il faut que le ſoleil donne ſur les objets : on les verra encore beaucoup mieux, ſi l'on a ſoin de ſe tenir auparavant un quart d'heure dans l'obſcurité. Il faut auſſi avoir grand ſoin qu'il n'entre de la lumiere par aucune fente, & que la muraille ne ſoit point trop éclairée.

Conſtruction d'une chambre obſcure portative. 1°. Ayez une caſſete ou boîte de bois ſec, *Planch. d'Opt. Fig.* 17, de la figure d'un parallélépipede, large d'environ dix pouces, & longue de deux pieds ou davantage, à proportion du diametre que vous voudrez donner au verre lenticulaire. 2°. Dans le plan C A O ajuſtez un tuyau à lunete E F, avec deux verres lenticulaires ; ou bien mettez l'image à une petite diſtance du tuyau avec trois verres lenticulaires convexes des deux côtés, dont les deux de dehors on de devant auront de diametre $\frac{4}{100}$ de pied, & celui de dedans $\frac{4}{100}$. En dedans de la boîte, à une diſtance raiſonable du tuyau, mettez un papier hoilé G H dans une ſituation perpendiculaire, en ſorte qu'on puiſſe voir à travers, les images qui viendront s'y peindre. Enfin en I faites un trou rond par où une perſone puiſſe regarder commodément.

Alors ſi le tuyau eſt tourné vers l'objet, les verres étant arrêtés à une diſtance convenable, qui ſera déterminée par l'expérience, l'objet ſera peint ſur le papier G H dans ſa ſituation naturelle.

On peut encore faire une *chambre obſcure portative* de cette maniere. 1°. Au milieu d'une caſſete ou boîte de même forme, *Planch. d'Optiq. Fig.* 18, mettez une petite tourete ronde ou carrée H I, ouverte du côté de l'objet A B 2°. Derriere l'ouverture placez un petit miroir a b I à une inclinaiſon de 45 degrés, pour réfléchir les rayons A a & B b, ſur le verre convexe des deux côtés G, enfermé dans le tuyau G L. 3°. À la diſtance de ſon foyer mettez une planche couverte d'un papier blanc E F, pour recevoir l'image a b : enfin faites en N M une ouverture oblongue pour regarder dans la boîte. (O).

CHAMÉLÉON. *Voyez* CAMÉLÉON.

CHAMMA ; nom que les aſtronomes arabes donnent au ſoleil.

CHAMP *d'une lunete*, eſt l'étendue des objets qu'on y peut voir à la fois ; le *champ* eſt déterminé par la largeur de l'oculaire ou du diaphragme, que l'on met au foyer de l'objectif ; car la longueur du foyer eſt au diametre de cet anneau comme le rayon eſt au ſinus de l'angle qui meſure le champ de la lunete ; on le détermine par obſervation en comptant le nombre de minutes & de ſecondes qu'un aſtre met à le traverſer. (*D. L.*)

* On voit donc que le *champ* d'une lunete eſt l'eſpace que cette lunete embraſſe, c'eſt-à-dire, ce que l'on voit en regardant dans la lunete. C'eſt une perfection dans une lunete d'embraſſer beaucoup de *champ* ; mais cette perfection unit ſouvent à une autre, c'eſt la néteté des objets : car les rayons qui tombent ſur les bords du verre objectif, & d'où dépend le *champ* de la lunete, ſont rompus plus inégalement que les autres, ce qui produit des couleurs & de la confuſion. On remédie à cet inconvénient par un diaphragme placé au dedans de la lunete, qui en interceptant ces rayons, diminue le *champ* ; mais rend la viſion plus diſtincte. (O).

CHANCE, (*jeux d'hazard*) eſt encore employé dans pluſieurs jeux de cette eſpece, mais particuliérement dans la taupe & tingue. *Voyez l'article* TAUPE & TINGUE.

CHANGEANTES, (*Aſtron.*). On déſigne ſous ce nom certaines étoiles qui ſont ſujetes à des diminutions & à des augmentations alternatives de lumieres. Il y a pluſieurs étoiles dans leſquelles on ſoupçone de ſemblables variations ; mais il n'y en a que deux où elles aient été diſcutées & obſervées avec aſſez de ſoin, pour qu'on puiſſe les prédire : l'une eſt la *changeante* de la baleine ; l'autre eſt la *changeante* du cygne.

La *changeante* de la baleine, appelée *o* dans Bayer, fut aperçue le 13 août 1596, par David Fabricius. Boulliaud, dans un traité imprimé à Paris en 1667, dit que cette étoile revient à ſa plus grande clarté au bout de 333 jours; mais Caſſini en compte 334, *Élém. d'Aſtron. pag.* 68. Elle paroît de la ſeconde grandeur plus belle que *α* & *β* de la baleine pendant l'eſpace de 15 jours, & diminue enſuite juſqu'à diſparoître quelquefois totalement. Hévélius raporte qu'elle fut quatre années entieres ſans paroître ; ſavoir, depuis le mois d'octobre 1672, juſqu'au mois de décembre 1676. Elle n'emploie pas toujours un temps égal, depuis le commencement de ſon apparition juſqu'à ſa diſparition ; mais tantôt elle augmente plus vîte qu'elle ne diminue & tantôt elle s'accroît plus lentement. Caſſini la trouva dans ſon plus grand éclat au commencement d'août 1703, & elle paroiſſoit alors de troiſieme grandeur comme Fabricius l'avoit jugée le 1 août 1596. Elle avoit eu, dans cet eſpace de 39080 jours, 117 révolutions, ce qui donne la période moyene de ſes variations de 334 jours ; mais il peut y avoir dans ces déterminations deux ou trois jours d'incertitude. *Voyez* Caſſini *Élément d'Aſtron.*, *page* 68. Maraldi, *Mém. de l'Académie* 1719. *Philoſ. tranſactions n°.* 134 & 346. M. Herſchel l'a trouvée dans ſon plus grand éclat les 10 ou 15 novembre 1779 ; elle étoit inviſible le 7 février 1780. *Philoſ. tranſact.* 1780. On a obſervé dans le cygne trois étoiles *changeantes* : la plus remarquable des trois eſt celle qui eſt appelée *χ* dans

Digitized by Google

Bayer, & dont on obſerve encore les phaſes. Kirch fut le premier qui remarqua en 1686 ces variations de lumiere; le 11 juillet il n'avoit pu apercevoir cette étoile, mais le 19 octobre, elle lui parut de cinquieme grandeur. Au mois de février 1687, elle avoit encore diſparu, on ne la voyoit pas même avec une lunete. Dans la ſuite Maraldi & Caſſini ayant obſervé pluſieurs fois ſes variations, trouverent la période de 405 jours. *M. Acad.* 1719. M. le Gentil a trouvé, par de nouveles obſervations 405 jours & $\frac{5}{10}$: voici les temps de ſon plus grand éclat tels qu'il les a annoncés. Le 24 mai 1784, 4 juillet 1785, 23 août 1786, 22 ſeptembre 1787, 1 novembre 1788, 10 décembre 1789; 30 janvier 1791, 10 mars 1792, 19 avril 1793, *&c.* La table de M. le Gentil continue juſqu'à la fin du ſiecle, *Mém. Acad.* 1759, *pag.* 247. On doit obſerver que ces retours ſont auſſi ſujets à des inégalités phyſiques; car cette étoile fut preſqu'inviſible pendant les années 1699, 1700, 1701, même dans le temps où par les obſervations des années précédentes & ſulvantes, elle devoit être dans ſa plus grande clarté. Caſſini, *page* 72.

Nous devons encore dire quelques mots de deux autres *changeantes* du cygne, l'une eſt ſituée proche l'étoile 7, qui eſt dans la poitrine; elle fut découverte par Kepler en 1600; on ne la trouve point dans le catalogue de Tycho, quoiqu'il ait marqué pluſieurs étoiles qui ſont près de cette *changeante*, & qui paroiſſent même plus petites: Bayer & Janſon l'ont regardée comme nouvele. Pendant 19 ans qu'elle fut obſervée par Kepler, elle parut toujours de la même grandeur, n'étant pas tout-à-fait ſi grande que 7 à la poitrine du cygne, mais plus grande que celle qui eſt dans le bec. Elle paroiſſoit encore au témoignage de Lleetl en 1621; mais elle diſparut enſuite. Caſſini l'obſerva de nouveau en 1655; elle augmenta pendant cinq années juſqu'à égaler les étoiles de la troiſieme grandeur: en 1677, 1682 & 1715, elle n'étoit encore que comme une étoile de la ſixieme grandeur. Caſſini, *Élémens d'Aſtron. pag.* 69. Maraldi, *Mém. Acad.* 1719. On trouve diverſes obſervations d'Hévélius ſur les *changeantes* de la baleine & du cygne dans les *tranſactions Philoſophiques*, *n°.* 134.

La troiſieme étoile *changeante* du cygne ne paroît plus actuelement; elle fut découverte le 20 juin 1670, par le P. Anthelme, chartreux, près de la tête du cygne, du côté de la fleche; elle étoit alors de troiſieme grandeur; mais, le 10 août, elle n'étoit plus que de cinquieme grandeur, & elle ſe perdit bientôt entiérement: ſa longitude étoit à 1^d 55′ du verſeau, elle avoit 47^d 28′ de latitude boréale; elle paſſoit par le méridien 27″ avant la luiſante de l'aigle; ſon aſcenſion droite étoit de 293^d 33′, & ſa déclinaiſon 26^d 33′. Le P. Anthelme la revit le 17 Mars 1671, & la jugea de quatrieme grandeur. Caſſini y remarqua cette année-là pluſieurs variations. Elle fut deux fois dans ſon plus grand éclat; d'abord le 4 avril, enſuite au commencement de mai; ce qu'on n'a vu ariver à aucune autre étoile. Par la comparaiſon des obſervations de ces deux années, il paroiſſoit d'abord qu'elle employoit environ 10 mois à revenir à la même phaſe; de ſorte qu'on auroit dû la voir au mois de février 1672; cependant on ne put l'apercevoir au raport d'Hévélius, que le 29 mars: elle n'étoit encore que de ſixieme grandeur & elle n'a pas reparu depuis 1672. Caſſini, *Élém. d'Aſtron.*, *pag.* 71. *Voyez* mon *Aſtronomie liv. III*, *page* 317, où il y a encore pluſieurs exemples de variations obſervées ou ſoupçonées dans différentes étoiles, & où je raporte l'hypotheſe de Mauperuis ſur la cauſe de ces variations. On auroit trouvé probablement beaucoup d'étoiles *changeantes*, ſi l'on eût obſervé ſouvent & avec ſoin les plus petites étoiles.

Cette année même 1783, on a déconvert les *diminutions* de lumiere de l'étoile *Algol* à la tête de Méduſe, *β* de Perſée; elle eſt ordinairement de ſeconde grandeur & devient de quatrieme toutes les 69 heures, & cela dure quelques heures. Montanari avoit remarqué ces variations dans le dernier ſiecle, Maraldi les avoit auſſi obſervées à Paris, comme on le voit dans l'hiſtoire de l'Académie à l'année 1695; il ne put à la vérité obſerver auenne variation en 1692 & 1693, mais en 1694 l'étoile augmenta & diminua, elle parut de ſeconde & quatrieme grandeur, peut-être que dans les années précédentes Maraldi n'y avoit pas regardé dans les jours & les heures où elle devoit avoir ſon moindre degré de lumiere. Suivant une lettre de M. Herſchel, la période de lumiere de l'étoile *Algol* paroiſſoit de 25 jours 20 heures 47 minutes; la premiere fois qu'il l'a vue dans ſa plus petite lumiere, c'étoit le 3 mai 1783 à huit heures 57 minutes, juſqu'à 10 heures 10 minutes, à Windſor; ſa lumiere ne ſurpaſſoit que très-peu celle de *ρ* de Perſée qui n'en eſt qu'à deux degrés & qui eſt marquée de 4e grandeur. Le 20 mai depuis 14 heures 17 minutes juſqu'à 14 heures 30 minutes, elle lui parut encore de la grandeur de *ρ* de Perſée, cependant elle m'a ſemblé un peu plus groſſe dans les jours où j'ai obſervé ſon moindre éclat. La durée de cette période eſt de deux jours 20 heures 48 $\frac{1}{4}$ minutes. Ces variations de lumiere ont été remarquées ſur-tout par M. Goodricke, Gentilhomme d'Yorck, à la fin de l'année 1782. On les explique ou par de grandes parties obſcures, comme Riccioli, ou par une figure très-aplatie, comme Maupertuis, ou par l'interpoſition d'une groſſe planete: c'eſt le ſentiment de M. Goodricke. Nous parlerons de divers autres changemens au *mot* Étoile. (*D. L.*)

CHANGEMENT D'ORDRE, *en Arithmétique & en Algebre*, eſt la même choſe que *permutation*. *Voyez* Permutation.

On demande, par exemple, combien de *changemens d'ordre* peuvent avoir ſix perſones aſſiſes

à une table : on trouvera 720. *Voyez* ALTERNATION & COMBINAISON. (*O*).

CHAPE, ſ. f. (*Méch.*) Nom qu'on donne en général à des trous percés dans le bois, dans le fer, ou toute autre matiere, & deſtinés à recevoir les extrémités de l'eſſieu d'une poulie, d'une balance, d'un tour, *&c.*

On affecte particuliérement ce nom à ces bandes de fer recourbées en demi cercle, entre leſquelles ſont ſuſpendues & tournent des poulies ſur un pivot ou une goupille qui les traverſe & leur ſert d'axe, & va ſe placer & ſouler dans deux trous pratiqués, l'un à l'une des ailes de la *chape*, & l'autre à l'autre aile. Tout cet aſſemblage de la *chape* & de la poulie eſt ſuſpendu par un crochet, ſoit à une bâre de fer, ſoit à tout autre apui ſolide. On voit de ces poulies encaſtrées dans des *chapes* au deſſus des puits. *Voyez* POULIE.

CHAPEAU, ſ. m. (*Méch.*) On appele ainſi, dans certains bâtis de charpente, un aſſemblage de trois pieces de bois, dont deux poſées verticalement & emmortaiſées avec une troiſieme ſur ſes extrémités, tiennent cette troiſieme horizontale.

Dans l'*hydraulique pratique*, le *chapeau* eſt une piece de bois atachée avec les chevilles de fer ſur les courones d'une file de pieux, ſoit dans un batardeau, ſoit dans une chauſſée.

CHAPELET, ſ. m. (*Hydrod.*) Machine hydraulique, compoſée d'une ſuite de *godets* ou de *clapets* atachés à une corde ou chaîne ſans fin, qui trempent alternativement dans l'eau d'un puiſard, & qui ſe rempliſſent ou ſe chargent avant que d'entrer dans un tuyau, d'où ils ſortent par l'autre bout, & ſe vident dans un baſſin ou creux quelconque deſtiné à recevoir l'eau.

Comme il eſt néceſſaire que les *clapets* ou *godets* entrent un peu juſte dans le tuyau montant, il y a quelquefois un frotement aſſez conſidérable dans cette machine.

La chaîne ſans fin doit être écartée dans ſon chemin, & pour entrer verticalement dans le tuyau montant, & pour que les *godets* ou *clapets* vident l'eau dans le réſervoir de décharge; ainſi, il faut qu'elle tourne & s'acroche ſur deux hériſſons ou rouets à crocs, placés à ſes extrémités. De plus, ſon mouvement doit être un peu prompt, pour ne pas donner à l'eau de temps de redeſcendre par le tuyau montant. *Voyez* une plus ample deſcription & l'uſage de ces machines dans l'*architecture hydraulique* de Belidor, & dans la *Phyſique* de Deſaguliers.

CHARA. (*Aſtron.*) *Voyez* CHIENS DE CHASSE.

CHARGE *d'eau*, (*Hydrod.*) : hauteur verticale de l'eau au deſſus d'un orifice, ou d'un point quelconque.

CHARGÉ (*Jeu*) ſe dit des dés dont on a rendu une des faces plus peſante que les autres; c'eſt une friponerie dont le but eſt d'amener le point foible ou fort à diſcrétion. On *charge* le dé en rempliſſant les points mêmes de quelque matiere plus lourde en pareil volume que la quantité d'ivoire qu'on en a ôtée pour les marquer. On les *charge* d'une maniere plus fine; c'eſt en tranſpoſant le centre de gravité hors du centre de maſſe; ce qui ſe peut, ce qui eſt même très-ſouvent contre l'intention du tablétier & des joueurs, lorſque la matiere des dés n'eſt pas d'une conſiſtance uniforme. Alors il eſt naturel que les dés s'arrêtent plus ſouvent ſur la face dont le centre de gravité eſt le moins éloigné. *Exemple* : Si un dé a été coupé dans une dent, de maniere qu'une de ſes faces ſoit faite de l'ivoire qui touchoit immédiatement à la concavité de la dent, & que la face oppoſée ait par conſéquent été priſe dans l'extrémité ſolide de la dent; il eſt clair que cet endroit ſera plus compact que l'endroit oppoſé, & que le dé ſera *chargé* tout naturélement; on peut donc ſans fourberies étudier les dés au trictrac, & à tout autre jeu de dés. La petite différence qui ſe trouve entre l'égalité de peſanteur en tout ſens, ou, pour parler plus exactement, entre le ſens de peſanteur & celui de maſſe, ſe fait ſentir à la longue, & donne un avantage certain à celui qui l'a connoît: or le plus petit avantage certain pour un des joueurs à l'excluſion des autres, dans un jeu de hazard, eſt preſque le ſeul qui reſte quand le jeu dure long-temps.

CHARIER, (*Hydrod.*) *entraîner avec ſoi* : les eaux tant de riviere que de fontaine *charient* naturélement du ſâble, du gravier. (*K*).

CHARIOT, (*Méch.*) *Voyez* TRAÎNEAU.

CHARIOT. (*Aſtronomie.*) Le *chariot* eſt une conſtellation qu'on appele auſſi *la grande ourſe*; elle a en effet quelque reſſemblance avec un chariot. *Voyez* GRANDE OURSE. (*O*).

CHARIVARI, ſ. m. (*jeu*) ſe dit à l'ombre à trois, d'un hazard qui conſiſte à porter les quatre dames. On reçoit pour ce jeu de chacun une fiche, ſi l'on gâgne; on la paie à chaque joueur, ſi l'on perd.

CHARNIERE, ſ. f. (*Méch.*); piece ſur laquelle tournent au moyen d'une virole ou d'un axe, les deux parties d'une boîte, les deux jambes d'un compas, *&c.*

CHASSE, ſ. f. (*Méch.*) On appele *chaſſe* d'une balance la partie perpendiculaire au fleau, & par laquelle on ſoutient la balance quand on veut s'en ſervir. *Voyez* BALANCE & FLÉAU.

Les lunetiers appelent auſſi *chaſſe* la monture d'une lunete dans laquelle les verres ſont embraſſés; cette chaſſe eſt de corne, d'écaille, d'acier bien élaſtique, *&c.*

Ce même mot ſe prend auſſi dans la Méchanique pour ſignifier l'eſpace libre qu'il faut acorder à une machine entiere, ou à quelqu'une de ſes parties, pour en augmenter ou du moins en faciliter l'action. Trop ou trop peu de *chaſſe* nuit à l'action: c'eſt à l'expérience à déterminer la juſte quantité. Voici un exemple ſimple de ce qu'on entend par *chaſſe*. La *chaſſe*, dans la ſcie à ſcier du marbre, eſt la quantité préciſe dont cette ſcie

doit

doit être plus longue que le marbre à ſcier, pour que toute l'action du ſcieur ſoit employée ſans lui donner un poids de ſcie ſuperflu qu'il tireroit, & qui ne ſeroit point appliqué ſi la *chaſſe* étoit trop longue : il eſt évident que dans ce cas, la longueur des bras de l'ouvrier permettra plus de *chaſſe*. La *chaſſe* ordinaire eſt depuis un pied juſqu'à dix-huit pouces.

CHASSE, ſ. f. (*Jeu*); c'eſt au jeu de paume la diſtance qu'il y a entre le mur du côté où l'on ſert, & l'endroit où tombe la balle du ſecond bond. Cette diſtance ſe meſure par les carreaux : quand la *chaſſe* eſt petite, on dit *une chaſſe à deux, à trois carreaux & demi*, &c. C'eſt au garçon à examiner, annoncer & marquer fidélement les *chaſſes*. Ce garçon en eſt appelé *le marqueur*. *Voyez l'article* PAUME.

CHASSIS, ſ. m. ſe dit généralement de tout aſſemblage de fer ou de bois aſſez ordinairement carré, deſtiné à environer un corps & à le contenir. Le *chaſſis* prend ſouvent un autre nom, ſelon le corps qu'il contient, ſelon la machine dont il fait partie, relativement à une infinité d'autres circonſtances. Il y a peu d'arts & même aſſez peu de machines conſidérables, où il ne ſe rencontre des *chaſſis* ou des parties qui en font la fonction ſous un autre nom.

CHASSIS, (*Hydr.*) eſt un aſſemblage de bois ou de fer qui ſe place au bas d'une pompe, pour pouvoir par le moyen de deux couliſſes pratiquées dans un dormant de bois, la lever au beſoin, & viſiter les corps de pompe. (*K*).

CHATEB; nom de la planete de Mercure.

CHATIERE, ſ. f. (*Hydrod.*) differe de la pierrée, en ce qu'elle eſt moins grande, & bâtie ſeulement de pierres ſeches poſées de champ des deux côtés, & recouverte de pierres plates appelées *couverturrs*, en ſorte qu'elles forment un eſpace vide d'environ 9 à 10 pouces en carré, pour faire écouler l'eau ſuperflue d'un baſſin, ou d'une très-petite ſource. Ces *chatieres* bâties ainſi légérement ſont fort ſujetes à s'engorger. (*K*).

CHEF *de l'épicycle* ou *apogée de l'épicycle*, eſt la partie la plus éloignée de la terre.

CHELUB; nom de la conſtellation de Perſée.

CHEMIN *de S. Jacques*. *Voyez* VOIE LACTÉE.

CHENAL, ſ. m. (*Hydrod.*); c'eſt un courant d'eau en forme de canal, bordé le plus ſouvent des deux côtés de terres coupées en talus, & quelquefois revêtu de murs. Le *chenal* ſert à faire entrer un bâtiment de mer ou de riviere dans le baſſin d'une écluſe. (*K*).

CHÊNE DE CHARLES II, (*Aſtron.*); conſtellation méridionale, introduite par Halley, en mémoire du *chêne royal*, ſur lequel ſe retira Charles II, lorſqu'il eût été défait à Worceſter, le 3 ſeptembre 1651 : voici ce qu'en raconte le célebre M. Humes, dans ſon *Hiſtoire de la maiſon des Stuards*.

Le roi s'étant échapé de Worceſter à ſix heures du ſoir, fit environ vingt-ſix milles ſans s'arrêter, acompagné de cinquante ou de ſoixante de ſes plus fideles amis : enſuite l'intérêt de ſa ſûreté perſonele lui fit prendre le parti de quiter ſes compagnons, ſans leur avoir communiqué ſes deſſeins; & ſe livrant à la conduite du comte de Derby, il ſe rendit ſur les confins de Staffordſhire à Boſcobel, métairie écartée, dont un nommé *Penderrll* étoit le fermier. Charles ne fit pas de difficulté de s'ouvrir à lui; cet homme avoit des ſentimens fort au deſſus de ſa condition, quoique la peine de mort fût prononcée contre ceux qui donneroient une retraite au roi, & qu'on eût promis une grôſſe récompenſe à ceux qui le trahiroient, il promit & ſut garder une fidélité inviolable. Ses freres, au nombre de quatre, & gens d'honeur comme lui, préterent leur aſſiſtance : ils firent prendre à Charles des habits tels que les leurs, ils le menerent dans un bois voiſin, & lui mettant une hache entre les mains, ils feignirent de l'employer à faire leur proviſion de fagots; pendant quelques nuits le roi n'eut d'autre lit que de la paille, & ſa nouriture fut celle qui ſe trouva dans la ferme. Pour ſe cacher mieux, il monta ſur un grand *chêne*, dont les feuilles & les branches lui ſervirent d'aſyle pendant vingt-quatre heures; il vit paſſer ſous ſes pieds pluſieurs ſoldats, tous employés à chercher le roi, & qui la plupart témoignoient une extrême envie de s'en ſaiſir. Cet arbre reçut enſuite le nom de *chêne royal*, & fut regardé long-temps par tous les habitans du pays avec une extrême vénération.

On trouve auſſi dans le *Journal des ſavans*, du 23 novembre 1676, l'extrait d'un livre anglois, intitulé : *Boſcobel*, du nom d'une des deux maiſons qui ſervirent de retraite à Charles II; ce livre a été tradnit en françois, on y trouve la figure des deux maiſons & celle de ce fameux *chêne*, qu'on regardoit comme un prodige, & qui étoit ſi grôs & ſi touffu, que vingt hommes auroient pu s'y cacher.

L'abbé de la Caille ſe plaignoit de ce que Halley avoit pris des étoiles de la conſtellation du navire pour former la conſtellation de ſon protecteur, (*Voyez le Journal du voyage* de la Caille 1763, *in*-12); mais le monarque & l'aſtronome méritoient que cette conſtellation fût conſervée, & j'ai repréſenté ſur mon globe céleſte, gravé en 1773, ce même *chêne*, ſitué contre le vaiſſeau, & paſſant ſur toutes les étoiles que Halley lui avoit aſſignées, elles ſont au nombre de vingt-quatre dans le catalogue des étoiles auſtrales de Halley; la principale eſt une étoile de ſeconde grandeur, qui avoit au commencement de 1678, 6ʰ 27ᵈ 25′ de longitude, & 72ᵈ 15 de latitude auſtrale : cette conſtellation s'étend depuis 6ʰ 13ᵈ juſqu'à 7ʰ 6ᵈ de longitude, & depuis 52ᵈ juſqu'à 72ᵈ de latitude; cet intervalle renferme un grand nombre d'autres étoiles du navire, dans le catalogue du *Cœlum auſtrale* de la Caille. (*D. L.*)

CHENIB *ou* GENIB; nom de la belle étoile de Perſée.

CHERCHE, ſ. f. (*Méch.*) On donne ce nom 1°. aux différentes courbes ſelon leſquelles on pratique le renflement léger qui fait tant à l'élégance des colonnes. *Voyez* CONCHOIDE DE NICOMEDE. C'eſt en effet cette courbe qu'on ſuit pour les Ioniques & les Corinthiennes renflées à la maniere de Vignole. 2°. Ao trait d'un arc ſurbaiſſé ou rampant, déterminé par pluſieurs points ou interſections de cercles, ou d'autres courbes, ou de droites & de courbes. On dit auſſi dans ce cas, *cerce*, de même que *cherche*. La *cherche* eſt *ſurbaiſſée*, qoand elle a moins d'élévation qoe la moitié de ſa baſe; & *ſurhauſſée*, qoand le raport de la hacteur à la baſe eſt plus grand que celoi de 2 à 1. 3°. Ao dévelopement de pluſieurs circonférences fait ſelon quelque ligne verticale; pour cet effet, il faqt concevoir un fil élaſtique courbé circulairement, de maniere que toutes les circonférences ou tours tombent les ons ſur les autres; ſi l'on fixe à terre la premiere circonférence, & qu'en prenant le bont do fil élaſtique on le tire en haoi, on aora le dévelopement appelé *cherche*, & l'on donnera à ce dévelopement l'épithete de *ralongé*, & aotres, ſelon le raport qo'il y aora entre la circonférence la plus baſſe & celles qui s'éléveront en ſpirale ao deſſus de cette circonférence. 4°. Ao profil d'un contour courbe, découpé ſur une planche même, pour diriger le relief ou le creox d'one pierre, en indiqoant au tailleur les parties qu'il doit enlever. Si la pierre doit être concave, la *cherche* eſt convexe; ſi ao contraire la *cherche* eſt concave, c'eſt que la pierre doit être convexe.

CHERCHÉE, adj. *quantité cherchée*, (*Algeb. ou Géom.*) Les Géometres ou les Algébriſtes appelent ainſi la qoantité qo'il s'agit de découvrir quand on propoſe on problême. Si l'on demandoit, par exemple, qoe l'on déterminât le nombre, lequel multiplié par 12 produiſe 48, on trouveroit qne le nombre 4 eſt la *quantité cherchée*. (*Chambers*).

* On diſtingue dans chaque problême les quantités connues, & la quantité ou les *quantités cherchées*. Ainſi, dans le problême précédent, 12 & 48 ſont les quantités connues. *Voyez* PROBLÊME, ÉQUATION, *&c.* L'art des équations conſiſte à comparer & à combiner enſemble les qoantités connues & les *quantités cherchées*, comme ſi les unes & les autres étoient connues; & à découvrir par le moyen de cette combinaiſon les *quantités cherchées*, c'eſt-à-dire, à parvenir à une équation où la *quantité cherchée* ſoit exprimée ſous une forme qui ne renferme que les quantités connues. *Voyez* ARITHMÉTIQUE UNIVERSELLE. (*O*).

CHESIL; nom hébreu d'une conſtellation, qoe les uns appliquent à Orion, les autres au ſcorpion ou aux Ourſes. *Voyez mon* ASTRONOMIE, art. 618. (*D. L.*)

CHERCHEUR, (*Aſtron.*); petite lunete que l'on adapte aux téleſcopes ou aux fortes lonetes acromatiques dont le champ eſt petit, & cela pour trouver plus facilement les aſtres; on en voit on en *E E*, *Fig.* 224 *des Planches d'Aſtronomie*. Le *chercheur* a un très-grand champ, & l'on y met l'aſtre fort aiſément, on le fait venir ſur les fils qui ſe croiſent au foyer du *chercheur*; &, ſi ſon axe eſt exactement parallele à celui du téleſcope, l'aſtre ſe voit au milieu du champ du téleſcope. (*D. L.*)

CHEVAL, (*Aſtron.*); nom qoe l'on donne à la conſtellation de pégaſe.

CHEVAL *ou* PETIT CHEVAL; conſtellation boréale ſituée entre le dauphin & la tête de pégaſe; on l'appele auſſi *equuleus*, *equus minor*, *hinnulus*, *equi caput*, *ſectio equina*, *ſectio equi minoris*, *cyllarus*, (ou cheval) *ſemiperfectus*. On appele cette conſtellation le *petit cheval*, pour la diſtinguer de pégaſe qui eſt le *grand cheval*: on n'en voit ſur les cartes céleſtes que la moitié, comme ſi le reſte du corps étoit caché dans les nuages, ainſi que le taureao dont on ne peint ſouvent que la moitié. Suivant la Mythologie, ce *cheval* eſt celui que Mercure avoit donné à Caſtor & qui ſe nommoit Cillarus, *Virg. géorg. III*, 90, ou celui dont Saturne prit la forme lorſqu'il fut ſurpris avec Philyra fille de l'océan; mais comme tous les dieux & tous les héros de l'antiquité ont fait uſage du *cheval*, on a donné à cette conſtellation une multitude d'origines différentes ſur leſquelles on ne ſauroit rien ſtatuer. *Voyez Cæſius*, *cælum Aſtronomico-poeticum*.

Cette conſtellation ne contient que dix étoiles, dont la plus belle α eſt marqoée de troiſieme grandeor dans Flamſtéed, & de qoatrieme grandeor dans le catalogue de la Caille. Sa longitude an commencement de 1750, étoit de 10^s 19^d 37′ 54″, & ſa latitude de 20^d 8′ 56′ boréale. (*D. L.*)

CHEVALET *du peintre*, (*Aſtron.*); conſtellation méridionale, qoi contient 25 étoiles dans le *Cælum auſtrale* de M. de la Caille, où elle eſt appelée *apparatus ſculptoris*, la plus belle α n'eſt qne de cinquieme grandeor; ſon aſcenſion droite pour 1750 eſt 21° 38′ 58″ avec 30° 43′ 3″ de déclinaiſon méridionale, en ſorte qu'elle paſſe plus de dix degrés au deſſus de l'horizon de Paris. (*D. L.*)

CHEVALET, ſ. m. (*Méch.*) On donne ce nom à une infinité d'inſtrumens dont l'énumération n'apartient pas à notre ſujet. Le *chevalet* ordinaire eſt nne longue piece de bois horizontale, ſoutenue par qoatre pieds, dont deox ſont aſſemblés à on bout de la piece, & les deox autres à l'aotre bont.

CHEVALIER, ſ. m. (*Jeu.*) C'eſt le nom d'une piece aux échecs. *Voyez* ÉCHECS.

CHÉVELURE DE BÉRÉNICE, (*Aſtronom.*); ancienne conſtellation boréale; il en eſt parlé dans l'almageſte de Ptolémée parmi les étoiles informes du Lion, qoiqu'il n'en faſſe pas one conſtellation; il dit qo'il y a on amas qu'on appele les cheveux $\tau\rho\iota\chi\omega\nu$, ſans parler de *Bérénice*.

Voyez à ce ſujet M. Bailly, *T. II*, *page* 199. Proclus, dans ſa ſphere, nous dit que cette conſtellation avoit été célébrée par le poëte Callimaque, (environ 236 ans avant l'ere vulgaire) en quoi il a été ſuivi par Catulle, par Hyginus, &c. Ptolémée Lagus, premier de ce nom, roi d'Égypte, épouſa *Bérénice* qui fut mere de Ptolémée Philadelphe. Son fils Ptolémée Évergete, ſurnomé Cérauns ou foudroyant, épouſa *Bérénice* ſa ſœur dont il eut Ptolémée Philopator, c'eſt cette *Bérénice*, femme de Ptolémée Évergete, qui ayant vu partir ſon mari pour l'Aſie à la tête de ſon armée, fit vœu de couper ſes cheveux s'il revenoit vainqueur; elle les conſacra en effet dans le temple de Vénus; ces cheveux diſparurent le lendemain: le roi témoigna du regret, & Conon ſon mathématicien, pour le diſtraire, lui montra ſept étoiles qui n'apartenoient à aucune conſtellation, en lui diſant c'eſt la *chevelure de Bérénice*; ce fut alors que le poëte Callimaque de Cyrene en fit l'objet d'une élégie qui donna de la célébrité à la nouvele conſtellation. Catulle qui l'a ſuivi parle auſſi de Conon.

Idem me ille Conon cæleſti numine vidit
E Berenices vertice caſariem.

Il paroît que Virgile l'avoit également en vue lorſqu'il diſoit dans ſa troiſieme éclogue:

In medio duo ſigna, Conon, & quis fuit alter?
Deſcripſit radio totum qui gentibus orbem.

Conon & Callimaque attribuerent à cette conſtellation ſept étoiles ſituées au nord de la queue du lion, formant une eſpece de triangle; mais il y a auſſi trois étoiles qui, dans Ptolémée, apartiennent à la conſtellation du lion, & que l'on doit raporter à celle de la *chevelure de Bérénice*, ſavoir les étoiles 33, 34 & 37. On a appelé ces trois étoiles *tricas*, car en grec on appele les cheveux τρίχες: ces étoiles qui, au temps de Ptolémée, apartenoient au lion, ont été attribuées quelquefois à la conſtellation de la vierge. (*Stæfler, in Procli ſpheram commentarius, fol.* 120.) Bayer obſerve que plus anciénement on y peignoit une gerbe, (*Voyez* Cæsus, *page* 134.) & chez les Arabes elle a conſervé le nom d'huzimeth ou gerbe de blé. La raiſon qui put donner lieu à cette anciene dénomination tient à l'aſſemblage de toutes les conſtellations voiſines; on y voit le moiſſoneur, le chariot, les bœufs; il falloit bien y mettre les gerbes de blé; & M. Dupuis fait voir que cette conſtellation, par ſon lever héliaque annonçoit les moiſſons. (*Aſtron. T. IV*, *page* 405.) (*D. L.*)

CHEVRE, (*Aſtron.*), *capella*; étoile brillante & de premiere grandeur dans la conſtellation du cocher, que l'on appele auſſi *capra*, *hircus*, *cabrilla*, *amalthea*, *olenia*, à cauſe d'Olenus ville de Béotie, où l'on diſoit que cette *chevre* avoit été nourie, en arabe, *alhaior* ou *alhatod*; elle eſt ſituée vers l'épaule gauche ou l'épaule précédente du Cocher: elle eſt la troiſieme de cette conſtellation dans les catalogues de Ptolémée & de Tycho, & la quatorzieme dans le catalogue Britannique. Sa longitude, en 1750, étoit de 78ᵈ 21′ 51″; & ſa latitude de 22ᵈ 51′ 43″. *Voyez* Cocher. Cette étoile eſt la plus belle de ceiles qui ne ſe couchent point à Paris. Les poëtes diſent que c'eſt la *chevre* Amalthée qui alaita Jupiter dans ſon enfance. Horace en parle en diſant: *infana ſydera capræ*. Ovide dit auſſi: *olenia ſidus pluviale capella*, *Métam. III*, 549.

Chevre, eſt auſſi quelquefois le nom de la conſtellation du capricorne. (*D. L.*)

CHEVRE, ſ. f. (*Méch.*) Machine compoſée de trois longues pieces de bois *RA*, *RB*, *RC*, *Pl. Méch. Fig.* 57, leſquelles s'aſſemblent à genouilliere au ſommet *B*, & s'écartent par-en-bas. Au point *B* eſt atachée une poulie ſur laquelle paſſe une corde, qui d'un côté ſoutient le poids *M*, & de l'autre va s'enveloper ſur un tour *T*. Des hommes appliqués aux extrémités des leviers *TH*, *TL*, font tourner le cylindre & obligent le poids *M* de monter.

CHEVREAUX, (*Aſtron.*). La conſtellation du cocher renferme auſſi les *chevreaux*, que l'on repréſente portés ſur le bras gauche du cocher; ils ſont formés par trois étoiles ε, ζ & ι, qui font un triangle iſoſcele dont l'angle ſupérieur eſt fort aigu. Ce triangle, ſitué à trois degrés au midi de la chevre, ſert même à diſtinguer cette étoile des autres de premiere grandeur.

Les poëtes diſent que ces *chevreaux* avoient été nouris du même lait que Jupiter. Autrefois le lever des *chevreaux* étoit ſuivi d'ouragans, ce qui a fait dire:

Quantus ab occaſu veniens pluvialibus hædis
Verberat imber humum. Virg. IX, 668.
Non illi tutum eſt hædis ſurgentibus æquor.

On verra la maniere de les reconoître *au mot* Constellation. (*D. L.*)

CHIENS, (*Aſtronomie*); conſtellations céleſtes, au nombre de trois, deux ancienes au midi, une nouvele du côté du nord.

Le grand *chien* eſt appelé *Canis major*, *magnus*, *alter*, *dexter*, *ſequens*, *auſtralior*, *aſtiſer*; Hotace l'appele *Sidus ferviduin*, *invidum Agricolis*; Homere, *Aſtre d'automne*; les Égyptiens, *Iſis*, étoile d'Iſis, *Sotis* ou *Seth*, *Anubis*; d'autres enfin l'appelent *Sirius*, la canicule, *Mera*; les Arabes, *Scera*, *Alchabor*, *Elchabar* ou *Kabir*, c'eſt-à-dire, le grand; dans les tables alphonſines, *Alieimini*. Cette conſtellation contient 31 étoiles dans le catalogue britannique, & ſur-tout une étoile de premiere grandeur, la plus belle de toutes les étoiles, appelée *Sirius* ou *Sirie*, du nom d'Oſiris, divinité égyptiene, ou à cauſe du Nil qu'on appeloit auſſi *Siris* (*Plin. liv. v*, *chap.* 9),

& qui paroiſſoit avoir avec le lever de cette étoile une correſpondance remarquable. D'autres enfin tirent ſon nom du mot grec σειριὸς, briller, parce qu'en effet c'eſt l'étoile la plus brillante du ciel. Les Grecs prétendoient que le *chien* avoit été ainſi nommé, à cauſe du *chien* dont l'Aurore fit préſent à Céphale, comme du plus prompt de tous les *chiens*; Céphale voulut en faire l'épreuve ſur un renard, qu'on diſoit ſurpaſſer tous les animaux à la courſe: ils coururent tous les deux ſi long-temps (& même ſans ſe fatiguer), que Jupiter voulut récompenſer ce *chien*, en le plaçant parmi les aſtres. Il s'appeloit *Lælaps*, & a donné auſſi ſon nom à la conſtellation.

Le nom & la forme de *chien* que l'on donne à cette conſtellation, paroît plutôt venir d'Anubis, divinité égyptienne, qu'on repréſentoit avec une tête de *chien*; *ſemideoſque canes*, dit Lucain (*liv. viij*, *v.* 832); & Virgile (*Æn. viij*, 698), *latrator anubis*, parce qu'il étoit le gardien d'Oſiris & d'Iſis, & qu'il avoit découvert les membres d'Oſiris, déchiré par ſon frere Typhon, ou parce qu'il étoit grand chaſſeur: il eſt plus vrai-ſemblable que c'eſt parce qu'il avertiſſoit les Égyptiens de la ſaiſon du débordement, comme un chien fidele avertit ſon maître de l'arrivée des voleurs. Suivant Plutarque, ce *chien* ſignifie l'horizon. Les Égyptiens conſidéroient Anubis comme un gardien fidele placé aux portes du jour & de la nuit, c'eſt-à-dire, aux limites de l'hémiſphere éclairé qu'ils appeloient *Iſis*, & de l'hémiſphere obſcur nommé *Nephte*. Il paroît que les Égyptiens firent de cette étoile leur mercure Anubis; il étoit honoré en Éthiople comme le chef des étoiles. *Aſtron. IV*, 392. Nous avons parlé, au mot *canicule*, du lever héliaque de Sirius, qui fut ſi célebre dans l'antiquité; il arrivoit en été, comme on le voit dans Virgile:

Jam rapidus torrens ſitientes Sirius Indos
Ardebat cœlo, & medium Sol igneus orbem
Hauſerat: arebant herbæ.
Georg. IV, 425.

Et dans Manilius:

Latratque canicula flammans,
Et rabit igne ſuo, geminatque incendia ſolis.
Manil. V, 205.

Il faut remarquer que Sirius eſt appelé *Canis dexter*, *auſtralior*; au lieu que le petit *chien* dont nous allons parler, eſt nommé *Canis ſiniſter*, *ſeptentrionalis*, parce que les Orientaux, dans leurs adorations, tournoient la face au levant; & dans cette poſition, ils avoient le midi à la droite & le nord à la gauche: or Procyon eſt plus ſeptentrional que Sirius.

On a beaucoup diſputé ſur la ſignification d'un paſſage de Virgile, où il eſt parlé du *chien* à l'occaſion de l'entrée du ſoleil dans le ſigne du taureau, ou du commencement de l'année qui, dans Héſiode, étoit marqué au lever des pléiades.

Candidus auratis aperit cum cornibus annum,
Taurus, & adverſo cedens Canis occidit aſtro.
Georg. I, 217.

Peut-être que *cedens* doit ſe raporter à *taurus*, & non à *Canis*; c'eſt le taureau qui, en ſe couchant, cede la place à l'aſtre du *chien* qui eſt vis-à-vis, parce qu'en effet le taureau ſe couchoit avant le *chien*, & que ces deux animaux ſe regardent dans le ciel. On peut dire auſſi que c'eſt le *chien* qui cede au ſoleil, aſtre eunemi, parce que le ſoleil l'abſorbe dans ſes rayons; car c'eſt le temps du coucher héliaque de Sirius.

M. l'abbé de Lille, dans ſes Géorgiques, traduit ainſi, en ſuivant, dit-il, l'interprétation de Macrobe:

Et quand l'aſtre du jour
Ouvrant dans le taureau ſa brillante carriere,
Engloutit Sirius dans les flots de lumiere.

Mais il convient que ce vers eſt le plus inintelligible de toutes les Géorgiques. Du temps de Servius, vers l'an 340, il y avoit quelques exemplaires où on liſoit *adverſo*; ce n'étoit donc pas la leçon ordinaire: auſſi Heinſius lit *averſo*, & le P. de la Rue adopte cette leçon, en appliquant ce mot au navire, conſtellation qui ſuit le *chien*, mais qui préſente la pouppe, *averſam partem*, ſa partie poſtérieure, au lieu de la proue. Mais rien dans Virgile n'annonce ici le vaiſſeau.

Le P. Lacerda explique *adverſo* par l'influence fâcheuſe du grand *chien*; en effet, ſuivant Varron, au ſixieme des calendes de mai, *occidit Canis Sirius per ſe vehemens*, on célébroit les fêtes appelées *robigalia*. M. Coſſard cite un poëte Anglois dont il adopte la traduction, & qui dit que le taureau épouvanté fuit un aſtre contraire; mais il ne dit pas comment il entend ce mot de contraire: pour moi, je préfere les deux explications que j'ai données plus haut.

On trouve dans les monumens un animal monſtrueux à 3 têtes, de chien, de lion & de loup; il paroît que c'étoit pour indiquer les conſtellations qui, à l'équinoxe, occupoient l'orient, l'occident & le méridien, ou la route du ſoleil dans les ſignes ſupérieurs. *Voyez* l'explication de M. Dupuis dans mon *Aſtron.* t. *iv*, *p.* 494 & 553.

On voit auſſi un *chien* hériſſé de ſerpens, pour faire alluſion à la conſtellation de l'hydre, dont la tête ſemble menacer celle du *chien*, *ib. p.* 494.

La PETIT CHIEN contient 14 étoiles, dont une de premiere grandeur. Il eſt appelé *Procyon* ou *Antecanis*, *Canis minor*, *Catellus*, *Canis primus*; *Antecurſor*, *Precedens*, *Septentrionalis*, *Siniſter*, *Canis Orionis*, *Canis Icarius*, *ſive Erigonius* a *Mera*, *Fovea*, *Morus*; en arabe, *Algomeyſa*.

Cette conſtellation a été nommée le petit *chien*, ſuivant les poëtes, à cauſe du *chien* d'Orion ou de celui d'Icare, appelé *Mara*, qui ſe précipita dans un puits après avoir vu périr ſon maître Icare, & Érigone, fille d'Icare, qui s'étoit pendue de déſeſpoir : il eſt appelé *chien d'Icare* dans ces vers, où Ovide annonce qu'il ſe leve le 25 avril, les moiſſons commençant à s'annoncer & les chaleurs à ſe faire ſentir ; mais ce paſſage eſt encore ſujet à des difficultés.

Eſt Canis, Icarium dicunt, quo ſidere moto
Tota ſitis tellus, præciduique feges.
Faſt. IV, in fine.

D'autres prétendent que c'eſt le *chien* qu'Hélene aimoit tendrement lorſqu'elle fut enlevée par Pâris ; elle le perdit dans l'Euripe, & conçut une ſi grande douleur, qu'elle pria Jupiter de le recevoir dans le ciel.

Le nom que lui donnent Bayer & Schillerus, de *Fovea*, qui ſignifie une foſſe où l'on dépoſoit le blé pour le garder, a pu venir de ce que cet aſtre indiquoit l'abondance & la moiſſon : mais il eſt plus vrai-ſemblable que l'idée de foſſe vient du mot grec σιρὸς, qui ſignifie quelquefois magaſin de blé, qu'on a confondu avec celui de Sirius. Ce dernier nom eſt approprié au grand *chien* ; mais ſouvent le grand & le petit ont porté le même nom, entr'autre celui de *Mara*.

Le mot arabe *algomeyſa* ſignifie ſycomore ou figuier ſauvage, parce qu'apparemment les Arabes peignoient ici cet arbre au lieu d'un *chien*, & c'eſt à quoi répond le latin *Morus*. M. Dupuis obſerve qu'on y peignit autrefois un ſinge.

Chiens *de chaſſe*, (*Aſtron.*) les lévriers, *canes venatici*, ou *Aſterio* & *Chara* ; conſtellation boréale introduite par Hévélius dans ſon *Firmamentum Sobieſcianum* (qui parut en 1690) pour raſſembler les étoiles informes qui ſe trouvent entre la grande ourſe & le bouvier ; il explique lui-même dans ſon *Prodromus*, *pag.* 114, la raiſon de cette dénomination. Le bouvier ayant été repréſenté quelquefois comme un chaſſeur qui pourſuit l'ourſe à la chaſſe, & qui éleve les bras comme s'il excitoit ſes chiens de la voix & de la main, il a paru naturel de placer les *chiens* à côté de lui. Le nom d'*Aſterio*, fort connu des poëtes, convenoit ſpécialement à une figure qui renferme pluſieurs petites étoiles ; l'autre a été appelée *Chara*, comme la chienne favorite du chaſſeur. Parmi les étoiles que renferme cette conſtellation, il y en a deux ſous la queue de la grande ourſe, qui étoient connues des anciens ; Hévélius en obſerva & en détermina 21 qui étoient nouvèles pour les aſtronomes. Flamſtéed, dans ſon grand *catalogue britannique*, en a mis 24 ; la principale eſt de ſeconde ou troiſieme grandeur : c'eſt celle que Halley appeloit *Cœur de Charles II*, à l'honneur du roi, fondateur de l'obſervatoire royal d'Angleterre, & de la ſociété royale de Londres ; nous en parlerons ci-après. (*D. L.*)

CHIFRE, ſ. m. (*Arithm.*) ; caractere dont on ſe ſert pour déſigner les nombres. Les différens peuples ſe ſont ſervis de différens *chifres* ; on peut en voir le détail *au mot* Caractere. Les ſeuls en uſage aujourd'hui, du moins dans l'Europe & dans une grande partie de la terre, ſont les *chifres* arabes au nombre de dix, dont le zéro (0) fait le dixieme. Le zéro s'eſt appelé pendant quelque temps du nom de chifre, *cyphra*, en ſorte que ce nom lui étoit particulier. Aujourd'hui on donne le nom de *chifre* à tous les caracteres ſervant à exprimer les nombres ; & quelques auteurs refuſent même le nom de *chifre* au zéro, parce qu'il n'exprime point de nombre, mais ſert ſeulement à en changer la valeur.

On doit regarder l'invention des *chifres* comme une des plus utiles, & qui fait le plus d'honneur à l'eſprit humain. Cette invention eſt digne d'être miſe à côté de celle des lettres de l'alphabet. Rien n'eſt plus admirable que d'exprimer avec un petit nombre de caracteres toutes ſortes de nombres & toutes ſortes de mots. Au reſte, on auroit pu prendre plus ou moins de dix *chifres* ; & ce n'eſt préciſément pas dans cette idée que conſiſte le mérite de l'invention, quoique le nombre de dix *chifres* ſoit aſſez commode. *Voyez* Binaire *&* Échelles arithmétiques. Le mérite de l'invention conſiſte dans l'idée qu'on a eue de varier la valeur d'un *chifre* en le mettant à différentes places ; & d'inventer un caractere *zéro* qui ſe trouvant devant un *chifre*, en augmentât la valeur d'une dixaine. *Voyez* Nombre, Arithmétique Numération. On trouve dans ce dernier article la maniere de repréſenter un nombre donné avec des *chifres*, & d'exprimer ou dénoncer un nombre repréſenté par des *chifres*. (*O*).

CHIFRER ; expreſſion populaire dont on ſe ſert pour ſignifier l'art de compter.

CHILIADE, ſ. f. (*Arith.*) Aſſemblage de pluſieurs choſes qu'on compte par mille. Ainſi, une *chiliade* ou un *mille* c'eſt la même choſe.

CHILIOGONE, ſ. m. (*Géom.*) C'eſt une figure plane & réguliere de mille côtés, & d'autant d'angles. Quoique l'œil ne puiſſe pas s'en former une image diſtincte, nous pouvons néanmoins en avoir une idée claire dans l'eſprit, & démontrer aiſément que la ſomme de tous ſes angles eſt égale à 1996 angles droits : car les angles internes de toute figure plane ſont égaux à deux fois autant d'angles droits moins quatre, que la figure a de côtés ; ce qui peut ſe démontrer aiſément en partageant la figure en autant de triangles qu'elle a de côtés. Ces triangles auront chacun pour baſe un côté de la figure, & leur ſommet à chacun ſera dans un point placé au dedans de la figure. *Voyez* Triangle. (*O*).

CHOC, ſ. m. (*Méch.*) ; action par laquelle un corps en mouvement en rencontre un autre,

Digitized by Google

& tend à le pouſſer : c'eſt la même choſe que *percuſſion*. *Voyez* PERCUSSION & COMMUNICATION DU MOUVEMENT. (*O*).

CHOROBATE, ſ. m. (*Méch.*); eſpece de niveau dont ſe ſervoient les anciens.

Le grand niveau qu'ils appeloient *chorobate*, étoit une piece de bois de 20 pieds de longueur, ſoutenue par quelques pieces aux extrémités, & qui avoit dans ſa partie ſupérieure un canal qu'on rempliſſoit d'eau, avec quelques petits plombs qui pendoient aux côtés, pour s'aſſurer ſi cette piece étoit de niveau. C'étoit-là toute la longueur de leurs nivélemens; car ils tranſportoient le *chorobate* de 20 en 20 pieds pour conduire leurs ouvrages. Ce niveau étoit fort défectueux : nos modernes en ont inventé de beaucoup meilleurs. *Voy.* NIVEAU, NIVÉLEMENT, *article de M. le chevalier de Jaucourt*.

CHUTE, ſ. f. (*Méch.*); chemin que fait un corps peſant en s'approchant du centre de la terre. *Voyez* PESANTEUR.

Galilée eſt le premier qui ait découvert la loi de la chute des corps graves. *Voyez l'article* ACCÉLÉRÉ.

CHUTE *d'eau*, (*Hydrod.*). On dit qu'un ruiſſeau, une rigole, un courant d'eau quelconque, forme une chute d'eau au devant d'un moulin ou d'une machine hydraulique qu'il fait mouvoir.

CHUTE *des graves à la ſurface de chaque planete*. La viteſſe des graves à la ſurface de la terre, 15 pieds $\frac{1}{1000}$, étant multipliée par la maſſe d'une planete & diviſée par le carré de ſon rayon, en prenant pour unités la maſſe & le rayon de la terre, donne la viteſſe des graves à la ſurface de chaque planete. Par exemple, la maſſe de Jupiter eſt 288 fois plus conſidérable que celle de la terre; ainſi, les corps graves y ſeroient attirés 288 fois plus qu'ils ne le ſont ſur la terre, & décriroient 288 fois 15 pieds, ſi le rayon de Jupiter n'étoit environ 11 fois plus grand que celui de la terre, & le carré de la diſtance du centre à la ſurface 116 fois plus grande, ce qui rend la peſanteur 116 fois moindre : or 288 diminué 116 fois, ou diviſé par 116, donne un peu moins de 2 $\frac{1}{2}$; ainſi, la peſanteur des corps ſitués à la ſurface de Jupiter, eſt preſque deux fois & demie celle des nôtres; au lieu de décrire 15 pieds par ſeconde, ils en décrivent 37. On en trouvera la table *au mot* PLANETE.

CHUTE des planetes vers le ſoleil. *Voyez* DESCENTE.

CHUTE d'une planete dans l'Aſtrologie, ou *déjection*, eſt le ſigne où elle a le moins d'influence; il eſt oppoſé à celui de l'exaltation. (*D. L.*)

CIEL, *dans l'Aſtronomie ancienne*, ſignifie plus particuliérement un *orbe* ou *une région circulaire du ciel éthéré*.

Les anciens aſtronomes admétoient autant de *cieux* différens qu'ils remarquoient de mouvemens différens dans les aſtres. Quelques-uns croyoient les *cieux* tous ſolides, ne pouvant pas s'imaginer qu'ils puſſent ſans cette ſolidité ſoutenir tous les corps qui y ſont attachés : de plus, ils les faiſoient de cryſtal, afin que la lumiere pût paſſer à travers; & ils leur donnoient une forme ſphérique, comme étant celle qui convenoit le mieux à leur mouvement.

Ainſi, on comptoit ſept *cieux* pour les ſept planetes; ſavoir, le *ciel* de la lune, de mercure, de vénus, du ſoleil, de mars, de jupiter & de ſaturne.

Le huitieme, qu'ils nommoient le *firmament* étoit pour les étoiles fixes; auſſi le nom de huitieme *ciel* eſt très-commun dans les auteurs. Il y en a qui comptoient un neuvieme *ciel*, appelé *primum mobile*, le premier mobile, & qui entraînoit tous les autres chaque jour.

Alphonſe, roi de Caſtille, ajouta deux *cieux* cryſtallins, pour expliquer quelques irrégularités qu'on avoit trouvées dans les mouvemens céleſtes. On étendit enfin ſur le tout un *ciel* empyrée, dont on fit le ſéjour de Dieu; & ainſi l'on compléta le nombre de douze *cieux*. Riccioli a donné un grand détail de ces diverſes opinions. *Almag. t. 1, p. 271 & ſuiv.*

On ſuppoſoit que les deux *cieux* cryſtallins étoient ſans aſtres, qu'ils entouroient les *cieux* inférieurs, étoilés & planétaires, & leur communiquoient leur mouvement. Le premier *ciel* cryſtallin ſervoit à rendre compte du mouvement des étoiles fixes, qui les fait avancer d'un degré vers l'orient en ſoixante-dix ans; d'où vient la préceſſion de l'équinoxe. Le ſecond *ciel* cryſtallin ſervoit à expliquer les mouvemens de libration par leſquels on croyoit que la ſphere céleſte faiſoit des balancemens d'un pole à l'autre pour la diminution de l'obliquité de l'écliptique.

Quelques-uns ont admis beaucoup d'autres *cieux* ſelon leurs différentes vues & hypotheſes. Eudoxe en a admis vingt-trois; Calippus, trente; Régiomontanus, trente-trois; Ariſtote, quarante-ſept, & Fracaſtor en comptoit juſqu'à ſoixante-dix.

Nous pouvons ajouter que les aſtronomes ne ſe mettoient pas fort en peine ſi les *cieux* qu'ils admétoient ainſi étoient réels ou non; il leur ſuffiſoit qu'ils puſſent ſervir à rendre raiſon des mouvemens céleſtes, & qu'ils fuſſent d'accord avec les phénomenes. *Chambers*. (*O*).

Parmi pluſieurs rêveries des rabbins, on lit dans le thalmud qu'il y a un lieu où les *cieux* & la terre ſe joignent; que le rabbin Barchana s'y étant rendu, il poſa ſon chapeau ſur la fenêtre du *ciel*, & que l'ayant voulu reprendre un moment après, il ne le retrouva plus, les *cieux* l'avoient emporté; il faut qu'il attende la révolution des orbes pour le rattraper.

CIERGES. (*Hydraulique.*) Ce ſont des jets élevés & perpendiculaires, fournis ſur la même ligne par le même tuyau, qui étant proportionné à leur quantité, à leur ſource & à leur ſortie, leur conſerve toute la hauteur qu'ils doivent avoir.

On a un bel exemple des *cierges* ou grilles d'eau en haut de l'orangerie de Saint Cloud.

On prétend que les *cierges* d'eau ſont plus éloignés les uns des autres que les grilles. (*K*).

CINQ, ſ. m. (*Arithmétique*); nom de nombre. Tout nombre terminé par 5 eſt diviſible par 5, & tout multiple de 5 ſe termine par 5 ou par zéro; la démonſtration en eſt facile à trouver.

CINQ (*Jeux de Carte*) eſt une carte marquée de cinq points. Le point eſt on cœur, ou pique, ou treffle, ou carreau. Ainſi, il y a quatre cinq dans le jeu.

CIRCONFÉRENCE, ſ. f. (*Géom.*), ſe dit de la ligne courbe qui renferme un cercle ou un eſpace circulaire, & qu'on nomme auſſi quelquefois *périphérie*. *Voyez* CERCLE. Ce mot eſt formé du latin *circum*, environ, & de *fero*, je porte.

Toutes les lignes tirées du centre à la *circonférence* du cercle, & qu'on appele *rayons*, ſont égales entr'elles. *Voyez* RAYON.

Une partie quelconque de la *circonférence* s'appele *arc*; une ligne droite tirée de l'extrémité de cet arc à l'autre, s'appele la *corde* de cet arc. *Voyez* ARC & CORDE.

La *circonférence* du cercle eſt ſuppoſée diviſée en 360 parties égales, ; qu'on appele *degrés*. *Voyez* DEGRÉ.

L'angle à la *circonférence* eſt ſous-double de celui qui eſt au centre. *Voy.* ANGLE & CENTRE.

Tout le cercle eſt égal à un triangle rectiligne, dont la baſe eſt égale à la *circonférence*, & la hauteur égale au rayon. *Voyez* TRIANGLE.

Les *circonférences* ſont entr'elles comme leurs rayons. *Voyez* RAYON.

De plus, puiſque la *circonférence* de tout cercle eſt à ſon rayon comme celle de tout autre cercle eſt au ſien, la raiſon de la *circonférence* au rayon eſt donc la même dans tous les cercles.

Archimede donne pour raiſon approchée du diametre à la *circonférence*, celle de 7 à 22. Cette propoſition d'Archimede eſt démontrée dans pluſieurs livres de Géométrie.

D'autres qui approchent plus de la vérité, la font de 10,000,000,000,000,000 à 31,415,926,535,897,932.

Dans l'uſage, Viette, Huyghens, *&c.*, donnent la proportion de 100 à 314 pour des petits cercles, & celle de 10000 à 31415 pour les grands cercles; mais la proportion la plus juſte en petits nombres eſt celle de Metius, ſavoir, de 113 à 355. *Voy.* DIAMETRE.

D'où il ſuit que le diametre d'un cercle étant donné, on a auſſi ſa *circonférence*, laquelle multipliée par le quart du diametre, donne l'aire du cercle. *Voyez* AIRE. (*Chambers.*)

CIRCONFÉRENCE, ſe dit auſſi en général du contour d'une courbe quelconque. *Voy.* COURBE. (*E*).

CIRCONPOLAIRE, adj. (*Aſtron.*); étoiles *circonpolaires*, ce ſont celles qui ſont près de notre pole boréal, qui tournent autour de lui ſans ſe coucher jamais par raport à nous, c'eſt-à-dire, ſans s'abaiſſer jamais au deſſous de notre horizon. Comme Paris eſt éloigné de l'équateur de 48d 50', on n'a qu'à prendre depuis le pole arctique de part & d'autre de ce pole 48d 50', & toutes les étoiles qui ſeront renfermées dans cette zône de 97d 40', ne ſe coucheront jamais à Paris.

Dans ce ſens, toutes les étoiles compriſes dans l'hémiſphere boréal ou ſeptentrional, ſeroient *circonpolaires* pour les habitans du pole arctique, c'eſt-à-dire, ne ſe couchent jamais pour eux.

On trouve l'heure qu'il eſt la nuit par le moyen des étoiles *circonpolaires*. *Voyez* mon *Aſtronomie*, *liv. iv*, & ÉTOILE.

CIRCONSCRIPTION, ſ. f. (*Géomét.*); c'eſt l'action de circonſcrire un cercle à un polygone, ou un polygone à un cercle, ou à toute figure courbe. *Voyez* CIRCONSCRIRE.

La *circonſcription* des polygones ne conſiſte que dans l'art de tirer des tangentes; car tous les côtés d'un polygone circonſcrit à une courbe, ſont des tangentes de cette courbe. *Voy.* TANGENTE. (*E*).

CIRCONSCRIRE, *en Géométrie élémentaire*, c'eſt décrire une figure réguliere autour d'un cercle, de maniere que tous ſes côtés deviennent autant de tangentes de la circonférence du cercle. *Voyez* CERCLE, POLYGONE, *&c.*

Ce terme ſe prend auſſi pour la deſcription d'un cercle autour d'un polygone, de façon que chaque côté du polygone ſoit corde du cercle; mais dans ce cas, on dit que le polygone eſt *inſcrit*, plutôt que de dire que le cercle eſt *circonſcrit*.

Une figure réguliere quelconque *A B C D E*, *Pl. de Géomét. Fig.* 36, inſcrite dans un cercle, ſe réſout en des triangles ſemblables & égaux, en tirant des rayons du centre *F* du cercle auquel le polygone eſt inſcrit, aux différens angles de ce polygone, & ſon aire eſt égale à un triangle rectangle, dont la baſe ſeroit la circonférence totale du polygone, & la hauteur une perpendiculaire *F H* tirée du centre du polygone ſur un de ſes côtés, comme *A B*.

On peut dire la même choſe du polygone *circonſcrit a b c d e*, *Fig.* 23, excepté que la hauteur doit être ici le rayon *F b*.

L'aire de tout polygone, qui peut être inſcrit dans un cercle, eſt moindre que celle du cercle, & celle de tout polygone qui y peut être *circonſcrit*, eſt plus grande. Le périmetre du premier des deux polygones dont nous parlons, eſt plus petit que celui du cercle, & celui du ſecond eſt plus grand. *Voyez* PÉRIMETRE, *&c.*

C'eſt de ce principe qu'Archimede eſt parti pour chercher la quadrature du cercle, qui ne conſiſte effectivement qu'à déterminer l'aire ou la ſurface du cercle. *Voyez* QUADRATURE.

Le côté de l'hexagone régulier eſt égal au rayon du cercle *circonſcrit*. *Voyez* HEXAGONE.

Circonſcrire un cercle à un polygone régulier donné, *A B C D E*, *Fig.* 23, *& réciproquement*. Coupez pour cela en deux parties égales deux des

Digitized by Google

angles du polygone, par exemple *A* & *B*; & du point *F*, où les lignes de ſection ſe rencontrent, pris pour centre, décrivez avec le rayon *F A* un cercle.

Circonſcrire un carré autour d'un cercle. Tirez deux diametres *A B*, *D E*, *Fig.* 37, qui ſe coupent à angles droits au centre *C*; & par les quatre points où ces deux diametres rencontreront le cercle, tirez quatre tangentes à ce cercle, elles formeront par leur rencontre le carré demandé.

Circonſcrire un polygone régulier quelconque, par exemple *un pentagone autour d'un cercle*. Coupez en deux parties égales la corde *A E* de l'arc ou de l'angle qui convient à ce polygone, *Fig.* 23, par la perpendiculaire *F O* partant du centre, & vous la continuerez juſqu'à ce qu'elle coupe l'arc en *g*. Par les points *A*, *E*, tirez des rayons *A F*, *E F*; & par le point *g* une parallele à *A E*, qui rencontre ces rayons prolongés en *a*, *e*; alors *a e* ſera le côté du polygone *circonſcrit*. Prenez la corde *A B* = *A E*; tirez le rayon *F B*, & prolongez-le en *b* juſqu'à ce que *F b* ſoit égal à *F e*; tirez enſuite *a b*, ce ſera un autre côté du polygone, & vous tracerez tous les autres de la même maniere.

Inſcrire un polygone régulier quelconque dans un cercle. Diviſez 360d par le nombre des côtés, pour trouver la quantité de l'angle *E F D*; faites un angle au centre égal à celui-là, & appliquez la corde de cet angle à la circonférence, autant de fois qu'elle pourra y être appliquée; ce ſera la figure qu'il falloit inſcrire dans le cercle. (*Chambers*.)

CIRCONSCRIT, adj. (*Géomét.*). On dit, *en Géométrie*, qu'un polygone eſt *circonſcrit* à un cercle, quand tous les côtés du polygone ſont des tangentes au cercle; & qu'un cercle eſt *circonſcrit* à un polygone, quand la circonférence du cercle paſſe par tous les ſommets des angles du polygone. *Voyez* CIRCONSCRIRE. (*E*).

Hyperbole circonſcrite, *dans la haute Géométrie*, eſt une hyperbole du troiſieme ordre, qui coupe ſes aſymptotes, & dont les branches renferment au dedans d'elles les parties coupées de ces aſymptotes. Telle eſt la courbe ou portion de courbe *C E D H*, *Fig.* 39, *Analyſe*, dont les branches *C E*, *D H*, ſont chacune au dehors de leurs aſymptotes reſpectives *A F*, *A G*. *Voyez* COURBE. (*O*).

CIRCONVOLUTION, ſ. f. (*Géom.*). On dit quelquefois qu'une ſurface eſt produite par la *circonvolution* d'une ligne, qu'un ſolide eſt produit par la *circonvolution* d'une ſurface; au lieu de dire *par la révolution*.

CIRCUIT, ſ. m. (*Géom.*); contour ou périmetre d'une figure.

CIRCULAIRE, adj. (*Géom. Méch. Aſtron. &c.*) ſe dit de tout ce qui a raport au cercle. Ainſi, on appele *arc circulaire* un arc ou une portion de la circonférence du cercle; *mouvement circulaire* le mouvement d'un corps dans la circonférence d'un cercle, *&c.*

Les aſtronomes modernes ont prouvé que les corps céleſtes ne ſe mouvoient pas d'un mouvement *circulaire*, mais elliptique. *Voyez* PLANETE.

Nombres circulaires: ce ſont ceux dont les puiſſances finiſſent par le caractere même qui marque la racine, comme cinq, dont le carré eſt 25, & le cube 125. *Voyez* NOMBRE. (*Chambers*.)

CIRCULATION, *en Géométrie*. Le P. Guldin, jéſuite, appele *voie de circulation* la ligne droite ou courbe que décrit le centre de gravité d'une ligne ou d'une ſurface, qui par ſon mouvement produit une ſurface ou un ſolide. *Voyez à l'article* CENTRODARIQUE l'uſage de la voie de *circulation*, pour déterminer les ſurfaces & les ſolides, tant curvilignes que rectilignes. Cette méthode fort ingénieuſe en elle-même, n'eſt preſque plus d'uſage depuis la découverte du calcul intégral, qui fournit des méthodes plus aiſées pour réſoudre tous les problèmes de cette eſpece. *Voyez* CENTRE DE GRAVITÉ. (*O*).

CIRCULATOIRE, adj. (*Méch.*). On dit quelquefois mouvement *circulatoire*, viteſſe *circulatoire*, pour déſigner le mouvement ou la viteſſe d'un corps qui tourne autour d'un point.

CIRCULER, v. n. (*Méch.*), ſe dit proprement du mouvement d'un corps ou d'un point qui décrit un cercle; mais on a appliqué ce mot au mouvement des corps qui décrivent des courbes non circulaires; par exemple, au mouvement des planetes qui ne décrivent point des cercles autour du ſoleil, mais des ellipſes. *Voyez* PLANETE. On l'a appliqué auſſi au mouvement du ſang, par lequel ce fluide eſt porté du cœur aux arteres, & revient occuper les reins. En général ce mot *circuler* peut s'appliquer par analogie au mouvement d'un corps qui, ſans ſortir d'un certain eſpace, fait dans cet eſpace un chemin quelconque, en revenant de temps en temps au même point d'où il eſt parti. (*O*).

CISSOÏDE, ſ. f. (*Géom.*); courbe algébrique qui a été imaginée par Dioclès, ce qui l'a fait appeler plus particuliérement la *ciſſoïde de Dioclès*. *Voyez* COURBE.

Voici comme on peut concevoir la formation de la *ciſſoïde*.

Sur le diametre *A B*, *Pl. d'Anal. Fig.* 9, du demi-cercle *A O B*, tirez une perpendiculaire indéfinie *B C*; tirez enſuite à volonté les droites *A H*, *A C*, dans les deux quarts de cercles *O B*, *O A*, & faites *A m* = *I H*, & dans l'autre quart de cercle *L C* = *A N*, & les points *m* & *L* ſeront à une courbe *A m O L*, qu'on appele la *ciſſoïde de Dioclès*.

Propriétés de la ciſſoïde. Il s'enſuit de ſa génération, 1°. que ſi on tire les droites *K I*, *p m* perpendiculaires à *A B*, on aura *A p* : *K B* :: *A m* : *I H*; mais *A m* = *I H*, & par conſéquent *A p* = *K B*; d'où il s'enſuit que *A K* = *p B*, & *p N* = *I K*.

2°. Il

2°. Il s'enſuit auſſi que la *ciſſoïde A m O* coupe la demi-circonférence *A O B* en deux également au point *O*.

3°. De plus $AK : KI :: KI : KB$; c'eſt-à-dire, que $AK : pN :: pN : Ap$; d'ailleurs $AK : pN :: Ap : pm$; donc $pN : Ap :: Ap : pm$; & par conſéquent AK, pN, Ap & pm, ſont quatre lignes en proportion continue; & l'on prouvera de la même maniere que Ap, pm, AK & KL ſont en proportion continue.

4°. Dans la *ciſſoïde*, le cube de l'abſciſſe Ap eſt égal à un ſolide formé du carré de la demi-ordonée pm, & du complément pB au diametre du cercle générateur.

Et par conſéquent lorſque le point p, tombe en B, & qu'on a $pB = o$, on a $y^3 = \frac{a^3}{o}$, & par conſéquent $o : 1 :: a^3 : y^3$; c'eſt-à-dire, que la valeur de y devient infinie; & qu'ainſi la *ciſſoïde A m O L*, quoiqu'elle approche continuellement & de plus près que toute diſtance donnée de la droite *B C*, ne la rencontre cependant jamais.

5°. *B C* eſt donc l'aſymptote de la *ciſſoïde*. *Voy.* ASYMPTOTE.

Les anciens faiſoient uſage de la *ciſſoïde*, pour trouver deux moyenes proportionelles entre deux droites données. En effet, ſuppoſons qu'on cherche par exemple deux moyenes proportionelles entre deux lignes données égales à AK & à pm, il n'y a qu'à ſuppoſer la *ciſſoïde* tracée; puis prenant ſur l'axe *A E* une portion $= AK$, & tirant l'ordonée de la *ciſſoïde* $= pm$, on trouvera les moyenes proportionelles pN & Ap. *Voyez* PROPORTIONELE.

On trouve dans la derniere ſection de l'*application de l'Algebre à la Géométrie*, par M. Guiſnée, les propriétés principales de la *ciſſoïde* expliquées avec beaucoup de clarté.

M. Newton a donné dans ſes *opuſcules* la longueur d'un arc quelconque de la *ciſſoïde*. Ce problême ſe réſout par le calcul intégral. (*O*).

CLAPET, ſ. m. (*Méchan.*), eſt une eſpece de ſoupape faite d'un rond de cuir, fortement ſerré entre deux platines de métal, par le moyen d'une ou de pluſieurs vis. Le rond de cuir tient par une queue à une couronne de cuir, laquelle eſt fortement ſerrée entre le collet du tuyau ſupérieur au *clapet* & le collet du tuyau inférieur: c'eſt ſur cette queue, qu'on fait beaucoup plus étroite que le *clapet*, que ſe fait le jeu du *clapet* comme ſur une charniere.

La platine de métal qui eſt ſur le cuir du *clapet*, eſt plus grande que l'ouverture du diaphragme que le *clapet* doit couvrir; & la platine de deſſous qui doit ſe loger dans l'ouverture du diaphragme quand le *clapet* ſe ferme, eſt un peu plus petite que cette ouverture.

Le *clapet* étant ainſi conſtruit, lorſqu'il eſt fermé, le cuir porte exactement ſur les bords du diaphragme, & empêche l'eau de paſſer. La platine de métal qui eſt ſur le cuir, le garantit du poids de la colonne d'eau, & en porte toute la charge que le cuir ne pouroit pas ſoutenir. La platine de métal qui eſt ſous le cuir, ſert à deux choſes; 1°. elle ſert avec la platine ſupérieure, à comprimer le cuir pour le rendre plan; 2°. elle empêche que l'eau qui pouroit s'inſinuer entre la platine ſupérieure & le cuir, n'enfonce le cuir & ne le faſſe paſſer par l'ouverture du diaphragme. *Voyez Hiſt. & Mém. acad.* 1739. *Voyez auſſi* SOUPAPE. (*O*).

CLEF, (*Fontainier*); ce ſont de groſſes bâres de fer cintrées, dont on foure la boîte dans le fer d'un regard pour tourner les robinets. Ce fer eſt montant, & ſe diviſe en parties plates qui embraſſent les branches d'un robinet, au moyen d'un boulon claveté qui paſſe à travers. (*K*).

CLEPSYDRE, ſ. f. (*Hydrod.*); horloges d'eau dont les anciens ſe ſervoient pour meſurer le temps.

I. On donnoit à ces horloges différentes figures ornées & variées, ſoit pour en impoſer aux ieux, ſoit pour former un ſpectacle agréable. M. Perrault, dans ſes *Remarques* ſur Vitruve, entre, à ce ſujet, dans des explications que l'on peut conſulter. La queſtion réduite aux principes de l'Hydrodynamique, eſt de ſavoir meſurer le temps que la ſurface d'un fluide emploie à s'abaiſſer d'une hauteur propoſée, dans un vaſe d'une certaine forme: elle dépend donc de la ſolution du problême général ſuivant.

II. PROBLÊME. *Le vaſe* ADEC, Pl. Hyd. Fig. 13, *étant d'abord rempli d'eau juſqu'en* AC, *déterminer le temps que cette eau ſortant par le petit orifice* DE, *mettra à s'abaiſſer de la hauteur quelconque* KP.

Imaginons le fluide partagé en une infinité de tranches horizontales, telles que $MNnm$. L'orifice DE pouvant être regardé, au moins ſenſiblement, comme infiniment petit, il s'enſuit que, lorſque la ſurface du fluide eſt parvenue en MN, la hauteur due à la viteſſe au ſortir de l'orifice, eſt la verticale PD. Nommons a la hauteur *donnée* d'où tombe un corps grave pendant le temps *donné* θ; b la hauteur KD primitive & donnée du fluide; K l'aire de l'orifice; t le temps de la deſcente du fluide par la hauteur indéterminée KP; x cette hauteur; X la ſection MN du vaſe, laquelle eſt une quantité dépendante de la figure du vaſe: on aura d'abord (*Voyez* ÉCOULEMENT.) $\frac{2K\,dt\sqrt{a}\cdot\sqrt{(b-x)}}{\theta}$ pour la quantité élémentaire d'eau qui ſort pendant l'inſtant dt. Or cette même quantité $=$ la tranche $MNnm = X\,dx$.

On aura donc $dt = \theta \times \frac{X\,dx}{2K\cdot\sqrt{a}\cdot\sqrt{(b-x)}}$.

D'où l'on voit que, connoiſſant la relation de t à x, on trouvera X, & par conſéquent la figure du

vaſe ; ou que, ſi la figure du vaſe eſt donnée, on trouvera s, en intégrant l'équation précédente, après y avoir ſubſtitué pour X ſa valeur donnée par la figure du vaſe.

III. Coaollaire I. Si on veut, par exemple, qu'en temps égaux la ſurface du fluide parcoure des parties égales de la hauteur KD, il faudra faire $s = nx$, n étant un nombre conſtant & donné : alors on aura $ds = n\,dx$, & par conſéquent $n = \frac{\theta X}{2K\sqrt{a}\cdot\sqrt{(b-x)}}$; d'où l'on tire $X = \frac{2nK\sqrt{a}\cdot\sqrt{(b-x)}}{\theta}$; ce qui détermine la figure du vaſe.

La même hypotheſe ſubſiſtant, ſi l'on ſuppoſe de plus que le vaſe ſoit un ſolide de révolution produit par le mouvement circulaire de la courbe AMD autour de l'axe KD, & qu'on prene l'abſciſſe $DP = z$, l'ordonée $PM = y$: on aura $X = \frac{\Pi y^2}{2}$, Π étant le raport de la circonférence au diametre ; & $x = b - z$. Subſtituant ces valeurs dans l'expreſſion qu'on a trouvée pour X, on aura $y^2 = \frac{4nK\sqrt{a}\cdot\sqrt{z}}{\theta\Pi}$, ou (en faiſant $\frac{4nK\sqrt{a}}{\theta\Pi} = m^{\frac{1}{2}}$), $y^4 = m^1 z$. D'où l'on voit que la courbe AMD eſt une parabole du troiſieme genre.

IV. Coaollaire II. Suppoſons que le vaſe propoſé ait la forme priſmatique ou cylindrique $AFHC$, *Fig.* 14, la quantité X ſera ici une quantité conſtante que je nomme A ; & on aura $ds = \frac{\theta A}{2K\sqrt{a}} \times \frac{dx}{\sqrt{(b-x)}}$, dont l'intégrale eſt $s = \frac{\theta A}{K\sqrt{a}} \times (\sqrt{b} - \sqrt{(b-x)})$.

Il eſt facile de conſtruire, au moyen de cette formule, une *clepſydre* cylindrique. Voulez-vous, par exemple, partager la hauteur KD ou CH en douze parties, qui ſoient parcourues en temps égaux par la ſurface du fluide ? Repréſentez CH par 144, carré de 12 ; de ces 144 parties égales qui compoſent CH, retranchez 121, carré de 11, le reſte 23 fera connoître la premiere partie cherchée CG ; de 121, retranchez 100, carré de 10, le reſte 21 donnera la ſeconde partie cherchée ; de 100, retranchez 81, carré de 9, le reſte donnera la troiſieme partie cherchée ; ainſi de ſuite. D'où l'on voit que les parties ſucceſſives de la hauteur CH, comptées depuis le point C, ſont entr'elles comme les termes de la progreſſion arithmétique décroiſſante $\div$ 23. 21. 19. 17. *&c.*, la hauteur totale CH étant exprimée par le nombre 144.

Quant à la meſure préciſe du temps employé à parcourir chaque partie de la hauteur CH, on le déterminera par la même formule. Suppoſons, par exemple, que la hauteur totale CH doive être parcourue en 12 heures, & que par conſéquent chacune de ces parties doive être parcourue en 1 heure : on trouvera 12 heures $= \frac{\theta A\sqrt{b}}{K\sqrt{a}}$. Il faudra donc tellement combiner les trois quantités A, K, b (les ſeules dont on peut ici diſpoſer), que l'équation précédente ait lieu en effet. On voit que deux de ces trois quantités étant données, on en conclut la troiſieme. (*L. B.*)

CLIMATS ; parties ou zônes de la terre, dans leſquelles le plus long jour d'été eſt de 12 $\frac{1}{2}$ heures, 13 heures, *&c.* on diſtingue 24 *climats* d'heures. *C'eſt un terme de l'ancienne Géographie.*

CLOISON (*Hyd.*) ; on nomme ainſi des ſéparations de cuivre, de plomb, ou de fer-blanc, qu'on place dans les cuvetes des fontaines & des jaûges. On en diſtingue de deux ſortes : celle de calme, appelée *languete*, eſt placée près de l'endroit où tombe l'eau, ſans interrompre ſa communication dans toute la cuvete, elle ne fait qu'en rompre le flot, qui dérangeroit le niveau de l'eau en même temps qu'il en augmenteroit la dépenſe : l'autre *cloiſon* eſt celle du bord où s'atachent les baſſinets pour la diſtribution de l'eau. *Voyez* Baſsinets. (*K*).

COCHER, *ou le charetier* (*Aſtron.*) ; conſtellation boréale, compoſée de 66 étoiles dans le catalogue britannique ; elle eſt appelée, dans les auteurs, *auriga*, *aurigator*, *agitator currus*, *arator*, *heniochus*, *habenifer* (qui tient les rênes) *Erichthonius* ; dans Homere, *Eriſtheus* ; chez les Égyptiens, *Orus* ; d'autres l'ont appelé *Phaéton*, *Abſyrthe*, *Bellerophon*, *Cuſtos caprarum*, *Trochilus*, *Œnomaus*, *Hippolitus*. L'étoile brillante de cette conſtellation eſt appelée la *chevre*. La même conſtellation renferme auſſi les *chevreaux*, qui, ſuivant les poëtes, avoient été nouris du même lait que Jupiter.

Cet Érichthon étoit, non le fils de Dardanus, mais un roi d'Athènes, qui fut déifié comme l'inventeur de pluſieurs arts utiles, ſur-tout de celui des chars.

Primus Erichthonius currus & quatuor auſus
Jungere equos, rapidiſque rotis inſiſtere victor.
Georg. III, 113.

Dans le commentaire de Théon ſur Aratus, Bellerophon eſt cité comme l'auteur de l'invention du char, & comme étant le cocher céleſte ; d'autres y ſubſtituent Myrtille, Cillantus, ou le Cocher de Pelops, & Orus, qui enſeigna le premier l'Agrienlture aux Égyptiens.

On peut très-bien imaginer que les anciens placerent un laboureur dans la partie du ciel, qui pouvoit déſigner l'entrée du ſoleil dans le tau-

reau, & ces deux conſtellations reçurent un culte ſpécial.

Suivant M. Dupuis, c'eſt cette conſtellation qui a fourni au *Jupiter Ægiochus* des Grecs, & à *Pan*, leurs attributs. On la conſidéroit comme une des formes de l'âme du monde. Le bouc adoré à Mendès, & le bouc *aſima* des Samaritains, ne ſont que l'image de la belle étoile de cette conſtellation, eppelée *hircus* par un ancien commentateur de Ptolémée. Cette conſtellation ſe levoit en temps de l'équinoxe, & ſe couchoit le matin en automne. C'eſt par-là que M. Dupuis explique le fable de Phaéton, qui tombe dans l'Éridan, parce qu'il ſe couche peu après ce fleuve. (*Aſtron. t. iv, p.* 521.)

Suivant M. Hyde, c'eſt à le chevre, ou à ſes petits, que ſe raporte le nom d'*Aiſch*, donné par Job à une de nos conſtellations : c'eſt le Α'ξ des Grecs. (*D. L.*)

COCHLEA, en *Méchanique* ; terme latin qui ſignifie l'*une des cinq machines ſimples* : on la nomme en françois *vis*. *Voyez* Vis.

On l'eppele de la ſorte, à cauſe de ſa reſſemblance avec la coquille du limaçon ou *cochlea*. (*O*).

COCHONET, (*Jeu*); eſpece de dé taillé à douze faces pentagonales, chargées chacune d'un chifre depuis 1 juſqu'à douze. On joue au *cochonet* comme aux dés.

On donne le même nom à une balle ou pierre que celui qui a gâgné le coup précédent jete à diſcrétion, & à laquelle tous les joueurs dirigent leurs boules. La boule plus voiſine du *cochonet* gâgne le coup.

CODILLE, *terme de Jeux*. On dit Itre *codille* à *l'ombre*, au *médiateur*, en *quadrille*, *&c.* quand on ne ſait pas le nombre de mains preſcrites par le gain ou la remiſe de la partie. *Voyez ces mots*.

COËFFICIENT, ſ. m. (*Algebre*) en langage algébrique, eſt le nombre ou la quantité quelconque placée devant un terme ; & qui, en ſe multipliant avec les quantités du même terme qui ſuivent, ſert à former ce terme. *Voyez* Terme. Ainſi, dans $3a$, bx, Cxx, 3 eſt le *coëfficient* du terme $3a$, b celui de bx, C celui de Cxx.

Lorſque'une lettre n'eſt précédée d'aucun nombre, elle eſt toujours cenſée avoir 1 pour *coëfficient*, parce qu'il n'y a rien qu'on ne puiſſe regarder comme multiplié par l'unité. Ainſi a, bc ſont abſolument la même choſe que $1a$, $1bc$. Il ne faut pas confondre les *coëfficiens* avec les expoſans. Dans la quantité $3a$, le *coëfficient* 3 indique que a eſt pris trois fois, ou que a eſt *ajouté* deux fois à lui-même. Au contraire, dans la quantité a^3, l'expoſant 3 indique que a eſt *multiplié* deux fois de ſuite par lui-même.

Par exemple, ſuppoſons que a ſoit 4, $3a$ ſera 3 fois 4, c'eſt-à-dire, 12, & a^3 ſera $4\times4\times4$, c'eſt-à-dire, 64.

Dans une équation ordonée, le *coëfficient* du ſecond terme eſt la ſomme de toutes les racines priſes avec des ſignes contraires (*Voyez* Racine); en ſorte que ſi la ſomme des racines poſitives eſt égale à celles des racines négatives, & que par conſéquent le ſomme totale des racines ſoit zéro, il n'y aura point de ſecond terme dans l'équation.

Le *coëfficient* du troiſieme terme dans la même équation ordonée, eſt le ſomme de tous les produits des racines priſes deux à deux de toutes les manieres poſſibles.

Le *coëfficient* du quatrieme terme eſt la ſomme de tous les produits des racines priſes trois à trois de toutes les manieres poſſibles, avec des ſignes contraires ; & ainſi des autres termes à l'infini.

La méthode des *coëfficiens* indéterminés eſt une des plus importantes découvertes que l'on doive à Deſcartes. Cette méthode très en uſage dans la théorie des équations, dans le calcul intégral, & en général dans un très grand nombre de problêmes mathématiques, conſiſte à ſuppoſer l'inconnue égale à une quantité dans laquelle il entre des *coëfficiens* qu'on ſuppoſe connus, & qu'on déſigne par des lettres ; on ſubſtitue enſuite cette valeur de l'inconnue dans l'équation ; & mettant les uns ſous les autres les termes homogenes, on fait chaque *coëfficient* $=0$, & on détermine par ce moyen les *coëfficiens* indéterminés. Par exemple, ſoit propoſée cette équation différentiele, $dy+byd x+ax^2dx+cxdx+fdx=0$, on ſuppoſera $y=A+Bx+Cxx$, & on aura,

$$\begin{aligned} dy &= Bdx + 2Cxdx \\ +byd x &= bAdx + bBxdx + bCxxdx \\ +ax^2dx &= \qquad\qquad + ax^2dx \\ +cxdx &= \qquad + cxdx \\ +fdx &= +fdx. \end{aligned}$$

Enſuite on fera $B+bA+f=0$, $2C+bB+a=0$, $bC+a=0$; & réſolvant ces équations à l'ordinaire (*Voyez* Équation), on aura les inconnues A, B, C. (*O*).

CŒUR, (*Géométrie*). Quelques géometres, entr'autres M. Varignon, dans les *Mém. de l'Acad. des Sc. ann.* 1692, ont donné ce nom au ſolide que formeroit une demi-ellipſe en tournant, non autour de ſon axe, mais autour d'un de ſes diametres ; & en effet un tel ſolide auroit aſſez la figure d'un *cœur* pointu par le bas, & enfoncé par le haut. M. Varignon a cherché la dimenſion de ce ſolide ; mais il s'eſt trompé, comme il ſeroit aiſé de le faire voir. On peut trouver facilement le dimenſion du *cœur* par la méthode ſuivante.

Soit imaginée une demi ellipſe dont les deux exes ſoient égaux aux deux diametres de l'ellipſe donnée ; chaque ordonée ſera auſſi égale de part & d'autre, excepté que dans l'ellipſe formatrice du *cœur* les ordonées ſeront obliques à l'axe, & que dans l'autre elles lui ſeront perpendiculaires ; celles-ci dans la rotation formeront des cercles, & les autres formeront des ſurfaces coniques qui

ſeront aux cercles dans le raport du ſinus de l'angle des deux diametres à l'angle droit : rien n'eſt plus facile à démontrer. De plus, dans le *cœur* les ſurfaces coniques ſeront obliquement poſées par raport à l'axe ; au lieu que dans le ſolide formé par l'autre ellipſe, les cercles ſeront perpendiculaires à l'axe : donc l'élément du *cœur* eſt encore à l'élément de l'autre ſolide, enviſagé ſous ce point de vue, comme le ſinus de l'angle des deux diametres eſt au ſinus total. Donc, puiſque ce raport entre deux fois dans le raport total des deux élémens, il s'enſuit que l'élément du *cœur* eſt à l'élément de l'autre ſolide, comme le carré du ſinus de l'angle des diametres eſt au carré du ſinus total : donc les deux ſolides ſont auſſi entr'eux dans ce raport. En voilà aſſez pour mettre ſur la voie ceux qui voudront aller plus loin, faire de cette propoſition une démonſtration en forme, & reconoître en quoi peche celle de M. Varignon. (*O*).

CŒUR *du lion* ou *Regulus*, *Baſiliſcus* (*Aſtr.*) ; étoile de la premiere grandeur dans la conſtellation du lion.

Cœur *de Charles*, (*Aſtron.*) ; c'eſt le nom d'une petite conſtellation boréale ; elle eſt marquée ſous ce nom dans le planiſphere en deux feuilles, gravé en Angleterre, & appelé communément *planiſphere de Senex*, quoiqu'on y voie le nom de Harris comme rédacteur, & celui de Bowles comme marchand. Elle n'eſt remarquable que par une étoile de ſeconde grandeur, ſituée ſous la queue de la grande ourſe, du côté de la chévelure de Bérénice & de la queue du lion. Cette étoile eſt appelée dans le catalogue de Tycho-Brahé, *informis inter caudam hujus & leonis*. Dans le *Catalogue britannique*, publié en 1712, par Halley, ſur les *Obſervations* de Flamſtéed, elle eſt appelée *clara ſub cauda informis* ; il paroît qu'alors on ne lui avoit pas encore donné le nom qu'elle porte actuélement. Dans l'édition de 1725, donnée par Flamſtéed lui-même, elle eſt compriſe dans la conſtellation des chiens de chaſſe, introduite par Hévélius ; *in annulo armillæ clara informis ſub cauda urſæ*. Dans les grandes cartes céleſtes de Flamſtéed, elle eſt en effet ſituée ſur le collier d'un des chiens, ſans aucune figure de *cœur*. Cette dénomination de *cœur de Charles*, a probablement été introduite par Halley, ainſi que le chêne de Charles II, roi d'Angleterre, par reſpect pour la mémoire d'un prince, fondateur de l'Académie & de l'Obſervatoire d'Angleterre. Flamſtéed n'a point adopté cette dénomination de Halley, qu'il n'aimoit pas ; mais on la trouve ſur les planiſpheres de Senex, ſur ceux de M. Robert de Vaugondy, ſur mon globe céleſte, gravé en 1773, ſur le petit *Atlas* de Fortin, qui eſt une réduction des cartes de Flamſtéed, & ſur le planiſphere qui eſt dans les figures de ce Dictionaire. La principale étoile avoit en 1690, $5^{s}\ 20^{d}\ 13'\ 22''$ de longitude, & $40^{d}\ 7'\ 18''$ de latitude boréale. (*D. L.*)

Cœur *de l'hydre*, (*Aſtronomie*), étoile de la ſeconde grandeur dans le *cœur* de la conſtellation de l'hydre, la douzieme dans le catalogue de Ptolémée, la onzieme dans celui de Tycho, & la vingt-cinquieme dans celui d'Angleterre. *Voyez* Hydre. (*O*).

COIN, ſ. m. (*Méchan.*) : priſme triangulaire *ABCDEF*, *Pl. méch. Fig.* 58, de fer, qu'on introduit dans une fente pour écarter ou ſéparer les deux parties d'un corps. Quelquefois auſſi on s'en ſert pour ſoulever des poids, ou pour comprimer des corps.

Les conteaux, les raſoirs, les ciſeaux, & en général tous les inſtrumens tranchans, ou pénétrans, ſe raportent au *coin*.

On appele *tête du coin* la face parallélogrammique *ABCD* qui reçoit le coup, ou l'impreſſion de la force motrice ; l'arête *EF*, par laquelle le *coin* commence à s'enfoncer, en eſt le tranchant ; & les faces parallélogrammiques *ABFE*, *DCFE*, par leſquelles il preſſe les corps contigus, en ſont les *côtés*.

Nous repréſenterons cet inſtrument par ſon ſimple profil *DAE*, *Fig.* 59, c'eſt-à-dire, par le triangle qui, en ſe mouvant parallélement à lui-même, engendre le *coin*.

I. Suppoſons un corps apuié par ſa baſe *ZF*, *Fig.* 60, ſur un plan immobile. Que pour écarter les deux parties *M* & *N* de ce corps, on introduiſe entr'elles un *coin DEA* frapé ou pouſſé perpendiculairement à ſa tête par une force *Q*. Il eſt clair que cette force étant détruite uniquement par les réſiſtances que les parties du corps à fendre oppoſent à l'action du *coin*, doit néceſſairement ſe décompoſer en deux forces dirigées vers les apuis *I* & *K*, perpendiculairement aux côtés *AE*, *DE* du *coin*, qu'on peut regarder comme des plans tangens aux apuis *I* & *K*. Ainſi la force *Q* & les deux preſſions qu'elle produit aux points *I* & *K*, ſont dans un même plan, & concourent au même point *O*. Nommons *Q*, *I*, *K*, ces trois forces ; & conſidérons que leurs directions *QO*, *OI*, *OK*, étant perpendiculaires chacune à chacun des trois côtés *AD*, *AE*, *DE*, du triangle *AED*, on a $Q : I : K :: AD : AE : DE$; & par conſéquent auſſi, $Q : I + K :: AD : AE + DE$.

II. A cauſe de l'équilibre, les deux preſſions *I* & *K* ſont détruites par deux réſiſtances contraires & égales chacune à chacune, que les parties du corps à fendre leur oppoſent. Ainſi, *la force imprimée perpendiculairement à la tête du* coin, *eſt à la ſomme des réſiſtances que les parties du corps à fendre oppoſent immédiatement à ſon action, comme la tête du* coin, *eſt à la ſomme de ſes côtés*.

On voit que plus le *coin* deviendra tranchant, plus la même puiſſance acquerra d'avantage ſur la ſomme des réſiſtances à vaincre, & plus, par conſéquent, le *coin* trouvera de facilité à s'enfoncer.

Digitized by Google

III. Lorſque le *coin* eſt iſoſcele, c'eſt-à-dire, lorſque les côtés AE, DE, ſont égaux, les deux forces I & K ſont égales, & on a $Q : I + K :: AD : 2AE :: \frac{AD}{2} : AE$. Donc alors

la force imprimée perpendiculairement à la tête du coin, *eſt à la ſomme des réſiſtances que les parties du corps à fendre lui oppoſent, comme la demi-tête du* coin *eſt à l'un des côtés.*

IV. Prenons en général ſur les directions des deux forces I, K, les parties IV, KH, égales reſpectivement aux côtés AE, DE du *coin*, pour repréſenter ces forces; & décompoſons chacune des mêmes forces en deux autres, l'une perpendiculaire, l'autre parallele à la baſe ZF, en conſtruiſant les deux parallélogrammes rectangles $IRVT$, $KSHG$, qui ſatisfaſſent à cette condition. Il eſt évident que les deux forces IR, KS, étant perpendiculaires au plan ſur lequel le corps s'apuie, ne peuvent imprimer aucune ſorte de mouvement à ce corps. Mais la force IT tend à mouvoir la partie M parallélement à ZF; & la force KG tend à mouvoir la partie N parallélement à FZ. Nommons T & G les deux forces IT, KG. Cela poſé,

1°. On aura $I : T :: IV$ ou $AE : IT$; & comme on a I, $Q : I :: AD : AE$; ſi l'on multiplie ces deux proportions par ordre, on aura $Q : T :: AD : IT$.

2°. On trouvera ſemblablement, $K : G :: AD : KG$.

Ces deux proportions donnent la ſuite de proportioneles, $Q : T : G :: AD : IT : KG$; & par conſéquent auſſi, $Q : T + G :: AD : IT + KG$.

V. Suppoſons que la tête DA du *coin* ſoit parallele à la baſe ZF, & menons du tranchant E, la perpendiculaire EB ſur la tête. Les deux triangles rectangles IVT, EAB, qui ont des hypothénuſes égales par conſtruction, & qui ayant tous les côtés perpendiculaires chacun à chacun, ſont équiangles, ſont parfaitement égaux. On aura donc $IT = FB$. On démontrera de même que $KG = EB$. Ainſi, les deux forces T & G ſont égales; & la ſuite précédente donne, $Q : T + G :: AD : 2EB :: \frac{AD}{2} : EB$.

Il ſoit de là que *lorſque la tête du* coin *eſt parallele au plan ſur lequel le corps s'apuie, la force imprimée perpendiculairement à la tête du* coin, *eſt à la ſomme des réſiſtances que les deux parties du corps à fendre lui oppoſent parallélement à la tête du* coin, *comme la demi-tête du coin eſt à ſa hauteur.*

Cette propriété peut être appliquée au cas où l'on ſe ſert du *coin* pour comprimer; car alors la réſiſtance s'exerce parallélement à la tête du *coin*.

VI. Telle eſt à peu près toute la théorie mathématique du *coin*. Nous ne devons pas diſſimuler que l'application de cette théorie à la pratique n'eſt pas ſuſceptible d'une grande préciſion, parce que les différens corps ſont compoſés de parties plus ou moins adhérentes entr'elles, ou de fibres plus ou moins flexibles; d'où il réſulte que la même force appliquée au même *coin*, ne produira pas les mêmes enfoncemens dans deux matieres différentes, & que chaque enfoncement particulier ne peut guere être déterminé exactement que par la voie d'une expérience immédiate. (*L. B.*)

Coin (*au jeu de trictrac*): qui dit ſimplement le *coin*, entend le *coin de repos*, ainſi nommé parce que le joueur eſt moins expoſé quand il s'eſt emparé de ce *coin*; c'eſt toujours la onzieme câſe, non compris celle du tas de dames.

Une des regles les plus ſûres, c'eſt de le prendre le plutôt qu'on peut, & d'avoir pour cela des dames ſur les câſes de quine & de ſonez.

Le *coin de repos* ſe prend par puiſſance ou par effet; dans le premier cas, lorſque celui contre qui l'on joue n'a pas le ſien, & que du dé que vous amenez vous pouvez mettre deux dames dans ſon *coin*, ce qui ne ſe fait point: on n'empeche point ſon adverſaire de ſe faire ſon grand jan, quoiqu'on en ait la puiſſance; il eſt plus avantageux de prendre ſon *coin*. On le prend par effet lorſque ſon dé a deux dames qui batent ſon propre *coin*. Comme on ne peut ſe ſaiſir de ſon *coin* qu'avec deux dames, les regles du jeu ne permettent pas auſſi qu'on le quite ſans les lever toutes deux enſemble. Qui s'empare de ſon *coin* par effet, n'eſt plus en droit de reprendre par puiſſance: ſi celui contre qui l'on joue s'eſt ſaiſi du ſien, cette puiſſance eſt ôtée.

Coin *bourgeois*, *au trictrac*, ſe dit de la câſe de quine & de ſonez. *Voyez* Quine & Sonez.

COÏNCIDENCE, ſ. f. *en Géométrie*, ſe dit des figures, lignes, *&c.* dont toutes les parties ſe répondent exactement lorſqu'elles ſont poſées l'une ſur l'autre, ayant les mêmes termes ou les mêmes limites.

La *coïncidence* déſigne donc une égalité parfaite, c'eſt-à-dire, que les figures ou lignes entre leſquelles il y a *coïncidence*, ſont égales & ſemblables. *Voyez* Égalité & Semblable.

Euclide, & preſque tous les autres géometres à ſon exemple, démontrent un grand nombre de propoſitions élémentaires, par le ſeul principe de la *coïncidence* ou ſuperpoſition. *Voyez* Superpoſition. (*O*).

COÏNCIDER, *terme de Géométrie*: on dit que deux lignes ou ſurfaces *coïncident*, lorſqu'étant appliquées l'une ſur l'autre, elles s'ajuſtent & ſe confondent parfaitement. *Voyez* Coincidence. (*O*).

COLIN-MAILLARD, ſ. m. *jeu d'enfans*; on bouche les yeux à un d'entr'eux, il pourſuit ainſi les autres à tâton juſqu'à ce qu'il en ait atrapé un autre qu'il eſt obligé de nommer,

& qui prend ſa place, & qu'on appele auſſi *colin-maillard*.

COLLER *au jeu de billard*, c'eſt faire toucher la bille à la bande, de façon qu'on ne puiſſe pas la jouer aiſément.

COLLIMATION, *ligne de collimation* (*Aſtr.*) eſt celle par laquelle on viſe à un objet, par les deux pinules d'un graphometre. Dans une lunete c'eſt la ligne qui paſſe par le centre des verres, ou l'axe optique de la lunete. La ligne de *collimation* doit être parallele à la ligne de foi, c'eſt-à-dire, à la ligne qui paſſe par le centre de l'inſtrument & par le point de l'index qui marque la diviſion. On dit auſſi *la ligne de foi* pour dire la *ligne de collimation*, parce que ces deux lignes étant paralleles entr'elles & peu diſtantes l'une de l'autre, elles ſe dirigent au même point du ciel. (*D. L.*)

COLLISION, ſ. f. (*Méch.*) veut dire la même choſe que choc. *Voyez* Choc.

COLOMBE (*Aſtron.*), conſtellation méridionale, ſituée au deſſous du lievre & du grand chien, introduite vers le commencement du XVIIe ſiecle, lorſque les navigateurs commencerent à obſerver les étoiles auſtrales & à leur donner des noms : on prétendit placer la *colombe* de Noé à côté du vaiſſeau que l'on conſidéra comme l'arche de Noé. Elle eſt repréſentée dans les cartes de Bayer avec neuf étoiles, ſans autre explication que celle-ci : *recentioribus columba*. Dans le catalogue de Flamſtéed, elle contient dix étoiles ; dans celui de la Caille, elle en renferme un bien plus grand nombre. La principale, appelée α, avoit en 1750, 82^d^ 39′ 13″ d'aſcenſion, & 34^d^ 13′ 25″ de déclinaiſon ; d'où il ſuit qu'on peut très-bien la voir en Europe, puiſqu'elle paſſe au méridien près de 7 degrés au deſſus de l'horizon de Paris. Elle eſt de ſeconde grandeur. (*D. L.*)

COLONNE, force des *colonnes* (*Méchanique de l'Architecture*). Comme on ne bâtit pas ſeulement avec le bois, mais auſſi avec la pierre & le marbre, il ſeroit à ſouhaiter pour le bien de l'architecture que nous euſſions des expériences bien faites ſur la force des *colonnes* de pierre.

M. Van Muſſchenbroëk a déja là-deſſus fait quelques expériences, qu'il raporte dans ſes *Eſſ. de Phyſ.* Il a pris une *colonne* carrée faite de terre glaiſe, & auſſi dure que la brique rouge durcie au feu : cette *colonne*, qui avoit onze pouces & demi de long, & dont chaque côté étoit de $\frac{5}{12}$ d'un pouce, fut rompue par 195 livres. Une pierre de brême, longue de douze pouces $\frac{10}{12}$, & dont chaque côté étoit de $\frac{5}{12}$ d'un pouce, fut rompue par 150 livres. Un marbre blanc un peu veiné, long de treize pouces $\frac{1}{4}$, épais d'un côté de $\frac{5}{12}$ d'un pouce, & qui avoit de l'autre côté l'épaiſſeur de $\frac{6}{12}$ d'un pouce, fut rompu par 250 livres.

Si l'on prend un pilier de pierre fait de demi-pierres poſées les unes ſur les autres, ayant l'épaiſſeur de trois pouces, la largeur de ſept pouces ; & la hauteur de dix pieds, on demande quelle charge pourra ſupporter ce pilier de pierre, en ſuppoſant qu'il ſoit bâti de briques rouges durcies par le feu.

Si ce pilier étoit de la même épaiſſeur que celle qu'avoit la *colonne* dans l'expérience précédente, & qu'il fût de la hauteur de dix pieds, il ne pourroit ſupporter deux livres, parce que les forces ſont en raiſon inverſe des carrés des hauteurs ; mais ſi l'on compte qu'une pierre eſt de la longueur de 7 pouces, c'eſt-à-dire, dix-ſept fois plus large que n'eſt la *colonne* dans l'expérience ; alors ce même pilier de mur qui a l'épaiſſeur de $\frac{5}{12}$ de pouce, & la largeur de ſept pouces, pourra ſupporter trente livres. Mais la pierre eſt de l'épaiſſeur de trois pouces, qui eſt le côté courbé par le poids dont il eſt chargé ; ce côté eſt donc à celui de la *colonne* rompue comme 36 à 5, dont les carrés ſont comme 1296 à 25 : c'eſt pourquoi le pilier de mur qui eſt de la hauteur de dix pieds, ne pourra être chargé que de 1555 livres ; mais s'il étoit de l'épaiſſeur d'une pierre entiere, il pourroit ſupporter un fardeau quatre fois plus peſant.

Par conſéquent un mur qui ſera de l'épaiſſeur d'une demi-pierre, & qui aura dix pieds de haut, pourra être chargé de 1555 livres, autant de fois qu'il ſera de la longueur des pierres entieres ou de ſept pouces. Il eſt certain que s'il étoit fait de pierres plus dures, il pourroit ſupporter une charge encore plus peſante avant que d'être renverſé. Si l'on compare la force d'un pilier de pierre avec celle d'un pilier de bois de chêne, qui ſoit auſſi de la hauteur de dix pieds, & dont les côtés aient trois pouces & ſept pouces, on trouvera que le bois de chêne pourra ſupporter beaucoup davantage, & même preſque 2800 livres.

Comme on éleve dans les Égliſes pluſieurs *colonnes* qui ſoutienent tout le bâtiment ; ſi l'on prenoit une *colonne* de marbre blanc de la hauteur de quarante pieds, & dont le diametre ſeroit de quatre pieds, elle pourroit ſupporter à peu près le poids de 105,011,085 livres. Ainſi, l'on eſt en état de calculer quel poids étoient capables de ſoutenir les 127 *colonnes* du temple de la Diane d'Épheſe, qui étoient toutes d'une piece de 60 pieds de hauteur.

Comme on bâtit ſouvent des maiſons à deux portes qui donnent ſur le coin des rues, de ſorte que tout le poids de la façade repoſe ſur le poteau de ce coin : il n'eſt pas indifférent de ſavoir l'épaiſſeur qu'il convient de donner à ce poteau ; mais il ſeroit encore bon de calculer les avantages & les déſavantages qu'il y auroit à le former en *colonnes* de pierre par préférence, parce que ce poteau doit ſupporter ſans aucun danger le poids de la façade qui repoſe ſur lui. (*M. le Chevalier de Jaucourt.*)

* (M. Euler & M. de la Grange ont donné, le premier dans les Mémoires de l'Académie de

Berlin pour l'année 1757, l'autre dans le ve volume des Mémoires de l'Académie de Turin, d'excellentes recherches *ſur la force des colonnes*.

Colonne *d'eau* (*Hyd.*): eau contenue dans un tuyau, qui la fait monter d'une riviere ou d'un réſervoir quelconque par le moyen d'une machine hydraulique. On appele auſſi *colonne d'eau* l'eau qui forme un jet au ſortir d'un ajutage. On dit également, dans des ſens analogues, une *colonne* d'air, une *colonne* de mercure, *&c.*

COLURES (*Aſtron.*) ſont deux grands cercles paſſant par les poles du monde, l'un par les équinoxes, l'autre par les ſolſtices; leur nom, ſuivant quelques auteurs, vient du mot grec Κόλυρος, *mutilus*, *truncus*, parce que dans les ſpheres artificielles on a fait des entailles ſur ces cercles, pour fixer, aſſembler & retenir les autres cercles; cependant Macrobe dit que ce nom vient de ce qu'ils ne font pas tout le tour de la ſphere. *Nomen dedit imperfecta converſio; ambientes enim ſeptentrionalem verticem poli, atque inde, in diverſa diffuſi, & ſe in ſumme interſecant & quinque parallelos in quaternas partes æqualiter dividunt: zodiacum ita interſecantes, ut unus eorum per arietem & libram, alter per cancrum atque capricornum meando decurrat; ſed ad auſtralem verticem non pervenire creduntur. Somn. Scip. I*, 25. Il eſt vrai que nous ne voyons jamais la partie des *colures* qui avoiſine le pole auſtral; mais l'exiſtence de cette partie ne doit pas moins ſe ſuppoſer. Le *colure*, ou cercle paſſant par les poles du monde ou de l'équateur, & par les points ſolſticiaux, s'appele *colure des ſolſtices*; on a donné à ce méridien un nom diſtinctif, parce qu'il ſert à meſurer l'obliquité de l'écliptique. Tous les aſtres placés ſur ce *colure*, ont 90° ou 270^d^ d'aſcenſion droite, & autant de longitude.

Le *colure des équinoxes* eſt un autre méridien qui eſt perpendiculaire au précédent, ou au *colure* des ſolſtices, & qui paſſe par les poles du monde & par les points équinoxiaux. Tous les aſtres placés ſur ce *colure* ont zéro ou 180 degrés d'aſcenſion droite, mais leurs longitudes varient. (*D. L.*)

COMBINAISON, ſ. f. (*Analyſe*) ne devroit ſe dire proprement que de l'aſſemblage de pluſieurs choſes deux à deux; mais on l'applique dans les Mathématiques à toutes les manieres poſſibles de prendre un nombre de quantités données.

Le P. Merſenne a donné les *combinaiſons* de toutes les notes & ſons de la Muſique au nombre de 64; la ſomme qui en vient ne peut s'exprimer, ſelon lui, qu'avec 60 chifres ou figures.

Le P. Sébaſtien a montré, dans les *Mémoires de l'Académie*, 1704, que deux carreaux partagés chacun par leurs diagonales en deux triangles de différentes couleurs, fourniſſoient 64 arrangemens différens d'échiquier: ce qui doit étoner, lorſqu'on conſidere que deux figures ne ſauroient ſe combiner que de deux manieres. *Voyez* Carreau.

On peut faire uſage de cette remarque du P. Sébaſtien, pour carreler des apartemens.

Doctrine des combinaiſons. Un nombre de quantités étant donné avec celui des quantités qui doit entrer dans chaque *combinaiſon*, trouver le nombre des *combinaiſons*.

Une ſeule quantité, comme il eſt évident, n'admet point de *combinaiſon*; deux quantité *a* & *b* donneut une *combinaiſon*; trois quantités *a*, *b*, *c*, combinées deux à deux, donnent trois *combinaiſons ab*, *ac*, *bc*; quatre en donneroient ſix *ab*, *ac*, *bc*, *ad*, *bd*, *cd*; cinq en donneroient dix *ab*, *ac*, *bc*, *ad*, *bd*, *ad*, *ac*, *be*, *ce*, *de*.

En général, la ſuite des nombres des *combinaiſons* eſt 1, 3, 6, 10, *&c.* c'eſt-à-dire, la ſuite des nombres triangulaires; ainſi, q repréſentant le nombre des quantités à combiner, $\frac{q-1}{1} \times \frac{q+0}{2}$ ſera le nombre de leurs *combinaiſons* deux à deux. *Voyez* Nombres triangulaires.

Si on a trois quantités *a*, *b*, *c*, à combiner trois à trois, elles ne fourniront qu'une ſeule *combinaiſon abc*; qu'on prene une quatrieme quantité *d*, les *combinaiſons* que ces quatre quantités peuvent avoir trois à trois, ſeront les quatre *abc*, *abd*, *bcd*, *acd*; qu'on en prene une cinquieme, on aura les dix *combinaiſons abc*, *abd*, *bcd*, *acd*, *abe*, *bde*, *bce*, *ace*, *ade*; qu'on en mette une ſixieme, on aura vingt *combinaiſons*, &c. En ſorte que la ſuite des *combinaiſons* trois à trois eſt celle des nombres pyramidaux; & que q exprimant toujours le nombre des quantités données, $\frac{q-2}{1} \times \frac{q-1}{2} \times \frac{q-0}{3}$, eſt celui de leurs *combinaiſons* trois à trois.

Le nombre des *combinaiſons* quatre à quatre des mêmes quantités ſe trouveroit de la même maniere $\frac{q-3}{1} \times \frac{q-2}{2} \times \frac{q-1}{3} \times \frac{q-0}{4}$; & en général n exprimant le nombre de lettres qu'on veut faire entrer dans chaque terme de la *combinaiſon*, la quantité $\frac{q-n+1}{1} \times \frac{q-n+2}{2} \times \frac{q-n+3}{3} \times \frac{q-n+4}{4} \times \ldots\ldots \frac{q}{n}$ exprimera le nombre demandé des *combinaiſons*.

Que l'on demande, par exemple, en combien de manieres ſix quantités peuvent ſe prendre quatre à quatre, on fera $q=6$ & $n=4$, & l'on ſubſtituera ces nombres dans la formule précédente, ce qui donnera $\frac{6-4+1}{1} \times \frac{6-4+2}{2} \times \frac{6-4+3}{3} \times \frac{6-4+4}{4} = 15$.

Corollaire. Si on veut avoir toutes les *combinaiſons* poſſibles d'un nombre de lettres quelconque,

Digitized by Google

priſes tant deux à deux que trois à trois, que quatre à quatre, *&c.* il faudra ajouter toutes les formules précédentes $\frac{q-1}{1} \times \frac{q-0}{2}$; $\frac{q-2}{1} \times \frac{q-1}{2} \times \frac{q-0}{3}$; $\frac{q-3}{1} \times \frac{q-2}{2} \times \frac{q-1}{3} \times \frac{q-0}{4}$, *&c.* c'eſt-à-dire, que le nombre de toutes ces *combinaiſons* ſera exprimé par

$$\frac{q \times q-1}{1.2} + \frac{q.q-1.q-2}{2.3} + \frac{q \times q-1.q-2.q-3}{2.3.4} +$$

&c.

Si on compaſe préſentement cette ſuite avec celle qui repréſente l'élévation d'un binome quelconque à la puiſſance q, on verra qu'en faiſant égal à l'unité chacun des termes de ce binome, les deux ſuites ſont les mêmes aux deux premiers termes près 1, & q, qui manquent à la ſuite précédente. De là il ſuit qu'au lieu de cette ſuite, on peut écrire $2^q - 1 - q$. Ce qui donne une maniere bien ſimple d'avoir toutes les *combinaiſons* poſſibles d'un nombre q de lettres. Que ce nombre ſoit par exemple 5, on aura donc pour le nombre total de ſes *combinaiſons* $2^5 - 5 - 1 = 32 - 6 = 26$. *Voyez* BINOME.

Un nombre quelconque de quantités étant donné, trouver le nombre des combinaiſons *& d'alternations qu'elles peuvent recevoir, en les prenant de toutes les manieres poſſibles.*

Suppoſons d'abord qu'il n'y ait que deux quantités a, b; on aura d'abord ab & ba, c'eſt-à-dire, le nombre 2; & comme chacune de ces quantités peut auſſi ſe combiner avec elle-même, on aura encore aa & bb, c'eſt-à-dire, que le nombre des *combinaiſons* & alternations eſt en ce cas $2 + 2 = 4$. S'il y a trois quantités a, b, c, & que l'expoſant de leur variation ſoit deux, on aura trois termes pour leurs *combinaiſons*, leſquels ſeront ab, bc, ac: à ces trois termes, on en ajoutera encore trois autres ba, cb, ca, pour les alternations, & enfin trois autres pour les *combinaiſons* aa, bb, cc, des lettres a, b, c, priſe chacune avec elle-même: ce qui donnera $3 + 3 + 3 = 9$. En général, il ſera aiſé de voir que ſi le nombre des quantités eſt n, & que l'expoſant de la variation ſoit 2, n^2 ſera celui de toutes leurs *combinaiſons* & de leurs alternations.

Si l'expoſant de la variation eſt 3, & qu'on ne ſuppoſe d'abord que trois lettres a, b, c, on aura pour toutes les *combinaiſons* & alternations aaa, aab, aba, baa, abb, aac, aca, caa, abc, bac, bca, acb, cab, cba, acc, cac, cca, bba, bab, bbb, bbc, cbb, bcb, bcc, cbc, ccb, ccc, c'eſt-à-dire, le nombre 27 ou 3^3.

De la même maniere, ſi le nombre des lettres étoit 4, l'expoſant de la variation 3, 4^3, ou 64, ſeroit le nombre des *combinaiſons* & alternations. Et en général ſi le nombre des lettres étoit n, n^3 ſeroit celui des *combinaiſons* & alternations pour l'expoſant 3. Enfin, ſi l'expoſant eſt un nombre quelconque, m, n^m exprimera toutes les *combinaiſons* & alternations pour cet expoſant.

Si on veut donc avoir toutes les *combinaiſons* & alternations d'un nombre n de lettres dans toutes les variétés poſſibles, il faudra prendre la ſomme de la ſérie $n^n + n^{n-1} + n^{n-2} + n^{n-3} + n^{n-4} + n^{n-5} + n^{n-6} +$, *&c.* juſqu'à ce que le dernier terme ſoit n.

Or, comme tous les termes de cette ſuite ſont en progreſſion géométrique, & qu'on a le premier terme n^n, le ſecond n^{n-1}, & le dernier n, il s'enſuit qu'on aura auſſi la ſomme de cette progreſſion, laquelle ſera $\frac{n^{n+1} - n}{n-1}$.

Que n, par exemple, ſoit égal à 4, le nombre de toutes les *combinaiſons* & alternations poſſibles ſera $\frac{4^4-4}{4-1} = \frac{1020}{3} = 340$. Que n ſoit 24, on aura alors pour toutes les *combinaiſons* & alternations poſſibles $\frac{24^{25} - 24}{24 - 1}$

$$= \frac{320096586444068189867779553482726 00}{23} =$$

13917242888872529994251284934022 00, & c'eſt cet énorme nombre qui exprime les *combinaiſons* de toutes les lettres de l'alphabet entr'elles.

Voyez l'*ars conjectandi* de Jacques Bernoulli & l'*analyſe des jeux de hazard* de Montmort. Ces deux auteurs, ſur-tout le premier, ont traité avec beaucoup de ſoin la matiere des *combinaiſons*. Cette théorie eſt en effet très-utile dans le calcul des jeux de hazard; & c'eſt ſur elle que roule toute la ſcience des probabilités. *Voyez* JEU, PARI, PROBABILITÉ, *&c.*

Il eſt viſible que la ſcience des anagrammes dépend de celles des *combinaiſons*. Par exemple, dans *Roma* qui eſt compoſé de quatre lettres, il y a vingt-quatre *combinaiſons* (*Voyez* ALTERNATION); & de ces vingt-quatre *combinaiſons* on en trouvera pluſieurs qui forment des noms latins, *armo*, *ramo*, *mora*, *amor*, *maro*; on y trouve auſſi *omar*; de même dans Rome, on trouve *mare*, *omer*, &c. (*O*).

* Nous ajouterons ici l'écrit ſuivant de M. de Mairan, ſur le nombre conſidérable de manieres différentes dont certains mots françois peuvent être écrits.

Manieres

Manieres différentes d'écrire le mot HAINAUT *en françois, dans la ſuppoſition que l'h ne s'aſpire pas.*

1°. Par *h*, ou ſans *h*	2 *man.*
2°. *e*, *ee*, *ei*, *ai*, *ey*, ou *ay* . . .	6
Dont le produit eſt 2×6, & donne .	12 *man.*
3°. Enſuite avec *n*, ou *nn*	2
Produit . . . 12×2, & donne .	24 *man.*
4°. Dans le cas d'un ſeul *n*, il peut être précédé de *ſ*, ou de *x*, ce qui ſe combine avec la moitié du dernier produit, & donne 24 à ajouter audit produit, ſomme	48 *man.*
5°. Dans les deux cas de *n*, ou *nn*, il peut y avoir après, ou n'y avoir pas un *h*	2
Produit . . . 48×2, & donne .	96 *man.*
6°. Dans tous les cas, précédens, on peut finir le mot par *o*, *au* ou *eau*, ſans conſone, ce qui fait 3 cas qui ſe combinent, *&c.* ci	3
Produit . . . 96×3, & donne .	288 *man.*
7°. Enfin on peut terminer ce mot par ces conſones *s*, *t*, *l*, *ls*, *x*, *lt*, *sh*, *lsh*; cela fait 8 nouveaux cas, qui par leur combinaiſon, avec les précédens donnent le produit. 288×8, ou . . .	2304 *man.*

Le mot *Hainaut* peut donc être écrit de 2304 différentes manieres ſans qu'un françois le prononce différemment.

COMBUSTION, *terme de l'ancienne Aſtronomie*: quand une planete eſt en conjonction avec le ſoleil, on dit que la planete eſt en *combuſtion*. Ce mot vient du latin *comburere*, *brûler* parce qu'une planete qui eſt en cet état doit paroître paſſer ſur le diſque du ſoleil ou derriere le corps de cet aſtre, & par conſéquent ſe plonger, pour ainſi dire, dans ſes rayons, & en être comme brûlée.

Suivant Argoli, une planete eſt en *combuſtion*, quand elle n'eſt pas éloignée du ſoleil de plus de huit degrés trente minutes, à l'orient ou à l'occident. On ne ſe ſert plus de ce mot, qui n'a été employé que par les aſtrologues. *Harris* & *Chambers*. (*O*).

COMETES, ſ. f. (*Aſtron.*); corps céleſtes qui paroiſſent quelquefois dans le ciel avec un mouvement propre, très différent dans les différentes *cometes*, & qui pour l'ordinaire ſont acompagnés d'une lumiere éparſe: c'eſt le mouvement des *cometes* qui les diſtingue des étoiles nouveles que l'on a vues de temps à autres; car dans celles-ci l'on n'a jamais remarqué de mouvement propre: d'ailleurs la lumiere des *cometes* eſt toujours foible & donce; c'eſt une lumiere du ſoleil qu'elles réfléchiſſent vers nous, auſſi-bien que les planetes; cela eſt prouvé ſpécialement par la phaſe obſervée dans la *comete* de 1744, dont la partie éclairée n'étoit viſible qu'à moitié. On diſtingue principalement les *cometes* par les traînées de lumiere, dont elles ſont ſouvent entourées & ſuivies, qu'on appele tantôt *la chévelure* ou *la barbe*, tantôt *la queue de la comete*; cependant il y a eu des *cometes* ſans queue, ſans barbe, ſans chévelure. La *comete* de 1585, obſervée pendant un mois par Tycho, étoit ronde; elle n'avoit aucun veſtige de queue: ſeulement ſa circonférence étoit moins lumineuſe que le noyau, comme ſi elle n'eût eu vers ſa circonférence que quelques fibres lumineuſes. *Tycho*, *Progymn. p.* 752. La *comete* de 1665 étoit fort claire, ſuivant Hévélius; il n'y avoit preſque pas de chévelure: la *comete* de 1682, au raport de M. Caſſini, étoit auſſi ronde & auſſi claire que jupiter. *Mémoire Acad.* 1699. Enfin la *comete* que nous avons vue depuis le 28 ſeptembre 1763 juſqu'au 25 novembre, n'avoit aucune queue, quoiqu'elle fût aſſez près de la terre. Ainſi, l'on ne doit pas regarder les queues des *cometes* comme leur caractere diſtinctif. Leur véritable caractere conſiſte à avoir un mouvement particulier, & à n'être viſible qu'un certain temps: les apparitions les plus longues ont été de ſix mois.

Les Chaldéens, les plus anciens aſtronomes dont les obſervations nous ſoient parvenues, regarderent les *cometes* comme de véritables planetes; il y a même des auteurs qui ont écrit qu'ils en connoiſſoient les retours, (Séneque *Quæſt. nat. l.* 7) cela eſt très-douteux. Quoi qu'il en ſoit du ſentiment des Chaldéens, il eſt sûr que beaucoup d'anciens philoſophes ont conſidéré les *cometes* comme des aſtres & des planetes perpétueles & périodiques. Ainſi, nous ne dirons qu'un mot des ſyſtêmes de ceux qui prirent les *cometes* pour des illuſions, pour des météores, ou pour des corps d'une exiſtence paſſagere. On peut voir à ce ſujet Riccioli, *Almag. II*, 35, & beaucoup d'autres auteurs qui ont expliqué les rêves des anciens philoſophes.

Panætius crut qu'elles étoient de pures apparences de lumiere, ſemblables aux iris, aux halo & aux parélies. Héraclides de Pont, les regarda comme des nuées très-légeres & très-élevées. *Plut. de plac. phil.* 3, 2. Ariſtote les regarda comme un météore igné, formé au haut de l'atmoſphere par les exhalaiſons de la terre & de la mer. *Meteor. lib.* 1, *cap.* 7 & 10. Tous les péripatéticiens & pluſieurs autres philoſophes en eurent à peu près la même idée. Les ſtoïciens, ou les philoſophes latins du temps de Séneque, étoient à peu près d'un avis ſemblable, & ſuppoſoient que les *cometes* étoient formées par un air condenſé. Séneq. *Quæſt. nat. l. vij*, *c.* 21.

Il paroît que Ptolémée crut que le cours des planetes ou de leurs tourbillons étoit la cauſe de la formation des *cometes* (*de Aſtrorum Jud. lib. ij*, *textu* 53). Ce fut le ſentiment d'Hévélius.

Galilée même crut que les *cometes* étoient formées par des exhalaiſons aſſez légeres pour s'é-

lever au deſſus de la lune. *Dial.* 1, *de Syſt. mundi. Trutinator.*

Tycho & Longomontanus crurent que les *cometes* étoient véritablement des corps céleſtes formés de la ſubſtance de la voie lactée, mais ſujetes à ſe décompoſer, & d'une exiſtence paſſagere.

Kepler même laiſſa les *cometes* au nombre des phénomenes momentanées, & Hévélius n'en jugea pas mieux, quoiqu'il ait eu le premier ſur les *cometes* une très-belle idée, dont nous parlerons bientôt.

Enfin le P. Riccioli (*Alm.* 2, 43) après avoir examiné fort au long la queſtion, ſi les *cometes* ſont perpétueles & reviennent après de longues périodes, finit par dire que cela n'eſt guere probable, & qu'il lui paroît qu'elles ſe forment de nouveau. (*Alm.* 2, 58.) Après avoir raconté différentes opinions ſur la cauſe phyſique de leur formation, & n'étant point ſatisfait de ces différens ſyſtêmes, il propoſe religieuſement ſon avis, qui étoit de recourir à des actes particuliers & volontaires de la toute-puiſſance divine.

On voit avec peine l'illuſtre chancelier d'Angleterre, François Bacon, au nombre de ceux qui ont regardé les *cometes* comme des météores; il parle à la vérité des prédictions qu'on peut faire: *Prædictiones fieri poſſunt de cometis, qui, ut noſtra fert conjectura, prænunciari poſſunt* (*de augmentis ſcient. lib.* 3, *cap.* 4, *pag.* 103; *editio*, 1740.) Mais il met cette prédiction dans le catalogue de mille prédictions aſtrologiques, dont on étoit encore perſuadé de ſon temps; il mourut en 1626.

Mais ſi l'on voit quelques philoſophes avoir eu des idées ſi fauſſes & ſi abſurdes ſur les *cometes*, on en trouve un grand nombre d'autres, même parmi les plus célebres de l'antiquité, qui ont eu des notions plus juſtes ſur cette matiere.

Suivant Ariſtote même, *Meteor. lib.* 1, *c.* 6, quelques philoſophes d'Italie, appelés pythagoriciens, ſoutinrent que les *cometes* étoient des aſtres errans qui ne paroiſſoient qu'après un long eſpace de temps, de même que mercure ſe voyoit rarement & pendant peu de temps ſur l'horizon; il ajoute qu'Hippocrate de Chio étoit du même ſentiment avec tous ſes diſciples, & ſur-tout Æſchyle.

Plutarque dit auſſi que quelques pythagoriciens avoient regardé les *cometes* comme de véritables aſtres qui ne paroiſſoient pas continuélement, mais qui, après avoir achevé leur tour, revenoient dans des temps réglés; il ajoute que Diogene le penſoit ainſi, *de plac. phil. lib.* 3, *c.* 2. Quelques pythagoriciens croyoient que les *cometes* partoient du ſoleil, & y retournoient enſuite, parce qu'on avoit vu ſouvent autrefois les *cometes* diſparoître dans les rayons du ſoleil. Ariſtote réfute à cet égard les pythagoriciens; mais Pline a mal entendu le paſſage d'Ariſtote, quand il lui fait dire que les *cometes* ne ſont jamais dans la partie occidentale du ciel. *Kepler de cometis*, *pag.* 96.

Démocrite, qui, au jugement de Cicéron & de Séneque, fut le plus ſubtil de tous les anciens philoſophes, avoit étudié chez les Chaldéens. Il ſoupçona, dit Séneque (*Quæſt. nat. lib. vij*, *cap.* 1) qu'il y avoit beaucoup de planetes dont chacune avoit ſon mouvement; mais il n'entreprit pas de les nommer, & d'en aſſigner le nombre dans un temps où le cours des cinq planetes étoit à peine bien connu.

À l'égard de la formation & de l'origine des *cometes*, je crois, comme Riccioli, qu'Ariſtote a mal interprété le ſentiment de Démocrite & d'Anaxagore; ils ne penſerent jamais, comme on l'a dit, que les *cometes* fuſſent formées par la réunion des planetes que nous connoiſſons, mais peut-être que les grandes *cometes* pouvoient ſe produire par la réunion de pluſieurs aſtres inconnus; ce qui n'a rien que de très-phyſique & de très-digne de ces philoſophes: ce fut auſſi le ſentiment de Zenon, Séneque, *lib. vij*, *c.* 19.

Séneque nous apprend qu'Apollonius le Myndien penſoit qu'il y avoit beaucoup de *cometes*, & que c'étoient autant d'aſtres particuliers, auſſi-bien que le ſoleil & la lune; mais que leur route s'étendoit dans le plus haut du ciel, & ne nous permettoit de les voir que dans la partie inférieure de leur cours. Séneque parle dans le premier livre de ſes *Queſtions naturelles*, de ces météores, que Pline met au rang des *cometes*, *pogoniæ*, *lampades*, *cyparriſſiæ*; mais il n'en dit qu'un mot à l'occaſion de ceux qui regardoient les *cometes* comme des météores: c'eſt dans ſon ſeptieme livre qu'il traite de la nature des *cometes* & de leur mouvement. On lui doit ce témoignage, qu'aucun auteur ancien n'en a parlé d'une maniere auſſi ſublime que lui. On y voit briller la pénétration d'un homme de génie, & les grandes idées d'un eſprit véritablement philoſophique; il réfute les ſyſtêmes & les opinions abſurdes de ſon temps, & il annonce à la poſtérité une connoiſſance exacte de ce qui lui étoit alors inconnu.

„ On a cru, dit-il, que les *cometes* n'étoient
„ point des aſtres, parce qu'elles n'ont pas la
„ figure ronde des autres corps céleſtes. Mais ce
„ n'eſt que la lumiere qu'elles répandent qui eſt
„ alongée; le corps d'une *comete* eſt arondi: ſon
„ éclat ou ſa lumiere la fait paroître alongée; &
„ quoiqu'elle ait une autre figure, il ne s'enſuit
„ pas qu'elle ſoit d'une eſpece différente. La na-
„ ture n'a pas tout fait ſur un modele unique,
„ & c'eſt ignorer ſon étendue & ſa puiſſance que
„ de vouloir raporter tout à la forme ordinaire:
„ la diverſité de ſes ouvrages annonce ſa gran-
„ deur ..... On ne peut point encore connoître
„ le cours des *cometes*, & ſavoir ſi elles ont des
„ retours réglés, parce que leurs apparitions ſont
„ trop rares; mais leur marche, non plus que cel-
„ le des planetes, n'eſt point vague & déſordonée
„ comme celle des météores, qui ſeroient agités

Digitized by Google

„ par le vent. On obſerve des *cometes* de formes
„ très differentes ; mais leur nature eſt ſemblable
„ & ce ſont en général des aſtres qu'on n'a pas
„ coutume de voir, & qui ſont acompagnés d'une
„ lumiere inégale ; elles paroiſſent en tout temps
„ & dans toutes les parties du ciel, mais ſur-tout
„ vers le nord ; elles ſont comme tous les corps
„ céleſtes, des ouvrages éternels de la nature : la
„ foudre & les étoiles volantes, & tous les feux
„ de l'atmoſphere, ſont paſſagers, & ne paroiſ-
„ ſent que dans leur chute : les *cometes* ont leurs
„ routes qu'elles parcourent ; elles s'éloignent,
„ mais ne ceſſent point d'exiſter. Vous prétendez
„ que ſi c'étoient des planetes, elles ſe trouve-
„ roient dans le zôdiaque ; & qui donc a fixé dans
„ le zôdiaque les limites des corps céleſtes ? Qui
„ peut aſſigner des bornes aux ouvrages divins ?
„ Le ciel n'eſt-il pas libre de tous côtés ? N'eſt il
„ pas plus convenable à la grandeur de l'univers
„ d'admettre pluſieurs routes différentes, que de
„ réduire tout à une ſeule région du ciel ? Dans
„ cet ouvrage magnifique de la nature, nous voy-
„ ons briller une multitude d'étoiles qui embé-
„ liſſent la nuit : elles nous apprenent que le ciel
„ de toutes parts eſt rempli de corps céleſtes.
„ Pourquoi faut-il qu'il n'y en ait que cinq avec
„ des mouvemens qui ſoient réguliers ? Pourquoi
„ tous les aſtres doivent-ils être immobiles ? On
„ me demandera peut-être pourquoi donc il n'y
„ en a que cinq dont on ait obſervé le cours. Je
„ répondrai qu'il y a beaucoup de choſes que nous
„ ſavons être, ſans ſavoir de quelle maniere elles
„ ſont. Nous avons un eſprit qui agit & nous
„ dirige : nous ne ſavons ni ce que c'eſt, ni com-
„ ment il agit. Ne nous étonons pas que l'on
„ ignore encore la loi du mouvement des *cometes*
„ dont le ſpectacle eſt ſi rare ; qu'on ne connoiſſe
„ ni le commencement ni la fin de ces aſtres,
„ qui reviennent d'une énorme diſtance. Il n'y a
„ pas encore quinze cents ans que la Grece a com-
„ pté les étoiles, & leur a donné des noms :
„ (*Stellis numeros & nomina fecit.*) Il y a encore
„ bien des nations qui n'ont que la ſimple vue
„ du ciel ; qui ne ſavent pas même pourquoi ils
„ voient la lune s'éclipſer : il n'y a pas bien long-
„ temps que nous le ſavons d'une maniere cer-
„ taine ; il viendra un temps où, par l'étude
„ de pluſieurs ſiecles, les choſes qui ſont cachées
„ actuélement paroîtront au grand jour. Un ſiecle
„ ne ſuffit pas pour découvrir tant de choſes,
„ quand même on y donneroit tout ſon temps ;
„ cependant nous ne partageons que trop celui
„ qui nous eſt donné : les vices en ont la plus
„ grande part ..... On étudie quand on manque
„ de ſpectacles, ou quand la pluie empêche les
„ promenades ..... On conſerve les noms des
„ comédiens, mais on oublie ceux des philoſo-
„ phes. Un jour viendra où la poſtérité s'éto-
„ nera que des choſes ſi claires nous ſoient écha-
„ pées. On démontrera dans quelles régions vont
„ errer les *cometes*, pourquoi elles s'éloignent
„ tant des autres aſtres, quel eſt leur nombre
„ & leur grandeur ; ceux qui nous ſuivront trou-
„ veront des vérités nouvelles : contentons-nous
„ de celles qu'on a découvertes : *Nec miremur tam*
„ *tarde erui quæ tam alte jacent*..... Que de
„ choſes dont l'exiſtence nous eſt inconnue, &
„ que l'auteur de la nature ſemble ſe réſerver !
„ Nous ne ſavons pas ce qu'eſt celui ſans lequel
„ rien ne peut être ; quand on ignore ainſi la
„ partie la plus eſſentiele de l'univers, on ne
„ doit pas être ſurpris que les petites parties nous
„ échapent „.

Tel eſt l'abrégé des réflexions philoſophiques de Séneque, répandues dans ſon ſeptieme livre, que j'ai traduites & raprochées pour en faire mieux ſentir toute la force, & montrer tout le génie des anciens philoſophes, même dans cette partie où l'obſervation ne leur avoit rien appris.

Deſcartes renouvela dans l'Europe le goût de la philoſophie, non ſeulement par des étincelles de génie, comme l'avoit fait Bacon en Angleterre, mais par une géométrie profonde & une phyſique toute nouvele ; il eut des *cometes* une idée plus juſte que les aſtronomes même les plus célebres, & les plus occupés de l'étude des aſtres, quoiqu'il ne les eût étudiées lui-même que comme une branche de l'univers & de la nature, dont ſa philoſophie embraſſoit la vaſte étendue.

Deſcartes ſuppoſe qu'un aſtre placé d'abord dans un tourbillon quelconque, ſoit plus ſolide que les parties du ſecond élément qui forment ce tourbillon : cet aſtre s'éloigne alors du centre, & paſſe dans les limites d'un autre tourbillon ; il acquiert aſſez d'agitation pour paſſer au delà, & entrer dans un troiſieme tourbillon, & continuer ainſi de l'un à l'autre. Ces aſtres, qui paſſent d'un tourbillon dans un autre, ſont ceux, dit-il, qu'on nomme *cometes*. Nous verrons ci-après les découvertes de Newton mettre fin à toutes les diſputes qu'il y avoit eu juſqu'alors ſur les *cometes*.

Nombre des cometes. Riccioli, dans ſon énumération des *cometes*, n'en compte que cent cinquante-quatre, citées par les hiſtoriens juſqu'à l'année 1651, où il compoſoit ſon *Almageſte*, & la derniere étoit celle de 1618. Mais dans le grand ouvrage de Lubienietz, où les moindres paſſages des auteurs ſont ſcrupuleuſement raportés toutes les fois qu'ils ont le moindre raport aux *cometes*, on voit quatre cents quinze apparitions juſqu'à la *comete* de l'année 1665, qui parut depuis le 6 juſqu'au 20 avril, entre pégase & les cornes du bélier. Depuis ce temps-là, on en a obſervé 46 en comptant celles qui ont paru dans l'année 1781 : on trouvera un catalogue de toutes ces anciennes apparitions dans le recueil des *Tables aſtronomiques*, publié par l'Académie de Berlin, en 3 vol. *in* 8°, en 1776, & dans le grand Traité des *cometes*, par M Pingré, qui eſt actuélement ſous preſſe (1783.)

On en trouve auſſi beaucoup de citées dans un

ouvrage anglois, intitulé : *A general chronology* ; &c.

Mais de toutes ces apparitions de *cometes*, nous n'en trouvons aucune dont la route ſoit décrite d'une façon circonſtanciée avant l'année 837, & le nombre de celles dont on a pu voir aſſez de circonſtances pour calculer leurs orbites, ſe réduit juſqu'ici à 68, en ne comptant que pour une ſeule *cometc* celles de 1456, de 1531, 1607 & 1682, & de 1759, qui ſont bien reconues pour n'être qu'une ſeule & même planite. J'ai réuni de même celles de 1532 & 1661, & celles de 1264 & 1556, qu'on croit être les mêmes.

Au reſte, nous devons être perſuadés qu'il a paru de tout temps beaucoup de *cometes*, dont nos hiſtoriens ne parlent point, & qu'il y en a eu beaucoup plus encore qui n'ont point été aperçues. Les anciens même le ſavoient ; car Poſidonius avoit écrit, ſuivant Sénèque (*Quæſt. nat. lib. vij*, *c.* 20) qu'à la faveur de l'obſcurité produite par une éclypſe de ſoleil, on avoit vu une *comete* très-proche du ſoleil : c'étoit vers l'an 60 avant J. C. Ce qui donne lieu de croire que dans de pareilles circonſtances, on en verroit ſouvent. Depuis l'année 1757, qu'on a attendu & cherché la *comete* de 1682, & que l'attention des obſervateurs s'eſt tournée de ce côté-là, on a obſervé vingt autres *cometes* dans l'eſpace de 24 ans. M. Meſſier, de l'Académie des Sciences, en a ſur-tout découvert beaucoup : il y en a 8 qu'il a aperçues avant que perſone en eût connoiſſance. M. Mechain, auſſi de l'Académie des Sciences, en a découvert deux en 1781 ; & quand on prendra la peine de les chercher dans le ciel, on en trouvera ſans doute un grand nombre.

Alſtedius obſerve que, dans les années qui précédèrent & ſuivirent l'an 1101, date de la 223e *comete*, on en vit preſque toutes les années. *Lubieniecii theat. cometicum.* Il eſt même arivé plus d'une fois que l'on a vu en même temps pluſieurs *cometes*. Riccioli en raporte des exemples des années 729, 761, 1165, 1214, 1337, 1529, 1618. Au mois de mai 1748, on croit avoir vu trois *cometes* différentes dans une même nuit. M. Struick, *Phil. Tranſ.* t. 46. Le 11 février 1760, on en voyoit deux. *Mém. Acad.* 1760, *pag.* 168. Il y a apparence qu'il exiſte plus de 300 *cometes* autour du ſoleil, & M. Lambert conjecture qu'il peut y en avoir des millions. *Syſtême du monde*, Bouillon, 1772.

Les *cometes* dont l'apparition a été la plus longue, ſont celles qui ont paru pendant ſix mois ; la premiere du temps de Néron, l'an 64 de J. C. (Sénèque, *l. vij*, *c.* 21) ; la ſeconde vers l'an 603, au temps de Mahomet ; la troiſieme en 1240, lors de l'irruption du grand Tamerlan. De nos jours, la *comete* de 1729 a été obſervée pendant ſix mois, depuis le 31 juillet 1729 juſqu'au 21 janvier 1730 ; celle de 1769 pendant près de 4 mois. Riccioli, dans ſon *Almageſte*, t. 2, *p.* 24, nous donne une table de la durée de beaucoup d'autres *cometes*, ſuivant différens hiſtoriens : on y voit quatre *cometes* de quatre mois, ſavoir celles des années 676, 1264, 1363, 1433.

Mouvement des cometes. Toutes les *cometes* paroiſſent tourner comme les autres aſtres par l'effet du mouvement diurne ; mais elles ont auſſi un mouvement propre, de même que les planetes, par lequel elles répondent ſucceſſivement à différentes étoiles fixes : ce mouvement propre ſe fait tantôt vers l'orient, comme celui des autres planetes, tantôt vers l'occident ; quelquefois le long de l'écliptique ou du zodiaque ; quelquefois dans un ſens tout différent, & preſque perpendiculaire à l'écliptique.

La *comete* de 1472 fit en un jour 120 degrés, ayant rétrogadé depuis l'extrémité du ſigne de la vierge juſqu'au commencement du ſigne des gémeaux, ſuivant l'obſervation de Regiomontanus (Riccioli, *Alm.* 2, 8). La *comete* de 1760 entre le 7 & le 8 janvier, changea de 41 degrés en longitude ; celle de 1770 fut à peu près dans le même cas : on pouroit citer d'autres exemples d'une très-grande viteſſe obſervée dans le mouvement apparent des *cometes*, & elles pouroient aller bien plus vîte, en apparence, ſi elles paſſoient plus près de la terre.

Quelquefois les *cometes* paroiſſent ſi peu de temps, que dans la durée de leur appatition leur ſituation ne change que très-peu, mais il y a des *cometes* dont le mouvement eſt fort étendu. Celle de 1664 parcourut 160 degrés par mouvement rétrogade en apparence ; & du 20 décembre juſqu'au 6 janvier 1665, en 17 jours, elle parcourut 143° : celle de 1769 parcourut 8 ſignes, ou 240 degrés, tant avant qu'après ſa conjonction. Celle de 1556, un demi-cercle ou environ 180 degrés : celle de 1472 fit environ 170 degrés : celle de 1618 ne parcourut que 107 degrés ; mais ce fut dans l'eſpace de 28 jours. Riccioli, *Alm.* 2, 28.

Kepler fut le premier qui entreprit de calculer l'orbite d'une *comete*, ou la trajectoire & la trace réelle de ſon véritable mouvement ; il crut reconoître que ce mouvement approchoit de la régularité d'une ligne droite : il dit même poſitivement à la page 35 de ſon livre *de Cometis*, que le cercle ne ſuffit pas pour repréſenter le mouvement de la *comete* de 1618, & que ſon mouvement a été exactement rectiligne : ainſi, juſqu'au temps de Kepler, on ne ſavoit preſque rien du mouvement des *cometes*. Hévélius me paruît être celui qui, dans cette théorie, fit d'abord le plus grand pas, puiſqu'il devina le premier, non ſeulement que la route des *cometes* étoit courbée vers le ſoleil, mais encore que cette courbe étoit parabolique. Je crois à cette occaſion devoir ici relever une injuſtice, que pluſieurs auteurs modernes ont faite à ce grand homme. Une brochure allemande d'un nommé Doerfeld, imprimée en 1681, paſſe pour être le premier livre où l'on ait démontré que la parabole pouvoit repréſenter le mouvement des *cometes*. Doerfeld applique en eſ-

Digitized by Google

ſet cette méthode à la *comete* de 1681 ; mais il en conclut une diſtance périhélie dix fois plus grande qu'on ne l'a trouvée depuis : c'eſt cependant à lui qu'on a donné l'honeur de cette théorie, & c'eſt lui qu'on fait à cet égard le précurſeur de Newton. On en juge bien autrement, lorſqu'on ouvre la cométographie d'Hévélius, imprimée dès l'an 1668, c'eſt-à-dire, 13 ans avant la date de Doerfeld. Hévélius obſerve d'abord que tous les projectiles décrivant des paraboles, & qu'il n'y a de différence qu'à raiſon de la réſiſtance de l'air ; il décompoſe enſuite cette parabole pour faire voir qu'elle eſt le réſultat d'une double impreſſion : la reſſemblance entre les projectiles que nous voyons ſur la terre & les *cometes*, lui paroît évidente ; il voit de part & d'autre une gravité, une tendance vers un centre commun, qui eſt le centra du ſoleil pour les planetes, & celui de la terre pour les corps terreſtres ; de part & d'autre un mouvement d'exploſion, de projection en ligne droite qui ſe combine avec la gravité pour former une parabole, en ſorte que la *comete* abandoneroit la parabole pour ſuivre une tangente, ſi la gravité ceſſoit d'agir ſur elle, comme elle tomberoit vers le ſoleil, ſi la force de projection ne l'en éloignoit pas. Ces idées d'Hévélius étoient bien ſingulieres pour ce temps-là ; s'il y eût appliqué la loi de Kepler, c'eſt-à-dire, la regle des aires proportioneles aux temps, il ne lui auroit rien manqué pour être en état de calculer les mouvemens d'une *comete*.

C'eſt à Newton qu'il étoit réſervé de joindre cette découverte à tant d'autres : dans le temps qu'il étoit occupé de la théorie des forces centrales, & de la loi de l'attraction ; on vit paroître la *comete* de 1680, qui réveilla l'attention des philoſophes, produiſit les réflexions ingénieuſes de Bayle & les ſublimes recherches de Newton ſur cette matiere. La premiere idée qui dut lui venir en voyant cette *comete* s'approcher du ſoleil le matin & s'en éloigner enſuite le ſoir, fut qu'elle tournoit autour du ſoleil, en vertu de l'attraction de cet aſtre & d'une force quelconque de projection, tout ainſi que les autres planetes. Sur ce ſimple ſoupçon, il étoit bien naturel d'en faire l'épreuve, & de tenter le calcul en employant les loix ordinaires des mouvemens des planetes : il le fit ; le ſuccès fut complet, & toutes les obſervations que Flamſteed avoit faites ſur cette *comete*, depuis le 12 décembre 1680 juſqu'au 5 février 1681, ſe trouverent très-bien repréſentées par l'hypotheſe de Newton, quoique le mouvement de la *comete* aût été plus de 130 degrés : Il fut donc alors démontré que les *cometes* étoient de véritables planetes qui tournoient autour du ſoleil. Enfin le retour de la *comete* de 1682, obſervée en 1759, a donné le dernier degré de certitude & d'évidence à la théorie des *cometes*. Il étoit aiſé de juger, par la rareté de leurs apparitions, que leurs orbites étoient très-vaſtes, très-alongées & très-excentriques, & qu'il n'y avoit qu'une petite partie de leurs orbites qui fût viſible pour nous ; dès-lors il étoit naturel de calculer leurs mouvemens dans une portion de parabole, parce qu'il y a peu de différence entre une ellipſe fort excentrique & une parabole, & parce que le calcul de la parabole eſt beaucoup plus facile que celui d'une ellipſe. C'eſt la méthode que nous ſuivons encore pour déterminer les orbites des *cometes*, & dont nous allons expliquer les regles & les méthodes. Halley fut le premier qui calcula ainſi les orbites de *cometes*, qu'il publia en 1705.

Bradley reſta ſeul après la mort de Halley, dépoſitaire de la méthode de calculer les *cometes* ; il calcula celles de 1723, 1737 & 1742 ; & dans le mois de ſeptembre 1742, il envoya en France les élémens de celle-ci, avec une idée de ſa méthode, comme on le voit dans la *Théorie des cometes* de M. le Monnier. M. Maraldi, à l'occaſion d'une petite *comete* qui avoit paru au commencement de l'année 1743, donna le premier calcul de *comete* qui ait été fait en France. (M. de la Caille, *Éphém.* 1765, *pag. xliij.*)

Suppoſons une *comete* qui tourne dans une parabole, dont le foyer ou le centre d'attraction ſoit au centre *S* du ſoleil, *Planch. Aſtron. Fig.* 164, & que cette parabole *P D* ait une diſtance périhélie *S P*, égale à la diſtance moyenne du ſoleil à la terra, ou au rayon du cercle que la terre eſt ſuppoſée décrire quand on néglige l'excentricité de ſon orbite. La viteſſe de la *comete* en *P* eſt à celle de la terre dans ſon cercle, à pareille diſtance, comme la racine de deux eſt à l'unité, ou environ comme ſept eſt à cinq ; tel eſt le raport des airas ou des ſurfaces décrites qui ont lieu perpétuélement dans la parabole & dans le cercle.

De là on conclut que la *comete* ariveroit au point *O*, qui eſt à 90° du périhélie *P* dans l'eſpace de 109 jours $14^h\ 46'\ 20''$.

Connoiſſant le temps qui répond à 90^d d'anomalie vraie, ou à l'angle droit *P S O*, on trouve le temps qui répond à une autre anomalie quelconque, ou à un autre angle *P S D* ; car nommant *s* la rangente de la moitié de l'anomalie vraie, il ſuffit de multiplier le quart de $s^3 + 3s$ par les 109 jours qui répondent à 90°, pour avoir le temps qui répond à l'angle propoſé. Par ce moyen qui eſt fort ſimple, on a conſtruit une table parabolique, où pour chaque jour on trouve l'anomalie vraie correſpondante : cette table ſe trouve fort au long dans mon *Aſtronomie*, dans le recueil des tables de Berlin, & dans le traité de M. Pingré. Cette table générale du mouvement parabolique de la *comete* de 109 jours, ſert pour toutes les autres paraboles, pourvu que l'on augmente les temps en raiſon de la racine carrée du cube de la diſtance périhélie ; en effet, pour un même degré d'anomalie vraie, les carrés des temps de différentes paraboles, qui ont toujours le même raport avec le cercle du rayon égal, doivent augmenter comme les cubes des diſtances

Digitized by Google

périhélies, ſuivant la loi de Kepler, ou les temps, comme les racines carrées des cubes des diſtances périhélies: donc une ſeule table peut ſervir pour toutes les paraboles.

Par ce moyen, l'on diviſe en jours de grandes figures, où l'on marque la ſituation d'une *comete* ſur ſon orbite de jour en jour, comme on le voit ſur les paraboles de la figure 165 pour 10 jours, 20, 30, *&c.* de diſtance au périhélie; ſur la plus petite parabole, on voit les jours 1, 2, 3, 4, *&c.*: j'ai donné les dimenſions de ces paraboles calculées en détail dans les Mémoires de l'Académie pour 1773.

Avec la table parabolique, on trouve le paſſage d'une *comete* à ſon périhélie, lorſqu'on connoît le jour où elle étoit en un point *D* de ſa parabole, *Fig.* 164, & l'angle *PSD* d'anomalie vraie; ainſi, dès qu'on connoît l'anomalie d'une *comete* pour un jour donné, il eſt aiſé d'en conclure quel jour elle a paſſé par ſon périhélie, & nous en indiquerons bientôt l'uſage dans la détermination de ces orbites.

Par une autre propriété de la parabole, le rayon vecteur *SD* de la *comete*, ou ſa diſtance au ſoleil, eſt égale à la diſtance périhélie *SP*, diviſée par le carré du co-ſinus de la moitié de l'anomalie vraie, c'eſt-à-dire, de l'angle *PSD*. Ainſi, quand pour un temps donné l'on a trouvé l'anomalie vraie d'une *comete* dans ſon orbite, on a le rayon vecteur *SD*, en diviſant la diſtance périhélie *SP* par le carré du co-ſinus de la moitié de cette anomalie; & ſi l'on a un rayon vecteur *SD* avec l'anomalie correſpondante *PSD*, on peut également trouver la diſtance périhélie *SP* de cette même *comete*.

Enfin il y a une derniere propriété de la parabole, qui eſt d'un grand uſage dans la détermination des orbites des *cometes*. Quand on connoît deux rayons vecteurs d'une parabole, comme *SO* & *SD* avec l'angle compris, on peut trouver la diſtance périhélie, & les deux anomalies qui répondent aux deux rayons vecteurs, en faiſant cette proportion: la ſomme des racines des rayons vecteurs eſt à leur différence, comme la co-tangente de la ſemi-ſomme des demi-anomalies vraies eſt à la tangente de leur demi-différence. Quand on a la ſomme & la différence, il eſt aiſé d'avoir chacune des anomalies vraies, & de trouver, par le temps qui leur répond, le moment du paſſage par le périhélie, en même temps que le lieu du périhélie de la *comete*.

Au moyen des théorêmes précédens, qui ſont démontrés fort au long dans mon *Aſtronomie*, on peut trouver une parabole qui ſatisfaſſe à trois longitudes d'une *comete* obſervée de la terre, & c'eſt en quoi conſiſte le problême important de la détermination des orbites des *cometes*. Suppoſons que la terre ſoit en *A*, *Fig.* 166, à une diſtance *AS* du ſoleil, & qu'elle voie le lieu de la *comete* réduit à l'écliptique ſur un rayon *AG*, en ſorte que l'angle *SAG* ſoit l'angle d'élongation, ou la différence entre la longitude du ſoleil & celle de la *comete*. On ne connoît dans le triangle *ASG* qu'un côté & un angle; on eſt obligé de faire une ſuppoſition ou une hypotheſe ſur la valeur du côté *SG*, diſtance acoutcie de la *comete* au ſoleil; d'après cette ſuppoſition, arbitraire ſi l'on veut, mais qui ſera vérifiée ou réformée par la ſuite du calcul, on cherche l'angle au ſoleil, ou la commutation *ASG*, en réſolvant le triangle *ASG*, & l'on a la longitude héliocentrique de la *comete*; on en conclut ſa latitude héliocentrique, ſa diſtance vraie au ſoleil, ou le rayon vecteur. On fait la même choſe pour une ſeconde obſervation faite, quand la terre étoit en *B* & la *comete* en *H*, & l'on a deux longitudes héliocentriques comptées ſur l'orbite de la *comete*, & par conſéquent l'angle des deux rayons vecteurs, qui eſt néceſſairement la ſomme ou la différence de deux anomalies vraies; on en conclut chacune des deux anomalies par la regle précédente, & par conſéquent le lieu du périhélie *P*, la diſtance périhélie *SP*, & le temps qui répond à ces deux anomalies dans l'hypotheſe qu'on a faite ſur la diſtance *SG* de la *comete* au ſoleil. Si l'intervalle de temps trouvé par le moyen de ces deux anomalies n'eſt pas d'acord avec l'intervalle donné des deux obſervations, c'eſt une preuve qu'une des deux diſtances au ſoleil, qui ont été ſuppoſées, doit être changée: on en conſervera une, & l'on fera varier l'autre par diverſes ſuppoſitions, juſqu'à ce qu'à la fin du calcul on trouve un intervalle de temps égal à celui des deux obſervations; alors on aura une parabole qui ſatisfait à toutes deux dans la premiere hypotheſe faite ſur la diſtance *SG* de la *comete* au ſoleil.

Mais il ne ſuffit pas d'avoir une parabole qui ſatisfaſſe à l'intervalle de deux obſervations, car il y en a une infinité; & à chaque hypotheſe qu'on aura faite ſur la premiere diſtance *SG* de la *comete* au ſoleil, on trouvera par les diverſes ſuppoſitions de la ſeconde diſtance *SH*, ou de la diſtance du ſoleil, dans la ſeconde obſervation, une parabole qui ſatisfera aux deux mêmes obſervations. La difficulté qui reſte, eſt de ſe déterminer par une troiſieme obſervation, c'eſt-à-dire, de faire un choix entre toutes ces paraboles qui repréſentent les deux premieres obſervations, mais dont une ſeule doit s'acorder avec la troiſieme.

On calculera donc dans chaque hypotheſe, ou dans chaque parabole, la troiſieme obſervation. Pour cet effet, on ſuppoſera que *P* ſoit le pole de l'écliptique, *Fig.* 167, *QRN* l'orbite de la *comete*, dont on connoît le mouvement *RQ* entre les deux obſervations & les latitudes héliocentriques *RM*, *QO*, on déterminera le lieu du nœud *N*, & l'angle d'inclinaiſon *RNM*. Connoiſſant le temps du paſſage au périhélie & le temps de la troiſieme obſervation, on trouvera par la table paraboliqoe le mouvement d'anomalie; on en conclura la longitude héliocentrique de la *comete* ſur l'orbite dans la troiſieme obſervation, ſa latitude,

Digitized by Google

ſa diſtance au ſoleil ; enfin ſa longitude géocentrique, ainſi que pour les planetes. Si cette longitude calculée étoit d'acord avec la longitude obſervée, la parabole qu'on a employée ſeroit la véritable orbite ; l'on n'auroit pas beſoin d'examiner les autres hypotheſes : mais cela n'arive jamais. On eſt donc obligé de calculer ainſi la troiſieme obſervation dans différentes hypotheſes, juſqu'à ce qu'on en ait trouvé une qui ſatisfaſſe à la troiſieme obſervation.

Celle des différentes hypotheſes, qui s'acorde le mieux avec la longitude de la troiſieme obſervation, eſt la meilleure, & une ſimple proportion ſuffit quelquefois pour trouver une autre hypotheſe qui ſatisfaſſe exactement à toutes les trois obſervations. Cette méthode indirecte & de fauſſe poſition, me paroît plus ſimple & plus commode que les méthodes plus directes & plus élégantes, données par les plus ſavans géometres, depuis Newton juſqu'à nos jours. J'ai donné les détails, les préceptes, & les exemples de ma méthode dans le *XIX livre* de mon *Aſtronomie* ; je ne pouvois donner ici que l'eſprit de cette méthode.

C'eſt par des eſſais à peu près ſemblables, mais bien plus longs ſans doute, que Halley détermina par les anciennes obſervations vingt-quatre paraboles ou orbites cométaires, y compris celle de 1698. Bradley, Maraldi, la Caille, Struyck, M. Pingré, M. Mechain, & moi, en avons calculé pluſieurs autres, en ſorte que le nombre s'eſt accru juſqu'à 68, y compris celle de 1783 ; mais je ne compte que pour une ſeule toutes les apparitions de celles dont les périodes ſont connues. On trouvera ci après la table des élémens de toutes ces *cometes*, qui eſt le principal réſultat de toutes les obſervations faites juſqu'à préſent ſur les *cometes*, *page* 370.

Les élémens d'une *comete* ſont les ſix articles qui déterminent la ſituation & la grandeur de l'orbite qu'elle décrit, & qui établiſſent ſa théorie, c'eſt-à-dire, le lieu du nœud vu du ſoleil, l'inclinaiſon, le lieu du périhélie, la diſtance périhélie, & le temps moyen du paſſage par le périhélie, qui tient lieu d'époque ; enfin la direction de ſon mouvement qui peut être direct ou rétrograde.

Le calcul fait dans une parabole, ſatisfait ordinairement à toutes les obſervations à 2 ou 3 minutes près ; mais la *comete* de 1770 a exercé ſingulierement les calculateurs : M. Proſperin reconut d'abord qu'il falloit employer trois portions de paraboles différentes pour repréſenter ſon apparition toute entiere. Voyez *Brevis commentatio de motu cometæ anni* 1770 : cette diſſertation a été inſérée dans les Mémoires de l'Académie d'Upſal. M. Lambert penſoit qu'elle avoit été dérangée par l'attraction de la terre (*Mém. de Berlin*, 1770). M. du Séjour, dans ſon *Eſſai ſur les cometes*, crut que ces différences tenoient à la parallaxe ; enfin M. Lexell, après des calculs immenſes, a trouvé qu'on ne pouvoit repréſenter ces obſervations que par une révolution de cinq ans & demi, ou 5, 585, & la diſtance moyene 3, 14786. C'eſt une choſe très-extraordinaire, & qui vient peut-être des grands dérangemens que cette *comete* a éprouvés par des attractions étrangeres. Quoi qu'il en ſoit, j'ai mis dans la table les élémens qu'il a donnés. (*Mém. de l'Acad.* 1776, *pag.* 639 ; & 1777, *pag.* 352. *Mém. de Petersbourg*, 1777, *pag.* 370.

Le calcul fait ſur ces élémens ne s'écarte preſque jamais de 2 minutes de l'obſervation ; & en ſuppoſant ſeulement une période de 7 ans, on trouve pour quelques obſervations des erreurs qui ne ſont pas vrai-ſemblables.

Comme cette *comete* dans ſon aphélie eſt preſque dans la région de jopiter, il peut ſe faire qu'elle ait été dérangée par cette planete, & qu'elle ait eu une orbite très-différente de celle de 1770 (*ib. p.* 648) ; ſans cela elle auroit été vue pluſieurs fois.

On avoit d'abord mis au nombre des *cometes* l'aſtre découvert par M. Herſchel, le 13 mars 1781 ; mais on vit bientôt qu'il avoit beaucoup de reſſemblance avec les cinq planetes. *Voyez* HERSCHEL.

Retour des cometes. Lorſque Halley eut calculé 24 orbites paraboliques pour les *cometes*, dont il put raſſembler les obſervations, il vit que celles de 1607 & de 1682 ſe reſſembloient beaucoup ; la diſtance périhélie, la viteſſe, l'inclinaiſon, le nœud, étoient preſque les mêmes ; il remonta encore 76 ans plus haut, & il trouva une *comete* obſervée, en 1531, qui pouvoit s'acorder avec la même orbite ; il ſoupçona dès-lors que ce pouvoit être une même *comete*. „ Cependant, dit il, je „ me contentai de propoſer mon idée comme pro- „ bable, lorſqu'en 1705 je publiai pour la pre- „ miere fois cet abrégé ; la différence des périodes „ & des inclinaiſons me paroiſſoit un peu trop „ grande, pour oſer prononcer ſur l'identité, & les „ obſervations d'Appian & de Kepler, que j'avois „ employées dans le calcul des deux premieres, „ étoient trop imparfaites, ou plutôt trop groſ- „ ſieres pour des recherches ſi délicates ; j'avertis „ cependant dès-lors les aſtronomes de la recher- „ cher avec ſoin vers l'année 1758, où elle me „ ſembloit devoir encore revenir ; mais lorſqu'après „ les recherches que je fis des anciennes *cometes* „ j'en eus trouvé encore trois autres qui avoient „ paru auparavant dans le même ordre, & à des „ intervalles de temps égaux ; ſavoir, en 1305, „ aux environs de Pâque, en 1380 (on ne ſait „ pas dans quel mois) & en 1456, au mois de „ juin : je repris un peu plus d'aſſurance dans „ mon premier ſentiment „. En effet, il finit cet article en diſant : „ Tel eſt l'acord des „ élémens de ces trois *cometes*, acord qui ſeroit „ bien étonant, ſi c'étoient trois *cometes* différentes, „ ou que ce ne fût pas le retour d'une *comete* „ dans un orbe elliptique qui paſſe aſſez près de „ la terre & du ſoleil ; ſi donc elle revient enco-

„ re, ſuivant notre prédiction vers l'an 1758, la „ poſtérité ſe ſouviendra que c'eſt à un anglois „ que l'on en doit la découverte „. *Voyez* la *Théorie des Cometes* de Halley, que j'ai publiée avec ſes tables 1759; j'y el donné l'hiſtoire de l'apparition de cette *comete* en 1758 & 1759, par laquelle eette prédiction de Helley fut parfaitement conſtatée.

Il y e encore deux *cometes* dont la période paroît connne, & dont on eſpere le retour; 1°. celle de 1532 & 1661 qu'on atend pour 1789 ou 1790. Cette *comete* de 1532 & 1661 ſe retrouve dans les hiſtoriens & ſur-tout en 1402, 1145, 891, 245, & même 11 ens evant J. C., de maniere que ce qu'on en reporte s'aeorde avec les élémens calculés par M. Pingré. La piece de M. Méchain qui a remporté le prix de l'Académie en 1782, & qui eſt dans le Tome X des *Mémoires préſentés par des ſavans étrangers*, contient des ealculs très-détaillés ſur les epparitions de 1532 & de 1661, & il en réſulte quelque doute ſur l'identité de ces deux *cometes*. Il faut donc atendre l'événement; mais ſi cette *comete* ativoit à ſon périhélie dans le mois de juillet, on la verroit difficilement & elle pouroit hien nous échaper. 2°. Le *comete* de 1264 & celle de 1556, doit reparoître probablement en 1848; mais les obſetvations de 1264 ont bien peu de préciſion pour établir l'identité. Au ſujet de ceite *comete*, on pent voir les *Mém. de l'Acad.* 1760, *pag.* 192. Enfin le grande *comete* de 1680, ſuivant Halley, devroit teparoître en 2254. Il croit qne c'eſt celle qui parut du temps de Céſar; dans ce cas-là ce ſetoit auſſi eelle dont patle Homete (*Iliad. IV*, 75) & elle auroit paru 619 ant avant J. C. Si cette *comete* de 1680 echeve ſept révolutions en 4028 ans, elle a dû paſſer près de la terre 2349 ans evant J. C., & peut ſervir à ceux qui veulent expliquer phyſiquement le délnge, comme Whiſton, (*New theory of the earth, page* 186). Mais il y a des doutes ſur cette période, parce que la *comete* de 1680 n'anroit pu être an mois de mars 1106 dans le cancer, & aller contre l'ordre des ſignes; elle anroit dû être directe & dans le tanteau. Qnoi qu'il en ſoit de cette derniere, il eſt évident par le retour de la *comete* de 1682, qne les *cometes* ſont périodiques, & qne leurs orbites ſont elliptiqnes, de même qne celles des planetes. La diſtance aphélie de le *comete* de 1759 eſt de 1200 milllons de lieues, & c'eſt celle qni s'éloigne le moins dn ſoleil; on peut juger par-là de l'énorme diſtance de toutes les entres, & de la longueur de leurs révolutions.

Lorſqn'on a obſervé deux epparitions d'une même *comete*, la différence des deux paſſages au périhélie donne la durée de ſa révolution. Ainſi, la *comete* de 1682 paſſa par ſon périhélie le 14 ſeptembre, & celle de 1759, qui ſuivoit la même orbite, paſſa pat ſon périhélie le 12 mars; la différence eſt de 76 ans & demi, c'eſt le durée de ſa révolution; mais cette derniere révolution avoit été un peu alongée par des attraétions étrangeres.

Connoiſſant le durée de la révolution, 28070 jours, on trouve le diſtance moyene au ſoleil par la loi de Kepler, que les carrés des temps ſont comme les cubes des diſtances; cette diſtance eſt 18,075759; on connoît donc le grand exe de l'ellipſe que la *comete* a réellement parcourue, de même que la diſtance périhélie, & pat conſéquent l'excentricité: on en conclut. facilement ſon anomalie moyene & enſuite ſon enomalie vraie & ſon tayon vecteur, par les méthodes qne nous avons expliquées au *mot* ANOMALIE; ainſi, l'on calcule le lieu d'une *comete* de la même maniere que celui d'une planete.

Une ſeule apparition d'une *comete* obſervée pendant quelqnes mois, pouroit ſuffire à la rigueur pour déterminer cette ellipſe toute entiere, & par conſéquent pour connoître la diſtence moyene & la révolution, & prédire le retour de la *comete*; mais la partie que nous pouvons apercevoir de la terre, eſt ſi petite en comparaiſon de la partie de l'orbite qui échape à notre vue, que les erreurs inévitables de nos obſervations produiroient des erreurs énormes dans de ſemblables prédictions. Il eſt inutile de les entreprendre, ni de chercher le retour d'une *comete*, ſi ce n'eſt quand on l'a déja vue deux fois. Cependant M. Euler a donné des formules pour le même objet dans nn ouvrage intitulé: *Recherches & calculs ſur la vraie orbite elliptique de la* eomete *de* 1769 *& ſon temps périodique, exécutés ſous la direction de M. Léonard* EULER, *par les ſoins de M.* LEXELL, *adjoint de l'Académie impériale des Sciences de Petersbourg*; à Petersbourg, de l'imprimerie de l'Acad. impér. des Sciences, 159 pages *in*-4°. avec figures. Il détermine dans cet ouvrage la révolntion par trois obſervations; mais ſuppoſant que les erreurs des trois obſervations employées par M. Euler ſoient d'une minute, la révolntion peut aller de 419 ans à 519 ans dans les cas extrêmes: cela ſuffit pour faire voir qn'on ne peut eſpérer de donner qnelque choſe de probable ſur le retour de la *comete* de 1769. Mais il y aura des *cometes* où les erreurs des obſetvations ne produiront pas de ſi grandes différences ſur la période; ainſi, il ne faut point regarder eomme indifférentes les recherches qu'on peut faire ſur la révolution des *cometes*, par une ſeule apparition. Indépendament de l'élégance géométrique & analytique de ces formules de M. Euler, elles pourront devenir utiles aux eſtropomes lorſqu'ils auront des *cometes* obſervées aſſez long-temps & aſſez exactement pour eſpérer d'en pouvoir prédire le tetour par une ſeule apparition, & il y en eura probablement quelqnes-unes dans ce cas-là.

Les calculs que M. Lexell a faits ſur trois obſervations ſont ſi conſidétables, qn'on ne ſe plaindra pas qu'il en ſoit demeuré-là; mais il eût été à ſouhaiter qn'il pût déterminer la même période par d'autres obſervations priſes trois à trois, & calculer

calculer les erreurs de l'hypotheſe elliptique & de l'hypotheſe parabolique dans chaque obſervation, pour voir un peu plus exactement quelle eſt enfin la préciſion avec laquelle nous pouvous croire que la période de cette *comete* de 1769 eſt connue. M. de la Grange dans les Éphémérides de Berlin pour 1783, & dans les Mémoires de Berlin pour 1778, a donné une méthode analytique pour trouver auſſi la période d'une *comete* par une ſeule apparition; enfin il y en a une de M. le Marquis de Condorcet dans la piece qui a remporté le prix de Berlin, & qui a été imprimée à Utrecht en 1780 avec celles de M. Tempelhoff & de M. Hennert.

La *comete* de 1779, calculée par M. Proſperin, lui paroît avoir une pétiode de 1150 ans; il a auſſi cherché à découvrir la période de la *comete* de 1773. *Éphém. de Berlin* 1777, *page* 127.

Mais ces calculs exigeroient une bien grande préciſion dans les obſervations, & ces périodes doivent être bien altérées par les attractions, comme on en peut juger par ce que nous avons dit de la *comete* de 1770, & ce que nous dirons de celle de 1759.

Perturbations des cometes. L'attraction univerſele des corps céleſtes, prouvée par tous les phénomenes céleſtes, doit ſe manifeſter dans le dérangement des *cometes*. Halley s'aperçut que la *comete* de 1682 avoit eu une de ſes périodes plus courte que l'autre, & il en attribuoit la cauſe à l'action de Jupiter; mais il n'avoit fait à cet égard aucune eſpece de calcul.

La même *comete* ayant reparu en 1759, ſa période s'eſt trouvée plus longue que la précédente d'environ 600 jours; & il eſt prouvé actuélement que les attractions ſeules de Jupiter & de Saturne pouvoient produire une auſſi grande différence. Dans le temps que nous étions occupés à chercher la *comete*, je propoſai en 1757 à M. Clairaut, de lui calculer une table des diſtances de cette *comete* à Jupiter & à Saturne, depuis 1531 juſqu'à 1759, avec les angles de commutation & les forces attractives de ces deux planetes ſur la *comete*, afin qu'il y appliquât ſa théorie du problême des trois corps, & que nous puſſions voir ſi cette attraction devoit accélérer ou retarder le retour qu'on atendoit pour 1757 ou 1759. Ce travail étoit immenſe; mais il eut tout le ſuccès que nous en eſpérions, comme je l'ai expliqué fort au long dans l'*Hiſtoire* & dans les *Mémoires de l'Académie pour* 1759. M. Clairaut trouva que la révolution de la *comete* devoit être plus grande environ de 611 jours que celle de 1607 à 1682; ſavoir de 100 jours par l'action de Saturne, & de 511 jours par l'effet de Jupiter. Suivant ces premiers calculs, elle devoit paſſer dans ſon périhélie au milieu d'avril (*Voyez* ma *Théorie des cometes*, à la ſuite des *Tables de Halley*, 1759, *pag.* 110). Elle y paſſa le 13 mars; & mal-gré l'immenſité des calculs que nous fîmes M. Clairaut & moi, les quantités négligées produiſirent un mois d'erreur dans la prédiction; mais M. Clairaut l'avoit prévu, & il a fait voir enſuite que l'erreur ſe réduiſoit à 22 jours, & qu'il y auroit des moyens de pouſſer l'approximation aſſez loin, pour rendre l'erreur encore moindre, à moins que d'autres attractions ne ſe joignîſſent à celles de Jupiter & de Saturne. Les recherches de M. Clairaut ſur cette matiere, ſe trouvent en abrégé dans une piece qui a remporté le prix de l'Académie à Petersbourg en 1762, & plus en détail dans ſa *Théorie du mouvement des cometes* (1760, 241 *pages in* 8°). On trouvera auſſi de ſavantes recherches de M. d'Alembert, ſur le même ſujet, dans le ſecond volume de ſes *Opuſcules Mathématiques*, *pag.* 97 *& ſuivantes*, & dans la piece de M. Albert Euler, qui a remporté, en 1762, le prix propoſé par l'Académie de Petersbourg, concurremment avec M. Clairaut. Enfin, l'Académie ayant propoſé le même ſujet pour le prix de 1780, M. de la Grange a compoſé une très-belle piece ſur ce ſujet.

Tables des Cometes.

Nous terminerons l'Aſtronomie cométaire par la table de toutes les *cometes* connues; nous en avons expliqué le calcul ci-devant *page* 365. En conſultant cette table, on voit auſſi-tôt ſi une *comete* nouvélement obſervée reſſemble à quelqu'une de celles qui avoient été vues précédemment; dès-lors ſa révolution ſe trouve connue.

Au moment où l'on imprimoit cette table, j'aurois voulu l'augmenter par une nouvele *comete* que M. Méchain a découverte le 26 Novembre 1783 dans la conſtellation du bélier; il l'a obſervée auſſitôt, mais les calculs ne ſont pas achevés. Cette *comete* eſt extrêmement petite, & ne reſſemble qu'à une nébuleuſe fort obſcure; le voiſinage d'une étoile de 8e grandeur ſuffiſoit pour la faire diſparoître dans la lunete.

ÉLÉMENS

DES LXVII COMETES

Qui ont été obſervées aſſez exactement pour pouvoir être calculées.

Ordre des Cometes.	Années de l'appar.	Longitude du Nœud aſcendant.	Inclinaiſon de l'Orbite.	Lieu du Périhélie.	Diſtance périhélie celle du Soleil étant 1.	Paſſage au périhélie. Temps moyen à Paris.	Mouvement.	Noms des Auteurs qui ont calculé ces Orbites.
		S. D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.		Jours. H. M. S.		
I.	837	6 26 33	10 ou 12°	9 19 3	0,58	1 Mars. .	Rétrograde.	*M. Pingré.*
II.	1231	0 18 50	6 5	4 14 48	0,9478	30 Janv.. . 7 22 0	Directe.	*M. Pingré.*
III.	1264	5 19 0	36 30	9 21 0 0	0,445	6 Juillet . 8 0 0	Directe.	*Duethorn.*
		5 28 45	30 25	9 5 45 0	0,41081	17 Juillet . 6 10 0	Directe.	*M. Pingré.*
IV.	1299	3 17 8	68 57	0 3 20	0,3179	31 Mars . . 7 58 0	Rétrograde.	*M. Pingré.*
V	1301	0 15 envir.	70 anvir.	9 ou 10 2	0 45	22 Octob. anviron.	Rétrograde.	*M. Pingré.*
VI.	1337	2 24 21	32 22	1 7 59	0,40666	2 Juio . . 6 34 0	Rétrograde.	*Halley*, à peu près.
		2 6 22	32 11	0 20	0,6445	1 Juio . . 0 40 0		*M. Pingré.*
49	1456	1 18 30	17 56	10 2 0	0,5855	8 Juin . . 21 10 0	Rétrograde.	*M. Pingré*, à peo près.
VII.	1472	9 11 46 20	5 20	2 25 33 30	0,54273	20 Février . 22 32 0	Rétrograde.	*Halley*, à peu près.
49	1531	0 19 25	17 56	10 2 39	0,56700	24 Août . . 21 27 0	Rétrograde.	*Halley*, à peu près.
29	1532	2 20 27	32 36	3 11 7	0,50910	19 Octobre . 22 21 0	Directe.	*Halley*, à peu près.
VIII.	1533	4 5 44	35 49	4 27 16	0,2028	16 Juin . . 19 39 0	Rétrograde.	*Douwes*, à peu près.
3	1556	5 25 42	32 6 30	9 8 50	0,46390	21 Avril . . 20 12 0	Directe.	*Halley*, à peu près.
IX.	1557	0 25 52	74 32 45	4 9 22	0,18342	26 Octobre . 18 54 0	Rétrograde.	*Halley.*
X.	1580	0 18 57 20	64 40 0	3 19 5 50	0,59628	28 Novemb. 15 9 0	Directe.	*Halley*, à peu près.
		0 19 7 37	64 51 50	5 19 11 55	0,59553	28 Novemb. 13 54 0		*M. Pingré*, exactement.
XI.	1582	7 21 7 20	61 27 50	8 5 25 10	0,1257	6 Mai . . 16 9 0	Rétrograde.	*M. Pingré*, à peu près
XII.	1585	1 7 42 30	6 4	0 8 52	1,09358	7 Oct. N. S. 19 29 0	Directe.	*Halley.*
XIII.	1590	5 15 30 40	29 40 40	7 6 54 30	0,57661	8 Fév. N. S. 3 54 0	Rétrograde.	*Halley.*
XIV.	1593	5 14 15 0	87 58	5 26 19	0,08913	18 Juil. N. S. 15 48 0	Directe.	*La Caille*, à peu près.
XV.	1596	10 15 36 50	52 9 45	7 18 30 50	0,549415	8 Août . . 15 43 0	Rétrograde.	*M. Pingré.*
		10 12 12 30	55 12	7 18 16	0,51293	10 Août . . 20 4 0	Rétrograde.	*Halley.*
49	1607	1 10 21	17 0	10 2 16 0	0,58680	16 Oct. . . 8 59 0	Rétrograde.	*Halley.*
XVI.	1618	9 23 25	21 28	10 18 20 0	0,51298	17 Août . . 8 12 0	Directe.	*M. Pingré*, à peu près.
XVII.	1618	2 16 1	37 34	0 2 14 0	0,37975	8 Novemb. 12 32 0	Directe.	*Halley.*
XVIII.	1652	2 28 10	79 28 0	0 28 18 40	0,84750	12 Novemb. 15 49 0	Directe.	*Halley.*
XIX.	1661	2 22 30 30	32 35 50	3 25 58 40	0,44851	26 Janvier . 23 50 0	Directe.	*Halley.*
XX.	1664	2 21 14	21 18 30	4 10 41 15	1,025755	4 Décembr. 12 1 0	Rétrograde.	*Halley.*
XXI.	1665	7 18 2	76 5 0	2 11 54 30	0,10649	24 Avril . . 5 14 0	Rétrograde.	*Halley.*
XXII.	1672	9 27 30 50	83 22 10	3 16 59 30	0,69730	1 Mars . . 8 46 0	Directe.	*Halley.*
XXIII.	1677	7 26 49 10	79 5 15	4 17 37 5	0,28059	6 Mai . . . 0 46 0	Rétrograde.	*Halley.*
XXIV.	1678	5 11 40 0	3 4 10	10 27 46 0	1,23801	26 Août . . 14 12 0	Directe.	*Douwes*, à peu près.
XXV.	1680	9 2 2 0	60 56 0	8 21 39 30	0,006125	18 Décembr. 0 15 0	Directe.	*Halley.*
49	1682	1 21 16 30	17 56 0	10 2 52 45	0,58328	14 Septemb. 7 48 0	Rétrograde.	*Halley.*
XXVI.	1683	5 23 23 0	83 11 0	2 25 29 50	0,56020	13 Juillet . 2 59 0	Rétrograde.	*Halley.*
XXVII.	1684	8 18 25 0	65 48 40	7 28 52 0	0,96015	8 Juio . . 10 15 0	Directe.	*Halley.*
XXVIII.	1686	11 20 34 40	31 21 40	2 27 0 30	0,32500	16 Septemb. 14 42 0	Directe.	*Halley.*
XXIX.	1689	10 23 45 20	69 17 0	8 25 44 45	0,016889	1 Décembr. 15 5 0	Rétrograde.	*M. Pingré*, à peu près.
XXX.	1698	8 27 44 15	11 46 0	9 0 51 15	0,69129	18 Oct. . . 27 6 0	Rétrograde.	*Halley.*
XXXI.	1699	10 21 45 55	69 20 0	7 2 31 6	0,74400	13 Janviar . 8 32 0	Rétrograde.	*La Caille*, à peo près.
XXXII.	1702	6 9 25 15	4 30 0	4 18 41 3	0,64590	13 Mars . . 14 22 0	Directe.	*La Caille*, à peu près.
XXXIII.	1706	0 23 11 40	55 14 10	2 12 29 10	0,42581	30 Janv.. . 4 32 0	Directe.	*La Caille.*
		0 23 21 23	55 24 5	2 22 36 25	0,426865	30 Janv.. . 5 5 0		*Struick.*
XXXIV.	1707	1 21 46 35	88 36 0	2 19 54 56	0,85974	11 Décemb. 23 59 0	Directe.	*La Caille.*
		1 22 50 29	88 37 40	2 19 58 9	0,85904	11 Décemb. 23 52 47	Directe.	*Struick.*
XXXV.	1718	4 8 43 0	30 20 0	4 1 50 0	1,02655	14 Janv.. . 23 48 0	Rétrograde.	*La Caille.*

Digitized by Google

SUITE DES ÉLÉMENS

DES LXVII COMETES

Qui ont été observées assez exactement pour pouvoir être calculées.

Ordre des Cometes.	Années de l'appar.	Loogitude du Nœud ascendant.	Inclinaison de l'Orbite.	Lieu du Périhélie.	Distance périhélie celle du Soleil étant 1.	Passage au périhélie. Temps moyen à Paris.	Mouvement.	Noms des Auteurs qui ont calculé ces Orbites.
		S. D. M. S.	D. M. S.	S. D. M. S.		Jours. H. M. S.		
		4 7 55 20	31 12 53	4 1 26 36	1,02365	15 Janv. . . 1 24 36	Rétrograde.	*Struick.*
XXXVI.	1723	0 24 16 0	49 59 0	1 12 52 20	0,99865	27 Septemb. 16 20 0	Rétrograde.	*Bradley.*
XXXVII.	1729	10 10 32 37	76 58 4	10 22 40 0	4,26140	25 Juin . . 11 16 0	Directe.	*La Caille.*
		10 10 35 15	77 1 58	10 22 16 53	4,0698	23 Juin . . 6 45 22	Directe.	*Dounes.*
XXXVIII.	1737	7 16 22 0	18 20 45	10 25 53 0	0,222825	30 Janvier . 8 30 0	Directe.	*Bradley.*
XXXIX.	1739	6 27 23 14	55 42 44	3 22 38 40	0,67358	17 Juin . . 10 9 0	Rétrograde.	*La Caille.*
XL.	1742	6 5 38 29	66 59 14	7 7 35 23	0,76568	8 Février . 4 48 0	Rétrograde.	*La Caille.*
		6 3 34 43	67 4 11	7 7 33 24	0,765555	8 Février . 4 30 30	Rétrograde.	*Struick.*
XLI.	1743	2 18 21 25	2 19 33	8 2 41 45	0,83501	10 Janvier . 20 33 0	Directe.	*La Caille*, à peu près.
		2 8 10 48	2 23 50	3 2 58 4	0,838115	10 Janvier . 21 24 57	Directe.	*Struick.*
XLII.	1743	0 5 16 25	45 48 20	8 6 33 52	0,52137	20 Septemb. 21 26 0	Rétrograde.	*Klinkenberg.*
XLIII.	1744	2 15 46 11	47 5 18	6 17 10 0	0,22250	1 Mars. . 8 13 0	Directe.	*La Caille.*
		2 15 45 20	47 8 36	6 17 12 55	0,22206	1 Mars. . 8 26 20	Directe.	*Bleiff*, très-exacte.
XLIV.	1746	4 27 18 50	79 6 20	9 7 2 0	2,19851	3 Mars 1747 7 20 0	Rétrograde.	*La Caille.*
		4 26 58 27	77 56 55	9 10 5 41	2,29388	28 Février . 21 54 19	Rétrograde.	*Chefeaux.*
XLV.	1748	7 22 52 26	85 26 57	7 5 0 50	0,84067	28 Avril . . 19 34 45	Rétrograde.	*M. Maraldi.*
XLVI.	1748	1 4 39 43	56 59 3	9 6 9 24	0,65523	18 Juin . . 1 33 0	Directe.	*Struick*, à peu près.
XLVII.	1757	7 4 5 50	12 39 6	4 2 39 0	0,33907	21 Oct. . . 9 42 0	Directe.	*La Caille.*
XLVIII.	1758	7 20 50 9	68 19 0	8 27 37 45	0,21535	12 Juin . . 3 27 0	Directe.	*M. Pingré.*
XLIX.	1759	1 23 49 0	17 39 0	10 3 16 0	0,58349	12 Mars. . 13 42 0	Rétrograde.	*La Caille.*
		1 23 45 35	17 40 14	10 3 8 10	0,58490	12 Mars. . 13 59 24		*De la Lande.*
		1 23 49 21	17 35 20	10 3 16 20	0,5836	12 Mars. . 12 57 36		*M. Maraldi, Mém.* 1759.
L.	1760	4 19 39 24	78 59 22	1 23 24 20	0,79851	27 Nov. 1759. 2 28 20	Dir. Lion.	*La Caille.*
LI.	1760	2 19 50 45	4 51 32	4 18 24 35	0,96599	16 Déc. 1759. 21 13 0	Rét. Orion.	*La Caille.*
		6 19 20 24	4 42 10	4 19 3 51	0,96 8	16 Déc. 1759. 12 58 10		*Chappe.*
LII.	1762	11 19 20 0	84 45 0	3 15 15 0	1,0124	28 Mai . . 15 27 0	Directe.	*De la Lande.*
		11 18 33 23	85 40 10	3 13 42 38	1,00686	28 Mai . . 2 2 0		*M. Klinkenberg.*
		11 19 2 22	85 3 2	3 14 29 46	1,009856	28 Mai . . 7 0 49		*Struick.*
		11 18 53 31	85 22 21	3 15 22 23	1,01415	29 Mai . . 0 27 49		*M. Maraldi.*
LIII.	1763	11 26 29 29	73 39 29	2 25 0 48	0,49842	1 Novemb. 21 6 29	Directe.	*Pingré, Mem. Ac.* 1764.
LIV.	1764	3 19 20 6	33 54 19	0 16 11 48	0,56418	12 Février . 10 29 0	Rétrograde.	*Pingré, Mém. Ac.* 1764.
LV.	1766	8 4 10 50	40 50 20	4 23 15 25	0,50533	17 Février . 8 50 0	Rétrograde.	*Pingré, Mém.* 1766.
LVI.	1766	2 14 22 50	11 8 4	8 2 17 53	0,33274	12 Avril . . 20 55 40	Directe.	*M. Pingré.*
LVII.	1769	5 25 0 43	40 37 33	4 24 5 54	0,12376	7 Oct. . . 12 30 0	Directe.	*De la Lande.*
		5 25 6 32	40 48 49	4 24 11 7	0,12272	7 Oct. . . 14 58 40		*M. Prosperin. M. A.* 1769
LVIII.	1770	4 19 39 5	1 44 30	11 25 27 16	0,636878	9 Août . . 0 16 54	Directe.	*M. Pingré.*
		4 12 0 0	1 33 40	11 26 16 16	0,674381	13 Août . . 13 3 0	$\frac{1}{3}$ axe 3.148	*M. Lexell.*
LIX.	1771	3 18 42 20	31 25 55	6 28 22 44	0,52824	22 Nov. 1770. 22 3 48	Rétrograde.	*M. Pingré.*
LX.	1771	0 27 51	11 25	3 13 28	0,906	18 Avril . . 22 14 0	Directe.	*M. Pingré.*
LXI.	1772	8 12 43	19 0	3 18 6	1,018	28 Février . 20 52 0	Directe.	*De la Lande.*
LXII.	1773	4 1 16	61 25	2 25 36	1,134	5 Sept. . . 11 19 0	Directe.	*M. Pingré.*
LXIII.	1774	6 0 49	83 0	10 17 22	1,429	15 Août . . 20 55 0	Directe.	*M. Méchain.*
LXIV.	1779	0 25 6	32 24	2 27 13	0,71312	4 Janv. . . 2 22 0	Directe.	*M. Méchain.*
		0 25 4	32 25$\frac{1}{2}$	2 27 14	0,7130	4 Janv. . . 2 24$\frac{1}{2}$ 0		*M. le Chev. d'Angos.*
LXV.	1780	4 4 9	53 48	8 6 21	0,89925	30 Sept. . . 18 13 4	Rétrograde.	*M. Mechain.*
LXVI.	1781	2 22 58	81 48	7 28 56	0,77585	7 Juillet . . 2 23 0	Directe.	*M. Mechain.*
LXVII.	1781	2 17 22	17 12	0 16 3	0,961	29 Nov. . . 12 32 2	Rétrograde.	*M. Mechain.*

Cometes *qui peuvent approcher de la terre*. Wiſthon, Maupertuis & d'autres, avoient déja remarqué que les *cometes* pouroient ſe rencontrer, ou rencontrer la terre, & y produire les plus étranges révolutions; mais on n'avoit fait à cet égard que des conjectures très-vagues. Je voulus examiner parmi les *cometes* déja connues, s'il y en avoit qui naturélement puſſent rencontrer la terre, ou en approcher, de maniere à nous mettre en danger: je trouvai qu'il y en avoit huit dont les orbites paſſent très-près de celle de la terre (en négligeant l'excentricité de ſon orbite); & ſi nous ne connoiſſons que la cinquieme partie des *cometes*, il peut y en avoir plus de quarante dans ce cas-là. Les dérangemens que les attractions étrangeres produiſent ſur le mouvement des *cometes*, ſuffiſent pour raprocher leurs nœuds de la route de la terre, & par conſéquent pour faire concourir les circonférences de leurs orbites avec la nôtre; dans ce cas-là, chacune de ces *cometes* pouroit venir choquer la terre, ou du moins en paſſer ſi près que la mer en ſeroit ſoulevée, comme elle l'eſt tous les jours par le ſoleil & par la lune, & qu'une partie de la terre pouroit en être ſubmergée: c'eſt l'objet d'un mémoire que je publiai en 1773, & qui a pour titre: *Réflexions ſur les cometes qui peuvent approcher de la terre* (à Paris, chez Mérigot). Ces calculs qui avoient été annoncés dans quelques converſations, occaſionerent dans Paris la terreur & les bruits les plus étranges; on prétendoit que j'avois prédit la fin du monde, & il fallut que mon mémoire fût publié pour diſſiper ces bruits populaires. Je fis voir dans cet écrit que, quoique ces rencontres de planetes ſoient très-poſſibles, elles ſuppoſent tant de circonſtances réunies, qu'on ne ſauroit en faire un objet de terreur. M. du Séjour a achevé de diſſiper ces terreurs dans un ouvrage exprès, intitulé: *Eſſais ſur les cometes*, 1775, in-8°. (à Paris, chez Valade), où il fait voir combien il eſt difficile que les *cometes* approchent aſſez de la terre pour cauſer des révolutions. M. Euler a fait la même choſe dans les *Mémoires de Petersbourg pour* 1774. M. Proſperin a calculé une table de la plus proche diſtance des *cometes* à la terre dans les *Mémoires de Suede*, & je l'ai inſérée dans les *Mémoires de l'Académie pour* 1773.

Indépendament du grand nombre de chances qui rendent ces approches de *cometes* très-difficiles, j'ai d'ailleurs obſervé que la terre parcourant ſix cents mille lieues par jour dans ſon orbite, elle ne pouvoit être au plus qu'une heure de temps expoſée à l'attraction d'une *comete*, & qu'il étoit difficile qu'en ſi peu de temps les eaux puſſent s'élever à une bien grande hauteur. Cependant, il ſemble que ſi l'on cherche une cauſe phyſique & naturele des révolutions anciennes de notre globe, dont on trouve des traces dans le ſein de la terre comme au ſommet des montagnes, on la peut trouver dans les approches de quelques-unes de ces *cometes*.

Queues des cometes. Les anciens n'ont parlé communément de la grandeur des *cometes*, qu'en faiſant attention au ſpectacle de leur queue ou de leur chévelure; cependant il y a des *cometes* dont le diametre apparent ſemble avoir été très-conſidérable, indépendament de la queue. Après la mort de Démétrius, roi de Syrie, pere de Démétrius & d'Antiochus, un peu avant la guerre d'Achaïe, l'an 146, avant J. C., il parut une *comete* auſſi groſſe que le ſoleil (*Sénegue*, *vij*, 15): celle qui parut à la naiſſance de Mithridate, 130 ans avant J. C., répandoit, ſuivant Juſtin, plus de lumiere que le ſoleil; elle étoit ſi terrible, qu'elle ſembloit embraſer tout le ciel; ſa queue occupoit environ 45 degrés.

La *comete* de l'an 1006, raportée par erreur en l'an 1200 dans quelques livres, & qui fut obſervée par Haly-Ben-Rodoan (*Cardan*, *Aſtron. liv. ij*, *c.* 9, *text.* 14), étoit quatre fois plus groſſe que Vénus, & jetoit autant de lumiere que le quart de la lune pouroit faire. Cette *comete* paroît être la même que celles de 1682 & 1759. Cardan dit la même choſe de celles de 1521 & 1556 (*de Variet. lib. xiv*). Nous n'avons rien de bien déterminé ſur la grandeur apparente des *cometes* avant celle de 1577; ſon diametre apparent, ſuivant Tycho, étoit de 7′, c'eſt-à-dire, ſelon lui, le double de Vénus à la vue ſimple.

Mais les queues des *cometes* ont toujours paru la choſe la plus ſinguliere de ces aſtres extraordinaires. Nous raportons ici la figure de celle de 1744, dont on ſe ſouvient encore, & qui étoit très-ſinguliere; elle avoit juſqu'à 34° de longueur, *Figures d'Aſtronomie*, 568. On en peut voir pluſieurs, figurées dans la Cométographie d'Hévélius. La *comete* de 1618 avoit une queue de 70 degrés au moins, ſuivant Kepler; on l'apercevoit même à 104°, ſuivant Longomontanus, le 10 décembre 1618. La *comete* de 1680 avoit une queue de 70° le 26 décembre, & même de 90° ſuivant des lettres de Conſtantinople, où on la voyoit mieux. La *comete* de 1769 nous paroiſſoit à Paris avoir une queue de 60°; mais M. Pingré, qui étoit ſur mer, la voyoit juſqu'à 90°.

Suivant Newton, l'atmoſphere des *cometes* peut fournir une vapeur ſuffiſante pour former leurs queues. Quant à l'aſcenſion des vapeurs qui forment la queue des *cometes*, Newton la croyoit occaſionée par la raréfaction de l'atmoſphere de la *comete*, ou par la chaleur du ſoleil.

Les queues étant ainſi produites, la force qu'elles ont pour conſerver leur mouvement & celle qui les pouſſe vers le ſoleil, les oblige à ſuivre la *comete* même, & à l'acompagner dans toute ſon orbite. En effet, la gravitation des vapeurs vers le ſoleil, n'eſt pas plus propre à détacher la queue d'une *comete* de ſa tête & à la faire tomber ſur le ſoleil, qu'à détacher la terre de ſon atmoſphere; mais leur gravitation commune eſt cauſe qu'elles ſe

Digitized by Google

menvent également, & qu'elles ſont pouſſées de la même maniere.

Par ce moyen les queues des *cometes* produites pendant le temps de leurs périhélies, peuvent être entraînées avec ces aſtres dans les régions du ciel les plus reculées, & revenir enſuite avec les *cometes* au bout d'un grand nombre d'années : mais il eſt plus naturel qu'elles ſe détruiſent peu à peu entiérement, & qu'en ſe raprochant du ſoleil les *cometes* en reprenent de nouveles, d'abord très-peu ſenſibles, enſuite plus grandes par degrés juſqu'au périhélie, temps auquel elles reprenent toute leur grandeur, les *cometes* étant alors les plus échauffées qu'il eſt poſſible.

Les vapeurs dont ces queues ſont compoſées, ſe dilatant & ſe répandant dans toutes les régions céleſtes, ſont vrai-ſemblablement, ainſi que Newton l'obſerve, attirées par les planetes, & mêlées avec leurs atmoſpheres. Il ajoute que les *cometes* ſemblent néceſſaires pour l'entretien des fluides qui ſont ſur les planetes, leſquels s'évaporent continuélement par les végétations & les putréfactions, & ſe convertiſſent en terre ſeche. Car comme tous les végétaux ſe nouriſſent & s'accroiſſent par les fluides, & qu'ils redevienent terre pour la plus grande partie par la putréfaction (comme on le peut voir par le limon que les liqueurs putréfiantes dépoſent continuélement), il s'enſuit que, pendant que la terre s'accroît ſans ceſſe, l'eau diminueroit en même proportion, ſi la perte n'en étoit pas rétablie par d'autres matieres. Newton ſoupçone que cette partie, la plus ſubtile & la meilleure de notre air, laquelle eſt abſolument néceſſaire pour la vie & l'entretien de tous les êtres, vient principalement des *cometes*.

D'après ce principe, il y auroit quelque fondement aux opinions populaires des préſages des *cometes*, puiſque les queues des *cometes* ſe mêlant ainſi avec notre atmoſphere, pouroient avoir des influences ſenſibles ſur les corps animaux & végétaux.

La grandeur de la queue dans la *comete* de 1680, s'acorde avec la grande proximité de cette *comete* au ſoleil : en effet, ſa diſtance au ſoleil dans ſon périhélie le 8 décembre, étoit à la diſtance de la terre au ſoleil comme 6 à 1000; d'où il ſuit que la chaleur communiquée par le ſoleil à la *comete*, devoit être alors à celle qu'on éprouve ſur la terre au milieu de l'été, comme 28000 à 1. Newton conſidérant enſuite que par l'expérience la chaleur de l'eau bouillante eſt un peu plus que triple de celle de la terre échauffée par les rayons du ſoleil au fort de l'été, & prenant la chaleur du fer rouge pour trois ou quatre fois plus grande que celle de l'eau bouillante, il en conclut que la chaleur du corps de la *comete* dans les temps de ſon périhélie, devoit être 2000 fois plus grande que celle du fer rouge.

La *comete* ayant acquis une auſſi grande chaleur, doit être un temps immenſe à ſe refroidir. Le même auteur a calculé qu'un globe de fer rouge de la groſſeur de la terre, ſeroit à peine refroidi en 50000 ans. Ainſi, quand même la *comete* ſe refroidiroit cent fois plus vîte que le fer rouge, elle ne laiſſeroit pas encore, à cauſe que ſa chaleur eſt 2000 fois plus grande, de mettre un milion d'années à ſe refroidir.

M. de Buffon a donné des calculs à ce ſujet dans le premier volume de ſes *Supplémens*, imprimé en 1774, *pag.* 215—235 *de l'édition in*-12. Ce fut à l'occaſion de ce paſſage de Newton ſur la chaleur de la *comete* dont je parlois un jour avec M. de Buffon, qu'il entreprit des expériences ſur le refroidiſſement des corps; elles lui ont appris des faits curieux & importans pour la phyſique, & lui ont donné occaſion de faire de grands établiſſemens de forges : il y a trouvé que la durée du refroidiſſement eſt en bien plus grande raiſon que celle des diametres des corps, & non pas en moindre raiſon comme le dit Newton, & celui-ci même ſembla l'indiquer dans la onzieme queſtion de ſon *Traité d'Optique*; en ſorte que M. de Buffon ſoupçone que c'eſt par inadvertance qu'on aura mis *minori* pour *majori* : il trouve qu'au lieu de 50000 ans, il faudroit 96670 ans pour refroidir un globe grôs comme la terre au point de la température actuele : on pouroit même augmenter encore cette durée, à cauſe du contact de l'air qui accélere le refroidiſſement des corps.

Suivant les expériences de M. de Buffon, il faut 55 $\frac{1}{2}$ fois plus de temps pour refroidir les corps que pour les chaufer à blanc; ce qui exigeroit encore un grand changement dans le réſultat de Newton.

Newton dit que la chaleur du fer rouge eſt 3 ou 4 fois plus grande que celle de l'eau bouillante : il faut ſuppoſer 7 à 8 fois, même d'après un mémoire de Newton qui eſt dans les *Tranſactions philoſophiques de* 1701; en ſorte que la chaleur de la *comete* auroit été mille fois ſeulement, & non pas 2000 fois plus grande que celle du fer rouge : il y a la moitié à rabatre par cette ſeule conſidération.

Mais cette diminution à faire dans la chaleur évaluée par Newton, n'eſt rien en comparaiſon de celle qui réſulte du peu de temps que la *comete* a été près du ſoleil; car 24 heures avant qu'elle fût à ſon périhélie, ſa diſtance étoit ſix fois plus grande : en tenant compte de la durée du temps qu'elle a reſté à chaque diſtance & du degré de chaleur qu'elle y recevoit, M. de Buffon trouve, d'après les nombres que je lui avois fournis, qu'il auroit fallu qu'elle reſtât 392 ans dans la partie inférieure de ſon orbite (à compter de la diſtance égale à celle de la terre), pour pouvoir être chaufée à blanc, au lieu qu'elle n'y a été que 55 jours; encore faudroit-il la ſuppoſer frapée de tous côtés à la fois des rayons du ſoleil. Il trouve auſſi par ſes expériences, que pour le refroidiſſement de la glaiſe il ne faut pas la moitié du temps qu'il faut pour celui du fer; ainſi,

à cet égard, il faudroit diminuer la durée du refroidiſſement, déduite des expériences.

On voit par ces différentes conſidérations combien il entre d'élémens dans un ſemblable calcul, & combien celui de Newton ſeroit inſuffiſant pour juger de la chaleur effective de la *comete* ; mais il lui ſuffiſoit de donner une idée de la chaleur qui avoit eu lieu dans le point de ſon périhélie, pour faire voir que les matieres ſuſceptibles d'évaporation avoient dû être volatiliſées : il donne ainſi l'explication de cette queue immenſe que traînoit après elle la *comete* de 1680.

M. Boſcovich, dans une diſſertation imprimée à Rome en 1746, obſerve auſſi que l'atmoſphere prodigieuſe des *cometes* doit néceſſairement empêcher qu'elles ne s'échauffent autant que d'autres corps. La partie ſupérieure eſt trop rare pour recevoir beaucoup de chaleur ; elle garantit la partie inférieure. Cette atmoſphere conſerve auſſi la chaleur dans le grand éloignement de la *comete* ; elle la diſtribue à ſes différentes parties : elle conſerve une lumiere preſque conſtante, & la rend plus habitable que Newton ne l'a cru. Mais cette lumiere eſt trop diſperſée pour qu'elle puiſſe paroître dans un grand éloiguement, & voilà pourquoi les *cometes* ne paroiſſent point quand elles ſont parvenues ſeulement à la diſtance de Jupiter.

Cette atmoſphere empêche qu'on ne diſtingue les phaſes des *cometes* ; & M. Caſſini avoit tort de juger la *comete* de 1680 beaucoup plus éloignée que le ſoleil, tandis qu'elle étoit beaucoup plus près ; il ſe fondoit ſur ce que ſa lumiere étoit pleine, & n'avoit point la forme de croiſſant : mais on ne diſtingue point de phaſes dans les *cometes*, à cauſe de la diſperſion de lumiere cauſée par l'atmoſphere.

Le P. B. compare la queue d'une *comete* à la fumée qui s'éleve à cauſe de la peſanteur de l'air : l'atmoſphere du ſoleil peſe vers le ſoleil ; les vapeurs de la *comete* ont moins de peſanteur, elles s'éloignent du ſoleil. (*D. L.*).

COMETE ou *de manille* (*jeu de la*) ; jeu de cartes qui ſe joue de la maniere ſuivante : l'enjeu ordinaire eſt de neuf fiches, qui valent dix jetons chacune, & de dix jetons ; l'on peut, comme l'on voit, perdre au jeu deux ou trois mille jetons dans une ſéance. On ſe ſert de toutes les cartes, c'eſt-à-dire, des cinquante-deux : & l'on peut y jouer depuis deux perſones juſqu'à cinq ; le jeu à deux n'eſt cependant pas ſi beau qu'à trois & au deſſus. Il y a de l'avantage à faire au *jeu de la comete*. Les cartes batues, coupées à l'ordinaire, ſe partagent aux joueurs trois à trois, ou quatre à quatre, & de cette maniere : vingt-ſix à chacun, ſi on joue deux perſones ; dix-ſept, ſi c'eſt à trois, & il en reſte une qu'on ne peut pas voir ; à quatre, treize, & à cinq, dix, & il en reſtera encore deux qu'on ne pourra point voir non plus.

Toutes les cartes étant données, on les arange ſelon l'ordre naturel en commençant par l'às, qui dans ce jeu ne vaut qu'un, par le deux, le trois, ainſi du reſte juſqu'au roi. On commence à jouer par telle carte qu'on veut, mais il eſt plus avantageux de jouer d'abord celle dont il y a le plus de cartes de ſuite : ainſi, en ſuppoſant qu'il y ait depuis le ſix des cartes qui ſe ſuivent juſqu'au roi, on les jétera toutes l'une après l'autre, en diſant ſix, ſept, huit, neuf, dix, valet, dame & roi ; mais s'il manquoit une de ces cartes, on nommeroit celle qui eſt immédiatement devant, & on diroit *ſans telle carte*, qui ſeroit celle qui devroit ſuivre celle qu'on déclare ; ſi c'étoit le huit, par exemple, qui manquât dans ſa ſéquence, on diroit *ſept ſans huit*, &c. le joueur ſuivant qui auroit la carte dont l'autre manqueroit, continueroit en la jetant ; & diroit comme le premier juſqu'à ce qu'il lui manquât quelque nombre dans ſa ſuite ; auquel cas un autre qui auroit le nombre, recommenceroit de la même maniere ; s'il avoit pouſſé juſqu'au roi, il continueroit de jouer par telle carte qu'il voudroit. La différence des couleurs ne fait rien à ce jeu, pourvu que les cartes que l'on a formeni une ſuite juſte. Le joueur qui vient après celui qui a dit *huit ſans neuf*, ou toute autre carte, reprend le jeu s'il a le nombre manquant ; ſi ni lui, ni les autres ne l'ont, le premier qui a dit *huit ſans neuf*, continue à jouer le reſte de ſon jeu par telle carte qu'il lui plait, & ſe fait donner un jeton de chaque joueur. Il faut autant qu'on le peut ſe défaire de ſes cartes les plus hautes en point, parce que l'on paye autant de jetons que l'on a de points dans toutes les cartes qui reſtent dans la main à la fin du coup. Ceux qui jouent petit jeu, ne donnent qu'autant de jetons qu'il leur reſte de cartes. Il n'eſt pas moins avantageux de ſe défaire des às, parce que ſi l'on attend trop tard à les jeter, on ne ſe remet dedans qu'avec peine, à moins qu'on n'ait un roi pour rentrer. On doit donner une fiche ou moins, ſelon la convention, à celui qui joue la *comete* ; il n'eſt plus reçu à la demander dès qu'elle eſt couverte de quelque carte, & elle eſt perdue pour lui. Celui qui gâgne la partie ſe fait donner une fiche & neuf jetons, qui ſont la valeur de la *comete* de celui qui l'ayant dans ſon jeu, ne s'en eſt point défait dans le tour. Celui qui jete ſur la table des rois qu'il a dans ſon jeu, gâgne un jeton de chaque joueur pour chacun de ſes rois ; au lieu qu'il paye un jeton à chaque joueur, & dix au gâgnant, pour chacun des rois qui lui reſtent : ſi l'on paye par point, c'eſt celui qui a plutôt joué ſes cartes qui gâgne la partie & les fiches que chaque joueur a mis au jeu, ſans parler des marques qu'il ſe fait payer de chacun, ſelon qu'il a plus ou moins de cartes ou de points dans ſa main.

Il n'eſt pas permis de voir les cartes qu'on a déja jouées, pour conduire ſon jeu & jouer plus avantageuſement pour ſoi, à peine de donner un

Digitized by Google

eton à chaque joueur ; à moins qu'on ne l'ait décidé autrement avant de commencer.

Voilà les principales & premieres regles du *jeu de la comete* ; elles ont beaucoup changé, & vraiſemblablement elles changeront encore beaucoup, ſi ce jeu continue d'être à la mode. On payera plus ou moins, quand on fera opéra : *faire opéra*, c'eſt jouer toutes ſes cartes ſans interruption ; on chargera de conditions l'emploi de la *comete* ; on fera payer plus ou moins ſelon la carte pour laquelle on la mettra : à préſent on peut la mettre pour toute carte ; on fera perdre plus ou moins à celui dans la main de qui on la fera gorger, ou reſter, c'eſt la même choſe, *&c.* Nous ne nous piquons guere d'exactitude ſur ces choſes, elles en valent peu la peine ; d'ailleurs, ce qui ſeroit exact dans le moment où nous écrivons, ceſſeroit bientôt de l'être par le caprice des joueurs, qui ajoutent, ôtent des conditions au jeu, en retranchent, ou alterent.

COMMENSURABLE, adj. Les quantités *commenſurables*, en *Mathémat.* ſont celles qui ont quelque partie aliquote commune, ou qui peuvent être meſurées par quelque meſure commune, ſans laiſſer aucun reſte dans l'une ni dans l'autre. *Voy.* Mesure & Incommensurable.

Ainſi, un pied & une aune ſont *commenſurables*, parce qu'il y a une troiſieme quantité qui peut les meſurer l'un & l'autre exactement ; ſavoir, un pouce, lequel pris douze fois fait un pied, & pris quarante-quatre fois donne une aune.

Les quantités *commenſurables* ſont l'une à l'autre comme l'unité eſt à un nombre entier rationel, ou comme un nombre entier rationel eſt à un autre entier rationel. En effet, puiſque les quantités *commenſurables* ont une partie commune qui les meſure exactement, elles contiennent donc exactement cette partie : l'une, un certain nombre de fois ; l'autre, un autre nombre de fois : donc elles ſont entr'elles comme ces deux nombres. Il en eſt autrement dans les incommenſurables. *Voyez* Incommensurable, Nombre & Rationel.

Les nombres *commenſurables* ſont ceux qui ont quelque autre nombre qui les meſure, ou qui les diviſe ſans aucun reſte.

Ainſi 6 & 8 ſont, l'un par raport à l'autre, des nombres *commenſurables*, parce que 2 les diviſe.

Commenſurable en puiſſance. On dit que des lignes droites ſont *commenſurables* en puiſſance ; quand leurs carrés ſont meſurés exactement par un même eſpace ou une même ſurface ; ou, ce qui revient au même, quand les carrés de ces lignes ont entr'eux un raport de nombre à nombre.

Les nombres ſourds *commenſurables*, ſont ceux qui, étant réduits à leurs plus petits termes, ſont entr'eux comme une quantité rationele eſt à une autre quantité rationele. *Voy.* Sourd. Ainſi $3\sqrt{2}$ & $2\sqrt{2}$ ſont des nombres ſourds *commenſurables*, parce qu'ils ſont entr'eux comme 3 à 2.

Les nombres *commenſurables* ſont proprement les ſeuls & vrais nombres. En effet, toute nombre enferme l'idée d'un rapurt, *voyez* Nombre ; & tout raport réel entre deux quantités ſuppoſe une partie aliquote qui leur ſoit commune ; c'eſt ce qui ſera plus détaillé à l'*article* Incommensurable. $\sqrt{2}$ n'eſt point un nombre proprement dit, c'eſt une quantité qui n'exiſte point, & qu'il eſt impoſſible de trouver. Les fractions même ne ſont des nombres *commenſurables*, que parce que ces fractions repréſentent proprement des nombres entiers. En effet, qu'eſt-ce que cette fraction $\frac{3}{4}$? c'eſt trois fois le quart d'un tout, & ce quart eſt ici pris pour l'unité : il eſt vrai que ce quart lui-même eſt partie d'une autre unité dans laquelle il eſt contenu quatre fois. Mais cela n'empêche pas ce quart d'être regardé comme une ſeconde unité dans la fraction $\frac{3}{4}$; cela eſt ſi vrai, qu'on en trouve la preuve dans la définition même des fractions ; le dénominateur, dit-on, compte le nombre des parties dans leſquelles le tout eſt diviſé, & le numérateur compte combien on prend de ces parties ; ou ce qui eſt la même choſe ; combien de fois on en prend *une*. Cette partie eſt donc ici une véritable *unité*. Après cela, on ne doit pas être ſurpris que pour comparer entr'elles les fractions, on change leur raport en celui de nombres entiers *commenſurables*. Par exemple, pour avoir le raport de $\frac{3}{4}$ à $\frac{2}{3}$, on trouve par les regles ordinaires que ce raport eſt celui de 9 à 8 : cela eſt évident. Qu'eſt-ce que $\frac{1}{4}$? c'eſt la même choſe que $\frac{3}{12}$, ou 9 fois le douzieme de l'unité. Qu'eſt-ce que $\frac{2}{3}$? c'eſt la même choſe que $\frac{8}{12}$ ou 8 fois le douzieme de l'unité : donc les deux fractions comparées à la même unité (ſavoir $\frac{1}{12}$), la contiennent 9 & 8 fois ; donc elles ſont entr'elles comme 9 à 8, c'eſt-à-dire, que la partie aliquote commune qui meſure, par exemple, les $\frac{3}{4}$ & les $\frac{2}{3}$ d'un pied, eſt la douzieme partie du pied, & que cette douzieme partie eſt contenue 9 fois dans la premiere & 8 dans la ſeconde.

De là on peut conclure que non ſeulement les nombres *commenſurables* ſont proprement les ſeuls & vrais nombres, mais que les nombres entiers ſont proprement les ſeuls vrais nombres *commenſurables*, puiſque tous les nombres ſont proprement des nombres entiers. *Voyez* Nombre, Fraction, *&c.* (*O*).

COMMERE ACCOMMODEZ-MOI (*Jeu de*). Ce jeu, ainſi appelé parce que toute l'habileté du joueur eſt de chercher à accommoder ſon jeu, a beaucoup de raport à celui du commerce, & ne laiſſe pas d'être amuſant, quoiqu'à en juger par ſon nom il ne ſoit guere joué que par les petites gens.

On ſe ſert d'un jeu de cartes tout entier. On peut y jouer ſept ou huit perſones. Chacun prend autant de jetons que l'on veut, & dont on a déterminé la valeur. On met peu ou beaucoup au jeu, ſelon que l'on a intention de perdre ou de gâgner de même. Celui à qui il eſt échu de

Digitized by Google

faire, ayant mêlé & fait couper à l'ordinaire, donne trois cartes à chaque joueur, toutes enſemble ou ſéparément. Les cartes ainſi diſtribuées, on ne ſonge plus qu'à tirer au point, à la ſéquence, & au tricon, la ſéquence emportant le point, & le tricon la ſéquence & le point. Le plus fort gâgne le plus foible; & s'ils ſont égaux, c'eſt celui qui eſt le plus proche de celui qui a mêlé à droite. L'às vaut onze au jeu & eſt la premiere de toutes les cartes. *Voyez* TRICON, SÉQUENCA & POINT.

Celui qui gâgne la partie par le point ne tire que la poule; celui qui gâgne par une ſéquence, gâgne un jetou de chaque joueur avec la poule, & celui qui gâgne avec tricon en gâgne deux outre la poule.

Souvent les joueurs ne trouvent point à s'accommoder dès la premiere donne, mal-gré tous les échanges qu'ils aient pu faire, & pour lors celui qui a fait prend le talon & donne une carte à chaque joueur, qui lui en rend une autre à la place, en commençant par la droite & mettant toujours les cartes échangées ſous le talon; mais il faut que tous les joueurs y conſentent, ſinon l'on refait.

Quand on a reçu cette carte du talon, on fait l'échange comme auparavant, en s'accommodant l'un l'autre juſqu'à ce qu'un des joueurs ait fait ſon jeu. Si les joueurs ne s'accommodoient point encore, on pouroit donner une ſeconde carte, ce qui pourtant n'arive guere, non plus que de faire plus de deux donnes à ce jeu.

Celui qui donne mal n'eſt tenu que de refaire. Lorſque le jeu eſt reconu faux, le coup eſt nul, mais les précédens ſont bons; & ſi même le coup où l'on s'aperçoit que le jeu eſt incomplet étoit fini, & que quelqu'un eût gâgné, le coup ſeroit eſtimé valide.

COMMUN, *en Géométrie*, s'entend d'un angle, d'une ligne, d'une ſurface, ou de quelque choſe de ſemblable qui apartient également à deux figures, & qui fait une partie néceſſaire de l'une & de l'autre. *Voyez* FIGURE.

Les parties *communes* à deux figures ſervent à trouver ſouvent l'égalité entre deux figures différentes, comme dans le théorême des parallélogrammes ſur même baſe & de même hauteur, dans celui de la quadrature des lunules d'Hippocrate, *&c.* *Voyez* PARALLÉLOGRAMME, LUNULE, *&c.* (*O*).

COMMUNICATION *du mouvement*, (*Méch.*), eſt l'action par laquelle un corps qui en frape un autre, met en mouvement le corps qu'il frape.

L'expérience nous fait voir tous les jours que les corps ſe communiquent du mouvement les uns aux autres. Les philoſophes ont enfin découvert les loix ſuivant leſquelles ſe fait cette *communication*, après avoir long-temps ignoré qu'il y en eût, & après s'être long-temps trompé ſur les véritables. Ces loix confirmées par l'expérience & par le raiſonement, ne ſont plus révoquées en doute de la plus ſaine partie des phyſiciens. Mais la raiſon métaphyſique, & le principe primitif de la *communication du mouvement*, ſont ſujets à beaucoup de difficultés.

Le P. Malebranche prétend que la *communication du mouvement* n'eſt point néceſſairement dépendante de principes phyſiques, ou d'aucune propriété des corps, mais qu'elle procede de la volonté & de l'action immédiate de Dieu. Selon lui, il n'y a pas plus de connexion entre le mouvement ou le repos d'un corps, & le mouvement ou le repos d'un autre, qu'il n'y en a entre la forme, la couleur, la grandeur, *&c.* d'un corps & celle d'un autre; & ce philoſophe conclut de là, que le mouvement du corps choquant n'eſt point la cauſe phyſique du mouvement du corps choqué.

Il n'y a point de doute que la volonté du Créateur ne ſoit la cauſe primitive & immédiate de la *communication du mouvement*, comme de tous les autres effets de la nature. Mais s'il nous eſt permis d'entrer dans les vues de l'Être ſuprême, nous devons croire que les loix de la *communication du mouvement* qu'il a établies, ſont celles qui convenoient le mieux à la ſageſſe & à la ſimplicité de ſes deſſeins. Ce principe du P. Malebranche, qu'*il n'y a pas plus de connexion entre le mouvement d'un corps & celui d'un autre, qu'entre la figure & la couleur de ces corps*, ne paroît pas exactement vrai: car il eſt certain que la figure & la couleur d'un corps n'influent point ſur celles d'un autre; au lieu que quand un corps *A* en choque un autre *B*, il faut néceſſairement qu'il arive quelque changement dans l'état actuel de l'un de ces corps, ou dans l'état de tous les deux; car le corps *B* étant impénétrable, le corps *A* ne peut continuer ſon chemin ſuivant la direction qu'il avoit, à moins que le corps *B* ne ſoit déplacé; ou ſi le corps *A* perd tout ſon mouvement, en ce cas ce corps *A* change par la rencontre du corps *B* ſon état de mouvement en celui de repos. C'eſt pourquoi il faut néceſſairement que l'état du corps *B* change, ou que l'état du corps *A* change.

De là on peut tirer une autre conſéquence; c'eſt que l'impénétrabilité des corps, qui eſt une de leurs propriétés eſſentieles, demandant néceſſairement que le choc de deux corps produiſe du changement dans leur état, il a été néceſſaire au Créateur d'établir des loix générales pour ces changemens: or quelques-unes de ces loix ont dû néceſſairement être déterminées par la ſeule impénétrabilité, & en général par la ſeule eſſence des corps: par exemple, deux corps égaux & ſemblables, ſans reſſort, venant ſe frapper directement avec des viteſſes égales, c'eſt une ſuite néceſſaire de leur impénétrabilité qu'ils reſtent en repos. Il en eſt de même, ſi les maſſes de ces corps ſont en raiſon inverſe de leurs viteſſes. Or ſi d'après ce principe, on peut déterminer généralement les loix de la *communication du mouvement*, ne ſera-

t-il

t-il pas bien vrai-ſemblable que ces loix ſont celles que le Créateur a dû établir par préférence, puiſque ces loix ſeroient fondées ſur des principes auſſi ſimples qu'on pouroit le déſirer, & liées en quelque maniere à une propriété des corps auſſi eſſentiele que l'impénétrabilité?

Loix de la communication du mouvement. Dans la ſuite de cet article, nous appélerons *mouvement d'un corps* ou *degré de mouvement*, un nombre qui exprime le produit de la maſſe de ce corps par ſa viteſſe; & en effet il eſt évident que le mouvement d'un corps eſt d'autant plus grand que ſa maſſe eſt plus grande, & que ſa viteſſe eſt plus grande; puiſque plus ſa maſſe & ſa viteſſe ſont grandes, plus il a de parties qui ſe meuvent, & plus chacune de ces parties a de viteſſe.

Si un corps qui ſe meut frape un autre corps déja en mouvement, & qui ſe meuve dans la même direction, le premier augmentera la viteſſe du ſecond, mais perdra moins de ſa viteſſe propre que ſi ce dernier avoit été abſolument en repos.

Par exemple, ſi un corps en mouvement, triple d'un autre corps en repos, le frape avec 32^d de mouvement, il lui communiquera 8^d de ſon mouvement, & n'en gardera que 24: ſi l'autre corps avoit eu déja 4^d de mouvement, le premier ne lui en auroit communiqué que 5, & en auroit gardé 27, puiſque ces 5^d auroient été ſuffiſans par eaport à l'inégalité de ces corps, pour les faire continuer à ſe mouvoir avec la même viteſſe. En effet, dans le premier cas, les mouvemens après le choc étant 8 & 24, & les maſſes 1 & 3, les viteſſes ſeront 8 & 8, c'eſt-à-dire, égales; & dans le ſecond cas, on trouvera de même que les viteſſes ſeront 9 & 9.

On peut déterminer de la même maniere les autres loix de la *communication du mouvement*, pour les corps parfaitement durs & deſtitués de toute élaſticité. Mais tous les corps durs que nous connoiſſons étant en même temps élaſtiques, cette propriété rend les loix de la *communication du mouvement* fort différentes, & beaucoup plus compliquées.

Tout corps qui en rencontre un autre, perd néceſſairement une partie plus ou moins grande du mouvement qu'il a au moment de la rencontre. Ainſi, un corps qui a déja perdu une partie de ſon mouvement par la rencontre d'un autre corps en perdra encore davantage par la rencontre d'un ſecond, d'un troiſieme. C'eſt pour cette raiſon qu'un corps qui ſe meut dans un fluide, perd continuélement de ſa viteſſe, parce qu'il rencontre continuélement des corpuſcules auxquels il en communique une partie.

D'où il s'enſuit, 1°. que ſi deux corps homogenes de différentes maſſes, ſe meuvent en ligne droite dans un fluide avec la même viteſſe, le plus grand conſervera plus long-temps ſon mouvement que le plus petit; car les viteſſes étant égales par la ſuppoſition, les mouvemens de ces corps ſont comme leurs maſſes, & chacun communique de ſon mouvement aux corps qui l'environent, & qui touchent ſa ſurface en raiſon de la grandeur de cette même ſurface. Or quoique le plus grand corps ait plus de ſurface abſolument que le plus petit, il en a moins à proportion, comme nous l'allons prouver; donc il perdra à chaque inſtant moins de ſon mouvement que le plus petit.

Suppoſons, par exemple, que le côté d'un cube *A* ſoit de deux pieds, & celui d'un cube *B* d'un pied; les ſurfaces ſeront comme 4 à 1, & les maſſes comme 8 à 1; c'eſt pourquoi ſi ces corps ſe meuvent avec la même viteſſe, le cube *A* aura huit fois plus de mouvement que le cube *B*: donc, afin que chacun parvienne au repos en même temps, le cube *A* doit perdre à chaque moment huit fois plus de ſon mouvement que le cube *B*: mais cela eſt impoſſible; car leurs ſurfaces étant l'une à l'autre comme 4 à 1, le corps *A* ne doit perdre que quatre fois plus de mouvement que le corps *B*, en ſuppoſant (ce qui n'eſt pas fort éloigné du vrai) que la quantité du mouvement perdue, eſt proportionele à la ſurface: c'eſt pourquoi quand le cube *B* deviendra parfaitement en repos, *A* aura encore une grande partie de ſon mouvement.

2°. De là nous voyons la raiſon pourquoi un corps fort long, comme un dard, lancé ſelon ſa longueur, demeure en mouvement beaucoup plus long-temps, que quand il eſt lancé tranſverſalement; car quand il eſt lancé ſuivant ſa longueur, il rencontre dans ſa direction un plus petit nombre de corps auxquels il eſt obligé de communiquer ſon mouvement, que quand il eſt lancé tranſverſalement. Dans le premier cas, il ne choque que fort peu de corpuſcules par ſa pointe; & dans le ſecond cas, il choque tous les corpuſcules qui ſont diſpoſés ſuivant ſa longueur.

3°. De là il ſuit qu'un corps qui ſe meut preſque entiérement ſur lui-même, de ſorte qu'il communique peu de ſon mouvement aux corps environans, doit conſerver ſon mouvement pendant un long-temps. C'eſt pour cette raiſon qu'une boule de laiton polie, d'un demi-pied de diametre, portée ſur un axe délié & poli, & ayant reçu une aſſez petite impulſion, tournera ſur elle-même pendant un temps conſidérable. *Voyez* RÉSISTANCE, *&c.*

Au reſte, quoique l'expérience & le raiſonement nous aient inſtruits ſur les loix de la *communication du mouvement*, nous n'en ſommes pas plus éclairés ſur le principe métaphyſique de cette *communication*. Nous ignorons par quelle vertu un corps partage, pour ainſi dire, avec un autre le mouvement qu'il a; le mouvement n'étant rien de réel en lui-même, mais une ſimple maniere d'être du corps, dont la *communication* eſt auſſi difficile à comprendre que le ſeroit celle du repos d'un corps à un autre corps. Pluſieurs philoſophes ont imaginé les mots de *force*, de *puiſſance*, *d'action*, &c. qui ont embrouillé cette

matiere au lieu de l'éclaircir. *Voyez ces mots*. Tenons-nous en donc au ſimple fait, & avouons de bonne foi notre ignorance ſur la cauſe premiere. (*O*).

COMMUTATION, (*Aſtronomie*); diſtance entre le lieu de la terre vue du ſoleil, & le lieu d'une planete réduit à l'écliptique.

Ainſi l'angle *PST*, *Planches d'Aſtronomie*, *Fig.* 93, qui a pour baſe la diſtance entre le vrai lieu de la terre en *T*, & celui d'une planete *P* vue du ſoleil réduit à l'écliptique, eſt l'*angle de commutation*.

La *commutation* que les aſtronomes emploient pour calculer le lieu géocentrique d'une planete, ſe forme en ſouſtrayant la longitude du ſoleil de la longitude héliocentrique d'une planete inférieure; mais celle de la planete ſupérieure s'ôte de la longitude du ſoleil; on a, par ce moyen, une *commutation* différente de ſix ſignes de celle que nous venons d'expliquer; mais cela eſt un peu plus commode dans les calculs.

Copernic appeloit *commutation* ce que nous appelons parallaxe annuele, ou la différence qui ſervoit à trouver le lieu d'une planete ou de la terre, par le moyen du lieu vu du ſoleil.

Kepler appeloit *anomalie de commutation*, la différence entre le lieu de la planete vu du ſoleil & le lieu moyen de la terre.

COMPAGNIE, *regle de compagnie*, (*Arith.*). La regle de *compagnie*, eſt une opération par laquelle pluſieurs marchands ou entrepreneurs ayant mis enſemble des fonds pour un même objet, on partage le gain ou la perte proportionélement à leurs miſes.

La regle de trois *répétée* pluſieurs fois eſt le fondement de la *regle de compagnie*, & ſatisfait pleinement à toutes les queſtions de cette eſpece; car la miſe de chaque particulier doit être à ſa part du gain ou de la perte, comme le fonds total eſt à la perte, ou au gain total: donc il faut additioner les différentes ſommes d'argent que les aſſociés ont fournies, pour en faire le premier terme; le gain ou la perte commune ſera le ſecond; chaque miſe particuliere ſera le troiſieme, & il faudra répéter la regle de trois autant de fois qu'il y a d'aſſociés.

Cette regle a deux cas: Il y a différens temps à obſerver, où il n'y en a point.

La *regle de compagnie*, ſans diſtinction de temps, eſt celle dans laquelle on ne conſidere que la quantité de fonds que chaque aſſocié a fourni, ſans avoir égard au temps que cet argent a été employé, parce que l'on ſuppoſe que tous les fonds ont été mis dans le même temps. Un exemple rendra cette opération facile.

A, B, & C, ont chargé un vaiſſeau de 212 tonneaux de vin; A a fourni 1342 liv. B 1178 liv. & C 630 liv. toute la cargaiſon eſt vendue à raiſon de 32 liv. chaque tonneau. On demande combien il revient à chacun.

Trouvez le produit entier du vin en multipliant 212 par 32, qui revient à 6784 liv. enſuite ajoutant enſemble les miſes particulieres 1342 liv., 1178 & 630 liv. qui font 3150 liv. l'opération ſera

$$3150 : 6784 \left\{ \begin{array}{l} 1342 \text{ eſt à } 2890. \\ 1178 \text{ eſt à } 2537. \\ 630 \text{ eſt à } 1356. \end{array} \right.$$

Preuve..... 3150 6783.

(*Chambers*.)

La raiſon pour laquelle on n'a point d'égard aux temps dans cette regle, c'eſt qu'étant le même pour chaque miſe, il doit influer également ſur le gain ou la perte que chacune doit apporter. Mais il n'en eſt pas de même, lorſque le temps de chaque miſe eſt différent. C'eſt ce qu'on appele *regle de compagnie* par temps, & qu'il eſt bon d'expliquer avec clarté, d'autant que pluſieurs de ceux qui en ont parlé y ont laiſſé des difficultés.

Suppoſons deux particuliers, que, pour plus de facilité, je diſtinguerai par *A* & par *B*, qui aient fait enſemble une ſociété. L'un met au premier janvier la ſomme *a*, & au premier avril la ſomme *b*; le ſecond met au premier janvier la ſomme *c*, au premier juillet la ſomme *d*; & au bout de quinze mois, il leur vient la ſomme *e*, qu'il faut partager entr'eux. On demande de quelle maniere on la doit partager?

Il eſt évident que la miſe de chacun doit être regardée comme un fonds qui travaille pendant tout le temps qui s'écoule depuis cette miſe juſqu'aux temps du profit; que par conſéquent on peut la regarder comme de l'argent placé à un certain denier *x*, dont la quantité dépend de la ſomme *a*. De plus, ce denier doit être le même pour chacun des intéreſſés, il n'y aura que le plus ou moins de temps qui fera varier le profit; en ſorte que, ſi xa eſt le denier *x* de *a* pour un mois, xb, xc, xd, ſeront auſſi le denier de *b*, *c*, &c. pour un mois.

Il faut ſavoir maintenant ſur quel pied l'intérêt doit être enviſagé ici, s'il eſt ſimple ou compoſé. *Voyez* INTÉRÊT. C'eſt une choſe qui dépend uniquement de la convention entre les intéreſſés. C'eſt ce qu'on a déja fait ſentir à l'*article* ARÉRAGES, & qui ſera expliqué plus en détail à l'*article* INTÉRÊT. On regarde ordinairement l'intérêt comme ſimple dans ces ſortes de calculs; nous allons d'abord le conſidérer ſous ce point de vue.

1°. Suppoſons que l'intérêt ſoit ſimple, que *x* ſoit le denier de la ſomme *a* pour un mois: il eſt certain que la ſomme *a* miſe au 1er janvier, doit, au bout des quinze mois produire $a(1+15x)$; que la ſomme *b* miſe au 1er avril, & travaillant pendant douze mois, doit, au bout des douze mois, produire $b(1+12x)$; que la ſomme *c* miſe au 1er janvier produira $c(1+15x)$; & que

Digitized by Google

la ſomme d miſe au 1er juillet, & travaillant pendant neuf mois, doit produire $d(1+9x)$. Or ces quatre quantités miſes enſemble doivent être égales à ſomme retirée e. Donc $a+b+c+d+15ax+12bx+15cx+9dx=e$.

Donc $x=\frac{e-a-b-c-d}{15a+12b+15c+9d}$.

Donc la ſomme $a+15ax+b+12bx$ gâgnée par le premier ſera

$$\frac{a+b+15ae-15aa-15ba-15ac-15ad}{15a+12b+15c+9d}$$

$$+\frac{12be-12ab-12bb-12bc-12bd}{15a+12b+15c+9d}$$, laquelle ſera

$$=\frac{15ae-3ba-6a}{15a+12b+15c+9d}+\frac{12bc+3ab+3bc-3db}{15a+12b+15c+9d}$$,

& ainſi des autres.

Si l'intérêt eſt compoſé, en ce cas, au lieu de $a(1+15x)$, il faudra $a(1+x)^{15}$ *&c.* & l'on aura $a(1+x)^{15}+b(1+x)^{12}+c(1+x)^{9}+d(1+x)^{3}=e$. Équation beaucoup plus difficile à réſoudre que la précédente, mais dont on peut venir à bout par approximation.

Il me ſemble que, dans les *regles de compagnie*, on devroit traiter l'intérêt comme compoſé; car tout intérêt eſt tel par ſa nature, à moins qu'il n'y ait, entre les intéreſſés, une convention formele du contraire; *voyez* INTÉRÊT & ARÉRAGES. Mais il ſemble que l'uſage, ſans qu'on ſache trop pourquoi, eſt de regarder l'intérêt comme ſimple dans ces ſortes d'aſſociations.

Quand le temps des miſes eſt égal, alors, ſoit qu'on regarde l'intérêt comme ſimple ou comme compoſé, il eſt inutile d'avoir égard au temps. En effet, ſuppoſons que les deux miſes ſoient a & c, on a dans le premier cas $a(1+15x)+c(1+15x)=e$; donc $x=\frac{e-a-c}{15a+15c}$; &

$$a+15ax=\frac{15ae+15ac+15ae-15aa-15ac}{15a+15c}$$

$=\frac{ae}{a+c}$; d'où l'on voit que le gain de a eſt à la miſe comme le gain total e eſt à la miſe totale $a+c$, ainſi que le donne la *regle de compagnie*, où l'on n'a point d'égard au temps.

Si l'intérêt eſt compoſé, on aura $a(1+x)^{15}+c(1+x)^{15}=e$; donc $(1+x)^{15}=\frac{e}{a+c}$; donc $a(1+x)^{15}=\frac{ae}{a+c}$, ce qui donne encore la même analogie.

Il y a cependant une obſervation à faire dans la *regle de compagnie* par temps, quand l'intérêt eſt ſimple. Je ſuppoſe, comme ci-deſſus, que l'intéreſſé A mette a au mois de janvier & b au mois d'avril: il eſt évident qu'au premier avril, $a(1+3x)$ exprimera ce que l'intéreſſé A doit retirer, ou plutôt ſa vétitable miſe; & cette miſe étant augmentée de b, on aura $a(1+3x)+b$ pour ſa miſe au premier avril. Or cette miſe étant multipliée par $(1+12x)$ donnera $(a(1+3x+)b)\times(1+12x)$ pour la miſe totale de A à la fin des qninze mois, ce qui differe de $a+15ax+b+12bx$ qu'on a trouvé ci-deſſus pour la miſe totale de A, puiſque cette miſe eſt plus petite de la quantité $36axx$; comment acorder tout cela? en voici le dénoûment.

Tout dépend ici de la convention mutuele des intéreſſés; c'eſt préciſément le même cas que nous avons touché dans l'*article* AAŁAAGAS, en ſuppoſant que le débiteur rembourſe au creancier une partie de ſon dû. En multipliant $a(1+3x)$ par $(1+12x)$, l'intérêt ceſſe d'être ſimple rigoureuſement parlant, puiſque l'intérêt de a, qui devroit être $15ax$, eſt $15ax+36axx$. C'eſt pourquoi l'intétêt étant ſuppoſé ſimple, il faut prendre ſimplement $a+15ax+b+12bx$ pour la miſe de A, à moins qu'il n'y air entre les intéreſſés une convention formele pour le contraire. Cet inconvénient n'a par lieu dans le cas de l'intérêt compoſé; car $a(1+x)^{15}+b(1+x)^{12}$ ou $(a(1+x)^{3}+b)+(1+x)^{12}$ ſont la même choſe: ce qui prouve, pour le dire en paſſant, que l'intérêt doit par ſa nature être regardé comme compoſé, puiſqu'on trouve le même réſultat de quelque maniere qu'on enviſage la queſtion.

Si l'un des intéreſſés, par exemple B, retire de la ſociété la ſomme f au bout de trois mois, alors dans le cas de l'intérêt compoſé il faudra ajouter à la miſe de A la ſomme $f(1+x)^{12}$, & retrancher de la miſe de B la même ſomme, & achever le calcul, comme ci-deſſus, en faiſant la ſomme des deux miſes égales à e. Si l'intérêt eſt ſimple, il faudra retrancher $f(1+12x)$ de la miſe de B, & l'ajouter à la miſe de A, ou (ſi la convention entre les intéreſſés eſt telle) il faudra prendre pour la miſe de A, $(a(1+3x)+f+b)(1+12x)$; & pour celle de B il faudra d'abord prendre $(e(1+3x)-f)+(1+3x)$; ajouter cette quantité à d, & multiplier le tout par $1+9x$, puis faire la ſomme des deux miſes égaler à e.

Il eſt évident que, quel que ſoit le nombre des intéreſſés, on poura employer la même méthode pour trouver le gain ou la perte de chacun. Ainſi, nous n'en dirons pas davantage ſur cette matiere. Nous aurions voulu employer un langage plus à la portée de tout le monde que le langage algébrique; mais nous aurions été beaucoup plus longs, & beaucoup moins clairs: ceux qui entendent cette langue n'auront aucune difficulté à nous ſuivre.

On peut rapporter aux *regles de compagnie* ou

de partage cette queſtion ſouvent agitée. Un pere en mourant laiſſe ſa femme enceinte, & ordone par ſon teſtament que ſi ſa femme acouche d'un fils, elle partagera ſon bien avec ce fils, de maniere que la part du fils ſoit à celle de la mere comme a à b, & que ſi elle acouche d'une fille, elle pattagera avec la fille, de maniere que la part de la mere ſoit à celle de la fille comme c à d. On ſuppoſe qu'elle acouche d'un fils & d'une fille, on demande comment le partage doit ſe faire.

Soit A le bien total du pere, x, y, z les parts du fils, de la mere & de la fille. Il eſt évident, 1°. que $x+y+z=A$; 2°. que ſuivant l'intention du teſtateur, x doit être à y comme a eſt à b. Done $y=\frac{bx}{a}$; 3°. que, ſuivant l'intention du même teſtateur, y doit être à z comme a à d. Done $z=\frac{dy}{c}=\frac{dbx}{ac}$. Done $x+\frac{bx}{a}+\frac{dbx}{ac}=A$. Équation qui ſervira à réſoudre le problême.

Pluſieurs arithméticiens ont écrit ſur cette queſtion qui les a fort embaraſſés. La raiſon de leur difficulté étoit qu'ils vouloient la réſoudre de maniere que les deux parts du fils & de la fille fuſſent entr'elles comme a eſt à d, & qu'outre cela la part du fils fût à celle de la mere comme a eſt à b, & celle de la mere à celle de la fille comme c eſt à d. Or cela ne peut avoir lieu que quand $b=c$. Leur difficulté ſe ſeroit évanouie s'ils avoient pris garde que le cas du fils & de la fille n'ayant été nullement prévu par le teſtateur, il n'a eu aucune intention de régler le partage entre le fils & la fille, c'eſt uniquement entre le fils & la mere, ou entre la fille & la mere, qu'il a voulu faire un partage. Ainſi, en faiſant $x:y::a:b$, & $y:z::c:d$, on a ſatisfait à la queſtion ſuivant l'intention du teſtateur, & il ne faut point s'embaraſſer du raport qu'il doit y avoir entre x & z. Une preuve que ce prétendu raport eſt illuſoire, c'eſt que ſi, au lieu du raport de c à d, on mettoit celui de nc à nd, qui lui eſt égal, il faudroit done alors que x & z, au lieu d'être entr'eux comme a eſt à d, fuſſent entr'eux comme a eſt à nd. Ainſi, comme n peut être pris pour un nombre quelconque, la queſtion auroit une infinité de ſolutions, ce qui ſeroit ridicule. (*O*).

COMPAS, ſ. m. (*Géom.*); inſtrument de Mathématique, dont on ſe ſert pour décrire des cercles & meſurer des lignes, *&c.* *Voyez* CERCLE, LIGNE, *&c.*

Le *compas* ordinaire eſt compoſé de deux jambes ou branches de laiton, de fer ou de quelque autre métal, pointues par-en-bas, & jointes en haut par un rivet ſur lequel elles ſe meuvent comme ſur un centre.

On attribue l'invention du *compas* à Talaüs, neveu de Dédale par ſa ſœur. Selon les poëtes, Dédale conçut une telle envie contre Talaüs, qu'il le tua. L'auteur du labyrinthe de Crete ne devoit pourtant point être jaloux d'un *compas*.

Nous avons aujourd'hui des *compas* de différentes eſpeces & conſtructions, comme des:

COMPAS *à trois branches*. Leur conſtruction eſt ſemblable à celle des *compas* ordinaires, excepté qu'ils ont une branche de plus. Ils ſervent à prendre trois points à la fois, & ainſi à former des triangles, à placer trois poſitions à la fois d'une carte que l'on veut copier, *&c.*

Le *compas à verge* conſiſte en une longue branche ou verge, portant deux curſeurs ou boîtes de laiton, l'une fixée à un bout, l'autre pouvant gliſſer le long de la verge avec une vis, pour l'aſſujétir ſuivant le beſoin. On peut viſſer à ſes curſeurs des pointes de toute eſpece, ſoit d'acier ou de quelque autre choſe ſemblable. On s'en ſert pour décrire de grands cercles ou prendre de grandes longueurs.

Le *compas d'artiſan* eſt fort & ſolide, ſon uſage ordinaire étant de ſervir à couper le carton, le cuivre, *&c.* Il eſt traverſé par un quart de cercle, afin qu'on puiſſe l'arrêter fixement à une ouverture, en ſerrant une vis qui apuie ſur le quart de cercle.

Le *compas à l'allemande* a ſes branches un peu courbées, en ſorte que les pointes ne ſe joignent que par les bouts.

COMPAS *à pointes changeantes*. On appele ainſi des *compas* qui ont différentes pointes, que l'on peut ôter & remettre ſelon le beſoin. Ils ſont fort utiles dans les deſſeins d'Architecture, où il s'agit aſſez ſouvent de faire des traits bien formés, bien diſtincts & très déliés.

COMPAS *à reſſort*. Ce *compas* eſt fait tout d'acier trempé, & ſa tête eſt contournée de maniere qu'il s'ouvre de lui-même par ſon reſſort; la vis qui le traverſe en arc ſert à l'ouvrir & à le fermer à volonté par le moyen d'un écrou. Cette ſorte de *compas* eſt fort commode pour prendre de petites meſures & faire de petites diviſions; mais ils doivent être un peu courts, & trempés de maniere qu'ils faſſent bien reſſort & qu'ils ne câſſent pas.

COMPAS *à pointes tournantes*: c'eſt une nouvele invention de *compas* pour éviter l'embaras de changer de pointes; ſon corps eſt ſemblable au *compas* ordinaire; vers le bas & en dehors, on ajoute aux pointes ordinaires deux autres pointes, dont l'une porte un crayon, & l'autre ſert de plume; elles ſont ajuſtées toutes deux de maniere qu'on puiſſe les tourner au beſoin.

Quant à la trempe de ces *compas*, les pointes des petits ſe trempent par le moyen d'un chalumeau & d'une lampe; on les fait chauſer juſqu'à ce qu'ils ſoient rouges; on les laiſſe refroidir, & elles ſont trempées, c'eſt-à-dire, duteics. Les pointes plus groſſes ſe trempent au feu de charbon & avec le chalumeau; on les chauſe juſqu'à

ce qu'elles ſoient d'un rouge ceriſe, & on les plonge enſuite dans l'eau. (*Harris & Chambers.*)

Compas *de proportion*. Cet inſtrument de Mathématique, que les Anglois appelent *ſecteur*, eſt d'un grand uſage pour trouver des proportions entre des quantités de même eſpece, comme entre lignes & lignes, ſurfaces & ſurfaces, *&c.*; c'eſt pourquoi on l'appele en France *compas de proportion*.

Le grand avantage du *compas de proportion* ſur les échelles communes, conſiſte en ce qu'il eſt fait de telle ſorte, qu'il convient à tous les rayons & à toutes les échelles. Par les lignes des cordes, des ſinus, *&c.*, qui ſont ſur le *compas de proportion*, on a les lignes des cordes, des ſinus, *&c.*, d'un rayon quelconque, compriſes entre la longueur & la largeur du *ſecteur* ou *compas de proportion* quand il eſt ouvert. *Voyez* Échelle & Ligne.

Le *compas de proportion* eſt fondé ſur la quatrieme propoſition du ſixieme livre d'Euclide, où il eſt démontré que les triangles ſemblables ont leurs côtés homologues proportionels. Voici comment on peut en prendre une idée. Suppoſons que les lignes *AB*, *AC*, *Pl. Géom. Fig.* 38, ſoient les jambes du *compas*, & que *AD*, *AE* repréſentent deux ſections égales qui paſſent par le centre ou qui partent du centre; ſi alors on joint les points *C*, *B* & *D*, *E*, les lignes *CB*, *DE* ſeront paralleles: c'eſt pourquoi les triangles *ADE*, *ABC* ſont ſemblables, & par conſéquent les côtés *AD*, *DE*, *AB* & *BC* ſont proportionels; c'eſt-à-dire, que *AD*. *DE*:: *AB*. *BC*: donc ſi *AD* eſt la moitié, le tiers ou le quart de *AB*, *DE* ſera auſſi la moitié, le tiers ou le quart de *BC*. Il en eſt de même de tout le reſte. C'eſt pourquoi ſi *AD* eſt corde, ſinus ou tangente d'un nombre quelconque de degrés pour le rayon *AB*, *DE* ſera la même choſe pour le rayon *BC*. *Voy.* Corde, Sinus, *&c.*

Deſcription du compas de proportion. Cet inſtrument conſiſte en deux regles ou jambes égales de cuivre ou d'autre matiere, rivées l'une à l'autre, en ſorte néanmoins qu'elles peuvent tourner librement ſur leur charniere. *Voyez* ſa Figure, *Planch. Géom. Fig.* 39. Sur les faces de cet inſtrument ſont tracées pluſieurs lignes, dont les principales ſont la ligne des parties égales, la ligne des cordes, la ligne des ſinus, la ligne des tangentes, la ligne des ſécantes & la ligne des polygones.

La ligne des parties égales, que l'on appele auſſi *ligne des lignes*, marquée *L*, eſt une ligne diviſée en 100 parties égales; & quand la longueur de la jambe le permet, chaque partie eſt ſubdiviſée en moitiés & quarts. Cette ligne ſe trouve ſur chaque jambe du *compas* & du même côté, avec les diviſions marquées 1, 2, 3, 4, *&c.*, juſqu'à 10, qui eſt vers l'extrémité de chaque jambe. Remarquez que dans la pratique, 1 eſt pris pour 10, ou 100, ou 1000, ou 10000, *&c.*, ſuivant le beſoin; en ce cas, 2 repréſente 20, ou 200, ou 2000, *&c.*, & ainſi du reſte. La ligne des cordes marquée C ſur chaque jambe eſt diviſée ſuivant la maniere ordinaire, & numérotée 10, 20, 30, *&c.*, juſqu'à 60. *Voyez* Corde. La ligne des ſinus, marquée ſur chaque jambe par la lettre *S*, eſt une ligne des ſinus naturels, numérotée 10, 20, 30, *&c.*, juſqu'à 90. *Voyez* Sinus.

La ligne des tangentes, marquée ſur chaque jambe par la lettre T, eſt une ligne des tangentes naturelles, numérotée 10, 20, 30, *&c.*, juſqu'à 45. Outre cela, il y a une autre petite ligne des tangentes ſur chaque jambe, qui commence à 48° & s'étend juſqu'à 75°; elle eſt marquée par la lettre *t*. *Voyez* Tangente. La ligne des ſécantes, marquée ſur chaque jambe par la lettre *S*, eſt une ligne des ſécantes naturelles, numérotée 10, 20, 30, *&c.*, juſqu'à 75. Cette ligne ne part pas du centre de l'inſtrument; ſon commencement en eſt diſtant de deux pouces. *Voyez* Sécante. La ligne des polygones, marquée par la lettre *P* ſur chaque jambe, eſt numérotée 4, 5, 6, *&c.*, juſqu'à 12; elle commence à trois pouces du centre de l'inſtrument. *Voyez* Polygone.

Outre ces lignes, qui ſont eſſentieles au *compas de proportion*, il y en a d'autres proche de ſes bords extérieurs ſur l'une & l'autre face, & paralleles à ces bords; elles ſervent auſſi à des uſages particuliers dont nous parlerons.

Les lignes que l'on trouve par le moyen du *compas de proportion* ſont de deux eſpeces; elles ſont latérales ou paralleles. Les premieres ſont celles que l'on trouve ſur la longueur des côtés de cet inſtrument, comme *AB*, *AC*, *Fig.* 38; & les dernieres, celles qui traverſent d'une jambe à l'autre, comme *DE*, *CB*. Remarquez que l'ordre ou l'arangement des lignes ſur les *compas de proportion* les plus modernes, eſt différent de celui qui eſt obſervé ſur les anciens; car la même ligne n'eſt pas miſe aujourd'hui à la même diſtance du bord de chaque côté: mais la ligne des cordes, par exemple, eſt la plus intérieure d'un côté, & la ligne des tangentes ſur l'autre. L'avantage en eſt que quand l'inſtrument eſt mis à un rayon pour les cordes, il ſert auſſi pour les ſinus & les tangentes, ſans que l'on ſoit obligé d'en changer l'ouverture; car la parallele entre les nombres 60 & 60 des cordes, celle qui eſt entre les nombres 90 & 90 des ſinus, & celle qui eſt entre les nombres 45 & 45 des tangentes, ſont toutes égales. (*Chambers.*)

La deſcription que l'on vient de donner de cet inſtrument, eſt conforme à la conſtruction angloiſe. Les *compas de proportion* qui compoſent ce que l'on appele en France *un étui de Mathématiques*, conſiſtent auſſi en deux regles aſſemblées comme ci deſſus, dont chacune a pour l'ordinaire 6 pouces de long, 6 à 7 lignes de large, & environ 2 lignes d'épaiſſeur. On en fait de plus petits, pour avoir la commodité de les porter

dans la poche, & de plus grands pour travailler ſur le terrain, dont on proportione la largeur & l'épaiſſeur. On a coutume d'y tracer 6 ſortes de lignes; ſavoir, la ligne des parties égales, celle des plans & celle des polygones d'un côté; la ligne des cordes, celle des ſolides & celle des métaux de l'autre côté des jambes de cet inſtrument.

On met encore ordinairement ſur le bord d'un côté une ligne diviſée, qui ſert à connoître le calibre des canons, & de l'autre côté une ligne qui ſert à connoître le diametre & le poids des boulets de fer, depuis un quart juſqu'à 64 livres.

Uſage de la ligne des parties égales du compas de proportion. Pour diviſer une ligne donnée en un nombre quelconque des parties égales, par exemple en ſept, prenez la ligne donnée avec votre *compas*; mettez une de ſes pointes ſur une diviſion de la ligne des parties égales, en ſorte que cette longueur puiſſe être exactement diviſée par 7; mettez-la, par exemple, ſur 70, dont la ſeptieme partie eſt 10; ouvrez la ſection ou plutôt le *compas de proportion*, juſqu'à ce que l'autre pointe tombe exactement ſur le nombre 70 de la même ligne des parties égales tracées ſur l'autre jambe: dans cette diſpoſition, ſi l'on met une pointe du *compas* au nombre 10 de la même ligne, & qu'on lui donne une ouverture telle que ſon autre pointe tombe au nombre 10 de la même ligne tracée ſur l'autre jambe, cette ouverture ſera la ſeptieme partie de la ligne donnée. Remarquez que ſi la ligne à diviſer eſt trop longue pour être appliquée aux jambes du *compas de proportion*, on en diviſera ſeulement une moitié ou une quatrieme partie par 7, & le double ou le quadruple de cette ligne ſera la ſeptieme partie de la ligne totale.

2°. Pour meſurer les lignes du périmetre d'un polygone, dont un des côtés contient un nombre donné de parties égales, prenez la ligne donnée avec votre *compas*, & mettez-la ſur la ligne des parties égales, au nombre de parties ſur chaque côté qui exprime ſa longueur; le *compas de proportion* reſtant dans cet état, mettez la longueur de chacune des autres lignes parallélement à la premiere, & les nombres où chacune d'elles tombera exprimeront la longueur de ces lignes.

3°. Une ligne droite étant donnée & le nombre des parties qu'elle contient, par exemple 120, pour en retrancher une plus petite qui contiene un nombre quelconque des mêmes parties égales, par exemple 25, prenez la ligne donnée avec le *compas* ordinaire; ouvrez le *compas de proportion* juſqu'à ce que les deux pointes tombent ſur 120 de chaque côté; alors la diſtance de 25 à 25 donnera la ligne demandée.

4°. Pour trouver une troiſieme proportionele à deux lignes données ou une quatrieme à trois, dans le premier cas, prenez, avec votre *compas*, la longueur de la premiere ligne donnée, & mettez-la ſur la ligne des parties égales depuis le centre juſqu'au nombre où elle ſe termine; alors ouvrez le *compas de proportion*, juſqu'à ce que la longueur de la ſeconde ligne ſoit renfermée dans l'ouverture compriſe entre les extrémités de la premiere. Le *compas de proportion* reſtant ainſi ouvert, mettez la longueur de la ſeconde ligne ſur l'une des jambes de l'inſtrument, en commençant au centre, & remarquez où elle ſe termine; la diſtance qui eſt compriſe entre ce nombre & le même qui lui répond ſur l'autre jambe, donne la troiſieme proportionele: dans le ſecond cas, prenez la ſeconde ligne avec votre *compas*; & ouvrant le *compas de proportion*, appliquez cette étendue aux extrémités de la premiere que l'on a portée ſur les deux jambes de l'inſtrument depuis le centre. Le *compas de proportion* reſtant ainſi ouvert, portez la troiſieme ligne comme ci-deſſus depuis le centre; alors l'étendue qui eſt entre le nombre où elle ſe termine ſur les deux jambes, eſt la quatrieme proportionele.

5°. Pour diviſer une ligne en une raiſon donnée quelconque, par exemple en deux parties qui ſoient l'une à l'autre comme 40 eſt à 70, ajoutez enſemble les deux nombres donnés, leur ſomme eſt 110; alors prenez avec votre *compas* la ligne propoſée que l'on ſuppoſe 165, & ouvrez l'inſtrument juſqu'à ce que cette diſtance s'étende de 110 à 110 ſur les deux jambes; le ſecteur demeurant ainſi ouvert, prenez la diſtance de 40 à 40, comme auſſi celle de 70 à 70; la premiere donnera 60 & la derniere 105, qui ſeront les parties que l'on propoſoit de trouver; car 40.70::60.105.

6°. Pour ouvrir le *compas de proportion* de ſorte que les deux lignes des parties égales faſſent un angle droit, trouvez trois nombres comme 3, 4 & 5, ou leurs équimultiples, 60, 80, 100, qui puiſſent exprimer les côtés d'un triangle rectangle; prenez alors avec votre *compas* la diſtance du centre à 100, & ouvrez l'inſtrument juſqu'à ce qu'une des pointes de votre *compas* étant miſe ſur 80, l'autre pointe tombe ſur le point 60 de l'autre jambe; alors les deux lignes des parties égales renferment un angle droit.

7°. Pour trouver une ligne droite égale à la circonférence d'un cercle, comme le diametre d'un cercle eſt à ſa circonférence à peu près comme 50 eſt à 157, prenez le diametre avec votre *compas*, & mettez ce diametre ſur les jambes de l'inſtrument de 50 à 50; en le laiſſant ainſi ouvert, prenez avec le *compas* la diſtance de 157 à 157, elle ſera la circonférence demandée.

Uſage de la ligne des cordes du compas de proportion. 1°. Pour ouvrir cet inſtrument en ſorte que les deux lignes des cordes faſſent un angle d'un nombre quelconque de degrés, par exemple 40, prenez ſur la ligne des cordes la diſtance depuis la charniere juſqu'à 40, nombre des degrés propoſés; ouvrez l'inſtrument juſqu'à ce que la diſtance de 60 à 60 ſur chaque jambe ſoit égale à la diſtance ſuſdite de 40; alors la ligne des cordes fait l'angle requis.

Digitized by Google

2°. L'inſtrument étant ouvert, pour trouver les degrés de ſon ouverture, prenez l'étendue de 60 à 60; mettez-la ſur la ligne des cordes en commençant au centre, le nombre, où elle ſe terminera, fera voir les degrés de ſon ouverture. En mettant des vliſieres ou des pinnules ſur la ligne des cordes, le *compas de proportion* peut ſervir à prendre des angles ſur le terrain, de même que l'équerre d'arpenteur, le demi-cercle ou le graphometre.

3°. Pour faire un angle d'un nombre donné des degrés quelconque ſur une ligne donnée, décrivez ſur la ligne donnée un arc de cercle dont le centre eſt le point où doit être le ſommet de l'angle; mettez le rayon de 60 à 60; & l'inſtrument reſtant dans cette ſituation, prenez ſur chaque jambe la diſtance des deux nombres qui expriment les degrés propoſés, & portez-la de la ligne donnée ſur l'arc qui a été décrit; enfin, tirant une ligne du centre par l'extrémité de l'arc, cette ligne fera l'angle propoſé.

4°. Pour trouver les degrés que contient un angle donné, autour du ſommet décrivez un arc, & ouvrez le *compas de proportion* juſqu'à ce que la diſtance de 60 à 60 ſur chaque jambe ſoit égale au rayon du cercle; prenant alors avec le *compas* ordinaire la corde de l'arc, & la portant ſur les jambes de cet inſtrument, voyez à quel même nombre de degrés ſur chaque jambe tombent les pointes du *compas*; ce nombre eſt la quantité des degrés que contient l'angle donné.

5°. Pour retrancher un arc d'une grandeur quelconque de la circonférence d'un cercle, ouvrez l'inſtrument juſqu'à ce que la diſtance de 60 à 60 ſoit égale au rayon du cercle donné; prenez alors l'étendue de la corde du nombre des degrés donné ſur chaque jambe de l'inſtrument, & mettez-la ſur la circonférence du cercle donné. Par ce moyen, on peut inſcrire dans un cercle donné un polygone régulier quelconque, auſſi-bien que par la ligne des polygones.

Uſage de la ligne des polygones du compas de proportion. 1°. Pour inſcrire un polygone régulier dans un cercle donné, prenez avec le *compas* ordinaire le rayon du cercle donné, & ajuſtez-le au nombre 6 de la ligne des polygones ſur chaque jambe de l'inſtrument; en le laiſſant ainſi ouvert, prenez la diſtance des deux mêmes nombres qui expriment le nombre des côtés que doit avoir le polygone; par exemple, la diſtance de 5 à 5 pour un pentagone, de 7 à 7 pour un eptagone, *&c.*, ces diſtances portées autour de la circonférence du cercle, la diviſeront en un pareil nombre de parties égales.

2°. Pour décrire un polygone régulier, par exemple un pentagone, ſur une ligne droite donnée, avec le *compas* ordinaire, prenez la longueur de la ligne, appliquez-la à l'étendue des nombres 5, 5 ſur les lignes des polygones; l'inſtrument demeurant ainſi ouvert, prenez ſur les mêmes lignes l'étendue de 6 à 6: cette diſtance ſera le rayon du cercle dans lequel le polygone propoſé doit être inſcrit; alors ſi des extrémités de la ligne donnée l'on décrit avec ce rayon deux arcs de cercle, leur interſection ſera le centre du cercle cherché.

3°. Pour décrire ſur une ligne droite un triangle iſoſcele, dont les angles ſur la baſe ſoient doubles chacun de l'angle au ſommet, ouvrez l'inſtrument juſqu'à ce que les extrémités de la ligne donnée tombent ſur les points 10 & 10 de chaque jambe; prenez alors la diſtance de 6 à 6, elle ſera la longueur de chacun des deux côtés égaux du triangle cherché.

Uſage de la ligne des plans du compas de proportion. On voudroit conſtruire un triangle *A B C* ſemblable au triangle donné *a b c*, & triple en ſurface, *Planch. d'Arpentage*, *Fig.* 13; il n'y a qu'à prendre avec un *compas* commun la longueur du côté *a b*, la porter ſur la ligne des plans à l'ouverture du premier plan: le *compas de proportion* reſtant ainſi ouvert, on prendra avec le *compas* commun l'ouverture du troiſieme plan, & l'on aura la longueur du côté homologue au côté *a b*: on trouvera de la même maniere les côtés homologues aux deux autres côtés du triangle propoſé, & de ces trois côtés l'on en formera le triangle *A B C*, qui ſera ſemblable au triangle donné *a b c*, & triple en ſurface.

Si le plan propoſé a plus de trois côtés, on le réduira en triangles par une ou pluſieurs diagonales: ſi c'eſt un cercle qu'il s'agiſſe de diminuer ou d'augmenter, on fera ſur ſon diametre l'opération que nous venons de décrire.

Étant données deux figures planes ſemblables, *Fig.* 14, trouver quel raport elles ont entr'elles.

Prenez lequel vous voudrez des côtés de l'une de ces figures, & le portez à l'ouverture de quelque plan; prenez enſuite le côté homologue de l'autre figure, & voyez à l'ouverture de quel plan il convient; les deux nombres auxquels conviennent les deux côtés homologues, expriment la raiſon que les plans propoſés ont entr'eux: ſi le côté *a b*, par exemple, de la plus petite convient au quatrieme plan, & que le côté homologue *A B* de l'autre conviene au ſixieme plan, les deux plans propoſés ſeront entr'eux comme 4 eſt à 6, ou comme 2 eſt à 3. Mais ſi le côté d'une figure ayant été mis à l'ouverture d'un plan, le côté homologue ne peut s'ajuſter à l'ouverture d'aucun nombre entier, il faudra mettre ledit côté de la premiere figure à l'ouverture de quelque autre plan, juſqu'à ce qu'on trouve un nombre entier dont l'ouverture conviene à la longueur du côté homologue de l'autre figure, afin d'éviter les fractions.

Si les figures propoſées ſont ſi grandes qu'aucun de leurs côtés ne ſe puiſſe appliquer à l'ouverture des jambes du *compas de proportion*, prenez les moitiés, les tiers ou les quarts, *&c.*, de chacun des deux côtés homologues deſdites figures; & les comparant enſemble, vous aurez la proportion des plans.

Digitized by Google

Entre deux lignes droites données trouver une moyene proportionele.

Portez chacune des deux lignes données ſur la ligne des parties égales du *compas de proportion*, afin de ſavoir le nombre que chacune en contient; & ſuppoſé, par exemple, que la moindre ligne ſoit de 20 parties égales, & la plus grande de 45, portez cette plus grande à l'ouverture du quarante-cinquieme plan, qui dénote le nombre de ſes parties: le *compas de proportion* reſtant ainſi ouvert, prenez l'ouverture du vingtieme plan, qui marque le nombre des parties égales de la plus petite ligne; cette ouverture qui doit contenir trente des mêmes parties, donnera la moyene proportionele; car 20 ſont à 30 comme 30 ſont à 45.

Mais comme le plus grand nombre de la ligne des plans eſt 64, ſi quelqu'une des lignes propoſées contenoit un plus grand nombre de parties égales, on pouroit faire ladite opération ſur leurs moitiés, tiers ou quarts, *&c.*, en cette ſorte: ſuppoſant, par exemple, que la moindre des lignes propoſées ſoit de 32 & l'autre de 72, portez la moitié de la grande ligne à l'ouverture du trente-ſixieme plan, & prenez l'ouverture du ſeizieme; cette ouverture étant doublée donnera la moyene proportionele que l'on cherche.

Uſage de la ligne des ſolides du compas de proportion. Augmenter ou diminuer des ſolides ſemblables quelconques ſelon une raiſon donnée.

Soit propoſé, par exemple, un cube duquel on en demande un qui ſoit double en ſolidité; portez le côté du cube donné ſur la ligne des ſolides à l'ouverture de tel nombre que vous voudrez, comme, par exemple, de 20 à 20; prenez enſuite l'ouverture d'un nombre double, comme eſt en cet exemple le nombre 40; cette ouverture eſt le côté d'un cube double du propoſé.

Si l'on propoſe un globe ou ſphere, & qu'on veuille en faire une autre qui ſoit trois fois plus groſſe, portez le diametre de la ſphere propoſée à l'ouverture de tel nombre qui vous plaira, comme par exemple de 20 à 20, & prenez l'ouverture de 60, ce ſera le diametre d'une autre ſphere triple en ſolidité.

Si les lignes ſont trop grandes pour être appliquées à l'ouverture du *compas de proportion*, prenez-en la moitié, le tiers ou le quart; ce qui en proviendra après l'opération, ſera moitié, tiers ou quart des dimenſions que l'on demande.

Étant donnés deux corps ſemblables, trouver quel raport ils ont entr'eux.

Prenez lequel vous voudrez des côtés de l'un des corps propoſés; & l'ayant porté à l'ouverture de quelque ſolide, prenez le côté homologue de l'autre corps, & voyez à quel nombre des ſolides il convient; les nombres auxquels ces deux côtés homologues conviennent, indiquent le raport de deux corps ſemblables propoſés.

Si le premier ayant été mis à l'ouverture de quelque ſolide, le côté homologue du ſecond ne peut s'accommoder à l'ouverture d'aucun nombre, portez le côté du premier corps à l'ouverture de quelque nombre des ſolides.

Uſage de la ligne des métaux. Étant donné le diametre d'un globe ou boulet de quelqu'un des ſix métaux, trouver le diametre d'un autre globe de même poids & duquel on voudra deſdits métaux.

Prenez le diametre donné & le portez à l'ouverture des deux points marqués du caractere qui dénote le métal du boulet; & le *compas de proportion* demeurant ainſi ouvert, prenez l'ouverture des points cotés du caractere qui ſignifie le métal dont on veut faire le boulet: cette ouverture ſera ſon diametre.

Si au lieu de globes on propoſe des corps ſemblables ayant pluſieurs faces, faites la même opération que ci-deſſus, pour trouver chacun des côtés homologues les uns après les autres, afin d'avoir les longueurs, largeurs & épaiſſeurs des corps qu'on veut conſtruire.

Uſages des lignes des ſinus, des tangentes, des ſécantes, lorſqu'il y en a de tracées ſur le compas de proportion. Par pluſieurs lignes qui ſont placées ſur cet inſtrument, nous avons des échelles pour différens rayons; en ſorte qu'ayant une longueur ou un rayon donné qui n'excede pas la plus grande étendue de l'ouverture de l'inſtrument, on en trouve les cordes, les ſinus, *&c.* Par exemple, ſuppoſons que l'on demande la corde, le ſinus ou la tangente de dix degrés pour un rayon de trois pouces, donnez trois pouces à l'ouverture de l'inſtrument entre 60 & 60 ſur les lignes des cordes des deux jambes; alors la même longueur s'étendra de 45 à 45 ſur la ligne des tangentes, & de 90 à 90 ſur la ligne des ſinus de l'autre côté de l'inſtrument; en ſorte que la ligne des cordes étant miſe à un rayon quelconque, toutes les autres ſe trouvent miſes au même rayon. C'eſt pourquoi ſi, dans cette diſpoſition, on prend avec le *compas* ordinaire l'ouverture entre 50 & 50 ſur les lignes des cordes, cela donnera la corde de dix degrés; en prenant de la même maniere l'ouverture de 50 en 50 ſur les lignes des ſinus, on aura le ſinus de dix degrés; enfin ſi l'on prend encore de la même maniere l'ouverture de 50 en 10 ſur les lignes des tangentes, cette diſtance donneta la tangente de dix degrés.

Si l'on veut la corde ou la tangente de 70 degrés, pour la corde on peut prendre l'ouverture de la moitié de cet arc, c'eſt-à-dire, 35; cette diſtanee priſe deux fois donne la corde de 70^d. Pour trouver la tangente de 70^d pour le même rayon, on doit faire uſage de la petite ligne des tangentes, l'autre s'étendant ſeulement juſqu'à 45^d; c'eſt pourquoi, donnant trois pouces à l'ouverture entre 45 & 45 ſur cette petite ligne, la diſtance en 70 & 70 degrés ſur la même ligne ſera la tangente de 70 degrés pour un rayon de trois pouces.

Pour

Pour trouver la ſécante d'un arc, faites que le rayon donné ſoit l'ouverture de l'inſtrument entre o & o ſur la ligne des ſécantes; alors l'ouverture de 10 en 10 ou de 70 entre 70 ſur leſdites lignes, donnera la ſécante de 10 ou de 70 degrés.

Si l'on demande la converſe de quelqu'un des cas précédens, c'eſt-à-dire, ſi l'on demande le rayon dont une ligne donnée eſt le ſinus, la tangente ou la ſécante, il n'y a qu'à faire que la ligne donnée, ſi c'eſt une corde, ſoit l'ouverture de la ligne des cordes entre 10 & 10; alors l'inſtrument ſera ouvert au rayon requis, c'eſt-à-dire, que le rayon demandé eſt l'ouverture entre 60 & 60 ſur ladite ligne. Si la ligne donnée eſt un ſinus, une tangente ou une ſécante, il n'y a qu'à faire qu'elle ſoit l'ouverture du nombre donné de degrés; alors la diſtance de 90 à 90 ſur le ſinus, de 45 à 45 ſur les tangentes, de o à o ſur les ſécantes, donnera le rayon.

Uſage du compas de proportion en Trigonométrie. 1°. La baſe & la perpendiculaire d'un triangle rectangle étant données, trouver l'hypoténuſe.

Suppoſons la baſe *AC*, *Pl. Trigonom. Fig.* 2, = 40 milles, & la perpendiculaire *AB* = 30; ouvrez l'inſtrument juſqu'à ce que les deux lignes des lignes, c'eſt-à-dire, les deux lignes des parties égales, faſſent un angle droit; puis prenez pour la baſe 40 parties de la ligne des parties égales ſur une jambe, & pour la perpendiculaire 30 parties de la même ligne ſur l'autre jambe; alors la diſtance du nombre 40 ſur l'une des jambes, au nombre 30 ſur l'autre jambe, étant priſe avec le *compas* ordinaire, ſera la longueur de l'hypoténuſe: cette ligne ſe trouvera = 50 milles.

2°. Étant donnée la perpendiculaire *AB* d'un triangle rectangle *ABC* = 30, & l'angle *BCA* = 37°, pour trouver l'hypoténuſe *BC*, prenez le côté *AB* donné, & mettez-le de chaque côté ſur le ſinus de l'angle donné *ACB*; alors la diſtance parallele du rayon, ou la diſtance de 90 à 90, ſera l'hypoténuſe *BG*, laquelle meſurera 50 ſur la ligne des ſinus.

3°. L'hypoténuſe & la baſe étant données, trouvrr la perpendiculaire. Ouvrez l'inſtrument juſqu'à ce que les deux lignes des lignes ſoient à angles droits; alors mettrz la baſe donnée ſur l'une de ces lignes depuis le centre; prenez l'hypoténuſe avec votre *compas*; & mettant l'une de ſes pointes à l'extrémité de la baſe donnée, faites que l'autre pointe tombe ſur la ligne des lignes de l'autre jambe: la diſtance depuis le centre juſqu'au point où le *compas* tombe, ſera la longueur de la perpendiculaire.

4°. L'hypoténuſe étant donnée & l'angle *ACB*, trouver la perpendiculaire. Faitrs que l'hypoténuſe donnée ſoit un rayon parallele, c'eſt-à-dire, étendez-la de 90 à 90 ſur les lignes des lignes; alors le ſinus parallele de l'angle *ACB* ſera la longueur du côté *AB*.

5°. La baſe & la perpendiculaire *AB* étant données, trouver l'angle *BCA*. Mettez la baſe *AC* ſur les deux côtés de l'inſtrument depuis le centre, & remarquez ſon étendue; alors prenez la perpendiculaire donnée, ouvrez l'inſtrument à l'étendue de cette perpendiculaire placée aux extrémités de la baſe; le rayon parallele ſera la tangente de l'angle *BCA*.

6°. En tout triangle rectiligne, deux côtés étant donnés avec l'angle compris entre ces côtés, trouver le troiſieme côté. Suppoſez le côté *AC* = 20, le côté *BC* = 30, & l'angle compris *ACB* = 110 degrés; ouvrez l'inſtrument juſqu'à ce que les deux lignes des lignes faſſent un angle égal à l'angle donné, c'eſt-à-dire, un angle de 110 degrés; mettez les côtés donnés du triangle depuis le centre de l'inſtrument ſur chaque ligne des lignes; l'étendue entre leurs extrémités eſt la longueur du côté *AB* cherché.

7°. Les angles *CAB* & *ACB* étant donnés avec le côté *CB*, trouver la baſe *AB*. Prenez le côté *CB* donné, & regardez-le comme le ſinus parallele de ſon angle oppoſé *CAB*, & le ſinus parallele de l'angle *ACB* ſera la longueur de la baſe *AB*.

8°. Les trois angles d'un triangle étant donnés, trouver la proportion de ſes côtés. Prenez les ſinus latéraux de ces différens angles, & meſurez-les ſur la ligne des lignes; les nombres qui y répondront donneront la proportion des côtés.

9°. Les trois côtés étant donnés, trouver l'angle *ACB*. Mettez les côtés *AC*, *CB* le long de la ligne des lignes depuis le centre, & placez le côté *AB* à leurs extrémités; l'ouverture de ces lignes fait que l'inſtrument eſt ouvert de la grandeur de l'angle *ACB*.

10°. L'hypoténuſe *AC*, *Fig.* 3, d'un triangle rectangle ſphérique *ABC* donné, par exemple, de 43°, & l'angle *CAB* de 20°, trouver le côté *CB*. La regle eſt de faire cette proportion: comme le rayon eſt au ſinus de l'hypoténuſe donnée = 43°, ainſi le ſinus de l'angle donné = 20°, eſt au ſinus de la perpendiculaire *CB*. Prenez alors 20° avec votre *compas* ſur la ligne des ſinus depuis le centre, & mettez cette étendue de 90 à 90 ſur les deux jambes de l'inſtrument; le ſinus parallele de 43°, qui eſt l'hypoténuſe donnée, étant meſuré depuis le centre ſur la ligne drs ſinus, donnera 32 30' pour le côté cherché.

11°. La perpendiculaire *BC* & l'hypoténuſe *AC* étant données, pour trouver la baſe *AB*, faites cette proportion: comme le ſinus du complément de la perpendiculaire *BC* eſt au rayon, ainſi le ſinus du complément de l'hypoténuſe eſt au ſinus du complément de la baſe. C'eſt pourquoi, faites que le rayon ſoit le ſinus parallele de la perpendiculaire donnée, par exemple, de 76° 30'; alors le ſinus parallele du complément de l'hypoténuſe, par exemple de 47°, étant meſuré ſur la ligne des ſinus, ſera trouvé de 49° 25', qui eſt le complément de la baſe cherchée,

& par conſéquent la baſe elle-même ſera de 40^d 35'.

Uſages particuliers du compas de proportion en Géométrie, &c. 1°. Pour faire un polygone régulier dont l'aire doit être d'une grandeur donnée quelconque, ſuppoſons que la figure cherchée ſoit un pentagone dont l'aire = 125 pieds ; tirez la racine carrée de $\frac{1}{5}$ de 125 que l'on trouvera = 5 ; faites un carré dont le côté ait 5 pieds ; & par la ligne des polygones, ainſi qu'on l'a déja preſcrit, faites le triangle iſoſcele *CGD*, *Planches Géom. Fig.* 40, tel que *CG* étant le demi-diametre d'un cercle, *CD* puiſſe être le côté d'un pentagone régulier inſcrit à ce cercle, & abaiſſez la perpendiculaire *GE* ; alors continuant les lignes *EG*, *EC*, faites *EF* égal au côté du carré que vous avez conſtruit, & du point *F* tirez la ligne droite *FH* parallele à *GC* : une moyene proportionele entre *HE* & *EF*, ſera égale à la moitié du côté du polygone cherché ; ou la doublant, on aura donc le côté entier. Le côté du pentagona étant ainſi déterminé, on poura décrire le pentagone lui-même, ainſi qu'on l'a preſcrit ci-deſſus.

2°. Un cercle étant donné, trouver un carré qui lui ſoit égal. Diviſez le diametre en 14 parties égales, en vous ſervant de la ligne des lignes, comma on l'a dit ; alors 12. 4 de ces parties trouvées par la même ligne ſeront le côté du carré cherché.

3°. Un carré étant donné, pour trouver le diametre d'un cercle égal à ce carré, diviſez le côté du carré en 11 parties égales par le moyen de la ligne des lignes, & continnez ce côté juſqu'à 12. 4 parties ; ce ſera le diametre du cercle cherché.

4°. Pour trouver le côté d'un carré égal à une ellipſe dont les diametres tranſverſes & conjugués ſont donnés, trouvez une moyene proportionele entre le diametre tranſverſe & le diametre conjugué, diviſez la en 14 parties égales ; 12 $\frac{4}{14}$ de ces parties ſeront le côté du carré cherché.

5°. Pour décrire une ellipſe dont les diametres aient un raport quelconque, & qui ſoit égale en ſurface à un carré donné, ſuppoſons que le raport requis du diametre tranſverſe au diametre conjugué, ſoit égal au raport de 2 à 1 ; diviſez le côté du carré donné en 11 parties égales ; alors comme 2 eſt à 1, ainſi $11 \times 14 = 154$ eſt à un quatrieme nombre, dont le carré eſt la diametre conjugué cherché ; puis comme 1 eſt à 2, ainſi le diametre conjugué eſt au diametre tranſverſe. Préſentement,

6°. Pour décrire une ellipſe dont les diametres tranſverſe & conjugué ſont donnés, ſuppoſons que *AB* & *ED*, *Planches des conic. Fig.* 21, ſoient les diametres donnés ; prenez *AC* avec votre *compas*, donnez à l'inſtrument une ouverture égale à cette ligne, c'eſt-à-dire, ouvrez l'inſtrument juſqu'à ce que la diſtance de 90 à 90 ſur les lignes des ſinus, ſoit égale à la ligne *AC* ; alors la ligne *AC* peut être diviſée en ligne des ſinus, en prenant avec le *compas* les étendues paralleles du ſinus de chaque degré ſur les jambes de l'inſtrument, & les mettant depuis le centre *C*. La ligne ainſi diviſée en ſinus (dans la figure on peut ſe contenter de la diviſar de dix en dix), de chacun de ces ſinus élevez des perpendiculaires des deux côtés ; alors trouvez de la maniere ſuivante des points par leſquels l'ellipſe doit paſſer : prenez entre les jambes da votre *compas* l'étendue du demi-diametre conjugué *CE*, & ouvrez l'inſtsument juſqu'à ce que ſon ouvertura de 90 en 90 ſur la ligne des ſinns ſoit égala à catte étendue ; prenez alors les ſinns paralleles de chaque degré des lignes des ſinns du *compas de proportion*, & mettez-les ſur ces perpendiculaires tirées par leurs complémens dans les lignes des ſinns *AC* ; par-là vons aurez deux points dans chaqua perpendiculaire par leſquels l'ellipſa doit paſſer. Par exemple, le *compas de proportion* reſtant toujours le même, prenez avec le *compas* ordinaire la diſtance de 80 à 80 ſur les lignes des ſinus ; & mettant un pied de ce *compas* au point so ſur la ligne *AC*, avec l'autre marquez les points *s*, *m* ſus les perpendicnlaires qui paſſent par ce point ; alors *s* & *m* ſeront deux points dans la perpendiculaire, par leſquels l'ellipſe doit paſſer. Si l'on joint tous les autres poinis trouvés de la même maniere, ils donneront la demi-ellipſe *DAE*. On conſtruira l'autre moitié de la même maniere.

Uſage du compas de proportion dans l'Arpentage. Étant donnée la poſition reſpective de trois lieux, comme *A*, *B*, *C*, *Planches d'Arpentage Fig.* 4, c'eſt-à-dire, étant donnés les trois angles *ABC*, *BCA* & *CAB* ; & la diſtance de chacun de ces endroits à un quatrieme point *D* pris entr'eux, c'eſt-à-dire, les diſtances *BD*, *DC*, *AD* étant données : trouver les diſtances reſpectives des différens endroits *A*, *B*, *C*, c'eſt-à-dire, déterminer les longueurs des côtés *AB*, *BC*, *AC*. Ayant fait le triangle *EFG*, *Fig.* 5, ſemblable au triangle *ABC*, diviſez le côté *EG* en *H*, de telle ſorte que *EH* ſoit à *HG*, comme *AD* eſt à *DC*, ainſi qu'on l'a déja preſcrit ; & de la même maniere *EF* doit être diviſé en *I*, tellement que *EI* ſoit à *IF*, comme *AD* eſt à *DB*. Alors continuant les côtés *EG*, *EF*, dites : comme $EH - HG$ eſt à *HG*, ainſi $EH + HG$ eſt à *GK* ; & comma $EI - IF$ eſt à *IF*, ainſi $EI + IF$ eſt à *FM* : ces proportions ſe trouvent aiſément par la ligne des parties égales ſur la *compas de proportion*. Cela fait, conpez *HK* & *IM* aux points *L*, *N*, & da ces points, comme centres, avec les diſtances *LH* & *IN*, décrivez deux cercles qui s'entrecoupent au point *O*, auquel du ſommet des angles *EFG*, tirez les lignes droites *EO*, *FO* & *OG* qui auront entr'elles la même proportion que les lignes *AD*, *BD*, *DC*. Préſentement, ſi les lignes *EO*, *FO* & *GO* ſont égales aux lignes données *AD*, *BD*, *DC*, les

Digitized by Google

diſtances EF, FG & EG ſeront les diſtances des lieux que l'on demande. Mais ſi EO, OF, OG ſont plus petites que AD, DB, DC, prolongez-les juſqu'à ce que PO, OR & OQ leur ſoient égales; alors ſi l'on joint les points P, Q, R, les diſtances PR, RQ & PQ ſeront les diſtances des lieux cherchés. Enfin ſi les lignes EO, OF, OG ſont plus grandes que AD, BD, DC, retranchez-en des parties qui ſoient égales aux lignes AD, BD, DC, & joignez les points de ſection par trois lignes droites; les longueurs de ces trois lignes droites ſeront les diſtances des trois endroits cherchés. Remarquez que ſi EH eſt égal à HG, ou EI à IF, les centres L & N ſeront infiniment diſtens de H & de I, c'eſt-à-dire, qu'aux points H & I, il doit y avoir des perpendiculaires élevées ſur les côtés EF, FG, au lieu de cercles, juſqu'à ce qu'elles s'entrecoupent: mais ſi EH eſt plus petit que HG, le centre L tombera ſur l'autre côté de la baſe prolongée, & l'on doit entendre la même choſe de EI & IF.

Le *compas de proportion* ſert particuliérement à faciliter la projection, tant orthographique que ſtéréographique. *Voyez* PROJECTION & STÉRÉOGRAPHIE. (*E*).

COMPAS *à couliſſe* ou *compas de réduction*: il conſiſte en deux branches, *Pl. de Géom. Fig.* 41, dont les bouts de chacune ſont terminés par des pointes d'acier. Ces branches ſont évidées dans leur longueur pour admettre une boîte ou couliſſe, que l'on puiſſe faire gliſſer à volonté dans toute l'étendue de leur longueur; au milieu de la couliſſe, il y a une vis qui ſert à aſſembler les branches & à les fixer en point où l'on veut.

Sur l'une des branches du *compas*, il y a des diviſions qui ſervent à diviſer les lignes dans un nombre quelconque de parties égales, pour réduire des figures, *&c.*; ſur l'autre, il y a des nombres pour inſcrire toutes ſortes de polygones réguliers dans un cercle donné. L'uſage de la premiere branche eſt aiſé. Suppoſez, par exemple, qu'on veuille diviſer une ligne droite en trois parties égales; pouſſez la couliſſe juſqu'à ce que la vis ſoit directement ſur le nombre 3; & l'ayant fixée là, prenez la longueur de la ligne donnée, avec les parties du *compas* les plus longues; la diſtance entre les deux plus courtes ſera la tiers de la ligne donnée. On peut, de la même maniere, diviſer une ligne dans un nombre quelconque de parties.

Uſage de la branche pour les polygones. Suppoſez, par exemple, qu'on veuille inſcrire un pentagone régulier dans un cercle; pouſſez la couliſſe juſqu'à ce que le milieu de la vis ſoit vis-à-vis du 5, nombre des côtés d'un pentagone; prenez avec les jambes du *compas* les plus courtes le rayon du cercle donné; l'ouverture des pointes des jambes les plus longues ſera le côté du pentagone qu'on vouloit inſcrire dans le cercle. On en fera de même pour un polygone quelconque.

COMPAS *de réduction avec les lignes du compas de proportion.* La conſtruction de ce *compas*, quoiqu'un peu plus parfaite que celle du *compas de réduction* ordinaire, lui eſt cependant ſi ſemblable, qu'elle n'a pas beſoin d'une deſcription particuliere, *Fig.* 42, *Pl. de Géométrie*. *Voyez plus haut l'article* COMPAS DE PROPORTION.

Sur la premiere face, il y a la ligne des cordes, marquée *cordes*, qui s'étend juſqu'à 60; & la ligne des lignes, marquée *lignes*, qui eſt diviſée en cent parties inégales, dont chaque dixieme partie eſt numérotée.

Sur l'autre face ſont tracées la ligne des ſinus qui va juſqu'à 90^d, & la ligne des tangentes juſqu'à 45^d. Sur le premier côté, l'on trouve les tangentes depuis 45 juſqu'à 71^d 34'; ſur l'autre, les ſécantes, depuis 0^d juſqu'à 70^d 30'.

Maniere de ſe ſervir de ce compas. 1°. Pour diviſer une ligne dans un nombre quelconque de parties égales, moindre que 100; diviſez 100 par le nombre des parties requiſes; faites avancer la couliſſe juſqu'à ce que la ligne marquée ſur la queue d'aronde mobile ſoit parvenue vis-à-vis le quotient ſur l'échele des lignes: alors prenant toute la ligne entre les pointes les plus éloignées du centre, l'ouverture des autres donnera la diviſion cherchée. 2°. Une ligne droite étant donnée, que l'on ſuppoſe diviſée en 100 parties, pour prendre un nombre quelconque de ces parties, avancez la ligne marquée ſur la queue d'aronde juſqu'au nombre des parties requiſes, & prenez la ligne entiere avec les pointes du *compas* les plus diſtantes du centre, l'ouverture des deux autres ſera égale au nombre des parties demandées. 3°. Un rayon étant donné, trouver la corde de tout arc au deſſous de 60^d; amenez la ligne marquée ſur la queue d'aronde, juſqu'au degré que l'on demande ſur la ligne des cordes, & prenez le rayon entre les pointes les plus éloignées du centre de la couliſſe; l'ouverture des autres pointes donnera la corde cherchée, pourvu que l'arc ſoit au deſſus de 29^d: car s'il étoit au deſſous, la différence du rayon & de cette ouverture ſeroit alors la corde cherchée. 4°. Si la corde d'un arc au deſſous de 60^d eſt donnée, & qu'on en cherche le rayon, faites avancer la ligne marquée ſur la queue d'aronde, juſqu'au degré propoſé ſur la ligne des cordes; prenez enſuite la corde donnée entre les pointes les plus proches du centre, l'ouverture des autres pointes donnera le rayon cherché. 5°. Un rayon étant donné, trouver le ſinus d'un arc quelconque; amenez la ligne marquée ſur la queue d'aronde, juſqu'au degré de la ligne des ſinus dont on veut avoir le ſinus; prenez le rayon entre les pointes les plus éloignées du centre, l'ouverture des autres donnera le ſinus cherché: mais ſi le ſinus cherché étoit au deſſous de 30^d, alors la différence des ouvertures des pointes oppoſées donneroit le ſinus cherché. 6°. Un rayon étant donné, trouver la tangente d'un arc quelconque au deſſous de 71^d, ſi la tangente cherchée

eſt au deſſous de 26d 30′; faites gliſſer la ligne de la queue d'aronde juſqu'au degré propoſé ſur la ligne des tangentes; prenez le rayon entre les pointes les plus diſtantes du centre, l'ouverture des autres donnera la tangente cherchée, ſi la tangente requiſe eſt au deſſus de 26d 30′: mais au deſſous de 45d, la ligne de la couliſſe doit être amenée juſqu'au nombre de degrés donnés ſur la ligne des tangentes; alors, en prenant le rayon entre les pointes les plus diſtantes du centre, l'ouverture des autres donnera la tangente. (*E*).

Compas *ſphérique* ou d'*épaiſſeur*. On ſe ſert de cet inſtrument pour rendre les diametres, l'épaiſſeur, ou le calibre des corps ronds ou cylindriques, tels que des canons, des tuyaux, *&c.* Ces ſortes de *compas* conſiſtent en quatre branches aſſemblées en un centre, dont deux ſont circulaires & deux autres plates, un peu recourbées par les bouts.

Pour s'en ſervir, on fait entrer une des pointes plates dans le canon, & l'autre par dehors; leſquelles étant ſerrées, les deux pointes oppoſées marquent l'épaiſſeur.

Il y a auſſi des *compas ſphériques* qui ne different des *compas* communs, qu'en ce que leurs jambes ſont recourbées pour prendre les diametres des corps ronds. *Chambers*. (*E*).

Compas *elliptiques*: ils ſervent à décrire toutes ſortes d'ellipſes ou d'ovales. On en a imaginé de différentes ſortes, dont la conſtruction eſt fondée ſur différentes propriétés de l'ellipſe. Par exemple, ſoient deux droites *CG*, *GL*, *Pl. Géom. Fig.* 43, égales chacune à la moitié de la ſomme ou de la différence de deux axes *CB*, *CA*, attachées l'une à l'autre par leur extrémité commune *G*, en ſorte qu'elles puiſſent ſe mouvoir autour de ce point, comme les jambes d'un *compas* autour de ſa tête. Soit le point *C* fixe au centre de l'ellipſe, & ſoit $LB = CA$, le point *B* décrira l'ellipſe. Cette conſtruction eſt démontrée *article 69 des Sections coniques de* M. de l'Hôpital, & nous y renvoyons le lecteur. Au reſte, cette eſpece de *compas*, ainſi que tous les autres ſemblables, eſt aſſez peu commode par toutes ſortes de raiſons.

Ceux qui ont beſoin de décrire ſouvent des ellipſes & autres ſections coniques, dit M. le marquis de l'Hôpital, préferent la méthode de les décrire par pluſieurs points, parce que les méthodes de les décrire par des mouvemens continus, ſont fautives & peu exactes dans la pratique. (*O*).

Compas *azimutal*. Ce *compas* revient au *compas* de variation, & differe du *compas* de mer ordinaire de pluſieurs manieres: en voici la deſcription. *Voyez les Figures du Dict. de Marine*. Sur la boîte qui contient la roſe eſt adapté un large cercle dont une moitié eſt diviſée en 90d, & ſubdiviſée diagonalement en minutes. Sur le cercle eſt poſé un index ou alidade mobile autour du centre, ayant une pinnule élevée perpendiculairement & mobile ſur une charniere. Une ſoie fort fine va du milieu de l'index au haut de la pinnule, pour former une ombre ſur la ligne du milieu de l'index. Enfin le cercle eſt traverſé à angles droits par deux fils, des extrémités deſquels quatre lignes ſont tirées dans l'intérieur de la boîte; & ſur la roſe, il y a pareillement quatre lignes tirées à angles droits. La boîte ronde, ſa roſe, le cercle gradué & l'index, tout cela eſt ſuſpendu ſur deux cercles de laiton, & ces cercles ſont ajuſtés dans la boîte carrée.

Uſage du compas azimutal pour trouver l'azimut du ſoleil, ou plutôt ſon amplitude magnétique, pour en déduire enſuite la variation du compas. Si l'on veut, par exemple, obſerver l'amplitude oriental du ſoleil ou ſon azimut, on fera parvenir le centre de l'index ſur la pointe Oueſt de la roſe, de ſorte que les quatre lignes de l'extrémité de la roſe répondent aux quatre autres qui ſont dans l'intérieur de la boîte. Si, au contraire, on veut obſerver l'amplitude occidentale, ou l'azimut après midi, on tournera le centre de l'index directement au deſſus de la pointe Eſt de la roſe. Ceci étant fait, on tournera l'index juſqu'à ce que l'ombre du fil tombe poſitivement ſur la fente de la pinnule, & le long de la ligne du milieu de l'index; alors ſon bord intérieur marquera ſur le cercle le degré & la minute de l'amplitude du ſoleil, priſe ou du côté du nord, ou du côté du ſud.

Mais l'on remarquera que ſi le *compas* étant ainſi placé, l'azimut du ſoleil ſe trouve à moins de 45d du ſud, l'index ne marquera plus, paſſant alors au delà des diviſions du limbe; en ce cas, on tournera le *compas* d'un quart de tour, c'eſt-à-dire, qu'on fera répondre le centre de l'index à la pointe nord ou ſud de la roſe, ſelon l'aſpect du ſoleil; alors le bord de l'index marquera le degré de l'azimut magnétique du ſoleil, en comptant du nord comme ci-devant. *Voyez* Amplitude.

L'amplitude magnétique étant une fois trouvée, on déterminera la variation de l'aiguille aimantée de cette façon. *Exemple*.

Étant en mer, le 15 mai 1715, à 45d de latitude nord, les tables me donnent la déclinaiſon du ſoleil de 19d au nord, & ſon amplitude orientale de 27d 25′ nord, & je trouve par le *compas azimutal* l'amplitude orientale du ſoleil entre 62 & 63d, en comptant depuis le nord vers l'eſt, c'eſt-à-dire, entre 27 & 28d, en comptant de l'eſt vers le nord; partant, l'amplitude magnétique étant égale à la vraie amplitude, l'aiguille n'aura point de variation.

Mais ſi l'amplitude orientale que donne le *compas* s'étoit trouvée entre 52 & 53d, en comptant toujours du nord vers l'eſt, on auroit eu, en comptant de l'eſt vers le nord, l'amplitude magnétique entre 37 & 38d, plus grande de 10d que la vraie amplitude; ce qui donne la variation de 10 au nord eſt.

Digitized by Google

Si l'amplitude orientale trouvée par l'inſtrument eſt moindre que la vraie amplitude, leur différence donnera la variation occidentale.

Si la vraie amplitude orientale eſt méridionale, de même que l'amplitude donnée par l'inſtrument, & que celle-ci ſoit la plus grande, la variation ſera au nord-oueſt, & *vice versa*.

Ce que l'on a dit de l'amplitude nord-eſt, eſt le même pour l'amplitude ſud-oueſt; comme ce que l'on a dit pour l'amplitude ſud-eſt, eſt vrai de l'amplitude nord-oueſt. *Voyez* AMPLITUDE.

Enfin, ſi on trouve les amplitudes de différentes dénominations, comme, par exemple, la vraie amplitude de 6^d nord & l'amplitude magnétique de 5^d ſud, la variation qui, dans ce cas-là, eſt nord-eſt, ſera égale à la ſomme des amplitudes vraies & magnétiques. On doit entendre la même choſe des amplitudes occidentales.

On peut trouver de même la variation par les azimuts; mais il faut alors que la déclinaiſon du ſoleil, la hauteur & la latitude du lieu ſoient donnés pour trouver l'azimut. *Voyez* AZIMUT.

COMPAS *de variation*. *Voyez le Diction. de Marine*.

Il y a pluſieurs eſpeces de *compas* à l'uſage des différens arts; on en trouvera la deſcription dans le *Dictionnaire des Arts & Métiers*.

COMPAS, (*Aſtron.*); conſtellation méridionale introduite par l'abbé de la Caille; elle eſt placée ſous les pieds du centaure au deſſus du triangle auſtral: la plus belle étoile de cette conſtellation eſt de quatrieme grandeur; elle avoit en 1750 217^d 29′ 51″ d'aſcenſion droite, & 63° 31′ 46″ de déclinaiſon auſtrale; elle contient onze étoiles dans le catalogue des 1942 étoiles auſtrales de l'abbé de la Caille. (*D. L.*)

COMPLÉMENT, ſub. m. ſe dit en général d'une partie, qui, ajoutée à une autre, formeroit un tout ou naturel ou artificiel.

COMPLÉMENT *arithmétique d'un logarithme*, c'eſt ce qui manque à un logarithme pour être égal à 100,000,000, en ſuppoſant les logarithmes de neuf caracteres. *Voyez* LOGARITHME. Ainſi, le *complément* arithmétique de 71,079,054 eſt 28,920,946. (*O*).

COMPLÉMENT *d'un angle ou d'un arc*, *en Géométrie*, eſt ce qui reſte d'un angle droit ou de quatre-vingt-dix degrés, après qu'on en a retranché cet angle ou cet arc. *Voyez* ARC, ANGLE.

Ainſi l'on dit que *le complément d'un angle ou d'un arc de* 30 *degrés eſt de* 60 *degrés*, puiſque $60+30=90$.

L'arc & ſon *complément* ſont des termes relatifs, qui ne ſe diſent que de l'un à l'égard de l'autre.

On appele *co-ſinus* le ſinus du *complément* d'un arc, & *co-tangente*, la tangente du *complément*. *Voyez* CO-SINUS & CO-TANGENTE, *&c.* Voyez *auſſi* SINUS. (CHAMBERS.)

On appele *complément d'un angle à* 180 *degrés* l'excès de 180 degrés ſur cet angle: ainſi, le *complément* à 180 degrés d'un angle de 100 degrés, eſt 80 degrés; mais *complément* tout court ne ſe dit que du *complément* à 90. (*O*).

Les *compléments* d'un parallélogramme ſont deux parallélogrammes que la diagonale ne traverſe pas, & qui réſultent de la diviſion de ce parallélogramme par deux lignes tirées d'un point quelconque de la diagonale parallélement à chacun de ſes côtés. Tels ſont les parallélogrammes C & *M*, *Pl. Géomét. Fig.* 44. L'on démontre que dans tout parallélogramme les *compléments* C & *M* ſont égaux: car $Z+C+o=R+M+x$, à cauſe que les deux grands triangles ſont égaux (la diagonale diviſant le parallélogramme en deux également); & de même $Z=R$, & $o=x$: c'eſt pourquoi les parallélogrammes reſtans C, *M* ſont égaux. *Voyez* PARALLÉLOGRAMME. (*O*).

COMPLEXE, adj. (*Alg.*): une quantité *complexe* eſt une quantité comme $a+b-c$, compoſée de pluſieurs parties a, b, c, jointes enſemble par les ſignes + & −. (*O*).

COMPOSÉ, adj. (*Arithmét.*) On dit qu'un nombre eſt *compoſé*, quand il peut être meſuré ou diviſé exactement, & ſans reſte, par quelque nombre différent de l'unité: tel eſt le nombre 12, qui peut être meſuré ou diviſé par 2, 3, 4, 6.

Les nombres *compoſés* entr'eux ſont ceux qui ont quelque meſure commune différente de l'unité: comme les nombres 12 & 15, dont l'un & l'autre peut être exactement meſuré ou diviſé par 3.

Cette dénomination eſt peu en uſage. On ſe ſert plus communément des expreſſions ſuivantes: *tel nombre a des diviſeurs*, ou *n'eſt pas un nombre premier*; *ces deux nombres ont un diviſeur commun*. *Voyez* NOMBRE, PREMIER, DIVISEUR.

La raiſon *compoſée* eſt celle qui réſulte du produit des antécédens de deux ou de pluſieurs raiſons, & de celui de leurs conſéquens. Ainſi, 77 eſt à 10 en raiſon *compoſée* de 7 à 2, & de 11 à 5. On dit dans le même ſens *raport compoſé*. *Voyez* ANTÉCÉDENT, CONSÉQUENT, PROPORTION. (*O*).

COMPOSÉ; *quantités compoſées*, en *Algebre*, ſe dit de l'aſſemblée de pluſieurs quantités liées enſemble par les ſignes + & −: ainſi $a+b-c$ & $bb-ae$, ſont des quantités *compoſées*.

On les appele autrement *quantités complexes* ou *multinomes*, pour les diſtinguer des quantités ſimples ou monômes, leſquelles ne conſiſtent que dans un terme. *Voyez* MONÔME & MULTINOME. (*O*).

COMPOSÉ (*pendule*) *en Méchanique*, ſignifie celui qui conſiſte en pluſieurs poids, conſervant conſtamment la même poſition entr'eux & la même diſtance au centre du mouvement, autour duquel ils font leurs vibrations. Ainſi, une verge *AB*, *Pl. Méch. Fig.* 61, chargée de pluſieurs poids *B*, *H*, *F*, *D*, qui ſont atachés à cette verge, eſt un pendule *compoſé*, & tous les pendules ſont réel-

Digitized by Google

lement de cette nature : car dans un pendule même qui paroît ſimple, c'eſt-à-dire, *compoſé* d'une verge & d'un ſeul pnids, tontes les particules de la verge ſont chacnne autant de poids placés à différentes diſtanees du centre de ſuſpenſion ; & le poids même qui eſt ataché au bont n'étant pas infiniment petit, eſt un *pendule* de pluſieurs petits pnids, dont les diſtanees an centre de ſuſpenſion ſont réellement différentes. Le problème des centres d'oſcillation conſiſte à trouver les vibrations d'un *pendule compoſé*. *Voy.* CENTRE D'OSCILLATION. (*O*).

COMPOSÉ, *en Méchanique ; mouvement compoſé*, eſt le mouvement reſultant de l'action de pluſieurs puiſſanees concourrentes ou conſpiranies. *Voyez* PUISSANCE.

On dit que des puiſſances conſpirent ou concourent, lorſque la direction de l'une n'eſt pas directement oppoſée à celle de l'autre ; comme lorſqu'on conçoit qu'un point ſe ment le long d'une ligne horizontale qui ſe meut elle-même verticalement. *Voyez à l'article* COMPOSITION DU MOUVEMENT, *les loix du mouvemens compoſé*.

Tout mouvement dans une ligne courbe eſt *compoſé* ; car un corps tend de lui-même à ſe monvoir en ligne droite, & il ſe meut en effet de cette maniere tant que rien ne l'en détourne : par conſéquenr pour qu'il ſe meuve en ligne courbe, il faut néceſſairement qu'il ſoit ponſſé au moins par deux forces à ehaque point de cette courbe. *Voyez* FORCE CENTRALE *&* MOUVEMENT.

Tout le monde ſait ce théorême de Méchanique, que dans nn mouvement *compoſé* uniforme, la puiſſanee unique produite par les puiſſances concourrentes, eſt à ehacune de ces puiſſances ſéparément, comme la diagonale d'un parallélogramme, dont chaque côté exprime la direction & l'énergie de ehaque puiſſance, eſt à chacun de ces côtés. *Voyez* MOUVEMENT *&* DIAGONALE. (*O*).

COMPOSITION, *en Arithmétique :* ſuppoſons que l'on ait deux raports tels, que l'antécédent du premier ſoit à ſon conſéquent, comme l'antécédent du ſecond eſt à ſon conſéquenr ; alors on ſaura par *compoſition de raiſon*, que la ſomme de l'antécédent & du conſéquent du premier raport, eſt à l'antécédent ou au conſéqnent du même raport, comme la ſomme de l'antécédent & du conſéquent du ſecond raport à l'antécédent, ou au conſéquent du même raport.

Par exemple, ſi $A : B :: C : D$, on aura par *compoſition de raiſon* cette autre proportion $A + B : A$ ou $B :: C + D : C$ on D. (*O*).

COMPOSITION *du mouvement*, eſt la rédnction de pluſieurs mouvemens à nn ſeul. La *compoſition* du mouvement a lieu lorſqu'un corps eſt pouſſé ou tiré par pluſieurs puiſſanees à la fois. *Voyez* MOUVEMENT. Ces différentes puiſſances peuvent agir toutes ſuivant la même direction, ou ſuivant des directions différentes ; ce qui produit les loix ſuivantes.

Si un point qui ſe meut en ligne droite eſt pouſſé par une ou pluſieurs puiſſances dans la direction de ſon mouvement, il ſe monvra toujours dans la même ligne droite : ſa viteſſe ſeule changera, c'eſt-à-dire, augmentera ou diminuera tonjours en raiſon des forees impulſives. Si les directions ſont oppoſées, par exemple, ſi l'nne tend en baa & l'autre en hant ; la ligne de tendance du monvement ſera cependant toujours la même. Mais ſi les mouvemens *compoſans*, on, ce qui eſt la même choſe, les puiſſances qni les produiſent n'ont pas nne même direction, le monvement compoſé n'aura aucune de lenrs directions particulieres ; mais en anra une autre toute différente qni ſera dans une ligne ou droite ou courbe, ſelon la nature & la direction partieuliere des différens mouvemens *compoſans*.

Si les deux mouvemens *compoſans* ſont toujours uniformes, quelque angle qu'ils faſſent entr'eux, la ligne du mouvement *compoſé* ſera une ligne droite, pourvn qne les mouvemens *compoſans* faſſent toujours le même angle. Il en eſt de même, ſi les mouvemens ne ſont point uniformes, pourvu qu'ils ſoient ſemblables, c'eſt-à dire, qn'ils ſoient aecélérés ou retardés en même proportion, & pourvu qu'ils faſſent tonjours le même angle entr'eux.

Ainſi, ſi le point *a*, *Planches de Méchanique*, *Fig.* 62, eſt pouſſé par deux forces de directions différentes, ſavoir en hant vers *b*, & en avant vers *d* ; il eſt elair que quand il anra été en avant jnſqn'en *c*, il devra néceſſairement être monté juſqu'au point e de la ligne *c e* ; de ſorte qne ſi les mouvemens, ſuivant *a d* & *a b*, étoient uniformes, il ſe mouvrnit tonjonrs dans la diagonale *a e*. Car comme les lignes *a c*, *c e*, ſont toujours en proportion conſtante, & que par l'hypotheſe le mouvement, ſuivant *a d*, & le mouvement perpendiculaire à celui-ei, ſont tous deux uniformes ; il s'enſuit que les lignes *a c*, *c e*, ſeront pareonrnes dans le même temps ; & qn'ainſi tandis que le point *a* parcourra *a c* par nn de ſes monvemens, il parcourra en vertu de l'antre mouvement la ligne *c e*. D'où il s'enſuit qu'il ſe trouvera ſucceſſivement ſur tous les points *e* de la diagonale : & qne par conſéqnent il parcourra cette ligne.

Dans la *Fig.* 62, on a fait les lignes *a c*, *c e*, égales entr'elles, c'eſt-à-dire, qu'on a ſuppoſé que non ſeulement les mouvemens étoient uniformes, mais eneore qu'ils étoient égaux. Cependant la démonſtration précédente anroit toujonrs lieu, quand même les mouvemens, ſuivant *a d* & *a b*, ne ſeroient point égaux, pourvu que ces mouvemens fuſſent uniformes, ou du moins qu'ils gardaſſent toujours entr'eux la même proportion. Par exemple, ſi le mouvement, ſuivant *a d*, eſt double du mouvement, ſuivant *a b* an commencement, le point *a* parcourra tonjours la diagonale *a e*, quelque variation qu'il arive dans chacun des mouvemens, ſuivant *a d* & *a b*, pourvu qne le premier demeure toujours double du ſecond.

Digitized by Google

De plus, il eſt évident que la diagonale *a c* ſera parcourue dans le même temps que l'un des côtés *a d* ou *a b* auroit été parcouru, ſi le point *a* n'avoit eu qu'un ſeul des deux mouvemens. Si un corps eſt pouſſé à la fois par plus de deux forces, par exemple, par trois, on cherche d'abord le mouvement compoſé qui réſulte de deux de ces forces; enſuite regardant ce mouvement compoſé comme une force unique, on cherche le nouveau mouvement compoſé qui réſulte de ce premier mouvement & de la troiſieme force. Par-là, on a le mouvement compoſé qui réſulte des trois forces.

S'il y avoit quatre forces au lieu de trois, il faudroit chercher le mouvement compoſé de la quatrieme force & du ſecond mouvement compoſé, & ainſi des autres.

Mais ſi les mouvemens compoſans ne gardent pas entr'eux une proportion conſtante, le point *a* décrire une courbe par ſon mouvement compoſé.

Si un corps comme *b*, *Fig. 63*, eſt pouſſé ou tiré par trois différentes forces dans trois différentes directions *b a*, *b c*, *b d*, de ſorte qu'il ne cede à aucune, mais qu'il reſte en équilibre; alors ces trois forces ou puiſſances ſeront entr'elles comme trois lignes droites paralleles à ces lignes, terminées par leur concours mutuel, & exprimant leurs différentes directions, c'eſt-à-dire, que ces trois puiſſances ſeront entr'elles comme les lignes *b e*, *b c* & *b d*.

Voilà des principes généraux dont tous les méchaniciens conviennent. Ils ne ſont pas auſſi parfaitement d'acord ſur la maniere de les démontrer. Il eſt certain qu'un corps pouſſé par deux forces uniformes, qui ont différentes directions & qui agiſſent continuélement ſur lui, décrit la diagonale d'un parallélogramme formé ſur les directions de ces forces; car, le point *a*, par exemple, étant pouſſé continuélement, ſuivant *a d* & ſuivant *a b*, ou plutôt ſuivant des directions paralleles à ces deux lignes, il eſt dans le même cas que s'il étoit ſur une regle *a d* qu'il parcourût d'un mouvement uniforme, tandis que cette regle *a d* ſe mouvroit toujours parallélement à elle-même, ſuivant *d c* ou *a b*.

Or dans cette ſuppoſition, on démontre ſans peine que le point *a* décrit la diagonale *a c*. Mais lorſque le point *a* reçoit une impulſion, ſuivant *a d*, & une autre en même temps, ſuivant *a b*, & que les forces qui lui donnent ces impulſions l'abandonnent tout-à-coup, il n'eſt pas alors auſſi facile de démontrer en toute rigueur que ce point *a* décrit la diagonale *a c*. Il eſt vrai que preſque tous les auteurs ont voulu réduire ce ſecond cas au premier, & il eſt vrai auſſi qu'il doit s'y réduire. Mais on ne voit pas, ce me ſemble, aſſez évidemment l'identité de ces deux cas pour la ſuppoſer ſans démonſtration. On peut prouver qu'ils reviennent au même, de la maniere ſuivante. Suppoſons que les deux puiſſances agiſſent ſur le point *a* durant un certain temps, & qu'elles l'abandonnent enſuite, il eſt certain que durant le premier temps il décrira la diagonale, & qu'étant abandoné par ces puiſſances, il tendra de même à la décrire, & continuera à s'y mouvoir avec un mouvement uniforme, ſoit que le temps pendant lequel elles ont agi, ſoit long ou court. Ainſi, puiſque le longueur du temps pendant lequel les puiſſances agiſſent, ne détermine rien ni dans le direction du mobile, ni dans le degré de ſon mouvement, il s'enſuit qu'il décrira la diagonale dans le cas même où il n'auroit reçu des deux puiſſances qu'une impulſion ſubite.

M. Daniel Bernoulli a donné dans le premier volume des mémoires de l'académie de Petersbourg, une diſſertation où il démontre le *compoſition* des mouvemens par un aſſez long appareil de propoſitions. Comme il s'eſt propoſé de la démontrer d'une maniere abſolument rigoureuſe, on doit moins être ſurpris de la longueur de ſa démonſtration. Cependant il ſemble que le principe dont il s'agit étant un des premiers de la Méchanique, il doit être fondé ſur des preuves plus ſimples & plus faciles; car telle eſt la nature de preſque toutes les propoſitions dont l'énoncé eſt ſimple.

L'auteur du traité de Dynamique, imprimé à Paris en 1743, a auſſi eſſayé de démontrer en toute rigueur le principe de la *compoſition* des mouvemens. C'eſt aux ſavens à décider s'il a réuſſi.

Se méthode conſiſte à ſuppoſer que le corps ſoit ſur un plan, & que ce plan puiſſe gliſſer entre deux couliſſes par un mouvement égal & contraire à l'un des mouvemens *compoſans*, tandis que les deux couliſſes emportent le plan par un mouvement égal & contraire à l'autre mouvement *compoſant*. Il eſt facile de voir que le corps dans cette ſuppoſition demeure en repos, dans l'eſpace abſolu. Or il n'y demeureroit pas, s'il ne décrivoit la diagonale. Donc, *&c.* On peut voir ce raiſonnement plus dévelopé dans l'ouvrage que nous venons de citer. Pour lui donner encore plus de force, ou plutôt pour ôter tout lieu à la chicane, il n'y a qu'à ſuppoſer que la ligne que le corps décrit en vertu des deux forces *compoſantes*, ſoit tracée ſur le plan en forme de rainure; en ce cas, il arivera de deux choſes l'une, ou cette rainure ſera la diagonale même, & en ce cas il n'y a plus de difficulté; ou ſi elle n'eſt pas la diagonale, on n'aura nulle peine à concevoir comment les parois de la rainure agiſſent ſur le corps & lui communiquent les deux mouvemens du plan pour chaque inſtant; d'où l'on conclura par le repos abſolu dans lequel le corps doit être, que cette rainure ſera la diagonale même. C'eſt d'ailleurs une ſuppoſition très-ordinaire, que d'imaginer un corps ſur un plan qui lui communique du mouvement, & qui l'emporte avec lui.

Au reſte, les loix de la *compoſition* des forces ſuivent celles de la *compoſition* des mouvemens, & on en déduit auſſi les loix de l'équilibre des puiſ-

ſances. Par exemple, que *be*, *Fig. 63*, repréſente la force avec laquelle le corps *b* eſt pouſſé de *b* vers *a*, alors la même ligne droite *be* repréſentera la force contraire égale, par laquelle il doit être pouſſé de *b* vers *e* pour reſter en repos; mais par ce qui a été dit ici-deſſus, la force *be* ſe peut réſoudre dans deux forces agiſſantes, ſelon les deux directions *bd* & *bc*; & ſa force pouſſant de *b* vers *e*, eſt à ces forces comme *be* eſt à *bd*, & à *bc* ou *de* reſpectivement. Donc les deux forces qui agiſſent ſuivant les directions *bd*, *bc*, ſeront équivalentes à la force agiſſant ſuivant la direction *ba*, & elles ſeront à cette force agiſſant ſelon la direction *ba* comme *bd*, *bc*, ſont à *ba*; c'eſt-à-dire, que ſi le corps eſt pouſſé par trois différentes puiſſances dans les directions *ba*, *bd*, *bc*, leſquelles faſſent équilibre entr'elles, ces trois forces ſeront l'une à l'autre reſpectivement comme *ba*, *bd*, & *be* ou *bc*. Ce théorême & ſes corollaires ſervent de fondement à toute la méchanique de M. Varignon, & on en peut déduire immédiatement la plupart des théorêmes méchaniques de Borelli, dans ſon traité *de motu animalium*, & calculer d'après ce théorême la force des muſcles. (*O*).

COMPRESSION, ſ. f. (*Méch.*): action de preſſer ou de ſerrer un corps, de laquelle il réſulte qu'il occupe, ou tend à occuper un moindre volume. Il ne faut pas confondre (rigoureuſement parlant) la *compreſſion* avec la *condenſation*. La *compreſſion* eſt proprement l'action de ſerrer un corps, ſoit qu'il ſoit réduit ou non à occuper un moindre volume: la *condenſation* eſt l'état d'un corps qui, par une cauſe quelconque, eſt réduit à occuper un moindre volume.

COMPTEPAS, ſ. m. inſtrument qui ſert à meſurer le chemin qu'on a fait à pied, ou même en voiture. On l'appele auſſi *odometre*. *Voyez* ODOMETRE. (*O*).

COMPUT *ou* COMPOST *eccléſiaſtique*; ſe dit du calendrier deſtiné à régler les fêtes mobiles.

CONCAVE, adj. (*Géom. & optique*), ſe dit de la ſurface intérieure d'un corps creux, particuliérement s'il eſt circulaire.

Concave eſt proprement un terme relatif: une ligne ou ſurface courbe concave vers un côté, eſt convexe du côté oppoſé. *Voyez* SURFACE, CONVEXITÉ, &c.

Concave, ſe dit particuliérement des miroirs & des verres optiques. Les verres *concaves* ſont ou concaves des deux côtés, qu'on appele ſimplement *concaves*; ou concaves d'un côté & plans de l'autre, qu'on appele *plans concaves* ou *concaves plans*; ou enfin *concaves* d'un côté & convexes de l'autre. Si dans ces derniers la convexité eſt d'une moindre ſphere que la concavité, on les appele *ménifques*; ſi elle eſt de la même ſphere, *ſphériques concaves*; & ſi elle eſt d'une ſphere plus grande, *convexe-concaves*.

Les verres *concaves* ont la propriété de courber en dehors, & d'écarter les uns des autres les rayons qui les traverſent, au lieu que les verres convexes ont celle de les courber en dedans & les raprocher, & cela d'autant plus, que leur concavité ou leur convexité ſont des portions de moindres cercles. *Voyez* LENTILLE & MIROIR.

D'où il s'enſuit que les rayons paralleles, comme ceux du ſoleil, deviennent divergens, c'eſt-à-dire, s'écartent les uns des autres après avoir paſſé à travers un verre *concave*, que les rayons déja divergens le deviennent encore davantage, & que les rayons convergens ſont rendus ou moins convergens ou paralleles, ou même divergens.

C'eſt pour cette raiſon que les objets vus à travers des verres *concaves* paroiſſent d'autant plus petits, que les concavités des verres ſont des portions de plus petites ſpheres. *Voyez* un plus grand détail à ce ſujet *aux articles* LENTILLE, RÉFRACTION.

Les miroirs *concaves* ont un effet contraire aux verres *concaves*; ils réfléchiſſent les rayons qu'ils reçoivent, de maniere qu'ils les raprochent preſque toujours les uns des autres, & qu'ils les rendent plus convergens qu'avant l'incidence; & ces rayons ſont d'autant plus convergens, que le miroir eſt une portion d'une plus petite ſphere. (HARRIS & CHAMBERS.)

Je dis preſque toujours, car cette regle n'eſt pas générale: quand l'objet eſt entre le ſommet & le centre du miroir, les rayons ſont rendus moins convergens par la réflexion. Mais quand les rayons viennent d'au delà du centre, ils ſont rendus plus convergens; & c'eſt pour cela que les miroirs *concaves* expoſés au ſoleil, brûlent les objets placés à leur foyer. (*O*).

CONCAVITÉ, ſ. f. (*Géom.*), ſe dit de la ſurface concave d'un corps, ou de l'eſpace que cette ſurface renferme. *Voyez* CONCAVE. (*O*).

CONCENTRIQUE, adj. (*terme de Géométrie & d'Aſtronomie*). On donne ce nom à deux ou pluſieurs cercles ou courbes qui ont le même centre. *Voyez* CENTRE.

Ce mot eſt principalement employé lorſqu'on parle des figures & des corps circulaires ou elliptiques, *&c.* mais on peut s'en ſervir auſſi pour les polygones dont les côtés ſont paralleles, & qui ont le même centre. *Voyez* CERCLE, POLYGONE, *&c.*

Concentrique eſt oppoſé à *excentrique*. *Voyez* EXCENTRIQUE. (CHAMBERS.)

CONCHOÏDE, ſ. f. (*Géom.*); c'eſt le nom d'une courbe géométrique qui a une aſymptote. *Voyez* ASYMPTOTE & COURBE. En voici la deſcription.

Ayant tiré deux lignes *RD*, *AC*, *Pl. Anal. Fig.* 1, perpendiculaires l'une à l'autre, & placé ſur la ligne *AEC* les trois points *A*, *F*, *C*, dont les deux premiers ſoient à égale diſtance de *E*, on tirera par le point *C* autant de droites *CFEA*, *COM*, *CON*, *CM*, &c. qu'on voudra avoir de points de la courbe: on prendra enſuite ſur ces lignes, tant au deſſus de *BD* qu'au deſſous, les

Digitized by Google

parties QM, QN, QM, &c. toutes égales à AE. Cela fait, les deux lignes $MMAMM$, NFN terminées par les extrémités de ces lignes droites, ſeront les deux parties d'une même courbe géométrique appelée *conchoïde*; le point C eſt appelé le *pole* de cette *conchoïde*; la ligne BD eſt ſon aſymptote, & la partie conſtante AE ſa regle. Si $EF = CE$ la courbe a un point de rebrouſſement en F; ſi $EF < CE$, elle a un nœud en F. On peut la tracer ainſi.

$AEDKG$, *Fig.* 2, eſt un équerre dans la branche AD de laquelle eſt pratiquée une couliſſe qui repréſente l'aſymptote de la courbe, & qui a dans ſon autre branche un clou K qui doit être le pole de la *conchoïde*. $CFKB$, eſt une regle à laquelle eſt ataché un clou F qui paſſe dans la couliſſe AD, où il a liberté de gliſſer. C & c ſont deux ſtylets ou crayons atachés à la même regle, & à égale diſtance du clou F. OK eſt une couliſſe pratiquée dans cette regle, & dont le commencement O eſt placé à la même diſtance de F que K de AD.

Cela poſé, ſi on fait mouvoir la regle CD, de maniere que le clou F ne ſorte jamais de la couliſſe AD, & que la couliſſe OB paſſe toujours dans le clou K, les deux crayons placés en C & en c décriront les deux branches CH, cb de la *conchoïde*. Nous avons dit que la ligne AD eſt aſymptote de cette courbe, c'eſt-à-dire, qu'elle en approche toujours ſans jamais la rencontrer; cela eſt aiſé à comprendre par ſa deſcription, puiſque la ligne conſtante CF s'inclinant toujours ſans ſe coucher jamais ſur AB, le point C doit toujours approcher de la droite AD ſans jamais y ariver.

Nicomede eſt l'inventeur de cette courbe; & on ajoute ordinairement au nom de *conchoïde*, celui de Nicomede, afin de la diſtinguer d'autres courbes analogues qui pouroient avoir ce nom.

Par exemple, la courbe $MMAM$, *Fig.* 3, que l'on formeroit en prenant QM non conſtant, comme on vient de faire, mais de telle grandeur que $EC^m : CQ^m :: QM^m : AE^m$, ſeroit une courbe qui auroit encore BD pour aſymptote, & qu'on peut nommer auſſi *conchoïde*. *Voyez*, ſur les propriétés générales de la *conchoïde*, *la derniere ſection de l'application de l'Algebre à la Géométrie*, par M. Guiſnée.

MM. de la Hire & de la Condamine nous ont donné pluſieurs recherches ſur les *conchoïdes*; l'un dans les *Mémoires de l'Académie de* 1708; l'autre dans ceux de 1733 & 1734. M. de Mairan, dans les *Mémoires de l'Académie de* 1735, a remarqué avec raiſon que l'eſpace conchoïdal, c'eſt-à-dire, l'eſpace renfermé par la *conchoïde*, & ſon aſymptote, étoit infini, & non fini, comme quelques Auteurs l'ont prétendu. En effet, ſoit $AE = a$, $CE = b$, & $EQ = x$, on trouve que $ADQM$ eſt $< \text{que } ab(\log. x + \sqrt{xx + bb} - \log. b.)$ Or cette quantité eſt ∞ lorſque $x = \infty$. Donc, *&c.* (*O*).

CONCOURANTES (Puiſſances), *en Méch.* ſont celles dont les directions concourent, c'eſt-à-dire, ne ſont point paralleles, ſoit que les directions de ces puiſſances concourent effectivement, ſoit qu'elles tendent ſeulement à concourir, & ne concourent en effet qu'étant prolongées. On appele auſſi *puiſſances concourantes* celles qui concourent à produire un effet, pour les diſtinguer des puiſſances oppoſées, qui tendent à produire des effets contraires. *Voyez* Puiſſances conspirantes. (*O*).

CONCOURIR. On dit en *Géométrie* que deux lignes, deux plans *concourent*, lorſqu'ils ſe rencontrent & ſe coupent, ou du moins lorſqu'ils ſont tellement diſpoſés qu'ils ſe rencontreroient étant prolongés. (*O*).

CONCOURS, *terme de Géométrie*. *Point de concours de pluſieurs lignes*, eſt le point dans lequel elles ſe rencontrent, ou dans lequel elles ſe rencontreroient, ſi elles étoient prolongées. *Point de Concours* de pluſieurs rayons. *Voyez* Foyer. (*O*).

CONDUIRE *les eaux* (*Hydrauliq.*). La maniere de *conduire* l'eau dans une ville n'eſt pas la même que dans la campagne & dans un jardin.

Dans une ville, on n'a d'autre ſujétion que de ſe ſervir de tuyaux de plomb, aſſez grôs pour fournir les fontaines publiques & la quantité d'eau concédée aux particuliers, en la faiſant tomber dans les cuvetes de diſtribution. Si, dans la pente des rues, l'eau eſt obligée de remonter ou de ſe mettre de niveau après la pente, ou enfin ſi on ſoude une branche ſur le grôs tuyau, on fait dans cet endroit un regard avec un robinet, pour arrêter cette charge & conſerver les tuyaux: cela ſert encore à les vider dans les fortes gelées.

Dans la campagne, on n'a ordinairement à *conduire* que des eaux roulantes; après l'avoir amaſſée par des écharpes, des rameaux, des rigoles, dans des pierrées, l'avoir amenée dans un regard de priſe, on la fait entrer dans des tuyaux de grès ou de bois, ſelon la nature du lieu; s'il y a des contre-foulemens où l'eau ſoit obligée de remonter, on la fait couler dans des aque ducs, ou au moins dans des tuyaux aſſez forts pour y réſiſter. On ſent bien qu'il ſeroit ridicule d'y employer des tuyaux de plomb, qui ſeroient trop expoſés à être volés; ceux de fer ſont à préférer. On les enfoncera de quatre à cinq pieds, pour éviter le vol & la malice des gens mal intentionés.

Le plus difficile à ménager en conduiſant les eaux pendant un long chemin, ce ſont les fonds & les vallées appelées *ventre* ou *gorges*; ils ſe trouvent dans l'irrégularité du terrain de la campagne, & interrompent le niveau d'une conduite: alors on eſt obligé de faire remonter l'eau ſur la montagne vis-à-vis, pour en continuer la route; c'eſt dans cette remontée que l'eau contré-foulée à tant de peine à s'élever, que les tuyaux y crevent en peu de temps.

Soit la montagne *A*, *Pl. Hydr. Fig.* 15, d'où deſcend l'eau qu'on ſuppoſe amenée depuis la priſe par un terrain plat, dans des tuyaux de grès ou des pierrées. *B* eſt la ſeconde montagne où ſe trouve la contre-pente oppoſée à la pente de la premiere montagne *A*, d'où vient la ſource *C* conduite dans des tuyaux de grès. *D D* eſt le ventre ou gorge, où l'eau ſe trouve forcée par-tout. *E E* eſt la ligne de mire ou nivélement, pour connoître la hauteur du contre foulement *B*. La conduite qu'on poſera dans cette gorge ou fondriere *D D*, ſera de fer, ainſi que dans la contre-pente où l'eau force le plus, juſqu'à ce qu'elle ſe ſoit remiſe de niveau ſur la montagne *B*; on reprendra alors des tuyaux de grès ou des pierrées, pour éviter la dépenſe, juſqu'au réſervoir, parce que l'eau n'y fait que rouler, & ne force que dans le ventre & la remontée.

Si, dans un long chemin, il ſe rencontroit deux ou trois contre-pentes, ce qui peut encore ariver en ramaſſant des eaux de pluſieurs endroits, on les conduiroit de la même maniere. Quand la gorge n'eſt pas longue, comme ſeroit celle *F F* de la *Figure* 56, un bout d'aqueduc ou un maſſif de blocailles eſt le meilleur parti qu'on puiſſe prendre, & l'eau y roulera de la même maniere que depuis le regard de priſe dans des tuyaux de grés, ou des pierrées continuées ſur des maſſifs de blocailles. Lorſque cette gorge eſt longue, & que le contre-foulement eſt élevé de vingt à trente pieds, les tuyaux de fer coûteront moins, & dureront plus long-temps.

Si le contre-foulement étoit plus haut que cent pieds, il faudroit y bâtir un aque-duc, parce que les tuyaux de fer auroient de la peine à réſiſter; alors le niveau étant continué par l'élévation de l'aqueduc, l'eau y rouleroit & y regagneroit l'autre montagne, d'où elle rentreroit dans des auges ou tuyaux juſqu'au réſervoir.

On peut encore éviter un contre-foulement, en faiſant ſuivre une conduite le long d'un coteau, & regagnant petit à petit le niveau de la contre-pente: mais il faut qu'il n'y ait pas un grand circuit à faire dans cette ſinuation appelée *poële* ou *baſſin*; parce que la longueur d'une conduite ainſi circulaire, quoiqu'en grès ou en pierrée, coûte plus que d'amener l'eau en droite ligne par des tuyaux capables de réſiſter au contre-foulement.

Dans les jardins, en ſuppoſant l'eau amaſſée dans le réſervoir au haut d'un parc, il ne ſe rencontre pas tant de difficultés: le terrain y eſt dreſſé, & les conduites deſcendent plutôt en pente douce qu'elles ne remontent. On ſe ſervira, dans les eaux forcées, de tuyaux de fer, de plomb ou de bois, ſuivant le pays, & même de grès, bien conditionés, pourvu que la chute ne paſſe pas quinze à vingt pieds. Ces conduites étant parvenues juſqu'aux baſſins, on y fera un regard pour loger un robinet de cuivre d'une grôſſeur convenable au diametre de la conduite; on ſoudera enſuite debout une rondele ou collet de plomb un peu large autour du tuyau, & dans le milieu de l'endroit du corroi ou maſſif du baſſin où il paſſe, afin que l'eau, ainſi arrêtée par cette plaque, ne cherche point à ſe perdre le long du tuyau. Quand ce ſont des tuyaux de fer, on les poſe de maniere qu'une de leurs brides ſoit dans le milieu du corroi, ce qui ſert de rondele: cette regle eſt générale pour tous les tuyaux qui traverſent les corrois & maſſifs d'un baſſin; comme auſſi de ne jamais engager les tuyaux, & de les faire paſſer à découvert ſur le plafond d'un baſſin.

Dans le centre du baſſin, à l'endroit même où doit être le jet, on ſoudera ſur la conduite un tuyau montant appelé *ſouche*, au bout duquel on ſoudera encore un ecrou de cuivre ſur lequel ſe viſſe l'ajutage: il faut que cette ſouche ſoit de même diametre que la conduite; ſi elle étoit rétrécie, elle augmenteroit le frotement, & retarderoit la viteſſe & la hauteur du jet. À deux pieds environ par-delà la ſouche, on coupera la conduite, & on la bouchera par un tampon de bois de chêne, avec une rondele de fer chaſſée à force au bout du tuyau, ou par un tampon de cuivre vis-à-vis que l'on y ſoudera. Ces tampons facilitent le moyen de dégorger une conduite.

Évitez les coudes, les jarets & les angles droits qui diminuent la force des eaux; prenez-les d'un peu loin pour en diminuer la roideur: & même il ne ſera pas mal d'employer des tuyaux plus grôs dans les coudes pour éviter les frotemens.

Dans les conduites un peu longues & fort chargées, on place des ventouſes d'eſpace en eſpace pour la ſortie des vents: on les fait ordinairement de plomb; on les branche ſur la tige de quelque grand arbre, en obſervant qu'elles ſoient de deux ou trois pieds plus hautes que le niveau du réſervoir, afin qu'elles ne dépenſent pas tant d'eau; de cette maniere, il n'y a que les vents qui ſortent. Quand, après une pente roide, les conduites ſe remettent de niveau, il faut placer dans cet endroit des robinets pour arrêter cette charge; ce qui ſert encore à trouver les fautes, & à tenir les conduites en décharge pendant l'hiver.

Faites toujours paſſer les tuyaux dans les allées, pour en mieux connoître les fautes, & y remédier ſans rien déplanter; & les conduites ſous des terraſſes ou ſous des chemins publics, paſſeront ſous des voûtes, afin de les viſiter de temps en temps. Les eaux de décharge rouleront dans des pierrées faites en chatieres, ou dans des tuyaux de grès ſans chemiſe, quand ces eaux vont ſe perdre dans quelque puiſard ou cloaque; mais, quand elles ſervent à faire jouer des baſſins plus bas, on les entourera d'une bonne chemiſe de ciment, ou l'on y emploîra des tuyaux ordinaires comme étant des eaux forcées. Tenez toujours les tuyaux de décharge, tant de la ſuperficie que du fond d'un baſſin, plus grôs que le reſte de la conduite, afin que l'eau ſe perde plus vîte qu'elle ne vient, que

Digitized by Google

le tuyau ne s'engorge point, & de peur que l'eau, paſſant par-deſſus les bords, ne détrempe toutes les terres qui ſoutienent le baſſin, & n'en afaiſſe le niveau. (*K*).

CONDUITE *d'eau*, (*Hydraul.*), eſt une ſuite de tuyaux pour conduire l'eau d'un lieu à un autre, que Vitruve appele *canalis ductilis*. Si les tuyaux ſont de fer, on la nomme *conduite de fer*; s'ils ſont de plomb, *conduite de plomb*; s'ils ſont de terre ou de grès cuit, *conduite de terre* ou *de poterie*; enfin, s'ils ſont de bois, on l'appele *conduite de tuyaux de bois*. *Voyez* TUYAU. (*P.*)

CÔNE, ſ. m. On donne ce nom *en Géométrie*, à un corps ſolide, dont la baſe eſt un cercle, & qui ſe termine par le haut en une pointe que l'on appele *ſommet*. Voyez *Pl. des coniq. Fig.* 2.

Le *cône* peut être engendré par le mouvement d'une ligne droite *KM*, qui tourne autour d'un point immobile *K*, appelé *ſommet*, en raſant par ſon autre extrémité la circonférence d'un cercle *MN*, qu'on nomme ſa *baſe*.

On appele en général *axe du cône*, la droite tirée de ſon ſommet au centre de ſa baſe.

Quand l'axe du *cône* eſt perpendiculaire à ſa baſe, alors ce ſolide prend le nom de *cône droit*; ſi cet axe eſt incliné ou oblique, c'eſt un *cône ſcalene*. Les *cônes* ſe diviſent encore en *obtuſangles* & *acutangles*.

Si l'axe *AB*, *Fig.* 3, eſt plus grand que le rayon *CB* de la baſe, le *cône* eſt *acutangle*; s'il eſt plus petit, le *cône* eſt *obtuſangle*; enfin c'eſt un *cône rectangle*, quand l'axe eſt égal au rayon de la baſe.

Quelques auteurs définiſſent en général le *cône une figure ſolide*, dont la baſe eſt un cercle comme *CD*, *Fig.* 3, & qui eſt produite par la révolution entiere du plan d'un triangle rectangle *CAB*, autour du côté perpendiculaire *AB*; mais cette définition ne peut regarder que le *cône* droit, c'eſt-à-dire, celui dont l'axe tombe à angles droits ſur ſa baſe.

Afin donc d'avoir une deſcription du *cône*, qui convienne également au *cône droit* & à l'*oblique*, ſuppoſons un point immobile *A*, *Fig.* 4, au dehors du plan du cercle *BDEC*; & ſoit tirée par ce point une ligne droite *AE*, prolongée indéfiniment de part & d'autre, qui ſe meuve tout autour de la circonférence du cercle: les deux ſurfaces engendrées par ce mouvement, ſont appelées *ſurfaces coniques*; & quand on les nomme relativement l'une à l'autre, elles s'appelent des *ſurfaces verticalement oppoſées* ou *oppoſées par le ſommet*, ou ſimplement des *ſurfaces oppoſées*.

Voici les principales propriétés du *cône*. 1°. L'aire ou la ſurface de tout *cône* droit, faiſant abſtraction de la baſe, eſt égale à un triangle, dont la baſe eſt la circonférence de celle du *cône*, & la hauteur le côté du *cône*. *Voyez* TRIANGLE. Ou bien la ſurface courbe d'un *cône* droit eſt à l'aire de ſa baſe circulaire, comme la longueur de l'hypoténuſe *AC*, *Fig.* 3, du triangle rectangle générateur eſt à *CB*, baſe du même triangle, c'eſt-à-dire, comme le côté du *cône* au demi-diametre de la baſe.

D'où il ſuit que la ſurface d'un *cône* droit eſt égale à un ſecteur de cercle, qui a pour rayon le côté du *cône*, & dont l'arc eſt égal à la circonférence de la baſe de ce ſolide: d'où il eſt aiſé de conclure que cet arc eſt à 360 degrés, comme le diametre de la baſe eſt au double du côté du *cône*.

On a donc une méthode très-ſimple de tracer une ſurface ou un plan, qui envelope exactement celle d'un *cône* droit propoſé. Car, ſur le diametre de la baſe *AB*, l'on n'a qu'à décrire un cercle, *Pl. des coniq. Fig.* 5; prolonger le diametre juſqu'en *C*, en ſorte que *AC* ſoit égal au côté du *cône*; chercher enſuite une quatrieme proportionele aux trois grandeurs 2*AC*, *AB*, 360°; & du centre C, avec le rayon *CA*, décrire un arc *DE*, qui ait le nombre de degrés trouvés par la quatrieme proportionele; alors le ſecteur *CDE*, avec le cercle *AB*, fera une ſurface propre à envelopper exactement le *cône* propoſé.

A-t-on un *cône* droit tronqué dont on voudroit avoir le dévelopement? Que l'on porte le côté de ce *cône* de *A* en *F*; que l'on décrive un arc *GH* avec le rayon *CF*; que l'on cherche enſuite une quatrieme proportionele à 360°, au nombre de degrés de l'arc *GH*, & au rayon *CF*, afin de déterminer, par ce moyen, le diametre du cercle *IF*, & l'on aura une figure plane, dont on pourra envelopper le *cône* tronqué.

Car *CDBAE* envelopera le *cône* entier; *CGFIH* envelopera le *cône* retranché; il faut donc que *DBEHIG* ſoit propre à envelopper le *cône* tronqué.

2°. Les *cônes* de même baſe & de même hauteur ſont égaux en ſolidité. *Voyez* PYRAMIDE.

Or il eſt démontré que tout priſme triangulaire peut être diviſé en trois pyramides égales; & qu'ainſi une pyramide triangulaire eſt la troiſieme partie d'un priſme de même baſe & de même hauteur.

Puis donc que tout corps multangulaire ou polygone peut être réſolu en ſolides triangulaires; que toute pyramide eſt le tiers d'un priſme de même baſe & de même hauteur; qu'un *cône* peut être conſidéré comme une pyramide *infinitangulaire*, c'eſt-à-dire, d'un nombre infini de côtés; & le cylindre comme un priſme infinitangulaire: il eſt évident qu'un *cône* eſt le tiers d'un cylindre de même baſe & de même hauteur.

L'on a donc une méthode très ſimple pour meſurer la ſolidité d'un *cône*: car il n'y a qu'à trouver celle d'un priſme ou d'un cylindre de même baſe & de même hauteur que le *cône* (*Voyez* PRISME & CYLINDRE); après quoi l'on en prendra le tiers, qui ſera la ſolidité du *cône* ou de la pyramide. Si la ſolidité d'un cylindre eſt 605,592,960 pieds cubes, on trouvera que celle du *cône* vaut 201,864,320 pieds cubes.

Quant aux ſurfaces, on a celle d'un *cône* droit en multipliant la moitié de la circonférence de la baſe par le côté de ce *cône*, & ajoutant à ce produit l'aire de la baſe.

Si l'on veut avoir la ſurface & la ſolidité d'un *cône* droit tronqué *ABCD*, *Fig. 6*, ſa hauteur *CH* & les diametres des baſes *AB*, *CD*, étant données, on déterminera d'abord leurs circonférences : enſuite on ajoutera au carré de la hauteur *CH* le carré de la différence *AH* des rayons ; & extrayant la racine carrée de cette ſomme, on aura le côté *AC* du *cône* tronqué : on multipliera enſuite la demi-ſomme des circonférences par le côté *AC*, & cette multiplication donnera la ſurface du *cône* tronqué.

Pour en avoir la ſolidité, on fera d'abord cette proportion ; la différence *AH* des rayons eſt à la hauteur *CH* du *cône* tronqué, comme le plus grand rayon *AF* eſt à la hauteur *FE* du *cône* entier : cette hauteur étant trouvée, on en ſouſtraira celle du *cône* tronqué, & l'on aura la hauteur *EG* du *cône* ſupérieur. Que l'on détermine préſentement la ſolidité du *cône* *CED* & celle du *cône* *AEB*, & que l'on ôte la premiere de la ſeconde, il reſtera la ſolidité du *cône* tronqué *ACDB*.

Sur les ſections du *cône*, *voyez* Conique ; ſur le rapport des *cônes* & des cylindres, *voyez* Cylindre ; & ſur les centres de gravité & d'oſcillation du *cône*, *voyez* Centre.

Le nom de *cône* ſe donne encore à d'autres ſolides qu'à ceux dont les ſurfaces ſont produites par le mouvement d'une ligne autour de la circonférence d'un cercle ; il s'étend à toutes les eſpeces de corps que l'on peut former de la même maniere, en prenant une courbe quelconque pour circonférence de la baſe.

La méthode pour déterminer la ſolidité d'un *cône* oblique, eſt la même que celle pour déterminer la ſolidité du *cône* droit ; tout *cône* en général eſt le produit de ſa baſe par le tiers de ſa hauteur, c'eſt-à-dire, par le tiers de la ligne menée du ſommet perpendiculairement à la baſe. Dans les *cônes* droits, cette ligne eſt l'axe même ; dans les autres, elle eſt différente de l'axe.

Mais la ſurface du *cône* oblique eſt beaucoup plus difficile à trouver que celle du *cône* droit ; on ne peut la réduire à la meſure d'un ſecteur de cercle, parce que, dans le *cône* oblique, toutes les lignes tirées du ſommet à la baſe, ne ſont pas égales. *Voyez* le Mémoire que M. Euler a donné ſur ce ſujet, dans le *tome I des nouv. Mém. de Petersbourg*. Boreow, dans ſes *Lectiones Geometrica*, donne une méthode ingénieuſe pour trouver la ſurface d'un *cône* qui a pour baſe une ellipſe, lorſque ce *cône* fait portion d'un *cône* droit. Voici en deux mots ſa méthode. Du point où l'axe du *cône* droit coupe l'ellipſe, il imagine des perpendiculaires ſur les différens côtés du *cône* ; & comme ces perpendiculaires ſont égales, il n'a pas de peine à prouver que la ſolidité du *cone* elliptique eſt égale au produit de ſa ſurface par le tiers de l'une de ces perpendiculaires. Or cette même ſolidité eſt auſſi égale au tiers de la hauteur du *cône*, multiplié par la baſe elliptique. Donc comme la perpendiculaire ci-deſſus déſignée eſt à la hauteur du *cône*, ainſi la baſe elliptique eſt à la hauteur cherchée.

On appele, en Optique, *cône de rayons*, l'aſſemblage des rayons qui partent d'un point lumineux quelconque, & tombent ſur la prunelle ou ſur la ſurface d'un verre ou d'un miroir. *Voyez* Rayon. (*O*).

* Ajoutons ici quelques propriétés du *cône*, que j'ai données dans mes *Élémens de Géométrie*, & qui ne ſe trouvent, du moins que je ſache, dans aucun autre livre de cette eſpece.

I. *Si, ſur la ſurface convexe d'un cône droit* SABCD, Fig. 7, *on trace une courbe quelconque* EF, *terminée par les côtés* SC, SI ; *& que, de tous les points de cette courbe, on abaiſſe des perpendiculaires ſur la baſe, leſquelles y forment, par leurs extrémités, la courbe* GH : *la ſurface conique* SEF *ſera à la ſurface* OGH, *compriſe entre la courbe* GH *& les rencontres* OG, OH *des plans* SOC, SOI *avec la baſe, comme le côté* SC *du cône eſt au rayon* OC *de ſa baſe.*

L'eſpace *OGH*, qu'on peut regarder comme formé par les extrémités des perpendiculaires abaiſſées de tous les points de la ſurface conique *SEF*, s'appele la *projection orthographique*, ou ſimplement la *projection* de cette ſurface.

Qu'on mene, ſuivant l'axe *SO* du *cône*, les deux plans *SOx*, *SOy*, qui forment entr'eux un angle infiniment petit, & qui rencontrent la ſurface du *cône* ſuivant les droites *Sn*, *Sy*, & la baſe ſuivant les droites *Ox*, *Oy*. Il eſt clair que le petit triangle *Sst* a pour projection le petit triangle *Oux*. Des points *s* & *u*, ſoient abaiſſées les petites perpendiculaires *sr*, *un* ſur les côtés *St*, *Ox*. Les deux triangles dont nous venons de parler, pouvant être conſidérés l'un & l'autre comme rectilignes, la ſurface du premier eſt $\frac{St \times sr}{2}$, & celle du ſecond eſt $\frac{Ox \times un}{2}$.

Or, à cauſe des deux triangles ſemblables *Sxy*, *Ssr*, on a $Sx : xy :: Ss : sr = Ss \times \frac{xy}{Sx}$; & à cauſe des triangles ſemblables *Oxy*, *Oun*, on a $Ox : xy :: Ou : un = Ou \times \frac{xy}{Ox}$.

Donc, en mettant pour *sr* & *un* leurs valeurs dans les expreſſions des ſurfaces des deux triangles *Sst*, *Oux*, ces expreſſions deviendront $\frac{St}{2} \times \frac{Ss \times xy}{Sx}$, $\frac{Ox}{2} \times \frac{Ou \times xy}{Ox}$; & en diviſant par

le facteur commun $\frac{xy}{2}$, elles ſeront entr'elles, dans le raport de $Sr \times \frac{Ss}{Sx}$ à $Oz \times \frac{Ou}{Ox}$. Or, à cauſe des paralleles SO, su, on a $Ss : Sx :: Ou : Ox$; ce qui donne $\frac{Ss}{Sx} = \frac{Ou}{Ox}$; &, à cauſe des paralleles SO, sz, le raport de Sr à Oz, eſt le même que celui de Sy à Oy. Donc la ſurface du triangle Ssr eſt à celle du triangle de projection Ouz, comme le côté Sy du *cône* eſt au rayon Oy de la baſe. Le même raport ayant lieu entre un autre triangle quelconque élémentaire de la ſurface conique SEF, & le triangle de projection correſpondant; on doit conclure que la ſurface conique entiere SEF eſt à ſa projection entiere OGH, comme le côté du *cône* eſt au rayon de ſa baſe.

II. Corollaire. Donc, ſi la projection OGH eſt un eſpace carrable, la ſurface conique SEF ſera auſſi carrable, puiſque ces deux ſurfaces ſont entr'elles dans un raport donné.

On voit par-là que, pour aſſigner des eſpaces carrables ſur la ſurface d'un *cône* droit, il ne s'agit que de tracer ſur ſa baſe une figure rectiligne, & par conſéquent carrable, & d'élever enſuite de tous les points de cette figure, des paralleles à l'axe du *cône*: l'eſpace que ces lignes détermineront ſur la ſurface du *cône*, ſera carrable.

Ainſi, on peut, au moyen des ſimples élémens de Géométrie, réſoudre, pour le *cône* droit, un problême analogue à celui que Viviani avoit propoſé & réſolu pour les voûtes hémiſphériques. *Voyez l'Éloge de Viviani, par M. de Fontenelle.*

III. *Le cône droit* SABCD, Fig. 8, *étant coupé par un plan quelconque* EFQ, *qui forme ſur ſa ſurface la courbe* FEQ: *on demande l'expreſſion de la ſurface conique* SFEQS, *compriſe entre cette courbe, & les côtés* SF, SQ, *en ſuppoſant qu'on connoiſſe la ſurface* EFQ?

Soit $OFHQO$ la projection orthographique de la ſurface conique $SFEQS$: on aura (I), $SFEQS = OFHQO \times \frac{SF}{OF}$, ou bien (à cauſe que l'eſpace $OFHQO$ eſt la ſomme du triangle OFQ & de l'eſpace FQH), $SFEQS = (OFQ + FQH) \times \frac{SF}{OF}$. Reſte à trouver les ſurfaces OFQ, FQH.

Qu'on mene, par l'axe SO du *cône* & par le ſommet E de la courbe FEQ, un plan $SOHE$ qui rencontre en EV le plan EFQ: ces deux ſeront perpendiculaires entr'eux, & la droite EV ſera perpendiculaire à FQ, puiſque les deux courbes partieles EF, EQ ſont parfaitement égales & ſemblables, & que $FV = VQ$. Ainſi, 1°. la ſurface du triangle iſoſcele $OFQ = \frac{FQ \times OV}{2}$.

2°. Nous pouvons regarder la ſurface EFQ, comme compoſée d'une infinité de lignes, telles que mn paralleles à EV, & ſa projection FQH, comme compoſée d'une infinité de lignes correſpondantes np, paralleles à VH. Ainſi, puiſque les deux triangles rectangles mnp, EVH, ont tous les angles égaux, & ſont par conſéquent ſemblables; il s'enſuit que chaque élément mn de la ſurface EFQ, eſt à chaque élément correſpondant np de la projection FQH, dans le raport conſtant de EV à VH. Donc la ſurface entiere EFQ eſt à ſa projection entiere FQH, comme EV eſt à VH; ce qui donne $FQH = \frac{EFQ \times VH}{EV}$.

Subſtituons les valeurs de OFQ, & de FQH dans l'expreſſion de $SFEQS$, trouvée ci-deſſus; & nous aurons $SFEQS = \left(\frac{FQ \times OV}{2} + \frac{EFQ \times VH}{EV}\right) \times \frac{SF}{OF}$. D'où l'on voit que la ſurface conique $SFEQS$ eſt exprimée en quantités toutes connues.

IV. Corollaire I. Lorſque EFQ paſſe par le centre O de la baſe du *cône*, le triangle OFQ s'évanouit, *Fig. 9*; & l'on a $SFEQS = \frac{EFQ \times OH}{OE} \times \frac{SF}{OF}$.

V. Corollaire II. Si le plan EFQ paſſe toujours par le centre O, & qu'il ſoit de plus parallele au côté SA du *cône*, on aura $\frac{OH}{OE} = \frac{OA}{SA} = \frac{OF}{SF}$. Donc alors $SFEQS = EFQ$; c'eſt-à-dire, que la ſurface conique $SFEQS$ eſt égale à la ſurface EFQ.

Dans le cas préſent, la courbe FEQ s'appele une *parabole*; & on démontre, par des méthodes qui n'apartiennent pas tout-à-fait aux élémens de Géométrie, que la ſurface $EFQ = \frac{2FQ \times EO}{3}$. Ainſi, la ſurface conique $SFEQS = \frac{2FQ \times EO}{3}$.

Nous avons rempli notre objet, qui étoit de trouver la ſurface conique lorſqu'on connoît la ſurface EFQ.

Ce corollaire fournit une maniere très-ſimple de déterminer les ſurfaces des voûtes connues ſous

le nom de *trompes droites ſur le coin* ; car ces ſortes de trompes ſont des portions de *cônes* droits coupés par des plans paralleles à leurs côtés.

VI. Corollaire III. Si l'on coupe un *cône* droit $SABCD$, *Fig.* 10, perpendiculairement au triangle SAC, par un plan $EFRQ$, qui rencontre les côtés SC, SA, aux points E, R, & l'axe au point M ; qu'enſuite on abaiſſe du ſommet S la perpendiculaire SK à la ſection commune EM des deux plans $EFRQ$, SAC, & du point M la perpendiculaire MN au côté SC du *cône* : la ſurface conique $SEFRQE$ aura pour expreſſion $EFRQ \times \frac{SK}{MN}$. Car, ſi nous menons MH perpendiculaire à SM, & EL parallele à SM ; & ſi nous faiſons attention que SH & MH peuvent être regardées comme le côté & le rayon de la baſe d'un *cône* droit qui ſeroit produit par la révolution du triangle rectangle SMH autour de SM, nous verrons (III) que la ſurface conique $SERFQE = EFRQ \times \frac{ML}{EM} \times \frac{SH}{MH}$. Or, à cauſe des deux triangles rectangles ſemblables MLE, SKM, on a $\frac{ML}{EM} = \frac{SK}{SM}$; & à cauſe des deux triangles rectangles ſemblables SMH, & SNM, on a $\frac{SH}{MH} = \frac{SM}{MN}$. Donc en ſubſtituant ces valeurs de $\frac{ML}{EM}$, & de $\frac{SH}{MH}$, on aura $SEFRQE = EFRQ \times \frac{SK}{MN}$.

M. d'Alembert démontre ce Théorême d'une maniere très-différente dans ſes *Opuſcules mathématiques*, *tom.* I, *pag.* 238 & 239.

VII. Corollaire IV. Reprenons la figure 8. Puiſque nous poſſédons (III) la méthode de déterminer la ſurface conique $SFEQS$, & que, d'un autre côté, la ſurface conique $SFCQS$, compriſe entre les côtés SF, SQ, & l'arc FCQ de la baſe, eſt évidemment égale au produit $\frac{FCQ \times SF}{2}$, il eſt clair qu'en retranchant de cette expreſſion celle de la ſurface $SFEQS$, nous aurons la ſurface convexe extérieure de l'onglet conique $EFQC$. Si, à cette ſurface, nous ajoutons la ſurface EFQ, qui eſt ſuppoſée connue, & la ſurface du ſegment circulaire FQC qui ſe trouve, en retranchant du ſecteur circulaire $OFCQ$ le triangle OFQ ; nous aurons l'enveloppe, ou la ſurface totale du même onglet.

La ſurface de l'autre partie $SFAQES$ du *cône* ſe trouvera de la même maniere.

VIII. *Déterminer la ſolidité de l'onglet* $EFQC$, Fig. 8.

Il eſt clair qu'on peut conſidérer la portion conique $SFQC$, comme une pyramide qui a pour baſe le ſegment circulaire FQC, & pour hauteur la hauteur SO du *cône*, & la portion conique $SFEQ$ comme une pyramide qui a pour baſe la ſection EFQ, & pour hauteur la perpendiculaire SK abaiſſée du ſommet du *cône* ſur le plan de la ſection EFQ. Retranchant la ſeconde pyramide de la premiere, on aura la ſolidité de l'onglet $EFQC$.

L'autre onglet $EFQSA$ ſe trouvera, ou directement, d'une maniere ſemblable, ou en retranchant de la ſolidité du *cône* celle de l'onglet $EFQC$.

IX. L'article précédent a également lieu pour le *cône* oblique.

Quant aux autres articles, qui concernent la ſurface du *cône* droit, ils n'ont pas lieu pour la ſurface du *cône* oblique.

X. Nous ferons encore une obſervation ſur le *cône* oblique.

En le coupant, ſuivant ſon axe, par une infinité de plans, les ſections avec ſa ſurface & ſa baſe, formeront une infinité de triangles qui auront tous des baſes égales, puiſque ces baſes ſont des diametres du cercle de la baſe du *cône*, mais des hauteurs différentes. De tous ces triangles, le *moindre en ſurface* eſt celui qui partage le *cône* en deux parties égales & ſemblables, & qui contient en même temps l'axe & la hauteur du *cône*, & le *plus grand en ſurface* eſt celui qui eſt perpendiculaire au précédent. (*L. B.*)

CONFIGURATION, (*Aſtron.*) ; ſituation des planetes les unes par raport aux autres. *Voyez* Aspect. Ce mot s'applique principalement aux ſatellites de jupiter, que l'on ne pouroit diſtinguer l'un de l'autre, ſans le ſecours d'une figure où leurs ſituations reſpectives ſont marquées ; on la trouve pour tous les jours dans la *connoiſſance des temps*, dans le *Nautical almanac*, & dans les *Éphémérides de Vienne*.

Pour former ces *configurations*, on ſe contente de calculer, une fois le mois, les longitudes des ſatellites vues de jupiter, par le moyen des tables qui ſe trouvent dans Caſſini, & dans mon *Expoſition du calcul aſtronomique* : le teſte ſe fait par le moyen d'un inſtrument que nous appelons jovilabe, & qui eſt repréſenté dans les *Planches d'Aſtronomie*, *Fig.* 147.

Il y en a un pareil pour les configurations des ſatellites de ſaturne décrit & repréſenté dans mon *Aſtronomie*.

CONJONCTION, (*Aſtronomie*) ; rencontre apparente de deux aſtres ou de deux planetes au même point du ciel, ou plutôt au même ſigne du zodiaque ; car, pour que deux aſtres ſoient cenſés en *conjonction*, il n'eſt pas néceſſaire que leur latitude ſoit la même ; il ſuffit qu'ils aient la même longitude. Les aſtronomes ſe ſervent aſſez généra-

lement du mot de *conjonction*, pour exprimer la ſituation de deux aſtres, dont les centres ſe trouvent avec le centre de la terre dans un même plan perpendiculaire au plan de l'écliptique.

Conjonction *partile*, eſt celle où las deox planetes n'ont pas le même letitude, elle eſt opposée à *centrale* ou *corporele*. (Ozanem.)

Grandes *conjonctions* ſont celles qui arivent rarement, comme cellas de jupiter & de ſaturne tous les 20 ans. *Conjonctions* très-grandes ſont calles qui arivent ancore plus rarement, comma pour mers, jupiter & ſaturne qui ne revienent en *conjonction* que tous les cinq cents ens; mais ce n'eſt qu'à peu près. Ces planetes ſupétieures eu bont de 159 ans ſe retrouvent preſque enſemble, en 476 ans cele eſt plus approchant, & en 2378 encore davantage; cette eſpece de *conjonction* eſt arivée en 1743: ces trois planetes furent vues enſemble pluſieurs moia dans la conſtelletion du lion; mais elles ne ſe trouverent que ſucceſſivement à la même longitude, & en oppoſition evec le ſoleil; ſavoir, mars le 16 février, ſeturne le 25, & jupiter le 28; ce qoi ne fait qu'nn intervalle de 12 jours, & ce qoi ariva très rarement: l'œil placé ſucceſſivement ſur chacune de ces planetes, auroit donc vu dans le même ordre trois *conjonctions* de le terre au ſoleil. On trouvera dans l'hiſtoire & les mémoires de l'Académie de 5743, un plus emple détell ſur ce ſujet. Les anciens établiſſoient una diſtinction des *conjonctions*, qni n'eſt fondée que ſur des notions imagineires des prétendues influences des corps céleſtes, dans tels & tels eſpects.

Le P. Martini & le P. Souciet parlent d'une anciene *conjonction* des planetes dont il eſt queſtion dans les livres chinois, & qu'on raporte à l'an 2449 avant J. C. M. Caſſini la raporte à l'en 2012. *Réflexions ſur la chronologie chinoiſe*, *anciens Mémoires de l'Académie*, *Tom. VIII.* *Voyez* M. Bailly, *Tom. I*, *pag.* 345, le P. Souciet, *Tom. II*, *pages* 33 & 149 de ſon *Hiſt. de l'Aſtron.* chinoiſe. *Miſcellanea Berolinenſia*, *Tom. III*, *pag.* 165, & *Tom. V*, *pag.* 193.

Le P. Souciet, *Tom. I*, *page* 103, parle aoſſi d'une grande *conjonction* arivée en 1725 entre mercure, vénus, mars & jupiter. Mais ces *conjonctions* ne ſauroient être rigoureuſes qu'après des temps énormes, & qn'il ſeroit bien inutile de calculer, puiſque les mouvemens céleſtes ne ſont point aſſez connus pour qu'on puiſſe faire des celculs un peu exacts pour d'auſſi longs interselles.

Le *conjonction* eſt le premier ou le principal des eſpects & celni aoqnel tous les autres commencent; comme l'oppoſition eſt le dernier & celui où ils finiſſent.

Les obſervatioos des planetes dans leurs *conjonctions* ſont très-importantes pour l'Aſtronomie; ce ſont autant d'époqnes qui ſervent à déterminer les mouvemens des corps céleſtes, les routes qu'ils tienent, & la durée de leur cours. Les *conjonctions* de vénus ſont les plus importantes. *Voyez* Passages sur le soleil.

Les planetes inférieures, ſevoir vénus & mercure, ont deux ſortes de *conjonctions*: l'une arive lorſque la planete ſe trouve entre le ſoleil & la terre, & par conſéquent ſe trouve le plus près de le terre; on la nomme *conjonction inférieure*: l'antre arive quend la planete eſt le plus éloignée de le terre qn'il eſt poſſible, c'eſt-à-dire, que le ſoleil ſe trouve entre la planete & la terre; on l'eppele *conjonction ſupérieure*.

La lune ſe trouve en *conjonction* avec le ſoleil toos les mois. On eppele ſes *conjonctions* & ſes oppoſitioos du nom général de *ſyzygies*. Il n'y a jemais d'éclipſe de ſoleil que lorſque ſa *conjonction* avec le lune ſe fait proche les nœnds de l'écliptique, où deus ces nœuds même. Le retour des planetes à leurs *conjonctions* avec le ſoleil, s'eppele *révolution ſynodique*.

La *conjonction* apparente differa de la *conjonction* vraie à reiſon de le *parallaxe*.

Le temps de la *conjonction* de la lune avec le ſoleil ou avec une étoile, étant dédnit de l'obſervation d'une éclipſe ou d'une appulſe en deux lieux différens, donne la différence des méridiens ou la différence des *longitudes*. *Voyez* Éclipse. (*D. L.*)

CONIQUE, edj. (*Géom.*) ſe dit en général de tont ce qui a raport au *cône*, on qui loi apartient, ou qni en a le figure. On dit quelquefois les *coniques*, pour exprimer cette perrie de le Géométrie des lignes courbes, où l'on traite des *ſections coniques*.

Conique, *ſection conique*; ligne courbe qne donna la ſection d'un cône per un plan. *Voyez* Cone & Section.

Les *ſections coniques* ſont l'allipſe, le parabole & l'hyperbole, ſens compter le cercle & le triangle, qn'on peut mettre au nombre des *ſections coniques*: en effet le cercle eſt la ſection d'un cône per un plan parallele à le beſe du cône; & le triangle en aſt la ſection par un plan qni paſſe par la ſommet. On peut an conſéquence regarder le triangle comma une hyperbole dont l'axe tranſverſe ou premier axe eſt égal à zéro.

Quoique les principeles propriétés des *ſections coniques* ſoient expliqnées en particulier à chaque article de l'ellipſe, de la perabole & de l'hyperbole; nous allons cependant les axpoſer toutes an général, & comme ſous un même point de vue; afin qu'en les voyant plus raprochées, on puiſſe plus eiſément ſe les rendre familieres: ce qui eſt néceſſaire pour le haute Géométrie, l'Aſtronomie, la Méchanique, *&c.*

1. Si le plen coupant eſt parallele à quelqoe plen qui paſſe par la ſommet, & qni coupe le cône; ou ce qui revient au même, ſi le plan coupant étant prolongé rencontre à la fois les deux cônes oppoſés, la ſection de chaqne cône s'appele *hyperbole*. Pour repréſenter ſous nn même nom les deux coubes qne donne chaqne cône, leſquelles

ne ſont réellement enſemble qu'une ſeule & même courbe, on les appele *hyperboles oppoſées*.

2. Si le plan coupant eſt parallele à quelque plan qui paſſe par le ſommet du cône, mais ſans couper le cône ni le toucher, la figure que donne alors cette ſection eſt une *ellipſe*.

3. Si le plan paſſant par le ſommet, & auquel on ſuppoſe parallele le plan de la ſection, ne fait ſimplement que toucher le cône, le plan coupant donnera alors une *parabole*.

Mais au lieu de conſidérer les *ſections coniques* par leur génération dans le cône, nous allons, à la maniere de Deſcartes & des autres auteurs modernes, les examiner par leur deſcription ſur un plan.

Deſcription de l'ellipſe. *H*, *I*, *ſect. conic. Fig.* 11, étant deux points fixes ſur un plan; ſi l'on fait paſſer autour de ces deux points un fil *IHB*, que l'on tende par le moyen d'un crayon ou ſtylet en *B*, en faiſant mouvoir ce ſtylet autour des points *H* & *I* juſqu'à ce qu'on reviene au même point *B*, la courbe qu'il décrira dans ce moment ſera une ellipſe.

On peut regarder cette courbe comme ne différant du cercle qu'autant qu'elle a deux centres au lieu d'un. Auſſi ſi on imagine que les points *H*, *I* ſe raprochent, l'ellipſe ſera moins éloignée d'un cercle, & en deviendra un exactement, lorſque ces points *H* & *I* ſe confondront.

Suivant les différentes longueurs que l'on donnera au fil *BHI*, par raport à la diſtance ou longueur *HI*, on formera différentes eſpeces d'ellipſes; & toutes les fois qu'on augmentera l'intervalle *HI*, & la longueur du fil *HBI*, en même raiſon, l'ellipſe reſtera de la même eſpece; les limites des différentes ellipſes ſont le cercle, & la ligne droite dans laquelle cette courbe ſe change lorſque les points *H* & *I* ſont éloignés à leur plus grande diſtance; c'eſt à-dire, juſqu'à la longueur entiere du fil. La différence frapante qui eſt entre le cercle, qui eſt la premiere de toutes les ellipſes, & la ligne droite ou ellipſe infiniment alongée qui eſt la derniere, indique aſſez que toutes les ellipſes intermédiaires doivent être autant d'eſpeces d'ellipſes différentes les unes des autres; & il ſeroit aiſé de le démontrer rigoureuſement.

Dans une ellipſe quelconque *DFKR*, *Fig.* 13, le point *C* eſt appelé *le centre*; les points *H* & *I*, *les foyers*; *DK*, le *grand axe*, ou *l'axe tranſverſe*, ou bien encore *le principal diametre* ou *le principal diametre tranſverſe*; *FR le petit axe*. Toutes les lignes paſſant par *C* ſont nommées *diametres*: les lignes terminées à deux points de la circonférence, & menées parallélement à la tangente *Mμ*, au ſommet d'un diametre, ſont les ordonées à ce diametre. Les parties comme *Mν*, terminées entre le ſommet *M* du diametre, & les *ordonées*, ſont les *abſciſſes*. Le diametre mené parallélement aux ordonées d'un diametre, eſt ſon *diametre conjugué*; enfin la troiſieme proportionele à un diametre quelconque, & à ſon diametre conjugué eſt le *parametre* de ce diametre quelconque. *Voyez* CENTRE, FOYER, AXE, DIAMETRE, *&c.*

Propriétés de l'ellipſe. 1°. Les ordonées d'un diametre quelconque ſont toutes coupées en deux parties égales par ce diametre.

2°. Les ordonées des axes ou diametres principaux ſont perpendiculaires à ces axes. Mais les ordonées aux autres diametres leur ſont obliques. Dans les ellipſes de différentes eſpeces, plus les ordonées ſont obliques ſur leur diametre à égale diſtance de l'axe, plus les axes different l'un de l'autre. Dans la même ellipſe plus les ordonées ſeront obliques ſur leurs diametres, plus ces diametres ſeront écartés des axes.

3°. Il n'y a que deux diametres conjugués qui ſoient égaux entr'eux; & ces diametres *MG*, *VT*, ſont tels que l'angle $FCM = FCV$.

4°. L'angle obtus *VCM*, des deux diametres conjugués égaux, eſt le plus grand de tous les angles obtus que forment entr'eux les diametres conjugués de la même ellipſe; c'eſt le contraire pour l'angle aigu *VCB*.

5°. Les lignes *μP* & *νB* étant des demi-ordonées à un diametre quelconque *MG*, le carré de *μP* eſt au carré de *νB*, comme le rectangle $M\mu \times \mu G$ eſt au rectangle $M\mu \times \nu G$. Cette propriété eſt démontrée par MM. de l'Hôpital, Guiſnée, *&c.*

6°. Le parametre du grand axe, qui ſuivant la définition précédente doit être la troiſieme proportionele aux deux axes, eſt auſſi égal à l'ordonée *MI*, *Fig.* 11, qui paſſe par le foyer *I*.

7°. Le carré d'une demi-ordonée quelconque *Pμ* à un diametre *MG*, *Fig.* 13, eſt moindre que le produit de l'abſciſſe *Mμ* par le parametre de ce diametre. C'eſt ce qui a donné le nom à l'ellipſe, ἔλλειψις, ſignifiant *défaut*.

8°. Si d'un point quelconque *B* (*Fig.* 11) on tire les droites *BH* & *BI* aux foyers, leur ſomme ſera égale au grand axe; & ſi l'on diviſe par la ligne *Ba* l'angle *IBH* que font ces deux lignes, en deux parties, cette ligne *Ba* ſera perpendiculaire à l'ellipſe dans le point *B*.

9°. Un corps décrivant l'ellipſe *DFK* autour du foyer *H*, eſt dans ſa plus grande diſtance à ce foyer *H*, lorſqu'il eſt en *K*; dans ſa plus petite, lorſqu'il eſt en *D*; & dans ſes moyenes diſtances, lorſqu'il eſt en *F* & en *E*.

10°. De plus, cette moyene diſtance *FH* & *EH* eſt égale à la moitié du grand axe.

11°. L'aire d'une ellipſe eſt à celle du cercle circonſcrit *DmK*, comme le petit axe eſt au grand axe. Il en eſt de même de toutes les parties correſpondantes *MIK*, *miK* de ces mêmes aires. Cette propriété ſuit de celle-el, que chaque demi-ordonée *MI* de l'ellipſe, eſt à la demi-ordonée *mI* du cercle dans la raiſon du petit axe au grand. Ce ſeroit le contraire, ſi on comparoit un cercle à une ellipſe circonſcrite, c'eſt-à-dire, qui auroit pour petit axe le diametre de ce cercle.

12°. Tous

12°. Tous les parallélogrammes décrits autour des diametres conjugués des ellipſes, ſont égaux entr'eux. Le parallélogramme $\alpha\beta\gamma\delta$, *Fig.* 53, par exemple, eſt égal au parallélogramme $\varepsilon\zeta\eta\theta$. M. Eulet a étendu cette propriété à d'autres courbes. *Voyez le premier volume de l'Hiſtoire Françoiſe de l'Académie de Berlin*, 1745.

13°. Si la ligne droite *B I* paſſant par l'un des foyers, ſe meut en telle ſorte que l'aire qu'elle décrit ſoit proportionele au temps, le mouvement angulaire de *B H* autour de l'autre foyer, lorſque l'ellipſe ne differe pas beaucoup du cercle, eſt fort approchant d'être uniforme ou égal. Car, dans une ellipſe qui differe peu d'un cercle, les ſecteurs quelconques *B I D*, *E I D*, &c. ſont entr'eux à très-peu près comme les angles correſpondans *B H D*. *Voyez Inſt. Aſtron.* de M. le Monnier, *pag.* 506 *& ſuiv.*

Deſcription de la parabole. *Y L K*, *Fig.* 24, *ſect. coniq.*, eſt une équerre dont on fait mouvoir la branche *Y L* le long d'une regle fixe *Y I*; *P F* eſt un fil dont une extrémité eſt atachée en *X* à cette équerre, & l'autre en *F* à un point fixe *F*. Si pendant le mouvement de cette équerre on tend continuélement le fil par le moyen d'un ſtylet *P*, qui ſuive toujours l'équette, le ſtylet décrira la courbe appelée *parabole*.

La ligne *L I* eſt nommée la *directrice*; *F* le foyer; le point *T* qui diviſe en deux parties égales la perpendiculaire *F I* à la directrice, eſt le ſommet de la parabole. La droite *T F*, prolongée indéfiniment, l'axe.

Toute ligne comme *n i* parallele à l'axe, eſt appelée *diametre*. Les lignes comme *H I* terminées à deux points *H*, *I* de la parabole, & menées parallélement à la tangente au ſommet d'un diametre, ſont les ordonées à ce diametre. Les parties *i q* ſont ler abſciſſes. Le quadruple de la diſtance du point *i* au point *F*, eſt le parametre du diametre *i n*: d'où il ſuit que le quadruple de *F T* eſt le parametre de l'axe, qu'on appele auſſi le *parametre de la parabole*.

Propriétés de la parabole. 1°. Ler ordonées à un diametre quelconque, ſont toujours coupées en deux parties égales par ce diametre.

2°. Les ordonées à l'axe lui ſont perpendiculaires, & ſont les ſeules qui ſoient perpendiculaires à leur diametre; les autres ſont d'autant plus obliques, que le diametre dont elles ſont ordonées, eſt plus éloigné de l'axe.

3°. La carré d'une demi-ordonée quelconque *q I*, eſt égal au rectangle de l'abſciſſe correſpondante *i q*, par le parametre du diametre *i n* de ces ordonées: c'eſt de cette égalité qu'eſt tiré le nom de la parabole, $\pi\alpha\rho\alpha\beta o\lambda\eta$, ſignifiant *égalité* ou *comparaiſon*.

4°. La parametre de la parabole, c'eſt-à-dite, le parametre de l'axe, eſt égal à l'ordonée à l'axe, laquelle paſſe par le foyer *F*, & ſe termine de part & d'autre à la parabole.

5°. La diſtance *P F* d'un point quelconque *P* de la parabole au foyer *F*, eſt égale à la diſtance *P L* du même point à la directrice *L I*; cette propriété ſuit évidemment de la deſcription de la courbe.

6°. Lorſque l'abſciſſe eſt égale au parametre, la demi-ordonée eſt auſſi de la même longueur.

7°. Les carrés des deux ordonées au même diametre, qui répondent à deux différens points de la parabole, ſont entr'eux dans la même proportion que les deux abſciſſer de ces ordonées.

8°. L'angle *b i n* entre la tangente *b t* au point quelconque *i*, & le diametre *i n* au même point, eſt toujours égal à l'angle *i F*, que cette tangente fait avec la ligne *i F* tirée au foyer. Ainſi, ſi *H i l* repréſente la ſurface d'un miroir expoſée aux rayons de lumiere de maniere qu'ils viennent paralélement à l'axe, ils ſeront tous réfléchis au point *F*, où ils brûleront par leur réunion: c'eſt ce qui fait qu'on a nommé ce point le *foyer*.

9°. La parabole eſt une courbe qui s'étend à l'infini à droite & à gauche de ſon axe.

10°. La parabole à meſure qu'elle s'éloigne du ſommet, a une direction plus approchante du paralléliſme à l'axe, & n'y arive jamais qu'après un cours infini.

11°. Si deux paraboles ont le même axe & le même ſommet, leurs ordonées à l'axe répondant aux mêmes abſciſſer, ſeront toujours entr'elles en raiſon ſous doublée de leurs parametres, ainſi que les aires terminées par ces ordonées.

12°. La valeur d'un eſpace quelconque *i q H*, renfermé entre un arc de parabole, le diametre *i q* au point *i*, & l'ordonée *H q* au point *H*, eſt toujours le double de l'eſpace *i b H* renfermé entre le même arc *i H*, la tangente *i b*, & la parallele *b H* à *i q*; ou ce qui revient au même, l'eſpace *i H q* eſt toujours les deux tiers du parallélogramme circonſerit.

13°. Si d'un point quelconque *H* de la parabole, on mene une tangente *H m* à cette courbe, la partie *i m* compriſe entre le point où cette tangente rencontre un diametre quelconque & le point *i* ſommet de ce diametre, eſt toujours égale à l'abſciſſe *i q*, qui répond à l'ordonée *q H* de ce diametre pour le point *H*.

14°. Touter les paraboles ſont ſemblabler entr'elles & de la même eſpece, ainſi que les cercles.

15°. Si on fait paſſer un diametre par le concours de deux tangentes quelconques, ce diametre diviſera en deux parties égales la ligne qui joint les deux points de contact: cette propriété eſt commune à toutes les *ſections coniques*.

Deſcription de l'hyperbole. La regle *I B T*, *Fig.* 15, eſt atachée au point fixe *I*, autour duquel elle a la liberté de tourner. À l'extrémité *T* de cette regle eſt ataché un fil *H B T*, dont la longueur eſt moindre que *I T*; l'autre bout de ce fil eſt ataché à un autre point fixe *H*, dont la diſtance au premier *I* eſt plus grande que la différence qui eſt entre le fil & la regle *I T*, & plus petite que la longueur de cette regle. Cela

poſé, ſi pendant que la regle *IT* tourne autour du point *I*, on tend continuélement le fil par le moyen d'un ſtylet qui ſuive toujours cette regle, ce ſtylet décrira la courbe appelée *hyperbole*.

Les points *H* & *I* ſont appelés les *foyers*. Le point *C* qui diviſe en deux parties égales l'intervalle *IH*, eſt le centre. Le point *D* qui eſt celui ou tombe le point *B*, lorſque la regle *IT* tombe ſur le ligne *IH*, eſt le ſommet de l'hyperbole. Le droite *DK* double de *DC*, eſt l'axe tranſverſe, la figure *SKL* égale & ſemblable à *BDT*, que l'on décriroit de la même maniere en arachant la regle en *H*, au lieu de l'atacher en *I*, ſeroit l'hyperbole oppoſée à la premiere.

Le report qui eſt entre la diſtance des points *H* & *I*, & la différence du fil à la regle, eſt ce qui caractériſe l'eſpece de l'hyperbole.

Il y a une autre maniere de décrire l'hyperbole, qui rend plus facile la démonſtration de la plupart de ſes propriétés. Voici cette méthode.

LL & *MM*, *Fig.* 16, étant deux droites quelconques données de poſition qui ſe coupent en un point *C*, & *cDdC* un parallélogramme donné, ſi on trace une courbe *eDh* qui ait cette propriété qu'en menant de chacun de ſes points *e* les paralleles *ed*, & *ec* à *LL* & *MM*, le parallélogramme *cedC* ſoit égal au parallélogramme *DcCd*, cette courbe ſera une hyperbole.

La courbe égale & ſemblable à cette courbe que l'on décriroit de la même maniere dans l'angle oppoſé des lignes *MM*, *LL*, ſeroit l'hyperbole oppoſée.

Les deux hyperboles que l'on décriroit avec le même parallélogremme entre les deux autres angles qui ſont les complémens à deux droits des deux premiers, ſeroient les deux courbes appelées les *hyperboles conjuguées* aux premiers. *Voyez* CONJUGUÉ.

Le point *C* où les deux droites *MM*, *LL*, ſe rencontrent, eſt le centre de toutes ces hyperboles.

Toute ligne paſſant par le centre, & terminée aux deux hyperboles oppoſées, eſt un diametre de ces hyperboles. Toutes les droites menées parallélement à la tangente au ſommet de ce diametre & terminées par l'hyperbole, ſont des ordonées à ce diametre; & les parties correſpondantes du prolongement de ce diametre, leſquelles ſont terminées per le ſommet de ce diametre & par les ordonées, ſont les abſciſſes.

Un diametre quelconque de deux hyperboles oppoſées, a pour diametre conjugué celui des hyperboles conjuguées qui a été mené parallélement aux ordonées du premier.

Le parametre d'un diametre quelconque, eſt la troiſieme proportionele à ce diametre, & à ſon conjugué.

Les lignes *LL*, *MM* ſont appelées les *aſymptotes*, tant des hyperboles oppoſées que des conjuguées. *Voyez* ASYMPTOTE.

Propriétés de l'hyperbole. 1°. Les ordonées à un diametre quelconque ſont toujours coupées en deux parties égales par ce diametre.

2°. Les ordonées à l'axe ſont les ſeules qui ſoient perpendiculaires à leur diametre; les autres ſont d'autant plus obliques, que le diametre eſt plus écarté de l'axe; & en comparant deux hyperboles de différentes eſpeces, les diametres qui ſeront à même diſtance de l'axe, auront des ordonées d'autant plus obliques, que la différence de l'angle *LCM* à ſon complément ſera plus grande.

3°. Le carré d'une ordonée à un diametre quelconque eſt au carré d'une autre ordonée quelconque au même diametre, comme le produit de l'abſciſſe correſpondante à cette premiere ordonée par la ſomme de cette abſciſſe & du diametre, eſt au produit de l'abſciſſe correſpondante à la ſeconde ordonée, par la ſomme de cette abſciſſe & du diametre.

4°. Le parametre de l'axe tranſverſe eſt égal à l'ordonée qui paſſe par le foyer.

5°. Le carré d'une demi-ordonée à un diametre eſt plus grand que le rectangle de l'abſciſſe correſpondante par le parametre de ce diametre. C'eſt de cet excès, appelé en grec ὑπερβολὴ, qu'eſt venu le nom de l'*hyperbole*.

6°. Si d'un point quelconque *B*, *Fig.* 15, on tire deux lignes *BH*, *BI* aux foyers, leur différence ſera égale au grand axe; ce qui ſuit évidemment de la premiere deſcription de l'hyperbole.

7°. Si on diviſe en deux parties égales l'angle *HBI*, compris entre les deux lignes qui vont d'un point quelconque aux foyers, la ligne de biſſection ſera tangente à l'hyperbole en *B*.

8°. Les lignes droites *LL*, *MM*, *Fig.* 26, dans leſquelles ſont renfermées les deux hyperboles oppoſées & leurs conjuguées, ſont aſymptotes de ces quatre hyperboles, c'eſt-à-dire, qu'elles en approchent continuélement ſans jamais les rencontrer, mais qu'elles peuvent en approcher de plus près que d'une diſtance donnée, ſi petite qu'on la ſuppoſe.

9°. L'ouverture de l'angle que font les aſymptotes des deux hyperboles oppoſées, caractériſe l'eſpece de cette hyperbole. Lorſque cet angle eſt droit, l'hyperbole s'appele *équilatere*, à cauſe que ſon axe (*latus tranſverſum*) & ſon parametre (*latus rectum*) ſont égaux entr'eux. Cette hyperbole eſt à l'égard des autres, ce que le cercle eſt à l'égard des ellipſes. Si par exemple ſur le même axe, en variant l'axe conjugné, on conſtruit différentes hyperboles, les ordonées de ces différentes hyperboles qui auront les mêmes abſciſſes, ſeront à l'ordonée correſpondante de l'hyperbole équilatere, comme l'exe conjugné eſt à l'axe tranſverſe.

10°. Si par le ſommet d'un diametre quelconque on tire une tangente à l'hyperbole, l'intervalle retranché ſur cette tangente par les aſymptotes, eſt toujours égal au diametre conjugué.

11°. Si par un point quelconque *m* de l'hyper-

bole, *Fig.* 17, on tire à volonté des lignes KmH, rmR qui rencontrent les deux aſymptotes, on aura $MR = mr$, $HE = mK$: ce qui fournit une maniere bien ſimple de décrire une hyperbole, dont les aſymptotes CQ, CT ſoient données, & qui paſſe par un point donné m: car menant par m une ligne quelconque KmH, & prenant $HE = mK$, le point E ſera à l'hyperbole. On trouvera de même un autre point M de l'hyperbole, en menant une autre ligne rmR, & prenant $MR = mr$; & ainſi des autres.

12°. Si ſur l'une des aſymptotes OM, *Fig.* 16, l'on prend les parties CI, CII, $CIII$, CIV, CV, &c. qui ſoient en progreſſion géométrique, & qu'on mene par les points CI, CII, $CIII$, CIV, les paralleles $I1$, $II2$, $III3$, $IV4$, $V5$, &c. à l'autre aſymptote, les eſpaces $I2$, $II3$, $III4$, $IV5$, $V6$, &c. ſeront tous égaux. D'où il ſuit que ſi l'on prend les parties CI, CII, $CIII$, &c. ſuivant l'ordre des nombres naturels, les eſpaces $I2$, $II3$, $III4$, &c. repréſenteront les logarithmes de ces nombres.

De toutes les propriétés des *ſections coniques* on peut conclure: 1°. que ces courbes ſont toutes enſemble un ſyſtême de figures régulieres, tellement liées les unes aux autres, que chacune peut dans le paſſage à l'infini, changer d'eſpece & devenir ſucceſſivement de toutes les autres. Le cercle, par exemple, en changeant infiniment peu le plan coupant, devient une ellipſe; & l'ellipſe en reculant ſon centre à l'infini, devient une parabole, dont la poſition étant enſuite un peu changée, elle devient la premiere hyperbole: toutes ces hyperboles vont enſuite en s'élevant, juſqu'à ſe confondre avec la ligne droite, qui eſt le côté du cône.

On voit, 2°. que, dans le cercle, le parametre eſt double de la diſtance du ſommet au foyer ou centre; dans l'ellipſe, le parametre de tout diametre eſt à l'égard de cette diſtance dans une raiſon qui eſt entre la double & la quadruple, dans la parabole cette raiſon eſt préciſément le quadruple, & dans l'hyperbole la raiſon paſſe le quadruple.

3°. Que tous les diametres des cercles & des ellipſes ſe coupent au centre & en dedans de la courbe; que ceux de la parabole ſont tous paralleles entr'eux & à l'axe; que ceux de l'hyperbole ſe coupent au centre, auſſi-bien que ceux de l'ellipſe, mais avec cette différence que c'eſt en dehors de la courbe. (CHAMBERS.)

On peut s'inſtruire des principales propriétés des *ſections coniques*, dans l'*application de l'Algebre à la Géométrie*, par M. Guiſnée: ceux qui voudront les apprendre plus en détail, auront recours à l'ouvrage de M. le marquis de l'Hôpital, qui a pour titre, *Traité analytique des ſections coniques*: enfin on trouvera les propriétés des *ſections coniques* traitées fort au long dans l'ouvrage *in-folio* de M. de la Hire, qui a pour titre, *ſectiones conicæ in novem libros diſtributæ*; mais les démonſtrations en ſont pour la plupart très-longues, & pleines d'une ſyntheſe difficile & embaraſſée. Enfin M. de la Chapelle, de la Soeiété royale de Londres, a publié ſur cette matiere un Traité inſtructif & aſſez court, approuvé par l'Académie royale des Sciences.

Las *ſections coniques*, en y comprenant le cercle, compoſent tout le ſyſtême des lignes du ſecond ordre ou courbes du premier genre, la ligne droite étant appelée *ligne* du premier ordre. Ces lignes du ſecond ordre ou courbes du premier genre, ſont celles dans l'équation deſquelles les indéterminées x, y, montent au ſecond degré. Ainſi, pour repréſenter en général toutes les *ſections coniques*, il faut prendre une équation dans laquelle x, y, montent au ſecond degré, & qui ſoit la plus compoſée qui ſe puiſſe, c'eſt-à-dire, qui contiene, outre les carrés xx & yy, 1°. le plan xy, 2°. un terme qui renferme x linéaire, 3°. un terme qui contiene y linéaire, & enfin un terme tout conſtant. Ainſi, l'équation générale des *ſections coniques* ſera

$$yy + pxy + bxx + cx + a = o.$$
$$+ qy$$

Cela poſé, voici comment on peut réduire cette equation à repréſenter quelqu'une des *ſections coniques* en particulier.

Soit $y + \frac{px}{2} + \frac{q}{2} = z$, on aura $zz - \frac{p^2x^2}{4} - \frac{2pqx}{4}$ $+ bxx - \frac{qq}{4} + cx + a = o$. Équation qu'on peut changer en celle-ci: $zz + Axx + Bx + C = o$.

Alors on verra facilement que les nouveles coordonées de la courbe ſont z, & une autre ligne u qui eſt en raport donné avec x, de ſorte qu'on peut ſuppoſer $x = mu$; ainſi l'équation pour les coordonées z, u, ſera

$$zz - Duu + Fu + G = o.$$

Or, 1°. ſi $D = o$, la courbe eſt une parabole: 2°. ſi D eſt négatif, la courbe eſt une ellipſe; & elle ſera un cercle, ſi $D = -1$, & que l'angle des coordonées z & u ſoit droit: 3°. ſi D eſt poſitif, la courbe ſera une hyperbole. Au reſte, il arivera quelquefois que la courbe ſera imaginaire, lorſque la valeur de z en u ſera imaginaire.

C'eſt ainſi qu'on pouroit parvenir à donner un traité vraiment analytique des *ſections coniques*; c'eſt-à dire, où les propriétés de ces courbes ſeroient déduites immédiatement de leur équation générale, & non pas, comme dans l'ouvrage de M. le marquis de l'Hôpital, de leur deſcription ſur un plan. M. l'abbé de Gua a fait ſur ce ſujet de fort bonnes réflexions dans ſon ouvrage intitulé, *uſage de l'analyſe de Deſcartes*, & il y a tracé le plan d'un pareil traité.

M. le marquis de l'Hôpital, après avoir donné dans ſes trois premiers livres de ſon ouvrage les propriétés de chacune des *ſections coniques* en

particulier, a conſacré le quatrieme livre à expoſer les propriétés qui leur ſont communes à toutes : par exemple, que toutes les ordonées à un même diametre ſont coupées en deux également par ce diametre, que les tangentes aux deux extrémités d'une même ordonée aboutiſſent au même point du diametre, *&c.*

Les anciens avoient conſidéré d'abord les *ſections coniques* dans le cône où elles ſont nées ; & la meilleure maniere de traiter ces courbes, ſeroit peut-être de les enviſager d'abord dans le cône, d'y chercher leur équation, & de les tranſporter enſuite ſur le plan pour trouver plus facilement par le moyen de cette équation leurs autres propriétés ; c'eſt ce que M. de la Chapelle s'eſt propoſé de faire dans l'ouvrage dont nous avons parlé.

Quelques auteurs, non contens de démontrer les propriétés des *ſections coniques* ſur le plan, ont encore cherché le moyen de démontrer ces propriétés, en conſidérant les *ſections coniques* dans le cône même. Ainſi, M. le marquis de l'Hôpital a conſacré le ſixieme livre de ſon ouvrage à faire voir comment on retrouve dans le ſolide les mêmes propriétés des *ſections coniques* démontrées ſur le plan : il a rempli cet objet avec beaucoup de clarté & de ſimplicité. Dans cet article, nous avons enviſagé les *ſections coniques* de la maniere qui demande le moins d'apprêt, mais qui n'eſt peut-être pas la plus naturele : la méthode que nous avons ſuivie convenoit mieux à un ouvrage tel que celui-ci ; & celle que nous propoſons conviendroit mieux à un ouvrage en forme ſur les *ſections coniques*. *Voyez les articles* Courbe, Lieu, Construction, *&c.*

Pour démontrer les propriétés des *ſections coniques* dans le cône, il eſt bon de prouver d'abord que toute *ſection conique* eſt une courbe du ſecond ordre, c'eſt-à-dire, où les inconnues ne forment pas une équation plus haute que le ſecond degré. Cela ſe peut prouver très-aiſément par l'Algebre, en imaginant un cercle qui ſerve de baſe à ce cône, en faiſant les ordonées de la *ſection conique* paralleles à celles du cercle, & en formant des triangles ſemblables qui aient pour ſommet commun celui du cône, & pour baſes les ordonées paralleles, *&c.* Nous ne faiſons qu'indiquer la méthode : les lecteurs intelligens la trouveront ſans peine ; & les autres peuvent avoir recours à la théorie des *ombres* dans l'ouvrage de M. l'abbé de Gua, qui a pour titre *uſages de l'analyſe de Deſcartes*, &c.

Cela bien démontré, il eſt viſible que la ſection d'un cône par un plan qui le traverſe entiérement, ne peut être qu'une ellipſe ou un cercle ; car cette ſection rentre en elle-même, & ne ſauroit être par conſéquent ni hyperbole ni parabole : de plus ſon équation ne monte qu'au ſecond degré, ainſi elle ne peut être que cercle ou ellipſe. Mais on n'a pas trop bien démontré dans quel cas la ſection eſt un cercle ou une ellipſe.

1°. Elle eſt un cercle, lorſqu'elle eſt parallele à la baſe du cône.

2°. Elle eſt encore un cercle, lorſqu'elle forme une ſection *ſous-contraire*, & lorſqu'elle eſt de plus perpendiculaire au triangle paſſant par l'axe du cône, & perpendiculaire lui-même à la baſe ; cela eſt démontré dans pluſieurs livres.

3°. Il eſt aiſé de conclure de la démonſtration qu'on donne d'ordinaire de cette propoſition, & qu'on peut voir, ſi l'on veut, dans le *traité des ſections coniques* de M. de la Chapelle, que toute ſection perpendiculaire au triangle par l'axe, & qui ne fait pas une ſection ſous-contraire, eſt une ellipſe. Mais ſi la ſection n'eſt pas perpendiculaire à ce triangle, il devient un peu plus difficile de le démontrer. Voici comment il faut s'y prendre.

En premier lieu, ſi, dans cette hypotheſe, la *ſection conique* paſſe par une autre ligne que celle que forme la ſection ſous-contraire avec le triangle par l'axe, il eſt aiſé de voir que le produit des ſegmens de deux lignes tirées dans le plan de la courbe ne ſera pas égal de part & d'autre ; & qu'ainſi la courbe n'eſt pas un cercle, puiſque dans le cercle les produits des ſegmens ſont égaux.

En ſecond lieu, ſi, dans cette même hypotheſe, le plan de la courbe paſſe par une ligne que forme la ſection ſous-contraire avec le triangle par l'axe, il n'y a qu'à imaginer un autre triangle perpendiculaire à celui-ci, & paſſant par l'axe ; on verra aiſément, 1°. que ce triangle ſera iſoſcele ; 2°. que la ſection de ce triangle avec la ſection ſous-contraire, ſera parallele à la baſe ; 3°. que par conſéquent le plan dont il s'agit étant différent de la ſection ſous-contraire (hyp.), coupera ce nouveau triangle ſuivant une ligne oblique à la baſe ; & il eſt très-aiſé de voir que les ſegmens de cette ligne font un produit plus grand que celui des ſegmens de la ligne parallele à la baſe. Or ce ſecond produit eſt égal au produit des ſegmens de la ſection ſous-contraire, puiſque cette ſection eſt un cercle ; donc le premier produit eſt plus grand ; donc la ſection eſt une ellipſe. Je ne ſache pas que cette propoſition ait été démontrée dans aucun livre. Ceux qui travailleront dans la ſuite ſur les *coniques*, pourront faire uſage des vues qu'on leur donne ici. (*O*).

* On trouve dans le Traité de *la Coupe des pierres* de M. Frézier (*tom.* 1, *pag.* 222), un problême des ſections coniques, relatif à cet art, & dont MM. Jean Bernoulli, pere & fils, ont donné chacun une ſolution particuliere. Le voici réſolu d'une maniere encore différente & plus générale.

Problême. *Soit*, Fig. 18, *un cône droit érigé ſur une baſe elliptique dont* C X *eſt le grand axe*, *&* F D *la petite : on demande la nature de la courbe que formera, ſur la ſurface de ce cône, le plan* A M S Y, *qu'on ſuppoſe perpendiculaire au plan triangulaire* F T D.

Soit mené par un point quelconque M de la courbe $AMSY$, un plan NMO parallele à la baſe du cône: les deux plans $AMSY$, NMO ſe rencontreront dans la droite MP, qui ſera par conſéquent une ordonée commune aux axes AS, NO des courbes qu'ils forment ſur la ſurface *conique*. Ayant encore mené parallelément à l'axe TE du cône la droite PHV qui rencontre le côté FT en H, & qui eſt terminé par TV parallele au demi axe FE, on abaiſſera du point A la perpendiculaire AQ ſur TE. Cela poſé, ſoient $FD = 2a$, $CX = 2b$, $TE = b$, $RT = g$, $AR = c$, $AQ = m$, $AP = x$, $PM = y$. On aura, par la propriété de l'ellipſe, $\overline{PM}^2 = \left(\overline{BN}^2 - \overline{BP}^2\right) \times \frac{bb}{aa}$. Mais, à cauſe des triangles ſemblables EFT, BNT, on a $TE\ (b) : FE\ (a) :: TB : BN = \frac{BT \times a}{b}$. Les triangles ſemblables ART, APH donnent $AR\ (c) : RT\ (g) :: AP\ (x) : PH = \frac{gx}{c}$, & les triangles ſemblables TFE, HTV donnent $FE\ (a) : ET\ (b) :: TV : HV = \frac{TV \times b}{a}$. Enfin, à cauſe des triangles ſemblables ARQ, PRB, TV ou $BP = \frac{mc - mx}{c}$; donc $HV = \frac{mcb - mbx}{ac}$; donc auſſi $BT = PH + HV = \frac{gx}{c} + \frac{mbc - mbx}{ac} = \frac{agx - mbx + mcb}{ac}$, & $\overline{BN}^2 = \overline{BT}^2 \times \frac{aa}{bb} = \left(\frac{agx - mbx + mcb}{ac}\right)^2 \times \frac{aa}{bb}$. D'où il ſuit qu'on aura, après les réductions ordinaires, PM^2 ou $yy = \frac{2abbcghmx - (2abbghm - a^2b^2g^2)xx}{aaccbb}$; équation à la courbe cherchée, laquelle eſt, comme on voit, une ſection *conique*. Si $2abbghm = a^2b^2g^2$, ou $2bm = ag$, elle ſera une parabole. Si $2bm > ag$, elle ſera, en général, une ellipſe. Enfin, ſi $2bm < ag$, elle ſera une hyperbole.

Suppoſons maintenant qu'on demande le cas où cette courbe devient un cercle. Voici comment on réſoudra cette queſtion avec la plus grande facilité.

L'équation $yy = \frac{2abbcghmx - (2abbghm - a^2b^2g^2)xx}{aaccbb}$ apartiendra au cercle, ſi on peut la réduire à cette forme $yy = Bx - xx$. Or, pour cela, il faut qu'on ait $\frac{2abbghm - a^2b^2g^2}{aaccbb} = 1$; d'où l'on tire $cc = \frac{2abbghm - a^2b^2g^2}{aabb}$. Le point A eſt toujours fixe; mais, dans l'équation générale, AR dépend de RT. La courbe peut être une ellipſe, en faiſant varier AR & RT d'une infinité de façons; mais, pour qu'elle ſoit un cercle, il eſt clair que le raport de AR à RT doit être un raport déterminé. Il faut donc conſidérer $AR\ (c)$ & $RT\ (g)$ comme deux inconnues. Nous avons déja l'équation $cc = \frac{2abbghm - a^2b^2g^2}{aabb}$, & nous aurons $\overline{RQ}^2$, ou $(TQ - RT)^2 = \overline{AR}^2 - \overline{AQ}^2$, c'eſt-à-dire, en termes analytiques $\left(\frac{mb}{a} - g\right)^2 = cc - mm$. De la comparaiſon de ces deux équations, on tire

$$g = \frac{mb \pm mb\sqrt{\frac{bb - aa}{bb + bb}}}{a}.$$

$$c = \frac{bm}{a}\sqrt{\frac{aa + bb}{bb + bb}}.$$

La droite AR eſt donc connue de poſition, & le problême eſt réſolu. Ce réſultat s'acorde parfaitement, quant au fonds, avec ceux de MM. Bernoulli. (*L. B.*)

CONJUGUÉ, adj. Dans les ſections coniques on appele diametres *conjugués*, ceux qui ſont réciproquement paralleles à leurs tangentes au ſommet. *Voyez* DIAMETRE, SECTION CONIQUE.

Axe *conjugué*; eſt le nom que pluſieurs auteurs donnent au plus petit des diametres ou au petit axe d'une ellipſe. *Voyez* ELLIPSE.

Il eſt démontré, 1.° que dans une ellipſe le carré de l'axe *conjugué* eſt au carré de l'axe tranſverſe, comme le carré de la demi-ordonée à l'axe *conjugué* eſt au rectangle des ſegmens de cet axe: 2.° que toute ligne droite tirée du foyer aux extrémités du demi-axe *conjugué*, eſt égale au demi-axe tranſverſe. De là il ſuit que les deux axes étant donnés, on a auſſi-tôt les foyers, par le moyen deſquels il eſt aiſé enſuite de tracer l'ellipſe. *Voyez* FOYER.

L'axe *conjugué* dans un ellipſe ou hyperbole, eſt le moyen proportionel entre l'axe tranſverſe & le parametre. *Voyez* ELLIPSE, HYPARBOLE, PARAMETRE.

Ovale conjuguée, dans la *haute Géométrie*, ſe

dir d'une ovale qui apartient à une courbe, & qui ſe trouve placée ſur le plan de cette courbe, de maniere qu'elle eſt comme iſolée & ſéparée des autres branches ou portions de la courbe. On trouve de ces ſortes d'ovales dans les courbes du ſecond genre ou lignes du troiſieme ordre, comme M. Newton l'a remarqué. Quelques-unes de ces courbes ſont compoſées de pluſieurs branches infinies, telles qu'on les voit, *Fig.* 43, *analyſe*, & d'une ovale *A* ſéparée des autres branches, & placée dans le plan de la courbe.

Il y a des cas où l'ovale *A* ſe rédnit à nn ſeul point, & cette ovale s'appele alors *point conjugué*.

Quelquefois l'*ovale conjuguée* touche la courbe, & le point *conjugué* y eſt adhérent.

M. l'abbé de Gua, dans ſon livre qui a pour titre *uſages de l'analyſe de Deſcartes*, remarque & prouve que la courbe appelée *caſſinoïde* ou *ellipſe* de M. Caſſini, doit dans certains cas être compoſée de deux *ovales conjuguées*, telles que *A*, *B*, *Fig.* 44, *analyſe*, diſtantes l'une de l'autre, & que ces ovales peuvent même ſe rédnire chacune à un ſeul point *conjugué*, en ſorte que la courbe dont il s'agit n'aura alors d'ordonées réelles qne dans deux de ſes points, & ſe réduira par conſéquent à deux points *conjugués* uniques & iſolés, placés à une certaine diſtance l'un de l'autre ſur le plan de la courbe.

Pour qu'une conrbe ſe rédniſe à nn point *conjugué*, il faut qne la valeur de y en x ſoit telle, que cette valeur ne ſoit réelle que quand x a elle-même une certaine valeur déterminée; par exemple, la courbe dont l'équation ſeroit $yy + xx = o$, ou $y = \sqrt{-xx}$, ſe rédnit à un point *conjugué*; car c'eſt l'équation d'on cercle dont le rayon eſt nul on zéro; ce cercle ſe réduit donc à un point. La valeur de y eſt nulle lorſqne $x = o$, & imaginaire ſi x eſt réelle.

Ceux qui ont peu eéfléchi ſnr la nature des lignes courbes, entant qu'elle eſt repréſentée par des équations, trouveront d'abord fort extraordinaires ces ovales & ces points *conjugués*, iſolés & ſéparés dn reſte de la courbe. Comme les courbes les plus familieres & les plus conoues n'en ont point, ſavoir le cercle, les ſections coniques, la conchoïde, *&c.* que ces différentes courbes ſe décrivent ou peuvent ſe décrire par nn mouvement continu; ces autres conrbes dont les parties ſont, pour ainſi dire, détachées, paroiſſent d'abord fort ſingulieres; cependant on pouroit obſerver que l'hyperbole nous fournit en quelque maniere un exemple de ces courbes, dont les parties ſont détachées; car les deux hyperboles oppoſées paroiſſent n'avoir ente'elles rien de commun, & apartienent pourtant à une ſeule & même courbe.

Tout ce myſtere prétendu diſparoîtra, ſi on fait réflexion qu'une courbe repréſentée par nne équation, n'eſt proprement que le lieu des différens points qui peuvent ſervir à réſoudre un problême indéterminé; que les ordonées qui répondent aux différentes valeurs x, ne ſont autre choſe que les valeurs de y, qu'on auroit en réſolvant ſéparément cette équation poue chaque valeue de x; & que ſi la valeur de x eſt telle qne l'y correſpondante ſoit imaginaire, l'ordonée ſera imaginaire; qu'ainſi nn point *conjugué* dans nne courbe ne ſignifie autre choſe ſinon que la valeur de x qni répond à ce point *conjugué*, donne une valeur réelle pour y, & que ſi on prend x un peu plns grande ou un peu plus petite, la valeur de y ſera imaginaire; ce qui n'a plus rien de merveilleux. C'eſt ainſi qu'avec des idées nettes & préciſes, on peut ôier à bien des vérités certain air paradoxe que quelques ſavans ne ſont pas fâchés de leur donner, & qui en fait ſouvent tout le mérite. (*O*).

Conjuguées (*Hyperboles*). On appele ainſi deux hyperboles oppoſées, que l'on décrit dans l'aagle vide des aſymptotes des hyperboles oppoſées, & qui ont les mêmes aſymptotes que ces hyperboles, & le même axe, avec cette ſeule différence, que l'axe tranſverſe des oppoſées eſt le ſecond axe des *conjuguées*, & eéciproquement.

Quelques Géometres ſe ſont imaginés que le ſyſtême des *hyperboles conjuguées* & des hyperboles oppoſées formoit un ſeul & même ſyſtême de courbes, mais ils étoient dans l'erreur. Prenons pour exemple les hyperboles oppoſées équilateres. L'équation eſt $yy = xx - aa$, d'où l'on voit que $x < a$ donne y imaginaire; qn'ainſi dans l'angle des aſymptotes, autre qne celui où ſont les hyperboles oppoſées, on ne peut tracer de conrbes qui apartienent au même ſiſtême; cae alors $x < a$ donneroit y réel. On pent encore s'aſſurer ſans calcul, qne les *hyperboles conjuguées* & les hyperboles oppoſées, ne forment point on même ſyſtême, parce que l'on trouve bien dans un cône & dans ſon oppoſé les hyperboles oppoſées, mais jamais les *conjuguées*. Mais, dira-t-on, ſi je formois cette éqnation $(yy - xx)^2 = a^4 = o$, cette équation repréſenteroit le ſyſtême des qnatre hyperboles; car on auroit $yy - xx = \pm aa$; & $y = \pm\sqrt{xx - aa}$, $y = \pm\sqrt{xx + aa}$; d'où l'on voit aiſément que les deux premieres valeurs de y eepréſentent les hyperboles oppoſées, & les deux autres les *hyperboles conjuguées*; ainſi, conclura-t-on, le ſyſtême des *hyperboles conjuguées* & oppoſées apartienent à une même courbe, dont l'éqnation eſt $(yy - xx)^2 - a^4 = o$. Mais il faut remarqner que cette éqnation ſe diviſe en deux antres, $yy - xx + aa = o$, $yy - xx - aa = o$; & qu'nne éqnation n'apartient jamais à un ſeul & même ſiſtême de conrbes, que lorſqn'elle ne peut ſe diviſer en deox autres éqnations rationeles. Ainſi, $yy - xx = o$, ne repréſente point nn ſeul & même ſyſtême de conrbes, parce que cette équation ſe diviſe en $y - x = o$, $y + x = o$; mais $yy - xx + aa = o$ repréſente un ſeul & même ſyſtême, parce qn'on ne peut diviſer cette équation qu'en ces deux-ci, $y - \sqrt{xx - aa} = o$,

$\&cy + \sqrt{xx - aa} = o$, qui ne ſont pas rationeles. *Voyez* Courbe. Cette remarque eſt très-importante poor les commençans, qui ne la trouveront gnere ailleurs. (*O*).

CONNOISSANCE DES TEMPS, (*Aſtronomie*); titre qne porte l'aneiene éphéméride des mouvemens céleſtes, on almanach que publie ehaque année l'Académie des Sciences de Paris, pour l'uſage des aſtronomes & des navigateurs. Ce titre a pu faire croire à ceux qni o'avoient pas conſulte l'ouvrage, qu'on y annonçoit le bean temps ou la plnie; mais il ne s'agit dans cet ouvrage qne des temps conſidérés aſtronomiqoement, & par rapott aux mouvemens céleſtes qni en ſont la meſure.

Ce livre, qui a été le modele de tous les almanachs, & qui ſert encore à faire tons ceux de la France, fut publié pour la premiere fois en 1679 par Picard, célebre aſtronome de ce temps-là, avec ee titre: *La connoiſſance des temps* ou *calendrier, & éphémérides du lever & du coucher du ſoleil, de la lune & des autres planetes, avec les éclipſes pour l'année 1679, calculées ſur Paris, & la maniere de s'en ſervir pour les autres élévations, avec plnſieurs autres tables & traités d'Aſtronomie & de phyſique, & des éphémérides de toutes les planetes, en figures*. À Paris, chez J. B. Coignard, *imprimeur du roi, rue Saint-Jacques, à la Bible d'or*. C'étoit un très-petit *in*-12, compoſé de 60 pages; il étoit dédié au roi, qui en avoit approuvé le projet. On lit dans un avis qni eſt en tête, qu'il fut hazardé fort avant dans l'année, à l'occaſion du voyage du roi; (car on avoit réſolo de ne le commencer qu'en 1680) & que l'on travailloit à calculer des éphémérides d'nne méthode toute nonvele qui devoient eommencer l'année ſnivante.

Dans ce premier volume, on voir d'abord un calendrier, le lever & coucher dn ſoleil & de la lune, avec les jours de ſes phaſes & de ſes plus grands abaiſſemens on élévations ſur l'horizon: pour le ſoleil, le premier inſtant qo'un de ſes bords paroît, ou que le dernier diſparoît, en égard aox réfractions; pour la lune, l'inſtant où elle paroît toute entiere en touchant l'horizon, en égard aox réfractions & aux parallaxes: une autre table contient leur lever & coucher pour Calais, Paris, Lyon, Marſeille, ce qni ponvoit ſervir à le tronver pour tous les autres pays. On y voit des figures d'éclipſes pour plnſieors momens de leur dorée: une table dn paſſage de la lune par le méridien, l'aſcenſion droite du ſoleil & l'équation de l'horloge, on ce dont elle doit avancer ou retarder, par raport à on cadran ſolaire ſur lequel elle aura été miſe le 16 jnin ou le 23 décembre, avec des uſages pour tronver l'henre ſur les cadrans ſolaires au moyeo de la lnne, en y ajoutant ſoo paſſage ao méridien, & pour eonnoître les marées, en ſuppoſant que la mer ſe trouve haute à Breſt, conſtament deux heures après le paſſage da la lune par la méridiene; à Calais, à qnatre henres & demi; à Saint Malo ſix heures après; à Dieppe, neuf henres; à Rouen & Honfleur, onze heures.

Le moyeo de trouver par vingt étoiles qui paſſent dans le même fil à plomb que la polaire, l'heure qn'il eſt, en ajoniant l'aſcenſion droite dn ſoleil à l'heure marquée ſur nne planche qui ſe voit dans le livre. L'on y voit une explication ſur le monvement des pendules avec une autre petite table; les entrées dn ſoleil dans tous les ſignes du zôdiaque; on y parle de la maniere dont les planetes ſeront vues pendant toute l'année; des latitudes & différences de longitudes de vingt-trois villes de Franee; les plus longs jours & les plus longues nuits pour différentes élévations de pole; enfin des obſervations ſur le barometre & les vents, faites peodant l'année 1678.

Picard, l'un des plus célebres aſtronomes de l'académie de Paris, étoit l'anteur anonyme de eet ouvrage; dès l'année ſuivante, il l'augmenta de plnſieurs tables & de plnſieurs remarques intéreſſantes. Dans celni de 1681, il annonça l'apparition de la famenſe eomete, avec des réflexions très-philoſophiqnes à ce ſnjet; dans celui de 1682, il annonça les nouveles opérations de la figure de la terre; enfin ce livre ne ceſſa de s'augmenter ehaque année, ſoit entre les mains dn premier anteur, ſoit dans celle de Lefebvre qni fut ehargé de eet ouvrage en 1685; Lieutand lui ſuceéda en 1702, il y mit eo 1729 la liſte de l'Académie des Sciences; Godin lui ſuceéda en 1730; M. Maraldi commença l'année 1735, & a fini en 1759. Je eommençai en 1760 à être chargé de cet ouvrage par ordre dn roi, & ſur le choix de l'Académie; dès ee moment, j'en ehangeai la forme en entier, j'y raſſemblai tout ce que les aſtronomes pouvoient déſirer de plus nouveau & de plus intéreſſant, pour leurs obſervations, & leurs calculs, & tout ce que les navigateurs pouvoient déſirer pour être à portée de trouver la longitude en mer par le moyeo de la lnne; M. Jeaurat qui a commencé en 1776, continue ſur le même plan. Mais en 1767, le bureau des longitudes d'Angleterre fit calculer par on grand nombre d'aſtronomes réunis ſous la direction de l'aſtronome royal, M. Maskelyne, un ouvrage beaucoup plus étendu, intitulé; *The nautical almanac and aſtronomical ephemeris for the year* 1767. *Voyez* Almanac. Cet ouvrage deſtiné ſpécialement à la navigation, n'a point empêché la continuation de la *connoiſſance des temps*, néceſſaire pour la ville de Paris, & dans laquelle on continue d'ailleurs de mettre des tables nouveles chaqoe année, pour l'uſage des aſtronomes. *Voyez* Éphéméride. (*D. L.*)

CONOÏDE, ſ. m. (*Géom.*); nom que l'on donne à un corps ſolide formé par la révolution d'one coorbe quelconque autour de ſon axe, & qu'on donne quelquefois auſſi à d'autres ſolides qui au lieu d'être compoſés, comme celni-ci, de tranches circulaires perpendiculaires à l'axe, ſont compoſés d'autres eſpeces de tranches.

Le *conoïde* prend le nom de la courbe qui l'a produit par ſa révolution. Un *conoïde* paraboliqoe, qu'on appele auſſi un *paraboloïde*, eſt le ſolide produit par la révolution de la parabole autour de ſon axe, *&c.*

Archimede a fait un livre des *conoïdes* & des ſphéroïdes, dans lequel ce grand géometre a donné les dimenſions des ſolides ou *conoïdes* paraboliques, elliptiques, hyperboliques, *&c.*

Comme l'ellipſe a deux axes, elle produit auſſi deux *conoïdes*, ſelon qu'on la fait tourner autour de l'un ou de l'autre de ces axes. Chacun de ces *conoïdes* s'appele *ſphéroïde*. L'hyperbole produit auſſi deux *conoïdes* par ſa révolution autour de l'un ou de l'autre de ces axes. Mais Archimede n'a examiné que le *conoïde* prodoit par la révolution de l'hyperbole autour de ſon axe tranſverſe ou premier, & M. Parent (*Voyez Hiſt. acad.* 1709) s'eſt appliqué à conſidérer le *conoïde* formé par la révolution de l'hyperbole autour de ſon ſecond axe. Ce *conoïde* s'appele *cylindroïde*, à cauſe qu'il reſſemble plus à un cylindre qu'à un cône, ne ſe terminant pas en pointe comme les autres *conoïdes*. Car quoique le mot de *conoïde* s'applique aſſez généralement à tous les ſolides formés par la révolution des courbes autour de leur ase, cependant ce mot, qoi eſt dérivé de *cône*, convient encore d'une maniere plus particuliere à ceux qui ſe terminent en pointe, ou qui, comme le cône, ont un ſommet.

Nous donnerons à cette occaſion une méthode particuliere pour meſurer la ſurface courbe d'un *conoïde:* cette méthode eſt aſſez ſimple; nous la croyons nouvele, & elle peut être utile en quelqoes cas.

D'un point quelconque de la courbe qui engendre le *conoïde*, ſoit menée une ordonée perpendiculaire à l'axe de rotation, & nne perpendiculaire à la courbe qui aboutiſſe à l'axe: ſoit prolongée l'ordonée hors de la courbe juſqo'à ce qne le prolongement ſoit égal à l'excès de la perpendiculaire ſur l'ordonée; & imaginant que l'on faſſe la même choſe à chaque point de la courbe, ſoit ſoppoſée une nouvele courbe qui paſſe par les extrémités des ordonées ainſi prolongées: je dis que la ſurface courbe du *conoïde* ſera à l'aire de cette nouvele courbe, comme la circonférence du cercle eſt au rayon. Cette propoſition eſt fondée ſur ces deux-ci: 1°. l'élément de la ſurface du *conoïde* eſt le produit du petit côté de la courbe par la circonférence du cercle dont l'ordonée eſt le rayon: 2°. la perpendiculaire eſt à l'ordonée, comme l'élément de la courbe eſt à l'élément de l'abſciſſe; deux propoſitions dont la démonſtration eſt très-facile.

Par le moyen de cette propoſition on peut trouver aiſément la ſurface courbe du *conoïde* qu'one ſection conique qnelconque engendre en tournant autour de ſon axe. Car on trouvera que la courbe formée par les ordonées prolongées eſt toujours une ſection conique; & par conſéquent la meſure de la ſurface courbe ſe rédoira à la quadrature de quelque ſection conique, c'eſt-à-dire, à la quadrature de la parabole, qui eſt connue depuis longtemps, ou à la quadratore du cercle, ou à celle de l'hyperbole. *Voyez* Cylindroïde. (*O*).

CONSÉQUENT, adj. (*Arith.*); c'eſt ainſi que l'on appele en Arithmétique le dernier de deux termes d'un raport, ou celni auqoel l'antécédent eſt comparé. *Voyez* Antécédent, Raport & Proportion.

Ainſi, dans le raport de *b* à *c*, la grandeur *c* eſt le *conſéquent*, & la grandeur *b* l'antécédent. (*O*).

CONSEQUENTIA; terme latin en uſage dans l'Aſtronomie. On dit qu'une étoile, nne planete, ou une comete, ſituée en quelque point du ciel, ſe meut ou paroît ſe mouvoir *in conſequentia*, lorſqu'elle ſe meut & paroît ſe mouvoir d'occident en orient, ſuivant l'ordre des ſignes du zôdiaque. Ce mot eſt oppoſé à *antecedentia*. (*O*).

CONSERVES, ſubſt. f. pl. (*Optique*); c'eſt une eſpece de lunete qui ne doit point grôſſir les objets, mais afoiblir la lumiere qui en rejaillit, & qni pouroit bleſſer la vue; c'eſt de cette propriété que leur eſt venu le nom de *conſerves*. *Voyez* Lunettes.

CONSOLATION, *terme de jeu:* on donne ce nom daus pluſieurs jeox à une eſpece de tribut qu'on paye, ſoit à ceux qui ne joueut point, ſoit à ceux qui jouent & qu'ou fait perdre, ſoit même à ceox qui gâguent, ſoit à celni qui perd, ſelon les conventions bizâres des jeux, où l'on a voulu quelquefois que la *conſolation* fût faite par celni qui perd, & qni, par conſéquent, devroit être conſolé.

CONSPIRANT, adj. (*Méch.*). *Puiſſances conſpirantes*, en Méchanique, ſont celles qui n'agiſſent pas dans des directions oppoſées. Les puiſſances ſont d'autant plus *conſpirantes*, que leurs directions ſont moins oppoſées: on peut même dire qu'à proprement parler, il n'y a de puiſſances véritablement *conſpirantes*, que celles qui agiſſent ſuivant la même direction; car alors l'effet produit par les deux puiſſances agiſſant enſemble, eſt égal à la ſomme des effets que chacune, agiſſant en particulier, auroit produit: mais quand les directions ſont un angle entr'elles, l'effet produit par les deux puiſſances conjointes eſt plus petit que la ſomme des deux effets pris ſéparément, par la raiſon que la diagonale d'un parallélogramme eſt moindre que la ſomme des deux côtés. *Voyez* Compoſition. Cela vient de ce que deux puiſſances dont les directions ſont angles, ſont en partie *conſpirantes* & en partie oppoſées. Il peot même ariver qoe l'angle des puiſſances ſoit ſi obtus, que la puiſſance qui en réſulte ſoit moindre que chacune d'elles; & alors les puiſſances ne ſeront appelées *conſpirantes* que fort improprement, puiſqu'elles détruiſent alors naturélement nne partie de leor effet. *Voyez* Puissance & Mouvement. (*O*).

CONSTANTE

CONSTANTE (*Quantité*). On appele ainſi, *en Géométrie*, une quantité qui ne varie point par raport à d'autres quantités qui varient, & qu'on nomme *variables*. Ainſi, le parametre d'une parabole, le diametre d'un cercle, ſont des *quantités conſtantes*, par raport aux abſciſſes & ordonées qui peuvent varier tant qu'on veut. *Voyez* PARAMETRE, COORDONÉES, *&c.* En algebre, on marque ordinairement les *quantités conſtantes* par les premieres lettres de l'alphabet, & les variables par les dernieres.

Quand on a intégré une différentiele, on y ajoute une *conſtante* qui eſt quelquefois nulle, mais qui ſouvent auſſi eſt une quantité réelle, dont l'omiſſion ſeroit une faute dans la ſolution. C'eſt à quoi les commençans doivent ſur-tout prendre garde. La regle la plus facile & la plus ordinaire pour bien déterminer la *conſtante*, eſt de ſuppoſer que la différentiele repréſente l'élément de l'aire d'une courbe, dont l'abſciſſe ſoit x, de faire $x = o$, de voir ce que la différentiele devient en ce cas, & d'ajouter ce réſultat avec un ſigne contraire.

Par exemple, ſoit $dx\sqrt{x+a}$, la quantité à intégrer.

On peut la regarder comme l'élément de l'aire d'une courbe, dont x eſt l'abſciſſe, & $\sqrt{x+a}$ l'ordonée. L'aire de cette courbe ou l'intégrale de cet élément doit être nulle, lorſque $x = o$. Or l'intégrale de $dx\sqrt{(x+a)}$ eſt $\frac{2}{3}(x+a)^{\frac{3}{2}} + C$, C déſignant une *conſtante* quelconque; on aura donc, lorſque $x = o$, $\frac{2}{3}a^{\frac{3}{2}} + C = o$. Donc $C = -\frac{2}{3}a^{\frac{3}{2}}$. Donc l'intégrale cherchée eſt $\frac{2}{3}(x+a)^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3}a^{\frac{3}{2}}$. Ainſi, on voit que la *conſtante* C n'eſt autre choſe que $\frac{2}{3}a^{\frac{3}{2}}$, en faiſant $x = o$, & changeant le ſigne. Cet exemple ſuffit pour démontrer & faire ſentir la regle. On trouvera un plus grand détail dans tous les Traités de *calcul intégral*. (*O*).

CONSTELLATION, ſub. f. *en Aſtronomie*, eſt l'aſſemblage de pluſieurs étoiles, exprimées & repréſentées ſous le nom & la figure d'un homme, d'un animal, ou de quelque autre choſe: on l'appele auſſi un *aſtériſme*. Les principales conſtellations ſont repréſentées dans les planches d'Aſtronomie, *Fig.* 4 & 5.

Les anciens aſtronomes ne ſe ſont pas ſeulement atachés à diſtribuer les étoiles ſelon leurs différentes grandeurs; comme on le verra à l'*article* ÉTOILE; mais ils ont encore imaginé, pour les faire reconoître plus facilement, de faire pluſieurs cartes qui expriment la ſituation exacte, & la diſpoſition des unes à l'égard des autres dans les différentes régions du ciel. Pour cet effet, ils ont partagé le firmament en pluſieurs parties ou *conſtellations*, réduiſant un certain nombre d'étoiles ſous la repréſentation de certaines figures, afin d'aider l'imagination & la mémoire à concevoir & à retenir leur nombre, leur arangement, & même pour diſtinguer les vertus qu'ils leur attribuoient: c'eſt dans ce ſens qu'il diſoient qu'un homme étoit né ſous une heureuſe *conſtellation*, c'eſt-à-dire, ſous une heureuſe diſpoſition des corps céleſtes. *Voyez* ASTROLOGIE.

La diviſion des cieux en *conſtellations* eſt fort ancienne, & paroît l'être autant que l'Aſtronomie même; au moins a-t-elle été connue des plus anciens auteurs qui nous reſtent, ſoit ſacrés, ſoit profanes. Il en eſt fait mention dans le livre de Job; témoin cette apoſtrophe: *puis-tu arrêter les douces influences des Pléiades ou détacher les bandes d'Orion?* On peut obſerver la même choſe dans les plus anciens écrivains païens, Homere & Héſiode qui répetent ſouvent le nom de pluſieurs *conſtellations*. En un mot, il eſt vrai-ſemblable que les aſtronomes ont ſenti dès le commencement la néceſſité de partager ainſi les régions du ciel. Les douze *conſtellations* du zôdiaque ont toujours occupé ſpécialement les obſervateurs; ainſi, le ciel étoilé a trois parties principales; celle du milieu appelée, *zôdiaque*, renferme toutes les étoiles qui ſe trouvent dans les environs de la route des planetes pendant leur révolution, & le zôdiaque s'étend de plus juſqu'à 8 ou 9 degrés, au delà deſquelles les planetes ne ſauroient s'écarter de l'écliptique. Cette zône ou bande du zôdiaque ſépare les *conſtellations* de la partie boréale qui eſt au nord du zôdiaque, & celles de la partie qui eſt au midi, & ſe nomme *auſtrale*. *Voyez* le catalogue au *mot* ÉTOILE.

Les *conſtellations* des anciens comprenoient ce qui étoit viſible pour eux dans le firmament, au nombre de 48, dont les 12 qui comprenent le zôdiaque furent nommées *aries*, *taurus*, *Gemini*, *cancer*, *leo*, *Virgo*, *libra*, *Scorpius*, *Sagittarius*, *Capricornus*, *aquarius*, *piſces*; en françois, le bélier, le taureau, les gémeaux, l'écreviſſe, le lion, la vierge, la balance, le ſcorpion, le ſagittaire, le capricorne, le verſeau, les poiſſons; d'où les ſignes du zôdiaque & de l'écliptique ont pris leur nom, quoique depuis long-temps ils ne ſoient plus contigus aux *conſtellations* d'où ils l'ont tiré. *Voyez* ZÔDIAQUE, PRÉCESSION & les noms de ces différentes *conſtellations* dans ce dictionaire.

Les autres étoiles au nord du zôdiaque dans la partie boréale, furent rangées ſous 21 *conſtellations*, ſavoir, *urſa major*, *urſa minor*, *draco*, *cepheus*, *bootes*, *corona ſeptentrionalis*, *cercules*, *lyra*, *cygnus*, *caſſiopea*, *perſeus*, *andromeda*, *triangulum*, *auriga*, *pegaſus*, *equuleus*, *delphinus*, *ſagitta*, *aquila*, *ophiuchus ou ſerpentarius*, & *ſerpens*; en françois, la grande ourſe, la petite ourſe, le dragon, céphée, le bouvier, la courone boréale, hercule, la lyre, le cygne, caſſiopée, perſée, andromede, le triangle, le cocher, pégaſe, le petit cheval, le dauphin, la fleche, l'aigle, le ſerpentaire & le ſerpent. On y ajouta dans la

ſuite deux autres *conſtellations*, compoſées de quelques étoiles qui ſe trouvoient entre ces anciennes *conſtellations*, & qu'on nommoit pour cette raiſon *étoiles informes*, *ſparſilee*, *ſporades*. Ces deux *conſtellations* ſont la chévelure de Bérénice & Antinoüs; ainſi, cela forme 23 *conſtellations* anciennes.

Les anciens diſtribuerent les étoiles qui étoient au midi du zodiaque en 15 *conſtellations*: *cetus*, *eridanus*, *lepus*, *Orion*, *canis major*, *canis minor*, *argo*, *hydra*, *crater*, *corvus*, *centaurus*, *lupus*, *ara*, *corona meridionalis*, *& piſcis auſtralis*; en françois, la baleine, l'éridan, le lievre, orion, le grand chien, le petit chien, le navire argo, l'hydre, la coupe, le corbeau, le centaure, le loup, l'autel, la couronne auſtrale & le poiſſon auſtral. Après les voyages du ſeizieme ſiecle aux Indes, on forma 12 nouveles *conſtellations*: *phœnix*, *grus*, *pavo*, *indus*, *apus*, *triangulum auſtrale*, *muſca*, *cameleo*, *piſcis volans*, *toucan*, *hydrus & Xiphias*; en françois, le phénix, la grue, le paon, l'indien, l'oiſeau du paradis, le triangle auſtral, la mouche, le caméléon, le poiſſon volant, le toucan *ou* l'ole d'Amérique, l'hydre mâle, la dorade; on y ajoute quelquefois le grand nuage & le petit nuage. Les poſitions des étoiles qui compoſent ces douze dernieres *conſtellations*, furent déterminées par M. Halley, qui alla exprès pour cela à l'île de Sainte Hélene en 1677; & par l'abbé de la Caille qui alla au cap de Bonne-Eſpérance en 1751. *Voyez* chaque *conſtellation* & les étoiles qu'elle contient ſous ſon propre article.

De ces *conſtellations*, les 12 dernieres & la plus grande partie du navire argo, du centaure & du loup, ne ſont pas viſibles ſur l'horizon de Paris. Juſqu'au commencement du dix-ſeptieme ſiecle, & même dans l'Uranométrie de Bayer en 1603, il ne fut queſtion que des anciens *conſtellations* dont nous venons de parler; mais dans l'ouvrage de Bartſchius, publié en 1624, on en trouve ſept autres qu'il dit avoir été formées par les modernes.

La Giraffa, (*giraffa*, *camelopardalis*) entre l'étoile polaire, la grande ourſe & perſée.

Le fleuve du Tygra, compoſé des étoiles informes de Pégaſe, du petit cheval, du cygne & d'ophiucus.

Le Jourdain, formé des étoiles de la grande ourſe & du lion.

La Mouche, *veſpa*, *apes*, *epis*, ſur le dos du bélier, entre les pléiades, le bélier, la tête de méduſe & le triangle.

La Colombe de Noé, au deſſus du lievre, devant le grand chien.

La Licorna, *unicornu*, *monoceros*, entre le grand chien & le petit chien.

Le Rhomar, du côté du pole auſtral, (entre les deux nuages) que Habrecht avoit introduit dans ſon globe.

Le Coq, *gallus*, derriere le grand chien.

Dans les cartes céleſtes, publiées en 1679 par Royer, avec le catalogue de 1806 étoiles, fait par le P. Anthelme, chartreux de Dijon, on trouve les *conſtellations* précédentes, excepté le coq; & une nouvele appelée le Sceptre & *la main de juſtice*, placée entre le cygne, céphée, Pégaſe & Andromede. Royer avoit formé cette *conſtellation* à la gloire de Louis XIV.

Au lieu de la mouche dont nous avons parlé ci-deſſus, on y trouve le *lie*.

Dans les cartes d'Hévélius, publiées en 1690 après la mort de l'auteur, intitulées: *firmamentum ſobieskianum*, avec le *prodromus Aſtronomiæ*, on trouve 10 conſtellations nouvelles.

Les Chiens de chaſſe, *canes venetici*, aſtérion & chara, au deſſus de la grande ourſe, à la place du jourdain.

Le Lézard, *lacerta*, à la place du ſceptre & de la main de juſtice.

Le Petit lion, *leo minor*, à la place du jourdain entre la grande ourſe & le lion.

Le Lynx, à la place du tygre, entre la grande ourſe & le cocher.

Le Sextant d'Uranie, entre l'hydre & le lion.

Le Bouclier de Sobieski, *ſcutum ſobieskianum*, à l'honeur du roi de Pologne, au deſſus du ſagittaire, entre l'aigle & le ſerpentaire, aſſez près du capricorne.

Le Petit triangle, au deſſus de la tête du bélier, ſous l'ancien triangle.

Le Renard et l'Oie, *vulpecula & anſer*, à la place du tygre, entre l'aigle & le cygne.

Cerbere, dans la main d'hercule.

Le Mont Ménala, ſous les pieds du bouvier au deſſus de la vierge, c'eſt une montagne d'Arcadie dont parle Virgile, *Ecl. VIII*, *v.* 22. Hévélius compte cependant 12 *conſtellations* nouveles, à cauſe de l'arc & de la fleche qu'il ajoute à Antinoüs, il explique dans ſon *prodromus*, *pag.* 154, les cauſes de toutes ces dénominations, & elles ont été conſervées par les modernes, à cauſe de la réputation d'Hévélius.

Halley forma auſſi deux nouveles *conſtellations*, le Chêne de Charles II & le Cœur de Charles II, à l'honeur du roi d'Angleterre.

Dans les cartes céleſtes de Flamſteed, on trouve le *vaneau* qui répond à cerbere & la petite croix, *croſiers* au deſſous du centaure. L'abbé de la Caille ayant été au cap de Bonne-Eſpérance en 1751, pour obſerver les étoiles auſtrales, a publié des obſervations de dix mille étoiles, dans ſon ouvrage, intitulé: *Cœlum auſtrale ſtelliferum*, & il a été obligé, pour les ller méthodiquement, de former quatorze nouveles *conſtellations*; mais bien éloigné de vouloir en cela faire ſa cour, comme Hévélius ou Halley, ni faire entrer du perſonel dans une afaire de ſciences, il voulut conſacrer aux arts ces nouveles *conſtellations*. Il propoſa ſes idées à l'Académie des Sciences, & nous convînmes tous qu'on ne pouvoit faire un meilleur emploi des nouveles *conſtellations*. Les voici donc

ſuivant l'ordre des aſcenſions droites, & telles que la Caille les raporte dans les *Mémoires* de 1752, *pag.* 588.

1°. L'*Atelier du ſculpteur*; il eſt compoſé d'un ſcabellon qui porte un modela, & d'un bloc de marbre ſur lequel on a poſé un maillet & un ciſeau. 2°. Le *fourneau chimique*, avec ſon alambic & ſon récipient. 3°. L'*horloge* à pendule & à ſeconder. 4°. Le *réticule romboïde*, petit inſtrument aſtronomique, dont il ſera parlé dans ſon lieu. *Voyez* RÉTICULE. 5°. Le *burin de graveur*; la figure eſt compoſée d'un burin & d'un échope en ſautoir, liés par un ruban. 6°. Le *chevalet du peintre*, auquel eſt atachée une palete. 7°. La *bouſſole*, ou le compas de mer. 8°. La *machine pneumatique*, avec ſon récipient, qui apartient à la phyſique expérimentale. 9°. L'*octans*, ou le quartier de réflexion, dont on ſe ſert généralement en mer pour obſerver les latitudes & les longitudes. 10°. Le *compas*. 11°. L'*équerre & la regle* pour indiquer l'architecture, & en même temps l'abbé de la Caille y a joint en forme de nivaau, le triangle auſtral qui ſubſiſtoit déja. 12°. La *téleſcope*, ou la grande lunete aſtronomique ſuſpendue à un mûr. 13°. La *microſcope*, pour ſervir à l'hiſtoire naturele; c'eſt un tuyau placé au deſſus d'une boîta carrée. 14°. La *montagne de la table*, célebre au cap de Bonne Eſpéranca, où le grand travail de la Caille ſur les étoiles a été fait: il l'a miſe au deſſous du *grand nuage*, pour faire alluſion à un nuage blanc qui vient couvrir cette montagna en forme de nappa, aux approcher des grands vents de ſud aſt.

En formant ces quatorze nouveles *conſtellations*, l'abbé de la Caille donna des lettres greques & latines à chacune des étoiles viſibles à la vue ſimple, comma Bayer l'avoit fait en 1603, an donnant les pramieres lettres aux plus belles étoiles. Il fut obligé de changer les lettres que Bayer avoit aſſignées aux *conſtellations* du navire, du centaure, de l'antal, du loup & du poiſſon auſtral, parce que pluſieurs belles étoiles n'an avoient point, & que les autres lettres étoient fort mal diſtribuées: il étoit même quelquefois impoſſible de reconoître dans le ciel las étoiles auxquelles Bayer avoit voulu attribuer certaines lattres, parce que les planiſpheres de cet auteur avoient été conſtruits, en cette partie, ſur l'ancien catalogue de Ptolémée, & ſur les obſervations peu circonſtanciées de quelques pilotes Portugais.

Il a été obligé de donner des letires latines aux étoiles les plus méridionales de l'éridan, du grand chian, de l'hydre femele & du ſagittaire, en laiſſant aux étoiles viſibles de nos climats, les lettres de Bayer auxquelles nous ſommes acoutumés.

Il a voulu ſupprimer le chêne, *conſtellation* formée par Halley en 1677, ſous le nom de *robur carolinum*, pour laquelle Halley avoit détaché neuf belles étoiles du navire, afin d'en compoſer une nouvele *conſtellation* à l'honeur de Charles II, roi d'Angleterre: ces étoiles étoient, ou déſignées formélement dans les anciens *catalogues* comme des étoiles du navire, ou reconues par l'uſage pour apartenir à cette *conſtellation*; ainſi, la Caille, en laiſſant au navire les étoiles qui lui apartanoient, a penſé avec raiſon que par reſpect pour la réputation de Halley, & pour un prince protecteur des Sciences, il falloit repréſenter un arbra ſur le rocher auquel eſt ataché le navire. *Voyez* le *Journal du voyage* de la Caille, *in*-12, 1763.

M. le Monnier au retour du grand voyage au cercle polaire, fit une *conſtellation* du RENNE, entre caſſiopée & l'étoile polaire, comme on le peut voir dans l'édition *in*-4°. da l'Atlas da Flamſtéed, publiée à Parir en 1776 par Fortin. Le MESSIER que j'ai ajonté dans mon globa céleſte, eſt à côté de Ranne.

M. Poczobut, aſtronome du roi de Pologne, dans ſer obſervations Imprimées en 1777, a mis le *taureau royal* de Poniatowski eatre l'aigle & la ſerpentaire, en l'honeur du roi de Pologne, bienfaiſteur de l'Aſtronomie; on l'a gravé an 1778 ſur une planche du petit Atlas de Flamſtéed, qui avoit été publié à Paris en 1776.

M. la Monnier a formé en 1776, une *conſtellation* du SOLITAIRE, (oiſeau des Inder) au deſſous du ſcorpion. Toutes ces *conſtellations* ſont peu aparentes, on en fait rarement uſage; il nous ſuffit d'avoir cité les auteurs où il en eſt parlé, d'ailleurs chacune aura ſon article dans ce dictionaire.

On peut voir dans Hyginus, Noël le Comte, Cæſius, Riccioli, dans mon Aſtronomie & dans ce dictionaire-ci, les fâblas abſurdes & bizâres que les poëtes grecs & romains ont tirées de l'anciene Théologie ſur l'origine des *conſtellations*; & l'on verra dans les divers articles de ce dictionaire des explications allégoriques de ces fâbles, en apparence ſi ridicules. Mais ces noms ſont trop anciens pour qu'on puiſſe eſpérer de les changer.

Cependant le vénérable Bede, au lieu des noms & des figures profanes des douze *conſtellations* du zôdiaque, ſubſtitua celles des douze apôtres; quelques aſtronomes moderues venus depuis ont ſuivi ſon exempla, & ſuivi cette réforme, en donnant à toutes les *conſtellations* des noms tirés de l'Écriture ſainte.

Alors *aries*, ou la bélier, devint S. Pierra; *taurus*, ou le taureau, S. André; andromede, le ſépulcre de Jéſus-Chriſt; la lyre, la crêche de Jéſus-Chriſt; hercule, les mages venant de l'Orient; *canis major*, David, *&c.*

Weigelius, profeſſeur en Mathématiques dans l'univerſité de Jena, fit un nouvel ordre de *conſtellations*, changeant le firmament dans un *cælum heraldicum*, & ſubſtituant les armes de tous les princes de l'Europe aux anciennes *conſtellations*. Ainſi, il transforma l'*urſa major*, dans l'éléphant du roi de Danemarck; *ophiucus*, dans la croix de Cologne; le *triangle*, dans le compas, qu'il appele le *ſymbole des artiſtes*; & *les pléiades*, dans l'*abacus pythagoricus*, qu'il appele *celui*

des marchands. *Voyez* Arraque. *Chambers & Wolf*.

Mais les aſtronomes n'ont jamais approuvé de pareilles innovations, qui ne ſervent qu'à introduire de la confuſion dans la lecture des auteurs. C'eſt pourquoi on a gardé les noms des anciennes *conſtellations*.

Les Chinois ont des *conſtellations* toutes différentes, comme on le peut voir dans l'hiſtoire de l'Aſtronomie chinoiſe du P. Gaubil; & dans un mémoire de M. Gaignes le fils, où il les a fait graver en 1782. *Mémoires préſentés*, Tome X.

Les étoiles ſont ordinairement diſtinguées dans les *conſtellations* par la partie de la figure qu'elles occupent. Bayer, de plus, les diſtingue encore par les lettres de l'alphabet grec, & il y en a même beaucoup qui ont leurs noms particuliers, comme *arcturus* entre les pieds du bouvier; *ſirius* à la bouche du grand chien; *aldebaran* dans l'œil du taureau; les *pléiades* dans le dos, & les *hyades* dans le front du taureau: caſtor & pollux dans les gémeaux, la chevre dans le cocher; *regulus* dans le cœur du lion, l'épi dans la main de la vierge, la vendangeuſe dans ſon épaule; *antares* au *cœur du ſcorpion*; *fomalhaut* dans la bouche du poiſſon auſtral; rigel dans le pied d'orion; & l'étoile polaire qui eſt la derniere de la queue de la petite ourſe. *Voyez* Sirius, *&c.*

Méthode pour reconoître les étoiles & les conſtellations. Les noms qu'on a donnés aux différentes *conſtellations* ſont arbitraires, & n'ont preſque aucun raport aux figures que préſentent aux yeux ces *conſtellations*; cependant comme on ne ſauroit entendre les livres d'Aſtronomie, & faire uſage des obſervations ſans employer les noms qui ſont reçus, il eſt néceſſaire d'apprendre à raporter ces noms aux objets qu'ils expriment, c'eſt ce qu'on appele *connoître les étoiles & les conſtellations*.

Quelques-unes ſont ſi aiſées à reconoître, qu'il ſuffit d'en déſigner la figure, pour qu'un obſervateur ſeul & iſolé puiſſe les diſtinguer, mais elles ſont en petit nombre; auſſi les ſeules *conſtellations* dont il ſoit parlé dans le livre de Job, dans Homere & dans Héſiode, ſont la grande ourſe, le bouvier, orion, le grand chien, les hyades, les pléiades & le ſcorpion; parce que ce ſont véritablement les plus faciles à reconoître, & celles dont la forme eſt la plus frapante.

En partant de ces *conſtellations* faciles à reconoître, on peut trouver toutes les autres par des alignemens que je vais expliquer en détail; on doit être d'abord prévenu que ces alignemens ne ſauroient avoir une exactitude & une préciſion bien rigoureuſes; mais, quand il ne s'agit que de reconoître la forme d'une *conſtellation*, il ſuffit que les alignemens indiquent à peu près le lieu où elle eſt, pour qu'on ne prene jamais une *conſtellation* pour l'autre.

On voit dans la *Fig.* 2 la forme de la grande ourſe, compoſée de ſept étoiles de ſeconde grandeur; cette *conſtellation* ſe voit en tout temps; elle eſt dans le méridien au plus haut du ciel, & preſque ſur notre tête à neuf heures du ſoir au commencement de mai; la direction d'une ligne tirée par les deux dernieres étoiles du carré, marquées *α* & *β* indique l'étoile polaire, qui eſt toujours ſenſiblement à la même place, & autour de laquelle toutes les autres ſemblent tourner.

Arcturus, qui eſt la principale étoile du bouvier, eſt une étoile de la premiere grandeur, indiquée par la queue de la grande ourſe, dont elle n'eſt éloignée que de 31 degrés. Les deux dernieres étoiles de la grande ourſe *ζ* & *η*, *Fig.* 2, forment une ligne qui va preſque ſe diriger vers *arcturus*.

Caſſiopée eſt une *conſtellation* directement oppoſée à la grande ourſe, par raport à l'étoile polaire, en ſorte que la ligne ou le cercle qui va du milieu de la grande ourſe ou de l'étoile *ε*, par l'étoile polaire, va paſſer au milieu de caſſiopée, de l'autre côté du pole; elle eſt formée de ſix à ſept étoiles en forme d'un *Γ*, ou, ſi l'on veut, d'une chaiſe renverſée; cette forme eſt aſſez équivoque, mais les étoiles de caſſiopée ſe font ſuffiſamment remarquer, pluſieurs étant de la ſeconde grandeur.

La *petite ourſe* eſt une *conſtellation* qui a preſque la même figure que la grande ourſe, & qui lui eſt parallele, mais dans une ſituation renverſée; l'*étoile polaire* qui eſt de la troiſieme grandeur, fait l'extrémité de la queue; les quatre étoiles ſuivantes ſont fort petites, n'étant que de la quatrieme grandeur, mais les deux dernieres du carré ſont encore de troiſieme grandeur; on les appele *gardes de la petite ourſe*; elles ſont ſur la ligne menée par le centre du carré de la grande ourſe, perpendiculairement à ſes deux grands côtés.

Dans la ſituation de la ſphere que nous venons de ſuppoſer, on voit encore deux étoiles de la premiere grandeur; la lyre & la chevre, l'une à l'orient, l'autre à l'occident, ſur une ligne horizontale menée par l'étoile polaire, perpendiculairement à celle de la grande ourſe à caſſiopée.

Si c'eſt dans une ſoirée d'hiver qu'on obſerve, au mois de janvier ou de février, & qu'on ſoit dans un lieu dégagé, vers les ſept ou huit heures du ſoir, on verra du côté du midi la grande conſtellation d'*Orion*; elle eſt formée de trois étoiles de la ſeconde grandeur, qui ſont fort près l'une de l'autre ſur une ligne droite, & dans le milieu d'un très-grand quadrilatere; on en voit la forme dans la *Figure* 3 de nos *Planches d'Aſtronomie*; & quand je ne l'aurois pas donnée, il eſt impoſſible de méconnoître cette *conſtellation* ſur les caracteres que je viens d'indiquer.

Ces trois étoiles qu'on appele le *baudrier d'orion*, vulgairement *les trois rois* ou *le râteau*, indiquent par leur direction, d'un côté ſirius, & de l'autre les pléiades. *Sirius*, la plus belle étoile du ciel, ſe fait remarquer par ſa ſcintillation & ſon éclat; elle eſt du côté de l'orient ou du ſud-

ſt, par raport à orion. Les pléiades ſont du côté de l'occident, en tirant vers le nord ; c'eſt un groupe d'étoiles accumulées qui ſe diſtingue facilement : il eſt d'ailleurs ſur le prolongement de la ligne menée de ſirius par le milieu des étoiles du baudrier d'orion ; & la direction de ces trois étoiles du baudrier, qui tend preſque vers les pléiades ou un peu plus au midi, les fera connoître aiſément ; elles ſont ſur le dos du taureau.

Aldebaran, qui forme l'œil du taureau, eſt une étoile de la premiere grandeur, ſituée fort près des pléiades, ſur la ligne menée de l'épaule occidentale d'orion γ aux pléiades. *Procyon* ou le petit chien, eſt une étoile de la premiere grandeur, ſituée au nord de ſirius, & plus orientale qu'orion ; elle fait avec ſirius & le baudrier d'orion un triangle preſque équilatéral, & cela ſuffit pour la diſtinguer.

Les *gémeaux* ſont deux étoiles de la ſeconde grandeur, aſſez proches l'une de l'autre, ſituées dans le milieu de l'eſpace qu'il y a entre orion & la grande ourſe. On les diſtinguera encore par le moyen d'orion ; car en tirant une ligne de rigel ou β d'orion, qui eſt la plus occidentale & la plus méridionale de ſon grand quadrilatere, par l'étoile ζ, qui eſt la troiſieme ou la plus orientale des trois du baudrier, elle ſe dirige auſſi vers les deux têtes des gémeaux. Enfin les deux premieres étoiles de la queue de la grande ourſe ζ, ε, avec la diagonale du carré, menée par δ & β, forme une ligne qui va encore ſe diriger vers les deux têtes des gémeaux, après avoir paſſé ſur une des pates de la grande ourſe : cette même ligne, au delà des têtes des gémeaux, paſſe ſur les pieds des gémeaux, qui ſont quatre étoiles ſur une ligne droite perpendiculaire à la premiere. Enfin la ligne tirée de la grande ourſe aux gémeaux, étant prolongée au delà des pieds des gémeaux, aboutit enfin à l'épaule orientale & la plus boréale du grand quadrilatere d'orion.

La ligne menée de rigel par l'épaule occidentale d'orion γ, va rencontrer, vers le nord, la corne auſtrale du *Taureau* ζ, de la troiſieme grandeur, à même diſtance de γ d'orion que celle-ci l'eſt de rigel ; c'eſt environ 14ᵈ. La corne boréale du taureau β eſt de ſeconde grandeur ; elle eſt ſur la ligne menée par l'épaule orientale d'orion α & par la corne auſtrale ζ, à huit degrés de celle-ci : l'écliptique paſſe entre les deux cornes du taureau.

Le *Lion* peut ſe reconoître par les deux étoiles précédentes α, & β du carré de la grande ourſe, *Fig.* 2 ; car ces deux étoiles qui nous ont ſervi à trouver l'étoile polaire du côté du nord, indiquent par leur aliguement le lion du côté du midi, à 45ᵈ de la grande ourſe : le lion eſt un grand trapeze, où l'on remarque ſur-tout une étoile de la premiere grandeur, appelée *Regulus* ou le cœur du lion ; elle eſt ſur la ligne menée de rigel par procyon, mais à 37ᵈ de celui-ci ; ainſi, l'on a une ſeconde maniera de la reconoître. La queue du lion β eſt une étoile de la ſeconde grandeur, ſituée un peu au midi de la ligne qui va de regulus à arcturus ; elle eſt à 15ᵈ de regulus vers l'orient.

Le *cancer* ou l'*écreviſſe* eſt une *conſtellation* formée de petites étoiles qui ſont difficiles à diſtinguer : la nébuleuſe du cancer eſt un amas d'étoiles, moins ſenſible que celui des pléiades ; on le rencontre à peu près en allant du milieu des gémeaux au cœur du lion, ou de procyon à la queue de la grande ourſe.

Au midi des trois étoiles du baudrier d'orion, on voit une traînée d'étoiles qui forme ce qu'on appele l'*épée* & la nébuleuſe d'orion : la direction de ces étoiles, en paſſant ſur l'étoile ε au milieu du baudrier, va paſſer ſur la corne auſtrale ζ du taureau, & enſuite ſur le milieu du *Cocher* ; c'eſt un grand pentagone irrégulier, dont la partie la plus ſeptentrionale a une étoile de la premiere grandeur, appelée *la chevre* : on rencontre auſſi la chevre par le moyen d'une ligne menée ſur les deux étoiles δ & α les plus boréales du carré de la grande ourſe.

Le *bélier*, la premiere des douze *conſtellations* du zôdiaque, eſt formée principalement de deux étoiles de la troiſieme grandeur, aſſez voiſines l'une de l'autre, dont la plus occidentale β eſt acompagnée d'une plus petite étoile de quatrieme grandeur, appelée γ, ou la premiere étoile du bélier ; on reconoît cette *conſtellation* par une ligne menée de procyon à aldébaran, qui va ſe diriger vers le bélier, 36ᵈ plus loin qu'aldébaran.

Perſée eſt compoſé de trois étoiles, dont une de la ſeconde grandeur, qui forment comme un arc courbé vers la grande ourſe ; c'eſt la ceinture du perſée : la ligne tirée de l'étoile polaire aux pléiades, paſſe ſur la ceinture de perſée, & ſuffit pour la reconoître ; mais on y peut encore employer un autre alignement, celui des gémeaux & de la chevre, dont la ligne ſe dirige vers la ceinture de perſée. La ligne menée du baudrier d'orion par aldébaran, va ſur la tête de méduſe β, que perſée tient dans ſa main. Cette étoile, nommée auſſi *algol*, eſt ordinairement de ſeconde grandeur, mais quelquefois de 4ᵉ.

Le *cygne* eſt une *conſtellation* fort remarquable, où il y a une étoile de la ſeconde grandeur, & qui a la forme d'une grande croix : la ligne menée des gémeaux à l'étoile polaire, va rencontrer le cygne de l'autre côté, & à pareille diſtance de l'étoile polaire ; il y a des temps de l'année où on les voit en même temps ſur l'horizon. Nous donnerons ci-après un autre aliguement pour le cygne.

Le carré de *Pégaſe* eſt formé par quatre étoiles de ſeconde grandeur ; la plus boréale des quatre de ce carré, forme la tête d'andromede : la ligne tirée des deux précédentes de la grande ourſe β & α, par l'étoile polaire, va paſſer au delà du pole ſur le milieu du carré de pégaſe. La

ligne menée du baudrier d'orion par le bélier, va ſur la tête d'andromede: la ligne menée des pléiades par le bélier, va ſur l'aile de pégaſe γ, *algenib*, qui eſt une des quatre du carré; les deux autres ſont à l'occident; la plus boréale des occidentales eſt β *ſcheat*; la plus méridionale α ou *markab*.

Le *dragon* eſt ſituée entre la lyre & la petite ourſe, où les quatre étoiles de ſa tête font un loſange aſſez viſible; ſa queue eſt entre l'étoile polaire & le carré de la grande ourſe. La ligne menée par les deux gardes de la petite ourſe β & γ, va ſe diriger vers l'étoile ν du dragon. Cette étoile eſt entre δ plus méridionale, & ζ plus boréale, ſur une même ligne qui ſe dirige preſque vers le pole de l'écliptique, & un peu plus loin vers δ & ε du dragon, pour aller traverſer enſuite la *conſtellation* de céphée entre β & α.

L'une des diagonales du carré de pégaſe ſe dirige au nord-oueſt vers la queue du cygne α; l'autre diagonale du carré de pégaſe ſe dirige au nord-eſt vers la ceinture de perſée; elle paſſe d'abord vers l'étoile β de la ceinture d'andromede, & enſuite vers l'étoile γ au pied d'andromede: ces deux étoiles β & γ, de ſeconde grandeur, diviſent en trois parties égales l'eſpace compris entre la tête d'andromede & la ceinture de perſée; la ligne qui les joint paſſe entre caſſiopée & le bélier.

Les *conſtellations* qui paroiſſent le ſoir en été, n'ont pas de caracteres auſſi marqués que celles d'hiver; mais on les reconoîtra par le moyen des précédentes. Quand le milieu de la queue de la grande ourſe ou l'étoile ζ eſt dans le méridien au deſſus de l'étoile polaire, & au plus haut du ciel, ce qui arrive à neuf heures du ſoir à la fin de mai, on voit l'épi de la vierge dans le méridien du côté du midi, à 31° de hauteur à Paris; c'eſt une étoile de la premiere grandeur. La diagonale du carré de la grande ourſe menée par α & γ, va marquer auſſi à peu près cette étoile, quoiqu'à la diſtance de 68 degrés. Enfin, cette étoile fait à peu près un triangle équilatéral avec arcturus & la queue du lion, dont elle eſt éloignée d'environ 33°.

On voit alors un peu à droite & plus bas que l'épi de la vierge, un trapeze formé par les quatre principales étoiles du corbeau, qui ſont auſſi ſur la ligne menée par la lyre & l'épi de la vierge.

La ligne menée des dernieres étoiles du carré de la grande ourſe δ & γ, par le cœur du lion, regulus, va rencontrer à 22 degrés plus au midi, le cœur de l'hydre; ſa tête eſt au midi de l'écreviſſe, entre procyon & regulus, ou un peu plus méridionale. La coupe eſt entre le corbeau & l'hydre: l'hydre s'étend depuis le petit chien juſqu'au deſſous de l'épi de la vierge.

La *lyre* eſt une étoile de la premiere grandeur, l'une des plus brillantes de tout le ciel, qui fait preſque un triangle rectangle avec arcturus & l'étoile polaire, l'angle droit étant vers l'orient à la lyre.

La *couronne* eſt une petite *conſtellation* ſituée près d'arcturus, ſur la ligne menée d'arcturus à la lyre. On la reconoît facilement par les ſept étoiles en forme de demi-cercle dont elle eſt compoſée; il y en a une de la ſeconde grandeur: les deux premieres étoiles de la queue de la grande ourſe ε & ζ, forment une direction qui va rencontrer auſſi la couronne.

L'*aigle* contient ſur-tout une belle étoile de la ſeconde grandeur, qui eſt au midi de la lyre & du cygne; on la diſtingue facilement, parce qu'elle eſt entre les deux autres étoiles β & γ de troiſieme grandeur, qui forment une ligne droite avec elle, & qui en ſont fort proches.

Le grand cercle ou la ligne qui paſſe par regulus & l'épi de la vierge, c'eſt à peu près l'écliptique, va rencontrer plus à l'orient la *conſtellation* du ſcorpion, qui eſt fort remarquable; elle eſt compoſée de quatre étoiles au front du ſcorpion, dont une eſt de la ſeconde grandeur, qui forment un grand arc du nord au ſud, & d'une étoile plus orientale qui eſt comme le centre de l'arc: cette étoile eſt de la premiere grandeur, & s'appele *antarès* ou *le cœur du ſcorpion*. Les étoiles du front, en commençant par le nord, ſont β, δ, π, ρ.

La *balance* contient deux étoiles de ſeconde grandeur, qui forment les deux baſſins de la balance, dont la ligne eſt à peu près perpendiculaire ſur le milieu de celle qui eſt menée depuis arcturus juſqu'au front du ſcorpion, c'eſt-à-dire, qu'elles ſont placées dans le milieu de l'intervalle, quoiqu'un peu à l'occident de cette ligne: le baſſin auſtral eſt entre l'épi de la vierge & antarès, toutes trois étant fort près de l'écliptique: il y a 21 degrés entre l'épi & le baſſin auſtral, & 25 entre celle-ci & antarès.

Le *ſagittaire* eſt une *conſtellation* qui ſuit le ſcorpion, c'eſt-à-dire, qui eſt un peu plus à l'orient; elle eſt ſur la direction de l'épi de la vierge & d'antarès, qui ſuit à peu près l'écliptique. Le ſagittaire contient pluſieurs étoiles de troiſieme grandeur qui forment un grand trapeze, & deux étoiles du trapeze en forment un plus petit avec deux autres étoiles; mais ce ſecond trapeze eſt dans un ſens perpendiculaire au premier: cette *conſtellation* eſt auſſi marquée par une ligne menée depuis le milieu du cygne ſur le milieu de l'aigle; car le ſagittaire eſt environ 35° au midi de l'aigle, comme le cygne eſt au nord de l'aigle. Le ſagittaire eſt encore indiqué par la diagonale du carré de pégaſe, prolongée du côté du midi; c'eſt cette diagonale qui, prolongée du côté du nord, indiquoit la ceinture de perſée.

Le cercle mené depuis antarès juſqu'à l'étoile polaire, traverſe d'abord la *conſtellation* d'*Ophiucus* ou du ſerpentaire, & plus haut rencontre celle d'*Hercule*. Ces deux *conſtellations* étant un peu difficiles à débrouiller, je vais les ſuivre avec quelque détail. La ligne menée depuis antarès juſqu'à la lyre, paſſe entre les deux têtes d'hercule & d'ophiucus, qui ſont deux étoiles de ſeconde gran-

deur, fort proches l'une de l'autre, dont la ligne ſe dirige vers la courone. La plus méridionale & la plus orientale des deux eſt la tête d'ophiucus; la ligne menée par ces deux têtes va rencontrer γ d'hercule 13 degrés plus loin, & l'étoile β d'hercule eſt à 3 degrés au nord-eſt de γ. La ligne menée de γ à β d'hercule, va rencontrer ε d'hercule vers le nord, & cette ligne ve ſur κ du ſerpent vers le ſud-oueſt; celle-ci forme auſſi un triangle équilatéral avec la tête d'hercule & la courone. La ligne tirée de la tête d'ophiucus au baſſin auſtral de la balance, paſſe ſur les étoiles ε & δ, l'une de la quatrieme grandeur, l'autre de la troiſieme, qui ſont à 5d ½ l'une de l'autre, ſur une direction perpendiculaire au milieu de cette ligne: l'étoile δ eſt la plus ſeptentrionale & la plus occidentale. Ces étoiles δ & ε ſe dirigent au ſud-eſt vers ζ au genou occidental d'ophiucus, qui eſt à 7 degrés ½ de ε, & preſque vers ν au genou oriental qui eſt 9 degrés ½ plus loin que ζ, du côté du nord-oueſt; ces deux étoiles δ & ε ſe dirigent un peu au deſſous de κ du ſerpent; le groupe de ces deux étoiles δ & ε d'ophiucus, fait à peu près un triangle équilatéral avec β de la balance ou le baſſin boréal, & κ du ſerpent; près de celle-ci eſt δ du ſerpent, 4 degrés ½ au nord-oueſt, & ε qui eſt 2 degrés au ſud-eſt. La direction de ces trois étoiles indique encore δ & ε d'ophiucus, qui ſont à 10 degrés de ε du ſerpent. Les étoiles β & γ à l'épaule orientale d'ophiucus, ſont ſur la ligne menée de la tête d'hercule à celle du ſagittaire, ſur le même méridien que la tête d'ophiucus; β eſt à 8 degrés; & γ à 10 degrés plus au midi que la tête d'ophiucus; leur direction paſſe entre les deux têtes d'ophiucus & d'hercule.

La ligne menée de la tête d'hercule à celle d'ophiucus, ſe dirige vers θ, extrémité de la queue du *ſerpent*, qui eſt à 25 degrés de la tête d'ophiucus vers l'occident; c'eſt une étoile changeante. La ligne menée des étoiles les plus orientales de la courone, qui regardent la lyre juſqu'à κ du ſerpent, paſſe ſur la tête du ſerpent, entre γ & β de troiſieme grandeur; celle-ci eſt la plus occidentale des deux. Le pied occidental d'ophiucus eſt entre antarès & β, ou la boréale au front du ſcorpion; ſon pied oriental eſt entre antarès & μ, qui eſt la ſupérieure & l'occidentale, ou précédente de l'arc du ſagittaire; ſes deux pieds ſont ſur l'écliptique même, & la lune rencontre quelquefois les étoiles au pied du ſerpentaire.

Le *capricorne* eſt marqué par le prolongement de la ligne qui paſſe par la lyre & l'aigle: il y a deux étoiles de troiſieme grandeur α & β, à deux degrés l'une de l'autre, placées ſur le prolongement de cette ligne; elles ſont à la tête du capricorne; & à 20 degrés de là, du côté de l'orient, deux autres étoiles γ & δ, ſituées de l'orient à l'occident à deux degrés l'une de l'autre, marquent la queue du capricorne.

Fomalhaut, ou la *bouche du Poiſſon* auſtral, étoile de la premiere grandeur, eſt indiquée par la ligne menée de l'aigle à la queue du capricorne, & prolongée 20 degrés au delà.

Le Dauphin eſt une petite *conſtellation* ſituée environ 25 degrés à l'orient de l'aigle; elle eſt formée par un loſange de quatre étoiles de la troiſieme grandeur.

Le *verſeau* eſt déſigné par une ligne menée de la lyre ſur le dauphin, prolongée vers le midi, à la même diſtance du dauphin que le dauphin de l'aigle, c'eſt-à-dire, environ à 30 degrés: le verſeau eſt un peu à l'orient de cette ligne. En allant du dauphin à fomalhaut, on traverſe dans toute ſa longueur la *conſtellation* du verſeau, & l'on paſſe d'abord entre les deux épaules α & β, qui ſont deux étoiles de troiſieme grandeur, à 10 degrés l'une de l'autre, & les plus remarquables de toute cette *conſtellation*.

La *Baleine* eſt une grande *conſtellation* ſituée au midi du bélier, au deſſous de l'eſpace qui eſt entre les pléiades & pégaſe. La ligne menée de la ceinture d'andromede entre les deux étoiles du bélier, va paſſer ſur l'étoile α à la mâchoire de la baleine, qui eſt une étoile de la ſeconde grandeur, à 25 degrés des deux cornes du bélier. La ligne menée de la chevre par les pléiades, va paſſer auſſi vers α de la baleine. La ligne menée par aldebaran & la mâchoire de la baleine, va paſſer ſur β ou la queue de la baleine, autre étoile de ſeconde grandeur, qui eſt à 42 degrés plus loin, tout près de l'eau du verſeau.

Les *poiſſons*, qui forment le douzieme ſigne du zodiaque, ſont peu remarquables dans le ciel: l'un des poiſſons eſt placé le long du côté méridional du carré de pégaſe, ſous α & γ de pégaſe; l'autre poiſſon eſt placé à l'orient du carré de pégaſe, entre la tête d'andromede & la tête du bélier. L'étoile α, la plus remarquable de cette *conſtellation*, eſt le nœud du lien des poiſſons, la ſeule de la troiſieme grandeur; elle eſt ſituée ſur la ligne menée du pied d'andromede par la tête du bélier, & ſur la ligne menée des pieds des gémeaux par aldebaran, à 40 degrés à l'occident de cette derniere étoile.

Je ne conduirai pas plus loin ce détail des *conſtellations*; les autres étant plus petites & moins remarquables, on aura beſoin, pour les bien diſtinguer, du ſecours des cartes céleſtes: je me contenterai d'indiquer ſommairement leur poſition. Le *lievre* eſt une *conſtellation* ſituée au midi d'orion; la *colombe* eſt au midi du lievre; le *centaure*, au midi de la vierge; le *loup*, au midi du ſcorpion; le *navire*, au midi du lion; *antinoüs*, au midi de l'aigle; le *petit cheval*, entre le dauphin, le verſeau & le pégaſe; le *grand triangle*, le *petit triangle* & *la mouche*, ſont entre la ceinture d'andromede & les pléiades; l'*éridan*, entre rigel ou le pied d'orion, la baleine & ſirius; la *chevelure de bérénice*, entre la queue du lion & la queue de la grande ourſe; la *fleur de lis*, entre le bélier & la tête de méduſe; le *lynx*, entre les gé-

Digitized by Google

meaux, la grande ourſe & orion ; la *licorne*, au midi de procyon, entre orion & l'hydre ; le *petit lion*, au nord du lion, & le ſextant au midi du lion ; le *lézard*, entre le cygne & andromede ; la *giraſe* & le *renne*, entre la grande ourſe ; & caſſiopée ; les *chiens de chaſſe*, ſous la queue de la grande ourſe, entre cette *conſtellation* & celle du bouvier ; la *fleche*, le *renard* & l'*oie*, au midi de la lyre & du cygne, ou au nord de l'aigle & du dauphin ; le *mont Ménale*, entre le ſerpent & la vierge ; le *rameau* ou *cerbere*, dans la main d'hercule ; l'*écu de ſobieski*, entre le ſerpent & antinoüs.

Après avoir appris à connoître le pole du monde, on doit être curieux de diſtinguer auſſi le pole de l'écliptique, puiſque c'eſt un des points les plus remarquables dans le ciel. Le pole boréal de l'écliptique eſt ſitué ſur la ligne menée par les deux ſuivantes γ & δ de la grande ourſe ; il fait un triangle preſque équilatéral avec la lyre & α du cygne ; il eſt auſſi ſur la ligne menée par les deux précédentes du carré de la grande ourſe & par les garder de la petite ourſe, 3 degrés au delà de l'étoile α du dragon qui eſt à peu près ſur la même ligne que les étoiles θ, η, ζ, du dragon, dont la direction s'étend de caſſiopée à arcturus. Enfin le pole de l'écliptique fait un triangle rectangle & iſoſcele avec l'étoile polaire & β de la petite ourſe, qui eſt la plus voiſine de l'étoile polaire des deux dernieres de la petite ourſe, l'angle droit eſt à l'étoile β.

Je penſe que, pour mettre le lecteur à portée d'eſtimer en degrés les diſtances des étoiles, il ſuffit de raporter ici en nombres ronds les diſtances de quelques-unes les plus remarquables. La grande ourſe a 26 degrés de longueur depuis α juſqu'à η ; la diagonale d'orion, depuis rigel juſqu'à l'épaule orientale, eſt de 19 degrés ; les épaules ſont diſtantes de ſept degrés ; les deux têtes des gémeaux de quatre degrés $\frac{1}{2}$. On peut trouver un grand nombre de ces diſtances exactement meſurées dans les livres de Tycho, d'Hévélius & de Flamſtéed ; mais on s'en ſert fort peu actuélement. Il faut auſſi ſe rapeler qu'on ne doit examiner ces diſtances que quand les étoiles ſont un peu élevées : les conſtellations paroiſſent plus grandes quand elles ſont voiſines de l'horizon, par l'erreur d'un jugement involontaire que nous tâcherons d'expliquer à l'article DIAMETRE.

Explication des fables par les conſtellations. Une des plus belles applications de l'Aſtronomie, eſt celle qu'a faite en 1779 M. Dupuis, profeſſeur au collége de Liſieux à Paris, en faiſant voir que les fables anciennes & la mythologie de preſque tous les peuples du monde, n'eſt qu'une allégorie aſtronomique. Cette curieuſe découverte fut annoncée dans le *Journal des Savans de* 1779, & détaillée dans un mémoire qui fait partie du 4e volume de mon Aſtronomie : on en verra divers traits aux articles de chaque conſtellation, & au mot ZODIAQUE, où nous expliquerons les douze travaux d'Hercule par les conſtellations. (*D. L.*).

CONSTRUCTION, ſ. f. (*Géom.*). Ce mot exprime, en Géométrie, les opérations qu'il faut faire pour exécuter la ſolution d'un problême. Il ſe dit auſſi des lignes qu'on tire, ſoit pour parvenir à la ſolution d'un problême, ſoit pour démontrer quelque propoſition. *Voyez* PROBLÊME, *&c.*

La *conſtruction* d'une équation, eſt la méthode d'en trouver les racines par des opérations faites avec la regle & le compas, ou, en général, par la deſcription de quelque courbe. *Voyez* ÉQUATION & RACINE. Nous allons donner d'abord la *conſtruction* des équations du premier & du ſecond degré.

Pour conſtruire une équation du premier degré, il n'y a autre choſe à faire que de réduire à une proportion la fraction qui exprime la valeur de l'inconnue, ce qui s'entendra très-facilement par les exemples ſuivans.

1°. Suppoſons qu'on ait $x = \frac{ab}{c}$, on en tirera $c : a = b : x$; ainſi, x ſera facile à avoir par la méthode de trouver une quatrieme proportionele.

2°. Qu'on ait $x = \frac{abc}{de}$, on commencera par conſtruire $\frac{ab}{d}$ à l'aide de la proportion $d : a = b : \frac{ab}{d}$. Ayant trouvé $\frac{ab}{d}$, & l'ayant nommé g pour abréger, on fera la proportion $e : g = c : x$, c'eſt-à-dire, que l'on aura x par la quatrieme proportionele à e, g, c.

3°. Que l'on ait $x = \frac{aa - bb}{c}$: comme $aa - bb$ eſt le produit de $a - b$ par $a + b$, on n'aura autre choſe à faire qu'à conſtruire la proportion $c : a - b = a + b : x$.

4°. Que $x = \frac{a^2b - bc^2}{ad}$; par le premier cas, on trouve une ligne $g = \frac{ab}{d} = \frac{a^2b}{ad}$, & une ligne $b = \frac{bc}{d}$. De plus, par le même cas, on conſtruit auſſi une ligne $i = \frac{bc}{a}$; donc x, qui eſt alors $= g - i$, ſera la différence des deux lignes g & i conſtruites par ces proportions.

5°. Que $x = \frac{a^2b + bcd}{af + eg}$; on cherchera d'abord $\frac{eg}{a}$, & on fera $b = f + \frac{eg}{a}$, ce qui donnera $ab = af$

$= af + cg$, & par conſéquent $x = \frac{a^2 b + bcd}{ab}$: ainſi, la difficulté ſera réduite au cas précédent.

6°. Que $x = \frac{a^2 b - bad}{af + bc}$; on cherchera $\frac{af}{b}$, & on fera $\frac{af}{b} + c = b$, ce qui donnera $af + bc = bb$, & par conſéquent $x = \frac{a^2 b - bad}{af + bc} = \frac{a^2 - ad}{b}$, d'où l'on tirera $b : a = a - d : x$.

7°. Si $x = \frac{a^2 + bb}{c}$; on conſtruira le triangle rectangle ABC, *Pl. Algebre*, *Fig.* 1, dont le côté AB ſoit a, BC, b, & l'hypothénuſe ſera alors $\sqrt{aa + bb}$: faiſant $AC = m$, on aura $x = \frac{mm}{c}$, & par conſéquent $c : m = m : x$.

8°. Si $x = \frac{a^2 - b^2}{c}$, ſur $AB = a$, *Fig.* 2, on décrira un demi-cercle, & l'on prendra $AC = b$, ce qui donnera $BC = \sqrt{aa - bb}$; faiſant donc $CB = m$, on aura $x = \frac{mm}{c}$, c'eſt-à-dire, $c : m = m : x$.

9°. Si $x = \frac{a^2 b + bcd}{af + bc}$, on cherchera $\frac{fa}{b}$, & l'on fera $b = \frac{fa}{b} + c$, ce qui donnera $bc + af = bb$, & par conſéquent $x = \frac{a^2 b + bcd}{bg} = \frac{a^2 + cd}{b}$. Trouvant alors entre $AC = c$, *Fig.* 3, & $CB = d$ la moyene proportionele $CD = \sqrt{cd}$, & faiſant $CE = a$, on aura $DE = \sqrt{a^2 + cd}$, qui, étant nommée m, donnera $x = \frac{mm}{b}$: & partant $b : m = m : x$.

Il eſt à remarquer que les *conſtructions*, que nous venons de donner des trois derniers exemples, ne ſont que pour plus d'élégance & de ſimplicité; car on pouroit les conſtruire, & on en a déja conſtruit pluſieurs autrement ci-deſſus, *n.os* 3 & 5.

La *conſtruction* des équations du ſecond degré, lorſque l'inconnue eſt délivrée, ne demande pas d'autres regles que celles qu'on vient de donner. Qu'on ait, par exemple, $x^2 = ab$, on en tirera $x = \sqrt{ab}$ que l'on conſtruit en trouvant la moyene proportionele DC entre $AC = a$ & $BC = b$.

Si l'équation a un ſecond terme comme $xx + ax = \pm bb$, qui donne $x = -\frac{1}{2}a \pm \sqrt{\frac{1}{4}aa \pm bb}$, toute la difficulté conſiſtera à conſtruire $\sqrt{\frac{1}{4}aa + bb}$ ou $\sqrt{\frac{1}{4}aa - bb}$. Pour le premier cas, on fera comme dans les *conſtructions* précédentes, *Fig.* 1, $AB = \frac{1}{2}a$ & $BC = b$, ce qui donnera $AC = \sqrt{\frac{1}{4}aa + bb}$. Dans le ſecond, on fera, *Fig.* 2, $AC = b$, & $AB = \frac{1}{2}a$, ce qui donnera $CB = \sqrt{\frac{1}{4}a^2 - b^2}$.

Les équations du troiſieme degré peuvent ſe conſtruire, 1°. par l'interſection d'une ligne droite & d'un lieu du troiſieme degré. Par exemple, ſoit $x^3 + ax^2 - bbx + c^3 = o$; on conſtruira le lieu ou la courbe $EMBCF$, *Fig.* 4, *Algebr.*, dont l'équation ſoit $x^3 + ax^2 - bbx + c^3 = y$, en prenant les variables AP pour x & PM pour y; & les points B, C, D, où cette courbe rencontrera ſon axe, donneront les racines AB, AC, AD de l'équation; car, dans ces points, y eſt $= o$, puiſque y exprime, en général, la diſtance PM de chaque point M de la courbe à ſon axe AD: par conſéquent on a $x^3 + ax^2 - bbx + c^3 = o$; 1°. lorſque x eſt $= AB$: 2°. lorſque $x = AC$: 3°. lorſque $x = AD$. Donc les valeurs de l'inconnue x, propres à rendre $x^3 + axx - bbx + c^3 = o$, ſont AB, AC, AD. Les racines de l'équation ſeront poſitives ou négatives, ſelon que les points B, C, D, tomberont d'un côté ou de l'autre par raport à A; & ſi la courbe ne coupoit pas ſon axe en trois points, ce ſeroit une marque qu'il y auroit des racines imaginaires.

Je raporte ici cette méthode de conſtruire les équations du troiſieme degré, parce qu'elle peut s'appliquer généralement aux degrés plus élevés à l'infini, & qu'elle eſt peut-être auſſi commode & auſſi ſimple qu'aucun autre. Ainſi, en général l'équation $x^n + ax^{n-1} + bbx^{n-2} + \&c. + e^n = o$ peut ſe conſtruire par la courbe dont l'équation ſeroit $x^n + ax^{n-1} + bbx^{n-2} + \&c. + e^n = y$ dont les interſections avec ſon axe donneront les racines de l'équation. Ces ſortes de courbes où l'indéterminée y ne monte qu'à un degré, s'appelent *courbes de genre parabolique*. Et je dois remarquer ici que M. l'abbé de Gua s'eſt ſervi avec beaucoup de ſagacité de la conſidération de ces ſortes de courbes, pour découvrir & démontrer de fort beaux théorèmes ſur les racines des équations. *Voyez* RACINE; *voyez* auſſi *les Mémoires de l'Acad. des Scienc. de Paris, de* 1741, & l'*article* COURBE.

Mais, en général, la méthode de réſoudre les équations du troiſieme & du quatrieme degré conſiſte à y employer deux ſections coniques, & ces deux ſections coniques doivent être les plus ſimples qu'il ſe puiſſe; c'eſt pourquoi on conſtruit

toutes ces équations par le moyen du cercle & de la parabole. Voici une légere idée de cette méthode. Soit propoſé de conſtruire $x^3 = bbc$, on ſupppoſe d'abord $x^4 = bbcx$, en multipliant le tout par x; enſuite on ſuppoſe $xx = by$, qui eſt l'équation d'une parabole, & on a par la ſubſtitution $x^4 = bbyy = bbcx$, & $yy = cx$, qui eſt l'équation d'une parabole. Ainſi on pouroit réſoudre le problême, en conſtruiſant les deux paraboles BAC, DA, *Fig.* 5, qui ont pour équation $yy = cx$ & $xx = by$; le point d'interſection C de ces paraboles donneroit la valeur OC de l'inconnue x. Car l'inconnue x doit être telle que $xx = by$ & que $yy = cx$: or nommant en général AP, x, PR, y, ou AS, y, SR, x; il n'y a que le ſeul point C où l'on ait à la fois $xx = by$ & $yy = cx$. Mais comme le cercle eſt plus facile à conſtruire que la parabole, au lieu d'employer deux paraboles, on n'en emploie qu'une; par exemple, celle qui a pour équation $xx = by$, & on combine enſemble les deux équations $xx = by$ & $yy = cx$, de maniere qu'elles donnent une équation au cercle; ce qui ſe fait en ajoutant une de ces équations à l'autre ou en l'en retranchant, comme on le peut voir expliqué plus au long dans l'application de l'Algebre à la Géométrie de M. Guiſnée, & dans le neuvieme livre des ſections coniques de M. le marquis de l'Hôpital. Par exemple, dans le cas dont il s'agit ici, on aura $cx - xx = yy - by$ qui eſt une équation au cercle; & ſi on conſtruit ce cercle, ſes points d'interſection avec la parabole qui a pour équation $xx = by$, donneront les racines de l'équation.

On voit par-là que pour conſtruire une équation du troiſieme degré, il faut d'abord, en la multipliant par x, la changer en une du quatrieme: on peut en ce cas la regarder comme une équation du quatrieme degré, dont une des racines ſeroit $= o$. Car ſoient $x = a$, $x = b$, $x = c$, les racines d'une équation du troiſieme degré, $x^3 + pxx + qx + r = o$, ſi on multiplie cette équation par x, on aura $x^4 + px^3 + qxx + rx = o$, dont les racines ſeront $x = o$, $x = a$, $x = b$, $x = c$. Auſſi lorſque l'équation eſt du troiſieme degré, l'équation au cercle qu'on en déduit n'a point de terme conſtant; d'où il s'enſuit qu'en faiſant dans cette équation $y = o$, x eſt auſſi $= o$, *voyez* COURBE & ÉQUATION; & comme dans l'équation à la parabole $xx = by$, $y = o$ rend auſſi $x = o$, on voit que quand l'équation eſt du troiſieme degré, le cercle & la parabole ſe coupent dans le point qui eſt l'origine des x & des y, & c'eſt cette interſection qui donne la racine $x = o$: les trois autres interſections donnent les trois racines. C'eſt ainſi qu'en Géométrie tout s'acorde & ſe raproche.

Les équations des degrés plus compoſés ſe conſtruiſent de même par l'interſection de courbes plus élevées; par exemple, au lieu du ſixieme degré par l'interſection de deux courbes du troiſieme, qu'il faut toujours choiſir de maniere que leur équation ſoit la plus ſimple qu'il ſe puiſſe, ſelon pluſieurs auteurs: cependant, ſelon d'autres, cette regle ne doit pas être ſuivie à la rigueur; parce qu'il arive ſouvent qu'une courbe dont l'équation eſt compoſée, eſt plus facile à décrire qu'une courbe dont l'équation eſt fort ſimple. *Voyez* ſur cela l'*article* COURBE, ainſi que ſur la *conſtruction* des équations différentielles. (*O*).

CONTACT, ſ. m. (*Géom.*); point de contact, *punctum contactus*, eſt le point où une ligne droite touche une ligne courbe, ou dans lequel deux lignes courbes ſe touchent.

Angle de contact. Voyez ANGLE DE CONTINGENCE *au mot* CONTINGENCE.

CONTIGU, (*Géométrie*): deux eſpaces ou ſolides ſont dits *contigus*, lorſqu'ils ſont placés immédiatement l'un auprès de l'autre.

Les angles *contigus*, *en Géométrie*, ſont ceux qui ont un côté commun; on les appele autrement *angles adjacens*, par oppoſition à ceux qu'on appele *oppoſés au ſommet*, qui ſont produits par la continuation des côtés des angles au delà de leur ſommet. *Voyez* ANGLE & ADJACENT.

CONTINGENCE, ſ. f. (*Géométrie*). On appele *angle de contingence* un angle tel que l'angle LAB, *Pl. Géom. Fig.* 45, qu'un arc de cercle AL fait avec la tangente BA au point A, où la ligne BA touche le cercle. *Voyez* ANGLE.

Euclide a démontré que la droite BA, élevée perpendiculairement ſur le rayon CA, touche le cercle en un ſeul point, & qu'on ne peut tirer aucune ligne droite entre le cercle & cette tangente.

De là il s'enſuit que l'angle de *contingence* eſt moindre qu'un angle rectiligne, & que l'angle que le cercle fait avec ſon rayon, eſt plus grand qu'aucun angle aigu.

La nature de l'angle de *contingence* a fait autrefois le ſujet de beaucoup de diſputes. Un auteur, par exemple, a ſoutenu contre Clavius, que l'angle de *contingence* étoit auſſi hétérogene aux angles rectilignes, que la ligne l'eſt à la ſurface. Wallis, qui a fait un traité particulier de l'angle de *contingence*, & de celui que le cercle fait avec ſon rayon, ſoutient le même ſentiment. (CHAMBERS). *Voy.* TANGENTE.

Depuis que les géometres ſe ſont appliqués à examiner une infinité d'autres courbes que le cercle, ils ont nommé en général *angle de contingence*, l'angle compris entre l'arc d'une courbe quelconque, & la ligne qui touche cet arc à ſon extrémité.

Quant à la diſpute ſur l'angle de *contingence*, elle pouroit bien n'être qu'une queſtion de nom; tout dépend de l'idée qu'on atache au mot *angle*. Si on entend par ce mot une portion finie de l'eſpace compris entre la courbe & la tangente, il n'eſt pas douteux que cet eſpace ne ſoit comparable à une portion finie de celui qui eſt renfermé par deux lignes droites qui ſe coupent,

Digitized by Google

Si on veut y atachee l'idée ordinaire de l'angle formé par deux lignes droites, on trouvera, pour peu qu'on y réfléchiſſe, que cette idée priſe abſolument & ſans modification, ne peut convenir à l'angle de *contingence*, parce que dans l'angle de *contingence*, une des lignes qui le forme eſt courbe. Il faudra donc donner pour cet angle une définition particuliere; & cette définition, qui eſt arbitraire, étant une fois bien expoſée & bien établie, il ne pourra plus y avoir de difficulté. Une bonne preuve que cette queſtion eſt purement de nom, c'eſt que les géometres ſont d'ailleurs entiérement d'acord ſur toutes les propriétés qu'ils démontrent de l'angle de *contingence*; par exemple, qu'entre un cercle & ſa tangente on ne peut faire paſſer de lignes droites; qu'on y peut faire paſſer une infinité de lignes circulaires, *&c.*

M. Newton remarque dans la *ſcholie du lem. xj du premier liv. de ſes principes*, qu'il y a des courbes telles, qu'entr'elles & leur tangente on ne peut faire paſſer aucun cercle, & qu'ainſi on peut dire qu'à cet égard l'angle de *contingence* de ces courbes eſt infiniment moindre que l'angle de *contingence* du cercle. Ce grand géometre meſure l'angle de *contingence* d'une courbe en un point quelconque, par la courbure de cette courbe en ce point, c'eſt-à-dire, par le rayon de ſa dévelopée. *Voyez* COURBURE & OSCULATION. D'après ce principe, il fait voir que l'angle de *contingence* d'une courbe peut en ce ſens être infiniment moindre ou infiniment plus grand que l'angle de *contingence* d'une autre courbe. Les courbes dans leſquelles le rayon de la dévelopée eſt $=$ à l'infini en certains points, ont à ces points l'angle de *contingence* $= o$, & infiniment plus petit que l'angle de *contingence* du cercle. Les courbes, au contraire, qui ont en quelque point le rayon de la dévelopée $= o$, ont en ce point l'angle de *contingence* infiniment plus grand, pour ainſi dire, que l'angle de *contingence* du cercle, parce que tout cercle d'un rayon fini, quelque petit qu'il ſoit, peut paſſer entre la courbe & la tangente.

Soit $y = x^m$, m étant une fraction poſitive: on trouvera que ſi m eſt $< \frac{1}{2}$, le rayon de la dévelopée eſt infini à l'origine, & qu'il eſt o ſi $m > \frac{1}{2}$ *Voy.* DÉVELOPÉE.

Ligne de contingence, dans la *Gnomonique*, eſt une ligne qui coupe la ſouſtylaire à angles droits. Dans les cadrans horizontaux, équinoxiaux, polaires, *&c.*, la ligne de *contingence* eſt perpendiculaire à la méridiene, ainſi que dans tous les cadrans où la ſouſtylaire & la méridiene ſe confondent. Cette ligne, dans les cadrans horizontaux, eſt la ligne de ſection ou de rencontre du plan du cadran, avec un plan parallele à l'équateur, qu'on imagine paſſer par le bout du ſtyle. *Voyez* SOUSTYLAIRE & GNOMONIQUE. (*O*).

* Pour diſſiper un petit air de myſtere qui reſte ſur ce ſujet, nous ajouterons l'explication ſuivante, qui fera diſparoître le merveilleux & rendra la choſe plus intelligible.

Deux lignes qui coïncident ne font point d'angle, & deux lignes qui coïncident ont la même poſition; celles qui ne coïncident pas ne l'ont point. Deux choſes qui ne ſont pas les mêmes, ſont ſemblables ou différentes. Deux lignes ſemblablement poſées ſont paralleles (*Voyez* PARALLELE): donc les lignes qui font un angle ont des poſitions différentes. On voit bien qu'il s'agit ici, & dans tout le reſte de cette article, des angles plans. *Voyez* ANGLE.

Remarque. Il n'eſt pas vrai qu'au contraire deux lignes qui ont des poſitions différentes faſſent toujours un angle. Les lignes aſymptotiques (*Voyez* ASYMPTOTE) ont des poſitions différentes & ne font point d'angle, parce qu'elles ne ſe rencontrent jamais.

Il en réſulte que l'angle ſe détermine par la différente poſition de deux lignes qui, prolongées s'il eſt néceſſaire, ſe rencontrent.

On ſait que toutes les parties d'une droite, déterminées & conſidérées comme on veut, ont la même poſition. Auſſi Euclide demande que d'un point donné à un autre point donné on puiſſe mener une ligne droite, c'eſt-à-dire, que deux points étant donnés de poſition, la droite qui paſſe par ces points eſt auſſi donnée de poſition. Enſuite il (*dem.* 1) poſe pour axiôme que *deux lignes droites n'enferment point un eſpace* (*ax.* 11), c'eſt-à-dire, par deux points donnés on ne peut tirer qu'une ſeule droite. La définition qu'Euclide donne de la ligne droite revient à celle que je viens de donnee, & qu'on peut expliquer d'une maniere populaire, en diſant: *La ligne droite eſt celle qui, tournant autour de deux de ſes points, ne change point de place.*

Une ligne courbe n'a pas trois de ſes points qui aient la même poſition; c'eſt ce qui ſuit naturélement de la notion que chacun a naturélement de la ligne courbe.

Donc, à parler exactement, il n'y a d'autres angles que les angles rectilignes (*Voyez* ANGLES). De là vient que tous les géometres déterminent unanimement l'angle que font deux courbes, par celui que forment leurs tangentes (*Voyez* CURVILIGNE). Ainſi, l'angle ſphérique ACE, *Pl. de Trigon. Fig.* 21, c'eſt-à-dire, l'angle que forment les deux arcs de cercle AIC, EGC tracés ſur la ſurface d'une ſphere, ſe détermine par l'inclinaiſon mutuelle des deux plans CAF, CEF (*Voyez* SPHÉRIQUE), & l'inclinaiſon de ces deux plans ſe meſure par l'angle que forment les perpendiculaires à la droite CE, tirées l'une dans le plan CAF, & l'autre dans le plan CEF; & ces perpendiculaires ſont les tangentes; l'une du cercle CAF, & l'autre du cercle CEF. Ainſi, pour connoître l'angle que font les branches des courbes qui ont un nœud (*Voyez* NŒUD) en A, *Planches d'Anal. Fig.* 42, on tire par le point A les tangentes des deux branches. De là vient que, par exemple, on dit que la ciſſoïde (*Voyez* CISSOÏDE) AOL, *Planches d'Anal. Figure* 9, eſt

Digitized by Google

au point A, perpendiculaire au cercle générateur $ANOB$, parce que la tangentecommune aux deux branches de la ciſſoïde à ce point A eſt AB, diametre du cercle auquel eſt perpendiculaire la tangente du cercle, tirée par le même point A.

Par conſéquent on peut bien fixer l'angle que font deux points d'une ou de deux courbes, ou le même point conſidéré comme apartenant à deux courbes ou à deux différentes branches de la même courbe; mais on ne peut pas fixer l'angle que font deux courbes, puiſque les angles varient à chaque point. Les courbes qui ſe rencontrent en un point, & qui ont à ce point une même tangente, ne font point d'angle entr'elles: mais les unes s'écartent de la tangente plus lentement que les autres; & quand on dit que l'angle du contact formé par une courbe & ſa tangente au ſommet de la courbe, eſt infiniment plus petit qu'un pareil angle formé par une autre courbe, on peut dire que celle des courbes de la premiere ſorte qui ſe détourne le plus de la tangente, immédiatement après le point de contact, s'en détourne moins que celle des courbes de la ſeconde ſorte qui s'en détourne le moins.

Par exemple, l'équation aux paraboles de quelque ordre que ce ſoit eſt $a^{n} x = y^{n+1}$. Prenons pour toutes les paraboles d'un même ordre, *Pl. de Géométrie*, *Fig.* 46, la même ordonée DF ou AB (y); le produit $a^{n} x$ ou $a^{n} \times AD = a^{n} \times BF$ eſt conſtant; donc plus a eſt grand, plus x eſt petit, & au contraire. Si donc les courbes AE & AF ſont deux paraboles du même ordre, en ſorte que le parametre de la courbe AE ſoit plus petit que le parametre de la courbe AF, l'abſciſſe AK ſera plus grande que l'abſciſſe AD, & la parabole AE plus courbe que la parabole AF. Ainſi, dans un ordre quelconque de paraboles, en augmentant leur parametre, on aura une ſuite de courbes qui s'écarteront toujours moins de la tangente commune; c'eſt dans ce ſens qu'on dit qu'elles feront les angles de contact toujours plus petits.

À préſent que les courbes AE, AF repréſentent des paraboles du premier ordre, dont l'équation eſt $ax = y^{2}$, & que le parametre de la courbe AF ſoit ſuppoſé auſſi grand qu'on veut.

Prenons des paraboles du ſecond ordre, dont l'équation eſt $b^{2} x = y^{3}$; & ſoit leur ordonée commune (y) la même que dans la ſuppoſition précédente: de plus que BG indique l'abſciſſe qui correſpond à l'ordonée y dans une de ces paraboles. On aura donc

$$FB : BG = \frac{y^{2}}{a} : \frac{y^{3}}{b^{2}} = \frac{b^{2}}{a} : y.$$

Quelque petit que ſoit b^{2}, & quelque grand que ſoit a, la fraction $\frac{b^{2}}{a}$ eſt toujours finie; mais plus le point B s'approche du point A, plus nous nous approchons de ce que nous cherchons, qui eſt la poſition du point de la courbe qui ſuit immédiatement le point A: on peut donc prendre AB plus petite que $\frac{b^{2}}{a}$; & dans ce cas BG eſt plus petite que BF; quelque petit que ſoit le parametre d'une parabole du ſecond ordre, cette courbe s'écarte moins de la tangente qu'une parabole du premier ordre, quelque grand que ſoit ſon parametre. C'eſt dans ce ſens qu'on dit que ſi, avec le même axe & avec le même ſommet, on décrit des paraboles des différens ordres, en paſſant régulièrement de l'ordre inférieur à celui qui lui eſt immédiatement ſupérieur, on aura une ſuite d'angles de contingence qui décroîtront à l'infini, & c'eſt dans ce ſens qu'a parlé Newton dans l'endroit qu'on a cité ci-deſſus: endroit qui ſe trouve au *coroll. VII de l'ex. IV du prob. V* dans l'*Opuſcule II* du premier des opuſcules de Newton, que j'ai donnés, 514, 515.

Ainſi, tout le merveilleux diſparoît & ſe réduit à cette idée ſimple & claire, que chaque ordre de lignes, chaque ligne du même ordre & de la même eſpece a ſa courbure particuliere, différente de la courbure de toute autre ligne, & que la courbure des lignes d'un ordre peut approcher de l'autre tant qu'on veut, ſans que l'une devienne l'autre, comme plus ou augmente le rayon d'un cercle, moins la circonférence devient courbe, ſans devenir jamais droite.

Au reſte, il eſt douteux qu'Euclide ait parlé de l'angle de contact du cercle & de la tangente; *voyez* les remarques que Simſon a miſes à la fin de ſon édition d'*Euclide*. C'eſt pourquoi mon fils a omis, par mon conſeil, dans ſon édition de cet auteur, la partie de l'énoncé de la *prop. 16 du liv. iij*, que regarde l'angle du contact. Obſervez qui ni Euclide ni Apollonius, quand ils parlent d'une tangente & d'un cercle ou d'une ſection conique, ne diſent jamais *angle*; ils diſent, toujours *lieu*, eſpace (χώρος). Cette remarque eſt de Wallis, *de ang. contt. cap.* 5. (*J. D. C.*)

CONTRACTION *de la veine fluide* (*Hyd.*). On appele ainſi le reſſerrement qu'éprouve la colonne fluide qui ſort d'un vaſe par un orifice. Cette *contraction* diminue le produit que l'orifice devroit donner, ſuivant la théorie, ſi tous les points fluides ſortoient perpendiculairement au plan de l'orifice. Nommons le produit dont nous venons de parler, *produit théorique*. Dans les écoulemens par des orifices percés dans de minces parois, la *contraction* de la veine fluide diminue le produit théorique, dans le raport de 8 à 5, à peu près; & dans les écoulemens par des tuyaux additionels, la *contraction* de la veine fluide diminue le produit théorique, dans le raport de 56 à 53, à peu près. *Voyez* ADDITIONEL. J'ai traité amplement la matiere des *contractions*, dans mon *Hydrodynamique*. (*L. B.*)

Digitized by Google

CONTRE-FOULEMENT, ſ. m. (*Hydraul.*), ſe fait lorſqu'en conduiſant des eaux forcées, les tuyaux deſcendent d'une montagne dans une gorge, & qu'on eſt obligé de les faire remonter ſur une hauteur vis-à-vis, où l'eau ſe trouve alors contre-foulée & forcée ſi vivement, qu'il n'y a que les bons tuyaux qui puiſſent y réſiſter. (*K*).

CONTRE-HARMONIQUE (*Géom.*); trois nombres ſont en proportion *contre-harmonique*, lorſque la différence du premier & du ſecond eſt à la différence du ſecond & du troiſieme, comme le troiſieme eſt au premier. *Voyez* PROPORTION.

Par exemple, 3, 5 & 6 ſont des nombres en proportion *contre-harmonique*; car 2 : 1 : : 6 : 3. Pour trouver un moyen proportionel *contre-harmonique* entre deux quantités données, la regle eſt de diviſer la ſomme des deux nombres carrés par la ſomme des racines; le quotient ſera un moyen proportionel *contre-harmonique* entre les deux racines. Car ſoient a, b les deux nombres, & x le moyen proportionel qu'on cherche; on aura donc par la définition $x - a : b - x : : b : a$; donc $ax - aa = bb - bx$; donc $aa + bb = ax + bx$, & $x = \frac{aa+bb}{a+b}$.

CONTRE-PENTE. *Voy.* CONTRE-FOULEMENT.

CONVERGENT, adj. *en Algebre*, ſe dit d'une ſérie, lorſque ſes termes vont toujours en diminuant. Ainſi, x, $\frac{x}{3}$, $\frac{x}{4}$, $\frac{x}{5}$, *&c.*, eſt une ſérie *convergente*. *Voy.* SÉRIE, SUITE & DIVERGENT. (*O*).

CONVERGENT: *droites convergentes*, *en Géométrie*, ſe dit de celles qui s'approchent continuélement, ou dont les diſtances diminuent de plus en plus, de maniere qu'étant prolongées, elles ſe rencontrent en quelque point, au contraire des lignes divergentes, dont les diſtances vont toujours en augmentant. Les lignes qui ſont *convergentes* d'un côté, ſont divergentes de l'autre. *Voyez* DIVERGENT.

Les rayons *convergens*, *en Dioptrique*, ſont ceux qui, en paſſant d'un milieu dans un autre d'une denſité différente, ſe rompent s'approchant l'un vers l'autre, tellement que s'ils étoient aſſez prolongés, ils ſe rencontreroient dans un point ou foyer. *Voyez* RAYON & RÉFRACTION, &c.

Tous les verres convexes rendent les rayons paralleles *convergens*, & tous les verres concaves les rendent divergens, c'eſt-à-dire, que les uns tendent à raprocher les rayons, & que les autres les écartent; & la *convergence* ou divergence des rayons eſt d'autant plus grande, que les verres ſont des portions de plus petites ſpheres. *Voyez* CONCAVE, *&c.* C'eſt ſur ces propriétés que tous les effets des lentilles, des microſcopes, des téleſcopes, *&c.*, ſont fondés. *Voyez* LENTILLE, MICROSCOPE, *&c.*

Les rayons qui entrent *convergens* d'un milieu plus denſe dans un milieu plus rare, le deviennent encore d'avantage, & ſe réuniſſent plutôt que s'ils avoient continué à ſe mouvoir dans le même milieu. *Voyez* RÉFRACTION.

Les rayons qui entrent *convergens* d'un milieu plus rare dans un milieu plus denſe, deviennent moins *convergens*, & ſe rencontrent plutard que s'ils avoient continué leur mouvement dans le même milieu.

Les rayons paralleles qui paſſent d'un milieu plus denſe dans un milieu plus rare, comme par exemple du verre dans l'air, deviennent *convergens* & tendent à un foyer, lorſque la ſurface dont ils ſortent a ſa concavité tournée vers le milieu le plus denſe, & ſa convexité vers le milieu le plus rare. *Voyez* RÉFRACTION.

Les rayons divergens ou qui partent d'un même point éloigné dans les mêmes circonſtances, deviennent *convergens* & ſe rencontrent; & à meſure qu'on approche le point lumineux, le foyer devient plus éloigné: de ſorte que ſi le point lumineux eſt placé à une certaine diſtance, le foyer ſera infiniment diſtant, c'eſt-à-dire, que les rayons ſeront paralleles, & ſi on l'approche encore davantage, ils ſeront divergens. *Voyez* DIVERGENT; *Voyez auſſi* CONVEXITÉ, CONCAVE, FOYER, *&c.*

Si la ſurface qui ſépare les deux milieux eſt plane, les rayons paralleles, ſortent paralleles, mais à la vérité dans une autre direction; & ſi les rayons tombent divergens, ils ſortent plus divergens: mais s'ils tombent *convergens*, ils ſortent plus *convergens*. C'eſt tout le contraire, ſi les rayons paſſent d'un milieu plus rare dans un plus denſe. (*O*).

CONVERGENT: *hyperbole convergente*, eſt une hyperbole du troiſieme ordre, dont les branches tendent l'une vers l'autre, & vont toutes deux vers le même côté. Telles ſont, *Fig.* 35, *ſect. con.*, les branches hyperboliques AB, CD, qui ont une aſymptote commune. (*O*).

CONVERSE, adj. *en Géométrie*. Quand on met en ſuppoſition une vérité que l'on vient de démontrer, pour en déduire le principe qui a ſervi à ſa démonſtration, c'eſt-à-dire, quand la concluſion devient principe & le principe concluſion, la propoſition qui exprime cela s'appele la *converſe* de celle qui la précede.

Par exemple, on démontre en Géométrie que ſi les deux côtés d'un triangle ſont égaux, les deux angles oppoſés à ces côtés le ſont auſſi; & par la propoſition *converſe*, ſi les deux angles d'un triangle ſont égaux, les côtés oppoſés à ces angles le ſeront auſſi.

La *converſe* s'appele auſſi *inverſe*. Il y a pluſieurs propoſitions dont l'inverſe n'eſt pas vraie: par exemple, cette propoſition, *les trois côtés d'un triangle étant donnés, on peut connoître les trois angles*, eſt vraie & facile à démontrer, mais ſon inverſe ſeroit fauſſe; *les trois angles étant donnés, on connoît les trois côtés*; car il y a une infinité de triangles qui peuvent avoir les mêmes

angles, ſans avoir les mêmes côtés. *Voyez* TRIANGLES SEMBLABLES. (*O*).

CONVERSION, ſ. f. On ſe ſert, en *Arithmétique*, de l'expreſſion, *propoſition par converſion de raiſon*, pour ſignifier la *comparaiſon* de l'antécédent, avec la différence de l'antécédent & du conſéquent dans deux raiſons égales.

Par exemple, y ayant même raiſon de 2 à 3 que de 8 à 12, on en conclut qu'il y a auſſi même raiſon de 2 à 1 que de 8 à 4; c'eſt-à-dire, en général, que, ſi $a:b::c:d$, on en conclut que $a:b-a::c:d-c$, ce qui eſt évident; car $ad=bc$ donne $ad-ac=bc-ac$, & par conſéquent $a:b-a::c:d-c$. *Voyez* ANTÉCÉDENT, CONSÉQUENT, RAISON, RAPORT, *&c.* (*O*).

CONVERSION *des équations*, *en Algebre*, ſe dit de l'opération qu'on fait lorſqu'une quantité cherchée ou inconnue, ou une de ſes parties, étant ſous la forme de fraction, on réduit le tout à un même dénominateur, & qu'enſuite omettant les dénominateurs, il ne reſte, dans l'équation, que les numérateurs. *Voyez* ÉQUATION & FRACTION.

Ainſi, ſuppoſez $x-b=\frac{xx+cc}{d}+b$, x étant l'inconnue: multipliez le tout par d, & vous aurez $xd-bd=xx+cc+bd$. *Voyez* ÉQUATION, TRANSFORMATION, *&c.* Ce terme eſt aujourd'hui peu en uſage; on ſe ſert du mot de *faire évanouir les fractions*. *Voyez* RÉDUCTIONS. (*O*).

CONVERSION, *centre de converſion*, (*Méchan.*) *Voyez* CENTRE.

CONVERSION *des degrés*, en *Aſtronomie*, ſe dit de l'opération par laquelle on convertit les degrés en temps, ou les temps en degrés. Le mouvement diurne qui s'acheve en 24 heures, & par lequel 360 degrés de la ſphere traverſent le méridien, étant diviſé en 24 parties, chacune vaut une heure & répond à 15^d; car 15^d ſont la 24e partie de 360. En continuant de ſubdiviſer, on trouve de même les parties du temps qui répondent aux parties du cercle; 1^d vaut 4$'$ de temps; 1$'$ de degré vaut 4$''$ de temps.

De même pour convertir le temps en degrés, on prendra d'abord 15^d pour chaque heure; on prendra le quart des minutes de temps pour en faire des degrés; le quart des ſecondes, & l'on en fera des minutes; le quart des tierces de temps, & l'on en fera des ſecondes de degrés.

Cette pratique eſt fondée ſur ce que les arcs de l'équateur ſont la meſure la plus naturelle du temps. Quand le ſoleil eſt éloigné du méridien de 15^d, il eſt une heure; auſſi le temps vrai ou l'heure vraie dans le ſens préciſ & exact de l'Aſtronomie, n'eſt autre choſe que l'arc de l'équateur, compris entre le méridien & le cercle de déclinaiſon qui paſſe par le ſoleil, converti en temps, à raiſon de 15^d par heure: on appele cela convertir en degrés les heures du premier mobile, parce que le mouvement du premier mobile ou le mouvement diurne des 360 degrés de la ſphere, s'acheve en 24 heures de temps vrai quand on ne conſidere que le ſoleil, ou en 24 heures des étoiles quand on ne conſidere que les étoiles.

La *converſion des degrés* ſe fait auſſi, dans certains cas, en heures ſolaires moyenes: cela ſuppoſe qu'on prene 24 heures pour 360^d 59$'$ 8$''$, ou 15^d 2$'$ 28$''$ par heure. Les 24 heures répondent à 360^d 59$'$ 8$''$, puiſqu'en 24 heures ſolaires moyenes, non ſeulement une étoile revient au méridien, ce qui complete les 360^d, mais le ſoleil lui-même qui avoit fait 59$'$ 8$''$ en ſens contraire, par ſon propre mouvement, y arrive à ſon tour; ce que termine les 24 heures ſolaires moyenes. Une horloge réglée ſur cet 24 heures, n'indique plus 15^d par heure, mais 15^d 2$'$ 28$''$, qui eſt la 24e partie des 360^d 59$'$ 8$''$ qui paſſent en 24 heures, & ainſi des autres parties du temps; c'eſt ce qu'on appele *convertir les heures ſolaires moyenes en degrés*. On trouve dans la *connoiſſance des temps de chaque année*, une table pour cet effet; elle eſt d'un uſage continuel pour les aſtronomes, dont les horloges ou pendules ſuivent ordinairement les heures ſolaires moyenes; car ils obſervent les differences d'aſcenſion droite entre les étoiles & les planetes, en prenant pour chaque heure de leur horloge 15^d 2$'$ 28$''$ de la ſphere étoilée.

CONVERSIONS ſe diſoit auſſi, dans l'ancienne *Aſtronomie*, de toutes les révolutions céleſtes. (*D. L.*)

CONVEXE, adj. (*Géom.*), ſe dit de la ſurface extérieure d'un corps rond, par oppoſition à la ſurface intérieure qui eſt creuſe ou concave.

Ce mot eſt particuliérement en uſage dans la Dioptrique & la Catoptrique, où l'on s'en ſert par raport aux miroirs & aux lentilles. *Voyez* MIROIR & LENTILLE.

Un miroir *convexe* repréſente les images plus petites que leurs objets; un miroir concave les repréſente ſouvent plus grandes. Un miroir *convexe* rend divergens les rayons qu'il réfléchit; c'eſt pourquoi il les diſperſe & afoiblit leur effet: un miroir concave, au contraire, les rend preſque toujours convergens par la réflexion; de ſorte qu'ils concourent en un point, & que leur effet eſt augmenté. Plus le miroir *convexe* eſt portion d'une petite ſphere, plus il diminue les objets & plus il écarte les rayons.

Les verres *convexes* des deux côtés s'appelent *lentilles*; s'ils ſont plans d'un côté & *convexes* de l'autre, on les appele *verres plans-convexes* ou *convexes-plans*; s'ils ſont concaves d'un côté & *convexes* de l'autre, on les appele *verres convexo-concaves*, ou *concavo-convexes*, ſelon que la ſurface *convexe* ou concave eſt la plus courbe (c'eſt-à-dire, qu'elle eſt une portion d'une plus petite ſphere), ou ſelon que la ſurface *convexe* ou concave eſt tournée vers l'objet.

Toutes les lentilles donnent aux rayons de lu-

Digitized by Google

miere, dans leur paſſage, une tendance l'un vers l'autre ; c'eſt-à-dire, que les rayons ſortent de ces lentilles, couvergens ou moins divergens qu'ils n'étoient, de ſorte qu'ils concourent ſouvent dans un point ou foyer. *Voyez* CONVERGENT.

Les lentilles ont auſſi la propriété de grôſſir les objets, c'eſt-à-dire, de repréſeutet les images plus grandes que les objets ; & elles les grôſſiſſent d'autant plus, qu'elles ſont des portions de plus petites ſpheres. *Voyez* LENTILLE, RÉFRACTION *&c.* (*O*).

CONVEXITÉ, ſ. f. (*Géometrie.*), ſe dit de la ſurface convexe d'un corps. *Voyez* CONVEXE ET COURBE.

Les mots *convexe* & *concave* étant purement relatifs, il eſt aſſez difficile de les définir ; car ce qui eſt convexe d'un côté eſt concave de l'autre. Pour fixer les idées, prenons une courbe, & raportons-la à un axe placé ſur le plan de cette ligne, & appelons *ſommet de la courbe* le point où cet axe la coupe ; tirons des différens points de la courbe des tangentes qui aboutiſſent à l'axe : ſi ces tangentes, depuis le ſommet de la courbe, aboutiſſent toujours à des points de l'axe de plus en plus élevés, ou, ce qui revient au même, ſi les ſous-tangentes vont en augmentant, la courbe eſt concave vers ſon axe, & convexe do côte oppoſé ; ſinou elle eſt convexe vers ſon axe, & concave de l'autre côté. (*O*).

COORDONÉES, adj. pl. (*Géom.*) ; on appele de ce nom commun les abſciſſes & les ordouées d'une courbe (*Voyez* ABSCISSES & ORDONÉES), ſoit qu'elles faſſent un angle droit ou non. La natute d'nne courbe ſe détermine par l'équation entre ſes *coordonées*. *Voy.* COURBE. On appele *coordonées rectangles*, celles qni font un angle droit. (*O*).

COPERNIC, *ſyſtême de Copernic*, eſt celui dans lequel on ſuppoſe que le ſoleil eſt en repos au centre du monde, & que les planetes & la terre ſe meuvent autour de lui. *Voyez* SYSTÊME DE COPERNIC.

COPERNIC eſt encore le nom d'un inſtrument aſtronomique propoſé par Whiſtou, pour calculer & repréſenter les mouvemens des planetes.

Il a été ainſi appelé par l'auteur, comme étant fondé ſur le ſyſtême de *Copernic*, ou comme repréſentant les mouvemens des corps céleſtes, tels qu'ils s'exécutent ſuivant *Copernic*. Il eſt compoſé de pluſieurs cercles concentriques. Par les différentes diſpoſitions de ces cercles, qui ſont faits de façon qu'ils gliſſent les uns dans les autres, on réſout beaucoup de queſtions aſtronomiques, au moyen de quoi on évite, ſelon Chambers, de grands calculs, & on réduit l'ouvrage de pluſieurs heures à celui de quelques minutes. Cet inſtrument repréſeute juſqu'aux éclipſes. L'auteur a fait nn livre pour l'expliqner ; mais cet inſtrnment eſt peu en uſage, & doit être plus curieux qu'utile. *Voyez* PLANÉTAIRE.

* COPERNICIEN, ſ. m. nom par lequel on déſigne ceux qui ſoutienent le ſyſtême de Copernic.

CORBEAU, (*Aſtron.*), ou l'oiſeau de Phébus ; conſtellatiou méridionale, compoſée de 9 étoiles ; daus le catalogue britanuique, *corvus* ; en grec, κόραξ ; dans Ovide, *phœbeius ales* ; dans Florus, *avis ſatyra*, oo *pomptina*, *ales ficarius*, *garrulus proditor* ; en arabe, *gorab* ou *algourab*. Ce *corbeau* paſſe pout être celui qu'Apollon coudamua à nne ſoif éternele. D'autres veulent que ce ſoit le *corbeau* qui révéla à Apollou l'infidélité de Coronis, & fut cauſe de ſa mort. *Ovid. métam. ij*, 54. La victoire que Valérius Corvinus dut à un *corbeau*, lui a fait donner l'épithete de *Pomptina*, parce que ce fut près des marais Pontius. *Tite-Live*, *vij*, 26. Cette conſtellation annonçoit le ſolſtice par ſon coucher héliaque. (*Aſtron. tom. iv*, *pag.* 469.)

La principale étoile du *corbeau* eſt celle qui eſt marquée *ß* ; elle eſt de 3ᵉ grandeur : elle avoit en 1750 185° 59′ 34″ d'aſcenſiou droite, & 22° 0′ 37″ de déclinaiſon auſtrale. (*D. L.*)

CORDE, (*Méch.*). *De la réſiſtance des cordes.* La réſiſtance des *cordes* eſt fort conſidérable, & doit, par toutes ſortes de raiſons, entrer dans le calcul de la puiſſauce des machines. M. Amontous remarque dans les *Mémoires de l'Académie royale des Sciences*, 1699, qu'une *corde* eſt d'autant plus difficile à courber, 1°. qu'elle eſt plus roide & plus tendue par le poids qu'elle porte ; 2°. qu'elle eſt plus groſſe ; & 3°. qu'elle eſt plus courbée, c'eſt-à-dire, qu'elle euvelope un plus petit cylindre.

Il raporte des expérieuces qu'il a faites pour aſſurer des proportions dans leſquelles ces différentes réſiſtances augmeutent. Ces expériences apprenent que la roideur de la corde, occaſiouée par le poids qui la tire, augmeute à proportion du poids, & que celle qui vient de l'épaiſſeur de la *corde* augmente à proportion de ſou diametre ; enfin que celle qui vient de la petiteſſe des poulies autour deſquelles elle doit être entortillée, eſt plus forte pour les petites circonférences qne pour les grandes, quoiqu'elle n'augmente pas dans la même proportion que ces circonférences diminuent.

D'où il s'enſuit que la réſiſtance des *cordes* dans une machine, étant eſtimée en livres, devient comme un nouveau fardeau qu'il faut ajouter à celui que la machiue devoit élever ; & comme cette augmentation de poids rendra les *cordes* encore plus roides, il faudra de nouveao calculer cette augmentation de réſiſtance. Ainſi, on aura pluſieurs ſommes décroiſſantes qu'il faudra ajouter enſemble, comme quand il s'agit du frotement, & qui peuvent ſe monter très-haut. *Voyez* FROTEMENT.

En effet, lorſqu'on ſe ſert de *cordes* dans nne machine, il faut ajouter enſemble toutes les réſiſtances que leors roideurs produiſent, & toutes celles qne le frotement occaſione ; ce qni aug-

mentera ſi conſidérablement la difficulté du mouvement, qu'une puiſſance méchanique qui n'a beſoin que d'un poids de 1500 liv. pour en élever un de 3000 livres par le moyen d'une mouſle ſimple, c'eſt-à-dire, d'une poulie mobile & d'une poulie fixe, doit, ſelon M. Amontons, en avoir un de 5942 livres, à cauſe des frotemens & de la réſiſtance des *cordes*.

Ce que nous venons de dire des poulies doit ſervir de regle dans l'uſage des treuils, des cabeſtans, *&c.*, & des autres machines pour leſquelles on ſe ſert de *cordes*: ſi on négligeoit de compter leur roideur, on tomberoit infailliblement dans des erreurs conſidérables, & le mécompte ſe trouveroit principalement dans les cas où il eſt très important de ne ſe point tromper, je veux dire dans les grands effets; car alors les *cordes* ſont néceſſairement fort groſſes & fort tendues.

M. Camus examine, dans les *Mémoires de l'Académie de* 1739, quelle eſt la meilleure maniere d'employer les ſeaux pour élever de l'eau. Car il eſt certain que de la maniere dont on les emploie ordinairement, le poids de la *corde* s'ajoute à celui du ſeau; de ſorte que ſi le puits a 150 pieds, par exemple, de profondeur, on aura un plus grand éfort à faire au commencement de l'action ou de l'élévation du ſeau que vers la fin, parce qu'au commencement on aura à ſoutenir le poids du ſeau, plus celui de toute la *corde*, qui, ſi elle peſe 2 livres par toiſe, en péſera 50 pour ce puits de 25 toiſes de profondeur; augmentation très-conſidérable au poids du eau plein & ſortant de l'eau, dont il aura peut-être puiſé 24 livres. Il eſt vrai que cette premiere difficulté de l'élévation du ſeau ira toujours en diminuant, & ſera nulle au bord du puits: mais en ce cas, l'action de l'homme qui tirera le ſeau ſera fort inégale; &, dans cette ſuppoſition, il eſt impoſſible qu'il ne ſe fatigue pas trop, qu'il ne perde du temps, & qu'il ne faſſe moins qu'il n'auroit pu, parce qu'il eſt preſqu'impoſſible qu'il ne donne préciſément que ce qu'il faudra de force pour ſurmonter à chaque inſtant la réſiſtance décroiſſante du ſeau & de la *corde*. Il ſeroit plus avantageux & plus commode pour la puiſſance, d'avoir une machine qui réduiſît à l'égalité une action inégale par elle-même, de ſorte qu'on n'eût jamais à ſoutenir que le même poids ou à employer le même éfort, quoique la réſiſtance de la *corde* fût toujours variable. Pour cela, le ſeul moyen eſt que, quand le poids de la *corde* ſera plus grand, on, ce qui eſt le même, quand il y aura plus de *corde* à tirer, la puiſſance agiſſe par un plus long bras de levier, plus long préciſément à proportion de ce beſoin, & par conſéquent il faudra que les leviers ſoient toujours changeans & décroiſſans pendant toute l'élévation du ſeau. C'eſt pourquoi il faudra donner à la poulie dont on ſe ſervira, une forme pareille à peu près à celle des fuſées des montres qui ſont conſtruites ſur le même principe, ou plutôt il faudra que cette poulie ſoit comme un aſſemblage de pluſieurs poulies concentriques & inégales: on peut voir ſur cette matiere un plus grand détail dans l'*hiſt. de l'Acad. de* 1739, *p.* 51.

Il s'enſuit de ce que nous avons dit ſur la réſiſtance des *cordes*, 1°. qu'on doit préférer autant que faire ſe peut les grandes poulies aux petites, non ſeulement parce qu'ayant moins de tour à faire, leur axe a moins de frotement, mais encore parce que les *cordes* qui les entourent y ſouffrent une moindre courbure, & ont par conſéquent moins de réſiſtance. Cette conſidération eſt d'une ſi grande conſéquence dans la pratique, qu'en évaluant la roideur de la *corde* ſelon la regle de M. Amontons, on voit clairement que, ſi on vouloit élever un fardeau de 800 liv. avec une *corde* de 20 lignes de diametre, & une poulie qui n'eût que 3 pouces, il faudroit augmenter la puiſſance de 212 livres pour vaincre la roideur de la *corde*, au lieu qu'avec une poulie d'un pied de diametre, cette réſiſtance céderoit à un éfort de 22 livres, toutes choſes d'ailleurs égales.

On peut juger par-là que les poulies mouflées, c'eſt-à-dire, les poulies multiples, ne peuvent jamais avoir tout l'effet qui devroit en réſulter ſuivant la théorie. Car, dans ces ſortes de machines, les *cordes* ont pluſieurs retours; & quoique les puiſſances qui les tendent chargent d'autant moins les axes qu'il y a plus de poulies, cependant, comme il n'y a point de *cordes* parfaitement flexibles, on augmente leur réſiſtance en multipliant les courbures.

Cet inconvénient, qui eſt commun à toutes les moufles, eſt encore plus conſidérable dans celles où les poulies, rangées les unes au deſſus des autres, doivent être de plus en plus petites, pour donner lieu aux *cordes* de ſe mouvoir ſans ſe toucher & ſe froter; car une *corde* a plus de peine à ſe plier quand elle enveloppe un cylindre d'un plus petit diametre. Ainſi, les poulies mouflées qui ſont toutes de même grandeur, ſont en général préférables aux autres.

Les *cordes* qui ſont le plus en uſage dans la Méchanique, celles dont il s'agit principalement ici, ſont des aſſemblages de fil que l'on tire des végétaux, comme le chanvre, ou du regne animal, comme la ſoie, ou certains boyaux que l'on met en état d'être filés. Si ces fibres étoient aſſez longues par elles-mêmes, peut-être ſe contenteroit-on de les mettre enſemble, de les lier en forme de faiſceux ſous une enveloppe commune. Cette maniere de compoſer les *cordes* eût peut-être paru la plus ſimple & la plus propre à leur conſerver la flexibilité qui leur eſt ſi néceſſaire; mais, comme toutes ces matieres n'ont qu'une longueur fort limitée, on a trouvé moyen de les prolonger en les filant, c'eſt-à-dire, en les tortillant enſemble: le frotement qui naît de cette ſorte d'union eſt ſi conſidérable, qu'elles ſe câſſent

plutôt

Digitized by Google

plutôt que de ſe gliſſer l'une ſur l'autre. C'eſt ainſi que ſe forment les premiers fils dont l'aſſemblage fait un cordon; & de pluſieurs de ces cordons réunis & tortillés enſemble, on compoſe les plus grôſſes *cordes*. On juge aiſément que la qualité des matieres contribue beaucoup à la force des *cordes*; on conçoit bien auſſi qu'un plus grand nombre de cordons également grôs, doit faire une *corde* plus difficile à rompre; mais quelle eſt la maniere la plus avantageuſe d'unir les fils ou les cordons? *Voy.* le *Traité de la Corderie* de M. Duhamel.

Les câbles & autres grôs cordages que l'on emploie, ſoit ſur les vaiſſeaux, ſoit dans les bâtimens, étant toujours compoſés de pluſieurs cordons, & ceux-ci d'une certaine quantité de fils unis enſemble, il eſt évident qu'on n'en doit point atendre toute la réſiſtance dont ils ſeroient capables, s'ils ne perdoient rien de leur force par le tortillement; & cette conſidération eſt d'autant plus importante, que de cette réſiſtance dépend ſouvent la vie d'un très-grand nombre d'hommes.

Mais ſi le tortillement des fils en général rend les *cordes* plus foibles, on les afoiblit d'autant plus qu'on les tord davantage: il faut donc éviter avec ſoin de tordre trop les *cordes*.

Lorſqu'on a quelque grand éfort à faire avec pluſieurs *cordes* en même temps, on doit obſerver de les faire tirer le plus également qu'il eſt poſſible; ſans cela, il arive ſouvent qu'elles câſſent les unes après les autres, & metteut quelquefois la vie en danger. *Voyez*, ſur la réſiſtance des *cordes*, *la Méchanique* de M. l'abbé Boſſut, & *la Piece* de M. Coulomb, qui remporta, en 1781, le prix double de l'Académie, *ſur le frotement & la roideur des cordes dans les machines*. (*O*).

Cordes, (*Méchan.*). *De la tenſion des cordes*. Si une *corde A B* eſt atachée à un point fixe *B*, *Fig.* 64, *Méchan.*, & tirée ſuivant ſa longueur par une force ou puiſſance quelconque *A*, il eſt certain que cette *corde* ſoufrira une tenſion plus ou moins grande, ſelon que la puiſſance *A* qui la tire, ſera plus ou moins grande. Il en eſt de même, ſi au lieu du point fixe *B*, on ſubſtitue une puiſſance égale & contraire à la puiſſance *A*; il eſt certain que la *corde* ſera d'autant plus tendue, que les puiſſances qui la tirent ſeront plus grandes. Mais voici une queſtion qui a juſqu'ici fort embaraſſé les Méchaniciens. On demande ſi une *corde A B*, atachée fixement en *B* & tendue par une puiſſance quelconque *A*, eſt tendue de la même maniere qu'elle le ſeroit, ſi au lieu du point fixe *B*, on ſubſtituoit une puiſſance égale & contraire à la puiſſance *A*. Pluſieurs auteurs ont écrit ſur cette queſtion, que Borelli a le premier propoſée. Je crois qu'on peut la réſoudre facilement, en regardant la *corde* tendue *A B* comme un reſſort dilaté, dont les extrémités *A*, *B* font également éfort pour ſe raprocher l'une de l'autre. Je ſuppoſe donc d'abord que la *corde* ſoit fixe en *B*, & qu'elle ſoit tendue par une puiſſance appliquée en *A*, dont l'éfort ſoit équivalent à un poids de dix livres; il eſt certain que le point *A* ſera tiré ſuivant *A D* avec un éfort de dix livres; & comme ce point *A*, par l'hypotheſe, eſt en repos, il s'enſuit que par la réſiſtance de la *corde*, il eſt tiré ſuivant *A B* avec une force de dix livres, & fait par conſéquent un éfort de dix livres pour ſe raprocher du point *B*. Or le point *B*, par la nature du reſſort, fait le même éfort de dix livres ſuivant *B A*, pour ſe raprocher du point *A*, & cet éfort eſt ſoutenu & anéanti par la réſiſtance du point fixe *B*. Qu'on ôte maintenant le point fixe *B*, & qu'on y ſubſtitue une puiſſance égale & contraire à *A*; je dis que la *corde* demeurera tendue de même: car l'éfort de dix livres que fait le point *B* ſuivant *B A*, ſera ſoutenu par un éfort contraire de la puiſſance *B* ſuivant *B C*. La *corde* reſtera donc tendue, comme elle l'étoit auparavant: donc une *corde A B*, fixe en *B*, eſt tendue par une puiſſance appliquée en *A*, comme elle le ſeroit, ſi au lieu du point *B* on ſubſtituoit une puiſſance égale & contraire à la puiſſance *A*. *Voyez* Tension. (*O*).

Cordes (*vibrations des*), *Méch.* Si une *corde* tendue *A B*, *Fig.* 65, *Méchaniq.*, eſt frapée en quelqu'un de ſes points par une puiſſance quelconque, elle s'éloiguera juſqu'à une certaine diſtance de la ſituation *A B*, reviendra enſuite, & fera des vibrations comme une pendule qu'on tire de ſon point de repos. Les géometres ont trouvé les loix de ces vibrations. On ſavoit depuis longtemps, par l'expérience & par des raiſonemens aſſez vagues, que toutes choſes d'ailleurs égales, plus une *corde* étoit tendue, plus ſes vibrations étoient promptes; qu'à égale tenſion, les *cordes* faiſoient leurs vibrations plus ou moins promptement, en même raiſon qu'elles étoient moins ou plus longues; de ſorte que deux *cordes*, par exemple, étant de la même grôſſeur, également tendues, & leurs longueurs en raiſon de 1 à 2, la moins longue faiſoit, dans le même temps, un nombre de vibrations double du nombre des vibrations de l'autre, un nombre triple, ſi le raport des longueurs étoit celui d'1 à 3, *&c.* M. Taylor, célebre géometre Anglois, eſt le premier qui ait démontré les différentes loix des vibrations des *cordes* avec quelque exactitude, dans ſon ſavant ouvrage intitulé: *Methodus incrementorum directa & inverſa*, 1715; & ces mêmes loix ont été démontrées encore depuis par M. Jean Bernoulli, dans le *tome II des Mémoires de l'Académie impériale de Petersbourg*. On n'atend pas ſans doute de nous que nous raportions ici les théories de ces illuſtres auteurs, qu'on peut voir dans leurs ouvrages, & qui ne pouroient être à la portée que d'un très-petit nombre de perſones. Nous nous contenterons de donner la formule qui en réſulte, & au moyen de laquelle tout homme tant ſoit peu initié dans le calcul, pourra connoître facilement les loix des vibrations d'une *corde* tendue.

Avant que d'expoſer ici cette formule, il faut

remarquer que la *corde* fait des vibrations en vertu de l'élaſticité que ſe tenſion lui donne. Cette élaſticité fait qu'elle tend à revenir toujours dans la ſituation rectiligne *A B* ; & quand elle eſt arivée à cette ſituation rectiligne, le mouvement qu'elle a acquis, en y parvenant, la fait repaſſer de l'autre côté préciſément comme un pendule. *Voyez* PENDULE.

Or cette force d'élaſticité peut toujours être comparée à la force d'un poids, puiſqu'on peut imaginer toujours un poids qui donne à la *corde* la tenſion qu'elle a. Cela poſé, ſi on nomme *L* le longueur de la *corde*, *M* le maſſe de le *corde* ou la quantité de ſa matiere, *P* la force du reſſort de la *corde*, ou plutôt un poids qui repréſente la force avec laquelle la *corde* eſt tendue, *D* le longueur d'un pendule donné, par exemple, d'un pendule à ſecondes, *p* le raport de la circonférence d'un cercle à ſon diemetre, le nombre des vibrations faites par la *corde* durant une vibration du pendule donné *D*, ſera exprimé par $p\frac{\sqrt{D\times P}}{\sqrt{L\times M}}$.

De là il s'enſuit, 1°. que, ſi les longueurs *L*, & les maſſes *M* de deux *cordes* ſont égales, les nombres de leurs vibrations, en temps égaux, ſeront comme $\sqrt{D\times P}$, ou (à cauſe que *D* eſt le même pour tous les deux), comme $\sqrt{P}$, c'eſt-à-dire, comme les racines des nombres qui expriment le raport des tenſions. 2°. Que, ſi les tenſions *P* & les longueurs *L* ſont égales, les nombres des vibrations, en temps égal, ſeront comme $\frac{1}{\sqrt{M}}$, c'eſt-à-dire, en raiſon inverſe des racines des maſſes, & par conſéquent en raiſon inverſe des diametres, ſi les *cordes* ſont de le même matiere. 3°. Que, ſi les tenſions *P* ſont les mêmes, & que les *cordes* ſoient de la même matiere & de la même grôſſeur, les nombres des vibrations, en temps égaux, ſeront en raiſon inverſe des longueurs ; car ces nombres de vibrations ſeront alors comme $\frac{1}{\sqrt{L\times M}}$, or, quand les *cordes* ſont de même grôſſeur & de même metiere, les maſſes *M* ſont comme les longueurs *L*; donc $\frac{1}{\sqrt{L\times M}}$ eſt alors comme $\frac{1}{\sqrt{LL}}$, ou comme $\frac{1}{L}$.

Il eſt viſible que l'on peut déduire de la formule générele $p\frac{\sqrt{D\times P}}{\sqrt{L\times M}}$, autant de Théorêmes qu'on voudra ſur les vibrations des *cordes*. Ceux que nous venons d'indiquer ſuffiſent pour montrer la route qui y conduit.

Les mêmes géometres dont nous avons parlé, ne ſe ſont pas contentés de déterminer les vibrations de le *corde* tendue *A B* ; ils ont cherché auſſi quelle eſt la figure que prend cette *corde* en faiſant ſes vibrations ; & voici, ſelon eux, quelle eſt la nature de la courbe *A C B* que forme cette *corde*. Soit *D* le point de milieu de *A B*, *C D* la diſtance du point de milieu *C* de la *corde* en point *B* dans un inſtant quelconque ; ayant décrit le quart de cercle *C E* du rayon *C D*, ſoit pris par-tout *F N* à l'arc correſpondant *C M*, comme *D B* eſt à l'arc *C E*, le point *N* ſera à la courbe *C B* ; de ſorte que la courbe *A C B* que forme le *corde* tendue, eſt une courbe connue par les géometres ſous le nom de *courbe des arcs* ou *compagne de la cycloïde extrêmement alongée*. *Voy.* COMPAGNE DE LA CYCLOÏDE & TROCHOÏDE.

MM. Taylor & Bernoulli ont déterminé cette courbe d'après la ſuppoſition que tous les points de la *corde* arivent en même temps à la ſituation rectiligne *A B*. C'eſt ce que l'eſpérience paroît prouver, du moins autant qu'on peut en juger, en examinant des vibrations qui ſe font preſque toujours très-promptement. M. Teylor prétend même démontrer, ſans le ſecours de l'expérience, que tous les points de la *corde A C B* doivent ariver en même temps dans la ſituatinn rectiligne *A B*. Mais dans une diſſertation ſur les vibrations des *cordes* tendues, imprimée parmi les mémoires de l'académie royale des ſciences de Pruſſe pour l'année 1747, j'ai démontré que M. Taylor s'eſt trompé en cela, & j'ai fait voir de plus, 1°. qu'en ſuppoſant que tous les points de la *corde A C B* arivent en même temps à la ſituation rectiligne *A B*, la *corde A C B* peut prendre une infinité d'autres figures que celle d'une courbe des arcs alougée ; 2°. qu'en ne ſuppoſant pas que tous les points arivent en même temps à la ſituation rectiligne, on peut déterminer en général la courbure que doit avoir à chaque inſtant la *corde A B* en faiſant ſes vibrations. Cependent il eſt bon de remarquer, ce que perſone n'avoit encore fait, que quelque figure que prene la *corde A C B*, en feiſant ſes vibrations, le nombre de ces vibrations dans un temps donné doit toujours être le même, pourvu que ſes points arivent en même temps à la ſituation rectiligne ; c'eſt ce qu'on peut déduire fort aiſément de la théorie dont nous venons de parler. Je crois donc avoir réſolu le premier, d'une maniere générale, le problême de le figure que doit prendre une *corde* vibrante ; M. Euler l'a réſolu après moi, en employant preſque exactement la même méthode, avec cette différence ſeule que ſa méthode ſemble un peu plus longue. *Voyez les Mémoires de l'Académie de Berlin*, 1748. Dans les *Mémoires de la même Académie*, pour l'année 1750, *pag.* 355 *& ſuiv.*, j'ai donné encore quelques recherches ſur cette matiere, & des obſervations ſur le mémoire de M. Euler & ſur les vibrations des *cordes*. Nous y renvoyons nos lecteurs. (*O*).

On peut voir dans les mémoires de Berlin, de Turin, de Petersbourg, & dans pluſieurs volumes de nos opuſcules mathématiques, la ſuite de nos

recherches & de celles de MM. de la Grange, Euler & Daniel Bernoulli ſur ce problême. Nous joindrons ici à ces recherches les obſervations ſuivantes ſur le problême des *cordes vibrantes*.

Un habile geometre m'ayant conſulté ſur la maniere ſuivante, de trouver le mouvement d'une *corde* dont l'épaiſſeur n'eſt pas uniforme ; le paralogiſme de cette ſolution m'a paru aſſez ſubtil pour faire voir en quoi il conſiſte.

Soit LDM, *Planches Méchaniques*, *Figure 66*, la *corde* propoſée ; LD ou $LA = S$ (on met indifféremment LD ou LA, parce que la *corde* eſt ſuppoſée faire de très-petites vibrations, en ſorte que DA eſt fort petite) ; ſoit encore $DA = y$, S l'épaiſſeur de la *corde* en D. Soit maintenant une *corde* ldm, *Fig. 67*, d'une épaiſſeur uniforme, & dont la tenſion ſoit égale à la tenſion de la *corde* LDM pour chaque point A de la *corde* donnée ; ſoit ſuppoſé dans l'autre *corde* $la = s' = \int ds\sqrt{S}$, & la correſpondante $ad = AD$, on prétend que les deux *cordes* feront leurs vibrations en même temps.

Car ſoit, dit-on, dans la *corde* uniformément épaiſſe ldm, $ab = bc = ds'$ & conſtant, on aura en faiſant $ds\sqrt{S}$ auſſi conſtant dans la courbe LDM, l'ordonée EB (conſtruct.) $= eb$, & $GC = gc$. Donc la baſe de l'angle de contingence qui a ſon ſommet en E & ſa baſe en G, baſe que j'appele ω, eſt égale à la baſe de l'angle de contingence qui a ſon ſommet en e & ſa baſe en g. Or les tenſions (hyp.) étant égales, & les maſſes de part & d'autre étant $S.BC$ & ab, on trouvera facilement par-là que les forces accélératrices des points E, e, ſont entr'elles comme $\frac{\omega}{BC.S.BC}$ ou $\frac{\omega}{Sds^2}$ à $\frac{\omega}{ab^2}$ ou $\frac{\omega}{ds'^2}$; donc, à cauſe de $ds^2 = Sds^2$ (hyp.) ces forces accélératrices ſeront égales ; donc les points E, e parcourent des lignes égales au premier inſtant ; & comme on a de plus $EB = eb$, ils ſeront encore également éloignés de la poſition horizontale à la fin du premier inſtant ; & comme la même choſe aura lieu pour tous les autres points de la *corde* & pour tous les inſtans ſuivans, il s'enſuit, &c.

Le paralogiſme de cette ſolution conſiſte à conclure de l'égalité de AD & ad, BE & bc, GC & gc, que la valeur de ω eſt la même de part & d'autre. Elle le ſeroit ſans doute, ſi les lignes AB, BC étoient égales entr'elles, comme le ſont les lignes ab, bc ; mais à cauſe de $ds\sqrt{S}$ conſtant (hyp.), ds n'eſt pas conſtant dans la courbe LDM ; donc AB & BC different d'une quantité dds, infiniment petite à la vérité par raport à elles ; mais cette différence influe beaucoup ſur la valeur de ω dans la courbe LDM.

Pour le démontrer, ſoit prolongée DE, *Fig. 68*, juſqu'en F, & ſoit $BC = ds + \frac{dyddy}{ds}$, $FG = \omega$, $EH = dy$, $CG = y'$; on aura $FO = dy + \frac{dyddy}{ds}$, & $FG = FC - GC = y + 2dy - y' + \frac{dyddy}{ds}$. En faiſant de même $ab = bc$, $ad = AD$, $eb = EB$, $gc = GC$, on aura (comme il eſt aiſé de le voir) $fg = y + 2dy - y' =$ (en regardant ds ou ab comme conſtant) $- ddy$; je mets $-$ parce que la courbe eſt ſuppoſé concave vers ſon axe ; donc $FG = -ddy + \frac{dyddy}{ds}$; & comme $\frac{dyddy}{ds}$ eſt évidemment une quantité du même ordre que $-ddy$, il eſt évident que FG & fg ne ſont pas égales, & que leur différence eſt une quantité du même ordre qu'elles. Donc, *&c.*

On peut conſidérer encore, pour s'aſſurer que la ſolution précédente eſt vicieuſe, que l'équation générale, pour le mouvement des *cordes* dont l'épaiſſeur n'eſt pas uniforme, eſt $\frac{ddy}{dt^2} = \frac{ddy}{Sds^2}$, t étant le temps, & ds étant ſuppoſé conſtant ; & que l'équation générale du mouvement des *cordes* uniformes eſt $\frac{ddy}{dt^2} = \frac{ddy}{ds'^2}$, dont l'intégrale, comme je l'ai fait voir ailleurs, eſt $y = \varphi(s' + t) + \varphi(s' - t)$. D'où il s'enſuit que ſi la ſolution précédente étoit bonne, on auroit, pour les *cordes* dont l'épaiſſeur n'eſt pas uniforme, $y = \varphi(t + \int ds\sqrt{S}) + y\varphi(-t + \int ds\sqrt{S})$. Or il eſt aiſé de voir que cette équation ne peut être l'intégrale de $\frac{ddy}{dt^2} = \frac{ddy}{Sds^2}$; car, ſi on prend la différence ſeconde de y en faiſant varier s, & enſuite en faiſant varier t, la premiere de ces deux différences, diviſée par Sds^2 ne ſera pas égale à la ſeconde, diviſée par dt^2.

En voilà aſſez pour faire voir en quoi conſiſte le défaut de cette ſolution. On peut conſulter d'ailleurs, ſur le problême des *cordes* dont l'épaiſſeur n'eſt pas uniforme, ce que j'en ai dit dans les *Mémoires de Berlin* de 1763, *p.* 242 *& ſuiv.* (*A*). *Voyez* VIBRATIONS.

CORDE, *terme de jeu de Paume* ; c'eſt une groſſe *corde* qu'on attache en travers des deux côtés d'un jeu de paume, préciſément dans le milieu de ſa longueur & à environ quatre pieds de hauteur. La *corde* baiſſe toujours vers le milieu de ſa longueur, à cauſe de ſon poids. Depuis la *corde* juſqu'à terre eſt attaché un filet ou réſeau de ficele, pour arrêter les balles qu'on y jete. Les joueurs qui ne font pas paſſer la balle par-deſſus la *corde*, perdent un quinze. *Voyez* PAUME.

CORDE, *au jeu de Billard* ; ce ſont deux clous attachés ſur les bandes des côtés, en deçà deſquels

le joueur qui commence à jouer doit placer ſa bille.

Corde, ſ. f. (*Géom.*); ligne droite qui joint les deux extrémités d'un arc. *Voyez* Arc. Ou bien c'eſt une ligne droite qui ſe termine par chacune de ſes extrémités à la circonférence du cercle, ſans paſſer par le centre, & qui diviſe le cercle en deux parties inégales qu'on nomme *ſegmens*. Tel eſt la droite *A B*, *Pl. Géom. Fig.* 20. *Voyez* Segment.

La *corde* du complément d'un arc eſt la *corde* qui ſoutend le complément de cet arc, ou ce dont il s'en faut que cet arc ne ſoit un demi-cercle. *Voyez* Complément.

La *corde* eſt perpendiculaire à la ligne *C E*, tirée du centre du cercle au milieu de l'arc dont elle eſt *corde*; & elle a, par raport à cette droite, la même diſpoſition que la *corde* d'un arc à tirer des fleches a par raport à la fleche. C'eſt ce qui a ſervi de motif aux anciens géometres pour appeler cette ligne *corde de l'arc*; & l'autre, *fleche du même arc*. Le premier de ces noms s'eſt conſervé, quoique le ſecond ne ſoit plus ſi fort en uſage. Ce que les anciens appeloient *fleche* s'appele maintenant *ſinus verſe*. *Voyez* Fleche & Sinus.

La *demi corde B D* du double de l'arc eſt ce que nous appelons maintenant *ſinus droit* de cet arc; & la partie *D E* du rayon, compriſe entre le ſinus droit *B D* & l'extrémité du rayon, eſt ce qu'on nomme *ſinus verſe*. *Voyez* Sinus.

La *corde* d'un angle & la *corde* de ſon complément à quatre angles droits ou au cercle entier, ſont la même choſe; ainſi, la *corde* de 30 degrés & celle de 330 degrés ſont la même choſe.

On démontre, en Géométrie, que le rayon *C E* qui coupe la *corde B A* en deux parties égales au point *D*, coupe de même l'arc correſpondant en deux parties égales au point *E*, & qu'il eſt perpendiculaire à la *corde A B*, & réciproquement: on démontre de plus, que ſi la droite *N E* coupe la *corde A B* en deux parties égales & qu'elle lui ſoit perpendiculaire, elle paſſera par le centre, & coupera en deux parties égales l'arc *A E B*, auſſi-bien que l'arc *A N B*. On peut tirer de là pluſieurs corollaires utiles, comme 1°. la maniere de diviſer un arc *A B* en deux parties égales: il faut pour cela tirer une perpendiculaire au milieu *D* de la *corde A B*, & cette perpendiculaire coupera en deux parties égales l'arc donné *A B*.

2°. La maniere de décrire un cercle qui paſſe par trois points donnés quelconques, *A*, *B*, *C*, *Fig.* 24, pourvû qu'ils ne ſoient pas dans une même ligne droite.

Décrivez pour cela des points *A* & *C*, & d'un même rayon des arcs qui ſe coupent en *D*, *E*; & des points *C*, *B*, & encore d'un même rayon, décrivez d'autres arcs qui ſe coupent en *G* & *H*; tirez les droites *D E*, *G H*, & leur interſection ſera le centre du cercle cherché qui paſſe par les points *A*, *B*, *C*.

Démonſtration. Par la conſtruction, la ligne *E I* a tous ſes points à égale diſtance des extrémités *A*, *C* de la ligne *A C*; c'eſt la même choſe de la ligne *G I* par raport à *C B*: ainſi, le point *I* d'interſection étant commun aux deux lignes *F I*, *G I*, ſera également éloigné des trois points propoſés *A*, *C*, *B*; il pourra donc être le centre d'un cercle que l'on fera paſſer par les trois points *A*, *C*, *B*.

Ainſi, prenant trois points dans la circonférence d'un cercle ou d'un arc quelconque, on pourra toujours trouver le centre, & achever enſuite la circonférence.

De là il s'enſuit auſſi que ſi trois points d'une circonférence de cercle convienent ou coïncident avec trois points d'un autre, les circonférences totales coïncident auſſi; & ainſi, les cercles ſeront égaux, ou le même. *Voyez* Circonférence & Cercle.

Enfin on tire de là un moyen de circonſcrire un cercle à un triangle quelconque.

La corde d'un arc A E B, *Fig.* 20, *& le rayon C E étant donnés, trouver la corde de la moitié A E de cet arc*. Du carré du rayon *C E*, ôtez le carré de la moitié *A D* de la *corde* donnée *A B*, le reſte ſera le carré de *D C*; & tirant la racine carrée, elle ſera égale à *C D*; on la ſouſtraira du rayon *E C*, & il reſtera *D E*: on ajoutera les carrés de *A D* & de *E D*, & la ſomme ſera le carré de *A E*; dont tirant la racine, on aura la *corde* de la moitié *A E*.

Ligne des cordes; c'eſt une des lignes du compas de proportion. *Voyez* Compas de proportion. *Wolf* & *Chambers*. (*E*).

CORDON, (*Hydraul.*); eſt un tuyau que l'on fait tourner autour d'une fontaine, pour fournir une ſuite de jets placés au milieu ou ſur les bords. (*K*).

CORNET, (*Jeux de hazard*); eſpece de petit gobelet rond & délié, ordinairement de corne, & dont on fait uſage pour agiter les dés quand on joue.

Le *cornet* dont les anciens ſe ſervoient pour jouer aux dés & aux oſſelets, & qui peut-être fut inventé pour empêcher les coups de main, étoit rond en forme d'une petite tour, plus large par le bas que par le haut, dont le cou étoit étroit. Ordinairement il n'avoit point de fond, mais pluſieurs degrés au dedans qui faiſoient faire aux dés & aux oſſelets pluſieurs caſcades avant que de tomber ſur la table, comme il paroît par ce paſſage d'Anſone:

Alternis vicibus, quos præcipitante rotatu
Fundunt excuſſi per cava buxa gradus.

On l'appeloit, chez les Latins, *turris*, *turricula*, *orca*, *phimus*, *fritillus*, &c. Ce ſont les tabletiers cornetiers qui font les *cornets*. (*M. le Chevalier de* Jaucourt.)

Cornets *pour l'ouïe*, (*Acouſtique*); inſtrument à l'uſage de ceux qui ont l'oreille dure. Le ſon

Digitized by Google

ſe conſerve dans ces inſtrumens, parce qu'en traverſant leurs parois il ne ſe peut répandre circulairement, & le ſon ainſi ramaſſé frape l'organe avec plus de force. On peut encore augmenter l'effet du ſon, en donnant à ces tuyaux une forme en partie parabolique, parce que le ſon eſt réfléchi & comme ramaſſé en un ſeul point appelé *foyer*, où l'oreille eſt placée. *Voyez* Écho & Porta-voix. Ces *cornets* ſont à peu près à l'égard de l'oreille, ce que les lunetes d'approche ſont par raport à la vue. On peut les perfectioner comme on fait les lunetes. Mais nous croyons avec M. de Buffon, qu'il faut, pour que les *cornets* aient tout l'effet poſſible, que l'oreille ſoit dans un endroit déſert, ou du moins tranquille; autrement, comme le ſon ne ſe propage pas en ligne droite ainſi que la lumiere, le bruit des objets voiſins frapant l'oreille ſuivant toutes ſortes de directions, altéreroit & afoibliroit le bruit augmenté par le *cornet*. (*O*).

CORNU, adj. *angle cornu* (*Géométrie*.): mot employé par quelques anciens géometres pour déſigner l'angle formé par une ligne droite tangente ou ſécante, & par la circonférence du cercle.

COROLLAIRE, ſ. m. *en Géométrie*, eſt une conſéquence tirée d'une propoſition qui a déja été avancée ou démontrée: comme ſi de cette propoſition, *Un triangle qui a deux côtés égaux, a auſſi deux angles égaux*, on tire la conſéquence, *donc un triangle qui a les trois côtés égaux, a auſſi les trois angles égaux*.

On auroit tout auſſi-tôt fait de dire *conſéquence* que *corollaire*; cela ſeroit plus à portée de tout le monde: mais c'eſt le ſort de preſque toutes les ſciences d'être chargées de mots ſcientifiques aſſez inutiles. Il ne faut pas eſpérer qu'on les change, & ceux qui en traitent ſont obligés de s'y conformer. Il faut avouer auſſi que ce n'eſt pas toujours la faute des ſavans ni des artiſtes, ſi les mots ſcientifiques ſont ſi multipliés. Comme la plupart des ſciences & des arts nous vienent des Grecs & des Latins, les mots nous en ſont venus avec les choſes; la plupart de ces mots ſcientifiques n'ont point paſſé dans l'uſage ordinaire, & ſont devenus obſcurs pour le vulgaire. Un Athénien, ſans ſavoir de Géométrie, entendoit tout de ſuite que le mot de *théorême* ſignifioit une vérité de ſpéculation. Chez nous, c'eſt un mot ſavant pour ceux qui ignorent le grec, & ainſi des autres.

Plutarque, dans la vie de Cicéron, le loue d'avoir le premier donné des noms latins dans ſes ouvrages, aux objets dont les philoſophes grecs s'étoient occupés, & qui, juſqu'à lui, avoient retenu leurs noms grecs. On ne ſauroit rendre le langage des ſciences trop ſimple, & pour ainſi dire, trop populaire; c'eſt ôter un prétexte de les décrier aux ſots & aux ignorans, qui voudroient ſe perſuader que les termes qu'ils n'entendent pas en font tout le mérite, & qui, pour parler le langage de Montagne, *parce qu'ils ne peuvent y prétendre, ſe vengent à en médire*. (*O*).

CORPS, *en Géométrie*, ſignifie la même choſe que *ſolide*. *Voyez* Solide. Nous avons expliqué dans le diſcours préliminaire de l'Encyclopédie comment on ſe forme l'idée des *corps* géométriques. Ils different des *corps* phyſiques, en ce que ceux-ci ſont impénétrables; au lieu que les *corps* géométriques ne ſont autre choſe qu'une portion d'étendue figurée, c'eſt-à-dire, une portion de l'eſpace terminée en tout ſens par des bornes intellectuelles. C'eſt proprement le fantôme de la matiere, comme nous l'avons dit dans ce diſcours; & on pouroit définir l'étendue géométrique, l'*étendue intelligible & pénétrable*.

Les *corps* réguliers ſont ceux qui ont tous leurs côtés, leurs angles & leurs plans égaux & ſemblables, & par conſéquent leurs faces régulieres.

Il n'y a que cinq *corps* réguliers, le *tétraëdre* compoſé de quatre triangles équilatéraux, l'*octaëdre* de huit, l'*icoſaëdre* de vingt, le *dodécaëdre* de douze pentagones réguliers, & le *cube* de ſix carrés. Quand on dit ici *compoſé*, cela s'entend de la ſurface; les figures que nous venons de dire renferment ou contienent la ſolidité, & compoſent la ſurface de ces *corps*. *Voyez* Régulier, Irrégulier, *&c.* (*O*).

CORRECTION du midi, ou équation du midi, eſt la quantité qu'il faut ôter du midi conclu des hauteurs correſpondantes du ſoleil, ou ajouter pour avoir le midi vrai. *Voyez* Hauteurs correspondantes.

CORRESPONDANTES, (*Aſtronomie*.). *Voyez* Hauteurs correspondantes.

CO-SÉCANTE, ſ. f. *en Géométrie*, c'eſt la ſécante d'un arc qui fait le complément d'un autre; ainſi la *co-ſécante* d'un angle de 30 degrés eſt la ſécante de 60 degrés. *Voyez* Sécante & Complément. (*O*).

CO-SINUS, ſ. m. (*Géom.*): c'eſt le ſinus droit d'un arc qui eſt le complément d'un autre; ainſi, le *co-ſinus* d'un angle de 30 degrés, eſt le ſinus d'un angle de 60 degrés. *Voyez* Sinus, Complément, Angle, Degré.

Co-sinus verse; eſt un nom que quelques-uns donnent à la partie du diametre qui reſte après en avoir retranché le ſinus verſe. *Voyez* Sinus verse. *Chambers*. (*O*).

COSMIQUE, ſe dit, *en Aſtronomie*, du lever ou du coucher d'une étoile quand il arive le matin. Une étoile ſe leve *coſmiquement*, quand elle ſe leve avec le ſoleil, ou avec le degré de l'écliptique où eſt le ſoleil. *Voyez* Lever.

Le coucher *coſmique* arive lorſqu'une étoile ſe couche dans le même temps que le ſoleil ſe leve.

Selon Kepler, *ſe lever* ou *ſe coucher coſmiquement*, c'eſt ſeulement s'élever ſur l'horizon ou deſcendre deſſous. *Voyez* Acronique. *Chambers*. (*O*).

COSMOLABE, ſ. m. (*Aſtron.*); ancien inſtrument de Mathématiques; c'eſt preſque la même

choſe que l'aſtrolâbe ; il ſervoit à prendre des hauteurs & à repréſenter les cercles de la ſphere. Ce mot eſt dérivé de κόσμος, *monde*, & λαμβάνω *je prends*, parce que cet inſtrument ſert pour prendre les meſures ſur le globe du monde. Il y a un ouvrage de Jacques Beſſon, imprimé à Paris en 1567, intitulé le *coſmolâbe*, ou inſtrument univerſel ; ce livre eſt remarquable par l'idée d'une chaiſe marine ſuſpendue pour faire des obſervations ſur un vaiſſeaux, idée qui a été propoſée en Angleterre de nos jours, par M. Trubin. (*D. L.*)

COSMOLOGIE, ſ. f. Ce mot, qui eſt formé de deux mots grecs, κόσμος, *monde*, λόγος, *diſcours*, ſignifie à la letre *ſcience qui diſcourt ſur le monde*, c'eſt-à dire, qui *raiſone* ſur cet univers que nous habitons, & tel qu'il exiſte actuélement.

La *Coſmologie* eſt donc proprement une Phyſique générale & raiſonée, qui, ſans entrer dans les détails trop circonſtanciés des faits, examine du côté métaphyſique les réſultats de ces faits mêmes, fait voir l'analogie & l'union qu'ils ont entr'eux, & tâche par-là de découvrir une partie des loix générales par leſquelles l'Univers eſt gouverné. Tout eſt lié dans la nature ; tous les êtres ſe tienent par une chaîne dont nous apercevons quelques parties continues, quoique dans un plus grand nombre d'endroits la continuité nous échape. L'art du Philoſophe ne conſiſte pas, comme il ne lui arive que trop ſouvent, à raprocher de force les parties éloignées pour renouer la chaîne mal-à-propos dans les endroits où elle eſt interrompue ; car, par un tel éfort, on ne fait que ſéparer les parties qui ſe tenoient, ou les éloigner davantage de celles dont elles étoient déja éloignées par l'autre bout oppoſé à celui qu'on raproche ; l'art du Philoſophe conſiſte à ajouter de nouveaux chaînons aux parties ſéparées, afin de les rendre le moins diſtantes qu'il eſt poſſible : mais il ne doit pas ſe flater qu'il ne reſtera point toujours de vides en beaucoup d'endroits. Pour former les chaînons dont nous parlons, il faut avoir égard à deux choſes ; aux faits obſervés qui forment la matiere des chaînons, & aux loix générales de la Nature qui en forment le lien. J'appele *loix générales*, celles qui paroiſſent s'obſerver dans un grand nombre de phénomenes ; car je me garde bien de dire *dans tous*. Telles ſont les loix du mouvement, qui ſont une ſuite de l'impénétrabilité des corps, & la ſource de pluſieurs des effets que nous obſervons dans la Nature. *Figure* & *mouvement* (j'entends le mouvement qui vient de l'impulſion), voilà une grande partie des principes ſur leſquels roule la *Coſmologie*. Il ne faut pas s'en écarter ſans néceſſité, mais auſſi il ne faut pas trop affirmer qu'ils ſoient les ſeuls : nous ne connoiſſons pas tous les faits, comment pourions-nous donc aſſurer qu'ils s'expliqueront tous par une ſeule & unique loi ? Cette aſſertion ſeroit d'autant plus téméraire, que parmi les faits mêmes que nous connoiſſons, il en eſt que les loix de l'impulſion n'ont pu expliquer juſqu'aujourd'hui. *Voyez* ATTRACTION. Peut-être y parviendra-t-on un jour : mais en atendant cette grande découverte, ſuſpendons notre jugement ſur l'univerſalité de ces loix. Peut-être (& cela eſt du moins auſſi vrai-ſemblable) y a-t-il une loi générale qui nous eſt & qui nous ſera toujours inconnue, dont nous ne voyons que les conſéquences particulieres, obſcures, & limitées ; conſéquences que nous ne laiſſons pas d'appeler *loix générales*. Cette conjecture eſt très-conforme à l'idée que nous devons nous former de l'unité & de la ſimplicité de la Nature. Au reſte, ſi nous réfléchiſſons ſur la foibleſſe de notre eſprit, nous ſerons plus étonés encore de ce qu'il a découvert, que de ce qui lui reſte caché.

Mais l'utilité principale que nous devons retirer de la *Coſmologie*, c'eſt de nous élever par les loix générales de Nature, à la connoiſſance de ſon auteur, dont la ſageſſe a établi ces loix, nous en a laiſſé voir ce qu'il nous étoit néceſſaire d'en connoître pour notre utilité ou pour notre amuſement, & nous a caché le reſte pour nous apprendre à douter. Ainſi, la *Coſmologie* eſt la ſcience du Monde ou de l'Univers conſidéré en général, entant qu'il eſt un être compoſé, & pourtant ſimple par l'union & l'harmonie de ſes parties ; un tout, qui eſt gouverné par une intelligence ſuprême, & dont les reſſorts ſont combinés, mis en jeu, & modifiés par cette intelligence.

„ Avant M. Wolf, dit M. Formey dans un „ article qu'il nous a communiqué, ce nom étoit „ inconnu dans les écoles, c'eſt-à-dire, qu'il n'y „ avoit aucune partie diſtincte du cours de Philo„ ſophie que fût ainſi appelée. Aucun métaphy„ ſicien ne ſembloit même avoir penſé à cette „ partie, & tant d'énormes volumes écrits ſur la „ Métaphyſique, ne diſoient rien ſur la *Coſmolo„ gie*. Enfin M. Wolf nous a donné un ouvrage „ ſous ce titre : *Coſmologia generalis, methodo „ ſcientifica pertractata, qua ad ſolidam impri„ mis Dei atque naturæ cognitionem via ſternitur. „ Francf. & Lipſ.* in-4°. 1731. Il y en a eu „ une nouvele édition en 1737. Il donna cet ou„ vrage immédiatement après l'Ontologie, & „ comme la ſeconde partie de ſa métaphyſique, „ parce qu'il y établit des principes, qui lui ſer„ vent dans la Théologie naturele à démontrer „ l'exiſtence & les attributs de Dieu par la con„ tingence de l'Univers & par l'ordre de la Na„ ture. Il l'appele *Coſmologie générale* ou *tran„ ſcendante*, parce qu'elle ne renferme qu'une „ théorie abſtraite, qui eſt, par raport à la Phy„ ſique, ce qu'eſt l'Ontologie à l'égard du reſte „ de la Philoſophie.

„ Les notions de cette ſcience ſe dérivent de „ l'Ontologie, car il s'agit d'appliquer au Mon„ de la théorie générale de l'être & de l'être „ compoſé. À cette conſidération du Monde, *a „ priori*, on joint le ſecours des obſervations & „ de l'expérience. De ſorte qu'on peut dire qu'il

„ y a une double *Cosmologie ; Cosmologie scientifique*, & *Cosmologie expérimentale*.

„ De ces deux *Cosmologies*, M. Wolf s'eſt proprement borné à la premiere, comme le titre de „ ſon ouvrage l'indique ; mais il n'a pas négligé „ néanmoins les ſecours que l'expérience a pu lui „ donner pour la confirmation de ſes principes.

„ L'une & l'autre fourniſſent des principes, qui „ ſervent à démontrer l'exiſtence & les attributs de „ Dieu. Les principales matieres qu'embraſſe la „ *Cosmologie générale*, ſe réduiſent à expliquer „ comment le Monde réſulte de l'aſſemblage des „ ſubſtances ſimples, & à développer les principes „ généraux de la modification des choſes matérielles.

„ C'eſt-là le fruit le plus précieux de la *Cosmologie* ; il ſuffit ſeul pour en faire ſentir le „ prix, & pour engager à la cultiver, n'en produiſit-elle aucun autre. C'eſt ainſi qu'on parvient à démontrer que la contemplation du „ Monde viſible nous mene à la connoiſſance de „ l'être inviſible qui en eſt l'auteur. M. Wolf „ paroît extrêmement perſuadé de l'utilité & de „ la certitude de cette nouvele route qu'il s'eſt „ frayée, & voici comment il s'exprime là-deſſus „. *In honorem Dei, confiteri cogor, me de cognitione Dei methodo ſcientifica tradenda plurimum ſollicitum, non reperiſſe viam aliam, qua ad ſcopum perveniri datur, quam eam quam propoſitio præſens monſtrat, nec reperiſſe philoſophum qui eandem rite calcaverit, etſi lauda ſua defraudandi non ſint, qui noſtris præſertim temporibus theologiæ naturali methodum demonſtrativam applicare conati fuerint*. Wolf, *Cosmolog. prolegom. §. 6, in ſchol.*

M. de Maupertuis a donné un eſſai de *Cosmologie*, qui paroît fait d'après les principes & ſuivant les vues que nous avons expoſées plus haut. Il croit que nous n'avons ni aſſez de faits ni aſſez de principes, pour embraſſer la Nature ſous un ſeul point de vue. Il ſe contente d'expoſer le ſyſtême de l'Univers ; il ſe propoſe d'en donner les loix générales, & il en tire une démonſtration nouvele de l'exiſtence de Dieu. Cet ouvrage ayant excité en 1752, une diſpute très-vive, je vais placer ici quelques réflexions qui pourront ſervir à éclaircir la matiere. J'y ſerai le plus court qu'il me ſera poſſible, & j'eſpere y être impartial.

La loi générale de M. Maupertuis eſt celle de la moindre quantité d'action, *voyez-en* la définition & l'expoſé *au mot* Action : nous ajouterons ici les remarques ſuivantes.

Leibnitz s'étant formé une idée particuliere de la force des corps en mouvement, dont nous parlerons *au mot* Force, l'a appelée *force vive*, & a prétendu qu'elle étoit le produit de la maſſe par le carré de la viteſſe, ou ce qui revient au même, qu'elle étoit comme le carré de la viteſſe en prenant la maſſe pour l'unité. M. Wolf, *dans les Mémoires de Petersbourg, tome I*, a imaginé de multiplier la force vive par le temps, & il a appelé ce produit *action*, ſuppoſant apparemment que l'action d'un corps eſt le réſultat de toutes les forces qu'il exerce à chaque inſtant, & par conſéquent la ſomme de toutes les forces vives inſtantanées. On pourroit demander aux Leibnitiens, dont M. Wolf eſt regardé comme le chef, pourquoi ils ont imaginé cette diſtinction métaphyſique entre l'action & la force vive ; diſtinction qu'ils ne devroient peut-être pas mettre entr'elles, du moins ſelon l'idée qu'ils ſe forment de la force vive ; mais ce n'eſt pas de quoi il s'agit ici, & nous en parlerons *au mot* Force. Nous pouvons en attendant admettre comme une définition *de nom* arbitraire cette idée de l'action ; & nous remarquerons d'abord qu'elle revient au même que celle de M. de Maupertuis. Car le produit de l'eſpace par la viteſſe, eſt la même choſe que le produit du carré de la viteſſe par le temps. M. de Maupertuis, dans les ouvrages que nous avons cités *au mot* Action, ne nous dit point s'il avoit connoiſſance de la définition de M. Wolf ; il y a apparence que non : pour nous, nous l'ignorions quand nous écrivions ce dernier article, & nous voulons ici rendre ſcrupuleuſement à chacun ce qui lui appartient. Au reſte, il importe peu que M. de Maupertuis ait pris cette idée de M. Wolf, ou qu'il ſe ſoit ſeulement rencontré avec lui ; car il s'agit ici uniquement des conſéquences qu'il en a tirées, & auxquelles M. Wolf n'a aucune part. M. de Maupertuis eſt conſtament le premier qui ait fait voir que dans la réfraction la quantité d'action eſt un *minimum* : il n'eſt pas moins conſtant, 1°. que ce principe eſt tout différent de celui-ci, *que la Nature agit toujours par la voie la plus ſimple* ; car ce dernier principe eſt un principe vague, dont on peut faire cent applications toutes différentes, ſelon la définition qu'on voudra donner de ce qu'on regarde comme la voie la plus ſimple de la Nature, c'eſt-à-dire, ſelon qu'on voudra faire conſiſter la ſimplicité de la Nature & ſa voie la plus courte, ou dans la direction rectiligne, c'eſt-à-dire, dans la briéveté de la direction, ou dans la briéveté du temps, ou dans le *minimum* de la quantité de mouvement, ou dans le *minimum* de la force vive, ou dans celui de l'action, *&c.* Le principe de M. de Maupertuis n'eſt donc point le principe de la voie la plus ſimple pris vaguement, mais un expoſé précis de ce qu'il croit être la voie la plus ſimple de la Nature.

2°. Nous avons fait voir que ce principe eſt très-différent de celui de Leibnitz, *voyez* Action : & il ſeroit aſſez ſingulier ſi Leibnitz a eu connoiſſance du principe de M. de Maupertuis, comme on l'a prétendu, que ce philoſophe n'eût pas ſongé à l'appliquer à la réfraction ; mais nous traiterons plus bas la queſtion de fait.

3°. Il n'eſt pas moins conſtant que ce principe de M. de Maupertuis appliqué à la refraction concilie les cauſes finales avec la méchanique du

Digitized by Google

moins dans ce cas-là, ce que perſone n'avoit encore fait. On s'intéreſſera plus ou moins à cette conciliation, ſelon qu'on prendra plus ou moins d'intérêt aux cauſes finales; *voyez ce mot*. Mais les Leibnitiens du moins doivent en être fort ſatisfaits. De plus, M. Euler a fait voir que ce principe avoit lieu dans les courbes que décrit un corps attiré ou pouſſé vers un point fixe: cette belle propoſition étend le principe de M. de Maupertuis à la petite courbe même que décrit le corpuſcule de lumiere, en paſſant d'un milieu dans un autre; de maniere qu'à cet égard le principe ſe trouve vrai généralement & ſans reſtriction. M. Euler, dans les *Mém. de l'Acad. des Sciences de Pruſſe de* 1751, a montré encore pluſieurs autres cas où le principe s'applique avec élégance & avec facilité.

4°. Ce principe eſt différent de celui de la nullité de force vive, par deux raiſons; parce qu'il s'agit dans le principe de M. de Maupertuis non de la *nullité*, mais de la *minimité*; & de plus, parce que, dans l'action, on fait entrer le temps qui n'entre point dans la force vive. Ce n'eſt pas que le principe de la nullité de la force vive n'ait lieu auſſi dans pluſieurs cas, ce n'eſt pas même qu'on ne puiſſe tirer de la nullité de la force vive pluſieurs choſes qu'on tire de la minimité d'action; mais cela ne prouve pas l'identité des deux principes, parce que l'on peut parvenir à la même concluſion par des voies différentes.

5°. Nous avons vu à l'*article* CAUSES FINALES, que le principe de la minimité du temps eſt en défaut dans la réflexion ſur les miroirs concaves. Il paroît qu'il en eſt de même de la minimité d'action; car alors le chemin du rayon de lumiere eſt un *maximum*, & l'action eſt auſſi un *maximum*. Il eſt vrai qu'on pouroit faire cadrer ici le principe, en raportant toujours la réflexion à des ſurfaces planes; mais peut-être les adverſaires des cauſes finales ne goûteront pas cette réponſe; il vaut mieux dire, ce me ſemble, que l'action eſt ici un *maximum*, & dans les autres cas un *minimum*. Il n'y en aura pas moins de mérite à avoir appliqué le premier ce principe à la réfraction, & il en ſera comme du principe de la conſervation des forces vives qui s'applique au choc des corps élaſtiques, & qui n'a point lieu dans les corps durs.

6°. M. de Maupertuis a expliqué cette même loi de la minimité d'action au choc des corps, & il a déterminé le premier, par un ſeul & même principe, les loix du choc des corps durs & des corps élaſtiques. Il eſt vrai que l'application eſt ici un peu plus compliquée, plus détournée, moins ſimple, & peut-être moins rigoureuſe, que dans le cas de la réfraction.

Ce que nous diſons ici ne ſera point déſavantageux dans le fond à M. de Maupertuis, quand nous l'aurons expliqué. Il ſuppoſe que deux corps durs A, B, ſe meuvent dans la même direction, l'un avec la viteſſe a, l'autre avec la viteſſe b, & que leur viteſſe commune après le choc ſoit x; il eſt certain, dit-il, que le *changement arivé dans la Nature* eſt que le corps A a perdu la viteſſe $a-x$, & que le corps B a gâgné la viteſſe $x-b$; donc la quantité d'action néceſſaire pour produire ce changement, & qu'il faut faire égale à un *minimum*, eſt $A(a-x)^2+B(x-b)^2$, ce qui donne la formule ordinaire du choc des corps durs $x=\frac{Aa+Bb}{A+B}$. Tout cela eſt fort juſte. Mais tout dépend auſſi de l'idée qu'on voudra atacher aux mots de *changement arivé dans la Nature*: car ne pouroit-on pas dire que le changement arivé conſiſte en ce que le corps A qui avant le choc a la quantité d'action ou de force Aaa, la change après le choc en la quantité Axx, & de même du corps B; qu'ainſi $Aaa-Axx$, eſt le changement arivé dans l'état du corps A, & $Bxx-Bbb$, le changement arivé dans le corps B; de ſorte que la quantité d'action qui a opéré ce changement, eſt $Aaa-Axx+Bxx-Bbb$. Or cette quantité égalée à un *minimum* ne donne plus la loi ci-deſſus du choc des corps durs. C'eſt une objection que l'on peut faire à M. de Maupertuis, qu'on lui a même faite à peu près; avec cette différence que l'on a ſuppoſé $Axx+Bxx-Aaa-Bbb$, égale à un *minimum*, en retranchant la quantité $Aaa-Axx$ de la quantité $Bxx-Bbb$, au lieu de la lui ajouter, comme il ſemble qu'on l'auroit auſſi pu faire: car les deux quantités $Aaa-Axx$ & $Bxx-Bbb$, quoique l'une doive être retranchée de Aaa, l'autre ajoutée à Bbb, ſont réelles, & peuvent être ajoutées enſemble, ſans égard au ſens dans lequel elles agiſſent. Quoi qu'il en ſoit, il ſemble qu'on pouroit concilier ou éviter toute difficulté à cet égard, en ſubſtituant aux mots *changement dans la Nature*, qui ſe trouvent dans l'énoncé de la propoſition de M. de Maupertuis, les mots *changement dans la viteſſe*: alors l'équivoque vraie ou prétendue ne ſubſiſtera plus.

On objecte auſſi que la quantité d'action, dans le calcul de M. de Maupertuis, ſe confond en ce cas avec la quantité de force vive: cela doit être en effet; car le temps étant ſuppoſé le même, comme il l'eſt ici, ces deux quantités ſont proportionelles l'une à l'autre, & on pouroit dire que la quantité d'action ne doit jamais être confondue avec la force vive, atendu que le temps, ſuivant la définition de M. de Maupertuis, entre dans la quantité d'action, & que d'ailleurs, dans le cas des corps durs, le changement ſe faiſant dans un inſtant indiviſible, le temps eſt $=o$, & par conſéquent l'action nulle. On peut répondre à cette objection, que dès qu'un corps ſe meut on tend à ſe mouvoir avec une viteſſe quelconque, il y a toujours une quantité d'action réelle ou poſſible, qui répondroit à ſon mouvement, s'il ſe mouvoit uniformément pendant un temps quelconque avec cette viteſſe; ainſi, au lieu de

de ces mots, *la quantité d'action neceſſaire pour produire ce changement*, on pouroit ſubſtituer ceux-ci, *la quantité d'action qui répond à ce changement*, &c. & énoncer ainſi la regle de M. de Maupertuis: *Dans le changement qui arive par le choc à la vitesse des corps, la quantité d'action qui répondra à ce changement, le temps étant ſuppoſé conſtant, eſt la moindre qu'il eſt poſſible*. Nous diſons, *le temps étant ſuppoſé conſtant*; cette modification, & limitation même ſi l'on veut, eſt néceſſaire pour deux raiſons: 1°. parce que dans le choc des corps durs, où à la rigueur le temps eſt $=0$, la ſuppoſition du temps conſtant ou du temps variable, ſont deux ſuppoſitions également arbitraires, & qu'il faut par conſéquent énoncer l'une des deux: 2°. parce que dans le choc des corps élaſtiques, le changement ſe fait pendant un temps fini, quoique très-court; que ce temps n'eſt pas le même dans tous les chocs, qu'au moins cela eſt fort douteux; & qu'ainſi il eſt encore plus néceſſaire d'énoncer ici la ſuppoſition dont il s'agit: en effet le temps qu'on ſuppoſe ici conſtant eſt un temps pris à la volonté, & totalement indépendant de celui pendant lequel ſe fait la communication du mouvement; & l'on pouroit prendre pour la vraie quantité d'action employée au changement arivé, la ſomme des petites quantités d'action conſumées, pendant le temps que le reſſort ſe bande & ſe débande. On dira peut-être qu'en ce cas M. de Maupertuis auroit dû ici ſe ſervir du mot de *force vive*, au lieu de celui d'*action*, puiſque le temps n'entre plus ici proprement pour rien. À cela, il répondra ſans doute, qu'il a cru pouvoir lier cette loi par une expreſſion commune, à celle qu'il a trouvée ſur la réfraction. Mais quand on ſubſtitueroit ici le mot de *force vive* à celui d'*action*, il ſeroit toujours vrai que M. de Maupertuis auroit le premier réduit le choc des corps durs & celui des corps élaſtiques, à une même loi; ce qui eſt le point capital; & ſon théorême ſur la réfraction n'y perdroit rien d'ailleurs.

Il eſt vrai qu'on a trouvé les loix du mouvement ſans ce principe: mais il peut être utile d'avoir montré comment il s'y applique. Il eſt encore vrai que ce principe ainſi appliqué ne ſera & ne peut être que quelque autre principe connu, préſenté différemment. Mais il en eſt ainſi de toutes les vérités mathématiques; au fond elles ne ſont que la traduction les unes des autres. *Voy. le Diſcours préliminaire*. Le principe de la conſervation des forces vives, par exemple, n'eſt en effet que le principe des anciens ſur l'équilibre, comme je l'ai fait voir dans ma Dynamique *II part. chap. iv*; cela n'empêche pas que le principe de la conſervation des forces vives ne ſoit très-utile, & ne faſſe honeur à ſes inventeurs.

7°. L'auteur applique encore ſon principe à l'équilibre dans le levier; mais il faut pour cela faire certaines ſuppoſitions, entr'autres que la viteſſe eſt toujours proportionele à la diſtance du point d'apui, & que le temps eſt conſtant, comme dans le cas du choc des corps; il faut ſuppoſer encore que la longueur du levier eſt donnée, & que c'eſt le point d'apui qu'on cherche: car ſi le point d'apui & un des bras étoient donnés, & qu'on cherchât l'autre, on trouveroit par le principe de l'action que ce bras eſt égal à zéro. Au reſte, les ſuppoſitions que fait ici M. de Maupertuis, ſont permiſes; il ſuffit de les énoncer pour être hors d'atteinte, & toute autre ſuppoſition devroit de même être énoncée. L'application & l'uſage du principe ne comporte pas une généralité plus grande. À l'égard de la ſuppoſition qu'il fait, que les peſanteurs ſont comme les maſſes; cette ſuppoſition eſt donnée par la Nature même, & elle a lieu dans tous les théorêmes ſur le centre de gravité des corps, qui n'en ſont pas regardés pour cela comme moins généraux.

Il réſulte de tout ce que nous venons de dire, que le principe de la *minimité* d'action a lieu dans un grand nombre de phénomenes de la nature, qu'il y en a auxquels il s'applique avec beaucoup de facilité, comme la réfraction, & le cas des orbites des planetes, ainſi que beaucoup d'autres, examinés par M. Euler. *Voyez les Mém. acad. de Berlin* 1751, & *l'article* ACTION; que ce prince s'applique à pluſieurs autres cas, avec quelques modifications plus ou moins arbitraires, mais qu'il eſt toujours utile en lui même à la Méchanique, & pouroit faciliter la ſolution de différens problèmes.

On a conteſté à M. de Maupertuis la propriété de ce principe. M. Kœnig avoit d'abord avancé, pour le prouver, un paſſage de Leibnitz, tiré d'une lettre manuſcrite de ce philoſophe. Ce paſſage, imprimé dans les actes de Leipſick, *Mai* 1751, contenoit une erreur grôſſiere, que M. Kœnig aſſure être une faute d'impreſſion: il l'a corrigée, & en effet ce paſſage réformé eſt du moins en partie le principe de la moindre action. Quand la lettre de Leibnitz ſeroit réelle (ce que nous ne décidons point, cette lettre n'ayant jamais été publique), le principe tel qu'il eſt n'en apartiendroit pas moins à M. de Maupertuis; & M. Kœnig ſemble l'avouer dans ſon *Appel au Public* du jugement que l'Académie des Sciences de Pruſſe a prononcé contre la réalité de ce fragment. M. Kœnig avoit d'abord cité la lettre dont il s'agit, comme écrite à M. Herman; mais il a reconu depuis qu'il ne ſavoit à qui elle avoit été écrite: il a produit dans ſon *appel* cette lettre toute entiere, qu'on peut y lire; elle eſt fort longue, datée d'Hanover le 16 Octobre 1707; & ſans examiner l'authenticité do total, il s'agit ſeulement de ſavoir ſi celui qui l'a donnée à M. Kœnig, a ajonté ou altéré le fragment en queſtion. M. Kœnig dit avoir reçu cette lettre des mains de M. Henzy, décapité à Berne il y a quelques années. Il aſſure qu'il a entre les mains pluſieurs autres lettres de Leibnitz, que ce même M. Henzy lui

a données ; pluſieurs ſont écrites, ſelon M. Kœnig, de la main de M. Henzy. À l'égard de la lettre dont il s'agit, M. Kœnig ne nous dit point de quelle main elle eſt ; il dit ſeulement qu'il en a pluſieurs autres écrites de cette même main, & qu'une de ces dernieres ſe trouve dans le recueil imprimé *in* 4°. & il tranſcrit dans ſon *appel* ces lettres. M. Kœnig ne nous dit point non plus s'il a vu l'original de cette lettre, écrit de la main de Leibnitz. Voilà les faits, ſur leſquels c'eſt au public à juger ſi le fragment cité eſt anthentique, ou s'il ne l'eſt pas.

Nous devons avertir auſſi que M. Kœnig, dans les *act. de Leipſ.* donne un théorême ſur les forces vives, abſolument le même que celui de M. de Courtivron, imprimé dans les *Mémoires de l'Acad. de* 1748, *pag.* 304, & que M. de Courtivron avoit lu à l'Académie avant la publication du mémoire de M. Kœnig. *Voyez* ce théorême au *mot* CENTRE D'ÉQUILIBRE.

Il ne nous reſte plus qu'à dire un mot de l'uſage métaphyſique que M. de Maupertuis a fait de ſon principe. Nous penſons, comme nous l'avons déja inſinué plus haut, que la définition de la *quantité d'action* eſt une définition de *nom purement mathématique & arbitraire*. On pouroit appeler *action*, le produit de la maſſe par la viteſſe ou par ſon carré, ou par une fonction quelconque de l'eſpace & du temps ; l'eſpace & le temps ſont les deux ſeuls objets que nous voyons clairement dans le mouvement des corps ; on peut faire tant de combinaiſons mathématiques qu'on voudra de ces deux choſes, & on peut appeler tout cela *action* ; mais l'idée primitive & métaphyſique du mot *action* n'en ſera pas plus claire. En général, tous les théorêmes ſur l'*action* définie comme on voudra, ſur la conſervation des forces vives, ſur le mouvement nul ou uniforme du centre de grevité, & ſur d'autres loix ſemblables, ne ſont que des théorêmes mathématiques plus ou moins généraux, & non des principes philoſophiques. Par exemple, quand de deux corps atachés à un levier l'un monte & l'autre deſcend, on trouve, ſi l'on veut comme M. Kœnig, que la ſomme des forces vives eſt nulle, parce que l'on ajoute, avec des ſignes contraires, des quantités qui ont des directions contraires : mais c'eſt là une propoſition de Géométrie, & non une vérité de Métaphyſique ; car au fond ces forces vives pous avoir des directions contraires, n'en ſont pas moins réelles, & on pouroit nier dans un autre ſens la nullité de ces fosces. C'eſt comme ſi on diſoit qu'il n'y a point de mouvement dans un ſyſtême de corps, quand les mouvemens de même part ſont nuls, c'eſt-à-dire, quand les quantités de mouvement ſont égales & de ſignes contraires, quoique réelles.

Le principe de M. de Maupertuis n'eſt donc, comme tous les autres, qu'un principe mathématique ; nous croyons qu'il n'eſt pas fort éloigné de cette idée, d'autant plus qu'il n'a pris aucun parti dans la queſtion métaphyſique des forces vives, à laquelle tient celle de l'action. *Voyez les pages* 15 *&* 16 *de ſes œuvres, imprimées à Dreſde*, 1752, *in*-4°. Il eſt vrai qu'il a déduit l'exiſtence de Dieu de ſon principe : mais on peut déduire l'exiſtence de Dieu d'un principe purement mathématique, lorſqu'on reconoît ou qu'on croit que ce principe s'obſerve dans le nature. D'ailleurs il n'a donné cette démonſtration de l'exiſtence de Dieu que comme un exemple de démonſtretion tirée des loix générales de l'univers ; exemple auquel il ne prétend pas donner nne force excluſive, ni ſupérieure à d'autres preuves. Il prétend ſeulement avec raiſon que l'on doit s'appliquer ſur-tout à prouver l'exiſtence de Dieu par les phénomenes généraux, & ne pas ſe borner à la déduite des phénomenes particuliers, quoiqu'il avoue que cette déduction a auſſi ſon utilité. *Voyez*, ſur ce ſujet, *la préface de ſon ouvrage*, où il s'eſt pleinement juſtifié des imputations calomnieuſes que des critiques ignorans on de mauvaiſe foi ont faites à ce ſujet ; car rien n'eſt plus à la mode aujourd'hui, que l'accuſetion d'athéiſme intentée à tort & à travers contre les philoſophes, pas ceux qui ne le ſont pss. *Voyez* auſſi, ſur cet article *Coſmologie*, les *actes de Leipſick de Mai* 1751, l'*appel de* M. Kœnig *au public*, les *mémoires de Berlin* 1750 *&* 1751, (dont quelques exemplaires portent mal-à-propos 1752) ; & dans les mémoires de l'Académie des Sciences de Peris de 1749, *un écrit de* M. d'Arcy *ſur ce ſujet*. Voilà quelles ſont (au moins juſqu'ici, c'eſt-à-dire, en Février 1754) les pieces véritablement néceſſaires du procès, parce qu'on y a traité la queſtion, & que ceux qui l'ont traitée ſont au fait de la matiere. Nous devons ajouter que M. de Maupertuis n'a jamais rien répondu aux injures qu'on a vomies contre lui à cette occaſion, & dont nous dirons : *nec nominetur in vobis, ſicut decet philoſophos*. Cette querele de l'*action*, s'il nous eſt permis de le dire, a reſſemblé à certaines diſputes de religion, pas l'aigreus qu'on y a miſe, & par la quantité de gens qui en ont parlé ſans y rien entendre. (*O*).

COSSIQUE, adj. *nombre coſſique en Arithmétique & en Algebre*, eſt un terme qui n'eſt plus en uſage aujourd'hui, mais dont les premiers anteurs d'Algebre ſe ſont fréquemment ſervis. Il y a apparence que ce mot vient de l'Italien *coſa*, qui veut dire *choſe*. On ſait en effet que les Italiens ont été les premiers, du moins en Europe, qui aient écrit ſur l'Algebre. *Voyez* ALGEBRE.

Les Italiens appeloient dans une équation *res* ou *coſa*, *la choſe*, le coëfficient de l'inconnue linéaire ; ainſi dans $xx+px+q=0$, ou $x^3+px+q=0$, p étoit nommé *res*. Voyez *les Mém. de l'Acad.* 1741, *pp.* 437, 438, &c. ; ainſi, ils ont appelé *nombres coſſiques*, les nombres qui déſignent les racines des équetions : & comme ces nombres ſont pour l'ordinaire incommenſurables, on a depuis tranſporté cette expreſſion aux nom-

Digitized by Google

bres incommenſurables. *Voyez* ce mot. Luc Paciolo, dans ſon Algebre, appele *coſta cenſus* la racine d'une équation du ſecond degré. (*O*).

CO-TANGENTE, ſ. f. (*Géom.*); c'eſt la tangente d'un arc qui eſt le complément d'un autre. Ainſi la *co tangente* de 30 degrés eſt la tangente de 60 degrés. *Voy.* TANGENTE, ANGLE & DEGRÉ. (*O*).

CÔTÉ, ſ. m. *en Géométrie*. Le *côté* d'une figure eſt une ligne droite qui fait partie de ſon périmetre.

Le *côté* d'un angle eſt une des lignes qui forment l'angle. *Voyez* ANGLE.

CO-VERSE, ſ. m. (*Géom.*). Quelques Géometres ſe ſervent de l'expreſſion *ſinus co-verſe*, pour déſigner la partie du diametre d'un cercle, laquelle reſte après que l'on a ôté le ſinus verſe. *Voyez* SINUS VERSE. (*O*).

COUCHANT, (*Aſtronom.*) *oueſt*, *occident*, eſt l'endroit du ciel où le ſoleil paroît ſe coucher. Le mot d'*occident* eſt proprement celui que les Aſtronomes emploient; le mot d'*oueſt* celui des marins; & le mot de *couchant* eſt plus uſité dans le diſcours ordinaire.

Quoique le vrai point du *couchant* change tous les jours ſelon la ſituation du ſoleil, cependant on a pris pour point fixe du *couchant*, celui où le ſoleil ſe couche aux équinoxes; & qui partage en deux parties égales le demi-cercle de l'horizon, qui eſt entre le midi & le nord. Lorſqu'on eſt tourné vers le midi, on a le *couchant* à ſa droite. Le *couchant d'hiver* ſe trouve entre le midi & le vrai *couchant*; il eſt d'autant plus éloigné du vrai *couchant*, que la déclinaiſon du ſoleil & l'élévation du pole ſont plus grandes. Le *couchant d'été* eſt entre le nord & le vrai *couchant*, & il en diffère d'autant plus que la déclinaiſon du ſoleil & l'élévation du pole ſont plus grandes; dans les autres temps, cette diſtance eſt différente; elle s'appele *amplitude*.

COUCHER, *en Aſtronomie*, eſt le moment où le ſoleil, une étoile, ou une planete diſparoît, ou ſe cache ſous l'horizon.

Les aſtronomes & les poëtes diſtinguent trois ſortes de *coucher* des étoiles, le coſmique, l'acronyque, & l'héliaque. La maniere de calculer les *couchers*, eſt la même que pour calculer les levers. Nous l'expliquerons au *mot* LEVER.

COUCOU, (*Jeu de cartes*). L'on peut jouer à ce jeu depuis cinq juſqu'à vingt perſones. Lorſqu'on eſt un grand nombre, on joue avec un jeu de cartes entier, c'eſt-à-dire, où ſont toutes les baſſes; autrement on joue avec le jeu de piquet ordinaire, en obſervant que les âs ſont les dernieres & les moindres cartes du jeu. Comme il y a un grand avantage à avoir la main, on voit à qui l'aura. Après avoir pris chacun huit ou dix jetons, qu'on fait valoir ce qu'on veut, celui qui a la main ayant fait couper à ſa gauche, donne une carte, ſans la découvrir, à chaque joueur, qui l'ayant regardée, dit, ſi ſa carte lui paroît bonne, *je ſuis content*; mais ſi ſa carte eſt un âs, ou une autre carte dont il ſoit mécontent, il dit, *contentez-moi* à ſon voiſin à droite, qui doit prendre ſa carte & lui céder la ſiene, à moins qu'il n'ait un roi; auquel cas il ne peut être contraint à échanger, & il répond, *coucou*: alors le mécontent garde ſa carte, tandis que les autres continuent à ſe faire contenter de la même maniere, c'eſt-à-dire, à changer de carte avec leur voiſin à droite & à gauche, juſqu'à ce qu'on en ſoit venu à celui qui a mêlé, qui, lorſqu'on lui demande à être contenté, doit donner la carte de deſſus le talon, à moins que, comme il a déja été dit, ce ne ſoit un roi. Enfin la regle générale, c'eſt que chaque joueur peut, s'il le croit avantageux à ſon jeu, & que ce ſoit à ſon tour à parler, forcer ſon voiſin à droite de changer de carte avec lui, à moins qu'il n'ait un roi. Après que le tour eſt ainſi fini, chacun étale ſa carte ſur la table, & celui ou ceux qui ont la plus baſſe carte, payent un jeton au jeu, qu'ils mettent dans un corbillon qui eſt exprès au milieu de la table. Il peut ſe faire que quatre joueurs payent à la fois, & c'eſt toujours la plus baſſe eſpece des cartes qui ſoit ſur le jeu, qui paye. Les âs payent toujours, quand il y en a ſur le jeu; & au défaut des âs, les deux; au défaut des deux, les trois, & ainſi des autres. L'avantage de celui qui mêle, eſt qu'il a trois cartes ſur leſquelles il peut choiſir celle qu'il veut pour lui. Chacun mêle à ſon tour; & quand quelqu'un des joueurs a perdu tous ſes jetons, il ſe retire du jeu, n'y ayant plus d'eſpérance pour lui. Celui au contraire qui conſerve encore des jetons quand les autres n'en ont plus, gâgne la partie & prend tout ce qui a été dépoſé dans le corbillon.

COUDE *ou* JARET, (*Hydrauliq.*). C'eſt dans le tournant d'une conduite de fer ou de grais, un bout de tuyau de plomb *coudé* pour racorder enſemble les tuyaux de fer. (*K*).

COULEUR, ſ. f. (*Optique*) ſuivant les Phyſiciens eſt une propriété de la lumiere, par laquelle elle produit, ſelon les différentes configurations & viteſſes de ſes particules, des vibrations dans le nerf optique, qui étant propagées juſqu'au *ſenſorium*, affectent l'âme de différentes ſenſations. *Voyez* LUMIERE.

La *couleur* peut être encore définie une ſenſation de l'âme excitée par l'action de la lumiere ſur la *rétine*; & différente ſuivant le degré de réfrangibilité de la lumiere & la viteſſe ou la grandeur de ſes parties.

On trouvera les propriétés de la lumiere à l'*article* LUMIERE.

Le mot *couleur*, à proprement parler, peut être enviſagé de quatre manieres différentes; ou en tant qu'il déſigne une diſpoſition & affection particuliere de la lumiere, c'eſt-à-dire, des corpuſcules qui la conſtituent; ou en tant qu'il déſigne une diſpoſition particuliere des corps phyſiques, à nous affecter de telle ou telle eſpece de lumiere; ou en tant qu'il déſigne l'ébranlement produit dans l'or-

gane par tels ou tels corpuſcules lumineux ; ou en tant enfin qu'il marque la ſenſation particuliere, qui eſt la ſuite de cet ébranlement.

C'eſt dans ce dernier ſens que le mot *couleur* ſe prend ordinairement ; & il eſt très-évident que le mot *couleur* pris en ce ſens, ne déſigne aucune propriété du corps, mais ſeulement une modification de notre âme ; que la blancheur, par exemple, la rougeur, &c. n'exiſtent que dans nous, & nullement dans les corps auſquels nous les raportons néanmoins par une habitude priſe dès notre enfance ; c'eſt une choſe très-ſingnliere & digne de l'attention des métaphyſiciens, que ce penchant que nous avons à raporter à une ſubſtance matérielle & diviſible, ce qui apartient néellement à une ſubſtance ſpirituele & ſimple ; & rien n'eſt peut-être plus extraordinaire dans les opérations de notre âme, que de la voir tranſporter hors d'elle-même & étendre, pour ainſi dire, ſes ſenſations ſur une ſubſtance à laquelle elles ne peuvent apartenir. Quoi qu'il en ſoit, nous n'enviſagerons guere dans cet artiele le mot *couleur*, en tant qu'il déſigne une ſenſation de notre âme. Tout ce que nous poutions dire ſur cet artiele, dépend des loix de l'union de l'âme & du corps, qui nous ſont inconnues. Nous dirons ſeulement deux mots ſur une queſtion que pluſieurs philoſophes ont propoſée, ſavoir ſi tous les hommes voient le même objet de la même *couleur*. Il y a apparence que oui ; cependant on ne démontrera jamais que ce que j'appele *rouge*, ne ſoit pas vert pour un autre. Il eſt au reſte aſſez vrai-ſemblable que le même objet ne paroît pas à tous les hommes d'une *couleur* également vive, comme il eſt aſſez vrai-ſemblable que le même objet ne paroît pas également grand à tous les hommes. Cela vient de ce que nos organes, ſans différer beaucoup entr'eux, ont néanmoins un certain degré de différence dans leur force, leur ſenſibilité, &c. Mais en voilà aſſez ſur cet article : venons à la *couleur* en tant qu'elle eſt une propriété de la lumiere & des corps qui la renvoient.

Il y a de grandes différences d'opinions ſur les *couleurs* entre les anciens & les modernes, & entre les différentes ſectes de philoſophes d'aujourd'hui. Suivant l'opinion d'Ariſtote, qui étoit celle qu'on ſuivoit autrefois, on regardoit la *couleur* comme une qualité réſidante dans les corps colorés, & indépendante de la lumiere.

Les Carteſiens n'ont point été ſatisfaits de cette définition ; ils ont dit que puiſque le corps coloré n'étoit pas immédiatement appliqué à l'organe de la vue pour produire la ſenſation de la *couleur*, & qu'aucun corps ne ſauroit agir ſur nos ſens que par un contact immédiat, il falloit donc que les corps colorés ne contribuaſſent à la ſenſation de la *couleur*, que par le moyen de quelque milieu, lequel étant mis en mouvement par leur action, tranſmettoit cette action juſqu'à l'organe de la vue.

Ils ajoutent que puiſque les corps n'affectent point l'organe de la vue dans l'obſcurité, il faut que le ſentiment de la *couleur* ſoit ſeulement occaſioné par la lumiere qui met l'organe en mouvement ; & que les corps colorés ne doivent être conſidérés que comme des corps qui réfléchiſſent la lumiere avec certaines modifications : la différence des *couleurs* venant de la différente texture des parties des corps qui les rend propres à donner telle ou telle modification à la lumiere. Mais c'eſt ſur-tout à M. Newton que nous devons la vraie théorie des *couleurs*, celle qui eſt fondée ſur des expériences ſûres, & qui donne l'explication de tous les phénomenes. Voiel en quoi conſiſte cette théorie.

L'expérience fait juger que les rayons de lumiere ſont compoſés de particules dont les maſſes ſont différentes entr'elles : du moins quelques-unes de ces parties, comme on ne ſauroit guere en douter, ont beaucoup plus de viteſſe que les autres : car lorſque l'on reçoit dans une chambre obſcure un rayon de lumiere *F E*, *Pl. d'Optique Fig.* 5, ſur une ſurface refringente *A D*, ce rayon ne ſe réfracte pas entiérement en *L*, mais il ſe diviſe & ſe répand, pour ainſi dire, en pluſieurs autres rayons, dont les uns ſont réfractés en *L*, & les autres depuis *L* juſqu'en *G* ; en ſorte que les particules qui ont le moins de viteſſe, ſont celles que l'action de la ſurface refringente détourne le plus facilement de leur chemin rectiligne pour aller vers elle, & que les autres, à meſure qu'elles ont plus de viteſſe, ſe détournent moins & paſſent plus près de *G*. *Voyez* RÉFRANGIBILITÉ.

De plus, les rayons de lumiere qui different le plus en réfrangibilité les uns des autres, ſont auſſi ceux qui different le plus en *couleur* ; c'eſt une vérité reconue par une infinité d'expériences. Les particules les plus réfractées, par exemple, ſont celles qui forment les rayons violets, & cela, ſelon toute apparence, à cauſe que ces particules ayant le moins de viteſſe, ſont auſſi celles qui ébranlent le moins la rétine, y excitent les moindres vibrations ; & nous affectent, par conſéquent, de la ſenſation de *couleur* la moins forte & la moins vive, telle qu'eſt le violet. Au contraire, les particules qui ſe réfractent le moins, conſtituent les rayons de la *couleur* rouge ; parce que ces particules ayant le plus de viteſſe, frapent la rétine avec le plus de force, excitent les vibrations les plus ſenſibles, & nous affectent de la ſenſation de *couleur* la plus vive, telle qu'eſt la *couleur* rouge.

Les autres particules étant ſéparées de la même maniere, & agiſſant ſuivant leurs viteſſes reſpectives, produiront par les différentes vibrations qu'elles exciteront, les différentes ſenſations des *couleurs* intermédiaires, ainſi que les particules de l'air excitent, ſuivant leurs différentes vibrations reſpectives, les différentes ſenſations des ſons. *Voyez* VIBRATION.

Il faut ajouter à cela que non ſeulement les

couleurs les plus diſtinctes les unes des autres, telles que le rouge, le jaûne, le bleu, doivent leur origine à la différente réfrangibilité des rayons; mais qu'il en eſt de même des différens degrés & nuances de la même *couleur*, telles que celles qui ſont entre le jaûne & le vert, entre le rouge & le jaûne, &c.

De plus, les *couleurs* des rayons ainſi ſéparés ne peuvent pas être regardées comme de ſimples modifications accidentelles de ces rayons, mais comme des propriétés qui leur ſont néceſſairement attachées, & qui conſiſtent, ſuivant toutes les apparences, dans la viteſſe & la grandeur de leurs parties; elles doivent donc être immuables & inſéparables de ces rayons, c'eſt-à-dire, que ces *couleurs* ne ſauroient s'altérer par aucune réfraction ou réflexion.

Or c'eſt ce que l'expérience confirme d'une maniere ſenſible; car quelque éfort qu'on ait fait pour ſéparer, par de nouveles réfractions, un rayon coloré quelconque donné par le priſme, on n'a pas pu y réuſſir. Il eſt vrai qu'on fait quelquefois des décompoſitions apparentes de *couleurs*, mais ce n'eſt que des couleurs qu'on a formées en réuniſſant des rayons de différentes *couleurs*; & il n'eſt pas étonant alors que la réfraction faſſe retrouver les rayons qu'on avoit employés pour former cette *couleur*.

De là il s'enſuit que toutes les tranſmutations de *couleurs* qu'on produit par le mélange de *couleurs* de différentes eſpeces, ne ſont pas réelles, mais de ſimples apparences, ou des erreurs de la vue, puiſque auſſi-tôt qu'on ſépare les rayons de ces *couleurs*, on a les mêmes *couleurs* qu'auparavant: c'eſt ainſi que des poudres bleues & des poudres jaûnes étant mêlées, paroiſſent à la vue ſimple former du vert; & que ſans leur donner aucune altération, on diſtingue facilement, à l'aide d'un microſcope, les parties bleues d'avec les jaûnes.

On peut donc dire qu'il y a deux ſortes de *couleurs*; les unes *primitives*, *originaires* & *ſimples*, produites par la lumiere homogene, ou par les rayons qui ont le même degré de réfrangibilité, & qui ſont compoſés de parties de même viteſſe & maſſe, telles que le rouge, l'orangé, le jaûne, le vert, le bleu, l'indigo, le violet, & leurs nuances; les autres *ſecondaires* ou *hétérogenes*, compoſés des premieres, ou du mélange des rayons de différente réfrangibilité.

On peut produire par la voie de la compoſition, des *couleurs* ſecondaires, ſemblables aux *couleurs* primitives, quant au ton ou à la nuance de la *couleur*, mais non par raport à la permanence ou à l'immuabilité. On forme de cette maniere du vert avec du bleu & du jaûne; de l'orangé avec du rouge & du jaûne; du jaûne avec de l'orangé & du vert jaunâtre; & en général avec deux *couleurs* qui ne ſont pas éloignées l'une de l'autre dans la ſuite des *couleurs* données par le priſme, on parvient aſſez facilement à faire les *couleurs* intermédiaires. Il faut ſavoir auſſi que plus une *couleur* eſt compoſée, moins elle eſt vive & parfaite, & qu'en la compoſant de plus en plus, on parvient juſqu'à l'éteindre entiérement.

Par le moyen de la compoſition, on peut parvenir auſſi à former des *couleurs* qui ne reſſemblent à aucune de celles de la lumiere homogene. Mais l'effet le plus ſingulier que peut donner la compoſition des *couleurs* primitives, c'eſt de produire le blanc; il ſe forme en employant à un certain degré des rayons de toutes les *couleurs* primitives: c'eſt ce qui fait que la *couleur* ordinaire de la lumiere eſt le blanc, à cauſe qu'elle n'eſt autre choſe que l'aſſemblage des lumieres de toutes les *couleurs* mêlées & confondues enſemble.

La réfraction que donne une ſeule ſurface refringente, produit la ſéparation de la lumiere en rayons de différentes *couleurs*; mais cette ſéparation devient beaucoup plus conſidérable, & frape d'une maniere tout-à-fait ſenſible; lorſqu'on emploie la double réfraction cauſée par les deux ſurfaces d'un priſme ou d'un morceau de verre quelconque, pourvu que ces deux ſurfaces ne ſoient pas paralleles. Comme les expériences que l'on fait avec le priſme, ſont la baſe de toute théorie des *couleurs*, nous allons en donner un précis.

1°. Les rayons du ſoleil traverſant un priſme triangulaire, donnent ſur la muraille oppoſée une image de différentes *couleurs*, dont les principales ſont le rouge, le jaûne, le vert, le bleu & le violet. La raiſon en eſt que les rayons différemment colorés, ſont ſéparés les uns des autres par la réfraction; car les bleus, par exemple, marqués, *Pl. d'Opt. Fig. 6*, par une ligne ponctuée, après s'être ſépatés des autres en *d d*, par la premiere réfraction occaſionée par le côté *c a* du priſme *a b c* (on par la premiere ſurface du globe d'eau *a b c*, *Fig. 7*) vienent à s'en écarter encore davantage en *e e* par la réfraction du même ſens, que produit l'autre côté du priſme; (on la ſeconde ſurface du globe *a b c*): il arive au contraire dans le verre plan *a b c f*, *Fig. 9*, (on ſur le priſme *g l e*, *Fig. 8*, placé dans une autre ſituation), que les mêmes rayons bleus qui avoient commencé à ſe ſéparer par la premiere ſurface en *d d*, devienent, par une ſeconde réfraction, paralleles à leur premiere direction, & ſe remêlent par conſéquent avec les autres rayons.

2°. L'image colorée n'eſt pas ronde, mais oblongue, ſa longueur étant environ cinq fois ſa largeur, lorſque l'angle du priſme eſt d'environ 60 ou 65 degrés. La raiſon en eſt que cette image eſt compoſée de toutes les images particulieres que donne chaque eſpece différente de rayons, & qui ſe trouvent placées les unes au deſſus des autres, ſuivant la force de la réfrangibilité de ces rayons.

3°. Les rayons qui donnent le jaûne, ſont plus

détournés de leur chemin rectiligne que ceux qui donnent le rouge ; ceux qui donnent le vert, plus que ceux qui donnent le jaûne, & ainſi de ſuite juſqu'à ceux qui donnent le violet. En conſéquence de ce principe, ſi on fait tourner autour de ſon axe le priſme ſur lequel tombent les rayons du ſoleil, de maniere que le rouge, le jaûne, &c. tombent ſucceſſivement ſur un autre priſme fixe placé à une certaine diſtance du premier, comme douze pieds, par exemple ; & que les rayons de ces différentes *couleurs* aient auparavant paſſé l'un après l'autre par une ouverture placée entre les deux priſmes ; les rayons rompus que donneront ces différens rayons, ne ſe projéteront pas tous à la même place, mais les uns au deſſus des autres.

Cette expérience ſimple & néanmoins déciſive, eſt celle par laquelle M. Newton leva toutes les difficultés dans leſquelles les premieres l'avoient jetté, & qui l'a entiérement convaincu de la correſpondance qui eſt entre la *couleur* & la réfrangibilité des rayons de lumiere.

4°. Les *couleurs* des rayons ſéparés par le priſme, ne ſauroient changer de nature ni ſe détruire, quoique ces rayons paſſent par un milieu éclairé, qu'ils ſe croiſent les uns les autres, qu'ils ſe trouvent voiſins d'une ombre épaiſſe, qu'ils ſoient réfléchis ou rompus d'une maniere quelconque ; d'où l'on voit que les *couleurs* ne ſont pas des modifications dues à la réfraction ou à la réflexion, mais des propriétés immuables & atachées à la nature des rayons.

5°. Si par le moyen d'un verre lenticulaire ou d'un miroir concave, on vient à réunir tous les différens rayons colorés que donne le priſme, ou forme le blanc ; cependant ces mêmes rayons, qui, tous raſſemblés, ont formé le blanc, donnent après leur réunion, c'eſt-à-dire, au delà du point où ils ſe croiſent, les mêmes *couleurs* que celles qu'ils donnoient en ſortant du priſme, mais dans un ordre renverſé, à cauſe du croiſement des rayons. La raiſon en eſt claire ; car le rayon étant blanc avant d'être ſéparé par le moyen du priſme, doit l'être encore par la réunion de ſes parties que la réfraction avoit écartées les unes des autres, & cette réunion ne peut, en aucune maniere, tendre à détruire ou à altérer la nature des rayons.

De même, ſi on mêle dans une certaine proportion de la *couleur* rouge avec du jaûne, du vert, du bleu & du violet, on formera une *couleur* compoſée qui ſera blanchâtre, (c'eſt-à dire, à peu près ſemblable à celle qu'on forme en mêlant du blanc & du noir) & qui ſeroit entiérement blanche, s'il ne ſe perdoit & ne s'abſorboit pas quelques rayons. On forme encore une *couleur* approchante du blanc, en teignant un rond de papier de différentes *couleurs*, & en le faiſant tourner aſſez rapidement pour qu'on ne puiſſe diſtinguer aucune des *couleurs* en particulier.

6°. Si on fait tomber fort obliquement les rayons du ſoleil ſur la ſurface intérieure d'un priſme, les rayons violets ſe réfléchiront, & les rouges ſeront tranſmis : ce qui vient de ce que les rayons qui ont le plus de réfrangibilité, ſont ceux qui ſe réfléchiſſent plus facilement.

7°. Si on remplit deux priſmes creux, l'un d'une liqueur bleue, l'autre d'une liqueur rouge, & qu'on applique ces deux priſmes l'un contre l'autre, ils deviendront opaques, quoique chacun d'eux, pris ſeul, ſoit tranſparent, parce que l'un d'eux ne laiſſant paſſer que les rayons rouges, & l'autre que les rayons bleus, ils n'en doivent laiſſer paſſer aucun lorſqu'on les joint enſemble.

8°. Tous les corps naturels, mais principalement ceux qui ſont blancs, étant regardés au travers d'un priſme, paroiſſent comme bordés d'un côté de rouge & de jaûne, & de l'autre de bordures bleues & violetes ; car ces bordures ne ſont autre choſe que les extrémités d'autant d'images de l'objet entier, qu'il y a de différentes *couleurs* dans la lumiere, & qui ne tombent pas toutes dans le même lieu, à cauſe des différentes réfrangibilités des rayons.

9°. Si deux priſmes ſont placés de maniere que le rouge de l'un & le violet de l'autre tombent ſur un même papier, l'image paroîtra pâle ; mais ſi on la regarde au travers d'un troiſieme priſme, en tenant l'œil à une diſtance convenable, elle paroîtra double, l'une rouge, l'autre violete. De même ſi on mêle deux poudres, dont l'une ſoit parfaitement rouge, & l'autre parfaitement bleue, & qu'on couvre de ce mélange un corps de peu d'étendue, ce corps regardé au travers d'un priſme, aura deux images, l'une rouge, l'autre bleue.

10°. Lorſque les rayons qui traverſent une lentille convexe, ſont reçus ſur un papier avant qu'ils ſoient réunis au foyer, les bords de la lumiere paroîtront rougeâtres ; mais ſi on reçoit ces rayons après la réunion, les bords paroîtront bleus : car les rayons rouges étant les moins réfractés, doivent être réunis le plus loin, & par conſéquent être les plus près du bord, lorſqu'on place le papier avant le foyer : au lieu qu'après le foyer, c'eſt au contraire les rayons bleus réunis les premiers, qui doivent alors renfermer les autres, & être vers les bords.

L'image colorée du ſoleil, que Newton appele *le ſpectre ſolaire*, n'offre à la premiere vue que cinq *couleurs*, violet, bleu, vert, jaûne & rouge, mais en rétréciſſant l'image, pour rendre les *couleurs* plus tranchantes & plus diſtinctes, on voit très-bien les ſept, rouge, orangé, jaûne, vert, bleu, indigo, violet. M. de Buffon (*Mém. acad.* 1743) dit même en avoir diſtingué dix-huit ou vingt ; cependant il n'y en a que ſept primitives, par la raiſon qu'en diviſant le ſpectre, ſuivant la proportion de Newton, en ſept eſpaces, les ſept *couleurs* ſont inaltérables par le priſme ; & qu'en le diviſant en plus de ſept, les *couleurs* voiſines ſont de la même nature.

Digitized by Google

L'étendue proportionele de ces ſept intervalles de *couleurs*, répond aſſez juſte à l'étendue proportioncle des ſept tons de la Muſique : c'eſt un phénomene ſingulier ; mais il faut bien ſe garder d'en conclure qu'il y ait aucune analogie entre les ſenſations des *couleurs* & celles des tons : car nos ſenſations n'ont rien de ſemblable aux objets qui les cauſent.

M. de Buffon, dans le Mémoire que nous venons de citer, compte trois manieres dont la nature produit les *couleurs* ; la réfraction, l'inflexion & la réflexion. *Voyez* ces mots. *Voyez auſſi* DIFFRACTION.

Couleurs des lames minces. Le phénomene de la ſéparation des rayons de différentes *couleurs* que donne la réfraction du priſme & des autres corps d'une certaine épaiſſeur, peut encore être conſtaté par le moyen des plaques ou lames minces, tranſparentes comme les bulles qui s'élevent ſur la ſurface de l'eau de ſavon ; car toutes ces petites lames, à un certain degré d'épaiſſeur, tranſmettent les rayons de toutes les *couleurs*, ſans en réfléchir aucune ; mais, en augmentant d'épaiſſeur, elles commencent à réfléchir premiérement les rayons bleus, & ſucceſſivement après, les verts, les jaûnes, & les rouges tous purs : par de nouveles augmentations d'épaiſſeur, elles fourniſſent encore des rayons bleus, verts, jaûnes & rouges, mais un peu plus mêlés les uns avec les autres ; & enfin elles viennent à réfléchir tous ces rayons ſi bien mêlés enſemble, qu'il s'en forme le blanc.

Mais il eſt à remarquer que dans quelque endroit d'une lame mince que ſe faſſe la réflexion d'une *couleur*, telle que le bleu, par exemple, il ſe fera au même endroit une tranſmiſſion de la *couleur* oppoſée, qui ſera en ce cas ou le rouge ou le jaûne.

On trouve par expérience, que la différence de *couleur* qu'une plaque donne, ne dépend pas du milieu qui l'environe, mais ſeulement la vivacité de cette *couleur*. Toutes choſes égales, la *couleur* ſera plus vive, ſi le milieu le plus denſe eſt environé par le plus rare.

Une plaque, toutes choſes égales, réfléchira d'autant plus de lumiere, qu'elle ſera plus mince juſqu'à un certain degré, par-delà lequel elle ne réfléchira plus aucune lumiere.

Dans les plaques dont l'épaiſſeur augmente ſuivant la progreſſion des nombres naturels 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, &c., ſi les premieres, c'eſt-à-dire, les plus minces, réfléchiſſent un rayon de lumiere homogene, la ſeconde le tranſmettra ; la troiſieme le réfléchira de nouveau, & ainſi de ſuite ; en ſorte que les plaques de rangs impairs, 1, 3, 5, 7, &c. réfléchiront les mêmes rayons, que ceux que leurs correſpondantes en rangs pairs, 2, 4, 6, 8, &c. laiſſeront paſſer. De là une *couleur* homogene donnée par une plaque, eſt dite *du premier ordre* ; ſi la plaque réfléchit tous les rayons de cette *couleur*. Dans une plaque trois fois plus mince, la *couleur* eſt dite *du ſecond ordre*. Dans une autre d'épaiſſeur cinq fois moindre, la *couleur* ſera *du troiſieme ordre*, &c.

Une *couleur* du premier ordre eſt la plus vive de toutes, & ſucceſſivement la vivacité de la *couleur* augmente avec l'ordre de la *couleur*. Plus l'épaiſſeur de la plaque eſt augmentée, plus il y a de *couleurs* réfléchies & de différens ordres. Dans quelques cas la *couleur* variera, ſuivant la poſition de l'œil ; dans d'autres, elle ſera permanente.

Cette théorie ſur la *couleur* des lames minces, eſt ce que M. Newton appele dans ſon Optique, la *théorie des accès de facile réflexion & de facile tranſmiſſion* ; & il faut avouer que toute ingénieuſe qu'elle eſt, elle n'a pas à beaucoup près tout ce qu'il faut pour convaincre & ſatisfaire entiérement l'eſprit. Il faut ici s'en tenir aux ſimples faits, & atendre, pour en connoître ou en chercher les cauſes, que nous ſoyons plus inſtruits ſur la nature de la lumiere & des corps, c'eſt-à-dire, ateudre fort long-temps, & peut-être toujours. Quoi qu'il en ſoit, voici quelques expériences réſultantes des faits qui ſervent de baſe à cette théorie.

Anneaux colorés des verres. Si on met l'un ſur l'autre deux verres objectifs de fort grandes ſpheres, l'air qui ſe trouve entre ces deux verres, forme comme un diſque mince, dont l'épaiſſeur n'eſt pas la même par tout : or au point de contact l'épaiſſeur eſt zéro, & on voit du noir en cet endroit ; enſuite on voit autour pluſieurs anneaux différemment colorés, & ſéparés les uns des autres par un anneau blanc. Voici l'ordre des *couleurs* de ces anneaux, à commencer par la tache noire du centre :

Noir, bleu, blanc, jaûne, rouge,
Violet, bleu, vert, jaûne, rouge,
Pourpre, bleu, vert, jaûne, rouge,
Vert, rouge.

Il y a encore d'autres anneaux, mais ils vont toujours en s'afoibliſſant.

En regardant les verres par-deſſous, on verra des *couleurs* aux endroits où les anneaux paroiſſoient ſéparés, & ces *couleurs* ſeront dans un autre ordre. *Voyez* Muſſchenbroëk, *Eſſais de Phyſ.* §. 1134 *& ſuiv.*

On explique par-là les *couleurs* changeantes qu'on obſerve aux bulles de ſavon, ſelon que l'épaiſſeur de ces bulles eſt plus ou moins grande.

Couleur des corps naturels. Les corps ne paroiſſent de telle ou telle *couleur*, qu'autant qu'ils ne réfléchiſſent que les rayons de cette *couleur*, ou qu'ils réfléchiſſent plus de rayons de cette *couleur* que des autres ; ou plutôt ils paroiſſent de la *couleur* qui réſulte du mélange des rayons qu'ils réfléchiſſent.

Tous les corps naturels ſont compoſés de petites lames minces, tranſparentes ; & lorſque ces

petites lames ſeront diſpoſées les unes à l'égard des autres, de maniere qu'il n'y aure ni réfraction ni réflexion entre leurs interſtices, les corps ſeront tranſparens; mais ſi les interſtices qui ſont entre ces lames ſont remplis de matiere ſi hétérogene par raport à celle des lemes elles-mêmes, qu'il ſe faſſe beaucoup de réfractions & de réflexions dans l'intérieur du corps, ce corps ſera alors opaque.

Les rayons qui ne ſont pas réfléchis par un corps opaque, pénétrent au dedans de ce corps, & y ſoufrent une quauité innombrable de réfractions & de réflexions juſqu'à ce qu'enfin ils s'uniſſent avec les particules de ce corps.

De là il ſuit que les corps opaques s'échaufent d'autent moins qu'ils réfléchiſſent plus de lumiere: auſſi voyons-nous que les corps blancs, qui ſont ceux qui réfléchiſſeut le plus de rayons, s'échaufent beaucoup moins que les corps noirs, qui n'en réfléchiſſent preſque poiut.

Pour déterminer la conſtitution de la ſurfaee des corps d'où dépend leur *couleur*, il fsut conſidérer que les corpuſcules ou premieres parties dont ces ſurfsees ſont compoſées, ſont très-minces & treuſparentes; de plus, qu'elles ſont ſéparées par un milieu qui differe d'elles en denſité. On peut done regsrder la ſurfaee de chaque corps coloré, comme un nombre infiui de petites lames, dans le cas de celles dont nous venons de parler, & auxquelles ou peut appliquer tout ce qu'on a dit à cette occaſion.

De là il ſuit que la *couleur* d'un corps dépend de la denſité & de l'épaiſſeur des psrticules de ce corps, renfermées eurre ſes pores: que la *couleur* eſt d'antanr plus vive & plus homogene, que ces psrties ſont plus miuces; & que, toutes choſes egales, ces parties doivent être les plus épsiſſes dans les corps rouges, & les plus miuces dans les violets; qu'ordinairemeut les partieules des corps ſont plus denſes qne celles du milieu qui remplit leurs interſtices: mais que dans les queues de peons, dans qnelqnes étofes de ſoie, & dans tous les corps dont la *couleur* dépend de la ſituation de l'œil, la denſité des parties eſt moindre que celle du milieu; & qu'en général la *couleur* d'un corps eſt d'autsnt moins vive, qu'il eſt plus rere per raport au milieu que renferment ſes pores.

De plus, eeux des différens corps opeques dont les *lameles* ſout les plus minees, ſont ceux qni paroiſſent noirs, & les corps blaucs ſont ceux qui ſout compoſés des lameles les plus épaiſſes, ou de lameles qui differeut conſidérablement en épaiſſeur, & ſont par conſéquent propres à réfléchir routes ſortes de *couleurs*. Les corps dont les lameles ſeront d'une épeiſſeur moyene entre ces premieres, ſerout on bleus, ou verts, ou jaûnes, ou ronges, ſuivant celle de ees *couleurs* qu'ils réfléchirout en plus graude quantité, abſorbent les autres, ou les laiſſant paſſer.

C'eſt cette derniere circonſtance de renvoyer on de laiſſer paſſer les rayons de telle ou telle *couleur*, qni fait que certaines liqueurs, telles, par exemple, que celle de l'infuſion de bois néphrétique, paroiſſeut ronges ou jaûnes par la réflexion de la lumiere, & qu'elles paroiſſent bleues lorſqu'on les plece entre l'œil & la lumiere. Il en eſt de même des feuilles d'or, qui ſont jaûnes dans le premier cas, & bleues dans le ſecond.

On peut encore ajouter à cela que le changement de *couleur* qni arive à quelqnes poudres employées par les peintres, lorſqu'elles ſont broyées extrêmement fin, vient ſans doute de la diminution ſenſible des parties de ces corps produite par le broiment, de même que le changement de *couleur* des lameles eſt prodnit par celui de leur épaiſſeur.

Enfin ce phénomene ſi ſingulier du mélange des liqueurs d'où réſultent différentes *couleurs*, ne ſauroit venir d'nne antre cauſe que des différentes actions des corpuſcules ſalins d'une liqueur, ſur les corpuſcules qni conſtituent le *couleur* d'une antre liqueur: ſi ces corpuſcules s'nuiſſent, leurs maſſes en ſerout ou rétrécies ou alongées, & leur denſité, par conſéqnent, en ſera altérée; s'ils fermeutent, la grandeur des particules ſera diminnée, & par conſéquent les liqneurs colorées deviendront tranſparentes; ſi elles ſe coagulent, une liqueur opsque ſere le réſultat de deux *couleurs* tranſperentes.

On volt encore aiſément par les mêmes principes, pourqoi uue liqueur colorée étant verſée dans nn verre conique placé entre l'œil & la lumiere, paroît de différentes *couleurs* dans les différens endroits du verre où l'on regarde: car ſuivant qne la ſection du verre ſera plus éloignée du bas ou de le poiute, il y aura plus de rayons interceptés; & dans le haut du verre, c'eſt-à-dire, à le baſe du cône, tous les rayous ſeront interceptés, & on n'en apercevra ancun qne par la réflexion.

M. Newton prétend qn'on peut dédnire l'épaiſſeur des parties compoſantes des corps neturels de la *couleur* de ees corps; car les particules des corps doivent donner les mêmes *couleurs* que les lameles de même épaiſſeur, pourvu que la denſité ſoit auſſi la même. Toute cette théorie eſt conjecturale.

Couleurs qui réſultent du mélange de différentes liqueurs, ou de l'arangement de différens corps. Lorſqu'on fait infuſer, pendant nn conrt eſpece de temps des roſes rouges avec de l'eau-de-vie, & qu'on verſe ſur cette infuſion eneore blanche quelqne eſprit aeide de ſel, comme l'eſprit de vitriol, de ſoufre, de ſel marin, de nitre, on de l'eau-forte, mais en ſi petite qnentité qu'on ne puiſſe même y remarquer l'acide, l'infuſion blanche deviendre d'sbord d'nu beeu rouge eouleur de roſe. Si on verſe ſur cette reinture rouge quelqne ſel alkali diſſous, comme de le leſſive de potaſſe, ou de l'eſprit de ſel ammoniac, elle ſe ehengera en un

en un beau vert : mais ſi on verſe ſur l'infuſion de roſes du vitriol diſſous dans de l'eau, il en naîtra d'abord une teinture noire comme de l'encre. Muſſch. *eſſ. de Phyſ.*

Si on fait infuſer pendant peu de temps des noix de galle dans l'eau, en ſorte que cette infuſion demeure blanche, & qu'on y verſe du vitriol commun, ou qui ait été calciné au feu juſqu'à ce qu'il ſoit devenu blanc, ou qu'on l'ait réduit en colcothar rouge, on aura d'abord une teinture noire. Si on verſe ſur cette teinture quelques goutes d'huile de vitriol ou d'eau-forte, toute la *couleur* noire diſparoîtra, & la teinture reprendra ſon premier éclat. Mais ſi on verſe ſur cette liqueur quelques goutes de leſſive de potaſſe, tout ce mélange deviendra d'abord fort noir ; & pour lui faire perdre cette noirceur, il ſuffira de verſer deſſus un peu d'eſprit acide.

Si on met ſur du papier d'un bleu obſcur un morceau de papier blanc, qui ait été auparavant légérement froté d'eau-forte, le bleu deviendra roux, & enſuite pâle. La même choſe arive auſſi lorſqu'on a écrit ſur du papier bleu avec le phoſphore urineux. Si on éclaircit du ſirop violet commun avec de l'eau, & qu'on le verſe dans deux différens verres, le ſirop avec lequel on mêlera une liqueur acide deviendra rouge, & celui auquel on ajoutera une liqueur alkaline ou de ſel, deviendra vert : ſi on mêle enſuite enſemble ces deux ſirops ainſi changés, on aura un ſirop bleu, ſuppoſé qu'on ait employé autant d'acide que d'alkali : mais ſi l'alkali domine, tout ce mélange ſera vert ; & ſi l'acide s'y trouve en plus grande quantité, le mélange deviendra rouge. Lorſqu'on verſe un peu de leſſive de ſel de tartre ſur du mercure ſublimé diſſous dans de l'eau, ce mélange devient rouge, épais & opaque ; mais ſi on verſe ſur ce mélange un peu d'eſprit urineux ou de ſel ammoniac, il redevient blanc.

Si on diſſout auſſi un peu de vitriol bleu dans une grande quantité d'eau, en ſorte que le tout reſte blanc & tranſparent, & qu'on verſe enſuite dans cette liqueur un peu d'eſprit de ſel ammoniac, on verra paroître, après que ce mélange aura été fait, une belle *couleur* bleue ; mais ſi on y verſe un peu d'eau-forte, la *couleur* bleue diſparoîtra ſur le champ, & l'eau deviendra claire & blanche : enfin ſi l'on y joint encore de nouvel eſprit de ſel ammoniac, la *couleur* bleue reparoîtra de nouveau. Lorſqu'on verſe une infuſion de thé bon ſur de l'or diſſous dans de l'eſprit de vin éthéré, il s'y forme une chaux de *couleur* pourprée qui ſe précipite au fond. Lorſqu'on diſſout de l'étain dans de l'eau régale, & qu'après avoir éclairci cette ſolution avec de l'eau, on y verſe quelques goutes d'or fondu dans de l'eau regale, on voit paroître une belle *couleur* de pourpre fort agréable à la vue. Ceux qui veulent voir un plus grand nombre d'expériences ſur le changement des *couleurs*, doivent conſulter la chimie de Boërhaave : on peut auſſi en trouver d'autres dans l'ouvrage des philoſophes de Florence : enfin on ne fera pas mal de conſulter encore ſur cette matiere les *tranſ. philoſ. n.°* 238 §. *vj.* Muſſch. *ibid.*

L'infuſion de noix de galle verſée ſur la ſolution de vitriol, produit un mélange dont les parties abſorbent toute la lumiere qu'elles reçoivent, ſans en réfléchir que fort peu ou point du tout ; d'où il arive que cette teinture paroît noire ; mais nous ignorons quel eſt l'arangement de ces parties : lorſqu'on verſe ſur cette teinture quelques goutes d'eau-forte, elle redevient auſſi claire que l'eau, & la *couleur* noire diſparoît ; parce que l'eau-forte attire d'abord à elle avec beaucoup de violence le vitriol qui ſe ſépare des noix de galle, leſquelles nagent alors dans leur eau comme elles faiſojent auparavant, en lui laiſſant toute ſa clarté & ſa tranſparence. Dès qu'on verſe enſuite ſur ce mélange quelques goutes de leſſive de potaſſe, qui étant un ſel alkali, agit fortement ſur l'acide, elles attirent ſur le champ les parties acides de l'eau-forte, qui de ſon côté ſe ſépare du vitriol qu'elle avoit attiré, de ſorte que le vitriol trouve encore par-là le moyen de ſe réunir avec les parties de noix de galle, & de produire la même *couleur* noire qu'auparavant.

Les parties de la ſurface d'un papier d'un bleu violet, ont une épaiſſeur & une grandeur déterminée ; mais auſſi-tôt que l'eau-forte les rend plus minces, ou qu'elles ſe ſéparent un peu des autres parties, il faut qu'elles écartent des rayons de lumiere qui ont une *couleur* différente de celle des premiers, ce qui fait que la *couleur* bleue ſe change en une *couleur* rouſſeâtre ; & comme les particules du papier devienent chaque jour plus minces, & qu'elles ſont comme rongées par l'humidité de l'air qui ſe joint aux parties de l'eau forte, il faut qu'elles rompent continuélement d'autres rayons colorés, & par conſéquent qu'elles faſſent paroître le papier d'une autre *couleur*. *Voyez* Muſſch. eſſ. de Phyſ. *pag.* 556 *& ſuivantes d'où ceci eſt extrait.*

Couleurs accidenteles, ſont des *couleurs* qui ne paroiſſent jamais que lorſque l'organe eſt forcé, ou qu'il a été trop fortement ébranlé. C'eſt ainſi que M. de Buffon, dans un Mémoire fort curieux, imprimé parmi ceux de l'Académie des Sciences de 1743, a nommé ces ſortes de *couleurs*, pour les diſtinguer des *couleurs* naturelles qui dépendent uniquement des propriétés de la lumiere, & qui ſont permanentes du moins tant que les parties extérieures de l'objet demeurent les mêmes.

Perſone, dit M. de Buffon, n'a fait avant M. Jurin d'obſervations ſur ce genre de *couleurs* ; cependant elles tienent aux *couleurs* naturelles par pluſieurs raports, & voici une ſuite de faits aſſez ſinguliers qu'il nous expoſe ſur cette matiere.

1. Lorſqu'on regarde fixement & long-temps une tache ou une figure ronge, comme un petit carré rouge, ſur un fond blanc, on voit naître autour de la figure rouge une eſpece de courone d'un vert foible ; & ſi on porte l'œil en quelque autre endroit du fond blanc, en ceſſant de regarder la figure

rouge on voit très-diſtinctement un carré d'un vert tendre tirant un peu ſur le bleu.

2. En regardant fixement & long-temps une tache jaûne ſur un fond blanc, on voit naître autour de la tache une courone d'un bleu pâle; & portant ſon œil ſur un autre endroit du fond blanc, on voit diſtinctement une tarhe bleue de la grandeur & de la figure de la tache jaûne.

3. En regardant fixement & long-temps une tache verte ſur un fond blanc, on voit autour de la tache verte une courone blanrhe légérement pourprée; & en portant l'œil ailleurs, on voit une tache d'un pourpre pâle.

4. En regardant de même une tache bleue ſur un fond blanc, on voit autour de la tarhe bleue une courone blaurbâtre un peu teinte de rouge; & portant l'œil ailleurs, on voit une tache d'un rouge pâle.

5. En regardant de même avec attention une tarhe noire ſur un fond blanc, on voit naître autour de la tache noire une courone d'un blanc vif; & portant l'œil ſur un autre endroit, on voit la figure de la tarbe exactement deſſinée, & d'un blanc beaucoup plus vif que celui du fond.

6. En rzgardant fixement & long-temps un carré d'un rouge vif ſur un fond blanc, on voit d'abord naître la petite courone d'un vert tendre dont on a parlé; enſuite en continuant à regarder fixement le carré rouge, on voit le milieu du carré ſe décolorer, & les côtés ſe rharger de *couleur*, & former comme un câdre d'un rouge beaucoup plus fort & beaucoup plus foncé que le milieu: enſuite en s'éloignant un peu & continuant toujours à regarder fixement, on voit le câdre de rouge foncé ſe partager en deux dans les quatre côtés, & former une croix d'un rouge auſſi foncé; le carré rouge paroît alors comme une fenêrre traverſée dans ſon milieu par une grôſſe croiſée & quatre paneaux blancs; car le câdre de cette eſpece de fenêtre eſt d'un rouge auſſi fort que la croiſée. Continuant toujours à regarder avec opiniâtreté, cette apparence change encore, & tout ſe réduit à un rectangle d'un rouge ſi foncé, ſi fort & ſi vif, qu'il offuſque entiérement les ieux; ce rectangle eſt de la même hauteur que le carré, mais il n'a pas la ſixieme partie de ſa largeur. Ce point eſt le dernirr degré de fatigue que l'œil peut ſupporter, & lorſqu'enfin on détourne l'œil de cet objet, & qu'on le porte ſur un autre endroit du fond blanc, on voit au lieu du carré rouge réel l'image du rectangle rouge imaginaire exactement deſſinée, & d'une *couleur* verte brillante. Cette impreſſion ſubſiſte fort long-temps, ne ſe décolore que peu à peu, & reſte dans l'œil même après qu'il eſt fermé. Ce que l'on vient de dire du carré rouge arive auſſi lorſqu'on regarde un carré jaûne ou noir, ou de toute autre *couleur*; on voit de même le câdre jaûne ou noir, la croix & le rectangle; & l'impreſſion qui reſte eſt un rectangle bleu, ſi on a regardé du jaûne; un rectangle blanc brillant, ſi on a regardé un carré noir, *&c.*

7. Perſone n'ignore qu'après avoir regardé le ſoleil, on porte quelquefois très-long-temps l'image de cet aſtre ſur tous les objets. Ces images colorés du ſoleil ſont du même genre que nous venons de décrire.

8. Les ombres des corps qui par leur eſſence doivent être noires, puiſqu'elles ne ſont que la privation de la lumiere, ſont toujours colorées au lever & au coucher du ſoleil. Voici les obſervations que M. de Buffon dit avoir faites ſur ce ſujet. Nous raporterons ſes propres paroles.

„ Au mois de juillet 1743, comme j'étois occupé de mes *couleurs accidentales*, que je cherchois à voir le ſoleil dont l'œil ſoutient mieux „ la lumiere à ſon coucher qu'à toute heure du „ jour, pour reconoître enſuite les *couleurs* & les „ changrmrns de *couleurs* cauſés par cette impreſſion, je remarquai que les ombres des arbres „ qui tomboient ſur une muraille blanrhe étoient „ vertes; j'étois dans un lieu élevé, & le ſoleil „ ſe couchoit daus une gorge de montagnes, en „ ſorte qu'il me paroiſſoit fort abaiſſé au deſſous „ de mon horizon; le ciel étoit ſerein, à l'exception du couchant, qui, quoiqn'exempt de nuages, étoit chargé d'un rideau tranſparent de „ vapeurs d'un jaûne rougeâtre; le ſoleil lui-même étoit fort rouge, & ſa grandeur apparente au moins quadruple de re qu'elle eſt à „ midi: je vis donc très-diſtinctement les ombres „ des arbres qui étoient à vingt ou trente pieds „ de la muraille blanrhe, colorées d'un vert tendre tirant un pen ſur le bleu; l'ombre d'un „ treillage qui étoit à trois pieds dr la muraille, „ étoit parfaitement deſſinée ſur cette muraille, „ comme ſi on l'avoit nouvélement peinte èn „ vert-de-gris: cette apparenre dura près de cinq „ minutes, après quoi la *couleur* s'afoiblit avec „ la lumiere du ſoleil, & ne diſparut entiérement „ qu'avec les ombres. Le leudemain au lever du „ ſoleil, j'allai regarder d'autres ombres ſur une „ autre muraille blauche; mais au lieu de les „ tronver vertes comme je m'y atendois, je les „ trouvai bleues, ou plutôt de la *couleur* de l'indigo le plus vif: le ciel étoit ſerein, & il n'y „ avoit qu'uu petit rideau de vapeurs jaunâtres „ au levaut; le ſoleil ſe levoit ſur une colline, „ en ſorte qu'il me paroiſſoit élevé au deſſus de „ mon horizon; les ombres bleues ne durerent „ que trois minutes, après quoi elles me parurent noires: le même jour, je revis au coucher „ du ſoleil les ombres vertes, comme je les „ avois vurs la veille. Six jours ſe paſſerent „ enſuite ſans ponvoir obſervrr les ombres „ au coucher du ſoleil, parce qu'il étoit toujours couvert de unages: le ſeptieme jour, „ je vis le ſoleil à ſon coucher; les ombres n'étoient plus vertes, mais d'un beau bleu d'azur, je remarquai que les vapeurs n'étoient „ pas fort abondantes, & que le ſoleil, ayant

„ avancé pendant ſept jours, ſe couchoit derriere „ un rocher qui le faiſoit diſparoître avant qu'il „ pût s'abaiſſer au deſſous de mon horizon. Depuis „ ce temps, j'ai très-ſouvent obſervé les ombres, „ ſoit au lever, ſoit au coucher du ſoleil, & je „ ne les ai vues que bleues, quelquefois d'un „ bleu pâle, d'un bleu foncé, mais conſtament „ bleues, & tous les jours bleues „. (*O*).

Un habile Phyſicien a cru devoir ajouter un ſupplément à l'article ſur les *couleurs* accidenteles. Nous allons mettre ſes obſervations ſous les ieux du publie.

Couleurs accidenteles, *Optique*. Les phénomenes que préſentent ces *couleurs* imaginaires, ſont, à bien des égards, très-remarquables; & ils paroiſſent demander en particulier l'attention des aſtronomes, parce qu'ils fourniſſent des explications naturales & faciles d'un grand nombre d'obſervations illuſoires, qui ont embaraſſé fréquemment les obſervateurs dans les éclipſes, dans les occultations d'étoiles par la lune, dans les paſſages de Vénus devant le diſque du ſoleil, & peut-être dans beaucoup d'autres occaſions. Cependant ils ſont preſque ignorés, tant des phyſiciens que des aſtronomes; & on connoît encore moins généralement les nouveles expérieuces qu'a faites, après M. de Buffon, le P. Scherffer jéſuite, & profeſſeur de Phyſique à Vienne en Autriche, & les conjectures plauſibles que cet habile jeſuite a expoſées ſo. la nature & ſur les cauſes des *couleurs accidenteles*, dans un écrit allemand imprimé en 1765. Nous ſommes perſuadés d'ailleurs, que ce que nous avons dit d'après le Mémoire de de M. de Buffon, (*Hiſt. de l'Acad. R. des Sc.* 1743) ne peut qu'avoir excité la curioſité de ceux qui auront lu cet article; & toutes ces raiſons nous engagent à entrer ici dans de nouveaux détails ſur les *couleurs accidenteles*. Nous ſuivrons preſque pas à pas le petit ouvrage du P. Scherffer: nous tâcherons d'éviter que cet article ne ſe reſſente de l'obſcurité qui dépare aſſez ſouvent l'original; & quoique nous ſoyons obligés de paſſer ſous ſilence pluſieurs détails, nous eſpérons de mettre le lecteur en état de ſe rendre raiſon de la plupart des phénomenes que nous avons raportés ci-deſſus, concernant les *couleurs accidenteles*.

Comme ce ſont les expérieuces de M. de Buffon qui ont occaſioné celles du P. Scherffer, c'eſt auſſi par les raporter & par en atteſter la conformité avec les ſienes dans les points principaux, que ce dernier entre en matiere. M. de Buffon décrit deux ſuites d'expériences, & nous les avons déja tirées de ſon Mémoire; ainſi, nous ne ferons ici qu'une courte récapitulation, d'abord de la premiere.

Lorſqu'on regarde fixement & long-temps une tache ou une figure rouge, ſur un fond blanc, comme un petit carré de papier rouge ſur un papier blanc, on voit naître autour du petit carré rouge une eſpece de couronne d'un vert foible: en ceſſant de regarder le carré rouge, ſi on porte l'œil ſur le papier blanc, on voit très diſtinctement un carré d'un vert tendre, tirant un peu ſur le bleu: cette apparence ſubſiſte plus ou moins long-temps, ſelon que l'impreſſion de la *couleur* rouge a été plus ou moins forte. La grandeur du carré vert imaginaire eſt la même que celle du carré réel rouge; & ce vert ne s'évanouit qu'après que l'œil s'eſt raſſuré, & s'eſt porté ſucceſſivement ſur pluſieurs autres objets, dont les images détruiſent l'impreſſion trop forte cauſée par le rouge. M. de Buffon a remarqué, comme nous l'avons dit, des apparences ſemblables, en mettant à la même épreuve les autres *couleurs* primitives; & voici le tableau des réſultats de cette ſuite d'expériences.

Le	*rouge naturel*	produit le *vert accidentel*.
Le	*jaune*.	*bleu*.
Le	*vert*	*pourpre*.
Le	*bleu*	*rouge*.
Le	*noir*	*blanc*.
Le	*blanc*.	*noir*.

La derniere expérience ſuppoſe qu'on ait conſidéré le carré blanc ſur un fond noir, & qu'on ait porté l'œil ſur un autre endroit du fond noir; & nous ajouterons que le P. Scherffer trouve qu'on fait ces expériences en général avec plus de ſuccès, en conſidérant les *couleurs* naturales ſur un fond noir. Outre qu'on ménage par là ſa vue, il a obſervé que les *couleurs accidenteles*, que M. de Buffon a toujours vu très pâles, étoient alors bien marquées, lorſqu'on tranſportoit l'œil du fond noir ſur le blanc.

L'explication de cette ſuite d'expérieuces exige quelques demandes préliminaires que nous allons indiquer, ſans entrer cependant dans le détail des raiſonemens qui leur ſervent de preuves, d'autant qu'elles ſont fondées principalement ſur l'expérience & ſur la doctrine très connue de Newton ſur les *couleurs*.

1°. La *couleur blanche* conſiſte en un mélange de toutes les *couleurs* des rayons de la lumiere, tel que toutes, pour ainſi dire, ſont en équilibre, & qu'aucune ne prévaut ſur l'autre: de ſorte qu'en vertu de ce tempérament, l'impreſſion que chaque eſpece des rayons fait ſur l'œil, correſpond aux autres; de façon que la lumiere étant réfléchie d'un corps blanc, il n'eſt aucune de ces eſpeces qui faſſe plus de ſenſation que les autres.

2°. Dans les corps colorés, l'arangement des particules infiniment petites qui agiſſent ſur la lumiere, eſt tel que l'eſpece de rayons qui donne ſon nom à la *couleur* du corps, eſt réfléchie plus abondament vers l'œil que ne le font les autres eſpeces; & que par-là, l'impreſſion que font les rayons des autres *couleurs* devient, en quelque façon, inſenſible en comparaiſon de celle-là.

3°. Lorſqu'un de nos ſens éprouve deux impre-

ſions, dont l'une eſt vive & forte; mais dont l'autre eſt foible, nous ne ſentons point celle-ci. Cela doit avoir lieu, principalement quand elles ſont toutes deux d'une même eſpece, ou, quand une action forte d'un objet ſur quelque ſens, eſt ſuivie d'une autre de même nature, mais beaucoup moins violente : que cela vienne, ou de ce que l'organe de ce ſens eſt fatigué, & en quelque maniere relâché, & qu'il lui faut un certain temps pour ſe remettre en état de tranſmettre aux nerfs des impreſſions même foibles ; ou bien de ce que ce mouvement & l'ébranlement violent des moindres parties de cet organe, ne ceſſe pas auſſi tôt avec l'action de l'objet extérieur.

Cette troiſieme remarque préliminaire ſuffit ſeule pour expliquer les phénomenes que préſentent les taches blanches & noires. Si l'on conſidere fixement pendant quelque temps un carré blanc ſur un fond noir, la partie du fond de l'œil ſur laquelle ſe peint la figure blanche, ſera, pour ainſi dire, fatiguée par l'abondante réflexion des rayons, tandis que le reſte de la rétine ſoufre très-peu de la foible lumiere que renvoie la ſurface noire. Qu'on ceſſe enſuite de regarder le carré blanc, & qu'on jete l'œil à côté ſur quelque autre endroit du fond noir, l'impreſſion de la lumiere renvoyée par cet endroit, agira avec beaucoup moins de force ſur la partie qui avoit été occupée par la figure blanche, & dans laquelle les moindres nerfs ſont afoiblis, qu'elle n'agira ſur le reſte de l'œil qui éprouvera par conſéquent un plus haut degré de ſenſation. C'eſt cette inégalité qui fait que nous trouvons la tache que nous croyons voir, beaucoup plus noire que le fond ſur lequel nos ieux ſont fixés, & que tant ſa grandeur que ſa configuration nous paroiſſent les mêmes que précédemment, pourvu que l'endroit où nous la voyons ſoit à la même diſtance de l'œil qu'étoit la figure blanche. Cette tache nous paroîtra bien plus noire encore & plus nette, ſi, après avoir conſidéré la figure blanche, nous jetons l'œil, non ſur une ſurface noire, mais ſur un fond blanc; la lumiere plus forte de ce fond frapera d'autant plus vivement les fibres qui ſont encore fraîches, & la ſenſation de celles qui ſont fatiguées en deviendra d'autant moins ſenſible.

On remarquera au contraire ſur un fond blanc, ou même noir, une tache bien plus claire & plus luiſante, après avoir conſidéré fixement une figure noire ſur une ſurface blanche: car, dans ce cas, la forte réflexion de cette ſurface affecte l'œil vivement; & il n'y en a que la partie qui a reçu l'image de la figure noire, qui ne s'afoiblit pas: cette partie eſt donc la ſeule qui ſoit en état de reſſentir enſuite vivement la blancheur du papier, tandis que l'impreſſion que les autres parties reçoivent eſt inſenſible. Que ſi l'on jete l'œil ſur un fond noir, il arivera de même que les parties qui ne ſont point afoiblies ſeront affectées davantage; & l'effet de cette lumiere, quelque foible qu'elle ſoit, ne laiſſera pas d'être une ſenſation plus forte que celle qu'éprouve la partie afoiblie.

Le docteur Jurin, qui le premier a parlé (à la fin du traité de *la Viſion diſtincte & indiſtincte*, joint à l'*Optique* de Smith) des illuſions que cauſent des taches blanches ou noires qu'on regarde attentivement pendant quelque temps, n'avoit plus qu'un pas à faire pour en donner la même explication : il ne falloit que rédiger ſes idées & ſes raiſonemens ſur les différentes diſpoſitions de l'œil, quand il éprouve les mêmes ſenſations dans des circonſtances différentes; & c'eſt ce que le P. Scherffer a fait.

On peut aſſigner encore une autre raiſon, de conclure que le phénomene de la figure imaginaire dépend d'une certaine durée de l'impreſſion que la figure vraie fait ſur l'œil, & qui le diſpoſe à une plus grande ou moindre faculté de reſſentir l'action d'un nouvel objet : cette raiſon eſt, que ſi la ſurface blanche ſur laquelle nous jerons l'œil, en eſt plus éloigné que la figure véritable, nous trouvons l'accidentele d'autant plus grande que celle là : car ſi deux objets peignent ſur la rétine des images égales en grandeur, c'eſt celui de ces deux objets qui eſt le plus éloigné, qui nous paroît le plus grand : or, comme l'impreſſion de la figure véritable occupe dans l'œil le même eſpace ſur lequel cette figure avoit agi d'abord, & que nous croyons voir ſon image ſur la ſurface même où les axes viſuels ſe croiſent, il s'enſuit que cette figure nous paroîtra néceſſairement plus grande, ſi la ſurface ſur laquelle nous la voyons eſt plus éloignée.

Mais paſſons aux *couleurs accidenteles* que produiſent les corps colorés. Pour les expliquer, il faut principalement ſe rapeler, en quatrieme lieu, ce que contient la VIe propoſition de la IIe partie du premier livre de l'*Optique* de Newton, au ſujet des regles pour connoître dans un mélange de *couleurs* primitives la *couleur* du compoſé, lorſque la quantité & la qualité de chaque *couleur* ſont données; mais en faiſant attention cependant de ne pas donner exactement aux arcs du cercle que décrit Newton, les proportions des ſept tons de muſique, ou des intervalles des huit tons contenus dans une octave; il vaut mieux, d'après une remarque du P. Benvenuti, dans ſa *Diſſertation ſur la lumiere*, donner au rayon rouge $\frac{1}{9}$ ou arc de 45 degrés, à l'orangé $\frac{1}{10}$ ou 27 degrés, au jaune $\frac{2}{15}$ ou 48 degrés, au vert $\frac{1}{6}$ ou 60 degrés, au bleu $\frac{1}{9}$ ou 60 degrés, à l'indigo $\frac{1}{9}$ ou 40 degrés, au violet $\frac{2}{9}$ ou 80 degrés.

Cela poſé, qu'on commence, par exemple, par chercher le mélange de toutes les *couleurs* priſmatiques, excepté la verte : il s'agit donc de déterminer le centre de gravité commun des arcs de cercle qui repréſentent les *couleurs* qui entrent dans le mélange, & il n'eſt pas néceſſaire pour cela de ſuivre tout le procédé preſcrit en méchanique. Il eſt clair, en premier lieu, que ce centre tombera fort près du centre, & que par con-

ſéquent la *couleur* réſultante approchera du blanc, & ſera très-pâle : de plus, ce centre de gravité ſe trouvera ſur la ligne qui paſſe par le centre du cercle en partant du milieu de l'arc omis ; & comme cette ligne va tomber ſur l'arc violet, & ſeulement à 10 degrés de diſtance du rouge, il s'enſuit que la *couleur* compoſée ou réſultante ſera un violet très-pâle, & tirant beaucoup ſur le rouge. Or, n'eſt-ce pas là préciſément ce pourpre foible, ſemblable à la *couleur* d'une améthyſte pâle que M. de Buffon a vu ſuccéder à la contemplation d'une tache verte ſur un fond blanc? En effet, l'œil fatigué par une longue attention à la *couleur* verte, & jeté enſuite ſur la ſurface blanche, n'eſt pas en état de reſſentir vivement une impreſſion moins forte de rayons verts : ainſi, quoique toutes les modifications de la lumiere ſoient réfléchies par une ſurface blanche, comme cependant les vertes ſont en beaucoup moindre quantité en comparaiſon de celles qui frapoient l'œil en venant de la tache verte, il arivera que ſi on fixe l'œil ſur le papier blanc, les parties qui auparavant avoient ſenti une plus forte impreſſion de la lumiere verte que les autres, ne pourront pas éprouver à préſent tout l'effet de cette lumiere, mais qu'elles auront la ſenſation d'une *couleur* mêlée des autres rayons, laquelle reſſemblera, comme on vient de le conclure, à une *couleur* purpurine pâle.

M. de Buffon a trouvé que la *couleur accidentele* d'une figure bleue, conſidérée ſur un fond blanc, étoit rougeâtre & pâle ; ce phénomene s'explique de la même maniere, mais il faudra donner encore plus d'étendue à l'hypotheſe que l'œil, après une forte ſenſation de quelque *couleur*, eſt hors d'état de reſſentir une impreſſion moins forte de rayons de la même eſpece. On acordera ſans peine que l'œil alors ne ſera pas en état de diſtinguer avec préciſion les rayons qui ont une affinité avec ceux-là, & qui déja naturélement ſont encore plus foibles ; on remarquera que l'indigo n'étant qu'un bleu foncé, l'impreſſion de cette *couleur* n'eſt pas ſuffiſante pour faire ſenſation ſur un œil qui s'eſt déja fatigué en regardant un bleu clair ; enfin on en conclura que pour déterminer d'avance la *couleur accidentele* en queſtion, il ſuffira de chercher la *couleur* qui réſulte du mélange du rouge, de l'orangé, du jaune, du vert & du violet, en faiſant abſtraction du bleu & de l'indigo.

Ce qu'on vient d'obſerver ſur l'affinité qui a lieu entre l'indigo & le bleu clair, s'entend auſſi du rouge & du violet clair, principalement quand on deſtine à l'expérience un rouge un peu foncé & approchant du pourpre : en partant de là, & en cherchant le centre de gravité commun des arcs des autres *couleurs*, on trouve que la *couleur accidentele* du rouge doit être un vert tirant un peu ſur le bleu ; ce qui eſt aſſez conforme à l'expérience de M. de Buffon. Il eſt à remarquer que la *couleur* réſultante approche encore davantage du bleu, ſi on tient compte d'une partie de l'arc violet ; & au reſte, il ne faut en général pas s'arrêter à de légeres différences, parce que M. de Buffon, dans ſon mémoire, n'indique jamais les *couleurs* que par les noms généraux de *bleu*, de *rouge*, &c., ſans déſigner les nuances.

La méthode du P. Scherffer, fait voir qu'en omettant le jaune, la *couleur* mêlée tombe dans l'indigo, & fort près du violet, duquel elle ſera cependant plus éloignée ſi on omet auſſi l'orangé ; ce qui explique pourquoi une tache jaune, fixée pendant quelque temps, ſe peint en bleu ſur une ſurface blanche. Enfin, on ſe convaincra encore de plus en plus de la juſteſſe de cette méthode en faiſant ſervir aux expérienees les *couleurs* primitives avec le ſecours du priſme.

On peut tirer des principes de notre auteue pluſieurs autres conſéquences, qui, ſi elles ſont d'acord avec l'expérience, garantiſſent la ſolidité de ces prineipes : nous en citerons quelques-unes que le P. Scherffer a miſes à l'épreuve.

La *couleur accidentele* d'une tache rouge conſidérée ſur un fond noir ou blanc, doit être obſcure ou ombrée, ſi on jete l'œil ſur une ſurface rouge, de même qu'on ne voit ſur un fond blanc que l'ombre d'une tache blanche qu'on a conſidérée auparavant ſur un fond noir.

Si la ſurface ſur laquelle on conſidere un carré rouge eſt elle-même colorée, par exemple, ſi elle eſt jaune, un papier blanc ſur lequel on jete l'œil paroîtra bleu, & on y remarquera un carré vert ; car en général on doit apercevoir non ſeulement la *couleur* apparente de la figure, mais auſſi celle du fond.

Si dans le temps qu'on conſidere la figure colorée, on change la ſituation de l'œil de maniere que l'image viene à occuper une autre place ſur la rétine, on verra la figure double, ou du moins diſſemblable de la vraie.

La figure apparente prendra ſur le papier blanc un bord pâle, lorſque dans le temps qu'on regarde la tache colorée, on en approche un peu l'œil ſans que l'image change de place ſur la rétine.

On verra une figure verte ſur un fond jaunâtre, après avoir conſidéré un carré rouge ſur du papier bleu, *&c.*

Pareillement, ſi le fond a été jaune & la tache bleue, on verra une tache jaune dans un champ bleu, *&c.*

Le P. Scherffer laiſſe un peu plus à déſirer au ſujet de l'explieation de la ſeconde ſuite d'expériences de M. de Buffon. Il avoue d'abord naturélement qu'il n'a pu voir ni croiſée de fenêtre, ni paneaux blancs, ni un rétréciſſement conſidérable de la figure, & il s'arrête à l'idée que M. de Buffon aura fatigué ſes ieux au point de n'être plus en état de les tenir aſſez tranquilles, pour que les axes viſoels ſe rencontraſſent ſur le carré : car, dit-il, ſi ces axes ſe coupent en deçà ou au delà de l'objet, on verra néceſſaire-

Digitized by Google

ment double, comme il arive ordineirement dans de pareils cas : or il ſe peut très-bien que les figures qui ſe ſont préſentées aient été ſi proches l'une de l'autre, qu'elles n'ont fait qu'une ſeule ſurface, & que ſi avec cela la longue fatigue a fait changer à l'image ſe place dans l'œil, il en ſoit réſulté quatre images jointes enſemble & repréſentant quatre pancaux de fenêtre evec leur croiſée.

Le P. Scherffer paſſe à ce qu'il y e d'ailleurs de remarquable dans ces expériences, & diſtingue trois obſervations en particulier. Le premiere eſt que M. de Buffon a vu les bords du carré rouge ſe charger de *couleur* : notre auteur obſerve ſur cela, qu'en général le bord d'une figure qu'on conſidere plus long-temps qu'il ne ſeroit néceſſaire pour la voir repreſentée ſur un fond blanc, ſe teint de la *couleur accidentele* du fond ſur lequel la figure repoſe. L'expérience lui a appris qu'on voit le bord d'un carré blanc devenir jaûne, ſi le carré repoſe ſur un fond bleu ; vert s'il eſt ſur un fond rouge ; rougeâtre ſur un fond vert, & ainſi de ſuite. Cela poſé, comme les *couleurs accidenteles*, quend elles tombent ſur de réelles, ſont très foibles en comparaiſon de celles-ci ; & qu'outre cele elles ſont luiſantes, elles ne font ordinairement d'autres effets que de renforcer un peu la *couleur* véritable du bord, & de lui donner plus d'éclat. Mais l'ombre étant la *couleur accidentele* du blanc, on doit voir le bord de la figure ſe rembrunir quand on la conſidere ſur du papier blanc. Le P. Scherffer explique en reſte ces phénomenes par des contractions & des extenſions alternatives de l'image qui ſe forme ſur la retine lorſqu'on conſidere la figure pendant long-temps, & cette conjecture nous paroît d'autant plus fondée, que le bord dont il s'agit eſt tantôt plus large & tantôt plus étroit, & qu'il diſparoît ſouvent entiérement.

La ſeconde circonſtance que notre auteur indique, c'eſt que, ſuivant M. de Buffon, la *couleur* du carré devient plus foible dans l'intérieur de ces bords plus colorés ; il aſſure que de ſon côté il a ſeulement pu voir au commencement le *couleur* de la figure devenir un peu plus ſombre vers le milieu, & la figura paroître enſuite indiſtincte, & pour ainſi dire, nebuleuſe, quend il la conſidéroit ſur une ſurface blanche : „ je n'ai jamais, ajoute-t-il, pu remarquer une véritable „ blancheur ſur des figures colorées ; meis quand „ je regardois des taches blanches ſur du papier „ coloré, elles paroiſſoient légérement reintes de „ le *couleur* du fond en dedans de leur périphérie, je ne vondrois cependant pas garantir que „ cela ait toujours lieu „.

La troiſieme obſervation ſur laquelle le P. Scherffer inſiſte, c'eſt que toutes les fois qu'on e conſidéré les taches colorées plus long-temps que de coutume, leurs *couleurs accidenteles* ſe voient non ſeulement ſur un fond blanc, mais auſſi quand en fermant les ieux on ne regarde rien abſolument ; il trouve ce phénomene difficile à expliquer, & il entre à ce ſujet dans des détails trop longs pour pouvoit trouver place ici, d'autant qu'au fond ce ne ſont que des conjectures. Le P. Scherffer inſiſte beaucoup ſur celle que l'œil eſt d'une nature à demander d'être rafraîchi après de fortes impreſſions de la lumiere, non ſeulement pat le repos, mais auſſi par la diverſité des *couleurs*, & que le dégnût que nous reſſentons en regardant long-temps le même *couleur*, ne dérive pas tant de notre inconſtance naturele, que de la conſtitution même de l'œil.

Ces mêmes conjectures cependant, combinées avec d'antres, & principalement avec les principes que nous avons expoſés, rendent auſſi plauſibles les explications que notre anteur donne des faits & des expériences que nous allons ſimplement indiquer. 1°. „ En conſidérant, dit-il, pendant quelque temps un carré blanc ſur du papier jaûne, & détournant enſuite l'œil à côté ſur le jaûne, je vis le carré d'un jaûne foncé ; mais, en jetant enſuite les ieux ſur du papier bleuc, ce papier me parut bleu avec un carré d'un jaûne fort ſombre, reſſemblant à un petit nuage qui obſcurciſſoit le papier „.

De même une tache blanche vue ſur un fond rouge en produit une plus foncée à côté, & l'on voit enſuite ſur une nureille blanche une tache d'un rouge foncé dans un champ vert.

Les expériences de MM. de Buffon, Béguelin & Æpinus, & du P. Scherffer, ne laiſſent aucun doute que l'ombre d'un corps ſur lequel tombe la lumiere du jour, ne ſoit bleue ; auſſi le jaûne eſt-il ſa *couleur accidentele*. Notre anteur a fait ſur cette ombre les expériences ſuivantes.

2°. En conſidérant l'ombre du jour pendant long-temps à la lueur d'une lampe, le papier blanc lui montra une figure ſemblable toute de *couleur* orangée.

3°. Et de la même maniere, cette ombre jaûne étant éclairée par la ſeule lumiere d'une lampe, devenoit violete.

4°. En laiſſant tomber un autre ſoir l'ombre bleue ſur un papier jeûne, le mélange donna un beau vert clair ; comme auſſi lorſque le P. Scherffer reçut l'ombre jaûne ſur une papier bleu, la *couleur accidentele* de l'un & de l'autre fut le pourpre, qui eſt celle de toutes les *couleurs* vertes.

Il faut remarquer, par raport à ces dernieres expériences, que la lumiere que répand une chandele ou une lempe alumée, eſt jaûne ; &, qu'ainſi les expériences qu'on fait à la lueur d'une telle lumiere, doivent différer de celles qui ſe feroient à la lumiere du jour : nous pourions en citer, d'après le P. Scherffer, pluſieurs qui ont trait à cette conſidération. Pareillement, ſi c'eſt la lumiere du ſoleil qui tombe ſur les figures deſtinées aux expériences, les *couleurs accidenteles* en ſoufrent quelque altération, parce que les rayons jaûnes prédominent auſſi un peu dans cette lumiere.

Digitized by Google

Ceux qui ſeront curieux de s'occuper des *couleurs accidenteles*, pouront vérifier auſſi les expériences que le P. Scherffer a faites avec la lumiere d'une chandele, conſidérée de jour & de nuit; avec la flamme de l'eſprit de vin; avec des charbons ardens & du fer rougi au feu; avec des nuages éclairés par le ſoleil; avec du papier blanc; avec l'Image du ſoleil, reçue ſur les feuilles de papier de différentes *couleurs* par le foyer d'une lentille.

Nous ne nous arrêterons pas à ces expériences, afin de raporter plutôt les ſuivantes, que nous regardons comme plus intéreſſantes, & que le P. Scherffer a faites à l'occaſion d'une conjecture qu'il formoit, que chaque eſpece de rayons agit ſur telles parties de l'œil dont les forces ont avec elle un raport plus immédiat.

„ Je voulus éprouver, dit-il, ſi les *couleurs accidenteles* ſe mêlent de la même maniere que les vraies. Je mis, dans ce deſſein, ſur un papier noir, deux petits carrés exactement l'un à côté de l'autre; le carré à gauche étoit jaûne, l'autre étoit rouge. Je tournai les axes viſuels d'abord ſur le centre du jaûne, & le conſidérai pendant quelque temps: après cela, je portai les ieux, ſans remuer la tête, ſur le centre du rouge, & le fixai pendant le même eſpace de temps; je jetai la vue enſuite de nouveau ſur le milieu du carré jaûne, & de là ſur le rouge. Je fis cela à trois ou quatre repriſes, & me tournai enſuite vers une muraille blanche, où je vis trois carrés qui ſe touchoient, comme ceux qui repoſoient ſur le fond noir: le carré du côté gauche étoit violet; celui du milieu, un mélange de vert & de bleu; & le carré à la droite parut d'un vert clair, parce que la *couleur* rouge du véritable tirolt ſur le pourpre.

Je conſidérai de la même façon alternativement deux carrés, l'un jaûne & l'autre vert, & je vis ſur la muraille, à gauche, un carré bleu foncé, au milieu un carré de *couleur* violete mêlée de beaucoup de rouge, & à droite un carré d'un rouge pâle.

Deux carrés, l'un vert & l'autre bleu, produiſirent du côté gauche une *couleur* rougeâtre, à droite un jaûne pâle, & au milieu de l'orangé.

Enfin, la figure apparente d'un carré rouge & d'un vert ſe trouva verte & rouge, ſans que je puſſe diſtinguer au milieu autre choſe qu'une ombre obſcure de même grandeur que les carrés.

Je continuai par mettre trois petits carrés à côté l'un de l'autre; un vert à gauche, un jaûne au milieu, & un rouge à droite. Je les conſidérai l'un après l'autre ſans remuer la tête, ſuivant l'ordre que je viens de déſigner, & en commençant par le rouge. Après que je les eus contemplés à diverſes repriſes, je vis cinq carrés ſur la muraille blanche: le premier, à gauche, étoit rougeâtre; le ſecond, d'un pourpre foncé; le troiſieme, d'un bleu encore plus obſcur; la *couleur* du quatrieme étoit un mélange plus clair de vert & de bleu; celle du cinquieme étoit un vert clair.

Je changeai l'expérience en ſubſtituant un carré bleu au vert, & je vis alors à gauche, d'abord un carré d'un jaûne pâle: à côté de celui-ci en étoit un bleu qui tenoit du vert; au milieu étoit un carré d'un vert très-foncé; puis venoit un mélange de vert & de bleu; le dernier enfin étoit d'un vert clair „.

Il ſuffit d'avoir ſaiſi les principes du P. Scherffer, & d'avoir des notions ordinaires ſur le mélange des *couleurs*, pour tirer de ces expériences la concluſion que le mélange des *couleurs accidenteles* ſe fait de la même maniere que celui des *couleurs* véritables. Elles donnent lieu auſſi au P. Scherffer de faire pluſieurs remarques fines qui répandent du jour ſur cette partie de l'optique, mais qui ſont trop liées entr'elles pour que nous puiſſions ici nous y arrêter. Au reſte, ſi l'on conſidere, de la maniere qu'on vient de voir, un plus grand nombre de carrés rangés ſur une ligne, leur nombre devient trop grand ſur la muraille & les *couleurs accidenteles* deviennent trop foibles, pour qu'on puiſſe bien diſtinguer celles-ci.

On trouvera auſſi dans la brochure du P. Scherffer des remarques ſur quelques phénomenes obſervés par des ſavans célebres, mais, mal expliqués, ou laiſſés ſans explication, faute d'avoir connu la théorie des *couleurs accidenteles*. Enfin, notre auteur fait voir auſſi que ces *couleurs* peuvent ſervir à des récréations d'optique, dans le goût de celles qu'on fait avec des cônes & des cylindres de métal: il a peint des fleurs, & même des figures humaines, en *couleurs* renverſées, c'eſt-à-dire, avec les *couleurs accidenteles* de celles qu'il vouloit que ſes figures euſſent pour être repréſentées enſuite au naturel ſur un fond blanc; & ces expériences l'ont beaucoup amuſé, ainſi que ceux qui les ont faites avec lui. Il faut ſeulement, pour y réuſſir, avoir un peu d'habitude, & tenir l'œil fixé à peu près ſur le centre de la figure.

Après avoir raporté ce qu'il y a de plus eſſentiel ſur les *couleurs accidenteles* dans le petit traité du P. Scherffer, nous dirons encore quelque choſe ſur les phénomenes de cette eſpece, qu'on voit après avoir regardé un inſtant le ſoleil. Le P. Scherffer ne paroît pas s'en être beaucoup occupé, quoiqu'à la vérité cette image du ſoleil que nous avons dit plus haut qu'il recevoit ſur du papier blanc, au moyen d'une lentille, offre à peu près les mêmes apparences.

C'eſt d'après un mémoire de M. Æpinus, inſéré dans le tome X des *nouveaux Commentaires de Petersbourg*, que nous ajouterons à cet article ce qui ſuit.

„ Lorſque le ſoleil eſt aſſez proche de l'horizon, ou bien quand il eſt couvert par de légers nuages, ſon éclat eſt aſſez diminué pour qu'en le regardant fixement pendant environ le quart d'une

minute, l'œil en reſſente ſeulement une vive impreſſion, ſans en être cependant bleſſé tout-à-fait. Mais cette impreſſion & la ſenſation qui en réſulte, ne s'évanouiſſent pas d'abord, quand on détourne enſuite les ieux; elles reſtent pendant trois ou quatre minutes, & ſouvent plus longtemps. Il y a plus: on éprouve cette ſenſation, ſoit qu'on ferme les ieux, ſoit qu'on les ouvre; les circonſtances qui l'acompagnent ſont ſingulieres, & j'ai trouvé par pluſieurs expériences qu'on peut les réduire aus loix ſuivantes.

1°. Quand auſſi-tôt qu'on a ceſſé de regarder le ſoleil on ferme les ieux, on voit une tache irréguliérement arondie, dont le champ intérieur eſt d'un jaûne pâle, tirant ſur le vers, tel à peu près que la *couleur* du ſoufre commun, & cet eſpace jaûne eſt entouré d'un bord ou annean qui ſemble teint en rouge.

2°. Qu'on ouvre enſuite les ieux, & qu'on les jete ſur un mur ou ſur quelque autre ſurface blanche, on verra ſur ce fond blanc une tache tout-à fait pareille, tant pour la grandeur que pour la figure à celle qu'on voyoit avec les ieus fermés, mais qui ſe diſtingue par de tout autres *couleurs*: car,

3°. Le champ qui paroiſſoit jaûne aux ieux fermés, ſe voit, quand on les ouvre, d'une couleur rouge, ou plutôt brune tirant ſur le rouge, & l'annean qui auparavant étoit rouge, paroît de *couleur* bleu céleſte ſur le fond blanc.

4°. Si on referme enſuite les ieux, on revoit les apparences du *n°.* 1, & en ouvrant de nouveau les ieus, on voit auſſi revenir celles des *n°.* 2 & 3. Mais les *couleurs* cependant ne reſtant pas tout-à-fait les mêmes, elles s'alterent continuélement & de plus en plus; & ſi on fait attention à ces changemens, on remarque qu'après la premiere minute à peu près,

5°. Le champ paroît aux ieux fermés d'un beau vert, & que le bord, quoiqu'il continue de paroître rouge, a changé cependant ſenſiblement; ce rouge différant déja aſſez de celui du *n°.* 1.

6°. Qu'on rouvre les ieux, on voit ſur le fond blanc l'eſpace intérieur de la tache plus rouge, & l'annean d'un bleu céleſte plus gai.

7°. Environ après la ſeconde minute, ſi on a les ieux fermés, le champ paroît, à la vérité, encore vert, mais tirant cependant aſſez ſur le bleu céleſte; quant au bord, il eſt rouge, mais encore différent des *n°.* 5 & 5.

8°. Si enſuite on rouvre les ieux, le champ paroît encore ſur le fond blanc, & le bord bleu céleſte; mais ces *couleurs* n'ont pas tout-à-fait les mêmes nuances qu'anparavant.

9°. Enfin, au bout de quatre ou cinq minutes, on aperçoit, ayant les ieux fermés, le champ entiérement bleu céleſte, & l'annean d'un beau rouge; & en rouvrant les ieux, le champ ſe voit rouge, & le bord d'un bleu céleſte vif.

10°. Cette derniere ſenſation ſe conſerve pendant un certain eſpace de temps, & juſqu'à ce que s'étant afoiblie de plus en plus, elle s'évanouiſſe tout-à-fait; mais il ne faut pas croire que pendant cet intervalle les *couleurs*, dont nous avons parlé, reſtent toujours les mêmes: il eſt certain au contraire que, quoique l'eſpece raſte la même, elles changent continuélement de modifications.

J'avoue que j'ai plutôt évité les occaſions de faire cette eſpérience, que je ne les ai recherchées, parce que je donte qu'on puiſſe ſans danger faire éprouver ſouvent aux ieux une ſi forte impreſſion. Mais, quoique je n'aie donc pas répété fréquemment ces eſſais, je ne laiſſe pas de pouvoir aſſurer que les phénomenes qu'ils préſentent, obſervent preſque conſtamment l'ordre que nous avons décrit. Je n'oſe pas les donner tout-à-fait pour conſtans, parce qu'il m'eſt arivé un petit nombre de fois de remarquer dans les *couleurs* une ſucceſſion un peu différente.

On peut, au reſte, tirer de ces obſervations, diverſes concluſions remarquables que je vais joindre ici en peu de mots.

Il eſt hors de doute que les rayons du ſoleil reçus directement au fond de l'œil, n'agiſſent ſur les nerfs & y canſent une certaine altération dont notre âme eſt affectée. Or nous voyons par les obſervations que nous avons détaillées, que cette altération ou cette impreſſion cauſée aux nerfs, ne ceſſe pas en même temps que l'action de la lumiere, qu'au contraire elle continue encore pendant un temps aſſez long, & que l'âme ſe trouve affectée comme s'il y avoit réellement hors de l'œil un objet, & que des rayons de lumiere réfléchis par cet objet, exerçaſſent une action ſur les nerfs. Si donc nous admetons cette ſuppoſition, ainſi qu'on peut évidemment le faire, nous devons conclure naturélement de nos obſervations:

1°. Que l'impreſſion excitée par les rayons de lumiere les plus forts, paſſe après la ceſſation de l'action même en une autre impreſſion qui eſt celle des rayons jaûnes; que celle-ci devient l'impreſſion des rayons verts, & que cette derniere enfin ſe change en celle que produiſent ordinairement les rayons bleus céleſtes; c'eſt-à-dire, qu'après que l'action des rayons blancs a ceſſé, les nerfs ſe trouvent ſucceſſivement dans les différens états que produiſent ordinairement les rayons jaûnes, verts & bleus céleſtes.

2°. Que l'impreſſion cauſée par la *couleur* blanche d'un mur, ou d'une table blanche, ſi elle ſe mêle à celle que produit la *couleur* jaûne, verte & bleue céleſte, devient la même impreſſion qu'a coutume de produire une *couleur* brune qui tire plus ou moins ſur le rouge.

3°. Que l'impreſſion cauſée par l'image du ſoleil au fond de l'œil, ſe communique à des parties de la rétine auſquelles l'image même ne s'eſt pas fait ſentir, mais qui ſont voiſines de la place qu'occupe l'image, & que cette impreſſion y cauſe une altération qui eſt due ordinairement aux rayons qui produiſent la *couleur* rouge.

4°. Que

Digitized by Google

4°. Que cette impreſſion, mêlée avec celle que fait naître la *couleur* blanche du mur ou de la table, produit l'impreſſion cauſée par le bleu céleſte.

Je trouve très-digne de remarquer ici que, dans les *couleurs accidentales*, il arive tout-à-fait, comme dans les réelles, que le jaûne devient bleu en paſſant par le vert: car il eſt très connu que dans les dernieres, ſavoir, les *couleurs* réelles, ſi on mêle avec le jaûne de plus en plus du bleu, on obtient une *couleur* qui tire d'abord ſur le vert, qui devient bientôt entiérement verte, & qui tirant enſuite ſur le bleu devient entiérement bleue, ſi c'eſt une forte quantité de cette *couleur* qu'on ajoute au même mélange.

Ceux qui voudront répéter cette expérience, obſerveront encore un autre phénomene que je ne crois pas devoir paſſer ſous ſilence: je ne parle de ce qu'en projetant la tache ſur un fond blanc, quand on a les ieux ouverts, on la voit tantôt diſparoître, puis revenir, puis diſparoître de nouveau. Je fus long-temps en doute au commencement ſur la cauſe de ce paradoxe; mais je remarquai à la fin que la tache diſparoiſſoit toujours préciſément quand je faiſois un éfort pour la conſidérer plus attentivement, qu'elle revenoit lorſque je jetois les ieux ſur le plan comme ſans attention. Cette circonſtance faiſoit naître d'abord même quelque difficulté dans le procédé de l'expérience; car au moment même que l'eſprit ſe propoſe de faire attention à la tache, l'œil ſe diſpoſe de maniere, ſans qu'on le ſache & qu'on le veuille, à voir diſtinctement le plan ſur lequel la tache eſt projetée, & dans le même moment la tache diſparoît. Il s'enſuit de là que l'expérience pour être bien faite, demande une certaine habitude; il faut que l'obſervateur s'acoutume à ce que ſon eſprit faſſe attention à la tache, & que ſes ieux cependant ſoient empêchés de ſe diſpoſer de maniere à lui rendre la viſion du plan diſtincte. Nous conclurons de là que pendant que l'œil ſe diſpoſe de maniere à voir diſtinctement un objet un peu écarté, les nerfs retournent à l'état dans lequel ils ſe trouvent quand rien ne les affecte; mais que bientôt ils rentrent dans leur premier état, quand l'œil de nouveau ſe diſpoſe d'une autre maniere.

Mais je crains, ajoute M. Æpinus, de tomber dans des erreurs, ſi je continue de vouloir tirer des concluſions dans une matiere qui ſera enveloppée de ténebres auſſi long-temps que nous ignorerons en quoi conſiſte proprement l'impreſſion de la lumiere ſur les nerfs qui ſervent à la viſion. (*J. B.*)

Couleurs paſſantes, nom que quelques auteurs donnent aux *couleurs* qui ſe déchargent ou ne ſont pas de longue durée, comme celles de l'arc-en-ciel, des nuages avant ou après le coucher du ſoleil, &c.

Les *couleurs paſſantes* ſont la même choſe que celles qu'on appele *couleurs fantaſtiques* ou *emphatiques*, *&c.*

Ou dit d'une piece du drap que *ſa couleur eſt paſſante*, pour dire qu'elle change promptement & ſe flétrit à l'air. (*Chambers.*)

Couleur *favorite*, (*Jeu*) au médiateur eſt une *couleur*, qu'on tire au hazard dans le jeu entier, pour lui atacher certains priviléges, comme d'avoir la préférence à jouer de cette *couleur*, quoiqu'on ne demande, ſi l'on ne joue, ni médiateur, ni ſans prendre, qu'après un autre; & quoiqu'on ne joue d'un de ces deux jeux qu'après qu'on les auroit voulu jouer en *couleur* ſimple. C'eſt la premiere tirée qui eſt *couleur favorite*, ſans qu'il y ait aucun choix pour cela. Par exemple, ſi on a tiré un cœur, le cœur ſera *couleur favorite* pendant toute la repriſe, & ainſi des trois autres *couleurs*, ſi on amenoit une d'elles.

COULISSE, (*Hydraulique*); rainures faites dans les dormans, par le moyen deſquelles on leve les châſſis des corps de pompe, pour en viſiter les brides & les cuirs. *Voyez* Dormant. (*K*).

COUP *de niveau*, (*Hydraulique*), ſe dit d'un alignement entier pris entre deux ſtations d'un nivélement. *Voyez* Niveler. (*K*).

COUP *ſec*, (*Jeu de Billard*). Jouer *coup ſec*, c'eſt fraper la bille avec la maſſe du billard, & la faire partir ſans la ſuivre ni la conduire. Les billes faites du *coup ſec* ſont les ſeules qui ſe compteut.

COUP *d'ajuſtement*, eſt, *au Mail*, le dernier des *coups* que l'on doit jouer avec le mail, pour s'ajuſter & envoyer la boule à portée d'être jetée à la paſſe avec la leve.

COUPE, (*Aſtronomie*); conſtellation méridionale placée ſur l'hydre, contenant 31 étoiles dans le catalogue de Flamſtéed; *crater*, *vas aquarium*, *ſcyphus*, *urna*, *patera*, *calix*, *albatina*, *poculum Apollinis*, *Bacchi*, *Herculis*, *Demophoontis*, *Achillis*, *Didonis*; en arabe *elkis* ou *alkes*. Nous verrons, en parlant de l'hydre, l'origine poétique de cette conſtellation; on a prétendu auſſi qu'elle étoit le ſymbole de l'oubli. Suivant les Platoniciens, les âmes en venant habiter les corps humains, deſcendent par la porte du cancer, comme lorſqu'elles ſont délivrées de cette priſon corporele, elles montent par le capricorne; mais en deſcendant vers la terre, elles boivent plus ou moins dans la coupe de l'oubli; c'eſt-là ce qui rend certaines âmes ſi éloignées de l'état ſpirituel & céleſte par lequel elles ont paſſé. D'autres ont vu différentes coupes dont la fable fait mention. (Cœſius, *p.* 275.)

La principale étoile de la coupe eſt de quatrieme grandeur; elle avoit en 1750 161° 54′ 14″ d'aſcenſion droite, & 16° 58′ 26″ de déclinaiſon auſtrale.

Coupée, adj. pris ſubſt. *en Géométrie*, eſt la même choſe qu'abſciſſe, *abſciſſa*, qui eſt dérivé du latin, & qui ſignifie la même choſe. *Voyez* Abscisse. (*O*).

Couper, *terme de Jeu*; c'eſt diviſer le jeu de cartes en deux parties; ce qui ſe fait par un des

joueurs, après que celui qui a la main a mêlé. La partie qui étoit deſſus ſe met deſſous, & celle qui étoit deſſous ſe met deſſus. Il ne faut point *couper* une carte.

COUPER LA BALLE, (*jeu de Paume*); c'eſt la fraper avec la raquete inclinée, ce qui la faiſant tourner du haut en bas relativement au côté de celui qui l'a *coupée*, elle ne fait point de bond quand elle vient à tomber à terre, ou n'en fait que très-peu, & trompe toujours le joueur inexpérimenté en le faiſant faux, c'eſt-à-dire, en ſe jetant après le bond ou à droite ou à gauche, ou même en avant, au lieu que le bond devroit être en arriere. Cela vient de la maniere dont la balle tourne quand elle eſt *coupée*, & de la maniere dont le carreau lui fait obſtacle quand elle tombe: l'obſtacle qu'il lui fait quand elle eſt *coupée*, eſt préciſément en ſens contraire de celui qu'il lui feroit ſi elle ne l'étoit pas.

COUPER LES DÉS, *terme de Jeu*; c'eſt en retirant le cornet leur donner en arriere une impulſion, qui compenſe celle qu'ils ont reçue pour aller en avant, en ſorte qu'en tombant ſur la table ils y reſtent ſans ſe mouvoir.

COUPE-TÊTE, (*Jeu*); jeu d'enfans qui conſiſte à ſe courber & à ſauter les uns par-deſſus les autres.

COURANT, ſ. m. (*Hyd.*) eſt le nom qu'on donne en général à une certaine quantité d'eau qui ſe meut ſuivant une direction quelconque. *Voy.* FLEUVE.

Les *courans*, par raport à la navigation, peuvent être définis un mouvement progreſſif que l'eau de la mer a en différens endroits, ſoit dans toute ſa profondeur, ſoit à une certaine profondeur ſeulement, & qui peut accélérer ou retarder la viteſſe du vaiſſeau, ſelon que ſa direction eſt la même que celle du vaiſſeau, ou lui eſt contraire.

Les *courans* en mer ſont ou naturels & généraux, en tant qu'ils viennent de quelque cauſe conſtante & uniforme; ou accidentels & particuliers, en tant qu'ils ſont cauſés par les eaux qui ſont chaſſées vis-à-vis les promontoires, ou pouſſées dans les golfes & les détroits, dans leſquels n'ayant pas aſſez de place pour ſe répandre, elles ſont obligées de reculer, & troublent par ce moyen le flux & reflux de la mer. *Voyez* MER, FLUX & REFLUX.

Il y a grande apparence qu'il en eſt des *courans* comme des vents, qui parmi une infinité de cauſes accidentelles ne laiſſent pas d'en avoir de réglées. L'auteur des réflexions ſur la cauſe générale des vents, imprimées à Paris en 1746, paroît porté à croire que les *courans* conſidérables qu'on obſerve en pleine mer, peuvent être attribués à l'action du ſoleil & de la lune: il prétend que ſi la terre étoit entiérement inondée par l'océan, l'action du ſoleil & de la lune qui produit les vents d'eſt réglés de la zône torride, donneroit aux eaux de la mer ſous l'équateur une direction conſtante d'orient en occident, ou d'occident en orient, ſelon que les eaux ſeroient plus ou moins profondes; & il ajoute qu'on pourroit expliquer par le plus ou moins de hauteur des eaux, & par la diſpoſition des côtes, les différens *courans* réglés & conſtans que les navigateurs obſervent; & que les oſcillations horizontales de la pleine mer dans le flux & le reflux, pouroient être l'effet de pluſieurs *courans* contraires. *Voyez* ſur cela l'Hiſtoire Naturele de MM. de Buffon & Daubenton, *tome I, art. des courans*. C'eſt ſur-tout aux inégalités du fond de la mer que M. de Buffon attribue les *courans*. Quelques-uns, ſelon lui, ſont produits par les vents; les autres ont pour cauſe le flux & le reflux modifié par les inégalités dont il s'agit. Les *courans* varient à l'infini dans leurs viteſſes & dans leurs directions, dans leur force, leur largeur, leur étendue. Les *courans* produits par les vents, changent de direction avec les vents, ſans changer d'ailleurs d'étendue ni de viteſſe. C'eſt ſur-tout à l'action des *courans* que M. de Buffon attribue la cauſe des angles correſpondans des montagnes.

Les principaux *courans*, les plus larges & les plus rapides, ſont 1°. un près de la Guinée, depuis le cap-Vert juſqu'à la baie de Fernandopo, d'occident en orient, faiſant faire aux vaiſſeaux cent cinquante lieues en deux jours. 2°. Auprès de Sumatra, du midi vers le nord. 3°. Entre l'île de Java & la terre de Magellan. 4°. Entre le cap de Bonne-Eſpérance & l'île de Madagaſcar. 5°. Entre la terre de Natal & le même cap. 6°. Sur la côte du Pérou dans la mer du Sud, du midi au nord, *&c.* 7°. Dans la mer voiſine des Maldives, pendant ſix mois d'orient en occident, & pendant ſix autres mois en ſens contraire. *Hiſt. Nat. tome I, pag.* 454.

Les *courans* ſont ſi violens ſous l'équateur, qu'ils portent les vaiſſeaux très-promptement d'Afrique en Amérique: mais auſſi ils les empêchent abſolument de reveoir par le même chemin; de ſorte que les vaiſſeaux, pour retourner en Europe, ſont forcés d'aller chercher le cinquantieme degré de latitude.

Dans le détroit de Gibraltar, les *courans* pouſſent preſque toujours les vaiſſeaux à l'eſt, & les jetent dans la Méditerranée: on trouve auſſi qu'ils ſe meuvent ſuivant la même direction dans d'autres endroits. La grande violence de la mer dans le détroit de Magellan, qui rend ce détroit fort périlleux, eſt attribuée à deux *courans* directement contraires, qui viennent l'un de la mer du Nord, & l'autre de celle du Sud. (*O*).

L'obſervation & la connoiſſance des *courans* eſt un des points principaux de l'art de naviguer: leur direction & leur force doit être ſoigneuſement remarquée. Pour la déterminer, les uns examinent, quand ils ſont à la vue du rivage, les mouvemens de l'eau, & la violence avec laquelle l'écume eſt chaſſée: mais, ſuivant Chambers, la méthode la plus ſimple & la plus ordinaire eſt

Digitized by Google

celle-ci. D'abord on arrête le navire de ſon mieux par différens moyens ; on laiſſe aller & venir le vaiſſeau comme s'il étoit à l'ancre : cela fait, on jete le loch ; & à meſure que la ligne du loch file, on examine ſa viteſſe & ſa direction. *Voyez* LOCH *dans le dict. de Marine*. Par ce moyen, on connoît s'il y a des *courans* ou s'il n'y en a point ; & quand il y en a, on détermine leur direction & leur degré de force. Il faut cependant obſerver qu'on ajoute quelque choſe à la viteſſe du loch pour avoir celle du vaiſſeau ; car quoique le vaiſſeau paroiſſe en repos, cependant il eſt réellement en mouvement. Voici comment ſe détermine ce qu'on doit ajouter. Si la ligne du loch file juſqu'à ſoixante braſſes, on ajoute le tiers de ſa viteſſe ; ſi elle file à quatre-vingts, le quart, & le cinquieme, ſi elle file à cent braſſes. Si le vaiſſeau fait voile ſuivant la direction même du *courant*, il eſt évident que la viteſſe du *courant* doit être ajoutée à celle du vaiſſeau ; s'il fait voile dans une direction contraire, la viteſſe du *courant* doit être ſoutraite de la viteſſe du vaiſſeau ; ſi la direction du vaiſſeau traverſe celle du *courant*, le mouvement du vaiſſeau ſera compoſé de ſon mouvement primitif & de celui du *courant*, & ſa viteſſe ſera augmentée ou retardée, ſelon l'angle que fera ſa direction primitive avec celle du *courant* ; c'eſt-à dire, que le vaiſſeau décrira la diagonale formée ſur ces deux directions, dans le même temps qu'il auroit décrit l'un des deux côtés, les forces agiſſant ſéparément. *Voyez* COMPOSITION DE MOUVEMANT. (*Chambert.*)

Ce qui rend la détermination des *courans* ſi difficile, c'eſt la difficulté de trouver un point fixe en pleine mer. En effet, le vaiſſeau ne le ſauroit être, car il eſt mû par le *courant* même ; de ſorte que la viteſſe du vaiſſeau ſe combine avec celle du *courant*, & eſt cauſe qu'on ne ſauroit exactement démêler celle-ci. L'Académie Royale des Sciences propoſa ce ſujet pour le prix double de l'année 1751 ; *voyez* la piece de M. Daniel Bernoulli qui remporta ce prix.

Sous-courans. M. Halley croit qu'il eſt fort vraiſemblable que dans les dunes, dans le détroit de Gibraltar, *&c.* il y a des *ſous-courans* ; c'eſt-à dire, des *courans* qui ne paroiſſent point à la ſurface de la mer, & dans leſquels l'eau eſt pouſſée avec la même violence que dans les *courans* qui ſe font à la ſurface. M. Halley apuie cette opinion ſur l'obſervation qu'il a faite de la haute mer entre le nord & le ſud de Foreland ; ſavoir que le flux ou le reflux arive dans cette partie des dunes trois heures avant qu'il arive dans la pleine mer : ce qui prouve, ſelon lui, que tandis que le flux commence à la partie ſupérieure, le reflux dure encore à la partie inferieure, dont les eaux ſont reſſerrées dans un lit plus étroit ; & réciproquement que le flux dure encore à la partie inférieure, lorſque le reflux commence à la partie ſupérieure. Donc, conclud-il, il y a dans ces détroits deux *courans* contraires, l'un ſupérieur, l'autre inférieur.

L'auteur confirme ſon ſentiment par une expérience faite dans la mer Baltique, & qu'il dit lui avoir été communiquée par un habile homme de mer témoin oculaire. Cet homme étant dans une des frégates du Roi, elle fut tout-d'un-coup portée au milieu d'un *courant*, & pouſſée par les eaux avec beaucoup de violence. Auſſi-tôt on deſcendit dans la mer une corbeille où on mit un grôs boulet de canon ; la corbeille étant deſcendue à une certaine profondeur, le mouvement du vaiſſeau fut arrêté : mais quand elle fut deſcendue plus bas, le vaiſſeau fut porté contre le vent, & dans une direction contraire à celle du *courant* ſupérieur, qui n'avoit qu'environ quatre ou cinq braſſes de profondeur. M. Halley ajoute qu'au raport de ce marin, plus on deſcendoit la corbeille, plus on trouvoit que le *courant* intérieur étoit fort.

Par ce principe il eſt aiſé d'expliquer, ſelon M. Halley, comment il peut ſe faire qu'au détroit de Gibraltar, dont la largeur n'eſt que d'environ vingt milles, il paſſe continuélement une ſi grande quantité d'eau de la mer Atlantique dans la Méditerranée par le moyen des *courans*, ſans cependant que l'eau s'éleve conſidérablement ſur la côte de Barbarie, ni qu'elle inonde les terres qui ſont fort baſſes le long de cette côte. L'auteur paroît donc ſuppoſer qu'il y a au détroit de Gibraltar un *courant* inférieur & intérieur contraire au courant ſupérieur ; mais cela eſt aſſez difficile à comprendre. (*O*).

COURBE, adj. pris ſubſt. (*Géom.*) eſt, dit-on, une ligne dont les différens points ſont dans différentes directions, ou ſont différemment ſitués les uns par raport aux autres. C'eſt du moins la définition que donne Chambers après une foule d'auteurs. *Voyez* LIGNE.

Courbe, ajoute-t-on, pris en ce ſens, eſt oppoſé à *ligne droite*, dont les points ſont tous ſitués de la même maniere les uns par raport aux autres.

On trouvera peut-être chacune de ces deux définitions peu préciſe ; & on n'aura pas tort. Cependant elles paroiſſent s'acorder aſſez avec l'idée que tout le monde a de la ligne droite & de la ligne *courbe* : d'ailleurs il eſt très difficile de donner de ces lignes une notion qui ſoit plus claire à l'eſprit que la notion ſimple qu'excite en nous le ſeul mot de *droit* & de *courbe*. La définition la plus exacte qu'on puiſſe donner de l'une & de l'autre, eſt peut être celle-ci : La ligne droite eſt le chemin le plus court d'un point à un autre, & la ligne *courbe* eſt une ligne menée d'un point à un autre, & qui n'eſt pas la plus courte. Mais la premiere de ces définitions renferme plutôt une propriété ſecondaire que l'eſſence de la ligne droite ; & la ſeconde, outre qu'elle ne renferme qu'une propriété négative, convient auſſi-bien à un aſſemblage de lignes droites qui font angle, qu'à ce qu'on appele proprement *courbe*, & qu'on peut regarder comme l'aſſemblage d'une infinité de petites lignes droites contiguës entr'elles à angles infiniment

obtus. *Voyez plus bas* Conoïde polygone ; *voyez auſſi* Convexe. Peut-être feroit-on mieux de ne point définir la ligne *courbe* ni la ligne droite, par la difficulté & peut-être l'impoſſibilité de réduire ces mots à une idée plus élémentaire que celle qu'ils préſentent d'eux-mêmes.

Les figures terminées par des lignes *courbes* ſont appelées *figures curvilignes*, pour les diſtinguer des figures qui ſont terminées par des lignes droites, & qu'on appele *figures rectilignes*. *Voyez* Rectiligne & Figure.

La théorie générale des *courbes*, des figures qu'elles terminent, & de leurs propriétés, conſtitue proprement ce qu'on appele la *haute géométrie* ou la *géométrie tranſcendante*. *Voyez* Géométrie.

On donne ſur-tout le nom de *géométrie tranſcendante* à celle qui, dans l'examen des propriétés des *courbes*, emploie le calcul différentiel & intégral. *Voyez ces mots ; voyez auſſi la ſuite de cet article.*

Il ne s'agit point ici, comme on peut bien le croire, des lignes *courbes* que l'on peut tracer au hazard & irrégulièrement ſur un papier. Ces lignes n'ayant d'autre loi que la main qui les forme, ne peuvent être l'objet de la Géométrie ; elles peuvent l'être ſeulement de l'art d'écrire. Un géomètre moderne a pourtant cru que l'on pouvoit toujours déterminer la nature d'une *courbe* tracée ſur le papier ; mais il s'eſt trompé en cela. Nous en donnerons plus bas la preuve.

Nous ne parlerons d'abord ici que des *courbes* tracées ſur un plan & qu'on appele *courbes à ſimple courbure*. On verra dans la ſuite la raiſon de cette dénomination. Pour déterminer la nature d'une *courbe*, on imagine une ligne droite tirée dans ſon plan à volonté. Par tous les points de cette ligne droite, on imagine des lignes tirées parallélement & terminées à la *courbe*. La relation qu'il y a entre chacune des ces lignes paralleles, & la ligne correſpondante de l'extrémité de laquelle elle part, étant exprimée par une équation, cette équation s'appele *l'équation de la courbe*. *Voyez* Équation.

Dans une *courbe*, la droite AD, *Pl. Géom. Fig.* 47, qui diviſe en deux également les lignes paralleles MM, eſt ordinairement appelée *diametre*. Si le diametre coupe ces lignes à angles droits, il eſt appelé *axe* ; & le point A par où l'axe paſſe eſt appelé le *ſommet de la courbe*. *Voyez* Diametre, Axe & Sommet.

Les lignes paralleles MM ſont appelées *ordonnées* ou *appliquées* ; & leurs moitiés PM *demi-ordonnées* ou *ordonnées*. *Voyez* Ordonnée.

La portion du diametre AP, compriſe entre le ſommet ou un autre point fixe, & l'ordonnée eſt appelée *abſciſſe*. *Voyez* Abſciſſe. Le point de concours des diametres ſe nomme *centre*. *Voyez* Centre ; *voyez auſſi les remarques* que fait ſur ce ſujet M. l'abbé de Gua dans la premiere ſection de ſon ouvrage intitulé : *Uſages de l'analyſe de Deſcartes*. Il appele plus proprement *centre d'une courbe* un point de ſon plan, tel que ſi on mene par ce point une ligne droite quelconque terminée à la *courbe* par ſes deux extrémités, ce point diviſe la ligne droite en deux parties égales.

Au reſte, on donne aujourd'hui en général le nom d'*axe* à toute ligne tracée dans le plan de la *courbe* & à laquelle ſe raporte l'équation ; on appele *l'axe des x*, ou ſimplement *axe*, la ligne ſur laquelle ſe prenent les abſciſſes ; *axe des y*, la ligne parallele aux ordonnées, & paſſant par le point où x eſt $= o$. Ce point eſt nommé *l'origine des coordonnées* ou *l'origine de la courbe*. *Voyez* Coordonnées.

Deſcartes eſt le premier qui ait penſé à exprimer les lignes *courbes* par des équations. Cette idée ſur laquelle eſt fondée l'application de l'Algebre à la Géometrie (*Voyez* Application) eſt très-heureuſe & très-féconde.

Il eſt viſible que l'équation d'une *courbe* étant réſolue, donne une ou pluſieurs valeurs de l'ordonée y pour une même abſciſſe x, & que par conſéquent une *courbe* tracée n'eſt autre choſe que la ſolution géométrique d'un problême indéterminé, c'eſt-à-dire, qui a une infinité de ſolutions : c'eſt ce que les anciens appeloient *lieu géométrique*. Car quoiqu'ils n'euſſent pas l'idée d'exprimer les *courbes* par des équations, ils avoient vu pourtant que les *courbes* géométriques n'étoient autre choſe que le lieu, c'eſt-à-dire, la ſuite d'une infinité de points qui ſatisfaiſoient à la même queſtion ; par exemple, que le cercle étoit le lieu de tous les points qui déſignent les ſommets des angles droits, qu'on peut former ſur une même baſe donnée, laquelle baſe eſt le diametre du cercle ; & ainſi des autres.

Les *courbes* ſe diviſent en algébriques, qu'on appele ſouvent avec Deſcartes *courbes géométriques* ; & en tranſcendantes, que le même Deſcartes nomma *méchaniques*.

Les *courbes* algébriques ou géométriques ſont celles où la relation des abſciſſes AP aux ordonnées PM, *Fig.* 48, eſt ou peut être exprimée par une équation algébrique. *Voyez* Équation & Algébrique.

Suppoſons, par exemple, que dans un cercle on ait $AB = a$, $AP = x$, $PM = y$; on aura $PB = a - x$: par conſéquent, puiſque $PM^2 = AP \times PB$, on aura $yy = ax - xx$; ou bien ſi on ſuppoſe $PC = x$, $AC = a$, $PM = y$, on aura $MC^2 - PC^2 = PM^2$, c'eſt-à-dire, $a^2 - x^2 = y^2$.

Il eſt viſible par cet exemple, qu'une même *courbe* peut être repréſentée par différentes équations. Ainſi, ſans changer les axes dans l'équation précédente, ſi on prend l'origine des x au ſommet du cercle, au lieu de les prendre au centre, on trouve, comme on vient de le voir, $yy = 2ax - xx$ pour l'équation.

Pluſieurs auteurs, après Deſcartes, n'admetent que les *courbes* géométriques dans la conſtruction des problêmes, & par conſéquent dans la Géomé-

trie; mais M. Newton, & après lui MM. Leibnitz & Wolf ſont d'un autre ſentiment, & prétendent avec raiſon que dans la conſtruction d'un problême, ce n'eſt point la ſimplicité de l'équation d'une *courbe* qui doit la faire préférer à une autre, mais la ſimplicité & la facilité de la conſtruction de cette *courbe*. *Voyez* CONSTRUCTION, PROBLÊME, & GÉOMÉTRIQUE.

Courbe tranſcendante ou méchanique, eſt celle qui ne peut être déterminée par une équation algébrique. *Voyez* TRANSCENDANT.

Deſcartes exclud ces *courbes* de la géométrie; mais Newton & Leibnitz ſont d'un avis contraire par la raiſon que nous venons de dire. En effet, une ſpirale, par exemple, quoique *courbe* méchanique, eſt plus aiſée à décrire qu'une parabole cubique.

L'équation d'une *courbe* méchanique ne peut être exprimée que par une équation différentielle entre les dy & les dx. *Voyez* DIFFÉRENTIEL. Entre ces deux genres de *courbes*, on peut placer, 1°. les *courbes* exponentielles dans l'équation deſquelles une des inconnues, ou toutes les deux entrent en expoſant, comme une *courbe* dont l'équation ſeroit $y = a^x$, ou $y^x = a^y$, &c. *Voyez* EXPONENTIEL. 2°. Les *courbes* interſcendantes dans l'équation deſquelles les expoſans ſont des radicaux, comme $x = y^{\sqrt{2}}$. Ces deux eſpeces de *courbes* ne ſont proprement ni géométriques ni méchaniques, parce que leur équation eſt finie ſans être algébrique.

Une *courbe* algébrique eſt infinie, lorſqu'elle s'étend à l'infini, comme la parabole & l'hyperbole; finie, quand elle fait des retours ſur elle-même comme l'ellipſe; & mixte, quand une de ſes parties eſt infinie, & que d'autres retournent ſur elles-mêmes.

Pour ſe former l'idée d'une *courbe* par le moyen de ſon équation, il faut imaginer que l'équation de la *courbe* ſoit réſolue, c'eſt-à-dire, qu'on ait la valeur de y en x. Cela poſé, on prend toutes les valeurs poſitives de x depuis o juſqu'à l'infini, & toutes les valeurs négatives depuis o juſqu'à $-$ l'infini. Les ordonées correſpondantes donneront tous les points de la *courbe*, les ordonées poſitives étant priſes toutes du même ſens, & les négatives du côté oppoſé. Voilà ce qu'on trouve dans tous les Algébriſtes & géometres modernes. Mais aucun n'a donné la raiſon de cette regle. Nous la donnerons dans la ſuite de cet article, après avoir parlé auparavant de la transformation des axes d'une *courbe*.

Il eſt certain qu'après avoir raporté l'équation d'une *courbe* à deux axes quelconques d'abſciſſes & d'ordonées, on peut la raporter à deux autres axes quelconques tirés, comme on voudra, dans le plan de la *courbe*. De ces deux axes, l'un peut être parallele ou coïncident à l'axe des x, & l'autre parallele ou coïncident à l'axe des y; ils peuvent auſſi n'être point paralleles ni l'un ni l'autre aux deux premiers axes, mais faire avec eux des angles quelconques. Suppoſons, par exemple, que AP (x) & PM (y) ſoient, *Figure* 49, les abſciſſes & les ordonées d'une *courbe*, & qu'on veuille raporter la *courbe* aux nouveles coordonées quelconques Ap & pM; on tirera AB & Bq paralleles à y & à x, & on nommera les coordonées nouveles Ap (z) & pM (u). Cela poſé il eſt viſible que l'angle apM eſt donné, comme on le ſuppoſe, ainſi que l'angle pBq, & l'angle Bqm ou ſon égal AmM, & que aB & AB ſont auſſi donnés de grandeur & de poſition. Donc ſi on nomme aB, a, & AB, b, on aura $Bp = z - a$, Bq ou $Am = (z - a)\ m$, m exprimant le raport connu de Bq à Bp; $Pm = yn$, n étant de même un coëfficient donné; & par conſéquent AP ou $x = (z - a)\ m + yn$: de plus $Mm = pM - pm = pM - AB - pq = u - b - zq + aq$, q étant de même un coëfficient donné, & Mp ou $y = (u - b - zq + aq) \times k$: donc on aura $y = (u - b - zq + aq)\ k$, & $x = (z - a)\ m + nk\ (u - b - zq + aq)$; donc, ſi on met à la place de x & de y leurs valeurs qu'on vient de trouver en z & en u, on aura une nouvele équation par raport aux coordonées z & u. Voyez *à l'art.* TRANSFORMATION DES AXES *un plus grand détail*.

Il eſt viſible qu'on peut placer non ſeulement l'axe des z & l'axe des u, mais auſſi l'axe des x & celui des y, par-tout où l'on voudra, ſans que la *courbe* change pour cela de place, & que la poſition de la *courbe* eſt totalement indépendante de la poſition des axes; de ſorte que les ordonées u partant de l'axe des z, doivent aboutir aux mêmes points que les ordonées y, partant de l'axe des x. Cela eſt évident par les opérations même que l'on fait pour la tranſformation des axes. D'ailleurs on doit conſidérer qu'une *courbe* n'eſt autre choſe que le lieu d'une infinité de points qui ſervent à réſoudre un problême indéterminé, c'eſt-à-dire, un problême qui a une infinité de ſolutions. Or la ſituation de ces points eſt totalement indépendante de la poſition des axes auxquels on les raporte, ces axes pouvant être placés par-tout où l'on voudra. De ces principes, on peut rirer les conſéquences ſuivantes ſur la poſition des ordonées.

1°. Les ordonées poſitives doivent être priſes d'un même côté; car, ſoit, *Figure* 50, AP l'axe des x, & qu'on trouve deux valeurs poſitives pour y; ſoit Pm la plus grande de ces valeurs, je dis que la plus petite PM doit être priſe du même côté. Car ſoit tranſpoſé l'axe AP en ap, en ſorte que $Pp = a$, & ſoit $ap = x$, & $pm = z$; on aura l'équation raportée aux axes x & z, en mettant $z - a$ pour y dans l'équation de la *courbe*; & on aura chaque valeur de z égale aux valeurs correſpondantes de y, augmentées chacune de a; donc, au point p, on aura deux valeurs poſitives de z, ſavoir $a + PM$ & $a + Pm$. Or ſi on ne prenoit pas PM du même côté que Pm, mais de l'autre côté, l'ordonée pM, au lieu d'ê-

tte $a + PM$, ſeroit $a - PM$; la *courbe* changeroit donc ou d'équation ou de figure, en changeant d'axe; & tandis qu'une de ſes parties reſteroit à la même place, l'autre ſe proméneroit, pour ainſi dire, ſuivant que l'on changeroit l'axe de place. Or ni l'un ni l'autre ne ſe peut. Donc il faut que PM & Pm ſoient pris du même côté, quand ils ſont tous deux poſitifs.

2°. Si on a deux valeurs, l'une poſitive PM, l'autre négative Pm, *Figure* 51, il faudra les prendre de différens côtés. Car ſoit, par exemple, $PM = \sqrt{x}$, & $Pm = -\sqrt{x}$: tranſpoſant l'axe AP en ap, en ſorte que $pP = a$ & mettant $z - a$ pour y, dans l'équation de la *courbe*, on aura $z = a + \sqrt{x}$, & $z = a - \sqrt{x}$. Si on ſuppoſe $\sqrt{x} < a$, ce qui ſe peut toujours, puiſque a eſt arbitraire, on trouvera z ou $pM = a + PM$ & z ou $pm = a - PM$. Donc Pm doit être égale à PM, & priſe dans un ſens contraire. Tout cela eſt aiſé à voir avec un peu d'attention.

Lorſque les ordonées ſont poſitives, elles appartiennent toutes également à la *courbe*, ce qui eſt évident, puiſqu'il n'y a pas de raiſon pour préférer l'une à l'autre. Mais lorſqu'elles ſont négatives, elles n'appartiennent pas moins à la *courbe*; car pour s'en convaincre, il n'y a qu'à reculer l'axe de façon que toutes les ordonées deviennent poſitives. Dans cette derniere poſition de l'axe, toutes les ordonées appartiendront également à la *courbe*. Donc il en ſera de même dans la premiere poſition que l'axe avoit.

Donc ſuppoſant x poſitives, toutes les valeurs de y tant poſitives que négatives, appartiennent à la *courbe*; mais au lieu de prendre la ligne des x pour l'axe, on peut prendre la ligne des y, & alors on aura des valeurs tant poſitives que négatives de x, leſquelles par la même raiſon appartiendront auſſi à la *courbe*. Donc la *courbe* renferme toutes les valeurs de y répondantes à une même x; & toutes les valeurs de x répondantes à une même y; ou ce qui revient au même, elle renferme toutes les valeurs poſitives & négatives de y répondantes, ſoit aux x poſitives, ſoit aux x négatives. En effet, ſi dans la valeur des y qui répond aux x poſitives, on change les ſignes des termes où x ſe trouve avec une dimenſion impaire, on aura la valeur de y correſpondante aux x négatives; & cette équation ſera évidemment la même qu'on auroit, en réſolvant l'équation en x & en y, après avoir changé d'abord dans cette équation les ſignes des termes où x ſe trouve avec une dimenſion impaire. Or je dis que cette derniere équation appartient également à la *courbe*; car ordonnons l'équation primitive par raport à x, avant d'avoir changé aucun ſigne, & cherchons les valeurs de x en y; nous venons de voir que les valeurs, tant poſitives que négatives de x, appartienent à la *courbe*. Or les valeurs négatives ſont les mêmes que l'on auroit avec un ſigne poſitif, en changeant dans l'équation primitive les ſignes des termes où x ſe trouve avec une dimenſion impaire; car on ſait que, dans une équation ordonée en x, ſi on change les ſignes des termes où x ſe trouve avec une dimenſion impaire, toutes les racines changent de ſigne ſans changer d'ailleurs de valeur. *Voyez* ÉQUATION. Donc l'équation en x, avec le changement des ſignes indiqué, appartient auſſi-bien à la *courbe* que l'équation en x, ſans changer aucun ſigne. Donc, *&c.* Il eſt donc important de changer les ſignes de x, s'il eſt néceſſaire, pour avoir la partie de la *courbe* qui s'étend du côté des x négatives. En effet ſoit, par exemple, $yy = aa - xx$ l'équation du cercle, on aura, en prenant x poſitive, $y = \pm\sqrt{aa - xx}$; & en faiſant x négative; on aura de même $y = \pm\sqrt{aa - xx}$: ce qui donne le cercle entier. Si on prenoit ſeulement x poſitive, on n'auroit que le demi-cercle; & ſi on ne prenoit y que poſitive, on n'aurnit que le quart du cercle.

Voilà donc une démonſtration générale de ce que tous les géometres n'ont ſuppoſé juſqu'à préſent que par induction. En effet, ils ont vu, par exemple, que ſi $y = a - x$, c'eſt l'équation d'une ligne droite qui coupe ſon axe au point où $x = a$, & qui enſuite paſſe de l'autre côté. Or quand $x > a$, on a y négative; ainſi, ont-ils dit, l'ordonée négative doit être priſe du côté oppoſé à la poſitive. Ils ont vu encore que $y = \pm\sqrt{px}$ eſt l'équation de la parabole, & que cette *courbe* a en effet deux parties égales & ſemblables, l'une à droite, & l'autre à gauche de ſon axe, ce qui prouve que $-\sqrt{px}$ doit être priſe du côté oppoſé à $\sqrt{px}$. Pluſieurs autres exemples pris du cercle, des ſections coniques raportées à tel axe qu'on jugera à propos, ont prouvé la regle de la poſition des ordonées & la néceſſité de prendre x négative, après l'avoir pris poſitive. On s'en eſt tenu là, mais ce n'étoit pas une démonſtration rigoureuſe.

Les différentes valeurs de y répondantes à x poſitive & à x négative, donnent les différentes branches de la *courbe*. *Voyez* BRANCHE.

Lorſqu'on a ordoné l'équation d'une *courbe* par raport à y ou à x, s'il ne ſe trouve point dans l'équation de terme conſtant, la *courbe* paſſe par l'origine; car en faiſant $x = o$, & $y = o$ dans l'équation, tout s'évanouit. Donc la ſuppoſition de $y = o$ quand $x = o$, eſt légitime. Donc la *courbe* paſſe par le point où $x = o$.

En général, ſi on ordone l'équation d'une *courbe* par raport à y, en ſorte que le dernier terme ne contiene que x avec des conſtantes; & qu'on cherche les valeurs de x propres à rendre ce dernier terme égal à zéro, ces valeurs de x donneront les points où la *courbe* coupera ſon axe; car puiſque ces valeurs de x ſubſtituées dans le dernier terme le rendront $= o$, on prouvera par le même raiſonement que ci-deſſus, que dans les points qui répondent à ces valeurs de x, on a $y = o$.

Digitized by Google

Lorſque la valeur de l'ordonée y eſt imaginaire, la *courbe* manque dans ces endroits-là; par exemple, lorſque $x > a$ dans l'équation $y = \pm\sqrt{aa-xx}$, la valeur d'y eſt imaginaire: auſſi le cercle n'exiſte point dans les endroits où $x > a$; de même ſi, dans l'équation $y = \pm\sqrt{px}$, on ſait x négative, on trouvera y imaginaire, ce qui prouve que la parabole ne paſſe point du côté des x négatives.

On verra aux articles ÉQUATION & IMAGINAIRE, que toute quantité imaginaire, ou racine imaginaire d'une équation peut ſe réduire à $A + B\sqrt{-1}$, A & B étant des quantités réelles, & que toute équation qui a pour racine $A + B\sqrt{-1}$, a pour racine auſſi $A - B\sqrt{-1}$. Or, quand une ordonée paſſe du réel à l'imaginaire, cela vient de ce qu'une quantité comme C, qui étoit ſous un ſigne radical $\sqrt{C}$, devient négative, en ſorte que $C = B\sqrt{-1}$, B étant une quantité réelle. Or, pour que C deviene négative, de poſitive qu'elle étoit, il faut qu'elle paſſe par le zéro, ou par l'infini. *Voyez* MAXIMUM. Donc, au point où l'ordonée paſſe à l'imaginaire, on a B nul ou infini; donc les racines $A + B\sqrt{-1}$, & $A - B\sqrt{-1}$ deviennent égales en ce point-là. Donc la limite qui ſépare les ordonées réelles des ordonées imaginaires, renferme deux ou pluſieurs ordonées égales, leſquelles ſeront $= 0$, ou finies ou infinies; égales à zéro, ſi $A = 0$, & ſi B eſt zéro; finies, ſi A eſt finie, & B zéro; infinies, ſi A eſt infinie, & B zéro, ou ſi A eſt finie & B infinie, ou ſi A & B ſont infinies l'une & l'autre.

Par exemple, ſi $x = a$, & que l'équation ſoit $y = a - x \pm\sqrt{a-x}$, on a $y = 0$; ſi l'équation eſt $y = a \pm\sqrt{a-x}$, y ſera $= a$; ſi l'équation eſt $y = a \pm \frac{x}{\sqrt{a-x}}$, ou $y = \frac{x}{a-x} \pm\sqrt{a-x}$, y ſera infinie; & ſi, dans tous ces cas, on prend $x > a$, la valeur de y ſera imaginaire.

Quand on a l'équation d'une *courbe*, il faut examiner d'abord ſi cette équation ne peut pas ſe diviſer en pluſieurs équations rationeles; car, ſi cela eſt, l'équation ſe raporte, non à une ſeule & même *courbe*, mais à des *courbes* différentes. On en peut voir un exemple *à l'article* HYPERBOLES CONJUGUÉES *au mot* CONJUGUÉ. Nous ajouterons ici, 1°. qu'il faut, pour ne point ſe tromper là-deſſus, mettre d'abord tous les termes de l'équation d'un côté, & zéro de l'autre, & voir enſuite ſi l'équation eſt réductible en d'autres équations rationeles; car ſoit, par exemple, $yy = aa - xx$, on ſeroit tenté de croire d'abord que l'équation peut ſe changer en ces deux-ci $y = a - x$ & $y = a + x$, dont le produit donne $yy = aa - xx$; ainſi, on pouroit croire que l'équation $yy = aa - xx$, qui apartient réellement au cercle, apartiendroit au ſyſtême de deux lignes droites, $y = a + x$ & $y = a - x$. Or on ſe tromperoit en cela; mais, pour connoître ſon erreur, il n'y a qu'à faire $yy - aa + xx = 0$, & l'on verra alors facilement que cette équation n'eſt pas le produit des deux équations $y - a + x = 0$ & $y - a - x = 0$; en effet, on ſent aſſez que $yy = aa - xx$ ne donne ni $y = a - x$, ni $y = a + x$; mais, ſi on avoit l'équation $yy - 2ay + aa - xx = 0$, on trouveroit que cette équation viendroit des deux $y - a - x = 0$ & $y - a + x = 0$, & qu'ainſi elle repréſenteroit non une *courbe*, mais un ſyſtême de deux lignes droites.

2°. Les équations dans leſquelles l'équation apparente d'une *courbe* ſe diviſe, n'en ſeroient pas moins rationeles, quand elles renfermeroient des radicaux, pourvu que la variable x ne ſe trouvât pas ſous ces radicaux; par exemple, une équation qui ſeroit formée de ces deux-ci, $y - \sqrt{aa+bb} - x = 0$, & $y - \sqrt{aa+bb} + x = 0$, repréſenteroit toujours le ſyſtême de deux lignes droites. Il faut ſeulement remarquer que l'équation $yy - 2y\sqrt{aa+bb} + aa + bb - xx = 0$, qui réſulte de ces deux-là, ſe change, en faiſant évanouir tout-à-fait le ſigne radical, en celle-ci $(yy + aa + bb - xx)^2 - 4yy(aa+bb) = 0$, qui eſt du quatrieme degré, & qui renferme le ſyſtême de 4 lignes droites, $y - \sqrt{aa+bb} - x = 0$, $y - \sqrt{aa+bb} + x = 0$, $y + \sqrt{aa+bb} - x = 0$, $y + \sqrt{aa+bb} + x = 0$.

3°. Les équations ſont encore rationeles, quand même x ſe trouveroit ſous le ſigne radical; pourvu qu'on puiſſe l'en dégager; par exemple, $y - \sqrt{aaxx+bbxx} = 0$ & $y - \sqrt{ddx^2+eex^2} = 0$, ſe changent en $y = \pm x\sqrt{aa+bb}$, & $y = \pm x\sqrt{dd+ee}$, qui eſt le ſyſtême de quatre lignes droites, où l'on voit que les deux équations radicales en ont fourni chacune deux autres, parce que la racine de xx eſt également $+x$ & $-x$. Je m'étends ſur ces différens objets, parce qu'ils ne ſont point traités ailleurs, ou qu'ils le ſont trop ſuccinctement, ou qu'ils le ſont mal.

Ceci nous conduit à parler d'une autre maniere d'enviſager l'équation des *courbes*, c'eſt de déterminer une *courbe* par l'équation, non entre x & y, mais entre les y qui répondent à une même abſciſſe.

Exemple. On demande une *courbe*, dans laquelle

Digitized by Google

la ſomme de deux ordonées correſpondantes à une même x ſoit toujours égale à une quantité conſtante $2a$; je dis que l'équation de cette *courbe* ſera $y = a + \sqrt{X}$, X déſignant une quantité *radicale* quelconque, compoſée de x & de conſtantes. En effet, les deux ordonées $y = a + \sqrt{X}$ & $y = a - \sqrt{X}$ ajoutées enſemble, donnent une ſomme $= 2a$; mais il faut bien remarquer que $\sqrt{X}$ doit être une quantité irrationele; car, par exemple, $y = a + \frac{x^3}{b^2}$ & $y = a - \frac{x^3}{b^2}$ ne ſatisferoient pas au problême, parce que ces deux équations ne déſigneroient pas le ſyſtême d'une ſeule & même *courbe*. De même, ſi on demande une *courbe*, dans laquelle le produit des deux ordonées correſpondantes à x ſoit une quantité Q, qui contiene x avec des conſtantes, ou qui ſoit une conſtante, on fera $y = P \pm \sqrt{PP - Q}$, P étant une quantité quelconque qui contiene x avec des conſtantes, ou qui ſoit une conſtante; car le produit des deux valeurs $P + \sqrt{PP - Q}$ & $P - \sqrt{PP - Q}$ donnera Q. Voyez, ſur tout cela, les Journaux de Leipſick de 1697, les Mémoires de l'Académie des Sciences de 1734, l'*Introductio ad Analyſim infinitorum*, par M. Euler, *c. xiv.*

Cours d'une courbe. Pour déterminer le cours d'une *courbe*, on doit d'abord réſoudre l'équation de cette *courbe*, & trouver la valeur de y en x; enſuite on prend différentes valeurs de x, & on cherche les valeurs de y correſpondantes; on voit par-là les endroits où la *courbe* coupe ſon axe, ſavoir, les points où la valeur de $x = 0$; les endroits où la *courbe* a une aſymptote, c'eſt-à-dire, les points où y eſt infinie, x reſtant finie, ou bien où y eſt infinie, & a un raport fini avec x ſuppoſée auſſi infinie; les points où y eſt imaginaire, & où par conſéquent la *courbe* ne paſſe pas, *&c.* Enſuite on fait les mêmes opérations, en prenant x négative. Par exemple, ſoit $\left(y - \frac{aa}{a-x}\right)^2 = xx + aa$ l'équation d'une *courbe*, on aura donc $y = \frac{aa}{a-x} \pm \sqrt{xx + aa}$. Ce qui fait voir,

1°. que chaque valeur de x donne deux valeurs de y, à cauſe du double ſigne $\pm$; 2°. que, ſi $x = 0$, on a $x = a \pm a$, c'eſt-à-dire, $y = 0$ & $y = 2a$; 3°. que, ſi $x = a$, $y =$ à l'infini, & que par conſéquent la *courbe* a une aſymptote au point où $x = a$; 4°. que, ſi $x =$ à l'infini, on a $y = \pm x$; ce qui prouve que la *courbe* a des aſymptotes qui font, avec ſon axe, un angle de 45 degrés; en faiſant x négative, on trouve $y = \frac{aa}{a+x} \pm \sqrt{xx + aa}$, équation ſur laquelle on fera des raiſonemens ſemblables. Il en eſt de même des autres cas. Si l'équation avoit $\sqrt{xx - aa}$, on trouveroit qu'au point où $x = 0$, l'ordonée devient imaginaire, *&c.*

On peut tracer à peu près une courbe par pluſieurs points, en prenant pluſieurs valeurs de x aſſez près l'une de l'autre, & cherchant les valeurs de y. Ces méthodes de décrire une *courbe* par pluſieurs points ſont plus commodes, & en un ſens plus exactes que celles de les décrire par un mouvement continu. *Voyez* COMPAS ELLIPTIQUE.

Les anciens n'ont guere connu d'autres *courbes* que le cercle, les ſections coniques, la conchoïde, & la ciſſoïde. *Voyez ces mots*. La raiſon en eſt toute ſimple, c'eſt qu'on ne peut guere traiter des *courbes* ſans le ſecours de l'algebre, & que l'algebre paroît avoir été peu connue des anciens. Depuis ce temps, on y a ajouté les paraboles & hyperboles cubiques, & le trident ou parabole de Deſcartes; voilà où on en eſt reſté, juſqu'au Traité des lignes du troiſieme ordre de M. Newton, dont nous parlerons plus bas. *Voyez* PARABOLE, HYPERBOLE, TRIDENT, *&c.*

Nous avons dit ci-deſſus que les *courbes* méchaniques ſont celles dont l'équation entre les coordonées n'eſt & *ne peut être* algébrique, c'eſt-à-dire finie.

Nous diſons *ne peut être*; car, ſi l'équation différentiele d'une *courbe* avoit une intégrale finie, cette *courbe*, qui paroîtroit d'abord méchanique, ſeroit réellement géométrique. Par exemple, ſi $dy = \frac{a\,dx}{\sqrt{2ax}}$, la *courbe* eſt géométrique, parce que l'intégrale eſt $y = \sqrt{2ax} + A$; ce qui repréſente une parabole. Mais l'équation $dy = \frac{a\,dx}{\sqrt{2ax - xx}}$ eſt l'équation d'une *courbe* méchanique, parce que l'on ne ſauroit trouver l'intégrale de cette équation différentiele. *Voyez* DIFFÉRENTIEL, INTÉGRAL & QUADRATURE.

Les anciens ont fait très-peu d'uſage des *courbes* méchaniques; nous ne leur en connoiſſons guere que deux, la ſpirale d'Archimede & la quadratrice de Dinoſtrate. *Voyez ces mots*. Ils ſe ſervoient de ces *courbes* pour parvenir d'une maniere plus aiſée à la quadrature du cercle. Les modernes ont multiplié à l'infini le nombre des *courbes* méchaniques; le calcul différentiel a facilité extrêmement cette multiplication, & les avantages qu'on pouvoit en tirer. Revenons aux *courbes* algébriques ou géométriques, qui ſont celles dont il ſera fait principalement mention dans cet article, parce que le caractere de leurs équations qui conſiſte à être exprimées en termes finis, nous met à portée d'établir ſur ces *courbes* des propoſitions générales, qui n'ont pas lieu dans les *courbes* méchaniques. C'eſt principalement

palement la Géométrie des *courbes* méchaniques, qu'on appele *Géométrie tranſcendante*, parce qu'elle emploie néceſſairement le calcul infinitéſimal ; au lieu que la Géométrie des *courbes* algébriques n'emploie point, du moins néceſſairement, ce calcul pour la découverte des propriétés de ces *courbes*, ſi on excepte leurs rectifications & leurs quadratures ; car on peut déterminer, par exemple, leurs tangentes, leurs aſymptotes, leurs branches, &c. & toutes les autres propriétés de cette eſpece, par le ſecours du ſeul calcul algébrique ordinaire. *Voyez* les ouvrages de MM. Euler & de Gua, déja cités, & l'ouvrage de M. Cramer, qui a pour titre : *Introduction à l'analyſe des lignes courbes*, *Genev.* 1750, in-4°.

Nous avons vu ci-deſſus comment on transforme les axes x & y d'une *courbe* par les équations $x = Az + Bu + C$, $y = Dz + Eu + F$; c'eſt-là la transformation la plus générale, & ſi on veut faire des transformations plus ſimples, on n'a qu'à ſuppoſer un des coëfficiens A, B, C, D, &c., ou pluſieurs égaux à zéro, pourvu qu'on ne ſuppoſe pas, par exemple, A & B enſemble égaux à zéro, ni D & E enſemble égaux à zéro, car on auroit $x = C$, & $y = F$; ce qui ne ſe peut, puiſque x & y qui ſont des indéterminées ne peuvent être égales à des conſtantes. On ne doit point non plus ſuppoſer en même temps B & $E = 0$, ni A & $D = 0$; car ſubſtituant les valeurs de x & de y, on n'auroit plus, dans l'équation de la *courbe*, qu'une ſeule indéterminée u. Or il faut qu'il y en ait toujours deux.

Il eſt viſible que, ſi on ſubſtitue à la place de x & de y les valeurs ci-deſſus dans l'équation de la *courbe*, l'équation n'augmentera pas de dimenſion ; car on détermine la dimenſion & le degré de l'équation d'une *courbe*, par la plus haute dimenſion à laquelle ſe trouve l'une ou l'autre des inconnues x, y, ou le produit des inconnues ; par exemple, l'équation d'une *courbe* eſt du troiſieme degré, lorſqu'elle contient le cube y^3, ou le cube x^3, ou le produit xyy ou xxy, ou toutes ces quantités à la fois, ou quelques-unes ſeulement. Or, comme dans les équations $x = Az + Bu + C$, $y = Dz + Eu + F$, z & u ne montent qu'au premier degré, il eſt évident que ſi on ſubſtitue ces valeurs dans l'équation en x & en y, la dimenſion de l'équation & ſon degré n'augmentera pas. Il eſt évident, par la même raiſon, qu'elle ne diminuera pas ; car, ſi elle diminuoit, c'eſt-à-dire, ſi l'équation en z & en u étoit de moindre dimenſion que l'équation en x & en y, alors, ſubſtituant pour z & pour u leurs valeurs en x & en y, leſquelles ſont d'une ſeule dimenſion, comme il eſt aiſé de le voir, on retrouveroit l'équation en x & en y, & par conſéquent on parviendroit à une équation d'une dimenſion plus élevée que l'équation en z & en u ; ce qui eſt contre la premiere propoſition.

Donc en général, quelque tranſformation d'axe que l'on faſſe, l'équation de la *courbe* ne change point de dimenſion. On peut voir dans l'ouvrage de M. l'abbé de Gua, & dans l'introduction à l'analyſe des lignes *courbes* par M. Cramer, les manieres abrégées de faire le calcul pour la tranſformation des axes. Mais ce n'eſt pas de quoi il s'agit ici, cette abbréviation de calcul étant indifférente en elle-même aux propriétés de la *courbe*. *Voyez* auſſi TRANSFORMATION *des axes*.

Courbes algébriques du même genre ou du même ordre ou du même degré, ſont celles dont l'équation monte à la même dimenſion. *Voy.* OAAA *&* DEGRÉ.

Les *courbes* géométriques étant une fois déterminées par la relation des ordonées aux abſciſſes, on le diſtingue en différens genres ou ordres ; ainſi, les lignes droites ſont les lignes du premier ordre, les lignes du ſecond ordre ſont les ſections coniques.

Il faut obſerver qu'une *courbe* du premier genre eſt la même qu'une ligne du ſecond ordre, parce que les lignes droites ne ſont point comptées parmi les *courbes*, & qu'une ligne du troiſieme ordre eſt la même choſe qu'une *courbe* du ſecond genre. Les *courbes* du premier genre ſont donc celles dont l'équation monte à deux dimenſions ; dans celle du ſecond genre, l'équation monte à trois dimenſions, à quatre dans celle du troiſieme genre, *&c.*

Par exemple, l'équation d'un cercle eſt $y^2 = 2ax - xx$, ou $y^2 = a^2 - x^2$; le cercle eſt donc une *courbe* du premier genre & une ligne du ſecond ordre.

De même la *courbe*, dont l'équation eſt $ax = y^2$, eſt une *courbe* du premier genre ; & celle qui a pour équation $a^2x = y^3$, eſt *courbe* du ſecond genre & ligne du troiſieme ordre.

Sur les différentes *courbes* du premier genre & leurs propriétés, *voyez* SECTIONS CONIQUES *au mot* CONIQUE.

On a vu, à cet article CONIQUE, quelle eſt l'équation la plus générale des lignes du ſecond ordre, & on trouve que cette équation a $3 + 2 + 1$ termes ; on trouvera de même que l'équation la plus générale des lignes du troiſieme ordre eſt $y^3 + axy^2 + bxxy + cx^3 + ey^2 + fxy + gxx + hx + iy + l = 0$, & qu'elle a $4 + 3 + 2 + 1$ termes, c'eſt-à-dire, 10 ; en général, l'équation la plus compoſée de l'ordre n, aura un nombre de termes $= (n+2) \times \left(\frac{n+1}{2}\right)$, c'eſt-à-dire, à la ſomme d'une progreſſion arithmétique dont $n + 1$ eſt le premier terme & 1 le dernier. *Voyez* PROGRESSION ARITHMÉTIQUE.

Il eſt clair qu'une droite ne peut jamais rencontrer une ligne du n^e ordre qu'en n points tout au plus ; car, quelque tranſformation qu'on donne aux axes, l'ordonée n'aura jamais que n valeurs réelles tout au plus, puiſque l'équation ne peut être que du degré n. On peut voir dans l'ouvrage de M. Cramer, déja cité, pluſieurs autres

propoſitions auxquelles nous renvoyons, ſur le nombre des points, où les lignes de différens ordres ou du même ordre peuvent ſe couper. Nous dirons ſeulement que l'équation d'une *courbe* du degré n étant ordonée, par exemple, par raport à y, en ſorte que y^n n'ait pour coëfficient que l'unité, cette équation aura autant de coëfficiens qu'il y a de termes, moins un, c'eſt-à-dire, $\frac{nn+3n}{2}$. Donc, ſi on donne un pareil nombre de points, la *courbe* du n^e ordre, qui doit paſſer par ces points, ſera facilement déterminable; car, en prenant un axe quelconque à volonté, & menant des points donnés des ordonnées à cet axe, on aura $\frac{nn+3n}{2}$ ordonées connues, ainſi que les abſciſſes correſpondantes, & par conſéquent on poura former autant d'équations, dont les inconnues ſeront les coëfficiens de l'équation générale. Ces équations ne donneront jamais que des valeurs linéaires pour les coëfficiens, qu'on poura par conſéquent trouver toujours facilement.

Au reſte, il peut ariver que quelques-uns des coëfficiens ſoient indéterminés; auquel cas, on ponra faire paſſer pluſieurs lignes du même ordre par les points donnés; ou que les points donnés ſoient tels que la *courbe* n'y puiſſe paſſer: pour lors l'équation ſera réductible en pluſieurs autres rationeles. Par exemple, qu'on propoſe de faire paſſer une ſection conique par cinq points donnés (car n étant $= 2$, $\frac{nn+3n}{2}$ eſt $= 5$): il eſt viſible que, ſi trois de ces points ſont en ligne droite, la ſection n'y ponra paſſer; car une ſection conique ne peut jamais être coupée qu'en deux points par une ligne droite, puiſque ſon équation n'eſt jamais que de deux dimenſions. Qu'arivera-t-il donc? l'équation ſera réductible en deux du premier degré, qui repréſenteront non une ſection conique, mais le ſyſtême de deux lignes droites, & ainſi des autres.

On peut remarquer auſſi que, ſi quelques coëfficiens ſe trouvent infinis, l'équation ſe ſimplifie; car les autres coëfficiens ſont nuls par raport à ceux-là, & on doit par conſéquent éfacer les termes où ſe trouvent ces coëfficiens nuls.

M. Newton a fait, ſur les *courbes* du ſecond genre, un traité intitulé: *Enumeratio linearum tertii ordinis*. Les démonſtrations des différentes propoſitions de ce traité ſe trouvent, pour la plupart, dans les ouvrages de MM. Stirling & Maclaurin ſur les *courbes*, & dans les autres ouvrages dont nous avons déja parlé. Nous allons raporter ſommairement quelques-uns des principaux articles de l'ouvrage de M. Newton. Cet auteur remarque que les *courbes* du ſecond genre & des genres plus élevés, ont des propriétés analogues à celles des *courbes* du premier genre: par exemple, les ſections coniques ont des diametres & des axes; les lignes que ces diametres coupent en deux parties égales ſont appelées *ordonées*; & le point de la *courbe* où paſſe le diametre eſt nommé *ſommet*; de même, ſi, dans une *courbe* du ſecond genre, on tire deux lignes droites paralleles qui rencontrent la *courbe* en trois points, une ligne droite qui coupera ces paralleles, de maniere que la ſomme des deux parties compriſes entre la ſécante & la *courbe* d'un même côté, ſoit égale à l'autre partie compriſe entre la ſécante & la *courbe*, elle coupera, ſuivant la même loi, toutes les autres lignes qu'on poura mener parallélement aux deux premieres, & qui ſeront terminées à la *courbe*, c'eſt-à-dire, les coupera de maniere que la ſomme des deux parties d'un même côté ſera égale à l'autre partie.

En effet, ayant ordoné l'équation de maniere que y^3, ſans coëfficient, ſoit le premier terme, le ſecond terme ſera $y^2 (a+bx)$, & ce ſecond terme contiendra la ſomme des racines, c'eſt-à-dire, des valeurs de y. *Voyez* ÉQUATION. Or, par l'hypotheſe, il y a deux valeurs de x qui rendent ce ſecond terme $= 0$, puiſqu'il y a deux valeurs de x (*hyp.*) qui donnent la ſomme des ordonées poſitives égale à la ſomme des négatives. Donc il y a deux valeurs de x, ſavoir, A & B, qui donnent $a+bA=0$, $a+Bb=0$. Or cela ne peut être, à moins qu'en général on n'ait $a=0$, $b=0$. Donc $a+bx=0$, quelque valeur qu'on ſuppoſe à x. Donc le ſecond terme manque dans l'équation. Donc la ſomme des ordonées poſitives eſt par-tout égale à la ſomme des ordonées négatives.

On peut étendre ce théorême aux degrés plus élevés. Par exemple, dans le quatrieme ordre, le 2e terme étant $y^3 (a+bx)$, c'eſt encore la même choſe; &, ſi deux valeurs de x donnent la ſomme des ordonées nulle, toutes les autres valeurs la donneront.

Outre cela, comme, dans les ſections coniques non paraboliques, le carré d'une ordonée, c'eſt-à-dire, le rectanglé des ordonées ſituées de deux différens côtés du diametre, eſt au rectangle des parties du diametre terminées aux ſommets de l'ellipſe ou de l'hyperbole, comme une ligne donnée appelée *latus rectum* ou *parametre*, eſt à la partie du diametre compriſe entre les ſommets, & appelée *latus tranſverſum*; de même, dans les *courbes* du ſecond genre non paraboliques, le parallélépipede ſous trois ordonées eſt au parallélépipede ſous les trois parties du diametre terminées par les ſommets & par la rencontre des ordonées, dans un raport conſtant.

Cela eſt fondé ſur ce que le dernier terme de l'équation, ſavoir, hx^3+lx^2+mx+n, eſt le produit de toutes les racines; que ce dernier terme eſt, outre cela, le produit de $Ax+B$ par $Dx+E$, & par $Fx+G$, & que aux points où $y=0$, c'eſt-à-dire, où le diametre coupe la

courbe, points que l'on appele ici *ſommets*, on a $x = -\frac{A}{B}$, $x = -\frac{E}{D}$, $x = -\frac{G}{F}$: avec ces propoſitions, on trouvera facilement la démonſtration dont il s'agit, ainſi que celle des théorêmes ſuivans, qui ſont auſſi tirés de M. Newton.

Comme, dans la parabole conique, qui n'a qu'un ſommet ſur un ſeul & même diametre, le rectangle des ordonées eſt égal au produit de la partie du diametre compriſe entre le ſommet & l'ordonée, par une ligne conſtante appelée *latus rectum*; de même, dans celles des *courbes* du ſecond genre qui n'ont que deux ſommets ſur un même & unique diametre, le parallélépipede ſous trois ordonées eſt égal au parallélépipede ſous les deux parties du diametre, compriſe entre les ſommets & la rencontre de l'ordonée, & ſous une troiſieme ligne conſtante, que l'on peut par conſéquent nommer *latus rectum*. *Voyez* PARABOLE.

De plus, dans les ſections coniques, ſi deux lignes paralleles & terminées à la ſection, ſont coupées par deux autres lignes paralleles & terminées à la ſection, la premiere par la troiſieme, & la ſeconde par la quatrieme, le rectangle des parties de la premiere eſt au rectangle de la partie de la troiſieme, comme le rectangle des parties de la ſeconde eſt au rectangle des parties de la quatrieme; de même auſſi, ſi on tire dans une *courbe* du ſecond genre deux lignes paralleles, terminées à la *courbe* en trois points, & coupées par deux autres paralleles terminées à la même *courbe*, chacune en trois points, le parallélépipede des trois parties de la premiere ligne ſera à celui des trois parties de la troiſieme, comme le parallélépipede des trois de la ſeconde eſt à celui des trois parties de la quatrieme.

Enfin les branches infinies des *courbes* du premier & du ſecond genre & des genres plus élevés, ſont ou du genre hyperbolique, ou du genre parabolique : une branche hyperbolique eſt celle qui a une aſymptote, c'eſt-à-dire, qui s'approche continuélement de quelque ligne droite; une branche parabolique eſt celle qui n'a point d'aſymptote. *Voyez* ASYMPTOTE & BRANCHE.

Ces branches peuvent ſe diſtinguer encore mieux par leurs tangentes. En effet, ſi le point de contact d'une tangente eſt ſuppoſé infiniment éloigné, la tangente de ce point ſe confond avec l'aſymptote dans une branche hyperbolique; & dans une branche parabolique, elle s'éloigne à l'infini, & diſparoît. On peut donc trouver l'aſymptote d'une branche, en cherchant ſa tangente à un point infiniment éloigné, & on trouve la direction de cette branche, en cherchant la poſition d'une ligne droite parallele à la tangente, lorſque le point de contact eſt infiniment éloigné; car la direction de la branche infinie à ſon extrémité eſt parallele à celle de cette ligne droite.

Les lignes d'un ordre impair, par exemple, du troiſieme, du cinquieme, ont néceſſairement quelques branches infinies; car on peut toujours, par une tranſformation d'axes, s'il eſt néceſſaire, préparer l'équation, en ſorte que l'une au moins des coordonées, ſe trouve élevée à une puiſſance impaire dans l'équation; elle aura donc toujours au moins une valeur réelle, quelque valeur qu'on ſuppoſe à l'autre coordonée. Donc, *&c.*

Nous avons dit plus haut que, dans une ligne *courbe* d'un genre quelconque, on peut toujours imaginer l'axe tellement placé, que la ſomme des ordonées d'une part ſoit égale à la ſomme des ordonées de l'autre. L'axe, en ce cas, s'appele ordinairement *diametre*. Il eſt évident que toute *courbe* en a une infinité; car, ayant tranſformé les axes d'une maniere quelconque, on peut toujours ſuppoſer cette tranſformation telle que le ſecond terme de la tranſformée manque, & en ce cas l'un des axes ſera diametre.

On appele *diametre abſolu* celui qui diviſe les ordonées en deux également; tels ſont ceux des ſections coniques.

M. de Bragelongne appele *contre-diametre* un axe des abſciſſes, tel que les abſciſſes oppoſées égales aient des ordonées oppoſées égales, c'eſt-à-dire, tel que x négative donne y négative, ſans changer d'ailleurs de valeur.

Ceci nous conduit naturélement à parler des *centres*, dont nous avons déja dit un mot plus haut. Pour qu'une *courbe* ait un centre, il faut qu'en ſuppoſant l'origine placée dans ce centre, & prenant deux x oppoſées & égales, les y correſpondantes ſoient auſſi oppoſées & égales; c'eſt-à-dire, il faut que, faiſant x négative dans l'équation, on trouve pour y la même valeur, mais négative. L'équation doit donc être telle par rapport à x & à y, qu'en changeant les ſignes de x & de y, elle demeure abſolument la même; donc cette équation ne doit contenir que des puiſſances ou des dimenſions impaires de x & de y, ſans terme conſtant, ou des puiſſances & des dimenſions paires de x & de y, avec ou ſans terme conſtant. Car, dans le premier cas, tous les ſignes changeront, en faiſant x & y négatives, ce qui eſt la même choſe que ſi aucun ſigne ne changeoit; &, dans le ſecond cas, aucun ſigne ne changera. Voulez-vous donc ſavoir ſi une *courbe* a un centre? L'équation étant ordonée par rapport à x & à y, imaginez que l'origine ſoit tranſportée dans ce centre, en ſorte que l'on ait $x + a = z$, $y + b = u$; & déterminez a & b à être telles, qu'il ne reſte plus, dans la tranſformée, que des dimenſions paires, ou des dimenſions impaires ſans terme conſtant; ſi la *courbe* a un centre poſſible, vous trouverez pour a & b des valeurs réelles. Dans l'extrait du livre de M. l'abbé de Gua, *Journal des Savans*, *mai* 1740, extrait dont je ſuis l'auteur, on a remarqué que l'énoncé de la méthode de cet habile géometre pour déterminer les centres, étoit un peu trop générale.

Nous ne nous étendrons pas ici ſur les manieres de déterminer les différentes branches des *cour-*

bes; nous tenverrons, ſur ce ſujet, au livre de M. Cramer, qui a pour titre: *Introduction à l'analyſe des lignes courbes*. Nous dirons ſeulement ici que ce problême dépend de la connaiſſance des ſéries & de la regle du parallélogramme, dont nous parlerons en leur lieu. *Voyez* PARALLÉLOGRAMME, SÉRIE, *&c.*

Diviſion des courbes en différens ordres. Nous avons vu à l'*article* CONIQUE, comment l'équation générale des ſections coniques ou lignes du ſecond ordre donne trois *courbes* différentes. Nous remarquerons ſeulement ici, 1°. qu'il faut, à l'endroit dont il s'agir, $-Duu$, au lieu de Duu; c'eſt une faute d'impreſſion: 2°. que, lorſque D eſt négatif, & par conſéquent $-Dxx$ poſitif, alors l'équation primitive & générale $yy+pxy+bxx+qy+cx+a=0$ eſt telle que la portion $yy+pxy+bxx$ a ſes deux facteurs imaginaires, c'eſt-à-dire, que cette portion $yy+pxy+bxx$ ſuppoſée égale à zéro, ne donneroit aucune racine réelle. On peut aiſément s'en aſſurer par le calcul; car, en ce cas, on trouvera $\frac{pp}{4}<b$, & la quantité A dans la transformée $zz+Axx+Bx+C=0$ ſera poſitive, & par conſéquent $-D$ poſitive: 3°. dans l'équation $zz-Dxx+Fu+G=0$, on peut réduire les trois termes $-Dxx+Fu+G$ à deux $+Kts+H$, lorſque D n'eſt pas $=0$, par la même méthode qu'on emploie pour faire évanouir le ſecond terme d'une équation du ſecond degré; c'eſt-à-dire, en faiſant $x-\frac{F}{2D}=t$, & alors l'équation ſera $zz+Kts+H=0$, équation à l'ellipſe, ſi K eſt poſitif; & à l'hyperbole, ſi K eſt négatif: 4°. ſi $D=0$, en ce cas, on fera $Fu+G=ks$, & l'équation ſera $zz+kt=0$, qui eſt à la parabole: 5°. dans le cas où $D=0$, $yy+pxy+bxx$ a ſes deux facteurs égaux, & dans le cas où D eſt poſitif, c'eſt-à-dire, où $-Duu$ eſt négatif, $yy+pxy+bxx$ a ſes deux facteurs réels & inégaux, & l'équation appartient à l'hyperbole, car, en ce cas, $\frac{pp}{4}>b$, & A eſt négative. *Voyez* ſur cela, ſi vous le jugez à propos, le ſeprieme livre des ſections coniques de M. de l'Hôpital, qui traite des lieux géométriques; vous y verrez comment l'équation générale des ſections coniques ſe transforme en équation à la parabole, à l'ellipſe ou à l'hyperbole, ſuivant que $yy+pxy+bxx$ eſt un carré, ou une quantité compoſée de facteurs imaginaires, ou de facteurs réels inégaux. Paſſons maintenant aux lignes du troiſieme ordre ou *courbes* du ſecond genre.

Réduction des courbes du ſecond genre. M. Newton réduit toutes les *courbes* du ſecond genre, à quatre eſpeces principales repréſentées par quatre équations. Dans la premiere, le raport des ordonées y aux abſciſſes x, eſt repréſenté par l'équation $xyy+ey=ax^3+bxx+cx+d$; dans la ſeconde, l'équation a cette forme $xy=ax^3+bxx+cx+d$; dans la troiſieme, l'équation eſt $yy=ax^3+bx^3+cx+d$; enfin la quatrieme a pour équation $y=a^3+bx^3+cx+d$.

Pour arivet à ces quatre équations, il faut d'abord prendre l'équation générale la plus compoſée des lignes du troiſieme ordre, & l'écrire ainſi.

$$\left.\begin{array}{r} z^3+bz^2u+czu^2+eu^3 \\ +fzz+gzu+buu \\ +iz+lu \\ +m \end{array}\right\}=0.$$

On remarquera que le plus haut rang $z^3+bzu^2+cuz^2+eu^3$ étant du troiſieme degré, il aura au moins un facteur réel; les deux autres étant, ou égaux entr'eux & inégaux au premier facteur, ou réels & inégaux, tant entr'eux qu'avec le premier facteur, ou imaginaires, ou enfin égaux au premier. Soit $z+Ax$ ce facteur réel, & faiſons d'abord abſtraction du cas où les trois facteurs ſont égaux; ſoit ſuppoſé $z+Ax=t$, on aura une transformée qui contiendra t^3, t^2, t, txu, ut, tu, uu & u, avec un terme conſtant; or on fera d'abord diſparoître le terme ux, en ſuppoſant $t+F=f$; enſuite, en faiſant $u=Nf+p+Q$ (les grandes lettres déſignent ici les coëfficiens), on fera diſparoître les termes xtt & xt, & il ne reſtera plus que des termes qui repréſenteront la premiere équation $xyy+cy=ax^3+bxx+cx+d$.

En ſecond lieu, ſi les trois facteurs du plus haut rang ſont égaux, on n'aura dans l'équation transformée, en faiſant $z+Au=t$, que les termes t^3, t^2, t, u, tx, xu, & un terme conſtant. Or on peut faire diſparoître les termes tu & u, en ſuppoſant $u+Rt+K=f$; & l'on aura une équation de la forme $yy=ax^3+bx^2+cx+d$. Troiſieme forme de M. Newton. Nous remarquerons même que cette équation pourroit encore ſe ſimplifier; car, en ſuppoſant $x=R+q$, on feroit évanouir les termes bxx ou d, & quelquefois le terme cx.

3°. Si les trois facteurs du premier rang ſont égaux, & que de plus un de ces facteurs ſoit auſſi facteur du ſecond rang $fzz+gzx+bxu$, alors la transformée aura des termes de cette forme t^3, t, tu, tt, x, & un terme conſtant. Or, faiſant $t+R=q$, on fera diſparoître le terme x, & on aura une équation de cette forme $xy=ax^3+bx^2+cx+d$. Seconde forme de M. Newton. Cependant on pouroit encore ſimplifier cette équation, & faire diſparoître les deux termes bx^2+cx, en ſuppoſant $x=Qp$, & $y=Np+Rz+M$.

4°. Enfin, ſi les trois facteurs du premier rang étant égaux, ceux du ſecond ſont les mêmes, l'équation alors n'aura que des termes de cette forme t^3, tt, u & t, avec un terme conſtant, & elle ſera de la quatrieme forme de M. Newton $y=ax^3+bx^2+cx+d$, de laquelle on peut encore faire diſparoître les termes bx^2+cx+d, en ſuppoſant $x=p+R$, & $y+Nx+Q=z$. En ce cas, l'équation ſera de la forme $y=Ax^3$, &

repréſentera la premiere parabole cubiqna. *Voyez les uſages de l'analyſe de Deſcartes*, par M. l'abbé de Gua, *p.* 437 *& ſuiv.*

On voit, par ce détail, ſur qnoi eſt fondée la diviſion générale des lignes du troiſieme ordre qu'a donné M. Newton; on voit de plus que les équations qu'il a données auroient pu encore recevoir toutes une forme plus ſimple, à l'exception de la premiere.

Énumération des courbes du ſecond genre. L'auteur ſubdiviſe enſuite ces quatre eſpeces prineipales en un grand nombre d'autres particulieres, à qui il donne différens noms.

Le premier eas, qui eſt celui de $xyy + ex = ax^3 + bx^2 + cx + d$, eſt celui qui donne le plus grand nombre de ſubdiviſions; les trois ſubdiviſions principales ſont que les deux autres racines du plus haut rang ſoient ou réelles & inégales, ou imaginaires, ou réelles & égales, & chaeune des ces ſubdiviſions en produit eneore d'autres. *Voyez l'ouvrage* de M. l'abbé de Gua, *pag.* 440 *& ſuiv.*

Lorſqu'une hyperbole eſt tonte entiere au dedans de ſes aſymptotes commes l'hyperbole conique, M. Newton l'appele *hyperbole inſerite*; lorſqu'elle conpa chaenne de ſes aſymptotes, pour venir ſe placer extérieurement par raport à chacune des parties eoupées, il la nomme *hyperbole circonſcrite*; enfin, lorſqn'une de ſes branches eſt inſerite à ſon aſymptote, & l'autre eirconſerire à la ſiene, il l'appele *hyperbole ambigêne*; eelle dont ies branches tendent du même côté, il la nomme *hyperbole convergente*; eelle dont les branches ont des directions eontraires, *hyperbole divergente*; celle dont les braneches tournent leur convexité de différens eôtés, *hyperbole à branches contraires*; celle qui a un ſommet concave vers l'aſymptote & des branches divergenres, *hyperbole conchoïdale*; celle qui eoupe ſon aſymptote avee des points d'inflexion, & qui s'étend vers deux côtés oppoſés, *hyperbole anguinée* ou *ſerpentante*; celle qui coupe la braneche conjnguée, *cruciforme*; celle qni retourne ſur elle-même & ſe coupe, *hyperbole à nœud*; eelle dont les deux parties concourent en un angle de contact & s'y terminent, *hyperbole à pointe* ou *à rebrouſſement*; celle dont la conjuguée eſt nne ovale infiniment petite, e'eſt-à-dire, un point, *hyperbole pointée* ou *à point conjugué*; celle qui, par l'impoſſibilité de deux racines, n'a ni ovale, ni point conjugué, ni point de rebronſſement, *hyperbole pure*: l'anteur ſe ſert, dans la même ſens, des dénominations de *parabole convergente*, *divergente*, *cruciforme*, &c. Lorſque le nombre des braneches hyperboliques ſurpaſſe celni des braneches de l'hyperbole coniqne, Il l'appele l'hyperbole *redundante*.

M. Newton compte jnſqn'à ſoixante-douze eſpeces inférieures de *courbes* du ſecond genre: de ces *courbes* il y en a neuf qui ſont des hyperboles redondanres ſans diametre, dont les trois aſymptotes forment nn triangle. De ces hyperboles, la premiere en renferme trois, une inſerite, une eirconſcrite & nne ambigêne, avec une ovale; la ſeconde eſt à nœnd, la troiſieme à pointe, la qnatrieme pointée, la cinqnieme & la ſixieme pures, la ſeptieme & la huitieme eruelformes, la neuvieme anguinée.

Il y a de plus douze hyperboles redundantes qui n'ont qu'nn diametre; la premiere a une ovale, la ſeconde eſt à nœud, la troiſieme à pointe, la qnatrieme pointée; la cinqnieme, ſixieme, ſeptieme & huitieme pures; la neuvieme & la dixieme eruciformes, la onzieme & la douzieme eonchoïdales. Il y a deux hyperboles redundantes qni ont trois diametres.

Il y a eneore neuf hyperboles redundantes, dont les trois aſymptotes convergent en un point eommun; la premiere eſt formée de la cinqnieme & de la ſixieme hyperbole redundantes, dont les aſymptotes renferment un triangle; la ſeconde de la ſeptieme & de la huitieme, la troiſiame & la qoatrieme de la neuvieme; la cinqnieme eſt formée de la huitieme & de la ſeptieme des hyperboles redundantes, qni n'ont qn'nn diametre; la ſixieme de la ſixieme & de la ſeptieme, la ſeptieme de la huitieme & de la neuviema, la huitieme de la dixieme & de la onzieme, la neuvieme de la douzieme & de la treizieme. Tous ces changemens ſe font en réduiſant en nn point le triangle compris par les aſymptotes.

Il y a eucore ſix hyperboles défectives ſans diametre; la premiere a nne ovale, la ſeconde eſt à nœud, la troiſieme à pointe, la quatrieme pointée, la cinquieme pure, *&c.*

Il y a ſept hyperboles défectives qui ont des diametres; la premiere & la ſeconde ſont conchoïdales avee une ovale, la troiſieme eſt à nœnd, la qnatrieme à pointe: c'eſt la eiſſoïde des anciens; la einquieme & la ſixieme ſont pointées, la ſeptieme pure.

Il y a ſept hyperboles paraboliques qui ont des diametres; la premiere ovale, la ſeconde à nœud, la troiſieme à pointe, la quatriema pointéa, la cinquieme pure, la ſixieme erueiforma, la ſeptieme anguinée.

Il y a quatre hyperboles paraboliqnes, quatre hyperboliſmes de l'hyperbole, trois hyperboliſmes de l'ellipſe, deux hyperboliſmes de la parabole.

Outre le trident, il y a encore einq paraboles divergentes; la premiere a une ovale, la ſeconde eſt à nœud, la troiſieme pointée, la quatrieme eſt à pointe (cette derniere eſt la parabole de Neil, appelée communément *ſeconde parabole cubique*), la einqnlame eſt pure. Enfin il y a une derniere *courbe* appelée communément *premiere parabole cubique*. Remarquons iei que M. Stirling a déja fait voir que M. Newton, dans ſon énumération, avoit oublié qnatre eſpeces particulieres, ce qui fait monter le nombre des *courbes* du ſecond genre jnſqn'à ſoixante-ſeize, & que M. l'abbé de Gua y en a encore ajouté deux antres, obſervant de plus que la diviſion des li-

Digitized by Google

gnes du troiſieme ordre en eſpeces pouroit être beaucoup plus nombreuſe, ſi on aſſignoit à ces différentes eſpeces des caracteres diſtinctifs, autres que ceux que M. Newton leur donne.

On peut voir dans l'ouvrage de M. Newton, & dans l'endroit cité du livre de M. l'abbé de Gua, ainſi que dans M. Stirling, les ſubdiviſions détaillées des *courbes* du troiſieme ordre, qu'il ſeroit trop long & inutile de donner dans un dictionaire. Mais nous ne pouvons nous diſpenſer de remarquer que les principes ſur leſquels ces diviſions ſont fondées, ſont aſſez arbitraires; & qu'en ſuivant un autre plan, on pouroit former d'autres diviſions des lignes du troiſieme ordre. On pouroit, par exemple, comme MM. Euler & Cramer, diſtinguer d'abord quatre cas généraux; celui où le plus haut rang n'a qu'une racine réelle, celui où elles ſont toutes trois réelles & inégales, celui où deux ſont égales, celui où trois ſont égales, & ſubdiviſer enſuite ces cas. Cette diviſion générale paroît d'autant plus juſte & plus naturele, qu'elle ſeroit parfaitement analogue à celle des lignes du ſecond ordre ou ſections coniques, dans laquelle on trouve l'ellipſe pour le cas où le plus haut rang a ſes deux racines imaginaires, l'hyperbole pour le cas où le plus haut rang a ſes racines réelles & inégales, & la parabole pour le cas où elles ſont égales. Au reſte, il faut encore remarquer que toutes les ſubdiviſions de ces quatre cas, & même la diviſion générale, auront toujours de l'arbitraire. Cela ſe voit même dans la diviſion des lignes du ſecond ordre: car on pouroit à la rigueur, par exemple, regarder la parabole comme une eſpece d'ellipſe dont l'axe eſt infini (*Voy.* PARABOLE), & ne faire que deux diviſions pour les ſections coniques; & on pouroit même n'en faire qu'une, en regardant l'hyperbole comme une ellipſe, telle que dans l'équation $yy = aa - xx$, le carré de l'abſciſſe xx ait le ſigne $+$. Il ſemble qu'en Géométrie comme en Phyſique, la diviſion en genres & en eſpeces ait toujours néceſſairement quelque choſe d'arbitraire; c'eſt que dans l'une & dans l'autre il n'y a réellement que des individus, & que les genres n'exiſtent que par abſtraction de l'eſprit.

M. Cramer trouve quatorze genres de *courbes* dans le troiſieme ordre, & M. Euler ſeize; ce qui prouve encore l'arbitraire des ſubdiviſions.

On peut, par une méthode ſemblable, faire la diviſion des *courbes* d'un genre ſupérieur. *Voyez* ce que M. Cramer a fait par raport aux lignes du quatrieme ordre dans le *cha.* IX de ſon ouvrage.

Pour rapeler à l'une des quatre formes de M. Newton une ligne quelconque du troiſieme ordre, dont l'équation eſt donnée en z & en u, on transformera d'abord les axes de la maniere la plus générale, en ſuppoſant $x = Az + Bu + C$, & $y = Dz + Eu + F$: ſubſtituant enſuite ces valeurs, on déterminera les coëfficiens A, B, &c. à être tels que l'équation en x & en y ait une des quatre formes ſuſdites.

Points ſinguliers & multiples des courbes. On apele *point multiple* d'une *courbe* celui qui eſt commun à pluſieurs branches qui ſe coupent en ce point, &, par oppoſition, *point ſimple* celui qui n'apartient qu'à une branche. Il eſt viſible qu'un point multiple, l'ordonée y a pluſieurs valeurs égales répondantes à un même x. C'eſt là une propriété du point multiple; mais il ne faut pas croire que le point ſoit multiple toutes les fois que l'ordonée a pluſieurs valeurs égales: car ſi une ordonée touche la *courbe*, par exemple, il eſt aiſé de voir que l'ordonée a dans ce point deux valeurs égales, ſans que le point ſoit double. *Voyez* TANGENTE. La propriété du point multiple, c'eſt que l'ordonée y a pluſieurs valeurs égales, *quelque ſituation qu'on lui donne*; au lieu que dans le point ſimple, l'ordonée qui peut avoir pluſieurs valeurs égales dans une certaine ſituation, n'en a plus qu'une dès que cette ſituation change; ce qui eſt évident par la ſeule inſpection d'un point multiple & d'un point ſimple. *Voyez* POINT.

De là il s'enſuit que ſi on tranſporte l'origine en un point ſuppoſé multiple, en faiſant $z + A = x$, $u + B = y$, il faut qu'en ſuppoſant z infiniment petit, on ait pluſieurs valeurs nulles de u, quelque direction qu'on lui donne. Ainſi, pour trouver les points multiples, il n'y a qu'à, après avoir tranſporté l'origine dans le point ſuppoſé, donner une direction quelconque à l'ordonée, & voir ſi, dans cette direction quelconque, l'ordonée aura pluſieurs valeurs égales à zéro. *Voyez* M. l'abbé de Gua, *page* 88, & M. Cramer, *page* 409.

On prouvera, par ces principes, que les ſections coniques ne peuvent avoir de points multiples; ce qu'on ſavoit d'ailleurs. On prouvera auſſi que les *courbes* du troiſieme ordre ne peuvent avoir de points triples, *&c*; mais cette propoſition ſe peut encore prouver d'une maniere plus ſimple en cette ſorte. Imaginons que l'ordonée ſoit tangente d'une des branches, elle rencontrera cette branche en deux points. Or ſi le point eſt un point double, par exemple, l'ordonée rencontreroit donc la *courbe* en trois points, ce qui ne peut être dans une ſection conique; car jamais une droite ne peut la rencontrer qu'en deux points, puiſque ſon équation ne paſſe jamais le ſecond degré; & qu'ainſi, quelque poſition qu'on donne à l'ordonée, elle ne peut avoir jamais plus de deux valeurs. On prouvera de même qu'une *courbe* du ſecond genre, ou ligne du troiſieme ordre, ne peut avoir de point triple, parce que la *courbe* ne peut jamais être coupée qu'en trois points par une ligne droite.

À l'égard des points doubles des *courbes*, nous avons déja remarqué que les *courbes* du ſecond genre peuvent être coupées en trois points par une ligne droite. Or deux de ces points ſe confondent quelquefois, comme il arive, par exem-

Digitized by Google

ple, quand la ligne droite paſſe par une ovale infiniment petite, ou par le point de concours de deux parties d'une *courbe* qui ſe rencontrent & s'uniſſent en une pointe. Quelquefois les lignes droites ne coupent la *courbe* qu'en un point, comme il arive aux ordonées de la parabole de Deſcartes, & de la premiere parabole cubique; en ce cas, il faut concevoir que ces lignes droites paſſent par deux autres points de la *courbe* placés à une diſtance infinie ou imaginaire. Deux de ces interſections coïncidentes, faites à une diſtance infinie ou même imaginaire, conſtituent une eſpece de *point double*.

On appele *points ſinguliers* les points ſimples qui ont quelque propriété particuliere, comme les points conjugués, les points d'inflexion, les points de ſerpentement, *&c.* *Voyez* POINT, CONJUGUÉ, INFLEXION, SERPENTEMENT, *&c.* *Voyez auſſi* REBROUSSEMENT, NŒUD, *&c.* Sur les tangentes des *courbes* en général & ſur les tangentes des points multiples, *voyez* TANGENTE.

Deſcription organique des courbes. 1°. Si deux angles de grandeur donnée, PAD, PBD, *Figure* 52, tournent autour de deux poles A & B donnés de poſition, & que le point de concours P des côtés AP, BP décrive une ligne droite, le point de concours D des deux autres côtés décrira une ſection conique qui paſſera par les poles A & B, à moins que la ligne ne viene à paſſer par l'un ou l'autre des poles A & B, ou que les angles BAD & ABD ne s'évanoniſſent à la fois, auquel cas le point de concours décrita une ligne droite.

2°. Si le point de concours P des côtés AP, BP décrit une ſection conique paſſant par l'un des poles A, le point de concours D des deux autres côtés AD, BD décrira une *courbe* du ſecond genre qui paſſera par l'autre pole B, & qui aura un point double dans le premier pole A, à moins que les angles BAD, ABD ne s'évanouiſſent à la fois, auquel cas le point D décrira une autre ſection conique qui paſſera par le pole A.

3°. Si la ſection conique, décrite par le point P, ne paſſe ni par A ni par B, le point D décrira une *courbe* du ſecond ou du troiſieme genre, qui aura un point double, & ce point double ſe trouvera dans le concours des côtés décrivans AD, BD, quand les deux angles BAP, ABP s'évanouiſſent à la fois. La *courbe* décrite ſera du ſecond genre, quand les angles BAD, ABD s'évanouiront à la fois, ſinon elle ſera du troiſieme genre, & aura deux points doubles en A & en B.

Les démonſtrations de ces propoſitions, qu'il ſeroit trop long de donner ici, ſe trouveront dans l'ouvrage de M. Maclaurin, qui a pour titre: *Geometria organica*, où il donne des méthodes pour tracer des *courbes* géométriques par un mouvement continu. *Voyez auſſi le VIII livre des ſections coniques de* M. de l'Hôpital.

Génération des courbes du ſecond genre par les ombres. Si les ombres des *courbes* de différens genres ſont projetées ſur un plan infini, éclairé par un point lumineux, les ombres des ſections coniques ſeront des ſections coniques; celles des *courbes* du ſecond genre ſeront des *courbes* du ſecond genre; celles des *courbes* du troiſieme genre ſeront des *courbes* du troiſieme genre, *&c.*

Et comme la projection du cercle engendre toutes les ſections coniques, de même la projection des cinq paraboles divergentes engendre toutes les autres *courbes* du ſecond genre; & il peut y avoir de même, dans chaque autre genre, une ſuite de *courbes* ſimples, dont la projection ſur un plan éclairé par un point lumineux, engendre toutes les autres *courbes* du même genre. MM. Nicole & Clairaut, dans les *Mémoires de l'Acad. de* 1731, ont démontré la propriété des cinq paraboles divergentes dont nous venons de parler, propriété que M. Newton n'avoit fait qu'énoncer ſans démonſtration. *Voyez auſſi*, ſur cette propoſition, l'*ouvrage cité* de M. l'abbé de Gua, *pag.* 198 *& ſuiv.* *Voyez auſſi* OMARE.

Uſages des courbes pour la conſtruction des équations. L'uſage principal des *courbes*, dans la Géométrie, eſt de donner, par leur point d'interſection, la ſolution des Problêmes. *Voyez* CONSTRUCTION.

Suppoſons, par exemple, qu'on ait à conſtruire une équation de 9 dimenſions, comme $x^9 + bx^7 + cx^6 + dx^5 + ex^4 + (m+f)x^3 + gx^2 + hx + k = o$, dans laquelle b, c, d, &c. ſignifient des quantités quelconques données, affectées des ſignes + ou −, on prendra l'équation à la parabole cubique $x^3 = y$; & mettant y pour x^3 dans la premiere équation, elle ſe changera en $y^3 + bxy^2 + cy^2 + dx^2y + exy + my + fx^3 + gx^2 + hx + k = o$, équation à une autre *courbe* du ſecond genre, dans laquelle m ou f peuvent être ſuppoſés $= o$. Si on décrit chacune de ces *courbes*, leurs points d'interſection donneront les racines de l'équation propoſée. Il ſuffit de décrire une fois la parabole cubique. Si l'équation à conſtruire ſe réduit à 7 dimenſions par le manquement des termes hx & k, l'autre *courbe* aura, en éfaçant m, un point double à l'origine des abſciſſes, & pourra être décrite par différentes méthodes. Si l'équation eſt réduite à 6 dimenſions par le manquement des trois termes $gx^2 + hx + k$, l'autre *courbe*, en éfaçant f, deviendra une ſection conique; & ſi, par le manquement des ſix derniers termes, l'équation eſt réduite à trois dimenſions, on retombera dans la conſtruction que Wallis en a donnée par le moyen d'une parabole cubique & d'une ligne droite. *Voyez* CONSTRUCTION, & l'*ouvrage de* M. Cramer, *chap. iv.*

COURBE *polygone*. On appele ainſi une *courbe* conſidérée non comme ſigoureuſement *courbe*, mais comme un polygone d'une infinité de côtés. C'eſt ainſi que dans la géométrie de l'infini on conſidere les *courbes*; ce qui ne ſignifie autre

choſe, rigoureuſement parlant, ſinon qu'une *courbe* eſt la limite des polygones, tant inſcrits que circonſcrits. *Voy.* Limita, Exhaustion, Infini, Différentiel, *&c.*, & Polygona.

Il faut diſtinguer, quand on traite une *courbe* comme polygone, ou comme rigoureuſe; cette attention eſt ſur-tout néceſſaire dans la théorie des forces centrales & centrifuges: car quand on traite la *courbe* comme polygone, l'effet de la force centrale, c'eſt-à-dire, la petite ligne qu'elle fait parcourir, eſt égale à la baſe de l'angle extérieur de la *courbe*; & quand on traite la *courbe* comme rigoureuſe, l'effet de la force centrale eſt égal à la petite ligne, qui eſt la baſe de l'angle curviligne formé par la *courbe* & par ſa tangente. Or il eſt aiſé de voir que cette petite ligne n'eſt que la moitié de la premiere, parce que la tangente rigoureuſe de la *courbe* diviſe en deux également l'angle extérieur, que le petit côté prolongé fait avec le côté ſuivant. La premiere de ces lignes eſt égale au carré du petit côté diviſé par le rayon du cercle oſculateur, *voyez* Oscilateur & Développée; la ſeconde au carré du petit côté diviſé par le diametre du même cercle. La premiere eſt cenſée parcourue d'un mouvement uniforme, la ſeconde d'un mouvement uniformément accéléré. Dans la premiere, la force centrale eſt ſuppoſée n'agir que par une impulſion unique, mais grande; dans la ſeconde, elle eſt ſuppoſée agir, comme la peſanteur, par une ſomme de petits coups égaux, & ces deux ſuppoſitions reviennent à une même: car l'on ſait qu'un corps mû d'un mouvement accéléré parcourroit uniformément, avec ſa viteſſe finale, le double de l'eſpace qu'il a parcouru d'un mouvement uniformément accéléré, pour acquérir cette viteſſe. *Voyez les articles* Accéléré, Central & Descente. *Voyez auſſi l'Hiſt. de l'Acad.* 1722, & *mon Traité de Dynamique*, *pag.* 20, *article* 20, & *pag.* 30, *article* 26.

Rectification d'une courbe, eſt une opération qui conſiſte à trouver une ligne droite égale en longueur à cette *courbe*. *Voyez* Rectification.

Inflexion d'une courbe. *Voyez* Inflexion.

Quadrature d'une courbe, eſt une opération qui conſiſte à trouver l'aire ou l'eſpace renfermé par cette *courbe*, c'eſt-à-dire, à aſſigner un carré dont la ſurface ſoit égale à un eſpace curviligne. *Voyez* Quadratuae.

Famille des courbes, eſt un aſſemblage de pluſieurs *courbes* de différens genres, repréſentées toutes par la même équation d'un degré indéterminé, mais différent, ſelon la diverſité du genre des *courbes*. *Voyez* Famille.

Par exemple, ſuppoſons qu'on ait l'équation d'un degré indéterminé $a^{m-1}x = y^m$: ſi $m=2$, on aura $ax = y^2$; ſi $m=3$, on aura $a^2x = y^3$; ſi $m=4$, $a^3x = y^4$. Toutes les *courbes* auxquelles ces équations apartienent ſont dites de la même famille par quelques géometres.

Les équations qui repréſentent des familles de *courbes*, ne doivent pas être confondues avec les équations exponentielles; car quoique l'expoſant ſoit indéterminé par raport à toute une famille de *courbes*, il eſt déterminé & conſtant par raport à chacune des *courbes* qui la compoſent; au lieu que dans les équations exponentielles, l'expoſant eſt variable & indéterminé pour une ſeule & même *courbe*. *Voyez* Exponantiel.

Toutes les *courbes* algébriques compoſent, pour ainſi dire, une certaine famille qui ſe ſubdiviſe en une infinité d'autres, dont chacune contient une infinité de genres. En effet, dans les équations par leſquelles les *courbes* ſont déterminées, il n'entre que des produits, ſoit des puiſſances des abſciſſes & des ordonées par des coëfficiens conſtans, ſoit des puiſſances des abſciſſes par des puiſſances des ordonées, ſoit de quantités conſtantes pures & ſimples, les unes par les autres. De plus, chaque équation d'une *courbe* peut toujours avoir zéro pour un de ſes membres, par exemple, $ax = y^2$ ſe change en $ax - y^2 = 0$. Donc l'équation générale, qui repréſentera toutes les *courbes* algébriques, ſera

$$\left.\begin{array}{l} ay^m + bxy^{m-1} + nx^2y^{m-2} \ldots + fy^m \\ \quad + fy^{m-1} + kxy^{m-2} \\ \quad\quad + qy^{m-2} \end{array}\right\} = 0.$$

Nous devons remarquer ici que le P. Reyneau s'eſt trompé dans le ſecond volume de ſon *analyſe démontrée*, lorſque, voulant déterminer les tangentes de toutes les *courbes* géométriques en général, il prend pour l'équation générale de toutes ces *courbes* $y^m + bxy^n + cx^p = 0$, équation qui n'a que trois termes. Il eſt viſible que cette équation eſt inſuffiſante, & qu'on doit lui ſubſtituer celle que nous venons de donner.

Courbe cauſtique. *Voyez* Caustiqua.

Courbe Diacauſtique. *Voyez* Diacaustique.

Les meilleurs ouvrages dans leſquels on puiſſe s'inſtruire de la théorie des *courbes*, ſont, 1°. l'*enumeratio linearum tertii ordinis* de M. Newton d'où une partie de cet article Courbe eſt tiré; 2°. l'ouvrage de M. Stirling ſur le même ſujet, & *Geometria organica* de M. Maclaurin, dont nous avons parlé; 3°. les *uſages de l'analyſe* de Deſcartes, par M. l'abbé de Gua, déja cités, ouvrage original & plein d'excellentes choſes, mais qu'il faut lire avec précaution (*Voy.* Branche & Rebroussement); 4°. l'*introduction à l'analyſe des lignes courbes*, par M. Cramer, ouvrage très-complet, très-clair & très-inſtructif, & dans lequel on trouve d'ailleurs pluſieurs méthodes nouveles; 5°. l'ouvrage de M. Euler, qui a pour titre: *Introductio in analyſ. infinitorum*, Lauſan. 1748.

Sur les propriétés, la génération, *&c.*, des différentes *courbes* méchaniques particulieres, par exemple,

exemple, de la cycloïde, de la logarithmique, de la ſpirale, de la quadratrice, *&c. Voyez les articles* CYCLOÏDE, LOGARITHMIQUE, *&c.*

On peut voir auſſi la derniere ſection de l'application de l'Algebre à la Géométrie de M. Gniſnée, où l'on trouvera quelques principes généraux ſur les *courbes* méchaniques. *Voyez auſſi* MÉCHANIQUE *&* TRANSCENDANT.

On peut faire paſſer une *courbe* géométrique & réguliere par tant de points qu'on voudra d'une *courbe* quelconque irréguliere, tracée ſur le papier; car ayant imaginé dans le plan de cette *courbe* une ligne droite quelconque, qu'on prendra pour la ligne des abſciſſes, & ayant abaiſſé des points donnés de la *courbe* irréguliere des perpendiculaires à la ligne des x, on nommera a la premiere ordonée, & b l'abſciſſe qui lui répond; c la ſeconde ordonée, & e l'abſciſſe correſpondante; f la troiſieme ordonée, & g l'abſciſſe correſpondante, *&c.* Enſuite on ſuppoſera une *courbe* dont l'équation ſoit $y = A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + \&c.$; & faiſant ſucceſſivement $y = a$, $x = b$, $y = c$, $x = e$, $y = f$, $x = g$, *&c.* on déterminera les coëfficiens A, B, C, *&c.* en tel nombre qu'on voudra, & la *courbe* réguliere dont l'équation eſt $y = A + Bx + Cx^2$, *&c.*, paſſera par tous les points donnés. S'il y a n points donnés, il faudra ſuppoſer n coëfficiens A, B, C, D, *&c.* On peut donc faire approcher auſſi près qu'on voudra une *courbe* irréguliere d'une *courbe* réguliere, mais jamais on ne parviendra à faire coïncider l'une avec l'autre; & il ne faut pas s'imaginer qu'on puiſſe jamais, à la vue ſimple, déterminer l'équation d'une *courbe*, comme l'a cru le géometre dont avons parlé au commencement de cet article.

Les *courbes* dont l'équation $y = A + Bx + Cx^3$, *&c.*, s'appelent *courbes de genre parabolique*. *Voyez* PARABOLIQUE. Elles ſervent à rendre une *courbe* quelconque irréguliere ou méchanique, le plus géométrique qu'il eſt poſſible; elles ſervent auſſi à la carrer par approximation. *Voy.* QUADRATURA. Au reſte, il y a des *courbes*, par exemple, les *courbes ovales* ou *rentrant en elles-mêmes*, par leſquelles on ne peut jamais faire paſſer une *courbe* de genre parabolique, parce que dans cette derniere *courbe*, l'ordonée n'a jamais qu'une valeur, & que dans les *courbes* ovales, elle en a toujours au moins deux. Mais on pouroit, par exemple, raporter ces *courbes*, lorſqu'elles ont un axe qui les diviſe en deux également, à l'équation $yy = A + Bx + Cx^3 +$, &c. *Voyez* MÉTHODE DIFFÉRENTIELLE.

Courbe à double courbure. On appele ainſi une *courbe* dont tous les points ne ſauroient être ſuppoſés dans un même plan, & qui, par conſéquent, eſt doublement *courbe*, & par elle-même, & par la ſurface ſur laquelle on peut la ſuppoſer appliquée. On diſtingue, par cette dénomination, les *courbes* dont il s'agit, d'avec les *courbes* à ſimple courbure ou *courbes* ordinaires. M. Clairant a donné un traité de ces *courbes* à double courbure; c'eſt le premier ouvrage qu'il ait publié.

Une *courbe* quelconque a double courbure étant ſuppoſée tracée; on peut projeter cette *courbe* ſur deux plans différens, perpendiculaires l'un à l'autre, & les projections ſeront deux *courbes* ordinaires qui auront un axe commun & des ordonées différentes. L'équation d'une de ces *courbes* ſera, par exemple, en x, & en y, l'autre en x & en z. Ainſi, l'équation d'une *courbe* à double courbure ſera compoſée de deux équations à deux variables chacune, qui ont chacune une même variable commune. Il eſt à remarquer que quand on a l'équation en x & en y, & l'équation en x & en z, on peut avoir, par les regles connues (*Voyez* ÉQUATION), une autre équation en y & en z; & ce ſera l'équation d'une troiſieme *courbe*, qui eſt la projection de la *courbe* à double courbure ſur un troiſieme plan perpendiculaire aux deux premiers.

On peut regarder, ſi l'on veut, une des *courbes* de projection, par exemple, celle qui a pour coordonées x & y, comme l'axe curviligne de la *courbe* à double courbure. Si on veut avoir la tangente de cette derniere *courbe* en un point quelconque, on ménera d'abord la tangente de la *courbe* de projection au point correſpondant, c'eſt-à-dire, au point qui eſt la projection de celui dont on demande la tangente; & ſur cette tangente, prolongée autant qu'il ſera néceſſaire, on prendra une partie $= \frac{z\,ds}{dz}$, ds exprimant le petit arc de la *courbe* de projection: on a le raport de ds à dx par l'équation de la *courbe* en x & en y (*Voyez* TANGENTE *&* DIFFÉRENTIEL); on a celui de dx à dz par l'équation de la *courbe* en x & en z. Donc $\frac{z\,ds}{dz}$ poura toujours être exprimé par une quantité finie, d'où les différentielles diſparoîtront. Une *courbe* à double courbure eſt algébrique, quand les deux *courbes* de projection le ſont; elle eſt méchanique, quand l'une des *courbes* de projection eſt méchanique, ou quand elles le ſont toutes deux. Mais, dans ce dernier cas, on n'en trouvera pas moins les tangentes; car, par l'équation différentielle des *courbes* de projection, on aura toujours la valeur de ds en dx, & celle de dz en dx.

Surfaces courbes. Une ſurface *courbe* eſt repréſentée, en Géométrie, par une équation à trois variables, par exemple, x, y & z. En effet, ſi on prend une ligne quelconque au dedans ou au dehors de la ſurface *courbe* pour la ligne des x, & qu'on imagine à cette ligne une infinité de plans perpendiculaires qui coupent la ſurface *courbe*, ces plans formeront autant de *courbes* dont l'équation ſera en y & en z, & dont le parametre ſera la diſtance variable x du plan coupant à l'origine des x. Ainſi, $zz = xx - yy$, eſt l'équation d'un cône droit & rectangle, dont l'axe eſt

la ligne des x. M. Deſcartes eſt le premier qui ait déterminé les ſurfaces *courbes* par des équations à trois variables, comme les lignes *courbes* par des équations à deux.

Une ſurface *courbe* eſt géométrique, quand ſon équation eſt algébrique & exprimée en termes finis; elle eſt méchanique, quand ſon équation eſt différentiele & non algébrique : dans ce cas, on peut repréſenter l'équation de la ſurface *courbe* par $dz = \alpha\,dx + \beta\,dy$, α & β étant des fonctions de x, de y, & de z. Il ſemble d'abord qu'on aura cette ſurface *courbe*, en menant à chaque point de la ligne des x un plan perpendiculaire à cette ligne, & en traçant enſuite ſur ce plan la *courbe* dont l'équation eſt $dz = \beta\,dy$, x étant regardée comme un parametre conſtant, & dx étant ſuppoſée $= 0$. Cette conſtruction donneroit à la vérité une ſurface *courbe*; mais il faut que la ſurface *courbe* ſatisfaſſe encore à l'équation $dz = \alpha\,dx$, y étant regardé comme conſtant, c'eſt-à-dire, il faut que les ſections de la ſurface *courbe*, par un plan parallele à la ligne des x, ſoient repréſentées par l'équation $dz = \alpha\,dx$. Or cela ne peut avoir lieu que lorſqu'il y a une certaine condition entre les quantités α & β, condition que M. Fontaine, de l'académie des Sciences, a découvert le premier. On trouvera auſſi dans les *Mémoires de l'Académie de Petersbourg*, *tom. iij*, des recherches ſur la ligne la plus courte que l'on puiſſe tracer ſur une ſurface *courbe* entre deux points donnés. Sur une ſurface plane, la ligne la plus courte eſt une ligne droite; ſur une ſurface ſphérique, la ligne la plus courte eſt un arc de grand cercle paſſant par les deux points donnés. Et en effet il eſt aiſé de voir, par les principes de la Géométrie ordinaire, que cet arc eſt plus petit que tout autre ayant la même corde; car, à cordes égales, les plus petits arcs ſont ceux qui ont un plus grand rayon. *Voyez* auſſi les *Œuvres* de Jean Bernoulli, *tom. iv*, *pag.* 108. La ligne dont il s'agit a cette propriété, que tout plan paſſant par trois points infiniment proches, ou deux côtés contigus de la *courbe*, doit être perpendiculaire au plan qui touche la *courbe* en cet endroit. En voici la preuve. Toute *courbe* qui paſſe par deux points infiniment proches d'une ſurface ſphérique, & qu'on peut toujours regarder comme un arc de cercle, eſt évidemment la ligne la plus courte, lorſqu'elle eſt un arc de grand cercle; & cet arc de grand cercle eſt perpendiculaire au plan touchant, comme on peut le démontrer aiſément par les élémens de Géométrie. Or toute portion de ſurface *courbe* infiniment petite peut être regardée comme une portion de ſurface ſphérique, & toute partie de *courbe* infiniment petite comme un arc de cercle : donc, *&c.* La perpendiculaire à la méridiene de la France, tracée par M. Caſſini, eſt une *courbe* à double courbure, & eſt la plus courte qu'on puiſſe tracer ſur la ſurface de la terre, regardée comme un ſphéroïde aplati. *Voyez les Mémoires de l'Acad. de* 1732 & 1733. Voilà tout ce que nous pouvons dire, ſur cette matiere, dans un ouvrage de l'eſpece de celui-ci.

Des courbes méchaniques, & de leur uſage pour la conſtruction des équations différentielles. Nous avons expliqué plus haut ce que c'eſt que ces *courbes*. Il ne s'agit que d'expliquer ici comment on les conſtruit, ou, en général, comment on conſtruit une équation différentiele. Soit, par exemple, $dy = \frac{a\,a\,dx}{\sqrt{2ax - xx}}$ une équation à conſtruire, on aura $y = \int \frac{a\,a\,dx}{\sqrt{2ax - xx}} + C$, C étant une conſtante qu'on ajoute, parce que $\int \frac{a\,a\,dx}{\sqrt{2ax - xx}}$ eſt ſuppoſé $= 0$ lorſque $x = 0$, & qu'on ſuppoſe que $x = 0$ rend $y = C$. (*Voyez* CONSTANTE.) On conſtruira d'abord une *courbe* géométrique, dont les ordonés ſoient $\frac{a\,a}{\sqrt{2ax - xx}}$: les abſciſſes étant x, l'aire de cette *courbe* (*Voyez* QUADRATURE) ſera $\int \frac{a\,a\,dx}{\sqrt{2ax - xx}}$; ainſi, en ſuppoſant cette *courbe* carrable, ſi on fait un carré $zz = \int \frac{a\,a\,dx}{\sqrt{2ax - xx}}$, on aura $y = \frac{zz}{a} + C$, & on conſtruira la *courbe* dont l'ordonée eſt y.

Cette méthode ſuppoſe, comme on voit, que les indéterminées ſoient ſéparées dans l'équation différentiele (*Voyez* INTÉGRAL); elle ſuppoſe de plus les quadratures, ſans cela elle ne pouroit réuſſir.

Soit en général $X\,dx = Y\,dy$, X étant une fonction de x (*Voyez* FONCTION), & Y une fonction de y. On conſtruira d'abord, par la méthode précédente, une *courbe* dont les abſciſſes ſoient x, & dont les ordonées z ſoient $= \int X\,dx$ diviſé par une conſtante convenable, c'eſt-à-dire, par une conſtante m qui ait autant de dimenſions qu'il y en a dans X; en ſorte que $\int -\frac{X\,dx}{m}$ ſoit d'une dimenſion, pour pouvoir être égale à une ligne z. Enſuite on conſtruira de même une *courbe* dont les abſciſſes ſoient y, & dont les ordonées u ſoient $= \int -\frac{Y\,dy}{m}$; prenant enſuite u dans la derniere *courbe* $= z$ dans l'autre, on aura l'x & l'y correſpondantes; & ces x & y joints à angles droits, ſi les coordonées doivent faire un angle droit, donneront la *courbe* qu'on cherche.

Voyez, dans la *derniere ſection* de l'application de l'Algebre à la Géométrie de M. Guiſuée, & dans l'*analyſe des infiniment petits* de M. de l'Hôpital, pluſieurs exemples de conſtruction des équations différentielles par des *courbes méchaniques*. (*O*).

COURBURE, ſ. f. (*Géom.*). On appele ainſi la quantité dont un arc infiniment petit d'une courbe quelconque, s'écarte de la ligne droite: or un arc infiniment petit d'une courbe, peut être conſidéré comme un arc de cercle (*Voyez* DÉVELOPÉE); par conſéquent on détermine la *courbure* d'une courbe par celle d'un arc de cercle infiniment petit. Imaginons donc, ſur une corde infiniment petite, deux arcs de cercle qui aient différens rayons; le plus petit ſera plus écarté de ſa corde que le plus grand, & on démontre, en Géométrie, que les écarts ſeront en raiſon inverſe des rayons des cercles: donc, en général, la *courbure* d'un cercle eſt en raiſon inverſe de ſon rayon, & la *courbure* d'une courbe, en chaque point, eſt en raiſon inverſe de ſon rayon oſculateur. Au reſte, il y a de l'arbitraire dans cette définition; car ſi, d'un côté, on peut dire qu'un arc de petit cercle eſt plus courbe qu'un arc de grand cercle raporté à la même corde, on peut dire, d'un autre côté, que ces arcs ſont également courbes, raportés à des cordes différentes & proportioneles à leurs rayons; & cette façon de parler pouroit être admiſe auſſi, d'autant que les cercles ſont des courbes ſemblables. En nous conformant à la premiere définition; il eſt clair que la *courbure* d'une courbe en un point quelconque eſt finie, ſi le rayon oſculateur en ce point eſt fini; que la *courbure* eſt nulle, ſi le rayon oſculateur eſt infini; & que la *courbure* eſt infinie, ſi le rayon oſculateur eſt $= o$. Voyez *la Scholie ſur le lemme XI des prine. math.* de Newton, *l. I.* M. Cramer, *chap. iij &* M. Euler, *l. II, ch. xiv.* Il y a cependant, ſur ce dernier chapitre, quelques obſervations à faire. *Voyez* REBROUSSEMENT. (*O*).

COURONE, ſ. f. *en Géométrie*, eſt un plan terminé ou enfermé par deux circonféreuces paralleles de cercles inégaux, ayant un même centre, & qu'à cauſe de cela on appele *cercles concentriques*. On a la ſurface de la *courone*, en multipliant ſa largeur par la longueur de la circonférence, moyene arithmétique entre les deux circonférences qui la terminent, c'eſt-à-dire, que, ſi l'on veut meſurer la *courone* dont la largeur eſt *A B*, *Pl. Géom. Fig.* 53, & qui eſt terminée par les cercles dont les rayons ſont *C A* & *C B*, il faut prendre le produit de la largeur *A B* & de la circonférence décrite du centre *C* par le point de milieu *D* de la largeur *A B*. La démonſtration en eſt bien ſimple; ſoit a le rayon du grand cercle, c ſa circonférence, $\frac{ca}{2}$ ſera ſon aire; ſoit r le rayon du petit cercle, $\frac{ca}{2} \times \frac{rr}{aa}$ ou $\frac{crr}{2a}$ ſera ſon aire; donc la différence des deux aires, c'eſt-à-dire, la ſurface de la *courone* $= \frac{ca}{2} - \frac{crr}{2a} = (a - r) \times \frac{c}{2} \frac{a+r}{a}$. Or $AB = a - r$, & la circonférence, dont le rayon eſt CD, a pour expreſſion $\frac{c}{a} \times \left(r + \frac{a-r}{2}\right) = c\left(\frac{a+r}{2a}\right)$. Donc, *&c.* (*O*).

COURONE *auſtrale*, *corona auſtrina*, *corolla notia*, *ſertum auſtrale*, *caduceus*, *orbiculus capitis*, *corona ſagittarii*, *rota Ixionis*. Cette conſtellation paroît à peine ſur notre horizon au commencement du mois de juillet, vers le milieu de la nuit. Les poëtes racontent que Bacchus plaça dans le ciel cette *courone* à l'honeur de ſa mere Sémélé; d'autres diſent que cette *courone* eſt celle qui fut déférée à Corinne de Thebes, fille d'Archelodore, célebre par ſes ſuccès dans la Poéſie, & qui remporta cinq fois la victoire ſur Pindare.

La principale étoile de la *courone* n'eſt que de 5e. grandeur. Elle avoit, en 1750, 283° 6′ 35″ d'aſcenſion droite, & 38° 16′ de déclinaiſon auſtrale; ainſi, elle eſt viſible ſur l'horizon de Paris.

COURONE *boréale*, (*Aſtron.*); conſtellation formée de 21 étoiles, ſuivant le catalogue britannique, *corona Ariadnæ*, *Cretica*, *Gnoſſia*, *corona Vulcani*, *Amphitritæ*, *Theſei*, *Minoïs*, *Diadema Cœli*, *Oculus*. La plus belle des étoiles de cette conſtellation s'appele ſpécialement *Gnoſſia*, *Gemma*, *Margarita*, *Pupilla*, *Roſa aperta*; chez les Arabes, *Mumir*.

La figure de cette conſtellation ſuffiſoit pour y faire imaginer une *courone*. Les poëtes ſuppoſent que c'eſt celle d'Ariadne, fille de Minos & de Paſiphaë, qui aida Théſée à ſe tirer du labyrinthe de Crete; de là l'épithete de *Gnoſſia*, *Cretica*. Ariadne fut enſuite abandonée dans l'île de Naxos & épouſée par Bacchus: ce dieu plaça dans le ciel une *courone* que Vulcain avoit donnée à Vénus, & Vénus à Ariadne. Cette conſtellation eſt ſituée entre Hercule & Ophiucus, comme Ovide l'a remarqué.

. . . . . *Utque perenni*
Sidere clara foret, ſumptam de fronte coronam
Immiſit cœlo: tenues volat illa per auras;
Dumque volat, gemmæ nitidos vertuntur in ignes;
Conſiſtuntque loco, ſpecie remanente coronæ,
Qui medius uixique genu eſt, anguemque tenentis.

Métam. VIII, 177.

Bacchus amat flores, Baccho placuiſſe coronam
Ex Ariadnæo fidere noſſe potes.

Faſt. V.

D'autres ont écrit que cette *couronne* étoit celle que Thésée reçut d'Amphitrite, lorsqu'il se jeta dans la mer pour y chercher la perle de Minos. M. Dupuis prouve que cette constellation a formé la fameuse Proserpine des anciens, & que le serpentaire, qui est au dessous, est leur Pluton. En effet, la *couronne* boréale porte le même nom que Proserpine, *Libera*, suivant Ovide; elle fixoit, par son lever héliaque, le passage du soleil dans les signes inférieurs, & le commencement du regne de la nuit & de l'empire de Pluton. Elle se leve après la vierge ou Cérès, au temps des semailles; mais son lever du soir annonçoit le printemps: aussi Proserpine étoit six mois dans le ciel, & elle avoit deux fêtes (*Astron. iv, p. 567*). Jupiter, amoureux de Cérès, se change en taureau; il lui présente les testicules d'un bélier qu'il a coupés; il en naît Proserpine, dont ensuite il devient amoureux: cela veut dire que le soleil sortant du bélier, la vierge se couche le matin, le taureau se couche le soir au même endroit, & fait lever la *couronne*; Jupiter Taureau fécondant Cérès, jete dans son sein le germe de la fécondité qu'il a emprunté du bélier. Jupiter s'unit à elle sous la forme d'un serpent, & il en naît un taureau, parce que quand elle se couche, le taureau, se leve, & le soleil est vers le serpentaire. (*D. L.*)

COURSIER, (*Hydraul.*), est un chemin entre deux rangs de pilotis ou de planches, que l'on donne à l'eau pour ariver aux aubes de la roue d'un moulin, & qu'on ferme quand on veut, en baissant la vanne qui est au devant de la roue. (*K*).

COUSSINETS, (*Astron.*); pieces de métal de timbre concaves, qui supportent les axes d'une lunete ou d'un instrument des passages; ils sont représentés dans les nos 8 & 9, figure 213 d'Astronomie. (*D. L.*)

COUVRIR, *au Trictrac*; c'est placer une dame sur une autre qui étoit découverte ou seole. *Voyez* TRICTRAC.

CRAPAUDINE, (*Hydraul.*), sont des especes de boîtes ou cofres de tôle, de plomb, de bois, ou simplement des grilles de fil d'archal, qui renferment les soupapes pour garantir des ordures inséparables des fontaines. Elles se placent encore au devant des tuyaux de décharge, qui fournissent d'autres bassins ou qui vont se perdre dans des puisards. On les perce de plusieurs trous, pour donner à l'eau un passage libre. (*K*).

CRATICULAIRE, adj. (*Optique*). On appele *prototype & ectype craticulaire*, le modele d'une anamorphôse & l'anamorphôse même. *Voyez* ANAMORPHÔSE.

CRÊCHE, (*Hydraul.*); espece d'éperon bordé d'une file de pieux, & rempli de maçonerie devant & derriere les avant-becs de la pile d'un pont. C'est encore une file de pieux en maniere de bâtardeau rempli de maçonerie, pour empêcher que l'eau ne dégravoie un pilotis. (*K*).

CRÉPUSCULAIRE, (*Astron.*), cercle *crépusculaire*, petit cercle parallele à l'horizon, & abaissé au dessous de l'horizon de 18 degrés; c'est le cercle terminateur des crépuscules.

CRÉPUSCULE, s. m., *en Astronomie*, est le temps qui s'écoule depuis la premiere pointe du jour jusqu'au lever du soleil, & depuis le coucher du soleil, jusqu'à la nuit fermée.

On suppose ordinairement que le *crépuscule* commence & finit quand soleil est à 18 degrés au dessous de l'horizon. Il dure plus long-temps dans la sphere oblique que dans la sphere droite, parce que le soleil, descendant obliquement, emploie plus de temps à s'abaisser de 18 degrés: par la même raison, le *crépuscule* est plus long en été qu'en hiver.

Les *crépuscules* sont causés par la réfraction que soufrent les rayons du soleil en passant par l'atmosphere, qui refléchit ensuite ces rayons jusqu'à nos ieux. En effet, supposons un observateur en *O*, *Pl. Astronomique*, *Fig.* 111, dont l'horizon sensible soit *AB*, & que le soleil *S* soit au dessous de l'horizon; le rayon *SE* entre d'abord dans l'atmosphere en *E*, & devroit naturélement continuer sa route soivant *ET*, en s'éloignant de la terre. Mais, comme les couches de l'atmosphere sont d'autant plus denses qu'elles sont plus proches de la terre, les rayons du soleil passent continuélement d'un milieu plus rare dans un plus dense: ils doivent donc se rompre (*Voyez* RÉFRACTION) en s'approchant toujours de la perpendiculaire, c'est-à-dire, du demi-diametre *CE*. Par conséquent ces rayons n'iront point en *T*, mais viendront toucher la terre en *D*, pour tomber ensuite sur *A* en un point de l'horizon sensible; & de tous les rayons qui sont rompus en *E*, aucun ne peut ariver en *A* que le rayon *AD*. Or, comme les particules de l'atmosphere réfléchissent les rayons du soleil (*Voyez* RÉFLEXION), & que l'angle *DAC* est égal à *CAO*, les rayons réfléchis en *A* viendront en *O*, lieu du spectateur; ainsi, le spectateur recevra quelques rayons, & par conséquent commencera à apercevoir la pointe du jour.

On peut expliquer de la même maniere le *crépuscule* du soir, par la réfraction & la réflexion des rayons du soleil.

L'abaissement du soleil sous l'horizon, au commencement du *crépuscule* du matin ou à la fin du *crépuscule* du soir, se détermine aisément, savoir, en observant le moment où le jour commence à paroître le matin, ou bien celui où il finit le soir, & trouvant ensuite le lieu du soleil pour ce moment, & par conséquent la quantité dont il est abaissé au dessous de l'horizon.

Alhazen trouve cet abaissement du cercle crépusculaire de dix-neuf degrés, Tycho de dix-sept, Stevin de dix-huit, Cassini de quinze; Riccioli le matin dans les équinoxes de 16d, le soir de 20d 30', le matin au solstice d'été de 21d 25', & le matin au solstice de l'hiver de 17d 25'.

Digitized by Google

On ne ſera point étoné de la différence qui ſe trouve entre les calculs de ces divers aſtronomes, ſi l'on remerque que la cauſe du *crépuſcule* eſt ſujete à divers chengemens. En effet, ſi les exheleiſons répandues dans l'atmoſphere ſont plus abondantes ou plus hautes qu'à l'ordinaire, le *crépuſcule* du matin commencera plutôt, & celui du ſoir finira plutard; car plus les exhaleiſons ſeront abondantes, plus il y aura de rayons réfléchis, par conſéquent plus la lumiere ſere grande; & plus les exhelaiſons ſeront heutes, plus elles ſeront éclairées de bonne heure par le ſoleil. À quoi on peut ajouter que quand l'air eſt plus denſe, la réfrection eſt plus grande; & que non ſeulement la denſité de l'atmoſphere eſt variable, mais auſſi ſa hauteur par raport à la terre. Cependant il peroît qu'aujourd'hui les aſtronomes conviennent aſſez généralement de prendre dix-huit degrés pour le quantité du moins moyene de l'abaiſſement du ſoleil, à la fin ou au commencement du *crépuſcule*.

De ce que nous venons de dire, il s'enſuit que quand le déclinaiſon du ſoleil & l'abaiſſement de l'équateur ſous l'horizon ſont tels que le ſoleil ne deſcend pas de 18 degrés en deſſous de l'horizon, le *crépuſcule* doit durer toute la nuit. C'eſt pour cela qu'à Paris, vers le ſolſtice d'été, nous n'avons pour ainſi dire point de nuit, & que dans des climats plus ſeptentrionaux, il n'y en a point du tout, quoique le ſoleil ſoit ſous l'horizon. C'eſt ce qui arive quand la différence entre l'abaiſſement de l'équateur & la déclinaiſon boréale du ſoleil eſt plus petite que 18 degrés. Il ſuffit de faire la figure pour s'en convaincre.

L'élévation du pole & la déclinaiſon du ſoleil étant données, trouver le commencement du crépuſcule *du matin & la fin du* crépuſcule *du ſoir*. Soit *P* le pole, *Fig.* 515, *Z* le zénit, *S* le ſoleil abaiſſé de 18 degrés en deſſous de l'horizon *HO*; dans le triangle *PSZ*, les trois côtés ſont donnés; ſavoir, *PZ* complément de l'élévation *PO* du pole, *PS* complément de la déclinaiſon, & *SZ* ſomme du quart de cercle *ZA*, & de l'abaiſſement *AS* du ſolcil: on tronvera l'angle horeire *ZPS* par les regles de la Trigonométrie ſphérique. Enſuite on convertira en temps le nombre de degrés de cet angle à raiſon de 15 degrés par heure, & l'on aura le temps qui doit s'écouler depuis le commencement du *crépuſcule* du matin juſqu'à midi.

Pour trouver le *crépuſcule* par le moyen du globe artificiel, on placere le lieu du ſoleil & l'aiguille de la roſete ſur midi, on conduira le lieu du ſoleil à 18 degrés au deſſous de l'horizon, & l'aiguille marquera l'heure.

Le *crépuſcule* eſt un des principaux aventeges que nous retirons de notre atmoſphere. En effet, ſi nous n'avions point d'atmoſphere autour de nous, la nuit viendroit dès que le ſoleil ſe cacheroit ſous notre horizon, ou le jour naîtroit dès que le ſoleil reparoîtroit, & nous paſſerions ainſi tout-d'un-coup des ténebres à la lumiere & de le lumiere eux téuebres. L'atmoſphere dont nous ſommes environés fait que le jour & la nuit ne vienent que par des degrés inſenſibles.

Les *crépuſcules* d'hiver ſont moins longs que ceux d'été, parce qu'en hiver, l'eir, étant plus condenſé, doit avoir moins de heuteur, & par conſéquent les *crépuſcules* finiſſent plutôt: c'eſt le contraire en été. De plus, les *crépuſcules* du matin ſont plus courts que ceux du ſoir; car l'air eſt plus denſe & plus bas le matin que le ſoir, parce que la cheleur du jour le dilate & le raréfie, & par conſéquent augmente ſon volume & ſa hauteur. Le commencement du *crépuſcule* arive lorſque les étoiles de la ſixieme grandeur diſparoiſſeut le matin; mais il finit quand elles commencent à paroître ſur le ſoir, la lumiere du ſoleil étant le ſeul obſtacle qui les empêchoit de paroître. En été, vers les ſolſtices, le *crépuſcule* s'eſt trouvé quelquefois durer trois heures quarante minutes, à Bologne en Italie, & celui du ſoir preſque le moitié de la nuit. *Inſt. aſtron.* de M. le Monnier, *pag.* 402.

De toute ce que nous avons dit, il s'enſuit que le commencement du *crépuſcule* du matin ou la fin de celui du ſoir étant donnés, on trouvera facilement l'élévation de l'air qui réfléchit la lumiere: car la fin du *crépuſcule* arive lorſque les rayons *ED*, *Fig.* 515, qui partent du ſoleil raſent le terre, & ſe réfléchiſſent vers l'œil de l'obſervateur par les parties les plus élevées *A* de l'atmoſphere; de ſorte que, menant du point *O* un rayon *OA* teugent à la terre, qui ſoit réfléchi en *AD*, & qui raſe la terre en *D*, il faut que la hauteur *AN* de l'atmoſphere ſoit telle, que ce rayon *AD* faſſe evec l'horizon *AB* nn engle de 18 degrés, perce que le *crépuſcule* commence ou finit lorſque le ſoleil eſt à 18 degrés au deſſons de l'horizon. Le Hire a fait ce calcul dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris pour l'année 1713, en eyant égard à quelques autres circonſtances dont nous ne faiſons point mention ici, & qu'on peut voir dans ſon *Mémoire* & dans les *Inſt. aſtron. pag.* 403; il a trouvé le hauteur *AN* de l'atmoſphere cepable de réfléchir la lumiere à nos leux d'environ 55 $\frac{1}{5}$ lieues. (*O*).

Problême du plus court crépuſcule.

Il y e, pour chaque endroit du monde, un jour dans l'année où le crépuſcule eſt le plus court qu'il eſt poſſible. On trouve dans l'*Analyſe des infiniment petits*, à le fin de la troiſieme ſection, un problême où il s'agit de tronver ce jour du plus petit crépuſcule, l'élévation du pole étant donnée. On trouve euſſi nne ſolution de la même queſtion dens les *Inſt. Aſtronomiques* de M. le Monnier, page 407. Ce problême eſt réſoln très-élégament dans les deux onvrages, & ne préſente ancune difficulté conſidérable. Cependant M. Jean Bernoulll dit, dans le Recueil de ſes Œnvres, *tom.* 1, *pag.* 64, qu'il en a été occupé cinq ens

Digitized by Google

ſans en pouvoir venir à bout. Cela vient apparemment de ce qu'il avoit d'abord réſolu le problême analytiquement, au lieu d'employer l'eſpece de ſyntheſe qu'on trouve dans *l'Analyſe des infiniment petits*, & dans les *Inſt. Aſtr.* ſyntheſe qui rend la ſolution bien plus ſimple. En effet, ſi l'on réſout ce problême analytiquement, on tombe dans une équation du quatrieme degré, dont il faut d'abord trouver les quatre racines, & enſuite déterminer celle ou celles de ces racines qui réſolvent la queſtion. Comme cette matiere n'a été traitée dans aucun ouvrage que je ſache avec aſſez de détail, je vais la développer ici.

Soit, *Fig.* 172 *d'Aſtron.*, P le pole, Z le zénith, HO l'horizon, EC le rayon de l'équateur, Ee la déclinaiſon cherchée du ſoleil le jour du plus petit crépuſcule; bo le cercle crépuſculaire parallele à l'horizon, lequel cercle eſt abaiſſé au deſſous de l'horizon de 18 degrés, ſuivant les obſervations. Soit l'inconnue Ce ſinus de la déclinaiſon du ſoleil $= s$, & ſoient les données $CZ = 1$, CQ ſinus de 18 degrés $= k$, PN ſinus de la hauteur du pole $= b$, on trouvera $eT = \frac{bs}{\sqrt{1-bb}}$; $TS = \frac{k}{\sqrt{1-bb}}$, & par conſéquent $eS = \frac{bs+k}{\sqrt{1-bb}}$; or ce ou $\sqrt{1-ss}$ étant priſe pour ſinus total, eS eſt le ſinus de l'angle horaire depuis le moment de ſix heures juſqu'à la fin du crépuſcule, & eT le ſinus de l'angle horaire depuis le moment de ſix heures juſqu'à l'inſtant où le ſoleil atteint l'horizon; donc $\frac{ks+k}{\sqrt{1-bb}.\sqrt{1-ss}}$ eſt le ſinus du premier angle, & $\frac{bs}{\sqrt{1-bb}.\sqrt{1-ss}}$ eſt le ſinus du ſecond; or la différence de cer deux angles eſt proportionele au tempi du crépuſcule; donc, nommant le premier ſinus u, & le ſecond u', on aura $\int \frac{du}{\sqrt{1-uu}} - \int \frac{du'}{\sqrt{1-u'u'}}$, un *minimum*; & par conſéquent $\frac{du}{\sqrt{1-uu}} = \frac{du'}{\sqrt{1-u'u'}}$; ſubſtituant pour u & u' leurs valeurs, en ne faiſant varier que s, on parviendra à une équation de cette forme $\frac{b+sk}{\sqrt{1-ss-bb-2bsk-kk}} \frac{-b}{\sqrt{1-ss-bb}} = 0$; c'eſt-à-dire, $s^4 + \frac{2bs^3}{k} - ss + ssbb - \frac{2bs}{k} - bb = 0$.

Cette équation peut-être regardée comme le produit de ces deux-ci : $ss - 1 = 0$; $ss + \frac{2bs}{k} + bb = 0$ (*Voyez* ÉQUATION); d'où l'on tire les quatre valeurs ſuivantes de s; $s = 1$, $s = -1$; $s = -\frac{b}{k} + \sqrt{\frac{bb}{kk} - bb} = -\frac{b}{k} + \frac{b}{k}\sqrt{1-kk}$, & $s = -\frac{b}{k} - \frac{b}{k}\sqrt{1-kk}$.

Or, de ces quatre valeurs, il eſt d'abord évident qu'il faut rejeter les deux premieres; car l'une donneroit la déclinaiſon boréale du ſoleil $= 1$, l'autre la déclinaiſon auſtrale $= 1$, & cela ne ſe peut pour deux raiſons : 1°. parce que la déclinaiſon du ſoleil n'eſt jamais égale à 90 degrés: 2°. parce que $s = 1$, donneroit les ſinus des deux angles horaires égaux à l'infini, comme il eſt aiſé de le voir: ce qui ne ſe peut; car tout ſinus réel d'une angle réel ne ſauroit être plus grand que l'unité. Il ne reſte donc que les deux valeurs $-\frac{b-b\sqrt{1-kk}}{k}$ & $-\frac{b+b\sqrt{1-kk}}{k}$. J'examine d'abord la ſeconde de ces deux valeurs, & je vois qu'elle eſt négative; ce qui indique que la déclinaiſon donnée par cette valeur eſt auſtrale, & non boréale, comme nous l'avons ſuppoſé dans la ſolution.

D'ailleurs il faut que $\frac{b+b\sqrt{1-kk}}{k}$ ſoit plus petit que le ſinus total, & jamais plus grande que le ſinus e de $23^d\frac{1}{2}$, qui eſt la plus grande déclinaiſon du ſoleil; ce qui donne $b + b\sqrt{1-kk} < \text{ou} = ke$, & par conſéquent $b = \text{ou} < \frac{ke}{1+\sqrt{1-kk}}$. De plus, ſi on cherche la tangente de la moitié de l'angle dont le ſinus eſt k, c'eſt-à-dire, de la moitié de l'arc crépuſculaire de 18 degrés, & par conſéquent la tangente de neuf degrés, on trouvera que cette tangente eſt $\frac{k}{1+\sqrt{1-kk}}$; car, 1°. la tangente de l'angle dont le ſinus eſt k eſt $\frac{k}{\sqrt{1-kk}}$ (*Voyez* TANGENTE); 2°. ſi l'on diviſe cet angle en deux parties égales, & qu'on nomme x la tangente de la moitié de l'angle, on aura cette proportion $x : \frac{k}{\sqrt{1-kk}} - x :: 1 : \frac{1}{\sqrt{1-kk}}$; car on ſait que, dans un triangle dont

l'angle du ſommet eſt diviſé en deux parties égales, les parties de la baſe ſont comme les côtés adjacens. Donc $x = \frac{k}{1+\sqrt{1-kk}}$; donc, au lieu de $s = -b\left(\frac{1+\sqrt{1-kk}}{k}\right)$, on peut mettre $s = -\frac{b}{x}$; donc on dira, comme la tangente x de neuf degrés eſt au ſinus de l'élévation du pole, ainſi le ſinus total eſt au ſinus de la déclinaiſon auſtrale. Il faut donc, pour que s ſoit $= \frac{b}{x}$, que l'élévation du pole ſoit très-petite, puiſque x eſt déja une quantité très-petite, & que $\frac{b}{x}$ ne ſauroit être $> e$; ainſi, cette racine $s = \frac{-b}{x}$ ne ſervira de rien dans le cas où $+\frac{b}{x}$ ſera $> e$. Nous verrons dans la ſuite ce qu'elle indique lorſque $\frac{b}{x}$ eſt $< e$.

A l'égard de l'autre valeur $s = -\frac{b.b\sqrt{1-kk}}{k}$, elle eſt évidemment négative auſſi, puiſque 1 eſt $> \sqrt{1-kk}$; ce qui donne encore la déclinaiſon du ſoleil auſtrale; & comme on a $\frac{1-\sqrt{1-kk}}{k} = \frac{k}{1+\sqrt{1-kk}}$ (ce qu'il eſt aiſé de voir en multipliant en croix les deux membres); il s'enſuit que cette ſeconde valeur eſt $= -bx$; donc on dira, comme le rayon eſt à la tangente de neuf degrés, ainſi le ſinus de la hauteur du pole eſt à la déclinaiſon auſtrale cherchée. C'eſt l'analogie que M. Jean Bernoulli & M. de l'Hôpital ont donnée pour la ſolution de ce problême, & la racine $s = -bx$ réſout par conſéquent la queſtion, parce que bx eſt toujours plus petit que e; car la tangente x de neuf degrés eſt plus petite que le ſinus e de $23^d\ \frac{1}{2}$. Mais l'autre racine $s = \frac{-b}{x}$ réſout-elle auſſi le problême? Voilà où eſt la difficulté. Pour la réſoudre, nous n'avons qu'à ſuppoſer, dans la ſolution primitive, que la déclinaiſon ſoit auſtrale au lieu d'être boréale, & faire le calcul comme deſſus, nous trouverons $\frac{k-bs}{\sqrt{1-ss}.\sqrt{1-bb}}$ pour le ſinus d'un des deux angles horaires, & $\frac{bs}{\sqrt{1-ss}.\sqrt{1-bb}}$ pour l'autre; nous verrons de plus que c'eſt alors la ſomme de ces angles, & non leur différence, qui eſt le temps du *crépuſcule*, comme il eſt aiſé de le prouver en conſidérant la figure, le point e ſe trouvant de l'autre côté de E; car le point c ſe trouvera alors entre les points T & S, & TS ſera égale non à la différence, mais à la ſomme de cS & de cT. Achevant donc le calcul, on trouvera une équation qui ne différera de l'équation du quatrieme degré en s trouvée ci-deſſus, que par les ſignes des termes impairs; c'eſt-à-dire, des termes où ſont s^3 & s. Cette équation ſera le produit de $ss-1$ par $ss - \frac{2bs}{k} + bb$, & l'on aura deux valeurs poſitives de s; ſavoir, $s = \frac{b \pm b\sqrt{1-kk}}{k}$, ce ſont les deux valeurs de s, lorſque la quantité du quatrieme degré $s^4 - \frac{2bs^3}{k} + \&c.$ eſt ſuppoſée $= 0$. Cela poſé, on peut regarder cette quantité comme le produit de $1-ss$ poſitive par $\frac{2bs}{s} - bb - ss$; & lorſque $s_4 - \frac{2bs^3}{k} + \&c.$, ſera > 0, ou aura $\frac{2bs}{k} - bb - ss > 0$, & $ss + bb - \frac{2bs}{k} < 0$, & par conſéquent $s - \frac{b}{k} < \frac{b\sqrt{1-kk}}{k}$, & $\frac{b}{k} - s < \frac{b\sqrt{1-kk}}{k}$. Donc $s < \frac{b}{k} + \frac{b\sqrt{1-kk}}{k}$, & $s > \frac{b-b\sqrt{(1-bb)}}{k}$. Donc la quantité $s^4 - \frac{2bs^3}{k}\ \&c. < 0$ donnera $s > \frac{b}{k} + \frac{b\sqrt{1-kk}}{k}$, & $s < \frac{b\,b\sqrt{1-kk}}{k}$. Or la quantité $s^4 - \frac{2bs^3}{k}\ \&c. = 0$, vient de $(sk-b)\sqrt{1-ss-bb} = \mp b\sqrt{1-ss-bb+2bks-kk}$; en ſuppoſant la ſomme ou la différence des deux angles horaires égale à un *minimum*, la ſomme pour le cas de $-b$ & la différence pour le cas de $+b$; donc la quantité $s^4 - \frac{2bs^3}{k}\ \&c. < 0$, ou $-s^4 +$

$\frac{2hs^3}{k}$ &c. > 0 viendra (en ſuppoſant $sk-h$ poſitive de $(sk-h)\sqrt{1-ss-hh} > h\sqrt{1-ss-hh+2hks-kk}$; or, pour que $sk-h$ ſoit poſitive dans cette conditiou, il faut prendre $s > \frac{h}{k} + h\frac{\sqrt{1-kk}}{k}$. Donc, ſi $s > \frac{h}{k} + h\frac{\sqrt{1-kk}}{k}$, on a la différence des deux angles horaires poſitive : je dis la différence, & non la ſomme; car, ſi c'étoit la ſomme, il faudroit que h, dans le ſecond membre, eût le ſigne $-$; donc la valeur de $s = \frac{h}{k} + h\frac{\sqrt{1-kk}}{k}$ donne, non la ſomme des deux arcs égale à un *minimum*, mais leur différence égale à un *minimum*; je dis à un *minimum*; car, prenant s plus grand que $\frac{h+h\sqrt{1-kk}}{k}$, la différence ſe trouve poſitive. *Voyez* MINIMUM. Donc la valeur de $s = \frac{h+h\sqrt{1-kk}}{k}$ ne réſout pas le problême du plus court *crépuſcule*, mais un autre problême qui n'eſt ni celui du plus court, ni celui du plus long *crépuſcule*, & qui néanmoins ſe réduit finalement à la même équation du quatrieme degré, parce que les quantités étant élevées au carré, la différence de ſignes diſparoît. Ceci ne ſurprendra point les algébriſtes qui ſavent que ſouvent une équation donne, par ſes différentes racines, non ſeulement la ſolution du problême qu'on s'eſt propoſé, mais la ſolution d'autres problêmes qui ont raport à celui-là, ſans être le même. Pluſieurs équations très-différentes, lorſqu'on n'a pas ôté les ſignes radicaux, deviennent la même lorſqu'on les ôte. *Voyez* ÉQUATION.

Enfin, ſi on ſuppoſe $s^4 - \frac{2hs^3}{k}$ &c. > 0, & $s > \frac{h-h\sqrt{1-kk}}{k}$, on trouvera que ces conditions donnent $-s^4 + \frac{2hs}{k}$ &c. < 0, & (à cauſe que $h-sk$ eſt ici poſitif) $(h-sk)\sqrt{1-ss-hh} < h\sqrt{1-ss-hh+2hsk-kk}$, & $h\sqrt{1-ss-hh-2hsk-kk} + (sk-h)\sqrt{1-ss-hh} > 0$; donc la différence de la ſomme des deux arcs eſt = 0, lorſque $s = \frac{h-h\sqrt{1-kk}}{k}$; & eſt poſitive, lorſque s eſt plus grand. Donc cette ſomme eſt un véritable *minimum* lorſque $s = \frac{h-h\sqrt{1-kk}}{k}$, & par conſéquent cette valeur de s eſt la ſeule qui réſolve véritablement le problême du plus court *crépuſcule*; je dis du plus court, & non pas du plus long. Car l'équation du plus long *crépuſcule* ſeroit la même que celle du plus court, en faiſant la différence = 0, parce que la regle pour les *maxima* & les *minima* eſt la même: ainſi, il pouvoit encore reſter ici de l'équivoque; mais elle eſt levée entiérement lorſque l'on conſidere que $s > \frac{h}{k} - h\frac{\sqrt{1-k}}{k}$ donne la différence poſitive, ce qui indique le *minimum*. Si la différence étoit négative, alors le temps du *crépuſcule* ſeroit un *maximum*. Mais dira-t-on quel ſera le jour du plus long *crépuſcule?* car il y en aura un. Je répouds que le plus long *crépuſcule* ne ſe trouve pas en faiſant la différence de la ſomme des arcs égale à zéru, mais en prenant le *crépuſcule* du jour de la plus grande déclinaiſon boréale du ſoleil, & celui du jour de la plus grande déclinaiſon auſtrale, & en cherchant lequel de ces deux *crépuſcules* eſt le plus grand. Car il n'y a qu'un ſeul *crépuſcule* qui ſoit le plus court, puiſqu'il n'y a qu'une valeur de s pour le plus court *crépuſcule*, donc c'eſt un des deux *crépuſcules* extrêmes, qui eſt le plus long. *Voyez*, ſur tout cela, les *articles* MAXIMUM & MINIMUM, où nous ferons pluſieurs remarques ſur les quantités plus grandes & plus petites.

M. de Maupertuis, dans la premiere édition de ſon *Aſtronomie nautique*, s'eſt propoſé la même queſtion que nous venons de diſcuter; il l'a réſolue en très-grande partie, & nous devons ici lui en faire honneur; cependant il y reſtoit encore quelque choſe à diſcuter, & c'eſt apparemment pour cette raiſon qu'il a ſupprimé cette ſolution dans la ſeconde édition de ſon ouvrage, pour n'être pas obligé, en la donnant tout au long, d'entrer dans un détail que ſon plan ne comportoit pas. Nous avons tâché d'y ſuppléer ici, & de remplir un objet que M. de Maupertuis auroit ſans doute rempli aiſément lui-même, s'il l'avoit jugé à propos. (*O*).

Autre ſolution, dans la forme du calcul Aſtronomique. Soit *HO* l'horizon, *Planches d'Aſtronomie*, *Fig.* 115, *CHZPOD* le méridien, *CSD* le cercle crépuſculaire abaiſſé de 18° ſous l'horizon, *Z* le zénith du lieu donné, *P* le pole élevé, *S* & *N* les deux points où le ſoleil coupe le cercle crépuſculaire & l'horizon, quand il ſe leve. La durée du *crépuſcule*, ou de ſon paſſage de *S* à *N*, eſt meſurée par l'angle *NPS*, que nous ſuppoſons le plus petit de tout. Soit *TPR* la durée

rée de ce même paſſage pour un parallele infiniment voiſin, ou, ſi l'on veut, pour le jour précédent ou pour le ſuivant. Par la nature du *minimum*, ces deux angles ſeront égaux : car, lorſqu'une quantité eſt la plus petite, ou la plus grande qu'elle puiſſe être, ſon changement eſt nul. Ôtant de ces deux angles la partie commune NPG, on aura $NPT = SPR$, ou $dZPN = dZPS$. Dans les triangles ZPN, & ZPS, qui ont deux côtés conſtans PZ & ZN, PZ & ZS, l'on a par les formules différenticles de la Trigonométrie ſphérique (*Aſtronomie de M. de la Lande*, *art.* 3821).

$$dPN : dZPN :: \textit{ſin.}\ PN : \textit{co-t.}\ ZNP,$$
$$dPS : dZPS :: \textit{ſin.}\ PS : \textit{co-t.}\ ZSP.$$

Si l'on ſuppoſe $PN = PS$, ainſi que $PT = PR$ (la différence n'eſt que de 1' 42" pour la latitude de Paris, & l'erreur ſur la durée du *crépuſcule* de 8" ; cette erreur ne ſeroit que de 42" à 70° de latitude), on aura $dPN = dPS$. Donc, ayant trois termes qui ſont égaux dans les deux analogies, il en réſulte que le quatrieme l'eſt auſſi, & que $ZNP = ZSP$, c'eſt-à-dire, que l'angle du vertical, avec le cercle de déclinaiſon, eſt conſtant dans le temps où le *crépuſcule* eſt le plus court.

Pour connoître la déclinaiſon du ſoleil qui a lieu lorſque ces deux angles ſont égaux, ſi l'on prend l'arc $SQ = 90° = ZN$, les triangles SQP, NZP ſeront égaux, puiſqu'ils ont deux côtés égaux avec l'angle compris. Donc $PQ = PZ$, & $ZQ = 18°$. Dans le triangle iſoſcele PQZ, ſi l'on abaiſſe un arc perpendiculaire EP, il diviſera la baſe ZQ en deux parties égales, & dans le triangle PES, on aura $\textit{co-ſ.}\ PE = \frac{\textit{co ſ.}\ PS}{\textit{co-ſ.}\ SE} = \frac{\textit{co-ſ.}\ PS}{\textit{ſin.}\ QE}$. Dans le triangle rectangle PEQ, l'on a auſſi $\textit{co-ſ.}\ PE = \frac{\textit{co-ſ.}\ PQ}{\textit{co-ſ.}\ QE} = \frac{\textit{co-ſ.}\ PZ}{\textit{co-ſ.}\ QE}$. Donc $\frac{\textit{co-ſ.}\ PS}{\textit{ſin.}\ QE} = \frac{\textit{co-ſ.}\ PZ}{\textit{co-ſ.}\ QE}$, & $\textit{co-ſ.}\ PS = \textit{co ſ.}\ PZ$ tang. QE, ou *ſin.* déclinaiſon = *ſin.* latitude tang. 9°. Cette déclinaiſon du ſoleil eſt auſtrale, parce que *co-ſ.* SE étant négatif, tang. QE, qui en dépend, l'eſt auſſi.

La durée du plus court *crépuſcule* eſt meſurée par l'angle $SPN = ZPQ$. Mais, dans le triangle iſoſcele ZPQ, on a $\textit{ſin.}\ \frac{1}{2}\ P = \frac{\textit{ſin.}\ \frac{1}{2}\ ZQ}{\textit{ſin.}\ PZ}$ (*Aſtronomie*, *art.* 3665) ; donc le ſinus de la moitié de l'angle qui répond à la durée du plus court *crépuſcule*, eſt égal au ſinus de 9° diviſé par le co ſinus de la latitude du lieu.

Par le moyen de ces deux équations, on trouve que le plus court *crépuſcule* arive à Paris quand le ſoleil a 6° 51' de déclinaiſon auſtrale ; ce qui a lieu vers le 2 mars, & le 10 octobre, & que ſa durée eſt de 1^h 47'. Mais le plus court *crépuſcule* qui puiſſe avoir lieu ſur la terre, eſt ſous l'équateur au temps de l'équinoxe, & il eſt de 1^h 52'. (*M.* Cagnoli.)

CRIC, ſ. m. (*Méch.*) ; machine dont pluſieurs ouvriers, entr'autres les charpentiers & les maçons, ſe ſervent pour élever les corps très-peſans. Elle eſt ordinairement compoſée de pluſieurs roues dentées, qui font ſortir d'une forte boîte, par une ouverture pratiquée en deſſus, une bâre de fer qui peut monter & deſcendre par le moyen des dents qu'on a pratiquées ſur ſes côtés, & dans leſquelles s'engrenent celles des roues. Cette bâre eſt terminée par un crochet qu'on applique aux poids à élever. Le principe de la force de cette machine eſt le même que celui des roues dentées. *Voyez* Dent.

CROISSANT, adj. (*Géom.*) On appele quantité *croiſſante*, une quantité qui augmente à l'infini ou juſqu'à un certain terme, par oppoſition à une quantité conſtante (*Voyez* Constant) ou à une quantité décroiſſante. Ainſi, dans l'hyperbole raportée aux aſymptotes, l'abſciſſe étant décroiſſante, l'ordonée eſt *croiſſante*. De même, dans un cercle, l'abſciſſe priſe depuis le ſommet étant *croiſſante*, l'ordonée eſt *croiſſante* juſqu'au centre, & enſuite décroiſſante, *&c.* (*O*).

Croissant (*Aſtron.*) ſe dit de la lune nouvele, qui nous montre une petite partie de ſa ſurface terminée par deux pointes, comme on le voit en *G*, *Planch. d'Aſtron. Fig.* 18. Quand la lune continue à s'éloigner du ſoleil, cette partie éclairée augmente juſqu'à ce que la lune ſoit pleine & dans ſon oppoſition. *Voyez* Lune.

Ce mot vient de *creſcens* ou de *creſco*, je crois, j'augmente. Les pointes ou extrémités du *croiſſant* s'appelent *cornes* ; l'une eſt méridionale, l'autre boréale. *Tertia jam lunæ ſe cornua lumine complent*, pour dire *voilà le troiſieme mois*.

On appele auſſi *croiſſant* la même figure de la lune en décours ; mais alors ſes pointes ou cornes ſont tournées du côté de l'occident, au lieu que, dans l'autre cas, elles ſont du côté de l'orient.

Peu avant ou après la nouvele lune, lorſque le *croiſſant* paroît aſſez foible & mince, on peut apercevoir, outre le *croiſſant*, le reſte du globe de la lune, à la vérité d'une lumiere beaucoup moins vive que le *croiſſant*. *Voyez* Lumiere cendrée. (*O*).

CROIX, (*Aſtron.*) ; nom de la conſtellation du cygne.

Croix (*Aſtron.*), *croix auſtrale* ou *croix du ſud*, *croiſade* ou *croiſete*, en anglois *croziers* ; conſtellation méridionale, remarquable par une étoile de la premiere grandeur, qui avoit, en 1750, 183° 13' 56" d'aſcenſion droite, 61° 42' 45" de déclinaiſon méridionale : cette conſtellation con-

tient 17 étoiles dans le *cælum auſtrale ſtelliferum* de M. de la Caille. (*D. L.*)

Croix *géométrique*. *Voyez* Arbalète.

CROIX OU PILE, (*analyſe des hazards*.) Ce jeu, qui eſt très-connu, & qui n'a pas beſoin de définition, nous fournira les réflexions ſuivantes. On demande combien il y a à parier qu'on amènera *croix* en jouant deux coups conſécutifs. La réponſe qu'on trouvera dans tous les auteors, & ſuivant les principes ordinaires, eſt celle-ci. Il y a quatre combinaiſons.

Premier coup.	Second coup.
Croix.	*Croix*.
Pile.	*Croix*.
Croix.	*Pile*.
Pile.	*Pile*.

De ces quatre combinaiſons, une ſeule fait perdre & trois font gâgner; il y a donc 3 contre 1 à parier en faveur du joueur qui jete la piece. S'il parioit en trois coups, on trouveroit huit combinaiſons, dont une ſeule fait perdre, & ſept font gâgner; ainſi, il y auroit 7 contre 1 à parier. *Voyez* Combinaison & Avantage. Cependant cela eſt-il bien exact? Car, pour ne prendre ici que le cas de deux coups, ne faut-il pas réduire à une les deux combinaiſons qui donnent *croix* au premier coup? Car, dès qu'une fois *croix* eſt venu, le jeu eſt fini, & le ſecond coup eſt compté pour rien. Ainſi, il n'y a proprement que trois combinaiſons de poſſibles:

Croix, premier coup.
Pile, *Croix*, premier & ſecond coup.
Pile, *pile*, premier & ſecond coup.

Donc il n'y a que 2 contre 1 à parier. De même, dans le cas de trois coups, on trouvera:

Croix.
Pile, *croix*.
Pile, *pile*, *croix*.
Pile, *pile*, *pile*.

Donc il n'y a que 3 contre 5 à parier. Ceci eſt digne, ce me ſemble, de l'attention des calculateurs, & iroit à réformer bien des regles unanimement reçues ſur les jeux de hazard.

Autre queſtion. Pierre joue contre Paul à cette condition, que, ſi Pierre amene *croix* du premier coup, il paycra un écu à Paul; s'il n'amene *croix* qu'au ſecond coup, deux écus; ſi au troiſieme coup, quatre, & ainſi de ſuite. On trouve, par les regles ordinaires (en ſuivant le principe que nous venons de poſer), que l'eſpérance de Paul, & par conſéquent ce qu'il doit mettre au jeu eſt $\frac{1+2+4+\&c.}{1+1+1+\&c.}$ quantité qui ſe trouve infinie. Cependant il n'y a perſone qui voulût mettre à ce jeu une ſomme un peu conſiderable. On peut voir dans les *Mémoires de l'Académie de Petersbourg*, *tome V*, quelques tentatives pour réſoudre cette difficulté; mais nous ne ſavons ſi on en ſera ſatisfait; & il y a ici quelque ſcandale qui mérite bien d'occuper les algébriſtes. Ce qui paroît ſurprenant dans la ſolution de ce problême, c'eſt la quantité infinie que l'on trouve pour l'eſpérance de Paul. Mais on remarquera que l'eſpérance de Paul doit être égale au riſque de Pierre. Ainſi, il ne s'agit que de ſavoir ſi le riſque de Pierre eſt infini, c'eſt-à-dire, (ſuivant la véritable notion de l'infini), ſi ce riſque eſt tel qu'on puiſſe toujours le ſuppoſer plus grand qu'aucun nombre fini aſſignable. Or, pour peu qu'on réfléchiſſe à la queſtion, on verra que ce riſque eſt tel en effet. Car ce riſque augmente avec le nombre des coups, comme il eſt très-évident par le calcul. Or le nombre des coups peut aller & va en effet à l'infini, puiſque, par les conditions du jeu, le nombre n'eſt pas fixé. Ainſi, le nombre indéfini des coups eſt une des raiſons qui font trouver ici le riſque de Pierre infini. *Voyez* Assent & Probabilité.

Selon un très-ſavant géometre, avec qui je raiſonois un jour ſur cette matiere, l'eſpérance de Paul & ſon enjeu ne peut jamais être infini, parce que le bien de Pierre ne l'eſt pas; & que, ſi Pierre n'a, par exemple, que 2^{20} écus de bien, il ne doit y avoir que 21 coups, après leſquels on doit ceſſer, parce que Pierre ne ſera pas en état de payer. Ainſi, le nombre des coups poſſibles eſt déterminé, fini & égal à 21, & on trouvera que l'eſpérance de Paul eſt $\frac{2^{21}-1}{21}$. Quoique cette ſomme ne ſoit plus infinie, je doute que jamais aucun joueur voulût la donner. Ainſi, cette ſolution, toute ingénieuſe qu'elle eſt, ne paroît pas d'abord réſoudre la difficulté. Cependant, toutes choſes bien examinées, il me ſemble qu'on doit en être ſatisfait. Car il ne s'agit pas ici de la peine ou de la facilité que Paul doit avoir à riſquer la ſomme en queſtion, il s'agit de ce qu'il doit donner pour jouer à jeu égal avec Pierre; & il eſt certain que ce qu'il doit donner eſt la ſomme ci-deſſus. Paul ſeroit un fou ſans doute de la donner; mais il ne le ſeroit, que parce que Pierre eſt un fou auſſi de propoſer un jeu où lui Pierre peut perdre en une minute des ſommes immenſes. Or, pour jouer avec un fou à jeu égal, il faut ſe faire fou comme lui. Si Pierre, jouant en un ſeul coup, parioit un million qu'il amènera *pile*, il faudroit que chacun mît au jeu un demi-million: cela eſt inconteſtable. Il n'y a pourtant que deux inſenſés qui puſſent jouer un pareil jeu.

Nous remarquerons à cette occaſion que, pour rendre plus completes, & pour ainſi dire plus uſuelles, les ſolutions de problêmes concernans les jeux, il ſeroit à ſouhaiter qu'on pût y faire

Digitized by Google

entrer les conſidérations morales, relatives, ſoit à la fortune des joueurs, ſoit à leur état, ſoit à leur ſituation, à leur force même (quand il s'agit des jeux de commerce), & ainſi du reſte. Il eſt certain par exemple, que, de deux hommes inégalement riches qui jouent à jeu égal ſuivant les regles ordinaires, celui qui eſt le moins riche riſque plus que l'autre. Mais, toutes ces conſidérations étant preſqu'impoſſibles à ſoumettre au calcul, à cauſe de la diverſité des circonſtances, on eſt obligé d'en faire abſtraction, & de réſoudre les problêmes mathématiquement, en ſuppoſant d'ailleurs les circonſtances morales parfaitement égales de part & d'autre, ou en les négligeant totalement. Ce ſont enſuite ces circonſtances, quand on vient à y faire attention, qui font croire le calcul en faute, quoiqu'il n'y ſoit pas. *Voyez* AVANTAGE, JEU, PARI, *&c.* (*O*).

CROTON, (*Aſtron.*); nom que l'on a donné quelquefois à la conſtellation du ſagittaire, parce qu'on a cru qu'elle repréſentoit l'ancien poëte *Croton*, qui étoit auſſi grand chaſſeur, & que l'on diſoit avoir été élevé ſur l'Hélicon, dans la compagnie des muſes, & enſuite placé dans le ciel à la priere de ces déeſſes. (*D. L.*).

CROWN-GLASS, (*Aſtron.*); nom anglois, qui eſt reçu depuis quelques années dans nos livres d'optique & d'aſtronomie; ce mot ſignifie *verre à couronne*, il ſignifie une eſpece de verre ſemblable à celui de nos vitres ordinaires, & que l'on tourne en plateaux ronds, par le moyen de la force centrifuge que produit le mouvement circulaire. Ce verre, dont on fait auſſi les vitres en Angleterre, fut employé avec ſuccès en 1759, par Dollond le pere, pour les lunetes achromatique, combiné avec le *flint-glaſs* ou cryſtal d'Angleterre; il remédie à la diſperſion des rayons colorés, qui forment des iris au foyer des lunetes ordinaires; la diſperſion de ce verre, ou la longueur du ſpectre coloré qu'il produit, n'étant que les deux tiers de la diſperſion qui a lieu dans le *flint-glaſs*. *Voyez* ACHROMATIQUES & LUNETES. (*D. L.*)

CRUCIFORME, adj. (*Géom.*) hyperbole *cruciforme*, eſt une hyperbole du troiſieme ordre, ainſi appelée par M. Newton, parce qu'elle eſt formée de deux branches qui ſe coupent en forme de croix. *Voyez* COURBE. (*O*).

CRYSTAL (*cieux de*), en *Aſtronomie*, étoient des orbes que les anciens aſtronomes avoient imaginés dans le ſyſtême de Ptolémée, où les cieux étoient ſuppoſés ſolides, & n'être ſuſceptibles que d'un mouvement ſimple. Les aſtronomes anciens s'en ſervoient pour expliquer différens mouvemens apparens de la ſphere céleſte. *Voyez* CIEL & SYSTÊME.

Les découvertes modernes ont débarraſſé la phyſique de cette abſurde complication. L'embarras de tous ces cieux de *cryſtal* étoit ſi grand, pour les anciens mêmes, que le roi Alphonſe, qui étoit obligé d'en imaginer de nouveaux, parce qu'il ne connoiſſoit rien de meilleur, diſoit que, ſi Dieu l'eût appelé à ſon conſeil quand il fit le monde, il lui auroit donné de bons avis. Ce grand prince vouloit ſeulement dire par-là qu'il lui paroiſſoit difficile que Dieu eût fait le monde ainſi. (*O*).

CRYSTAL *d'Angleterre* pour les lunetes. *Voyez* FLINT-GLASS.

CUBATURE *ou* CUBATION D'UN SOLIDE, (*Géom.*); c'eſt l'art ou l'action de meſurer l'eſpace que comprend un ſolide, comme un cône, un cylindre, une ſphere. *Voyez* CÔNE, PYRAMIDE, CYLINDRE, *&c.*

La *cubature* conſiſte à meſurer la ſolidité du corps comme la *quadrature* conſiſte à en meſurer la ſurface. Quand on a déterminé cette ſolidité, on trouve enſuite un cube qui ſoit égal au ſolide propoſé, & c'eſt-là probablement la *cubature*. Ce ſecond problême eſt ſouvent fort difficile, même après que le premier eſt réſolu. Ainſi, ſi l'on trouvoit un ſolide qui fût double d'un certain cube connu, par exemple, d'un pied cube, il ſeroit enſuite fort difficile d'aſſigner exactement un cube qui fût égal au ſolide trouvé, & par conſéquent double du cube connu. *Voyez* DUPLICATION DU CUBE. Le problême de la *cubature* de la ſphere, outre la difficulté de la quadrature du cercle qu'il ſuppoſe, renferme encore celle de cuber le ſolide qu'on auroit trouvé égal en ſolidité à la ſphere. (*O*).

CUBE, ſub. m. *en terme de Géométrie*, ſignifie *un corps ſolide régulier*, compoſé de ſix faces carrées & égales, & dont tous les angles ſont droits, & par conſéquent égaux. *Voyez* SOLIDE.

Ce mot vient du grec κύβος, *teſſera*, dé.

Le cube eſt auſſi appelé *hexaëdre*, à cauſe de ſes ſix faces. *Voyez* HEXAÉDRE.

On peut conſidérer le *cube* comme engendré par le mouvement d'une figure plane carrée le long d'une ligne égale à un de ſes côtés, à laquelle cette figure eſt toujours perpendiculaire dans ſon mouvement. D'où il ſuit que toutes les ſections du *cube* paralleles à ſa baſe, ſont égales en ſurface à cette baſe, & conſéquemment ſont égales entr'elles.

Pour conſtruire le dévelopement du *cube*, c'eſt-à-dire, une figure plane, dont les parties, étant pliées, forment la ſurface d'un *cube*; il faut d'abord tirer une ligne droite *AB*, *Pl. Géom. Fig.* 54, ſur laquelle on portera quatre fois le côté du *cube* qu'on veut conſtruire. Du point *A*, on élévera une perpendiculaire *AC* égale au côté du *cube AI*, & on achévera le parallélogramme *ABCD*; d'un intervalle égal au côté du *cube*, on déterminera dans la ligne *CD* les points *K M & O*; enfin on tirera les lignes droites *IL*, *LM*, *NO & BD*; on prolongera *IK & LM* de *E* vers *F*, & de *G* vers *H*, de maniere que *EI* = *IK* = *KF*, & *GH* = *LM* = *MH*: enfin on tirera *FG*, *FH*. *Voyez* DÉVALOPEMENT.

Pour déterminer la ſurface & la ſolidité d'un *cube*, on prendra d'abord le produit d'un des cô-

tés du *cube* par lui-même, ce qui donnera l'aire d'une de ſes faces carrées; & on multipliera cette aire par ſix, pour avoir la ſurface entiere du *cube*; enſuite on multipliera l'aire d'une des faces par le côté pour avoir la ſolidité. *Voyez* SURFACE & SOLIDITÉ.

Ainſi, le côté d'un *cube* étant dix pieds, ſa ſurface ſera ſix cents pieds carrés, & ſa ſolidité mille pieds *cubes*; ſi le côté eſt 12, la ſolidité ſera 1728: par exemple, la toiſe étant de ſix piedr, & le pied de 12 pouces, la toiſe *cube* ſera de 216 piedr *cubes*, & le pied *cube* de 1728 pouces cubes.

CUBE ſe dit auſſi adjectivement. Un nombre *cube* ou *cubique*, *en terme d'Arithmétique*, ſignifie un *nombre* qui provient de la multiplication d'un nombre carré par la racine. *Voyez* RACINE.

Donc, puiſque l'unité eſt à la racine comme la racine eſt au carré, & que l'unité eſt à la racine comme le carré eſt au *cube*, il s'enſuit que la racine eſt au carré comme le carré eſt au *cube*, c'eſt-à-dire, que l'unité, la racine, le carré & le *cube*, ſont en proportion continue, & que la racine du *cube* eſt la premiere des deux moyenes proportioneles entre l'unité & le *cube*. *Voyez* PUISSANCE.

Théorie de la compoſition des nombres cubes. Tout nombre *cube*, dont la racine eſt un binome, eſt compoſé du *cube* des deux parties de cette racine; de trois fois le produit de la ſeconde partie par le carré de la premiere, & de trois fois le produit de la premiere par le carré de la ſeconde.

Démonſtration. Un nombre *cube* eſt le produit d'un carré par ſa racine. Or le carré d'une racine binome contient le carré de chacune des deux parties, & deux fois le produit de la premiere par la ſeconde. *Voyez* RACINE.

Par conſéquent le nombre *cube* eſt compoſé du *cube* de la premiere partie, du *cube* de la ſeconde, du triple produit de la premiere par le carré de la ſeconde, & du triple produit de la ſeconde par le carré de la premiere. *Voyez* RACINE.

L'exemple ſuivant donnera une démonſtration à l'œil de cette regle. Suppoſons que la racine ſoit 24 ou $20+4$, on aura $\overline{24}^3 = \overline{20}^3 + 2\times4\times20 + 4^2$ $20+4$,

$$\overline{24}^3 = \overline{20}^3 + 2\times4\times\overline{20}^2 + 20\times\overline{4}^2$$
$$+ \quad 4\times\overline{20}^2 + 2\times20\times\overline{4}^2 + \overline{4}^3.$$

$$\overline{24}^3 = \overline{20}^3 + 3\times4\times\overline{20}^2 + 3\times20\times\overline{4}^2 + \overline{4}^3.$$

Or $\overline{20}^3 = 8000$

$3\times4\times\overline{20}^2 = 4800$

$3\times20\times\overline{4}^2 = 960$

$\overline{4}^3 = 64$

Donc $\overline{24}^3 = 13824$.

Comme la partie qui eſt le plus à la droite déſigne des unités, & que la partie qui ſuit vers la gauche déſigne des dixaines, le *cube* de la partie qui eſt à droite doit ſe terminer au dernier chifre vers la droite; le produit de trois fois le carré de la ſeconde partie par la premiere, doit ſe terminer au ſecond chifre vers la droite; le produit de trois fois le carré de la premiere par la ſeconde, au troiſieme chifre vers la droite; enfin le *cube* de la premiere partie, au quatrieme chifre vers la droite.

Si la racine eſt un multinome, en ce cas, deux ou un plus grand nombre de caracteres vers la droite doivent être regardés comme n'en faiſant qu'un ſeul, afin que cette racine puiſſe être conſidérée comme un binome. Il eſt évident que le *cube* eſt compoſé, en ce cas, des *cubes* des deux parties de la racine; du produit du triple carré de la premiere partie du binome par la ſeconde, & du produit du triple carré de la ſeconde partie par la premiere. Suppoſons, par exemple, que la racine ſoit 243, ſi on prend 240 pour une partie de la racine, 3 ſera l'autre partie; & l'on aura

$\overline{240+3}^3 = \overline{240}^3 + 3\times\overline{240}^2\times3 + 3\times3^2\times240 + \overline{3}^3$.

Or $\overline{240}^3 = 13824000$

$3\times\overline{240}^2\times3 = 518400$

$3\times3^2\times240 = 6480$

$3^3 = 27$

Ainſi $\overline{243}^3 = 14348907$.

Les places des différens produits ſe détermine nt par ce qui a été dit ci-deſſus; & on doit remarquer que, ſi ces produits ſont écrits ſeuls, il faudra laiſſer la place du nombre de zéros convenable, qui doit ſe trouver au bout de chaque produit.

La compoſition des nombres *cubiques* étant une fois bien conçue, l'extraction de la racine *cubique* eſt fort aiſée. *Voyez* EXTRACTION.

Racine *cube* ou racine *cubique* eſt un nombre qui, étant multiplié par lui-même, & étant de nouveau multiplié par le produit, donne un nombre *cube*. *Voyez* CUBIQUE.

Extraire la racine *cubique*, eſt donc la même choſe que de trouver un nombre comme 2, lequel, étant multiplié deux fois de ſuite par lui-même, donne le *cube* propoſé, par exemple, 8. *Voyez les articles* EXTRACTION & RACINE. (O).

CUBE-DU-CUBE, *cubus-cubi*; nom que les écrivains arabes, & ceux qui les ont ſuivis, ont donné à la 9e puiſſance d'un nombre, ou au produit d'un nombre multiplié neuf fois de ſuite par lui-même. Diophante; & après lui Viette, Oughtred, &c. appelent cette puiſſance *cubo cubo cubus*, *cubo-cubo-cube*. (O).

CUBIQUE, adj. ſe dit de tout ce qui a quelque raport au *cube*. Une équation *cubique* eſt une équation où l'inconnue a trois dimenſions, comme

$x^3 = a^3$, ou $x^3 + px + q = o$, *&c. Voyez* Équation.

Sur la conſtruction des équations *cubiques*, *voyez* Construction. Sur leur réſolution, *voyez* Réſolution, Équation & Cas irréductible. Sur leurs racines, *voyez* Racine & Cube.

Pied *cubique* ou pied *cube*. *Voyez* Pied & Cube.

Premiere parabole *cubique*, eſt une des paraboles du ſecond genre, dont l'équation eſt $a^2 x = y^3$.

Seconde parabole *cubique*, eſt celle dont l'équation eſt $ax^3 = y^3$. *Voyez* Courbe & Parabole. (*O*).

CUBO-CUBE, ſ. m. *cubo-cubus*, (*Géométrie*); terme dont ſe ſervent Diophante, Viette, *&c.* pour exprimer la ſixieme puiſſance que les Arabes appelent *quadratum cubi*, carré du cube. *Voyez* Puiſſance & Cube. (*O*).

CULTELLATION, ſ. f. (*Géom.*); terme dont quelques auteurs ſe ſont ſervis pour ſignifier la meſure d'un terrain, en le raportans au plan de l'horizon. *Voyez* Arpentage.

CULMINATION, (*Aſtron.*); paſſage d'une étoile ou d'une planete par le méridien, c'eſt-à-dire, par le point où elle eſt à la plus grande hauteur. *Voyez* Passage, *&c.*

CUNEUS, eſt le nom latin d'une des puiſſances méchaniques, appelée plus communément *coin*. *Voyez* Coin.

CURSEUR, (*Aſtron.*); fil mobile par le moyen d'une vis, qui, dans un micrometre, ſert à renfermer les deux bords d'un aſtre, pour meſurer ſon diametre apparent. (*D. L.*)

CURTATION, en latin *curtatio*, eſt un terme d'Aſtronomie plus uſité en latin qu'en françois; c'eſt l'acourciſſement de la diſtance, ou la différence entre la diſtance réelle d'une planete au ſoleil, & ſa diſtance réduite au plan de l'écliptique, qu'on appele *diſtantia curtata*, diſtance acourcie. *Voyez* Planete.

Il eſt aiſé de voir que la diſtance réduite au plan de l'écliptique, ſe détermine par le point où ce plan eſt rencontré par une perpendiculaire menée du centre de la planete: il eſt donc facile de conſtruire des tables de *curtation*, en multipliant la diſtance par le co-ſinus de la latitude.

Comme la diſtance d'une planete à l'écliptique, la réduction de ſon lieu au même plan, & ſa *curtation*, dépendent de l'argument de la latitude; Kepler, dans ſes tables Rudolphines, a réduit toutes les tables de ces quantités en une ſeule, ſous le titre de *tabulæ latitudinariæ*. J'ai donné auſſi dans mes tables cette *curtation*, que j'ai appelée *Réduction de la diſtance*. (*D. L.*)

CURTICONE, ſ. m. *en terme de Géométrie*, ſignifie un *cône*, dont le ſommet a été retranché par un plan parallele à ſa baſe: on l'appele plus communémens *cône tronqué*. *Voyez* Tronqué. (*O*).

CURVILIGNE, adj. *terme de Géométrie*. Les figures *curvilignes* ſont des eſpaces terminés par des lignes courbes, comme le cercle, l'ellipſe, le triangle ſphérique, *&c. Voyez* Courbe & Figure.

Angle curviligne, eſt un angle formé par des lignes courbes. Pour la meſure de l'angle *curviligne*, tirez au point de concours des deux courbes ou ſommet de l'angle les tangentes de chacune de ces courbes, l'angle formé par les tangentes ſera égal à l'angle *curviligne*. Cela vient de ce que l'on peut regarder une courbe comme un polygone d'une infinité de côtés, dont les tangentes ſont le prolongement; d'où il s'enſuit qu'en tirant les tangentes, on a la poſition des petits côtés, & par conſéquent leur inclinaiſon. (*O*).

CYCLE, (*Aſtron.*) ſignifie une *certaine période* ou *ſuite de nombres* qui procedent par ordre juſqu'à un certain terme, & qui reviennent enſuite les mêmes ſans interruption. *Voyez* Période. Les *cycles* les plus uſités ſont le *cycle lunaire*, le *cycle ſolaire* & le *cycle d'indiction*.

Le *cycle* lunaire eſt une période de 19 ans ou de 6930 jours, dans lequel il arive 235 lunaiſons; en ſorte qu'au bout de 19 ans, les nouvelles lunes arivent au même degré du zôdiaque, & par conſéquent au même jour de l'année que 19 ans auparavant. On compte, pour premiere année d'un *cycle* lunaire, celle où la nouvele lune arive le 1er janvier, du moins ſuivant le Calendrier Grégorien. De ces 235 lunaiſons, on en donne 12 à chaque année, ce qui fait 228 lunaiſons, alternativement de 29 & de 30 jours: il en reſte 7 qu'on appele lunaiſons emboliſmiques ou intercalaires. Il y en a 6 de 30 jours chacune; mais la 7e eſt de 29 jours ſeulement, on la place à la fin du *cycle* ou de la 19e année, où elle forme une irrégularité. Ce *cycle* fut publié en Grece par Méton, environ 430 ans avant Jéſus-Chriſt, & fut regardé comme une découverte ſi belle, qu'on en gravoit le calcul en lettres d'or; l'on appele encore *nombre d'or* l'année du cycle lunaire dans laquelle on ſe trouve; c'eſt l'année 17, en 1783.

Toutes les fois que la nouvele lune arive le 1er jour de janvier, on recomence un cycle lunaire, & l'on a 1 pour le nombre d'or. Voici la regle générale pour trouver le nombre d'or en tout temps. On ajoute un à l'année de notre ere, parce que, dans l'année un de Jéſus-Chriſt, le nombre d'or a dû être 2, on diviſe la ſomme par 19; le reſte, s'il y en a un, marque l'année du cycle lunaire, où l'on ſe trouve, c'eſt-à-dire, le nombre d'or qui convient à l'année propoſée; ainſi, en 1764, après avoir ajouté 1, l'on diviſera 1765 par 19; le quotient ſera 92, parce qu'en 1764 le cycle lunaire avoit recomencé 92 fois depuis J. C. Mais il reſtera 17; cela nous aprend que le nombre d'or, en 1764, eſt 17. Si l'on ne trouve aucun reſte dans la diviſion, c'eſt une preuve qu'on eſt à la derniere année du cyle lunaire, & que le nombre d'or eſt 19.

Les Orientaux commencerent à ſe ſervir de ce cycle au temps du concile de Nicée, & ils prirent

pour la premiere année du cycle, celle où la nouvele lune paſchale tomboit au 23 de mars; de ſorte que le *cycle lunaire* III tombe au 1er janvier de la troiſieme année.

Au contraire, les Occidentaux mirent la nombre I au 1er janvier, comme on le voit dans l'ancien calendrier que nous avons eaporté ci-devant, ce qui produiſit una différence très-conſidérable dans le temps de la pâque pour l'orient & pour l'occident; auſſi Denis le Petit, cherchant à dreſſer un nouveau calendrier, perſuada aux chrétiens d'occident d'anéantir cette différence, & de ſuivre la pratique de l'Égliſe d'Alexandrie.

On forma donc une table générale par laquelle on trouvoit facilement les nouveles lunes pour chaque année, & qui ſervit par toute l'Égliſe chrétiana. Cetta table avoit la nombre III au 1er janvier. On peut la voir dans le *tome IV des Élémens de Mathématiques de* Wolf. De ſorte que quand on avoit trouvé le nombre du *cycle lunaire* pour une année, on trouvoit vis-à-vis de ce nombre, dans la tabla ou calendrier, les jours des nouveles lunes pour toute cette année.

Lorſqu'au temps du concile da Nicéa, on réſolut d'adopter dans le calendrier le *cycle* de 19 ans, ce *cycle* marquait aſſez bien les nouveles lunes, & cala continua à peu près de même pendant quelques ſiecles. Mais, dans ce ſiecle-ci, comme les lunaiſons ont auticipé d'un jour en 3 ſiecles, alles arivoient cinq jours plutôt que dans le calendrier établi du temps du concila de Nicéa; ou, ce qui revient au même, les nouveles lunes céleſtes auticipoient de cinq jours ſur celles qui réſultoient du nombre d'or de l'ancien calendrier eccléſiaſtique. Mal-gré ces difficultés, l'Égliſe anglicana a conſervé long-temps l'ancienne méthode de calculer les nouveles lunes par les nombres d'or, tels qu'ils avoiant été reçus dans le calendrier du temps du concile de Nicée; les nouveles lunes ainſi calculées ſe nommoient *eccléſiaſtiques*, pour les diſtinguer des véritables; mais actuélement le calendrier Grégorien y eſt reçu.

On croyoit anciénement que le *cycle* de 19 ans compreuoit exactement 235 lunaiſons; & qu'après une révolution de 19 années du *cycle lunaire*, les nouveles lunes revenoient préciſément aux mêmes jours & aux mêmes heures. Mais la choſe bien examinée ne s'eſt pas trouvée exacte, & c'eſt ce qui a fait imaginer les épactes. Dans l'eſpace de 19 années Julienes, il y a 6939 jours 18 heures; & comme il aſt certain, ſelon les plus exactes obſervations des aſtronomes modernes, que chaque lunaiſon ou mois lunaire ſont de $29^j\ 12^h\ 44'\ 3''$, il s'enſuit que 235 lunaiſons répondoient à $6939^j\ 16^h\ 31'\ 45''$. Il n'eſt donc pas exact de dire que 235 lunaiſons répondent exactement à 19 années Julienes, mais il s'en faut environ une heure $\frac{1}{2}$. Ainſi, les nouveles lunes, après 19 ans, n'arriveront pas préciſément à la même heure qu'auparavant, mais environ une heure & demie plutôt; de maniere que dans l'eſpace de 312 ans & demi, ſuivant les auteurs du calendrier, les nouveles lunes anticipent d'un jour dans l'année Juliene. Je trouve, par un calcul plus rigoureux, que ce ſeroit en 308 ans & 201 jours en ſuppoſant les années de 365 jours & un quart; mais c'eſt ſur 312 $\frac{1}{2}$ qu'on a réglé l'équation lunaire ou *proëmptoſe*, on la fait d'un jour tous les 300 ans; &, à cauſe des 12 ans & demi, on laiſſe paſſer un ſiecle au bout de 24 ſans tenir compte de l'équation lunaire, & ſans interrompre l'ordre des épactes, comme nous l'avons expliqué en parlant de la conſtruction da la Table étendue des épactes, au mot CALENDRIER.

Au reſte, il ne faut pas confondre le *cycle lunaire* de Meton avec la période de Plina ou ſaros Chaldaïque, qui ne contient que 18 ans ou 223 lunaiſons. Cette période ou ſaros étant da 18 ans & environs 11 jours de plus, ramene les éclipſes à peu près dans le même ordra & vers les mêmes points de l'orbite lunaire; au lieu qu'il s'en faut bien que les pleines lunes, qui arivent aux mêmes jours tous les 19 ans, ſe retrouvent dans une poſitiou ſemblable, tant à l'égard du nœud que de l'anomalie moyene, la lieu de l'apogée de la lune étant d'ailleurs dirigé bien différement à l'égard de la ligne qui doit paſſer par le ſoleil.

Dans *l'Art de vérifier les Dates*, on remarque qu'il y a una différence entre le *cycle lunaire & le cycle de 19 ans*. Le premier commençoit trois ans plutard que le ſecond. Mais la *cycle* de 19 ans a prévalu, on a oublié l'autre, & l'on a tranſporté au dernier la nom de *cycle lunaire*.

L'uſage du *cycle* de 19 ans, dans l'ancien calendrier, eſt d'appreudre, par le moyen de la nouvele lune de chaque mois, le jour où doit par conſéquent tomber pâque. Car la fêta da pâque doit ſe célébrer le dimancha d'après la pleine lune qui ſuit, ou qui tombe ſur l'équinoxe du printemps fixé au 21 de mars. Dans la nouveau calendrier, l'uſage du *cycle lunaire* ſe borne à faire trouver les épactes. *Voyez* CALENDRIER.

Cycle ſolaire eſt une période de 28 ans, qui ramene les mêmes joues de la ſemaine aux mêmes jours du mois. Cette période étant écoulée, les lettres dominicales & celles qui déſignent les autres jours de la ſemaine, revienent en leur premiere place, & procedent dans la même ordre qu'auparavant.

On appele ce *cycle*, *cycle ſolaire*, non à cauſe du cours du ſoleil avec lequel il n'a aucun caport, mais parce que le dimanche étoit autrefois appelé *jour du ſoleil*, DIES SOLIS; & que les lattres dominicales, ou qui ſervent à marquer le dimanche, ſont principalement celles pour leſquelles cette période a été inventée: ces lettres, qui ſont les premieres lettres, de l'alphabet, ont ſuccédé aux anciennes lettres nundinales des Romains, que l'on peut voir ci-devant au mot CALENDRIER.

Pour trouver le *cycle ſolaire* d'une année pro-

Digitized by Google

poſée, comme 1763, ajoutez 9 au nombre donné, & diviſez la ſomme 1772 par 28, le nombre reſtant 8, exprimera le *cycle* cherché, & le quotient marquera le nombre des périodes du *cycle ſolaire* depuis l'ere vulgaire.

S'il n'y a point de reſte, c'eſt une marque que l'année dont il s'agit eſt la vingt-huitieme ou la derniere du *cycle*. La raiſon de cette opération eſt que, dans la premiere année de J. C., neuf années du *cycle* s'étoient déja écoulées, ou étoient cenſées s'être écoulées. Chaque année biſſextile ayant un jour de plus que les autres, elle a auſſi deux lettres dominicales, dont la premiere ſert juſqu'à la veille de Saint Matthias, & la ſeconde juſqu'à la fin de l'année. Si, dans la premiere année du *cycle ſolaire*, les lettres dominicales étoient *G F*, celle de la ſeconde année du *cycle* ſeroit *E*, celle de la troiſieme *D*, celle de la quatrieme *C*; mais la cinquieme année étant biſſextile, auroit pour lettres dominicales *B* & *A*, & ainſi de ſuite. Tel étoit l'ordre du *cycle ſolaire* dans le calendrier Julien.

Grégoire XIII en réformant le calendrier, fit pluſieurs changemens à cet ordre. Le *cycle ſolaire* de l'année 1582, dans laquelle ſe fit cette réformation, étoit 23, & par conſéquent *G* étoit la lettre dominicale, ſuivant la table du *cycle ſolaire* des années Juliennes. Or, cette année 1582, on retrancha dix jours du mois d'octobre; de façon qu'au lieu du 5 octobre, on compta le 15 (afin que l'équinoxe fût remis au 21 de mars, comme il l'étoit du temps du concile de Nicée), par conſéquent la lettre dominicale, qui étoit *G* cette année-là, devint *C*; car le 7 d'octobre, où ſe trouve la lettre *G* dans le calendrier perpétuel, devoit être un dimanche; par conſéquent le 4 d'octobre, qui a la lettre *D*, étoit un jeûdi; le 15, qui a la lettre *A*, fut un vendredi, & le 17, qui a la lettre *C*, fut un dimanche. Ainſi, la table des lettres dominicales répondantes aux années du *cycle ſolaire*, fut changée depuis 1582 juſqu'à 1700. Les années 1700, 1800 & 1900 ne devant point être biſſextiles, comme elles auroient dû l'être ſuivant le calendrier Julien, cette table doit encore changer; par exemple, l'année 1700 le *cycle ſolaire* eſt 1, & les lettres dominicales auroient été *C* & *B*. Mais, comme 1700 n'eſt point biſſextile, *C* eſt ſeule lettre dominicale pour toute l'année, par conſéquent l'année ſuivante la lettre dominicale eſt *B*, & pour les deux autres on a *A* & *G*. Ainſi, on voit que, dans le *cycle ſolaire* depuis l'année 1700 juſqu'à 1800, l'ordre ſera *DC*, *B*, *A*, *G*, dont on peut déduire la table ſuivante.

Cycle ſolaire, depuis l'année Grégoriene 1700 *juſqu'à l'année* 1800.

1	*DC*	5	*FE*	9	*AG*	13	*CB*	17	*ED*	21	*GF*	25	*BA*
2	*B*	6	*D*	10	*F*	14	*A*	18	*C*	22	*E*	26	*G*
3	*A*	7	*C*	11	*E*	15	*G*	19	*B*	23	*D*	27	*F*
4	*G*	8	*B*	12	*D*	16	*F*	20	*A*	24	*C*	28	*E*

Ce même *cycle* doit encore changer en l'année 1800. Car le *cycle ſolaire* de l'année 1800 eſt 17, par conſéquent *E*, *D*, devroient être les lettres dominicales; mais, comme cette année ne ſera point biſſextile, la lettre dominicale ſera *E* pendant toute l'année, & celles des années ſuivantes *D*, *C*, *B*. Ainſi, la colonne où eſt *F E*, *D*, *C*, *B*, doit être la premiere du *cycle* depuis 1800 juſqu'en 1900, & l'on peut former une table pareille, en mettant vis-à-vis de 1, 2, 3, 4, les lettres *F E*, *D*, *C*, *B*, & ainſi de ſuite. Par la même raiſon, on trouvera que la colonne *A G*, *F*, *E*, *D*, doit être la premiere du *cycle* depuis 1900, juſqu'à 2000, & depuis 2000 juſqu'à 2100, parce que l'année 2000 ſera biſſextile.

Cycle des indictions, eſt une période de 15 ans, qui revient conſtamment la même, comme les autres *cycles*, & qui commence à la troiſieme année avant J. C.

Les chronologiſtes ſont fort partagés ſur le temps où le *cycle* des indictions s'établit parmi les Romains, & ſur l'uſage auquel ce *cycle* ſervoit. Le P. Petau n'a pas cru devoir prendre de parti ſur cette queſtion. L'opinion la plus probable eſt que le *cycle* des indictions commença à être en uſage l'an 312, après la mort de Conſtantin.

Pour trouver le *cycle* d'indiction d'une année propoſée, il faut ajouter 3 à cette année, & diviſer la ſomme par 15, le reſte eſt le *cycle* d'indiction; s'il ne reſte rien, l'indiction eſt 15. La raiſon de cette opération eſt que, l'année qui a précédé la naiſſance de J. C., le nombre de l'indiction étoit 3. C'eſt pour cela qu'on ajoute 3 au nombre des années de J. C.

On peut obſerver que le mot *cycle* eſt non ſeulement appliqué, en général, à tous les nombres qui compoſent la période, mais à chaque nombre en particulier. Ainſi, on dit que la premiere année de l'ere vulgaire a pour *cycle ſolaire* 1, pour *cycle lunaire* ou nombre d'or 2, pour lettre dominicale *B*, & pour *cycle d'indiction* 4.

Cycle paſchal. Si on multiplie le *cycle ſolaire* par le *cycle lunaire*, c'eſt-à-dire, 19 par 28, il en réſultera une période de 532 ans, appelée *cy-*

Digitized by Google

cle paſchal. Voici pourquoi on lui a donné ce nom. Dans l'ancien calendrier, on faiſoit généralement chaque quatrieme année biſſextile, & on ſuppoſoit, en adoptant le *cycle lunaire*, qu'au bout de 19 ans les pleines lunes tomboient aux mêmes jours; de ſorte qu'au bout de 28 fois 19 ans ou 532 ans, le jour de pâque tomboit au même jour, & le *cycle* recommençoit.

Dans la preface de l'*art de vérifier les dates*, on obſerve que le *cycle paſchal* ou produit du *cycle ſolaire* 28 par le *cycle lunaire* 19, a été appelé par quelques anciens *annus magnus*, & par d'autres *circulus* ou *cyclus magnus*. On l'appele encore *période victorienne* du nom de *Victorius* ſon auteur, qui l'a fait commencer à l'an 28 de J. C. Denis le Petit, qui a corrigé cette période, l'a fait commencer un an avant l'ere chrétienne; ce qui lui a fait donner le nom de *période Dyoniſiene*, qu'elle a retenu.

Si on multiplie le *cycle ſolaire*, le *cycle lunaire* & le *cycle des indictions*, l'un par l'autre, on forme une période de 7980 ans, appelée *période Juliene*. (*O*).

CYCLOÏDAL, adj. (*Géom.*). L'*eſpace cycloïdal* eſt l'eſpace renfermé par la cycloïde & par ſa baſe. M. de Roberval a trouvé le premier que cet eſpace eſt triple du cercle générateur, & on peut le prouver aiſément par le calcul intégral. En effet, ſoit x l'abſciſſe du cercle générateur priſe au ſommet de la cycloïde, y l'ordonée du demi-cercle, & z celle de la cycloïde, l'arc correſpondant du cercle ſera $\int \frac{a\,dx}{\sqrt{2ax-xx}}$, a étant le rayon du cercle; & on aura par la propriété de la cycloïde $z = y + \int \frac{a\,dx}{\sqrt{2ax-xx}} = \sqrt{2ax-xx} + \int \frac{a\,dx}{\sqrt{2ax-xx}}$; cette quantité étant multipliée par dx, donnera pour l'élément de l'aire de la cycloïde $dx\sqrt{2ax-xx} + dx\int \frac{a\,dx}{\sqrt{2ax-xx}}$; dont l'intégrale eſt $\int dx\sqrt{2ax-xx} + x\int \frac{a\,dx}{\sqrt{2ax-xx}} - \int \frac{ax\,dx}{\sqrt{2ax-xx}}$; d'où il eſt facile de conclure que la moitié de l'*eſpace cycloïdal* = 1°. le demi-cercle; 2°. le diametre multiplié par la demi-circonférence, c'eſt-à-dire, le double du cercle entier, d'où il faut retrancher le produit du rayon par cette demi-circonférence, c'eſt-à-dire, le cercle entier; ainſi, la moitié de l'*eſpace cycloïdal* eſt égal à trois fois le demi-cercle. Donc l'*eſpace cycloïdal* total vaut trois fois le cercle générateur.

On peut démontrer encore, par une méthode fort ſimple, que l'eſpace renfermé entre le demi-cercle & la demi-cycloïde, eſt égal au cercle générateur. Prenez deux ordonées de la cycloïde, terminées au cercle & à égales diſtances du centre, la ſomme de ces ordonées ſera égale au demi-cercle; d'où il ſera facile de faire voir, en diviſant l'*eſpace cycloïdal* en petits trapezes, que l'aire de deux trapezes, pris enſemble, eſt égal au produit de la demi-circonférence par l'élément du rayon. Donc la ſomme des trapezes eſt égale au produit de la demi-circonférence par le rayon, c'eſt-à-dire, égale au cercle. (*O*).

CYCLOÏDE, ſ. *en Géomét.* eſt une des courbes méchaniques, ou, comme les nomment d'autres auteurs, *tranſcendantes*. On l'appele auſſi quelquefois *trochoïde* & *roulette*. *Voyez* Courbe, Epicycloïde & Trochoïde.

Elle eſt décrite par le mouvement d'un point *A*, *Pl. de Géomét. Fig.* 55, de la circonférence d'un cercle, tandis que le cercle fait une révolution ſur une ligne droite *A P*. Quand une roue de caroſſe tourne, un des clous de la circonférence décrit dans l'air une *cycloïde*.

De cette génération, il eſt facile de déduire pluſieurs propriétés de cette courbe, ſavoir que la ligne droite *A E* eſt égale à la circonférence du cercle *A B C D*, & *A C* égale à la demi-circonférence; & que, dans une ſituation quelconque du cercle générateur, la ligne droite *A d* eſt égale à l'arc *a d*; &, comme *a d* eſt égale & parallele à *d c*, *a d* ſera égale à l'arc du cercle générateur *d F*. De plus, la longueur de la *cycloïde* entiere eſt égale à quatre fois le diametre du cercle générateur; & l'eſpace cycloïdal *A F E* eſt triple de l'aire de ce même cercle. *Voyez ci-deſſus l'article* Cycloïdal. Enfin une portion quelconque *F I* de la courbe priſe depuis le ſommet, eſt toujours égale au double de la corde correſpondante *F b* du cercle; & la tangente *G I* à l'extrémité *I* eſt toujours parallele à la même corde *F b*. Si le cercle tourne & avance en même temps, de maniere que ſon mouvement rectiligne ſoit plus grand que ſon mouvement circulaire, la *cycloïde* eſt alors nommée *cycloïde alongée*, & la baſe *A E* eſt plus grande que la circonférence du cercle générateur. Au contraire, ſi le mouvement rectiligne du cercle eſt moindre que le mouvement circulaire, la *cycloïde* eſt nommée *cycloïde acourcie*, & ſa baſe eſt moindre que la circonférence du cercle. *Voyez* Roue d'Ariſtote.

La *cycloïde* eſt une courbe aſſez moderne; & quelques perſones en attribuent l'invention au P. Merſenne, d'autres à Galilée; mais le docteur Wallis prétend qu'elle eſt de plus ancienne date; qu'elle a été connue d'un certain Bovillus vers l'année 1500, & que le Cardinal Cuſa en avoit même fait mention long-temps auparavant, c'eſt-à-dire, avant l'an 1451. *Voyez le tome V des Œuvres de Paſcal, imprimées en* 1779, *& le diſcours de M. l'abbé Boſſut, à la tête de cette édition.*

Cette courbe a des propriétés bien ſingulieres. Son identité avec ſa développée, les chutes en temps égaux par des arcs inégaux de cette courbe, & la plus vîte deſcente, ſont les plus remarquables.

bles. En général, à meſure qu'on a aprofondi la *cycloïde*, on y a découvert plus de ſingularités. Si l'on veut qu'un pendule faſſe des vibrations inégales en des temps exactement égeux, il ne faut point qu'il décrive des arcs de cercle, mais des arcs de *cycloïde*. Si l'on dévelope une *demi cycloïde*, en commençant par le ſommet, elle rend, par ſon dévelopement, une autre *demi-cycloïde* ſemblable & égale; & l'on ſait quel uſage M. Huyghens fit de ces deux propriétés pour l'Horlogerie. En 1697, M. Bernoulli, profeſſeur de Mathématique à Groningue, propoſe ce problême à tous les géometres de l'Europe: ſuppoſé qu'un corps tombât obliquement à l'horizon, quelle étoit la ligne courbe qu'il devoit décrire pour tomber le plus vîte qu'il fût poſſible. Car, ce qui peut paroître étonant, il ne devoit point décrire une ligne droite, quoique plus courte que toutes les lignes courbes terminées par les mêmes points. Ce problême réſolu, il ſe trouva que cette courbe étoit une *cycloïde*. Une des plus importantes connoiſſances que l'on puiſſe avoir ſur les courbes conſiſte à meſurer exactement l'eſpace qu'elles renferment, ou ſeules, ou avec des lignes droites; & c'eſt ce qu'on appele leur *quadrature*. Si cette quadrature ſe peut meſurer, quelle que ſoit la portion de la courbe qui y entre, ou les parties du diametre qui ſe terminent avec elle, c'eſt la quadrature abſolue ou indéfinie; telle qu'on l'a de la parabole. Mais il arive quelquefois que l'on ne peut carrer que des eſpaces renfermés par de certaines portions de la courbe & par de certaines ordonées, ou de certaines parties du diametre déterminées. On vit d'abord que la quadrature indéfinie de la *cycloïde* dépendoit de celle de ſon cercle générateur, & que par conſéquent elle étoit impoſſible ſelon toutes les apparences. Mais M. Huyghens trouva le premier la quadrature d'un certain eſpece cycloïdal déterminé. M. Leibnitz enſuite trouva encore celle d'un autre eſpace pareillement déterminé; & l'on croyoit qu'après ces deux grands géometres, on ne trouveroit plus aucun eſpace carrable dans la *cycloïde*. Cependant M. Bernoulli découvrit depuis, dans la *cycloïde*, une infinité d'eſpaces carrables, dans leſquels ſont compris, & pour ainſi dire abſorbés, les deux de M. Huyghens & de M. Leibnitz. C'eſt ainſi que la Géométrie, à meſure qu'elle eſt maniée par de grands génies, va preſque toujours s'élevant du particulier à l'univerſel, & même à l'infini. *Hiſt. & Mém. de l'Acad.* 1609.

M. Huyghens a démontré le premier que, de quelque point ou hauteur que deſcende un corps peſant qui oſcille autour d'un centre, par exemple, un pendule, tant que ce corps ſe mouvra dans une *cycloïde*, le temps de ſes chutes ou oſcillations ſeront toujours égaux entr'eux. Voici comment M. de Fontenelle eſſaye de faire concevoir cette propriété de la *cycloïde*. Le nature de le *cycloïde*, dit-il, eſt telle qu'un corps qui le décrit, acquiert plus de viteſſe à meſure qu'il décrit un plus grand arc, dans la raiſon préciſe qu'il faut, pour que le temps qu'il met à décrire cet arc ſoit toujours le même, quelle que ſoit la grandeur de l'arc que le corps parcourt; & de là vient l'égalité dans le temps, nonobſtant l'inégalité des arcs, parce que la viteſſe ſe trouve exactement plus grande ou moindre, en même proportion que l'arc eſt plus grand ou plus petit. C'eſt cette propriété de la *cycloïde* qui a fait imaginer l'horloge à pendule. M. Huyghens a donné ſur ce ſujet un ouvrage plein de génie & d'invention, intitulé: *Horologium Oſcillatorium*. *Voyez* BRACHYSTOCHRONE, TAUTOCHRONE, ISOCHRONE, *&c.* (*O*).

CYCLOMÉTRIE, ſ. f. (*Géom.*); c'eſt l'art de meſurer des cercles & des cycles. *Voyez* CYCLE & CERCLE. (*O*).

CYGNE, (*Aſtron.*); conſtellation boréale, qui renferme 81 étoiles dans le Catalogue Britannique; en latin, *cygnus*, *olor*, *helena genitor*, *Ales jovis*, *Ales ledæus*, *phœbi aſſeſſor*, *avis veneris*, *ciconia*, *milvus*, *gallina*, *vultur cadens*, *crux* ou la Croix. Manilius, avec le plupart des auteurs grecs & latins, dit que ce *cygne* eſt celui dont Jupiter prit la figure pour ſéduire Léda. Néanmoins, comme Platon raporte qu'Orphée, après avoir été déchiré par les Bacchantes, fut changé en *cygne*, quelques-uns penſent qu'en mémoire de cet événement, on plaça, dans le ciel, le *cygne* à côté de la lyre d'Orphée; ou l'a appelé auſſi *myrtillus*, du mot de myrte, arbriſſeau conſacré à Vénus.

Suivant M. Dupuis c'eſt le *cygne* fécondant l'œuf du monde ou de la nature, parce qu'il annonçoit le printemps. (*Aſtronom. t. iv, p.* 446 *&* 464.)

Il y a, dans cette conſtellation, une étoile changeante. *Voyez* ÉTOILE. (*D. L.*)

CYLINDRE, ſ. m. nom que les *géometres* donnent à un corps ſolide, terminé par trois ſurfaces, dont deux ſont planes & paralleles, & l'autre convexe & circulaire. On peut le ſuppoſer engendré par la rotation d'un parallélogramme rectangle *C B E F*, *Pl. Géom. Fig.* 56, entour d'un de ſes côtés *C F*, lorſque le *cylindre* eſt droit, c'eſt-à-dire, lorſque ſon axe *C F* eſt perpendiculaire à ſa baſe. Un bâton rond eſt un *cylindre*.

La ſurface d'un *cylindre* droit, ſans y comprendre ſes baſes, eſt égale au rectangle fait de la hauteur du *cylindre* par la circonférence de ſa baſe. Ainſi, la circonférence de la baſe, & par conſéquent la baſe elle-même étant données, ſi on multiplie l'aire de cette baſe par 2, & qu'on ajoute ce produit à celui de la circonférence de le baſe par le hauteur du *cylindre*, on aura la ſurface entiere du *cylindre*, & ſa ſolidité ſera égale au produit de la hauteur par l'eire de la baſe. Car il eſt démontré qu'un *cylindre* eſt égal à un priſme quelconque qui a même baſe & même hauteur, ce qui eſt aiſé à voir; & l'on démontre auſſi aiſément que la ſolidité d'un priſme eſt égale au produit de ſa baſe par ſa hauteur.

Donc la ſolidité du *cylindre* eſt égale à celle de ce priſme, qui eſt le produit de ſa hauteur par ſa baſe. *Voyez* PRISME.

De plus, le cône pouvant être regardé comme une pyramide d'une infinité de côtés, & le *cylindre* comme un priſme d'une infinité de côtés, il s'enſuit qu'un cône eſt le tiers d'un *cylindre* de même baſe & de même hauteur. *Voyez* CÔNE.

Outre cela, un *cylindre* eſt à une ſphere de même baſe & de même hauteur, comme 3 à 2. *Voyez* SPHERE. *Voyez auſſi* CENTROBARIQUE.

Tous les *cylindres*, cônes, *&c.* ſont entr'eux en raiſon compoſée de leurs baſes & de leurs hauteurs. Donc, ſi les baſes ſont égales, ils ſont entr'eux comme leurs hauteurs; & ſi leurs hauteurs ſont égales, ils ſont entr'eux comme leurs baſes. De plus, comme les baſes des cônes & des *cylindres* ſont des cercles, & que les cercles ſont en raiſon doublée de leurs diametres, il s'enſuit que les *cylindres*, les cônes, *&c.* ſont entr'eux en raiſon compoſée de leurs hauteurs & du carré des diametres de leurs baſes; & que par conſéquent, ſi leurs hauteurs ſont égales, ils ſont entr'eux comme les carrés de leurs diametres.

Donc, ſi les hauteurs des *cylindres* ſont égales aux diametres de leurs baſes, ils ſont entr'eux en raiſon triplée, ou comme les cubes de ces diametres. Les *cylindres* ſemblables ſont encore entr'eux en raiſon triplée de leurs côtés homologues, comme auſſi de leurs hauteurs.

Les *cylindres*, cônes, *&c.* égaux ont leurs baſes en raiſon réciproque de leurs hauteurs. *Voyez* CÔNE.

Enfin un *cylindre*, dont la hauteur eſt égale au diametre de ſa baſe, eſt au cube de ce diametre à peu près comme 785 à 1000.

Pour trouver un cercle égal à la ſurface convexe d'un *cylindre* droit, on ſe ſervira du théorême ſuivant: la ſurface convexe d'un *cylindre* eſt égale à un cercle dont le rayon eſt moyen proportionel entre la hauteur du cylindre & le diametre de ſa baſe. *Voyez* SURFACE, AIRE, *&c.*

Le diametre d'une ſphere & la hauteur d'un *cylindre*, qui lui doit être égal, étant donnés, pour trouver le diametre du *cylindre*, on ſe ſervira de ce théorême: le carré du diametre de la ſphere eſt au carré du diametre d'un *cylindre* qui lui eſt égal, comme le triple de la hauteur du *cylindre* eſt au double du diametre de la ſphere. *Voyez* SPHERE.

Pour trouver le dévelopement d'un *cylindre* ou un eſpace curviligne, qui, étant roulé ſur la ſurface du *cylindre*, s'y applique & la couvre exactement, on décrira deux cercles d'un diametre égal à celui de la baſe; on en trouvera la circonférence, &, ſur une ligne égale à la hauteur du *cylindre*, on formera un rectangle dont la baſe ſoit égale à la circonférence trouvée. Ce rectangle roulé ſur la ſurface du *cylindre*, la couvrira exactement. *Voyez* DÉVELOPEMENT.

Quand le *cylindre* eſt oblique, la détermination de ſa ſurface courbe dépend de la rectification de l'ellipſe; car, ayant imaginé un plan perpendiculaire à l'axe, & par conſéquent à tous les côtés du *cylindre*, ce plan formera, ſur le *cylindre*, une ellipſe, & la ſurface du *cylindre* ſera égale au produit de la circonférence de cette ellipſe par le côté du *cylindre*. Donc, *&c.* (*O*).

CYLINDRIQUE, adj. (*Géom.*); ſe dit de tout ce qui a la forme d'un cylindre, ou qui a quelque rapport au cylindre.

CYLINDROÏDE, ſ. m. ſignifie quelquefois, *en Géométrie*, un corps ſolide qui approche de la figure d'un cylindre, mais qui en differe à quelques égards, par exemple, en ce que ſes baſes oppoſées & paralleles ſont elliptiques, *&c.* (*O*).

CYLINDROÏDE, (*Géom.*) eſt auſſi le nom que M. Parent a donné, d'après M. Wren, à un ſolide formé par la révolution d'une hyperbole autour de ſon ſecond axe. On trouve, dans l'Hiſtoire de l'Académie Royale des Sciences de 1709, l'extrait d'un mémoire que M. Parent donna ſur ce ſujet à cette Académie. Il démontra entr'autres une propriété remarquable du *cylindroïde*; ſavoir, que, quand les deux axes de l'hyperbole génératrice, auront un certain rapport avec ceux d'un ſphéroïde aplati qui y ſera inſcrit, les ſurfaces de ces ſphéroïdes ſeront en égalité continue, comme celles de la ſphere & du cylindre circonſcrit. *Voyez l'article* CONOÏDE, où vous trouverez une méthode pour déterminer la ſurface des conoïdes, qui peut ſervir à démontrer la propriété dont il s'agit. C'eſt un travail que nous laiſſons à l'induſtrie de nos lecteurs. (*O*).

CYNOSURE, (*Aſtr.*); c'eſt le nom que les Grecs ont donné à la petite ourſe. Ce mot ſignifie *queue de chien*; il eſt formé de κυὼ, *queue*, κύων, *chien*.

DACTYLONOMIE, ſ. f. (*Arith.*); ce mot eſt formé de mots grecs, δάκτυλος, *doigt*, & νόμος, *loi*, l'art de compter par les doigts. *Voyez* NUMÉRATION.

En voici tout le ſecret : on donne 1 au pouce de la main gauche, 2 à l'index, & ainſi de ſuite juſqu'au pouce de la main droite, qui, étant le dixieme, a par conſéquent le zéro, 0. *Voy.* CARACTERE.

Cette façon de compter ne peut être que fort incommode. Comment, en effet, faire commodément les additions & autres opérations de l'Arithmétique par cette méthode? Comment peut-on ſeulement indiquer commodément un nombre donné, par exemple, 279? Je ſai qu'on l'indiquera en levant les trois doigts de la main qui déſignent ces trois nombres, & en baiſſant les autres; mais comment diſtinguera-t-on l'ordre dans lequel les chifres doivent ſe trouver placés, en ſorte que ce ſoit 279, & non pas, par exemple, 297 ou 729, *&c.*? Ce ſera apparemment en ne montrant d'abord que 2, & tenant les autres doigts baiſſés, puis en montrant 7, puis 9: mais une maniere encore plus commode d'indiquer ce nombre par ſignes, ſeroit de lever d'abord deux doigts, puis ſept, puis neuf. Au reſte, tout cela ne ſeroit bon qu'entre des muets. L'arithmétique écrite eſt bien plus commode.

Il y a apparence que ce ſont les dix doigts de la main qui ont donné naiſſance aux dix caracteres de l'Arithmétique; & ce nombre de caracteres augmenté ou diminué changeroit entiérement les calculs. *Voyez* BINAIRE. On auroit peut-être mieux fait encore de prendre douze caracteres, parce que 12 a plus de diviſeurs que 10; car 12 a quatre diviſeurs 2, 3, 4, 6, & 10 n'en a que deux, 2, 5. Au reſte, il eſt à remarquer que les Romains n'employoient point l'arithmétique décimale; ils n'avoient que trois caracteres juſqu'à cent, *I*, *V*, *X*; *C* étoit pour cent, *D* pour cinq cent, *M* pour mille: mais comment calculoient-ils? C'eſt ce que nous ignorons, & qu'il ſeroit aſſez curieux de retrouver. (*O*).

DAME, (*Jeu*). On donne ce nom à de petites tranches cylindriques de bois ou d'ivoire qui ſont peu épaiſſes, qui ont à peu près pour diametre le côté d'un carreau du damier, & dont on ſe ſert pour jouer aux *dames*. Il y en a de deux couleurs; un des joueurs prend les *dames* d'une couleur, & l'autre joueur les *dames* de l'autre couleur. *Voyez* les deux articles ſuivans.

DAMES, (*Jeu de*). Le jeu de *dames* ſe joue avec les *dames*. Il y a deux ſortes principales de jeu de *dames*; on appele l'un les *dames françoiſes*, & l'autre les *dames polonoiſes*. Aux *dames* françoiſes, chaque joueur a douze *dames*, aux *dames* polonoiſes, vingt. On commence le jeu par placer ſes *dames*.

Aux *dames* françoiſes, le joueur *A* place ſes douze *dames* ſur les douze carreaux ou caſes *a*, *b*, *c*, *d*, *&c.*, & le joueur *B*, les douze ſiennes ſur les douze caſes 1, 2, 3, 4, 5, *&c. Jeux*, *Fig.* 1. Chaque joueur joue alternativement. Lorſque le joueur *A* a pouſſé une de ſes *dames*, le joueur *B* en pouſſe une des ſiennes. Les *dames* ne font qu'un pas; elles vont de la caſe où elles ſont, ſur les caſes vides de même couleur, qui leur ſont immédiatement contignës par leurs angles, ſur la bande qui eſt immédiatement au deſſus: d'où l'on voit qu'une *dame* quelconque ne peut jamais avoir que deux caſes au plus à choiſir. Au bout d'un certain nombre de coups, il arive néceſſairement à une des *dames* du joueur *A* ou *B*, d'être immédiatement contiguë à une des *dames* du joueur *B* ou *A*. Si c'eſt au joueur *A* à jouer, & que la *dame M* ſoit contiguë à la *dame N* du joueur *B*, en ſorte que celle-ci ait une caſe vide par-derriere elle, la *dame M* ſe placera dans la caſe vide, & la *dame N* ſera enlevée de deſſus le damier. S'il y a pluſieurs *dames* de ſuite en avançant vers le fond du damier, placées de maniere qu'elle ſoient toutes ſéparées par une ſeule caſe vide contiguë, la même *dame M* les enlévera toutes, & ſe placera ſur la derniere caſe vide. Ainſi, dans le cas qu'on voit ici, *Fig.* 2, la *dame M* enlévera les *dames* 9, 7, 5, 3, & s'arrêtera ſur la caſe 1. Quand une *dame* eſt arivée ſur la bande d'en-haut de l'adverſaire, on dit qu'elle eſt arivée *à dame*: pour la diſtinguer des autres, on la couvre d'une autre *dame*, & elle s'appele *dame damée*. La *dame* damée ne fait qu'un par, non plus que les autres *dames*, mais les *dames* ſimples ne peuvent point reculer; elles avancent toujours ou s'arrêtent, & ne preuvent qu'en avant: la *dame* damée, au contraire, avance, recule, prend en avant, en arriere, en tout ſens, tout autant de *dames* qu'elle en rencontre ſéparées par des caſes vides, pourvu qu'elle puiſſe ſuivre l'ordre des caſes ſans interrompre ſa marche. Que cet ordre ſoit ici en avançant, là en reculant, la *dame* damée prend toujours, au lieu que, quand elle n'eſt pas damée, il faut que l'ordre des *dames* priſes ſoit toujours en avançant; elles ne peuvent jamais faire un pas en arriere. Ainſi, *Fig.* 3, la *dame* damée *M* prend les *dames* 1, 2, 3, 4, 5, *&c.* au lieu que la *dame* ſimple ne pouroit prendre que les *dames* 1, 2. Si on ne prend pas quand on a à prendre, &

qu'on ne prene pas tout ce qu'on avoit à prendre, on perd la *dame* avec laquelle on devoit prendre, ſoit ſimple, ſoit damée ; cela s'appele *ſouffler* : votre adverſaire vous ſouffle & joue, car ſouffler n'eſt pas jouer. Le jeu ne finit que quand l'un des joueurs n'a plus de *dame* ; c'eſt celui à qui il en reſte qui a gâgné.

Les *dames* polonoiſes ſe jouent comme les *dames* françoiſes, mais ſur un damier polonois, c'eſt-à-dire, à cent câſes, & chaque joueur a vingt *dames*. Les *dames* polonoiſes ſimples avancent un pas ſeulement, comme les dames françoiſes ſimples ; mais elles preuent comme les *dames* damées françoiſes, & les *dames* damées polonoiſes marcheut comme les fous aux échecs : elles prenent d'un bout d'une ligne à l'autre, toutes les *dames* qui ſe trouvent ſéparées les unes des autres par une ou pluſieurs câſes vides ; paſſent, ſans interrompre leur marche, d'un ſeul & même coup, ſur toutes les lignes obliques, tant qu'elles rencontrent des *dames* à prendre, & ne s'arrêteut que quand elles n'en trouveut plus. On ſoufle auſſi à ce jeu les *dames* ſimples & damées ; & on perd ou gâgne, comme aux *dames* françoiſes, quand on manque de *dames* ou qu'on eu garde le dernier.

DAMIER, ſ. m. (*Jeu*) ; ſurface plane où ſont des carreaux alternativement blancs & noirs. Le *damier* qui ſert pour les dames françoiſes ou pour les échecs, n'a que ſoixante-quatre carreaux ou câſes. Chaque bande de carreau eſt de huit dans chaque bande ; ſi le carreau d'une bande eſt noir, les correſpondans dans les bandes immédiatement au deſſus & au deſſous, ſeront blancs. Ainſi, dans une bande quelconque, ſuppoſé que les carreaux ſoient, en allant de la gauche à la droite, blanc, noir, blanc, noir, *&c.*, dans la bande au deſſous & au deſſus de cette bande, les carreaux ſeront, en allant pareillement de la gauche à la droite, noir, blanc, noir, blanc, *&c.*... Le *damier* qui ſert pour les dames polonoiſes, ne differe de celui-ci que par le nombre de ſes câſes ou carreaux ; il en a cent, dix ſur chaque bande. *Voyez l'article* DAME, JEU, *& l'art.* ÉCHEC. *Voyez auſſi la Pl. du Jeu.*

DATE, ſ. f. indication du temps précis dans lequel un événement s'eſt paſſé, à l'aide de laquelle on peut lui aſſigner dans la narration hiſtorique & ſucceſſive, & dans l'ordre chronologique des choſes, la place qui lui convient. On trouve à la tête du grand ouvrage, qui a pour titre : *l'Art de vérifier les dates*, une très-bonne diſſertation ſur les *dates* des anciennes chartes & chroniques, & ſur les difficultés auxquelles ces *dates* peuvent donner occaſion. Une des ſources de ces diffieultés vient des divers temps auxquels on a commencé l'année, & du peu d'uniformité des anciens auteurs là-deſſus. Les uns la commençoient avec le mois de mars, les autres avec le mois de janvier ; quelques-uns ſept jours plutôt, le 25 décembre ; d'autres le 25 mars, d'autres le jour de Pâque. *Voyez*, ſur ce ſujet, un détail très-curieux & très-inſtructif dans l'ouvrage cité. *Voyez auſſi l'article* ANNÉE, *&c.* (*O*).

DAVIS, quart de *davis*. *Voyez* AAAALÊTX.

DAUPHIN, (*Aſtron.*) ; conſtellation boréale, compoſée de 18 étoiles ſuivant Flamſtéed ; on l'appele *delphinus*, *dalphin*, *animal ſepandiroſtrum* (à larg bec recourbé), *incurvicerrieum*, *piſcium rex* : dans Pline, *hermippus* (mercure cheval), *Simon* (camos), *perſuaſor amphitrites*, *vector arionis*, *neptunus*, *triton*, *apollo*, *muſicum ſignum*, *tyrrheni nauta*.

Le *dauphin* étoit regardé par les anciens comme l'ami & le défenſeur des hommes. Télémaque fut ſauvé par un *dauphin*, de même qu'Arion, célebre poëte lyrique : le *dauphin* ſervit à découvrir Amphitrite, & à la fléchir en faveur de Neptune ; le *dauphin* étoit regardé comme le ſymbole du dieu des mers ; Apollon ſe changeoit auſſi en *dauphin* ; enfin les poëtes diſent que Triton, fils de Neptune, eſpece de monſtre marin, ayant ſervi les dieux dans la guerre des géans, par le moyen d'une trompete terrible qu'il avoit imaginée, fut changé en *dauphin* & placé dans ciel.

Le lever de cette conſtellation héliaque eſt annoncée par Ovide, au 9 de janvier.

Interea Delphin clarum ſuper æquora ſidus
Tollitur, & patriis exerit ora vadis.
Faſt. I, 457.

Le lever acronyque eſt indiqué au 10 de join dans le VIe livre, & le coucher au 3 de février.

Quem modo cælatum ſtellis Delphina videbas,
Is fugiet viſus nocte ſequente tuos... Faſt. II.
(*D. L.*)

DÉ (*Anal. des hazards*) : cube dont les ſix faces ſont numérotées *un*, *deux*, *trois*, *quatre*, *cinq & ſix*.

Il eſt viſible qu'avec deux *dés* on peut amener trente-ſix coups différens ; car chacune des ſix faces du *dé* peut ſe combiner ſix fois avec chacune des ſix faces de l'autre. De même, avec trois *dés*, on peut amener 36×6, ou 216 coups différens : car chacune des 36 combinaiſons des deux *dés* peut ſe combiner ſix fois avec les ſix faces du troiſieme *dé* ; donc, en général, avec un nombre de *dés* $= n$, le nombre des coups poſſibles eſt 6^n.

Donc il y a 35 contre 1 à parier qu'on ne fera pas raſle de 1, de 2, de 3, de 4, de 5, de 6, avec deux *dés*. *Voyez* RAFLE. Mais on trouveroit qu'il y a deux manieres de faire 3, 3 de faire 4, 4 de faire 5, 5 de faire 6, & 6 de faire 7, 5 de faire 8, 4 de faire 9, 3 de faire 10, 2 de faire 11, 1 de faire 12 ; ce qui eſt évident par la table ſuivante, qui exprime toutes les 36 combinaiſons.

Digitized by Google

2	3	4	5	6	7
3	4	5	6	7	8
4	5	6	7	8	9
5	6	7	8	9	10
6	7	8	9	10	11
7	8	9	10	11	12

Dans la premiere colonne verticale de cette table, je ſuppoſe qu'un des *dés* tombe ſucceſſivement ſur toutes ſes faces, l'autre *dé* amenant toujours 1; dans la ſeconde colonne, que l'un des *dés* amene toujours 2, l'autre amenant ſes ſix faces, *&c.* les nombres pareils ſe trouvent ſur la même diagonale. On voit donc que 7 eſt le nombre qu'il eſt le plus avantageux de parier qu'on aménera avec deux *dés*, & que 2 & 12 ſont ceux qui donnent moins d'avantage. Si on prend la peine de former ainſi la table des combinaiſons pour trois *dés*, on aura ſix tables de 36 nombres chacune, dont la premiere aura 3 à gauche en haut, 13 à droite en bas, & la derniere aura 8 à gauche en haut, & 18 à droite en bas; & l'on verra, par le moyen des diagonales, que le nombre de fois que le nombre 8 peut ariver, eſt égal à $6+5+4+3+2+1$, c'eſt-à-dire, 21; qu'ainſi, il y a 21 cas ſur 216 pour que ce nombre arive, qu'il y a 15 cas pour amener 7, 10 pour 6, 6 pour 5, 3 pour 4, 1 pour 3; que, pour amener 9, il y a un nombre de combinaiſons $=5+6+5+4+3+2=25$; que, pour amener 10, il y a $4+5+6+5+4+3=27$; que, pour amener 11, il y a $3+4+5+6+5+4=27$; que, pour amener 12, il y a $2+3+4+5+6+5=25$; que, pour amener 13, il y a $1+2+3+4+5+6=21$; que, pour amener 14, il y a 15; que, pour amener 15, il y a 10; que, pour amener 16, il y a 6; que, pour amener 17, il y a 3; & pour amener 18, une ſeule combinaiſon. Ainſi, 10 & 11 ſont les deux nombres qu'il eſt le plus avantageux de parier qu'on aménera avec trois *dés*: il y a à parier 27 ſur 216, c'eſt-à-dire, 1 contre 8, qu'on les aménera; enſuite c'eſt neuf ou douze, enſuite c'eſt huit ou treize, *&c.*

On peut déterminer, par une méthode ſemblable, quels ſont les nombres qu'il y a le plus à parier qu'on aménera avec un nombre donné de *dés*; ce qu'il eſt bon de ſavoir dans pluſieurs jeux. *Voyez* TRICTRAC, *&c.* (*O*).

DÉBANQUER, v. act. (*Jeu*): c'eſt au pharaon ou à la baſſete épuiſer le banquier, & lui gâgner tout ce qu'il avoit d'argent, ce qui le force de quiter la partie.

DÉBOÎTER, v. act. (*Hydraul.*); c'eſt ſéparer des tuyaux de bois ou de grès endomagés, pour en remettre de neufs. (*K*).

DÉBREDOUILLER, v. act. (*Jeu*): il ſe dit au trictrac dans le ſens qui ſuit: il faut prendre un certain nombre de points (douze) pour gâgner un trou, & un certain nombre de trous (douze) pour gâgner la partie: ſi l'on prend, ou tous les points qui donnent le trou, ou tous les trous qui donnent la partie, ſans que l'adverſaire vous interrompe, ſoit en gâgnant quelques points, ſoit en gâgnant un trou; on gâgne ou le trou bredouille, ou la partie bredouille. Le trou & la partie ſimples ne valent qu'un trou, qu'une partie; le trou bredouille & la partie bredouille valent deux trous, deux parties. On marque qu'on a la bredouille, c'eſt-à-dire, qu'on a pris ce qu'on a de points ſans interruption, avec un jeton qu'on prend ou qu'on ôte, ſelon qu'il convient. *Voy.* TRICTRAC.

DÉCADE, ſ. f. (*Arithm. & Hiſt.*). Quelques anciens auteurs d'Arithmétique ſe ſont ſervis de ce mot pour déſigner ce que nous appelons aujourd'hui *dixaine*; il eſt formé du mot latin *decas*, dérivé lui-même d'un mot grec qui ſignifie la même choſe. On ne ſe ſert plus de ce mot que pour déſigner les dixaines de livres dans leſquelles on a partagé l'Hiſtoire Romaine de Tite-Live. Il ne nous reſte aujourd'hui de cet ouvrage, qui contenoit quatorze *décades*, que trois *décades* & demie. La ſeconde *décade*, qui contenoit entr'autres l'hiſtoire de la premiere guerre Punique, eſt perdue; de ſorte que la *décade*, appelée aujourd'hui la *ſeconde*, eſt réellement la troiſieme. On a avancé, ſans aucun fondement, que cette *décade* perdue exiſtoit dans la bibliotheque des empereurs de Conſtantinople. Dans ce qui nous reſte de Tite-Live, le ſtyle paroît ſe reſſentir des différens âges où il peut avoir compoſé. La premiere *décade*, qu'il a écrite étant plus jeune, eſt d'un ſtyle plus orné & plus fleuri; la ſeconde eſt d'un ſtyle plus ferme & plus mâle; le ſtyle de la troiſieme eſt plus foible. On regarde cet hiſtorien comme le premier des hiſtoriens latins; cependant il n'eſt pas douteux que Tacite ne lui ſoit fort ſupérieur, dans le grand art de démêler & de peindre les hommes, qui eſt, ſans contredit, la premiere qualité de l'hiſtorien: & pour ce qui concerne le ſtyle, il paroît que la narration de Salluſte, ſans être trop coupée, eſt encore plus énergique & plus vive. À l'égard de la véracité, on lui a reproché d'être trop partial en faveur des Romains; on peut en voir un exemple dans l'excellente diſſertation de M. Melot ſur la priſe de Rome par les Gaulois, imprimée dans le recueil de l'Académie des Belles Lettres. On lui a reproché auſſi l'eſpece de puérilité avec laquelle il raporte tant de prodiges; puérilité qui paroît ſuppoſer en lui une crédulité bien peu philoſophique: il n'y a peut-être que Plutarque qui puiſſe le lui diſputer ſur ce point. Néanmoins Tite-Live peut avoir été digne en effet de la place qu'on lui a donnée, par l'excellence, la pureté & les autres qualités de ſon ſtyle: mais c'eſt de quoi aucun moderne ne peut juger. (*O*).

(II) Du moins les anciens pouvoient-ils en juger. Il ſuffit de citer Quintilien, il parle ainſi de Tite-Live: *Nec indignetur ſibi Herodotus æquari Titum*

Livium, cum in narrando mira jucunditatis, clariſſimique candoris, tum in concionibus ſupra quam enarrari poteſt, eloquentem: ita dicuntur omnia tum rebus, tum perſonis accommodata; ſed effectus quidem, præcipue eos qui ſunt dulciores, ut pariſſime dixeram, nemo hiſtoricorum commendavit magis. Ideaque immortalem illam Salluſtii velocitatem diverſis virtutibus conſequutus eſt. Nam mihi egregie dixiſſe videtur Servilius Nonianus, pares eos magis quam ſimiles.

D'ailleurs cet auteor fait un crime à Tite-Live de la diverſité de ſon ſtyle, ce qui conſtitue au contraire ſon plus grand mérite. Les ornemens, la force, ou la foibleſſe de ſon ſtyle n'eſt pas l'effet de la vivacité, ou de la maturité de ſon âge, ou de la langueur de ſa vieilleſſe. Il paroît jeune dans les principes, & dans l'enfance des Romains: à l'âge que ce peuple devenu mâle, & robuſte fit éclater des actions héroïques, & des grands exploits contre des nations prêtes à ébranler ſon empire, c'eſt abſolument la bouche d'un héros qui en fait l'hiſtoire. La troiſieme *décade* marque la foibleſſe des Grecs, & des Aſiatiques, & le peu d'efforts qu'il fallut aux Romains pour les vaincre. Après la troiſieme ou pluôt la quatrieme *décade*, ſi Tite-Live étoit vieux, comme le ſuppoſe cet auteur, il n'auroit pas compoſé les cent livres ſuivans de la plus intéreſſante partie de ſon hiſtoire, qui s'ils étoient par bonheur parvenus juſqu'à nous, l'on verroit aux temps des guerres civiles des efforts d'un grand génie, & des traits d'héroïſme, & de politique, dont nous n'avons peut-être point d'exemples. Enfin à l'égard des prodiges, dont on loi fait un reproche, il n'eut ni l'indiſcrétion de les nier abſolument aux Romains, ni la puérilité de les croire; il les avance comme des opinions populaires, & c'eſt ainſi qu'il s'exprime en général: *Hæc ad oſtentationem ſcenæ gaudentis miraculis aptiora quam ad fidem, neque affirmare, neque refellere operæ pretium eſt.*)

DÉCAGONE, ſ. m. (*Géom.*); nom qu'on donne, en Géométrie, à one figure plane qui a dix côtés & dix angles. *Voyez* FIGURE.

Si tous les côtés & les angles du *décagone* ſont égaux, il eſt appelé pour lors *décagone régulier*, & peut être inſcrit dans on cercle.

Les côtés du *décagone* régulier ſont égaux en grandeur & en poiſſance au plus grand ſegment d'un hexagone inſcrit dans le même cercle, & coupé en moyene & extrême raiſon. En voici la démonſtration.

Soit *AB*, *Pl. Géom. Fig.* 57, le côté du *décagone*, C le centre, l'angle *ACB* eſt de 36^d, par conſéquent les angles *A* & *B* ſont chacun de 72: car les trois angles d'un triangle ſont égaux à deux droits. *Voyez* TRIANGLE.

Si on diviſe l'angle *A* en deux également par la ligne *AD*, l'angle *BAD* ſera de 36^d, & les angles *B* & *D* chacun de 72: donc le triangle *BAD* ſera ſemblable au triangle *ABC*. De plus, l'angle *DAC* & l'angle C étaot chacun de 36^d, on aura $CD = AB$: donc on aura *AC* eſt à *AB* ou *AD* ou *CD* :: *AD* ou *CD* eſt à *DB*: or le cayon *AC* eſt le côté de l'hexagone, *Voyez* HEXAGONE, *&c.* donc, *&c. Voyez* MOYENNE ET EXTRÊME RAISON.

Un ouvrage de fortification compoſé de dix baſtions, s'appele quelquefois un *décagone*. (*O*).

DÉCANS, *decania* dans Manilius, ſont les dixaines de degrés ou les tiers de ſignes dont on faiſoit uſage autrefois. *Voy. mon Aſtronomie, t. iv, p.* 443. (*D. L.*)

DÉCEMBRE, ſ. m. c'étoit le dixieme mois de l'année romaine, comme ſon nom le déſigne aſſez; & c'eſt le doozieme de la nôtre, depuis que nous commençons l'année en janvier, c'eſt-à-dire, depuis l'édit de Charles IX en 1564.

Environ le 21 de ce mois, le ſoleil entre au ſigne du capricorne; c'eſt le jour le plus court de l'année, & le commencement de l'hiver.

DÉCHARGE, (*Hydraul.*) ſe dit de tout tuyau qui conduit l'eau ſuperflue d'un baſſin dans un autre, ou dans on puiſard. Il y en a de deux ſortes; celle du fond, & celle de ſuperficie.

La *décharge* du fond a pluſieurs uſages; elle ſert, 1°. à vider entiérement un baſſin, quand on le veut nétoyer: 2°. à faire jouer des baſſins plus bas, & alors le baſſin où eſt cette *décharge* ſe peut appeler le *réſervoir* de celui qo'il fournit.

La *décharge* de ſuperficie eſt un tuyau qui ſe met ſor le bord d'un baſſin ou d'un réſervoir, & ſert à faire écouler l'eao à meſure qu'elle vient, de maniere que le baſſin reſte toujours plein. Cette ſuperficie ſe met quelquefois à un pied plus bas que le fond, afin qu'elle ſe trouve un peu chargée, pour faire monter le jet qu'elle fournit. (*K*).

DÉCHARGEOIR, ſ. m. (*Hydraul.*). Dans une écluſe, il ſert à écouler l'eau de ſuperficie ou ſuperflue, que le courant d'une civiere ou d'un ruiſſeau fournit continoélement, & qui vient, par le moyen d'une buſe ou d'un contre-foſſé, ſe joindre à l'eau qui eſt en bas, & dont on peut faire encore d'autres oſages. On ouvre ſouvent la condnite du *déchargeoir*, par le moyen d'un moulinet ou d'one bonde plaſée ſur la ſuperficie de la terre. (*K*).

DÉCHET, (*Hydraul.*) eſt la diminution des eaux d'one ſource; c'eſt auſſi ce qoi manque d'eau à un jet, par raport à ce qu'il devroie fournir ou dépenſer. (*K*)

DÉCHIRER, (*Hydraul.*). On dit qu'une nappe d'eau ſe *déchire*, quand l'eau ſe ſépare avant que de tomber dans le baſſin d'en-bas. Souvent, quand on n'a pas aſſez d'eau pour fournir une nappe, on la *déchire*; c'eſt-à-dire, que, pratiquant ſur les bords de la coqoille ou de la coupe des reſſauts de pierre ou de plomb, l'eau ne toobe que par eſpaces: ce qui fait on aſſez bel effet, quand ces déchirures ſont ménagées avec intelligence. (*K*).

DÉCIL ou DEXTIL, adj. *terme d'Aſtronomie* ou pluôt d'*Aſtrologie*, qui ſignifie l'*aſpect* ou la

poſition de deux planetes éloignées l'une de l'autre de la dixieme partie du zôdiaque, ou de 36 degrés. Ce mot n'eſt plus en uſage depuis que l'Aſtrologie eſt proſcrite. *Voy.* ASPECT & ASTROLOGIE. (*O*).

DÉCIMALE, ſ. f. (*Arith.*). On appele *parties décimales* ou *fractions décimales* des fractions dont l'unité eſt continuélement ſous-décuple de l'unité principale. Ainſi, les fractions $\frac{7}{10}$, $\frac{5}{100}$, $\frac{8}{1000}$ ſont des fractions *décimales*. Quelques auteurs appelent *Arithmétique décimale* la partie de l'arithmétique, qui traite du calcul des fractions *décimales*.

De même que, dans le ſyſtême de notre arithmétique ordinaire (*Voyez* NUMÉRATION), en ajoutant enſemble dix *unités*, on forme une *dixaine*; en ajoutant enſemble dix *dixaines*, on forme une *centaine*; en ajoutant enſemble dix *centaines*, on forme un *mille*, ainſi de ſuite: ſemblablement, ſi l'on conçoit que l'unité ſoit partagée en dix parties égales, chacune de ces parties formera un *dixieme*; que chaque dixieme ſoit partagé en dix parties égales, chacune de ces parties vaudra un *centieme*; que chaque centieme ſoit partagé en dix parties égales, chacune de ces parties vaudra un *millieme*, ainſi de ſuite. D'où l'on voit qu'à partir de l'unité, les dixaines, les centaines, les mille, *&c.* forment une ſuite aſcendante de gauche à droite, & les dixiemes, les centiemes, les milliemes, *&c.* forment une ſuite deſcendante de droite à gauche. Les nombres, dont ces ſuites ſont compoſées, peuvent donc être exprimés par les mêmes chifres, en faiſant occuper à ces chifres les places convenables. Alors les fractions *décimales* ne ſe préſentent plus ſous la forme des fractions ordinaires, & les opérations, que l'on fait pour le calcul des unités principales, ont également lieu pour le calcul des parties *décimales*. *Voyez* ADDITION, SOUSTRACTION, MULTIPLICATION, DIVISION.

Pour diſtinguer les parties *décimales* d'avec les unités principales, on écrit, après celles-ci, un point, ou plus ordinairement une virgule: enſuite, après cette virgule, & en allant de gauche à droite, on écrit les parties *décimales*. Suivant cet ordre, & les parties *décimales* étant toujours priſes comparativement à l'unité principale, le premier chifre, après la virgule, exprime des *dixiemes*; le ſecond, des *centiemes*; le troiſieme, des *milliemes*; le quatrieme, des *dix milliemes*, ainſi de ſuite. Il en eſt donc des parties *décimales*, comme des unités ſimples; à meſure qu'un chifre avance d'un rang vers la droite, il devient dix fois plus petit, & réciproquement. Ainſi, dans le nombre 345,7, le chifre 7 exprime ſept *dixiemes*; dans le nombre 345,07, le chifre 7 exprime ſept *centiemes*; dans le nombre 345,007, le chifre 7 exprime ſept *milliemes*, &c. On voit par-là, en même temps, que ſi, dans un nombre, il manque des parties *décimales* d'un certain ordre, les places de cet ordre ſont occupées par des zéros.

Cela bien entendu, il eſt facile d'énoncer un nombre qui contient des parties *décimales*. Soit, par exemple, le nombre 423,549. Les chifres écrits à gauche de la virgule, repréſentent quatre cents vingt-trois *unités ſimples*; le chifre 5, qui vient immédiatement après la virgule, exprime cinq *dixiemes* de l'unité ſimple; le chifre 4 en exprime quatre *centiemes*; le chifre 9, neuf *milliemes*. Par conſéquent le nombre 423,549 peut d'abord s'énoncer ainſi: quatre cents vingt-trois *unités*, cinq *dixiemes*, quatre *centiemes*, neuf *milliemes*. Mais, comme chaque unité de dixieme vaut une dixaine de centiemes, & une centaine de milliemes, & que chaque unité de centieme vaut une dixaine de milliemes: il eſt clair qu'au lieu de dire cinq dixiemes, quatre centiemes, neuf milliemes, nous pouvons dire, cinq cents quarante-neuf *milliemes*. Notre nombre 423,549 s'énoncera donc: quatre cents vingt trois *unités*, cinq cents quarante-neuf *milliemes*. De même le nombre 54,3075, où il n'y a point de dixiemes, s'énonce: cinquante-quatre *unités*, trois mille ſoixante & quinze *dix milliemes*. Le nombre 0,5408, où il n'y a ni unités ſimples, ni milliemes, s'énonce: cinq mille quatre cents huit *dix milliemes*. Ainſi des autres.

Les nombres qui contiennent des unités ſimples & des parties *décimales*, peuvent encore s'énoncer d'une maniere plus abrégée, en conſidérant que chaque unité ſimple vaut dix *dixiemes*, ou cent *centiemes*, ou mille *milliemes*, ou &c.; que chaque dixaine vaut cent *dixiemes*, ou mille *centiemes*, ou dix mille *milliemes*, ou &c.; que chaque centaine vaut mille *dixiemes*, ou dix mille *centiemes* ou cent mille *milliemes*, ou &c. D'où il ſuit que, par exemple, le nombre 423,549 pourra ſe prononcer: quatre cents vingt-trois mille cinq cents quarante-neuf *milliemes*. On voit que, dans cet énoncé, les *milliemes* ſont regardés, par raport aux autres chifres à gauche, comme faiſant la fonction d'unités ſimples. On entendra la même choſe, avec les changemens convenables, pour les autres nombres de cette eſpece.

Puiſque la virgule fait la ſéparation des parties *décimales* d'avec les unités principales, il eſt clair qu'en avançant cette virgule d'un rang vers la droite, ou vers la gauche, on rendra le nombre dix fois plus grand ou plus petit. Soit, par exemple, le nombre 467,8435. Si, en avançant la virgule d'un rang vers la droite, on écrit 4678,435, on voit que les centaines du premier nombre deviennent des mille; les dixaines, des centaines; les unités, des dixaines; les dixiemes, des unités; les centiemes, des dixiemes, ainſi de ſuite. Donc, par le déplacement de la virgule, chaque partie du premier nombre eſt devenue dix fois plus grande. Le nombre lui-même eſt donc devenu auſſi dix fois plus grand. Au contraire, en reculant la virgule d'un rang vers la gauche, le nombre deviendroit dix fois plus petit, puiſque chacune de ſes parties deviendroit dix fois plus petite.

On voit, par un raiſonement ſemblable, qu'en avançant la virgule vers la droite de deux, trois, quatre, *&c.* places, on rendroit le nombre 100 fois, 1000 fois, 10000 fois, *&c.* plus grand; & qu'au contraire, en reculant la virgule vers la gauche, de deux, trois, quatre, *&c.* places, on rendroit le nombre 100 fois, 1000 fois, 10000 fois, *&c.* plus petit.

On ne change point la valeur d'un nombre qui contient des parties *décimales*, en écrivant à la droite de ce nombre tant de zéros qu'on voudra. Soit, par exemple, le nombre 45,67. On peut, à ſa place, écrire 45,670, ou 45,6700, ou 45,67000, *&c.* Car, puiſque chaque *centieme* vaut 10 *milliemes*, ou 100 *dix milliemes*, ou 1000 *cent milliemes*, &c. il eſt clair que les 67 *centiemes* vaudront 670 *milliemes*, ou 6700 *dix milliemes*, ou 67000 *cent milliemes*, &c.

Réciproquement, ſi, à la droite des figures *décimales* ſignificatives, il ſe trouve des zéros, on pourra ſupprimer ces zéros, ſans changer la valeur du nombre. Ainſi, le nombre 48,54000 eſt la même choſe que 48,54.

D'après les idées que je viens de donner des parties *décimales*, on voit que la numération eſt également facile, & toujours ſujete aux mêmes loix, ſoit que les nombres contiennent ou non de telles parties. Il ſeroit donc à déſirer que, lorſqu'on a beſoin de conſidérer des nombres plus petits que celui qui ſert d'unité, on diviſât toujours cette unité en parties *décimales*. Les opérations de l'arithmétique en ſeroient plus ſimples & plus commodes. Mais on ne s'aſſujétit pas à cet ordre, ſoit parce que la nature des parties *décimales* n'a pas d'abord été bien connue, ſoit parce que des circonſtances particulieres ont introduit d'autres diviſions. Les différens arts ſubdiviſent différemment leur unité principale. Dans les monoies, la livre ſe diviſe en 20 parties, qui valent chacune 1 ſou; & le ſou en 12 parties, qui valent chacune 1 denier. La livre (poids) ſe partage en 2 marcs; le marc, en 8 onces; l'once, en 8 grôs; le grôs, en 3 deniers; le denier, en 24 grains. Dans les toiſés, la toiſe ſe diviſe en 6 piedt; le pied, en 12 pouces; le pouce, en 12 lignes; la ligne en 12 points, *&c.* (*L. B.*)

*Tout le calcul des fractions *décimales* eſt fondé ſur ce principe très-ſimple, qu'une quantité *décimale*, ſoit fractionaire, ſoit qu'elle contiene des entiers en partie, équivaut à une fraction dont le dénominateur eſt égal à l'unité ſuivie d'autant de zéros, qu'il y a de chifres après la virgule; ainſi, 0,563 eſt $=\frac{563}{1000}$, 0,0005 $=\frac{5}{10000}$; $36,52=36+\frac{52}{100}$; & ainſi des autres.

Par conſéquent, ſi on veut ajouter enſemble les trois fractions ci-deſſus, il faut ſuppoſer que ces trois fractions ſont réduites au même dénominateur commun 10000, c'eſt-à-dire, ſuppoſer $0,563=0,5630$, $36,52=36,5200$; c'eſt ce que l'on fait, du moins tacitement, en écrivant les nombres qui contiennent des parties *décimales*, comme on l'a vu à l'*article* Addition. Il en eſt de même de la ſouſtraction. A l'égard de la multiplication, on n'a point cette préparation à faire, de réduire toutes les fractions au même dénominateur, en ajoutant des zéros à la droite de celles qui en ont beſoin. On multiplie ſimplement à l'ordinaire; & il eſt viſible que, ſi 10^n eſt cenſé le dénominateur d'une des fractions, & 10^m l'autre; le dénominateur du produit ſera 10^{m+n}. Donc, ſupprimant ce dénominateur, il faudra que le produit ait autant de parties *décimales*, c'eſt-à-dire, de chifres après la virgule, qu'il y a d'unités dans $m+n$. Il en ſera de même de la diviſion, avec cette différence que le dénominateur, au lieu d'être 10^{m+n}, ſera 10^{m-n}, & que par conſéquent $m-n$ ſera le nombre des chifres qui doivent ſe trouver après la virgule dans le quotient. *Voyez* Fraction & Division.

On a expliqué, à l'*article* Approximation, comment, par le moyen des fractions *décimales*, on approche auſſi près qu'on veut de la racine d'un nombre quelconque.

Il ne nous reſte plus qu'à obſerver qu'on ne réduit pas toujours exactement & rigoureuſement une fraction quelconque en fraction *décimale*. Soit, par exemple, $\frac{p}{q}$ une fraction à réduire en fraction *décimale* $\frac{r}{10^n}$; on aura donc $=\frac{p\times 10^n}{q}$. Or $10^n=2^n\times 5^n$, & on verra à l'*article* Diviseur, que $\frac{p\times 2^n\times 5^n}{q}$ ne ſauroit être égal à un nombre entier r, à moins que q ne ſoit égal à quelque puiſſance de 2 ou de 5, ou de 2×5; ou au produit de quelque puiſſance de 2 par quelque puiſſance de 5, puiſſances moindres que n; car on ſuppoſe que $\frac{p}{q}$ eſt une fraction réduite à la plus ſimple expreſſion; c'eſt-à-dire, que p & q n'ont aucun diviſeur commun. *Voyez* Diviseur. Dans tout autre cas, $\frac{p\times 10^n}{q}$ ne pourra jamais être exactement & rigoureuſement égal à un nombre entier r. Mais il eſt viſible que plus n ſera grand, c'eſt-à-dire, plus le dénominateur de la fraction aura de zéros, plus $\frac{r}{10^n}$ ſera près d'être égal à $\frac{p}{q}$; car l'erreur, s'il y en a, ſera toujours moindre que $\frac{1}{10^n}$, puiſqu'en faiſant la diviſion de $p\times 10^n$ par q le quotient r qu'on trouvera, & qui ſera trop

trop petit, ſera au contraire trop grand, ſi on l'augmente d'une unité. Donc $\frac{r}{so^n} < \frac{p}{q}$ & $\frac{r+1}{so^n} > \frac{p}{q}$. Donc, *&c.*

Ainſi, la réduction des fractions en *décimales* eſt toujours utile, puiſqu'on peut du moins approcher de leur valeur auſſi près qu'on voudra, quand on ne les a pas exactement. (*O*).

DÉCLICQ, ſ. m. (*méchan.*). Ce terme déſigne toute eſpece de reſſort, tel que celui qu'on attache à un bélier ou mouton d'une peſanteur extraordinaire qu'on éleve bien haut; & par le moyen d'une petite corde qui détache le *déclicq*, on fait tomber le mouton ſur la tête d'un pilot. (*K*).

DÉCLIN *de la lune*. *Voyez* DÉCOURS.

DÉCLINAISON, *en terme d'Aſtronomie*, ſignifie la *diſtance* qu'il y a du ſoleil, d'une étoile, d'une planete, ou de quelqu'autre point de la ſphere du monde, à l'équateur, ſoit vers le Nord, ſoit vers le Sud. *Voyez* ÉQUATEUR.

La *déclinaiſon* eſt *boreale*, ſi l'aſtre eſt dans l'hémiſphere boréal; & *auſtrale* dans l'hémiſphere auſtral.

La *déclinaiſon* eſt meſurée par un arc de grand cercle, comme *EK*, *Pl. aſtron. Fig.* 23, compris entre le point donné *K*, où l'on ſuppoſe l'aſtre, & l'équateur *EQ*, & perpendiculaire au plan de l'équateur; par conſéquent le cercle *PGKE*, dont l'arc ſert à meſurer la *déclinaiſon*, paſſe par les poles du monde *P* & *R*, & ce cercle s'appele *cercle de déclinaiſon*, ou *méridien*.

La *déclinaiſon* d'une étoile ſe trouve, en obſervant d'abord la hauteur du pole *PH*. Cette hauteur du pole étant ôtée de 90° donne la hauteur de l'équateur *EO*. On obſerve enſuite la hauteur méridiene *OK* de l'étoile; ſi elle eſt plus grande que la hauteur de l'équateur, on en ôte la hauteur de l'équateur, & le reſte eſt la *déclinaiſon* boréale *EK* de l'étoile. Mais ſi la hauteur méridiene de l'étoile *M* eſt moindre que la hauteur de l'équateur, on la retranche de la hauteur de l'équateur, & on a la *déclinaiſon* auſtrale *EM* au deſſous de l'équateur.

Si l'étoile eſt dans le quart *ZH*, alors ſa plus petite hauteur *BH* étant ôtée de la hauteur du pole *PH*, on aura la diſtance *PB* de l'étoile au pole; & cette diſtance étant ôtée du quart de cercle *PQ*, on aura la *déclinaiſon BQ*. Par exemple, on a obſervé *PB*, diſtance de l'étoile polaire au pole de 2° 2′ qui, étant ôtée de 90°, donne *BQ* de 87° 58′; c'eſt par cette méthode que ſont conſtruites les tables des *déclinaiſons* des étoiles fixes, données dans les *Catalogues*. *Voyez* ÉTOILE.

Nous ſuppoſons au reſte, que dans ces calculs, on ait égard à la réfraction, à l'aberration, & à la nutation, toutes quantités dont on doit tenir compte pour déterminer rigoureuſement la *déclinaiſon* de l'étoile. On doit même avoir égard encore à la parallaxe, lorſqu'il s'agit du ſoleil ou de quelque planete, ſur-tout ſi cette planete eſt la lune.

On trouvera au mot *étoile*, une table des *déclinaiſons* des principales étoiles. On y voit que cette *déclinaiſon* n'eſt pas conſtante, ce qui vient de pluſieurs cauſes: 1°. de ce que l'axe de la terre a un mouvement autour des poles de l'écliptique; *voyez* PRÉCESSION: 2°. de ce que quelques étoiles peuvent avoir des mouvemens particuliers dont on ignore encore la cauſe, ſur-tout *Arcturus*.

La *déclinaiſon* du ſoleil eſt d'un grand uſage dans l'Aſtronomie, nous en avons donné une table au mot CAHAAN.

La *déclinaiſon*, en Aſtronomie, eſt la même choſe que la latitude en Géographie. *Voyez* LATITUDE.

Les Mathématiciens modernes ont fort agité la queſtion, ſi la *déclinaiſon*, ou l'obliquité de l'écliptique eſt variable ou non; mais il eſt prouvé qu'elle diminue. *Voyez* OBLIQUITÉ.

Parallaxe de déclinaiſon, eſt l'arc du cercle de *déclinaiſon*, qui meſure la quantité dont la *déclinaiſon* d'un aſtre eſt augmentée ou diminuée par la parallaxe de hauteur. *Voyez* PARALLAXE.

Réfraction de déclinaiſon, eſt un arc du cercle de *déclinaiſon*, qui meſure la quantité dont la réfraction augmente ou diminue la *déclinaiſon* d'une étoile. *Voyez* RÉFRACTION.

Déclinaiſon d'un plan vertical, en terme *de Gnomonique*, eſt un arc de l'horizon compris entre le premier vertical & la ſection du plan du cadran avec l'horizon.

Les auteurs de Gnomonique nous ont donné différens moyens pour trouver la *déclinaiſon* des plans: le plus facile de ces moyens eſt celui qui ſe pratique par la bouſſole. *Voyez* DÉCLINATEUR & CADRAN.

Déclinaiſon de l'aimant ou *de la bouſſole*, eſt la quantité dont l'aiguille aimantée s'écarte du vrai point du nord. Cet article ſera traité plus au long dans le dictionaire de Phyſique, & dans celui de Marine; mais, comme les aſtronomes en font un uſage fréquent, nous croyons utile de mettre ici une table de la *déclinaiſon* obſervée depuis quelques années. En 1610, la *déclinaiſon* étoit, à Paris, de 8 degrés à l'eſt; en 1663, elle étoit nulle, & elle a toujours été vers l'oueſt juſqu'en 1769, qu'elle m'a paru de 20 degrés. Depuis ce temps-là, on ne voit pas diſtinctement ſi elle augmente ou ſi elle diminue: ſuivant les obſervations rapportées dans le Journal des Savans, on trouve la *déclinaiſon* moyene, en 1771, 20° 0′; en 1773, 19° 55′; en 1775, 19° 42′; en 1777, 19° 35′; (mais cette année-là, M. le Monnier la trouva de 20° 26′); en 1779, 19° 41′, (M. le Monnier, 20° 30′); en 1781, 20° 17′; en 1782, 20° 20′; des différences de quelques minutes ſont inſenſibles dans ces ſortes d'obſervations, ſur-tout à cauſe des variations continueles qui arivent dans la *déclinaiſon de l'aimant*, à différentes heures du jour, & en différens temps de l'année. *Voyez*

les pieces de M. Van-Swinden & de M. Coulomb, qui ont remporté le prix de l'Académie, en 1777, ſur ce ſujet. Si l'on admet l'hypotheſe du refroidiſſement ſucceſſif de la terre, on aura un moyen d'expliquer ce changement de la *déclinaiſon* magnétique, par l'inégalité de refroidiſſement dans les parties hétérogenes du globe terreſtre. (*D. L.*)

DÉCLINANT, adj. Cadrans *déclinans, en Gnomonique*, ſont des cadrans qui ne regardent pas le midi, comme des cadrans verticaux, dont le plan coupe obliquement le plan du premier cercle vertical. *Voyez* CADRAN.

Si on imagine que le plan du premier vertical ſe meuve autour de la ligne du zénith & du nadir, ce plan deviendra *déclinant*; & il ne ſera plus coupé à angles droits par le méridien, mais par quelque autre vertical, paſſant par d'autres points que les deux poles.

En général, on peut appeler *déclinant*, tout plan, vertical ou non, dont la ſection, avec l'horizon, fait un angle avec le premier vertical, & qui ne paſſe point par l'orient & l'occident.

Il y a des auteurs qui appelent auſſi *déclinant*, en général, tout cadran qui ne regarde pas directement quelqu'un des points cardinaux; ſelon eux, pour qu'un cadran ne ſoit pas *déclinant*, il faut qu'il paſſe par la commune ſection du méridien & de l'horizon, ou du premier vertical & de l'horizon.

Les cadrans *déclinans* ſont fort fréquens, parce que les murs, ſur leſquels on trace des cadrans, déclinent preſque toujours des points cardinaux. Les cadrans inclinés & réclinés, & ſur-tout les cadrans déinclinés, ſont plus rares. *Voyez* CADRAN. (*O*).

DÉCLINATEUR *ou* DÉCLINATOIRE, ſ. m. (*Gnomon.*) eſt un inſtrument de Gnomonique, par le moyen duquel on détermine la déclinaiſon & l'inclinaiſon du plan d'un cadran.

En voici la conſtruction: ſur une planche carrée de bois *ABCD*, *Planch. Aſtronom. Fig.* 256, on décrit un demi-cercle *AED*, & on diviſe les deux quarts de cercle *AE* & *ED* en 90 degrés chacun; leſquels 90 degrés commencent en *E*, comme dans la figure. Enſuite on ajuſte au centre un régulateur *FG*, fixé tellement qu'il puiſſe ſe mouvoir librement autour de ce centre: ſur ce régulateur, on fixe une bouſſole en *G*, de maniere que le *déclinateur* étant poſé contre un plan perpendiculaire au méridien, & la partie *G* du régulateur étant en *E*, la ligne nord & ſud de la bouſſole ſoit la continuation de la ligne *EF*; ce qui donne le méridien magnétique.

Maintenant, pour trouver par le moyen de cet inſtrument la déclinaiſon du plan, on applique au plan propoſé *MN*, le côté *AD* de l'inſtrument, & on fait mouvoir le régulateur *FG* autour du centre *F*, juſqu'à ce que l'aiguille reſte ſur la ligne du méridien magnétique du lieu. Enſuite ſi le régulateur, dans cet état, coupe le demi-cercle en *E*, le plan eſt, ou vers le nord ou vers le ſud: s'il le coupe entre *D* & *E*, le plan décline à l'eſt de la quantité de l'angle *GFE*.

Le même inſtrument peut auſſi ſervir pour trouver ſi un plan eſt inclinant ou réclinant. Pour cela, au lieu du régulateur & de l'aiguille, il faudra atacher, au centre *F*, un fil avec un plomb, *Fig.* 265: on appliquera enſuite, ſur le plan propoſé *IL*, le côté *BC* du déclinateur *ABCD*; & ſi la ligne à plomb *FGH*, coupe le demi-cercle *AED* au point *E*, le plan eſt horizontal; mais ſi elle coupe le quart de cercle *ED* en un point quelconque *G*, alors *EFG* ſera l'angle d'inclinaiſon: enfin, ſi lorſqu'on applique le côté *AB* au plan, le fil à plomb paſſe par le point *E*, le plan ſera vertical. Si l'on compare l'angle d'inclinaiſon avec la hauteur du pole ou de l'équateur, on connoîtra facilement ſi le plan eſt inclinant ou réclinant. *Voyez* CADRAN. (*M. LE ROY.*)

DÉCLINATOIRE, ſ. m. (*Gnom. prat.*): inſtrument dont on ſe ſert pour orienter une planchete ſur laquelle on a tracé la direction de l'aiguille aimantée. *Voyez* LAVÉE DES PLANS.

C'eſt une petite boîte rectangulaire qui contient une aiguille aimantée, en équilibre ſur un pivot. Ce pivot eſt placé perpendiculairement, au centre du fond de la boîte, de ſorte que lorſqu'elle eſt fixée horizontalement, & que les deux extrémités de l'aiguille répondent à deux points de *diviſion* qui marquent les milieux des deux petits côtés oppoſés, l'alignement de chacun des grands eſt parallele à l'aiguille & donne la direction de la méridiene magnétique.

Le *déclinatoire* differe de la bouſſole employée à lever les plans, en ce que ſon aiguille n'eſt point environée d'un cercle de métal diviſé en degrés, & qu'elle n'indique que les points nord & ſud. Il a ordinairement cinq pouces de long, deux & demi de large, & dix lignes de hauteur. (*M. JOLLY, Ingénieur Géographe.*)

DÉCOMPOSITION DES FORCES, (*Méch.*). On a vu à l'*article* COMPOSITION, que deux ou pluſieurs puiſſances, qui agiſſent à la fois ſur un corps, peuvent être réduites à une ſeule, & on a expliqué de quelle maniere ſe fait cette réduction: c'eſt ce qu'on appele *compoſition des forces*. Réciproquement, on peut transformer une puiſſance qui agit ſur un corps en deux autres; leurs directions & leurs valeurs ſeront repréſentées par les côtés d'un parallélogramme, dont la diagonale repréſentera la direction & la valeur de la puiſſance donnée; il eſt viſible que chacune de ces deux puiſſances, ou l'une des deux ſeulement, peut ſe changer de même en deux autres. Cette diviſion, pour ainſi dire, d'une puiſſance en pluſieurs autres s'appele *décompoſition*. Elle eſt d'un uſage extrême dans la Statique & dans la Méchanique; & M. Varignon entr'autres en a fait beaucoup d'uſage pour déterminer les forces des

Digitized by Google

machines, dans ſon projet d'une nouvele méchanique, imprimée depuis ſa mort.

Quand une puiſſance *A* fait équilibre à pluſieurs autres *B*, *C*, *D*, &c. il faut qu'en décompoſant cette puiſſance en pluſieurs autres que j'appélerai *b*, *c*, *d*, &c. & qui ſoient dans la direction de *B*, de *C*, & de *D*, les puiſſances *b*, *c*, *d*, ſoient égales aux puiſſances *B*, *C*, *D*, & agiſſent en ſens contraire. *Voyez* MACHINE FUNICULAIRE. Quand une puiſſance ne peut exercer toute ſa force à cauſe d'un obſtacle qui l'arrête en partie, il faut la décompoſer en deux autres, dont l'une ſoit entiérement anéantie par l'obſtacle, & dont l'autre ne ſoit nullement arrêtée par l'obſtacle. Ainſi, quand un corps peſant eſt poſé ſur un plan incliné, on décompoſe ſa peſanteur en deux forces, l'une perpendiculaire au plan, que le plan détruit entiérement; l'autre parallele au plan, que le plan n'empêche nullement d'agir. Quand pluſieurs puiſſances agiſſent de quelque maniere que ce puiſſe être, & ſe nuiſent en partie, il faut les décompoſer en deux ou pluſieurs autres, dont les unes ſe détruiſent tout-à-fait, & les autres ne ſe nuiſent nullement. C'eſt-là le grand principe de la Dynamique. *Voyez ce mot*.

On ſe ſert auſſi des mots *décompoſition* & *décompoſer* dans d'autres parties des Mathématiques, lorſqu'il eſt queſtion en général de diviſer un tout en pluſieurs parties; par exemple, on *décompoſe* un polygone quelconque en triangles, pour en trouver la ſurface; on *décompoſe* une équation en pluſieurs membres ou en pluſieurs équations partieles, afin de la réſoudre; on *décompoſe* un produit dans ſes facteurs, *&c.*

Au reſte, quand on *décompoſe* une puiſſance en Méchanique, il ne faut pas croire que les puiſſances compoſantes ne faſſent qu'un tout égal à la compoſée; la ſomme des puiſſances compoſantes eſt toujours plus grande, par la raiſon que la ſomme des côtés d'un parallélogramme eſt toujours plus grande que la diagonale. Cependant ces puiſſances n'équivalent qu'à la puiſſance ſimple, que la diagonale repréſente; parce qu'elles ſe détruiſent en partie, & ſont en partie conſpirantes. *Voyez* CONSPIRANTES & COMPOSITION. (*O*).

DÉCOURS, ſ. m. (*Aſtron.*). On dit que la lune eſt en *décours* pendant le temps que ſa lumiere décroît, ou qu'elle paſſe de l'oppoſition à la conjonction, c'eſt le temps qui s'écoule entre la pleine lune & la nouvele lune ſuivante. Ce mot eſt oppoſé à *croiſſant*. *Voyez* INFLUENCE.

DÉCRIRE, verbe act. On dit *en Géométrie* qu'un point *décrit* une ligne droite ou courbe par ſon mouvement, lorſqu'on ſuppoſe que ce point ſe meut, & trace, en ſe mouvant, la ligne droite ou courbe dont il s'agit. On dit de même qu'une ligne par ſon mouvement *décrit* une ſurface, qu'une ſurface *décrit* un ſolide. *Voyez* DESCRIPTION, GÉNÉRATION. (*O*).

DÉCRIVANT, adj. *terme de Géométrie*, qui ſignifie *un point*, *une ligne* ou *une ſurface* dont le mouvement produit une ligne, une ſurface, un ſolide. Ce mot n'eſt plus guere en uſage; on ſe ſert le plus ordinairement du mot *générateur*. *Voyez* GÉNÉRATEUR *ou* GÉNÉRATION. (*O*).

DÉCROCHER, (*Hydraul.*). On *décroche* une manivele dans une machine hydraulique, quand on veut en diminuer le produit, ou qu'on a deſſein de la racomoder. (*K*).

DÉCUPLE, adj. *en terme d'Arithmétique*, ſignifie la *relation* ou le *raport* qu'il y a entre une choſe, & une autre qu'elle contient dix fois, *voyez* RAPORT; ainſi 20 eſt *décuple* de 2. Il ne faut pas confondre *décuple* avec *décuplé*: une choſe eſt à une autre en raiſon *décuple*, lorſqu'elle eſt dix fois auſſi grande; & deux nombres ſont en raiſon *déclupée* de deux autres nombres, lorſqu'ils ſont comme la racine dixieme de ces nombres: ainſi 2 eſt à 1, en raiſon *déclupée* de $2.^{10}$ à 1; car la racine dixieme de $2.^{10}$ eſt 2. *Voyez* RACINE. *Voyez auſſi* DOUBLE & DOUBLÉE, *&c.* (*O*).

DÉCUSSATION, ſ. f. on appele, *en Optique*, le point de *décuſſation*, le point où pluſieurs rayons ſe croiſent, tels que le foyer d'une lentille, d'un miroir, *&c.* Il y a une *décuſſation* des rayons au delà du cryſtallin, ſur la rétine, quand la viſion eſt diſtincte.

DEDANS; eſpece de jeu de paume, qui differe d'avec les autres qu'on appele *carrés*, en ce que dans le grand mur, du côté de la grille, il y a un tambour, & qu'au lieu du mur du bout où il y a le trou & l'ais, il eſt garni dans preſque toute ſa largeur d'une galerie à jour, qui avance d'environ trois pieds dans le jeu, & eſt couverte d'un toit ſemblable à celui qui eſt à l'autre bout.

Cette galerie qui eſt à l'extrémité ſe nomme auſſi le *dedans*; elle eſt garnie d'un filet ou réſeau de ficele, qui ne tient que par le haut, pour amortir le coup des balles, & empêcher, que ceux qui regardent jouer, n'en ſoient frapés.

DÉFAUT, ſ. (*Hydraul.*), eſt la différence qui ſe trouve entre la hauteur où les jets s'élevent, & celle où ils devroient s'élever. *Voyez* JETS.

DÉFECTIF, *nombres défectifs*, (*Arithm.*) eſt la même choſe que nombres déficiens. *Voyez* DÉFICIENT. (*O*).

DÉFECTIF, adj. (*Géom.*) *hyperboles défectives*, ſont des courbes du troiſieme ordre, ainſi appelées par M. Newton, parce que n'ayant qu'une ſeule aſymptote droite, elles en ont une de moins que l'hyperbole conique ou appollonienne. Elles ſont oppoſées aux hyperboles redundantes du même ordre. *Voyez* HYPERBOLE & REDUNDANT.

Nous avons vu à l'*article* COURBE que $xyy + ey = ax + bx^2 + cx + d$ eſt l'équation de la premiere diviſion générale des courbes du troiſieme ordre. On tire de cette équation $y = -\frac{e}{2x} \pm$

$\sqrt{\left(ax^2+bx+c+\frac{d}{x}+\frac{e^2}{4xx}\right)}$. Or il eſt viſible, 1°. que $x=o$, donne $y=-\frac{e}{o}$; 2°. que, ſi x eſt infinie, on a $y=\pm\sqrt{ax^2}=\pm x\sqrt{a}$. D'où l'on voit, 1°. qu'au point où $x=o$, la courbe a une aſymptote qui eſt l'ordonée même; 2°. que, ſi a eſt négatif, la valeur $x\sqrt{a}$ eſt imaginaire, & qu'ainſi $y=x\sqrt{a}$ ne déſigne alors qu'une aſymptote imaginaire. L'hyperbole, dans ce cas, eſt défective, puiſqu'elle n'a qu'une aſymptote réelle. *Voyez aux articles* COURBE *&* SUITE, *&c.* pourquoi $y=x\sqrt{a}$ déſigne une aſymptote, quand x eſt infinie & a poſitif. (*O*).

DÉFÉRENT, (*Aſtron.*) : c'étoit, dans l'ancienne aſtronomie, un cercle qui portoit l'épicycle d'une planete, ou la planete elle-même.

Pour expliquer les inégalités des planetes, on ſuppoſoit que leur mouvement propre ſe faiſoit dans un cercle qui n'étoit pas concentrique à la terre; & ce cercle excentrique étoit appelé *déférent*, parce que, paſſant par le centre de la planete, ou pluiôt de l'épicycle, il ſembloit la porter & la ſoutenir, pour ainſi dire, dans ſon orbite. Le *déférent* étoit diſtingué du cercle, autour duquel le mouvement de la planete étoit uniforme.

On ſuppoſoit que ces *déférens* étoient inclinés différemment à l'écliptique, mais qu'aucun ne l'étoit au delà de huit degrés.

On expliquoit aſſez bien, par le moyen de ces cercles excentriques, pourquoi les planetes paroiſſoient tantôt plus éloignées, tantôt plus proches de la terre.

Kepler a depuis changé ces cercles en ellipſes dont le ſoleil occupe le foyer commun, & Newton a fait voir, par la gravitation univerſele, que les planetes devoient en effet décrire des ellipſes autour du ſoleil.

Déférent des nœuds, étoit un cercle ou un orbe qu'on imaginoit dans le ciel pour expliquer la révolution des nœuds de la lune en 18 ans.

DÉFICIENT, adj. (*Arithm.*). Les nombres *déficiens* ſont ceux dont les parties aliquotes, ajoutées enſemble, font une ſomme moindre que le tout dont elles ſont parties.

Tel eſt le nombre 8, dont les parties aliquotes 1, 2, 4, priſes enſemble, ne font que 7. *Voyez* ABONDANT.

Soit ab un nombre qui eſt le produit de deux nombres premiers a, b, b étant $> a$. Pour que ab ſoit un nombre *déficient*, il faut que $1+a+b<ab$, c'eſt-à-dire, que $\frac{1+a}{a-1}<b$. Ainſi, par exemple, 2×5 ou 10 eſt un nombre *déficient*.

Puiſque b eſt ſuppoſé $> a$, & que b & a ſont des nombres premiers, donc b eſt au moins 3. Or, quel que ſoit a, on a $\frac{1+a}{a-1}=\frac{a-1+2}{a-1}$, c'eſt-à-dire, $=1+\frac{2}{a-1}$. Donc, 1°. ſi $a=2$, & que b ſoit >3, ab ſera un nombre défectif. 2°. Si $a>2$, ab ſera toujours défectif. On peut, à l'exemple de ce théorême, en faire une infinité d'autres pareils ſur ces ſortes de nombres. *Voyez* NOMBRE PARFAIT.

Hyperbole déficiente ou *défective*. *Voyez* DÉFECTIF. (*O*).

DÉFINITION, *en Mathématiques*, c'eſt l'explication du ſens, ou de la ſignification d'un mot, ou ſi l'on veut, une énumération de certains caracteres, qui ſuffiſent pour diſtinguer la choſe définie de toute autre choſe.

Telle eſt la *définition* du mot *carré*, quand on dit qu'on doit entendre par ce mot, une figure renfermée par quatre côtés égaux, & perpendiculaires l'un à l'autre.

On ne ſauroit en Mathématiques, s'appliquer avec trop de ſoin à donner des *définitions* exactes: car l'inexactitude de la *définition* empêche de bien ſaiſir la vraie ſignification des mots; le lecteur eſt à chaque inſtant en danger de s'écarter du vrai ſens des propoſitions.

Les *définitions* mathématiques ne ſont, à la rigueur, que des *définitions* de nom (pour uſer de l'expreſſion des Logiciens); c'eſt-à-dire, qu'on s'y borne à expliquer ce qu'on entend par un mot, & qu'on ne prétend pas expliquer par la *définition* la nature de la choſe: ainſi, les Mathématiciens ſont plus réſervés que bien des philoſophes, qui croient donner des *définitions* de choſe, entendant par ce mot l'explication de la nature de la choſe, comme ſi la nature des choſes nous étoit connue, comme ſi même les mots de *nature* & d'*eſſence* préſentoient des idées bien nettes. Ce qu'il y a de ſingulier, c'eſt que les *définitions* des philoſophes, dont nous parlons, & celles du géometre, ſont ſouvent les mêmes, quoique leurs prétentions ſoient ſi différentes. Le géometre dit: un triangle rectiligne eſt une figure renfermée par trois lignes droites; le philoſophe diroit la même choſe: mais le premier explique ſeulement ce qu'il entend par *triangle*; le ſecond croit en expliquer la nature, quoiqu'il n'ait peut-être une idée bien nette, ni de l'eſpace, ni de l'angle, ni de la ligne, *&c.*

Les *définitions* des Mathématiciens regardées comme *définitions* de nom, ſont abſolument arbitraires, c'eſt-à-dire, qu'on peut donner aux objets des mathématiques, tel nom, & aux mots, tel ſens qu'on veut. Cependant il faut, autant qu'il eſt poſſible, ſe conformer à l'uſage de la langue & des ſavans: il ſeroit ridicule, par exemple, de définir le triangle, une figure ronde, quoiqu'on pût faire, à la rigueur, des élémens de Géométrie exacts (mais ridicules) en appelant *triangle*, ce qu'on appele ordinairement *cercle*. (*O*).

Digitized by Google

DÉGORGER, v. act. (*Hydraul.*), ſe dit d'un tuyau que l'on vide pour le nétoyer. Il faut ſouvent faire jouer long-temps un jet, une eaſcade, pour faire ſortir les ordures & l'eau ſale amâſſée ou rougie dans les tuyaux. *Voyez* JET D'EAU, *&c.* (*K*).

DÉGRAVELER UN TUYAU, (*Hydr.*); c'eſt ôter d'un tuyau de fer ou de plomb, ſervant à conduite les eaux dans les fontaines, le ſédiment qui s'y forme.

DÉGRAVOYER, v. act. & DÉGRAVOIMENT, ſ. m. (*Hydr.*); c'eſt l'effet que produit l'eau courante de déchauſſer & déſacoter des pilotis de leur terrain, par un mouvement continuel. On y peut remédier en faiſant une crêche autour du pilotage. *Voyez* CRÊCHE. (*K*).

DEGRÉ. Ce mot, *en Géométrie*, ſignifie la 360e partie d'une circonférence de cercle. *Voyez* CERCLE.

Toute circonférence de cercle grande & petite eſt ſuppoſée diviſée en 360 parties qu'on appele *degrés*. Le *degré* ſe ſubdiviſe en 60 parties plus petites, qu'on nomme *minutes*, la minute en 60 autres appelées *ſecondes*, la ſeconde en 60 tierces, *&c.* d'où il s'enſuit que les *degrés*, les minutes, les ſecondes, *&c.* dans un grand cercle ſont plus grands que dans un petit. *Voyez* MINUTE, SECONDE, *&c.*

Il y a apparence qu'on a pris 360 pour le nombre des *degrés* du cercle, parce que ce nombre, quoiqu'il ne ſoit pas fort conſidérable, a cependant beaucoup de diviſeurs, car il eſt égal à $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$, & par conſéquent, il peut ſe diviſer par 2, par 4, par 5, par 6, par 8, par 9, par 10, & par beaucoup d'autres nombres. *Voyez* DIVISEUR.

Les ſubdiviſions des *degrés* ſont des fractions, dont les dénominateurs procedent en raiſon de 1 à 60, c'eſt-à-dire, que la minute eſt $\frac{1}{60}$ de *degré*, la ſeconde $\frac{1}{3600}$, la tierce $\frac{1}{216000}$; mais comme ces dénominateurs ſont embaraſſans, on ſubſtitue à leur place des expreſſions plus ſimples dans l'uſage ordinaire, pour les indiquer.

Ainſi, un *degré* étant l'unité ou un entier, eſt exprimé par ^{d}, la minute ou prime par $'$, la ſeconde par $''$, la tierce par $'''$; c'eſt pourquoi 3 *degrés*, 25 minutes, 16 tierces, s'écriveut ainſi $3^{d}\ 25'\ 16'''$. Stevin, Oughtred, Wallis, ont déſiré que l'on proſcrivît cette diviſion ſexagéſimale du *degré*, pour mettre la décimale à ſa place. Il eſt certain que cela abrégeroit les opérations. Car, ſi au lieu de diviſer, par exemple, le *degré* en 60 minutes, on le diviſoit en 100, la minute en 100 ſecondes, *&c.* on réduiroit plus promptement les fractions de *degrés* en minutes. Ainſi, pour réduire $\frac{51}{72}$ de *degré* en minutes, il faudroit ſimplement diviſer 5100 par 72, au lieu qu'il faut d'abord multiplier 51 par 60, & diviſer enſuite par 72: on s'épargneroit donc une multiplication. En général, il ſeroit à ſouhaiter que la diviſion décimale fût plus en uſage. *Voyez* DÉCIMAL.

La grandeur des angles ſe déſigne par les *degrés*; ainſi, on dit un angle de 90 *degrés*; de 70 *degrés*, 50 *minutes*; de 25 *degrés*, 15 *minutes*, 49 *ſecondes*. *Voyez* ANGLE. On dit auſſi: *Telle étoile eſt montée de tant de* degrés *au deſſus de l'horizon; décline de l'équateur de tant de* degrés, *&c. Voyez* HAUTEUR & DÉCLINAISON.

La raiſon pourquoi on meſure un angle quelconque par les *degrés* ou parties d'un cercle, c'eſt, 1°. que la courbure du cercle eſt uniforme & parfaitement la même dans toutes ſes parties; en ſorte que des angles égaux dont le ſommet eſt au centre d'un cercle, renferment toujours les arcs parfaitement égaux de ce cercle; ce qui n'arriveroit pas dans une autre courbe, par exemple, dans l'ellipſe dont la courbure n'eſt pas uniforme: 2°. deux angles égaux renferment des arcs de cercle d'un même nombre de *degrés*, quelques rayons différens que l'on donne à ces cercles. Ainſi, on n'a point d'équivoque ni d'erreur à craindre, en déſignant un angle par le nombre de *degrés* qu'il renferme, c'eſt-à-dire, par le nombre de *degrés* que contient un arc de cercle décrit du ſommet de l'angle comme centre, & d'un rayon quelconque.

Le mot *degré* s'emploie auſſi dans l'Algebre, en parlant des équations. On dit qu'une équation eſt du ſecond *degré*, lorſque l'expoſant de la plus haute puiſſance de l'inconnue eſt 2; du troiſieme *degré*, lorſque l'expoſant eſt 3, & ainſi de ſuite. *Voyez* ÉQUATION, EXPOSANT, PUISSANCE, *&c.*

On ſe ſert encore du mot *degré* en parlant des courbes. On dit qu'une courbe eſt du ſecond *degré*, lorſque la plus haute dimenſion des deux inconnues ou d'une ſeule, eſt 2; du troiſieme *degré*, lorſque cette plus haute dimenſion eſt 3. *Voyez* COURBE. Au lieu du mot *degré*, on ſe ſert quelquefois de celui de *genre*; courbe du ſecond genre eſt la même choſe que courbe du ſecond *degré*.

DEGRÉ *de la terre*, eſt l'eſpace de vingt-cinq lieues qu'il faut parcourir dans le ſens du méridien, pour que la ligne du zénith, ou la ligne verticale ait changé d'un *degré*, ainſi que la hauteur du pole & les hauteurs des aſtres. C'eſt par la meſure d'un *degré* que l'on a cherché de tout temps à connoître l'étendue de la terre, auſſi-tôt qu'on a compris qu'elle étoit ronde.

L'obſervation de la longueur des ombres, de la hauteur du pole, & de la hauteur de l'équateur, ou, ſi l'on veut, de la hauteur méridienne du ſoleil, en différens pays, fut la premiere choſe qui dut apprendre aux hommes que la terre étoit ronde. Ce fut d'abord par l'ombre des corps terreſtres, que l'on détermina les différences de hauteur du pole; plus on avançoit vers le nord, plus le ſoleil paroiſſoit bas à midi, & plus ces ombres meſurées le même jour, par exemple, le jour du ſolſtice, à midi, ſe trouvoient longues, ce qui prouvoit que la hauteur du ſoleil, au deſſus de l'horizon, étoit devenue plus petite, & que l'obſervateur, ſitué vers le nord, n'étoit pas ſur le même plan que l'obſervateur ſitué vers le midi,

puiſqu'alors ils auroient eu l'un & l'autre des ombres égales ; on dut en conclure que la terre étoit aroudie.

On vit enſuite que l'ombre de la terre, dans les éclipſes de lune, paroiſſoit toujours ronde, & que les vaiſſeaox vus de loin, en pleine mee, diſparoiſſoient par degrés ; on les voyoit deſcendre & ſe perdre peu à peu, par la courbure de la ſurface : telles furent les marqnes auxqnelles les anciens philoſophes reconurent la eourbure & la rondeur de la terre.

Après avoir ainſi recoun la rondeur de la terre, on ſe ſervit du même moyen pour connoître ſa grandeue ; & le changement des latitudes & des hanteurs, ſoit du pole, ſoit des aſtres, ſervit à connoître l'étendue de notre globe, en en meſurant une petite partie. Poſidonius, an rapport de Cléomedes (*lib. I, cap.* 26) obſerva, il y a 1900 ans, que l'étoile appelée *Canopus*, qui paſſoit ao méridien d'Alexandrie, à la hanteue d'une qnarante-huitieme partie do cerele, ou de $7^{\circ}\frac{1}{2}$, ne s'élevoit preſque pas à Rhodes, mais qn'elle paſſoit à l'horizon, & ne faiſoit qn'y paroître ; il ſuivoit de là qne ees deux Villes, (ſituées d'aillenrs ſous le même méridieu ou à peu près), étoient éloiguées de la qnarante-huitieme partie du eerele ; d'un autre côté, leue diſtance itinéraire eu ligne droite, étoit de 3752 ſtades, ſuivanr Ératoſthene, cité pae Pline, (*V.* 31), & par Strabon, d'où l'ou conelut, pae une ſeule regle de trois, que les 360 *degrés* de la terre faiſoient 180,000 ſtades, auſſi Ptolémée, dans ſa *Géographie*, donne à la terre entiere 180,000 ſtades ; ſi l'on évalue le ſtade Égyptien avee M. le Roy, (*ruines des monumens de la Grece*, page 55), & avee M. Fréret, à 114 toiſes $\frac{1}{100}$, on aura, pour la eirconférence de la terre, 8999 lieues, chacune de 2283 toiſes, ce qni s'éloigne bieu pen de la meſure conſtatée par l'Académie, qni eſt envirou 9000 lieues, comme on le verra bientôt.

Poſidonius, ſuivant un anire paſſage de Cléomedes, douuoit à la terre 240 mille ſtades ; Éraroſthene, 250 ; d'autres, ſuivant Cléomedes, 300 ; en remontaut encore plus haut, on trouve dans Ariſtote 400,000 ſtades : il eſt vrai-ſemblable que ces ſtades n'étoient pas les mêmes, & M. Bailly, dans ſon hiſtoire de l'*Aſtronomie moderne*, acorde ces meſures d'une maniere vrai-ſemblable, en diſtinguani les différentes eſpeces de ſtades. La meſure d'Ératoſthene eſt la plus eélebre ; il troova qo'il y avoit 5000 ſtades entre Alexandrie & Sycne, & qoe leor latitude différoit d'un 50e dn cercle. M. Bailly y applique un ſtade de 85 toiſes & demi, & il trouve, pour le *degré*, 59,442 toiſes. Si l'on y appliquoit le ſtade des Romains, on trouveroit 66,000 toiſes, c'eſt-à dire, un huitieme de trop.

Les Arabes firent auſſi une meſure de la terre ; mais ne ſachanr pas ce que valoit leur mille, ou ne peut ſavoir ſi leur meſure s'acorde avec les nôtres.

C'eſt à un françois, nommé *Fernel*, que l'on dut la premiere connoiſſauce, un peu exaéte, de la graudeur de la terre : il raporte, dans ſa *coſmothéorie*, cette meſure qu'il fit en 1550, en allant à un *degré* au nord de Paris, & en comptant les tours de roue, il trouva 56,746 toiſes.

Norwood, en 1635, meſura le *degré* entre Londres & Yorck & ſa meſure, de 367,200 pieds anglois, donne 57,424 toiſes. Cette meſure étoit à pen près auſſi exaéte que celle de Fernel, & le milieu des deux eſt fort juſte ; cependant Riceloli, après s'eu être occupé fort long-temps, trouva le *degré* de 64,363 pas de Bologne, que Picard évalue à 62,900 toiſes, & Caſſini, à 62,650 toiſes.

La premiere meſure qu'on ait faite, avec préciſion, pour connoître la graudeur de la terre, celle qui a été répétée avec le plus de ſoin, eſt la meſure du *degré* eutre Paris & Amiens. Je preodrai cette meſure, ponr exemple, en expliqnant la méthode qni a fait trouver, avec rant de préciſion, la grandeur & la figure de la terre.

L'objet que ſe propoſa Picard, en 1669, fut de eonuoître le nombre de toiſes qn'il y avoit en ligne droite, entre Paris & Amieus, & combien de miuutes & de ſecondes il y avoit pour leur différeuce de latitude, ſue la eirconférence du méridien de la terre : ainſi, il y a deux opérations prinelpales dans ce travail ; meſure géodéſique en toiſes, meſure aſtronomique en *degrés*.

À l'égard de la meſure géodéſique, il ſeroit long & difficile de meſurer toiſe à toiſe d'un bout à l'autre, un eſpace de vingt-ciuq lieues, quoique cela ſe ſoit fait en Amérique (*Phil. tranſ.* 1768). Picard préféra d'employer la trigonométrie, & ſe contenta de meſurer avee ſoin, au midi de Paris, un eſpace de 5663 toiſes de long, ſur le ehemin de Villejuive à Juviſy, qui étoit déja pavé en droite ligne, & d'en conclure tout le reſte pae des triangles. Depuis ee temps-là, on a élevé à Villejuive & à Juviſy, deox pyramides qui ſont exaétement à 5717 toiſes l'noe de l'autre, ſulvaot la meſure qne l'Académie a fait faire en 1756.

On voir dans la *Figure* 119, la diſpoſition des premiers triangles de Picard ; la diſtance de Villejuive à Juviſy ayant été meſurée, il ſe tranſporta aux deux extrémités de cette baſe, pour meſurer les angles d'un triangle donr le ſommet étoit le clocher de Brie-Comte-Robert. Étant placé à Juviſy avec un quart de cercle de trois pieds de rayon, qui portoit deux lunetes, l'uue fixe, & l'autre mobile, *Fig.* 181, il dirigea, l'oue, ſur le moulin de Villejuive, où commençoit ſa meſure, & l'autre, ſur le elocher de Brie ; l'angle formé par les deux lunetes, ſe trouva de 95° 6′ 55″ ; il ſe tranſporta pareillement à Villejuive, & là, pointant uue des lunetes ſur nn pavillon de Juviſy, qui avoit ſervi de terme à ſa baſe, & l'autre, ſur le clocher de Bric ; il trouva l'angle de 54° 4′ 35″ ; de ces deux angles, avee le côté com-

Digitized by Google

pris, il étoit aiſé de conclure, par le calcul, la diſtance de Villejuive à Brie, 11,012 toiſes 5 pieds; pour vérifier l'obſervation, il ne négligea pas de meſurer encore immédiatement le troiſieme angle; il obſerva auſſi la direction de ces triangles par raport à la méridiene, au moyen des amplitudes du ſoleil.

Le ſecond triangle ſe terminoit à la tour de Monthléry; il fit trouver la diſtance de Brie à Monthléry, 13,121 $\frac{1}{2}$; c'eſt celle que nous trouvons actuélement de 13,108 toiſes, parce que notre toiſe eſt plus longue d'un millieme, que celle de Picard. Ces triangles étant prolongés juſqu'à Amiens, l'on a trouvé l'arc du méridien terreſtre, compris entre la face méridionale de l'obſervatoire de Paris, & la fleche de la Cathédrale d'Amiens, 60,390 toiſes, (*mérid. vérifiée*, pag. 46 & 50.)

En obſervant avec ſoin la diſtance au zénith, des mêmes étoiles à Paris & Amiens, avec un ſecteur ſemblable à celui que nous décrirons au mot SECTEUR, *Figure* 200, l'on trouve 1° 1' 13" 1 de différence dans toutes les hauteurs, entre deux points, dont la diſtance étoit 58,233 toiſes; il ne reſte donc plus qu'à faire la proportion ſuivante, 1° 1' 13" 1, eſt à 58,233 toiſes, comme 1° 0' 0", eſt à un quatrieme terme, qu'on trouve de 57,074 toiſes; c'eſt la longueur du *degré* de la terre entre Paris & Amiens. En préférant la meſure de la baſe de Villejuive, faite en 1756, avec la toiſe qui a ſervi à la meſure du *degré* vers l'équateur, on trouve 57,069 toiſes, pour le *degré*, entre Paris & Amiens, dont le milieu eſt par 49° 20' de latitude; telle eſt la premiere meſure exacte qu'on ait eu du *degré* & de la grandeur de la terre. Depuis ce temps, on en a fait pluſieurs autres pour conſtater ſon aplatiſſement, nous en donnerons la table au mot *figure de la terre*; mais en atendant, nous allons placer ici la table des *degrés* de la terre, ſoit en latitude, ſoit en longitude, telle qu'on la trouve dans le recueil des tables de Berlin; elle ſuppoſe la terre elliptique & le raport des diametres, tel que Newton l'avoit donné; l'on a ôté environ 50 toiſes du *degré* meſuré ſous l'équateur, & on les a ajoutés au *degré* meſuré en France, pour que la table tînt à peu près le milieu entre les obſervations.

Table des degrés de longitude & de latitude, en toiſes, pour toute la terre.

Latitude.	*Degrés de latitude.*	*Degrés de longitude.*
Degrés.	Toiſes.	Toiſes.
0	56700	57196
1	56701	57188
2	56702	57162
3	56703	57119
4	56705	57058
5	56707	56981
6	56710	56886
7	56713	56774
8	56716	56644
9	56720	56498
10	56725	56335
11	56730	56154
12	56735	55957
13	56740	55743
14	56747	55512
15	56754	55264
16	56760	54999
17	56767	54718
18	56774	54420
19	56783	54105
20	56791	53774
21	56799	53427
22	56809	53064
23	56818	52285
24	56828	52289
25	56837	51878
26	56847	51451
27	56858	51008
28	56869	50540
29	56879	50076
30	56891	49587
31	56903	49083
32	56914	48552
33	56926	48031
34	56938	47482
35	56950	46920
36	56962	46342
37	56975	45751
38	56988	45146
39	57000	44527
40	57013	43894
41	57026	43248
42	57039	42588
43	57052	41916
44	57064	41230
45	57078	40532
46	57091	39821
47	57104	39099
48	57117	38364
49	57129	37742
50	57143	36859
51	57155	36070

Digitized by Google

Table des degrés de longitude & de latitude, en toiſes, pour toute la terre.

Latitude.	*Degrés de latitude.*	*Degrés de longitude.*
Degrés.	Toiſes.	Toiſes.
52	57168	35309
53	57181	34517
54	57193	33715
55	57205	32903
56	57217	32080
57	57229	31282
58	57241	30404
59	57253	29553
60	57265	28692
61	57275	27822
62	57285	26943
63	57296	26056
64	57307	25157
65	57317	24259
66	57327	23349
67	57336	22431
68	57346	21506
69	57354	20575
70	57362	19638
71	57370	18694
72	57378	17744
73	57386	16789
74	57393	15829
75	57399	14864
76	57405	13894
77	57411	12920
78	57417	11942
79	57421	10959
80	57425	9974
81	57430	8986
82	57434	7994
83	57437	7000
84	57439	6003
85	57442	5006
86	57443	4007
87	57445	3006
88	57446	2095
89	57446	1003
90	57446	0

DÉGUELLEUX, ſ. m. (*Hydr.*) : ce ſont de grôs maſques de pierre ou de plomb dont on orne les caſcades, & qui vomiſſent l'eau dans un baſſin. (*K*).

DEJECTION, *en Aſtrologie*, ou *chute d'une planete*, étoit le ſigne oppoſé à celui où elle avoit le plus d'influence.

DÉINCLINANT *ou* DÉINCLINÉ, adj. (*Gnom.*). On appele quelquefois cadrans *déinclinans* ou *déinclinés*, ceux qui déclinent & inclinent ou réclinent tout-à-la-fois, c'eſt-à-dire, qui ne paſſent, ni par la ligne du zénith, ni par la commune ſection du méridien avec l'horizon, ni par celle du premier vertical avec l'horizon ; ils ſont peu en uſage. *Voyez* CADRAN.

DELTOTON. *Voyez* TRIANGLE.

DEMANDE, ſ. f. *terme de Mathématiques* ; c'eſt une propoſition évidente, par laquelle l'on affirme qu'une choſe peut ou ne peut pas être faite. *Voyez* PROPOSITION.

Une propoſition déduite immédiatement d'une définition ſimple, ſi elle exprime quelque choſe qui convient ou ne convient pas à une autre, eſt apprlée un *axiôme* ; ſi elle affirme qu'une choſe peut ou ne peut pas être faite, c'eſt une *demande*.

Par exemple, il ſuit évidemment de la génération du cercle, que toutes les lignes droites tirées du centre à la circonférence, ſont égales, puiſqu'elles ne repréſentent qu'une ſeule & même ligne dans une ſituation différente ; c'eſt pourquoi cette propoſition eſt regardée comme un axiôme. *Voyez* AXIÔME.

Mais puiſqu'il eſt évident, par la même définition, qu'un cercle peut être décrit avec un intervalle quelconque, & d'un point quelconque, cela eſt regardé comme une *demande* ; c'eſt pourquoi les axiômes & les *demandes* ſemblent avoir à peu près le même raport l'un à l'autre, que les théorêmes ont aux problêmes. *Voyez* THÉORÊME, *&c. Chambers*. (*E*).

Les *demandes* s'appelent auſſi *hypotheſes* ou *poſtulata*, mot latin qui ſignifie la même choſe. On leur donne ſur-tout le nom d'*hypotheſes*, lorſqu'elles tombent ſur des choſes qui, à la rigueur, peuvent être niées, mais qui ſont néceſſaires pour établir les démonſtrations. Par exemple, on ſuppoſe en Géométrie, que les ſurfaces ſont parfaitement unies, les lignes parfaitement droites & ſans largeur ; en Méchanique, que les leviers ſont inflexibles, que les machines ſont ſans frotement & parfaitement mobiles ; en Aſtronomie, que le ſoleil eſt le centre immobile du monde, que les étoiles ſont à une diſtance infinie, *&c.* Il eſt viſible par cette énumération, que les hypotheſes influent plus ou moins ſur la rigueur des démonſtrations. Par exemple, en Géométrie, les inégalités des ſurfaces & des lignes, n'empêchent pas les démonſtrations d'être ſenſiblement & à très-peu-près exactes ; mais en Méchanique, les frotemens, la maſſe des machines, la flexibilité des leviers, la roideur des cordes, *&c.* alterent beaucoup les réſultats qu'on trouve dans la ſpéculation, & il faut avoir égard à cette altération dans la pratique.

C'eſt bien pis encore dans les ſciences phyſico-mathématiques ; car les hypotheſes que l'on fait dans celles-ci, conduiſent ſouvent à des conſéquences très-éloignées de ce qui eſt réellement dans la nature. En Méchanique, les hypothèſes ſont utiles, non ſeulement, parce qu'elles ſimplifient les démonſtrations, mais parce qu'en donnant le réſultat

réſultat purement mathématique, elles fourniſſent le moyen de trouver enſuite, par l'expérience, ce que les qualités & circonſtances phyſiques changent à ce réſultat; mais dans les ſciences phyſico-mathématiques, où il eſt queſtion du calcul appliqué à la Phyſique, toute hypotheſe qui s'éloigne de la nature, eſt ſouvent une chimere; & toujours une inutilité. *Voyez le Diſcours préliminaire, & la préface de mon Eſſai ſur la réſiſtance des fluides*, *Paris*, 1752. (*O*).

DEMANDER, *au jeu de Quadrille*, ſe dit d'un joueur qui n'ayant pas, par ſon propre jeu, de quoi faire les ſix mains qu'il faut avoir pour gâgner, nomme un roi, qui eſt de moitié avec lui, en cas qu'il gâgne, & de moitié de perte, s'il perd.

DÉMARCATION, (*Géogr.*). On appela *ligne de démarcation* le méridien des Açores, qu'Alexandre VI, choiſi pour arbitre entre le Portugal & l'Eſpagne, donna pour limites en 1493, laiſſant aux Eſpagnols toutes les découvertes faites à l'occident de ce méridien juſqu'à 180 degrés de là. *Voyez* Riccioli, *Geogr. riformata*, pag. 105. (*D. L.*)

DEMI-CASE, *au Trictrac*, ſe dit de celle où il n'y a qu'une dame d'abatue ſur une fleche.

DEMI-CERCLE, ſ. m. *en Géométrie*; c'eſt la moitié d'un cercle ou l'eſpace compris entre le diametre d'un cercle & la moitié de la circonférence. *Voyez* Cercle.

Deux *demi cercles* ne peuvent pas s'entre-couper en plus de deux points: ils peuvent ſe couper ou ſe toucher en un ſeul; mais deux cercles entiers, dès qu'ils ſe coupent, ſe coupent néceſſairement en deux points. (*O*).

Demi-cercle eſt auſſi un inſtrument d'Arpentage, que l'on appele quelquefois *graphometre*. Voyez Arpentage & Graphometra.

C'eſt un limbe demi circulaire, comme *FIG*, *Pl. d'Arpent. Fig.* 16, diviſé en 180 degrés, & quelquefois diviſé en minutes diagonalement ou autrement. Ce limbe a pour ſous-tendante le diametre *FG*, aux extrémités duquel ſont élevées deux pinnules. Au centre du *demi-cercle* ou du demi-diametre, il y a un écrou & un ſtyle, avec une alidade ou regle mobile, qui porte deux autres pinnules, comme *H*, *I*. Le tout eſt monté ſur un bâton ou ſupport, avec un genou.

Le *demi cercle* en cet état n'eſt pas différent de la moitié du *théodolite* ou demi-bâton d'arpenteur: toute la différence conſiſte en ce qu'au lieu que le limbe du bâton d'arpenteur étant un cercle entier, donne ſucceſſivement tous les 360 degrés; dans le *demi-cercle* les degrés allant ſeulement depuis 1 juſqu'à 180, pour avoir les autres 180 degrés, c'eſt-à-dire, ceux qui vont depuis 180 juſqu'à 360, on les gradue ſur une autre ligne du limbe, en dedans de la premiere ligne.

Pour prendre un angle avec le *demi-cercle*, placez l'inſtrument de maniere que le rayon *CG* puiſſe répondre directement & parallélement à un côté de l'angle à meſurer, & le centre *C* ſur le ſommet du même angle.

La premiere de ces deux choſes ſe fait en viſant par les pinnules *F* & *G*, qui ſont aux extrémités du diametre, à une marque plantée à l'extrémité d'un côté: & la ſeconde, en laiſſant tomber un plomb du centre de l'inſtrument. Après cela, tournez la regle mobile *HI* ſur ſon centre vers l'autre côté de l'angle, juſqu'à ce que par les pinnules qui ſont élevées ſur cette regle, vous puiſſiez apercevoir la marque plantée à l'extrémité du côté: alors le degré que l'alidade coupe ſur le limbe, eſt la quantité de l'angle propoſé.

Quant aux autres uſages du *demi-cercle*, ils ſont les mêmes que ceux du bâton d'arpenteur, ou théodolite. *Voyez* Bâton d'arpenteur, Graphometre, Planchata. (*E*).

DEMI-DIAMETRE, ſ. f. (*Géom.*); c'eſt une ligne droite tirée du centre d'un cercle ou d'une ſphere, à ſa circonférence; c'eſt ce que l'on appele autrement un *rayon*. Voyez Diametra, Cercle, & Rayon.

DEMI-ORDONÉES, ſ. f. pl. *en Géométrie*; ce ſont les moitiés des ordonées ou des appliquées.

Les *demi-ordonées* ſont terminées d'un côté à la courbe, & de l'autre à l'axe de la courbe, ou à ſon diametre, ou à quelque autre ligne droite. On les appele ſouvent *ordonées* tout court. *Voyez* Ordonées. (*O*).

DEMI-PARABOLE, *en Géométrie*; c'eſt le nom que quelques géometres donnent en général à toutes les courbes définies ou exprimées par l'équation $ax^{\frac{m-1}{m}} = y$, comme $ax^2 = y^2$, $ax^{\frac{1}{2}} = y^4$. *Voyez* Parabole & Courbe.

Il me ſemble que la raiſon de cette dénomination eſt que dans l'équation de ces courbes, les expoſans de x & de y different d'une unité comme dans l'équation $ax = y^2$ de la parabole ordinaire: ce qui a fait imaginer que ces courbes avoient, par-là, quelque raport à la parabole. Mais cette dénomination eſt bien vague & bien arbitraire; car par une raiſon ſemblable on pouroit appeler *demi-paraboles* toutes les courbes, dont l'équation eſt $y^{\frac{m}{n}} = a^{\frac{m-n}{n}} x$, parce que l'équation de ces courbes a deux termes comme celle de la parabole ordinaire. On dira peut-être que les courbes $ax^{\frac{m-1}{m}} = y$, ont toujours comme la parabole ordinaire, deux branches égales & ſemblablement ſituées, ou par raport à l'axe des x, ſi m eſt pair, ou par raport à celui de y, ſi m eſt impair. Mais par la même raiſon toutes les courbes $ax^{\frac{m-n}{n}} = y$ ſeroient des *demi paraboles* toutes les fois que m ou $m-n$ ſeroient pairs. Ainſi, il faut abandoner toutes ces dénominations, & ſe contenter d'appeler *demi-parabole* la moitié de la parabole ordinaire; & en général *demi-ellipſe*, *demi-hyperbole*

& *demi-courbe*, la moitié d'une courbe qui a deux portions égales & ſemblables par raport à un axe. *Voyez* Couaaa. (*O*).

DÉMON *Méridien.* Voyez Flache.

DENDROMETRE, (*Géométrie pratique*, *Méchanique*). Cet inſtrument ingénieux & utile, *Pl. trig. Fig.* 4, par lequel on réduit la ſcience de la Trigonométrie rectiligne à une ſimple opération méchanique, eſt fondé ſur la 2, 5, 6 & 33e propoſition du VIe livre d'Euclide. Il eſt conſtruit d'une telle maniere que l'on connoît par la ſeule inſpection la hauteur & le diametre d'un arbre & de ſes branches beaucoup plus exactement qu'on ne l'a fait juſqu'ici, & qu'on peut, à l'aide des tables jointes au Traité qu'on en a publié en anglois, & qu'il ſeroit trop long de donner ici, ſavoir la quantité de bois que contient un arbre ſans ſe ſervir de calcul. Il fournit à l'acheteur & au vendeur une regle ſûre & certaine pour n'être point trompé dans une branche de commerce auſſi importante que l'exploitation des bois.

Quoique ce ſoit un grand avantage de pouvoir meſurer les arbres ſur pied par un moyen auſſi ſimple que celui que fournit l'inſtrument en queſtion, il a celui de pouvoir être appliqué à des uſages encore plus importans. Par exemple, on peut s'en ſervir pour meſurer les hauteurs & les diſtances acceſſibles & inacceſſibles, ſituées dans des plans paralleles ou obliques à celui de l'inſtrument, pour prendre des angles de telle eſpece qu'ils ſoient, ſans recourir au calcul trigonométrique, ſoit qu'ils ſoient de niveau avec la ligne de ſtation, plus haut ou plus bas, acceſſibles ou inacceſſibles, ſur leurs propres plans, ou ſur celui de l'horizon. Il ne peut qu'être utile aux ingénieurs & aux arpenteurs dans les différentes opérations qu'ils ſont obligés de faire; vu que par le moyen de l'altimetre, de l'index d'élévation & des autres parties mobiles de l'inſtrument, on peut déterminer la valeur des côtés & des angles droits où obliques avec aſſez d'exactitude, ſans le ſecours du calcul & des tables dont on ne peut ſe paſſer lorſqu'on ſe ſert d'inſtrumens gradués. Les ingénieurs, ſur-tout, peuvent l'employer pour connoître la diſtance où ils ſont d'une place, & pour élever leurs bateries, ſans être obligés d'aller reconnoître le terrain, ou de s'expoſer au feu de l'ennemi. Son utilité dans l'arpentage conſiſte en ce qu'on connoît par ſon moyen l'élévation ou la chute perpendiculaire d'un terrein, l'hypoténuſe & la baſe ſans le ſecours du calcul: en un mot, cet inſtrument a le double avantage de faciliter le toiſé des arbres, de même que les opérations du génie & de l'arpentage.

Renvois pour la figure citée ci-deſſus.

A. Demi-cercle.
B. Son diametre.
C. Altimetre.
D. La corde.
E. Le rayon.
F. Index d'élévation.
G. Petit demi-cercle de l'altimetre.
H. Apuis de l'altimetre.
I. Vis qui ſert à avancer & à reculer le rayon.
K. Piece qui le contient en place.
L. Le plomb.
M. Traverſe de la piece coulante.
N. L'axe.
O. Clef de la vis.
P. Piece coulante.
Q. Bras mobile.
R. Alidade qui porte le téleſcope.
S. Petits arcs qui ſervent à donner à la partie de la piece coulante & à l'index horizontal, la poſition qu'on veut.
T. Petit quart-de-cercle de l'alidade. (*V*).

DENEB; terme arabe qui ſignifie *queue*, & dont les aſtronomes ſe ſervent dans la dénomination de différentes étoiles fixes; ainſi, deneb eleeer ou denebola, eſt l'*étoile β de la queue du lion*; deneb adigege, ou edigege, celle *de la queue du cygne*; deneb algedi, *l'étoile γ du capricorne*.

DÉNOMINATEUR, ſ. m. *terme d'Arithmétique*, dont on ſe ſert en parlant des fractions ou nombres rompus. *Voyez* Fraction.

Le *dénominateur* d'une fraction eſt le nombre ou la lettre qui ſe trouve ſous la ligne de la fraction, & qui marque en combien de parties l'entier ou l'unité eſt ſuppoſée diviſée.

Ainſi dans la fraction $\frac{7}{12}$ *ſept douziemes*, le nombre 12 eſt le *dénominateur*, & apprend que l'unité eſt diviſée en 12 parties égales; de même dans la fraction $\frac{a}{b}$, b eſt le *dénominateur*.

Le *dénominateur* repréſente toujours l'entier ou l'unité. Le nombre 7, qui eſt au deſſus de 12, eſt appelé *numérateur*. *Voyez* Numérateur.

On peut regarder une fraction comme un nombre entier, dont l'unité n'eſt autre choſe qu'une partie de l'unité primitive, laquelle partie eſt exprimée par le *dénominateur*. Ainſi, dans la fraction $\frac{7}{12}$ de pied, 1 pied eſt l'unité primitive; $\frac{1}{12}$ de pied eſt une douzieme partie de cette unité primitive, qu'on prend ou qu'on peut prendre ici pour l'unité particuliere, & le numérateur 7 indique que cette unité particuliere eſt priſe ſept fois.

Pour réduire deux fractions au même *dénominateur*, la regle générale eſt de multiplier le haut & le bas de la premiere par le *dénominateur* de la ſeconde, & le haut & le bas de la ſeconde par le *dénominateur* de la premiere. Mais, quand les *dénominateurs* ont un diviſeur commun, on ſe contente de multiplier le haut & le bas de la premiere fraction, par le quotient qui vient de la diviſion du *dénominateur* de la ſeconde par le diviſeur

Digitized by Google

commun, & de même de l'autre. Ainſi $\frac{a}{b}$ & $\frac{c}{d}$ ſe réduiſent au même *dénominateur*, en écrivant $\frac{ad}{bd}$ & $\frac{bc}{bd}$; mais $\frac{af}{be}$ & $\frac{cg}{de}$ s'y réduiſent en écrivant $\frac{afd}{bde}$ & $\frac{cgb}{bde}$. *Voyez* FRACTION & DIVISEUR.

On dit quelquefois réduire à même *dénomination*, au lieu de réduire au même *dénominateur*.

Le *dénominateur* d'un raport eſt, ſelon quelques-uns, le quotient qui réſulte de la diviſion de l'antécédent par le conſéquent. *Voyez* RAPORT.

Ainſi le *dénominateur* du raport 30 : 5 eſt 6, parce que 30 diviſé par 5 donne 6. Le *dénominateur* s'appele autrement *expoſant du raport*. *Voy.* EXPOSANT. (*O*).

DENSITÉ, (*Aſtron.*). La *denſité* des planetes ſe trouve d'après la loi de l'attraction, en comparant le volume ou la grôſſeur d'une planete avec ſa maſſe, ou ſa quantité de matiere indiquée par la force attractive. Cette découverte des *denſités*, qui paroît d'abord bien ſinguliere, eſt cependant une ſuite naturele de la loi de l'attraction, puiſque la force attractive eſt un indice certain de la quantité de matiere. Prenons pour terme de comparaiſon, la maſſe ou la force attractive de la terre, dont les effets nous ſont connus & familiers, & cherchons la maſſe de jupiter par raport à celle de la terre. Le premier ſatellite de jupiter fait ſa révolution à une diſtance de jupiter, qui eſt la même que celle de la lune à la terre, (du moins elle n'eſt que d'un douzieme plus petite). Si ce ſatellite tournoit auſſi autour de jupiter dans le même eſpace de temps que la lune tourne autour de la terre, il s'enſuivroit évidemment que la force de jupiter pour retenir ce ſatellite dans ſon orbite, ſeroit égale à celle de la terre pour retenir la lune, & que la quantité de matiere dans jupiter, ou ſa maſſe, ſeroit la même que celle de la terre; dans ce cas-là, il faudroit que la *denſité* de la terre fût 1281 fois plus grande que celle de jupiter; car la grôſſeur ou le volume de jupiter contient 1281 fois la grôſſeur de la terre; or ſi le poids eſt le même, la *denſité* eſt d'autant plus grande que le volume eſt plus petit. Ainſi, la *denſité* de jupiter ſeroit 1285 fois moindre que celle de la terre. Mais ſi le ſatellite tourne 16 fois plus vîte que la lune, il faut pour le retenir 256 fois plus de force, (16 fois 16 = 256) car la force centrale eſt comme le carré de la viteſſe; une viteſſe double exige & ſuppoſe une force centrale quadruple à diſtances égales; & la viteſſe du ſatellite 16 fois plus grande que celle de la lune, quoique dans une orbite égale, ſuppoſe dans jupiter une énergie ou une maſſe 256 fois plus grande que celle de la terre; d'un autre côté, l'on trouve un volume 1285 fois plus grand que celui de la terre; donc le volume de jupiter, conſidéré par raport à celui de la terre, eſt cinq fois plus grand que la quantité de matiere réelle & effective, par raport à celle de la terre; donc la *denſité* de la terre eſt cinq fois plus grande que celle de jupiter. En calculant plus exactement on trouve un peu moins; mais tel eſt l'eſprit de la méthode par laquelle Newton a calculé les maſſes & les *denſités* des planetes: plus un ſatellite eſt éloigné de ſa planete, & plus il tourne rapidement, plus auſſi il indique de force & de matiere dans la planete principale qui le retient; on peut y appliquer le calcul rigoureux, comme je l'ai fait dans mon *Aſtronomie*.

Cette force ou cette maſſe d'une planete étant diviſée par le volume, exprimé de même, en prenant pour unité le volume du ſoleil, donne la *denſité* de la planete cherchée par raport à la *denſité* du ſoleil; c'eſt ainſi que Newton trouva que la terre étoit environ quatre fois plus denſe que le ſoleil, quatre fois & un quart plus denſe que Saturne. Newton, *liv. III*, *prop.* 8. Ces *denſités* ſont calculées plus exactement dans la table qu'on trouvera au mot PLANETE. Nous pouvons comparer ces *denſités* avec des objets familiers: on ſait que l'antimoine eſt quatre fois plus denſe que l'eau, & ſix fois plus denſe que le bois de prunier; ainſi, en ſuppoſant que les ſubſtances du ſoleil & de jupiter aient la *denſité* de l'eau, la terre aura celle de l'antimoine, & ſaturne aura la légéreté du bois; il me paroît même que ces ſubſtances répondent aſſez bien à ce que j'ai voulu expliquer par leur moyen. On trouve à peu près le même raport entre l'acier, l'ivoire & le bois le plus peſant, comme l'ébene; il ſuffira de conſulter la table des peſanteurs ſpécifiques, donnée par l'abbé Nollet, dans ſes *Leçons de Phyſique*, ou celle de Muſſchenbroëk.

Les *denſités* de vénus, de mercure & de mars, ne peuvent ſe trouver par la méthode précédente, puiſque ces planetes n'ont point de ſatellites, qui puiſſent nous indiquer l'intenſité de leur attraction; mais voyant dans les trois planetes dont les *denſités* ſont connues, une augmentation de *denſité* quand on approche du ſoleil, on a regardé comme probable que cet accroiſſement avoit lieu également pour les trois autres planetes. En effayant de reconnoître une loi dans ces augmentations, on voit que les *denſités* connues ſont preſque proportionele aux racines des moyens mouvemens. Par exemple, le mouvement de la terre eſt environ 11, 86, celui de jupiter étant 5; la racine eſt $3\frac{1}{2}$; la *denſité* de la terre approche en effet de $3\frac{1}{2}$ fois celle de jupiter. On peut donc ſuppoſer la même proportion dans les autres planetes; c'eſt ainſi que j'ai calculé les *denſités* qui ſont raportés dans la table, excepté celle de vénus qui ſeroit un peu plus grande que celle de la terre, mais que j'ai ſuppoſée plus petite d'après ſon action ſur l'obliquité de l'écliptique. *Mém. Acad.* 1780.

La maſſe de la lune, &, par conſéquent, ſa *denſité*, ſont difficiles à déterminer exactement, parce qu'elles ſe manifeſtent par des phénomenes que nous ne pouvons meſurer avec aſſez d'exactitude; je veux dire les hauteurs des marées, & la quantité de la nutation de l'axe de la terre. Si les hauteurs des marées dans les ſyzygies s'étant trouvées de ſept pieds, ne ſont que trois pieds dans les quadratures, en ſuppoſant des circonſtances parelles, c'eſt-à-dire, ſi les grandes marées ſont aux petites comme $3\frac{1}{2}$ eſt à $1\frac{1}{2}$, la ſomme des forces de la lune & du ſoleil doit être à leur différence comme $3\frac{1}{2}$ eſt à $1\frac{1}{2}$; ces forces ſeront donc entr'elles comme 5 à 2; car la ſomme de 5 & de 2 eſt à la différence comme $3\frac{1}{2}$ eſt à $5\frac{1}{2}$: c'eſt le raport auquel s'en tient Daniel Bernoulli. J'ai trouvé $2\frac{7}{10}$ pour la force de la lune, dans mon *Traité du flux & du reflux de la mer*, p. 358.

Suppoſons donc la force du ſoleil 1, celle de la lune $2\frac{7}{10}$; pour avoir la maſſe de la lune, il ſuffit de ſavoir quelle eſt ſa force, en la ſuppoſant à la diſtance du ſoleil.

La force diminue en raiſon inverſe du cube de la diſtance, quand on la décompoſe ſur une direction différente de la primitive: il faut donc multiplier la force actuele de la lune par le cube de $\frac{8''\ 6}{57'\ 3''}$ qui eſt le raport des parallaxes, & l'on aura la maſſe de la lune, celle du ſoleil étant priſe pour unité; mais la maſſe de la terre eſt ſeulement $\frac{1}{355329}$ de celle du ſoleil; il faut donc encore diviſer la maſſe trouvée par cette fraction, & l'on aura $\frac{1}{70}$, qui eſt la maſſe de la lune, celle de la terre étant priſe pour unité.

La maſſe de la lune $\frac{1}{70}$, étant diviſée par ſon volume qui eſt $\frac{1}{49}$, ou 0, 02036 donne ſa denſité 0, 742; c'eſt-à dire, que la *denſité* de la lune eſt les trois quarts, ou $\frac{3}{4}$ de celle de la terre.

C'eſt d'après ces diverſes méthodes que j'ai calculé les *denſités* des planetes, par raport à la terre comme elles ſont dans la table qui eſt au mot PLANETE, en fractions décimales de la *denſité* de la terre que nous prenons pour unité. Cette table ſuppoſe la parallaxe du ſoleil dans ſes moyennes diſtances, de huit ſecondes & ſix dixiemes, comme les obſervations du paſſage de vénus, en 1769, me l'ont donnée. (*D. L.*)

DENT, ſ. f. (*Méchan.*). On appele *dents* d'une roue, des parties ſaillantes, placées à ſa circonférence, & par le moyen deſquelles cette roue pouſſe les *dents* d'une autre roue, & lui tranſmet l'action qu'elle a reçue, d'une maniere quelconque, de la force motrice.

I. Les roues ainſi garnies de *dents*, s'appelent *roues dentées*. Elles ſont d'un grand uſage dans les moulins, & en général dans toutes les machines mûes par le courant d'un fluide, & dans celles où le principe moteur ne peut pas être appliqué immédiatement à la place même où il doit opérer ſon effet.

II. Ordinairement on aſſemble ſur un même arbre, & dans de plans différens, une grande roue, & une petite nommée *pignon* dont les *dents* ou *ailes*, engrenent avec les *dents* d'une autre roue. Cela a principalement lieu dans l'horlogerie.

Dans les grandes machines, on ſubſtitue ſouvent aux pignons, des *lanternes*, *Pl. Méch. Fig. 69*, qui ne ſont autre choſe que des cylindres aſſemblés parallélement entr'eux dans des plateaux *M*, *N*: alors les *dents* de la roue engrenent avec les *fuſeaux* de la lanterne, comme elles feroient avec les ailes du pignon. Le méchaniſme revient abſolument au même dans les deux cas.

III. Les machines qui doivent marcher avec beaucoup de régularité & d'uniformité, comme par exemple les horloges, demandent que les *dents* des roues & les ailes des pignons, aient une certaine figure qui n'eſt point arbitraire & qui peut être déterminée par les loix de la Méchanique & de la Géométrie. M. de la Hire a examiné cette matiere dans ſon traité des *Épicycloïdes*; mais la théorie qu'il donne n'eſt guere applicable qu'aux *dents* qui menent des pignons à lanternes. M. Camus a traité le même ſujet, d'une maniere beaucoup plus claire & plus complete, dans les *Mémoires de l'Académie*, pour l'année 1733, & ſurtout à la fin du tome IV de ſon *Cours de Mathématiques*. Cet excellent morceau eſt trop long, pour pouvoir être inſéré ici; & il n'eſt guere ſuſceptible d'abbréviation. Nous y renvoyons le lecteur.

IV. Dans les machines en grand, on ne s'aſſujétit pas à déterminer géométriquement la figure des *dents* des roues: on imite ce qui a été pratiqué, & ce qui a réuſſi. D'ailleurs le frotement détruit bientôt les inégalités & les irrégularités qui peuvent ſe trouver dans une *dent*: elle acheve de prendre elle-même la figure qu'exige l'engrenure.

Je ſuppoſe ici la figure des *dents* telle qu'elle doit être; & je vais examiner la maniere dont la force ſe communique dans l'engrenure des roues & des pignons; on appliquera facilement la même théorie à l'engrenure des roues & des lanternes.

V. Soient, *Pl. Méch. Fig. 70*, trois roues *A*, *B*, *C*, & leurs pignons correſpondans *a*, *b*, *c*. Le pignon ou plutôt le cylindre *a*, ſoutient un poids *P*; la roue *A*, qui a le même arbre que lui, engrene avec le pignon *b*; la roue *B*, qui a même arbre que le pignon *b*, engrene avec le pignon *c*; la roue C, qui a même arbre que ce pignon, eſt tirée à la circonférence par la puiſſance *Q*, & tout le ſyſtême eſt en équilibre. Nommons *R*, *R'*, *R''*, les rayons des roues; *r*, *r'*, *r''*, ceux des pignons; *E* l'éfort de la roue *A* contre le pignon *b*; *E'* l'éfort de la roue *B* contre le pignon *c*. En regardant l'éfort reçu par chaque pignon, comme un poids qui lui eſt appliqué, on aura ces trois proportions:

$$P : E :: R : r,$$
$$E : E' :: R' : r',$$
$$E' : Q :: R'' : r'';$$

leſquelles étant multipliées par ordre, donnent

$$P : Q :: R \times R' \times R'' : r \times r' \times r''.$$

D'où il ſuit que *le poids* P *eſt à la puiſſance* Q, *comme le produit des rayons des roues, eſt au produit des rayons des pignons.*

Il en ſeroit de même, s'il y avoit un plus grand nombre de roues & de pignons.

On voit, par-là, que ces ſortes de machines peuvent donner un très grand avantage à la puiſſance ſur le poids, relativement à la force; mais cet avantage eſt acquis aux dépens du temps, lorſque la machine paſſe du repos au mouvement.

VI. On a ſouvent beſoin, ſur-tout dans l'horlogerie, que les nombres des révolutions des roues & des pignons aient entr'eux un certain raport. C'eſt ce qu'on obtient, en donnant aux roues & aux pignons les nombres convenables de *dents* & d'ailes. Entrons dans quelque détail à ce ſujet.

VII. Soient les roues A, B, C, D, *Fig.* 72, dont la premiere engrene avec le pignon b fixé à la ſeconde; celle-ci engrene avec le pignon c fixé à la troiſieme; ainſi de ſuite. Déſignons par A, B, C, D, les nombres des *dents* des roues, & par b, c, d, e, les nombres des ailes des pignons. De plus, nommons N, N', N'', N''', les nombres de tours que les quatre roues font dans le même temps; ceux des trois pignons b, c, d, qui ne font chacun qu'un même corps avec chacune des trois roues B, C, D, ſeront repréſentés par N', N'', N''', reſpectivement; nous déſignerons par N^{IV} le nombre de tours du dernier pignon e. Cela poſé, il eſt clair que le nombre des *dents* de la roue A, engrenées pendant chaque tour, étant exprimé par A, le nombre de *dents* qu'elle engrenera, pendant le nombre N de tours, ſera exprimé par $A \times N$. De même, le nombre d'ailes engrenées par le pignon b, avec la roue A, pendant le nombre N' de révolutions, ſera repréſenté par $b \times N'$. Or, pendant le même temps, il s'engrene autant de *dents* de la roue A que d'ailes du pignon b. Ainſi, on a l'équation $A \times N = b \times N'$. On a, par la même raiſon, les équations $B \times N' = c \times N''$, $C \times N'' = d \times N'''$, $D \times N''' = e \times N^{IV}$. Ces différentes équations donnent les proportions:

$$N : N' :: b : A,$$
$$N' : N'' :: c : B,$$
$$N'' : N''' :: d : C,$$
$$N''' : N^{IV} :: e : D,$$

leſquelles étant multipliées par ordre, donnent

$$N : N^{IV} :: b \times c \times d \times e : A \times B \times C \times D.$$

C'eſt-à-dire, que *le nombre des tours de la premiere roue* A, *eſt au nombre des tours du dernier pignon* e, *comme le produit des ailes des pignons, eſt au produit des dents des roues.*

VIII. Cette proportion donne l'équation $\frac{N}{N^{IV}} = \frac{b \times c \times d \times e}{A \times B \times C \times D}$; par laquelle on voit que N & N^{IV} étant donnés, rien ne détermine les nombres d'ailes & de dents que chaque pignon & chaque roue doivent avoir en particulier. Il ſuffit que le raport du produit de toutes les ailes, au produit de toutes les dents, ſoit le même que celui de N à N^{IV}. Suppoſons, par exemple, que la roue A faiſant un tour pendant un certain temps, le pignon e en faſſe deux; c'eſt-à-dire, $\frac{N}{N^{IV}} = \frac{1}{2}$. On aura $\frac{1}{2} = \frac{b \times c \times d \times e}{A \times B \times C \times D}$ ou $A \times B \times C \times D = 2 \times b \times c \times d \times e$. Donc, ſi l'on donne arbitrairement 6 ailes au premier pignon, 8 au ſecond, 10 au troiſieme, 12 au quatrieme, on aura $A \times B \times C \times D = 2 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 = 11520$, nombre qu'il faudra décompoſer en quatre facteurs qui ſeront les nombres des *dents* des quatre roues A, B, C, D. On peut prendre, pour ces quatre facteurs ou les quatre nombres 12, 8, 10, 12, ou les quatre nombres 6, 16, 5, 24, ou, &c. L'arangement des roues & des pignons eſt indifférent. Si on avoit commencé par ſe donner les nombres des *dents* des roues, on auroit trouvé d'une maniere ſemblable les nombres des ailes des pignons.

IX. Souvent le nombre que l'on a pour le produit total des *dents* des roues, ou des ailes des pignons, ne peut ſe décompoſer en facteurs qui puiſſent être le nombre des *dents* ou des ailes, des roues ou de pignons, en particulier. Alors le problême n'eſt pas ſuſceptible d'une ſolution rigoureuſe; mais il faut ſe contenter d'une ſolution approchée.

Suppoſons, par exemple, qu'on ait, *Fig.* 72, les trois roues, A, B, C, & les trois pignons b, c, d; que la premiere roue A faſſe un tour en un an, & que le dernier pignon d, un tour en 12 heures. On aura d'abord (VII) l'équation générale, $\frac{N}{N'''} = \frac{b \times c \times d}{A \times B \times C}$.

L'année commune étant de 365 jours 5 heures 49 minutes, ou de 525949', & 12 heures valant 720'; conſidérant, d'un autre côté, que pendant un tour de la roue A, le nombre N''' de tours du dernier pignon, eſt le quatrieme terme de cette proportion, $720 : 525949 :: 1 : N''' = \frac{525949}{720}$: il eſt clair qu'on aura $N : N''' :: 1$

$\frac{525949}{720} :: 720 : 525949$, ou bien $\frac{N}{N'} = \frac{720}{525949}$. Donc $A \times B \times C \times 720 = b \times c \times d \times 525949$; on $A \times B \times C = \frac{b \times c \times d \times 525949}{720}$.

Comme le nombre des ailes de chaque pignon, & celui des dents de chaque rone, doivent être des nombres entiers, il feut que le produit $b \times c \times d$, foit un nombre entier, & que la fraction $\frac{b \times c \times d \times 525949}{720}$ en foit auſſi un, ou que fon numérateur ſoit diviſible per ſon dénominateur. Il faut de plus que le quotient, provenent de cette diviſion, ſoit décompoſeble en trois facteurs qui puiſſeut être les nombres des *dents* des trois roues. En faiſant $b \times c \times d = 720$, ce nombre eſt décompoſeble en trois fecteurs 8, 9, 10, qu'on pent prendre pour b, c, d; mais alors on auroit $A \times B \times C = 525949$, nombre qui n'eſt pes décompoſeble en fecteurs qu'on puiſſe preudre pour A, B, C. La même difficulté ſubſiſte, en prenant pour le produit $b \times c \times d$ un multiple quelconque de 720. Le problême n'eſt donc pas ſoluble à la rigueur; mais voici comment on peut le réſondre d'une maniere epprochée.

X. Le numérateur de la fraction $\frac{b \times c \times d \times 525949}{720}$ étant très-grend par raport à ſon dénomineteur, cette fraction ne changera pes ſenſiblement de valeur, ſi, ſans toucher à ſon dénominateur, l'on augmente on l'on diminne ſon numéreteur d'un petit nombre d'unités. Prenons donc, à ſa plece, la fraction $\frac{b \times c \times d \times 525949 + m}{720}$, m étant un nombre entier très-petit, poſitif on négatif: nous aurons ſenſiblement, $A \times B \times C = \frac{b \times c \times d \times 525949 + m}{720}$; ou $A \times B \times C = b \times c \times d \times 730 + \frac{b \times c \times d \times 349 + m}{720}$. Or la premiere partie eſt un nombre entier; la ſeconde $\frac{b \times c \times d \times 349 + m}{720}$ en ſera donc auſſi un, que je nomme n. On aura ainſi $\frac{b \times c \times d \times 349 + m}{720} = n$; ou $b \times c \times d = 2n + \frac{22n - m}{349}$, dont la premiere partie étent un nombre entier, le ſeconde en ſera enſſi un, que je nomme p. Per-là on aura $\frac{22n - m}{349} = p$, ou $n = 15p + \frac{19p + m}{22}$, nombre entier. Soit $\frac{19p + m}{22} = q$, nombre entier. On aura $p = q + \frac{3q - m}{19}$, nombre entier. Soit $\frac{3q - m}{19} = r$, nombre entier; on aura $q = 6r + \frac{r + m}{3}$, nombre entier. Soit $\frac{r + m}{3} = s$, nombre entier; on aura $r = 3s - m$.

Meintenant il faut rétrograder, & par le moyen de cette derniere équetion, déterminer les valeurs des lettres r, q, p, n. Or comme l'équation $r = 3s - m$ renferme trois indéterminées, on pent en prendre deux à volonté, en obſervent ſeulement qu'elles ſoieut des nombres entiers, & que m ſoit un petit nombre. Tontes les ſuppoſitions qui donneront pour $b \times c \times d$ un nombre décompoſable en trois fecteurs qui puiſſent être les nombres des ailes des pignons, & pour $A \times B \times C$ un nombre décompoſable en trois fecteurs qui puiſſent être les nombres des *dents* des roues; toutes ces ſuppoſitions, dis-je, ſeront admiſſibles.

Soient, par exemple, $m = -1$, $s = 0$. On aura $r = 1$, $q = 6$, $p = 7$, $n = 111$. Donc $b \times c \times d = 229$, nombre qui n'eſt pas décompoſable en facteurs qu'on puiſſe prendre pour b, c, d. La ſuppoſition propoſée n'eſt donc pas convenable. Pluſieurs eutres, comme celles de $m = -2$, $s = 1$, $s = 0$, &c. ne le ſont pas daventage. Mais celle de $m = -4$, $s = -1$, pent être employée. Car alors on e $r = 1$, $q = 5$, $p = 6$, $n = 95$. Donc $b \times c \times d = 196$, nombre qu'on pent décompoſer en ces trois fecteurs, 4, 7, 7, qui peuvent être les nombres des ailes des trois pignons. Mettons pour m, & $b \times c \times d$, leurs veleurs, dans l'équetion $A \times B \times C = \frac{b \times c \times d \times 525949 + m}{720}$; elle deviendra $A \times B \times C = 143175$, nombre décompoſable en ces trois facteurs, 25, 69, 83, qui peuvent être les nombres des dents des trois roues. Ainſi, en donnant 4 ailes à un pignon, 7 ailes à un eutre, 7 ailes en troiſieme; 25 dents à une rone, 69 à une autre, 83 à la troiſieme, le problême ſera réſolu, & il s'en faudra très-peu de choſe que le dernier pignon feiſant un tour en 12 heures, le premiere roue ne faſſe un tour eu un en.

Si on veut connoître combien il s'en fendra que la premiere roue ne feſſe un tour en un an, cela eſt aiſé ; cer, en nommant x le temps de le révolution de cette roue, il eſt clair qu'on a $\frac{720^h}{x} = \frac{4 \times 7 \times 7}{25 \times 69 \times 83}$, on $x = 525948' \frac{48}{49} = 365^j\ 5^h\ 48' \frac{48}{49}$.

XI. Il eſt à propos de faire à ce ſujet une obſervetion qui abrégera le calcul en pluſieurs cas.

Comme dans l'équation $A \times B \times C = \ldots . \frac{b \times c \times d \times 525949 + m}{720}$, le dénominateur 720 eſt un nombre compoſé de pluſieurs facteurs qu'on peut prendre pour un, ou pour deux des trois nombres b, c, d, le problême peut ſe ſimplifier & ſe réſoudre comme il ſuit.

Soit, par exemple, $b = 8$, qui eſt un facteur de 720, & prenons $c = 7$: la queſtion ſera de ſatisfaire à l'équation $A \times B \times C = \frac{7 \times 525949 \times d + m}{90}$, ou $A \times B \times C = \frac{3681643 \times d + m}{90}$; & on voit qu'il ſuffit de trouver pour l'inconnue d, un nombre entier convenable, & tel que la quantité $\frac{3681643 \times d + m}{90}$ ſoit auſſi un nombre entier, décompoſable en trois facteurs qu'on puiſſe prendre pour A, B, C.

Soient $b = 8$, $c = 9$ (ces deux nombres ſont des facteurs de 720) ; la queſtion ſera de ſatisfaire à l'équation $A \times B \times C = \frac{525949 \times d + m}{10}$, de maniere que d ſoit un nombre entier convenable, & que la quantité $\frac{525949 \times d + m}{10}$ ſoit auſſi un nombre entier, décompoſable en trois facteurs qu'on puiſſe prendre A, B, C.

Soient $b = 6$, $c = 8$ (nombres qui ſont encore des facteurs de 720) : il s'agira de ſatisfaire à l'équation $A \times B \times C = \frac{525949 \times d + m}{15}$, toujours ſuivant la condition énoncée.

Il en eſt de même pour d'autres ſuppoſitions. Tous ces problêmes ſe réſolvent facilement par la méthode propoſée. (*L. B.*)

DÉPENSE, ſ. f. (*Hyd.*). On appele *dépenſe* d'un réſervoir ou d'un jet, la quantité d'eau que ce réſervoir ou ce jet fournit, par un ajutage, en temps donné.

On verra à l'article *écoulement* que les *dépenſes* par de petits orifices de même nature ſont entr'elles en général comme les produits des orifices par les temps & par les racines carrées des hauteurs de l'eau au deſſus des orifices. J'ai dit de *même nature*, parce que la contraction de la veine fluide diminue inégalement la *dépenſe* par un même orifice (toutes choſes d'ailleurs égales), quand le fluide ſort par un orifice percé dans une mince paroi, & quand il ſort par un tuyau additionel. *Voyez* ADDITIONEL & CONTRACTION.

Si l'on veut donc comparer l'écoulement par un orifice percé dans une mince paroi avec l'écoulement par un tuyau additionel, il faudra commencer par diminuer les ſurfaces réelles des deux orifices, la premiere dans le raport de 8 à 5 ou de 16 à 10, & la ſeconde dans le raport de 16 à 13. *Voyez* ADDITIONEL. Lorſque les deux orifices ſont de la même eſpece, la réduction des orifices dont je viens de parler eſt inutile, parce que les orifices réels ſont entr'eux comme les orifices réduits.

Je ſuppoſe ici que les écoulemens ſe faſſent par des orifices percés dans de minces paroi ; & je prends pour principe d'expérience, qu'un tel orifice, ayant 12 lignes de diametre, donne, ſous une charge d'eau de 11 pieds de hauteur, 8990 pouces cubes d'eau en une minute. De là nous allons réſoudre les quatre queſtions ſuivantes qui comprenent tout ce qui eſt relatif à la dépenſe des réſervoirs ou des jets d'eau par de petits orifices. Nous raiſonerons ſur des exemples particuliers, pour plus de clarté.

I. QUESTION. I. *On ſuppoſe qu'un réſervoir ſoit entretenu conſtament plein à la hauteur de* 11 *pieds* 6 *pouces au deſſus d'un orifice de* 16 *lignes de diametre ; & on demande la* dépenſe *de cet orifice en* 8 *minutes.*

Les *dépenſes* faites dans le même temps par différens orifices, ſous différentes hauteurs de réſervoirs, étant entr'elles comme les produits de ces orifices par les racines carrées des hauteurs des réſervoirs, ou comme les produits des carrés des diametres des orifices par les racines carrées des hauteurs des réſervoirs ; il eſt clair qu'en appliquant ici l'expérience que nous venons de raporter, on aura la proportion $144 \times \sqrt{}$ (11 pieds) : $256 \times \sqrt{}$ (11 pieds 6 pouces) :: 8990 pouces cubes d'eau : un quatrieme terme ; ce quatrieme terme 16341 pouces cubes eſt la *dépenſe* que notre orifice de 16 lignes de diametre fait en une minute. Multipliant cette quantité par 8, on aura 130728 pouces cubes pour la *dépenſe* qu'il fait en huit minutes.

II. QUESTION. II. *On ſuppoſe qu'un réſervoir ſoit entretenu conſtament plein à la hauteur de* 11 *pieds* 6 *pouces au deſſus d'un orifice dont la* dépenſe *eſt* 245544 *pouces cubes d'eau en* 6 *minutes ; & on demande le diametre de cet orifice.*

Puiſque l'orifice donne 245544 pouces cubes d'eau en 6 minutes, il donnera 40924 pouces cubes en une minute. Donc en nommant D ſon diametre exprimé en lignes, nous aurons, par la même regle que nous venons d'employer, $144 \times \sqrt{}$ (11 pieds) : $D^2 \times \sqrt{}$ (11 pieds 6 pouces) :: 8990 : 40924 ; &, par conſéquent, $D^2 = 144$ lignes carrées $\times \frac{40924}{8990} \times \frac{\sqrt{132}}{\sqrt{138}} = 641,1$ lignes à très-peu-près. Donc $D = 25,32$ lignes ; le diametre cherché eſt donc preſque de 2 pouces une ligne & $\frac{1}{3}$ de ligne.

III. QUESTION. III. *On ſuppoſe qu'un réſervoir entretenu conſtament plein à la hauteur de* 16 *pieds, ait donné* 45678 *pouces cubes d'eau par un orifice*

de 16 lignes de diametre, pendant un certain temps : on demande la durée de ce temps.

Je cherche d'abord par la méthode de la queſtion 1re la *dépenſe* que notre orifice feroit en une minute ; & je trouve que cette *dépenſe* = 19276 pouces cubes. Enſuite j'obſerve que les *dépenſes* faites par un même orifice, ſous une même hauteur conſtante de réſervoir, étant entr'elles comme les temps qu'elles durent, on aura la proportion, 19276 : 45678 :: une minute : au temps cherché qu'on trouvera = 2 minutes, 22 $\frac{1}{2}$ ſecondes à très-peu-près.

QUESTION IV. *On ſuppoſe qu'un réſervoir donne 40000 pouces cubes d'eau en 4 minutes, par un orifice de 10 lignes de diametre ; on demande la hauteur de ce réſervoir.*

Puiſque le réſervoir propoſé, donne 40000 pouces cubes d'eau en 4 minutes, il donnera 10000 pouces cubes en une minute. En nommant b la hauteur cherchée, exprimée en pieds, on aura la proportion $144 \times \sqrt{(55 \text{ pieds})} : 500 \times \sqrt{b} :: 8990 : 10000$. Donc $b = 11 \text{ pieds} \times \frac{(144)^2 \times (100)^2}{(8990)^2}$ = 28, 22 pieds = 28 pieds, 2 pouces, 8 lignes environ. (*L. B.*)

DERCIS, (*Aſtron.*); nom d'une déeſſe que l'on a quelquefois confondue avec Vénus, & dont quelques auteurs ont donné le nom à la conſtellation des poiſſons. (*D. L.*)

DERNIER, ſ. m. *terme de jeu de paume* ; c'eſt la partie de la galerie qui comprend la premiere ouverture à compter depuis le bout du tripot juſqu'au ſecond. Quand on pelote à la paume, les balles qui entrent dans le *dernier* ſont perdues pour le joueur qui garde ce côté ; mais quand on joue partie, elles font une chaſſe qu'on appele *au dernier à remettre*.

DÉSASSEMBLER, v. act. ſe dit en *Méchanique* de toute conſtruction de bois ; c'eſt en ſéparer les différentes parties, ſi, ſur-tout, elles ne ſe tiennent qu'à chevilles & à mortoiſes. Si la machine eſt de fer, de cuivre, & que les parties en ſoient unies, de pluſieurs manieres différentes, on dit démonter, & non *déſaſſembler*. On démonte une montre ; on déſaſſemble un échafaud, un eſcalier, & une charpente quelconque.

DESCENDANT, adj. (*Méch.*) ſe dit proprement de ce qui tombe, ou qui ſe meut de haut en bas. *Voyez* DESCENTE.

DESCENSION, ſ. f. *terme d'Aſtronomie* : la *deſcenſion* eſt ou droite, ou oblique. La *deſcenſion* droite d'une étoile eſt la diſtance entre le point équinoxial & le point de l'équateur, qui deſcend avec l'étoile ſous l'horizon dans la ſphere droite ; elle eſt égale à l'aſcenſion droite. La *deſcenſion* oblique ſe termine au point de l'équateur, qui deſcend ſous l'horizon en même temps que l'étoile dans le ſphere oblique. Ainſi les *deſcenſions*, tant droites qu'obliques, ſe comptent du premier point d'*aries*, ou de la ſection vernale, ſuivant l'ordre des ſignes, c'eſt-à-dire, d'occident en orient, le long de l'équateur. Au reſte, ce mot n'eſt plus guere en uſage, non plus que celui d'aſcenſion oblique. On ne ſe ſert preſque plus que du mot d'*aſcenſion droite*, le ſeul véritablement néceſſaire aujourd'hui où l'on ſe ſert des arcs de l'équateur pour déterminer la poſition des étoiles. *Voyez* DÉCLINAISON. (*O*).

DESCENSIONEL, adj. (*Aſtron.*); *différence deſcenſionele*, eſt la difference entre la deſcenſion droite & la deſcenſion oblique d'une même étoile ; ou d'un même point des cieux, *&c. Voyez* ASCENSIONEL. (*O*).

DESCENTE DES PLANETES VERS LE SOLEIL, (*Aſtron.*); c'eſt le temps qu'elles emploiroient à tomber par une ligne droite, ſi la force de projection qui anime les planetes & leur fait décrire des orbites, étoit détruite. La force centrale les précipiteroit vers le ſoleil, dans les temps ſuivans, calculés en ſuppoſant les orbites circulaires & les planetes à leurs moyenes diſtances ; mercure y ariveroit en 15 jours & 13 heures ; vénus en 39 jours 17 heures ; la terre en 64 jours 10 heures ; mars en 521 jours ; jupiter en 766 jours ; ſaturne en 1902 jours ; la comete de 1681, la plus éloignée que nous connoiſſions, ſuivant Halley, en 37126 jours ; la lune tomberoit ſur la terre en 4 jours 20 heures ; les ſatellites de jupiter tomberoient ſur leur planete en 7 heures, 15 heures, 30 heures, & 71 heures ; ceux de ſaturne en 8 heures, en 12 heures, 19 heures, 55 heures, 336 heures, reſpectivement ; une pierre tomberoit au centre de la terre, ſi le paſſage étoit libre en 21′ 9″. Whiſton, *Aſtronomical principles of religion*, p. 66. La regle qui ſert à faire ces calculs, conſiſte à dire, la racine carrée du cube de 2 eſt à 1, comme la demi-durée de la révolution d'une planete eſt au temps de ſa chute juſqu'au centre de l'attraction, (*Friſi de gravitate*, p. 100.) L'opération ſeroit beaucoup plus ſimple, ſi l'on pouvoit ſuppoſer que les planetes deſcendiſſent par un mouvement uniforme ; mais il eſt évident que cette chute doit être extrêmement accélérée. On demande auſſi quelquefois le temps qu'il faudroit à un boulet de canon pour ariver juſqu'au ſoleil, en faiſant toujours 200 toiſes par ſeconde, on trouve douze ans & demi ; mais on néglige l'accélération. (*D. L.*)

DESCENTE *ou* CHUTE, ſ. f. *en terme Méchanique*, eſt le mouvement ou la tendance d'un corps vers le centre de la terre, ſoit directement, ſoit obliquement.

On a beaucoup diſputé ſur la cauſe de la *deſcente* des corps peſans. Il y a là-deſſus deux opinions oppoſées ; l'une fait venir cette tendance d'un principe intérieur, & l'autre l'attribue à un principe extérieur. La premiere de ces hypotheſes eſt ſoutenue par les Péripatéticiens, les Épicuriens, & pluſieurs Newtoniens ; la ſeconde par les Carteſiens & le Gaſſendiſtes.

Les corps peſans ne tendent vers la terre, ſelon Newton, que parce que la terre a plus de maſſe qu'eux ;

qu'eux ; & ce grand philoſophe a fait voir par une démonſtration géométrique, que la lune étoit retenue dans ſon orbite par la même force qui fait tomber les corps peſans, & que la gravitation étoit un phénomene univerſel de la nature ; auſſi Newton a-t-il expliqué par le moyen de ce principe tout ce qui concerne les mouvemens des corps céleſtes avec beaucoup plus de préciſion & de clarté, qu'on ne l'avoit fait avant lui. La ſeule difficulté qu'on puiſſe faire contre ſon ſyſtême regarde l'attraction mutuele des corps. *Voyez* ATTRACTION ; *voyez auſſi* PESANTEUR.

L'idée générale par laquelle les Cartéſiens expliquent le phénomene dont il s'agit (*Voyez* PESANTEUR,) paroît au premier coup d'œil aſſez heureuſe. Mais il n'en eſt pas de même quand on l'examine de plus près ; car, outre les difficultés qu'on peut faire contre l'exiſtence du tourbillon qu'ils ſuppoſent autour de la terre, on ne conçoit pas comment ce tourbillon, dont ils ſuppoſent les couches paralleles à l'équateur, peut pouſſer les corps peſans au centre de la terre ; il eſt même démontré qu'il devroit les pouſſer à tous les points de l'axe : c'eſt ce qui a fait imaginer à M. Huyghens un autre tourbillon dont les couches ſe croiſent aux poles, & ſont dans le plan des différens méridiens. Mais comment un tel tourbillon peut-il exiſter, & s'il exiſte, comment n'en ſentons-nous pas la réſiſtance dans nos mouvemens ?

L'explication des Gaſſendiſtes ne paroît pas plus heureuſe que celle des Cartéſiens. Car, ſur quoi eſt fondée la formation de leurs rayons ? & comment ces rayons n'agiſſent-ils point ſur les corps, & ne leur réſiſtent-ils point dans d'autres ſens, que dans celui du rayon de la terre ?

Quoi qu'il en ſoit, l'expérience qui n'a pu encore nous découvrir clairement la cauſe de la peſanteur, nous a fait au moins connoître ſuivant quelle loi ils ſe meuvent en deſcendant. C'eſt au célebre Galilée que nous devons cette découverte ; & voici les loix qu'il a trouvées.

Loix de la deſcente des corps. 1°. Dans un milieu ſans réſiſtance, les corps peſans deſcendent avec un mouvement uniformément accéléré, c'eſt-à-dire, tel que le corps reçoit à chaque inſtant des accroiſſemens égaux de viteſſe. Ainſi, on peut repréſenter les inſtans par les parties d'une ligne droite, & les viteſſes par les ordonées d'un triangle. *Voyez* ACCÉLÉRÉ & ORDONÉES. Les petits trapezes dans leſquels ce triangle eſt diviſé, & dont le premier ou le plus élevé eſt un triangle, repréſenteront les eſpaces parcourus par le corps durant les inſtans correſpondans, & croiſſent évidemment comme les nombres 1, 3, 5, 7, *&c.* car le premier trapeze contiendra trois triangles égaux au triangle précédent ou ſupérieur, le ſecond cinq triangles, *&c.* & les ſommes de ces petits trapezes, à commencer du ſommet du triangle, ſont comme les carrés des temps. *Voyez* ACCÉLÉRÉ.

De là il s'enſuit, 1°. que les eſpaces parcourus en deſcendant depuis le commencement de la chute, ſont comme les carrés des temps ou des viteſſes, & que les parties de ces eſpaces parcourues en temps égaux croiſſent comme les nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9, *&c.*

2°. Que les temps & les viteſſes ſont en raiſon ſous-doublée des eſpaces parcourus en deſcendant.

3°. Que les viteſſes des corps qui tombent, ſont proportioneles aux temps qui ſe ſont écoulés depuis le commencement de leur chute.

Voilà les loix générales de la chute des corps dans un eſpace vide ou non réſiſtant ; mais les corps que nous obſervons tombent preſque toujours dans des milieux réſiſtans, ainſi, il n'eſt pas inutile de donner auſſi les loix de leur *deſcente* dans ce cas-là.

Il faut obſerver, 1°. qu'un corps ne peut deſcendre, à moins qu'il ne diviſe & ne ſépare le milieu où il deſcend, & qu'il ne peut faire cette ſéparation, s'il n'eſt plus peſant que ce milieu. Car comme les corps ne peuvent ſe pénétrer mutuélement, il faut néceſſairement, pour qu'ils ſe meuvent, que l'un faſſe place à l'autre : de plus, quoiqu'un milieu, par exemple l'eau, ſoit diviſible, cependant ſi ce milieu eſt d'une peſanteur ſpécifique plus grande qu'un autre corps, comme du bois, il n'eſt plus peſant que parce qu'il contient, dans un même volume, une plus grande quantité de parties de matiere, qui toutes ont une tendance en bas ; par conſéquent l'eau a ſous un même volume plus de tendance à deſcendre que le bois, d'où il s'enſuit qu'elle empêchera le bois de deſcendre. *Voyez* HYDROSTATIQUE & PESANTEUR SPÉCIFIQUE.

2°. Un corps d'une peſanteur ſpécifique plus grande que le fluide où il deſcend, y deſcend avec une force égale à l'excès de ſa peſanteur ſur celle d'un pareil volume de fluide ; car ce corps ne deſcend qu'avec la peſanteur qui lui reſte, après qu'une partie de ſon poids a été employée à détruire & à ſurmonter la réſiſtance du fluide. Or cette réſiſtance eſt égale au poids d'un volume de fluide pareil à celui du corps. Donc le corps ne deſcend qu'avec l'excès de ſa peſanteur ſur celle d'un égal volume de fluide.

Les corps qui deſcendent perdent donc d'autant plus de leur poids, que le milieu eſt plus peſant, & que les parties de ce milieu ont une force d'adhérence plus grande ; car un corps qui deſcend dans un fluide ne deſcend qu'en vertu de l'excès de ſon poids ſur le poids d'un pareil volume de fluide ; & de plus il ne peut deſcendre ſans diviſer les parties du fluide, qui réſiſtent à proportion de leur adhérence.

3°. Les peſanteurs ſpécifiques de deux corps étant ſuppoſées les mêmes, celui qui a le moins de volume doit tomber moins vîte dans le milieu où il deſcend ; car, quoique le raport de la peſanteur ſpécifique du corps à celle du fluide ſoit toujours le même, quel que ſoit le volume, ce-

pendant un petit corps a plus de ſurface à proportion de ſa maſſe ; & plus il y a de ſurface, plus auſſi il y a de frotement & de réſiſtance.

4°. Si les peſanteurs ſpécifiques de deux corps ſont différentes, celui qui a le plus de peſanteur ſpécifique tombera plus vîte dans l'air que l'autre. Une petite balle de plomb, par exemple, tombe beaucoup plus vîte dans l'air qu'une plume ; parce que la balle de plomb étant d'une peſanteur ſpécifique beaucoup plus grande, perd moins de ſon poids dans l'air que la plume ; d'ailleurs la plume ayant moins de maſſe ſous un même volume, a plus de ſurface à proportion que la balle de plomb ; & ainſi l'air lui réſiſte encore davantage.

Voilà les loix générales de la *deſcente* des corps dans des milieux réſiſtans ; mais comme la réſiſtance des fluides n'eſt pas encore bien connue, il s'en faut beaucoup que la théorie de la chute des corps dans des fluides, ſoit auſſi avancée que celle de la chute des corps dans le vide. M. Newton a tenté de déterminer le mouvement des corps peſans dans des fluides, & il nous a laiſſé là-deſſus beaucoup de propoſitions & d'expériences curieuſes. Mais nous nous appliquerons principalement dans cet article à détailler les loix de la chute des corps peſans dans un milieu non réſiſtant.

En ſuppoſant que les corps peſans deſcendent dans un milieu non réſiſtant, on les ſuppoſe auſſi libres de tout empêchement extérieur, de quelque cauſe qu'il viene : on fait même abſtraction de l'impulſion oblique que les corps reçoivent en tombant par la rotation de la terre ; impulſion qui leur fait parcourir réellement une ligne oblique à la ſurface de la terre, quoique cette ligne nous paroiſſe perpendiculaire, parce que l'impulſion que le mouvement de la terre donne au corps peſant dans le ſens horizontal, nous eſt commune avec eux. Galilée qui a le premier découvert, par le raiſonement, les loix de la *deſcente* des corps peſans, les a confirmées enſuite par des expériences qui ont été ſouvent répétées depuis, & dont le réſultat a toujours été, que les eſpaces qu'un corps parcourt en deſcendant, ſont comme les carrés des temps employés à les parcourir.

I. Grimaldi & Riccioli ont fait des expériences ſur le même ſujet ; ils faiſoient tomber du ſommet de différentes tours des boules peſant environ huit onces, & meſuroient le temps de leurs chutes par un pendule. Voici le réſultat de ces expériences dans la table ſuivante.

Vibrations du pendule.	*Tempr.* ″ ‴	*Eſpace parcouru à la fin du temps.*	*Eſpace parcouru pendant chaque temps.*
5	0 50	50 *pieds.*	50 *pieds.*
10	1 40	40	30
55	2 30	90	50
20	3 20	160	70
25	4 10	250	90
6	5 0	15	55
12	2 0	60	45
18	3 0	135	75
24	4 0	240	105

Comme les expériences de Riccioli, faites avec beaucoup d'exactitude, s'acordent parfaitement avec la théorie, & ont été confirmées depuis par un grand nombre d'auteurs, on ne doit faire aucune attention à ce que Dechales dit de contraire dans ſon *Mund. math.* où il prétend avoir trouvé, par des expériences, que les corps peſans parcourent quatre pieds $\frac{1}{2}$ dans la premiere ſeconde, $16\frac{1}{2}$ dans les deux premieres, 36 en trois, 60 en quatre, 90 en cinq, 523 en ſix.

II. Si un corps peſant deſcend dans un milieu non réſiſtant, l'eſpace qu'il décrit durant un temps quelconque eſt ſous-double de celui qu'il décriroit uniformément avec la viteſſe qu'il a acquiſe à la fin de ſa chute. Ainſi un corps peſant, parcourant, par exemple, 15 pieds dans une ſeconde ; ſi à la fin de cette ſeconde il ſe mouvoit uniformément avec la viteſſe qu'il a acquiſe, il parcouroit dans une autre ſeconde 30 pieds, qui eſt le double de 15.

III. Le temps qu'un corps met à tomber d'une hauteur donnée étant connu, ſi on veut déterminer les eſpaces qu'il parcourt dans les différentes parties de ce temps, on nommera la hauteur donné a, le temps t, & x l'eſpace parcouru en une partie de temps 1 ; & on aura,

$$1 . x :: t^2 . a.$$

Donc $t^2 x = a$

& $x = a : t^2$.

Ainſi l'eſpace décrit dans la premiere partie de temps eſt $a : t^2$; donc l'eſpace décrit dans la ſeconde eſt $3a : t^2$; l'eſpace décrit dans la troiſieme eſt $5a : t^2$, &c.

Par exemple, dans les expériences de Riccioli que nous venons de raporter, la boule parcouroit 240 pieds en quatre ſecondes ; ainſi, l'eſpace décrit dans la premiere ſeconde étoit $240 : 16 = 15$; l'eſpace décrit dans la ſeconde étoit $3 . 15 = 45$;

Digitized by Google

l'eſpace décrit dans la troiſieme étoit $5 . 15 = 75$, & l'eſpace décrit dans la quatrieme étoit $7 . 15 = 105$.

IV. Le temps, qu'un corps peſant met à parcourir un certain eſpace, étant donné, voici comme on déterminera le temps qu'il emploie à parcourir dans le même milieu un eſpace donné : les eſpaces étant comme les carrés des temps, on cherchera une quatrieme proportionele à l'eſpace parcouru pendant le temps donné, au carré du temps donné, & à l'eſpace parcouru pendant le temps inconnu ; le quatrieme terme ſera le carré du temps qu'on cherche & ſa racine carrée donnera, par conſéquent, la ſolution du problême.

Par exemple, une des boules de Riccioli tomboit de 240 pieds en quatre ſecondes ; ſi on veut ſavoir en combien de temps elle tomboit de 135 pieds, la réponſe ſera $\sqrt{135.16:240} = \sqrt{135:15} = \sqrt{9} = 3$.

V. L'eſpace qu'un corps parcourt dans un certain temps étant donné, ſi on veut déterminer l'eſpace qu'il parcourra dans un autre temps donné, on cherchera une quatrieme proportionele au carré du premier temps, à l'eſpace propoſé, & au carré du ſecond temps ; cette quatrieme proportionele ſera l'eſpace qu'on demande.

Par exemple, une des boules de Riccioli tomboit de 60 pieds en deux ſecondes, on demande de combien de pieds elle ſeroit tombée en quatre ſecondes ; la réponſe eſt $16.60:4 = 4.60 = 240$.

Sur les loix de la *deſcente* d'un corps le long d'un plan incliné, *voyez* PLAN INCLINÉ.

Sur les loix de la *deſcente* d'un corps dans une cycloïde, *voyez* CYCLOÏDE & PENDULE.

Ligne de la plus vîte deſcente ; eſt une ligne par laquelle un corps qui tombe en vertu de ſa peſanteur arive d'un point donné à un autre point donné en moins de temps que s'il tomboit par toute autre ligne paſſant par les mêmes points. Il y a long-temps que l'on a démontré que cette courbe étoit une cycloïde. *Voyez* BRACHISTOCRONE. (*O*).

DESCENTE, (*Hydraul.*) ; eſt un tuyau de plomb qui deſcend les eaux d'un chêneau qui les reçoit d'un bâtiment. C'eſt auſſi un tuyau qui deſcend les eaux d'un réſervoir. (*K*).

DESCRIPTION, *terme de Géométrie* ; eſt l'action de tracer une ligne, une ſurface, *&c.* Décrire un cercle, une ellipſe, une parabole, *&c* c'eſt conſtruire ou tracer ces figures.

On décrit les courbes en Géométrie de deux manieres, ou par un mouvement continu, ou par pluſieurs points. On les décrit par un mouvement continu lorſqu'un point qu'on fait mouvoir ſuivant une certaine loi, trace de ſuite & immédiatement tous les points de la courbe. C'eſt ainſi qu'on trace un cercle par le moyen de la pointe d'un compas ; c'eſt preſque la ſeule courbe qu'on trace commodément par un mouvement continu : ce n'eſt pas que nous n'ayons des méthodes pour en tracer beaucoup d'autres par un mouvement continu ; par exemple, les ſections coniques : M. Maclaurin nous a même donné un ſavant ouvrage intitulé, *Geometria organica*, dans lequel il donne des moyens fort ingénieux de tracer ainſi pluſieurs courbes. *Voyez* en un léger eſſai à l'*article* COURBE. Mais toutes ces méthodes ſont plus curieuſes qu'utiles & commodes. La *deſcription* par pluſieurs points eſt plus ſimple, & revient au même dans la pratique. On trouve, par des opérations géométriques, différens points de la courbe aſſez près les uns des autres ; on joint ces points par des petites lignes droites à vue d'œil, & l'aſſemblage de ces petites lignes forme ſenſiblement & ſuffiſamment, pour la pratique, la courbe que l'on veut tracer. (*O*).

DÉTERMINÉ, (*Géométrie*). On dit qu'un problême eſt *déterminé*, quand il n'a qu'une ſeule ſolution, ou au moins qu'un certain nombre de ſolutions ; par oppoſition au problême indéterminé qui a une infinité de ſolutions. *Voyez* INDÉTERMINÉ.

Ainſi le problême qui ſuit : *Sur une ligne donnée décrire un triangle iſoſcele, dont les angles à la baſe ſoient doubles de l'angle au ſommet*, eſt un problême *déterminé*, parce qu'il n'a évidemment qu'une ſeule ſolution. Mais en voici un qui en a deux : *Trouver un triangle dont on connoît deux côtés, & l'angle oppoſé au plus petit côté* ; car ayant tracé la ligne ſur laquelle doit être la baſe de ce triangle, & mené une ligne qui faſſe avec celle-là un angle égal à l'angle donné, & qui ſoit égale au plus grand côté donné, il eſt viſible que, de l'extrémité ſupérieure de cette derniere ligne comme centre, & du plus petit côté comme rayon, on peut décrire un arc de cercle qui coupera en deux points la ligne de la baſe ; & ces deux points donneront les deux triangles cherchés. Il n'y a qu'un cas où le problême n'ait qu'une ſolution, c'eſt celui où le petit côté ſeroit perpendiculaire à la baſe ; car alors le cercle décrit touchera la baſe ſans la couper.

Un problême peut être *déterminé*, même lorſque la ſolution eſt impoſſible : par exemple, ſi dans le problême précédent le petit côté donné étoit tel que le cercle décrit ne pût atteindre la baſe, le problême ſeroit impoſſible, mais toujours *déterminé* ; car c'eſt réſoudre un problême, que de montrer qu'il ne ſe peut réſoudre.

En général, un problême eſt *déterminé*, lorſqu'on arive, en le réſolvant, à une équation qui ne contient qu'une inconnue ; on regarde auſſi un problême comme *déterminé*, lorſqu'on a autant d'équations que d'inconnues, parce qu'on peut faire diſparoître toutes ces inconnues l'une après l'autre, juſqu'à ce qu'on arive à une équation qui n'ait plus qu'une ſeule inconnue. *Voyez* ÉLIMINATION & ÉQUATION. Mais cette regle n'eſt pas toujours ſans exception ; car, 1°. il faut que les différentes équations, que l'on a, ne puiſſent pas revenir à la même. Par exemple, ſi on avoit $x + 5y = a$, & $2x + 10y = 2a$, il ſemble qu'on a ici deux inconnues & deux équations, & cependant le pro-

blême ſeroit indéterminé, parce que l'équation $2x + 10y = 20$ n'eſt autre choſe que la premiere, dont tous les termes ont été multipliés par 2. Dans ces ſortes de cas, lorſqu'on a fait évanouir une des inconnues, par exemple x, on trouve $0 = 0$, ce qui ne fait rien connoître, ou $y = \frac{0}{0}$, ce qui marque que le problême eſt indéterminé; car $\frac{0}{0}$ exprime en général une quantité indéterminée, puiſque $\frac{0}{0}$ peut être égal à un nombre quelconque p fini, ou infini, ou zéro; en effet le dividende 0 eſt = au diviſeur 0 multiplié par p. 2°. Si en dégageant les inconnues, on tombe dans des abſurdités, cela prouve que le problême eſt impoſſible. Par exemple, ſoit $x + 5y = 1$ & $2x + 10y = -2$, on trouvera $4 = 0$, ce qui eſt abſurde. 3°. Si on trouve, pour l'expreſſion d'une ou de pluſieurs des inconnues, des fractions dont le numérateur ne ſoit pas zéro, & dont le dénominateur ſoit zéro, ces valeurs ſont infinies, & le problême eſt en quelque maniere *déterminé* & indéterminé tout-à-la-fois. Par exemple, ſi on avoit $2 = 3z - 2y$ & $5 = 6z - 4y$, on auroit $z = \frac{1}{0}$ & $y = \frac{1}{0}$. Je dis qu'en ces occaſions le problême eſt *indéterminé* & *déterminé*: le premier, parce que la valeur infinie des inconnues eſt indéterminée en elle-même; le ſecond, parce qu'il eſt prouvé qu'aucune valeur finie ne peut les repréſenter. 4°. Enfin il y a des problêmes qui paroiſſent indéterminés, & qui ne le ſont pas. Par exemple, ſi j'avois 100 liv. à partager entre cent perſones, hommes, femmes, & enfans, en donnant 2 liv. aux hommes, 1 liv. aux femmes, & 10 ſous aux enfans, on demande combien il y a d'hommes, de femmes, & d'enfans. Soit x le nombre des hommes, y celui des femmes, z celui des enfans, on aura $x + y + z = 100$, & $2x + \frac{y}{2} + \frac{z}{2} = 100$. Le problême paroît indéterminé, parce que l'on a trois inconnues & deux équations ſeulement; mais il eſt *déterminé*, parce que x, y, z, doivent être des nombres poſitifs & des nombres entiers; car il ne peut y avoir des fractions d'hommes, *&c.* ni des nombres négatifs d'hommes, *&c.* On aura donc 1°. $2x + \frac{z}{2} - x - z = 0$, ce qui donne $x - \frac{z}{2} = 0$, ou $z = 2x$: 2°. $3x + y = 100$; donc $y = 100 - 3x$: donc $x = 1$, ou 2, ou 3, juſqu'à 33: car $x = 34$ rendroit y négative. Ainſi le problême a trente-trois ſolutions; & on a pour chaque valeur de x, $z = 2x$ & $y = 100 - 3x$. *Voyez* PROBLÊME. (*O*).

DÉTURBATRICE; force *déturbatrice* eſt celle qui eſt perpendiculaire au plan de l'orbite de la planete troublée. La Caille, *Leçons d'Aſtron. art.* 861.

DEUCALION, (*Aſtron.*); nom que l'on donne quelquefois à la conſtellation du *verſeau*. (*D. L.*)

DÉVELOPANTE, ſ. f. *en Géométrie*; eſt un terme dont quelques auteurs ſe ſervent pour exprimer une courbe réſultante du dévelopement d'une autre courbe, par oppoſition à *développée*, qui eſt la courbe qui doit être dévelopée. *Voyez* DÉVELOPÉE.

Le cercle oſculateur touche & coupe toujours la *développante* en même temps, parce que ce cercle a deux de ſes côtés infiniment petits communs avec la *développante*, ou plutôt qui ſont placés exactement ſur deux de ſes côtés égaux.

Pour faire comprendre cette diſpoſition, imaginons un polygone ou une portion de polygone *A B C D E*, *Pl. Géom. Fig.* 58, & une autre portion de polygone *G B C D F*, qui ait deux côtés communs *B C*, *C D*, avec le premier polygone, & qui ſoit tellement ſitué, que la partie ou le côté *B G* ſoit au deſſous ou en dedans du côté *B A*, & la partie ou côté *D F* au deſſus ou en dehors du côté *D E*. Suppoſons enſuite que chacun de ces polygones devienne d'une infinité de côtés; le premier poligone repréſentera la *développante*, & le ſecond, le cercle oſculateur, qui la touchera au point *C*, & qui la coupera en même temps.

Il n'y a qu'un ſeul cercle oſculateur à chaque point de la *développante*; mais, au même point, il peut y avoir une infinité d'autres cercles, qui ne feroient que toucher la courbe ſans l'embraſſer ou la baiſer. Le cercle oſculateur & la *développante* ne font point d'angle dans l'endroit de leur rencontre; & on ne peut tracer aucune courbe entre la *développante* & ce cercle, comme on le peut entre une tangente & une courbe. *Voyez* CONTINGENCE. (*O*).

DÉVELOPÉES, ſ. f. pl. *dans la Géométrie tranſcendante*, eſt un genre de courbes que M. Huyghens a inventées, & ſur leſquelles les mathématiciens modernes ont beaucoup travaillé depuis.

La *développée* eſt une courbe que l'on donne à développer, & qui en ſe dévelopant décrit une autre courbe. *Voyez* COURBE.

Pour concevoir ſon origine & ſa formation, ſuppoſez un fil flexible exactement couché ſur une courbe, comme *A B C G*, *Pl. de Géom. Fig.* 59, & ſuppoſez le fil fixé en *G*, & par-tout ailleurs en liberté comme en *A*. Si vous faites mouvoir l'extrémité *A*, du fil de *A* vers *F*, en le développant, &, ayant ſoin que la partie *développée H D* touche toujours en ſon extrémité *D* la courbe *A H G*; quand le fil ſera devenu tout-à-fait droit, & qu'il ne ſera plus qu'une tangente *F G* au point *G* de la courbe, il eſt évident que l'extrémité *A* dans ſon mouvement de *A* en *F* aura décrit une ligne courbe *A D E F*.

La premiere courbe *A B C G* eſt appelée la *développée*, chacune de ſes tangentes *B D*, *C E*, &c. compriſes entr'elle & la courbe *A D E F*, eſt appelée *rayon de la développée* ou *rayon oſculateur de la courbe A D E F* dans les points reſpectifs *D*, *E*, &c; & les cercles dont les rayons oſculateurs *B D*, *C E*, ſont rayons, ſont appelés *cercles oſculateurs de la courbe A D E F*, en *D*, *E*, &c. & enfin la nouvele courbe réſultante du dévelope-

Digitized by Google

ment de la premiere courbe commencé en *A*, eſt appelée la *courbe développante* ou *courbe décrite par développement*.

Le rayon de la *développée* eſt donc la partie du fil compriſe entre le point de la *développée* qu'il touche, & le point correſpondant où il ſe termine à l'autre courbe. Le nom de *rayon* eſt celui qui lui convient le mieux, parce qu'on conſidere cette partie du fil à chaque pas qu'il fait, comme ſi elle décrivoit un arc de cercle infiniment petit, qui fait une partie de la nouvele courbe; en ſorte que cette courbe eſt compoſée d'un nombre infini de pareils arcs, tous décrits de centres différens & de rayons auſſi différens.

La raiſon pour laquelle le cercle qui ſeroit décrit des centres *C*, *B*, &c., avec les rayons *CE*, *BD*, eſt appelé *cercle oſculateur* ou *baiſant*, c'eſt qu'il touche & coupe la courbe en même temps, c'eſt-à-dire, qu'il la touche en dedans & en dehors. *Voyez* OSCULATEUR, DÉVELOPANTE, & COURBURE.

Donc, 1°. la *développée BCF*, *Fig.* 60, eſt le lieu de tous les centres des cercles qui baiſent la courbe développante *AM* (*Voyez* LIEU). 2°. Puiſque l'élément de l'arc *Mm*, dans la courbe décrite par développement, eſt un arc d'un cercle décrit par le rayon *CM*, le rayon de la *développée CM* eſt perpendiculaire à la courbe *AM*. 3°. Puiſque le rayon de la *développée MC* eſt toujours une tangente de la *développée BCF*, les courbes développantes peuvent être décrites par pluſieurs points, les tangentes de la *développée* à ſes différens points étant prolongées juſqu'à ce qu'elles ſoient devenues égales à leurs arcs correſpondans.

Toute courbe peut être conçue comme formée par le développement d'une autre; & on peut propoſer de trouver la courbe du développement de laquelle une autre eſt formée. Ce problême ſe réduit à trouver le rayon de la *développée* dans tous les points de la développante; car la longueur du rayon étant une fois trouvée, l'extrémité de ce rayon ſera un point de la *développée*. Ainſi, on aura tant de points qu'on voudra de la *développée*, qui, en effet, n'eſt autre choſe que la ſuite des côtés infiniment petits que forment, par leur concours, les rayons de la *développée* infiniment prochet. *Voyez les articles* COURBE & TANGENTE.

Trouver les rayons des développées, eſt un problême de grande importance dans la haute Géométrie, & quelquefois mis en uſage dans la pratique, comme M. Huygheus l'a fait en l'appliquant au pendule; ſur quoi *voyez* CYCLOÏDE.

Pour trouver le rayon de la *développée* dans les différentes eſpeces de courbes, *Voyez* Wolf, *Elem. math. tom. I*, p. 524, les *Infin. petits* de M. le marquis de l'Hôpital, & l'*Analyſe démontrée*.

Puiſque le rayon de la *développée* eſt égal à un arc de la *développée*, ou eſt plus grand de quelque quantité donnée, tous les arcs des *développées* peuvent être rectifiés géométriquement, pourvu que les rayons puiſſent être exprimés par des équations géométriques. La théorie des rayons des *développées* a été aprofondie par M. Leibnitz, qui le premier a fait connoître l'uſage des *développées* pour meſurer les courbes.

M. Varignon a appliqué la théorie des rayons des *développées* à celle des forces centrales; de ſorte qu'ayant le rayon de la *développée* d'une courbe, on peut trouver la valeur de la force centrale d'un corps, qui étant mû ſur cette courbe, ſe trouve au même point où le rayon ſe termine; ou réciproquement la force centrale étant donnée, on peut déterminer le rayon de la *développée*. Voyez *l'Hiſtoire de l'académie royale des ſciences*; *ann.* 1706. *Voyez auſſi* CENTRAL & COURBE.

Le même M. Varignon a donné dans les *Mém. de l'acad. de* 1712 & *de* 1713, une théorie générale des *développées* & de leurs propriétés. Cette théorie eſt un des ouvrages des plus étendus que l'on ait ſur la matiere dont il s'agit.

DÉVELOPÉE IMPARFAITE. M. de Réaumur appele ainſi une nouvele ſorte de *développée*. Les mathématiciens n'avoient conſidéré comme rayons de *développée*, que les perpendiculaires qu'on éleve ſur une courbe du côté concave de cette courbe: ſi d'autres lignes non perpendiculaires étoient tirées des mêmes points, pourvu qu'elles fuſſent tirées ſous le même angle, l'effet ſeroit le même, c'eſt-à-dire, les lignes obliques ſe couperoient toutes en dedans de la courbe, & par leurs interſections formeroient les côtés infiniment petits d'une nouvele courbe, dont elles ſeroient autant de tangentes.

Cette courbe ſeroit une eſpece de *développée*, & auroit ſes rayons; mais ce ne ſeroit qu'une *développée imparfaite*, puiſque les rayons ne ſont pas perpendiculaires à la premiere courbe. *Hiſt. de l'acad.* &c. *an.* 1709.

Pour s'inſtruire à fond de la théorie des *développées*, il eſt bon de lire un mémoire de M. de Maupertuis, imprimé parmi ceux de l'acad. de l'année 1728, & qui a pour titre: *ſur toutes les développées qu'une courbe peut avoir à l'infini*. M. de Maupertuis conſidere dans ce mémoire, non ſeulement les *développées* ordinaires, mais les *développées* de ces mêmes *développées*, & ainſi de ſuite. (*O*).

DÉVELOPEMENT, ſ. m. *en Géométrie*, eſt l'action par laquelle on développe une courbe, & on lui fait décrire une développante. *Voyez* DÉVELOPANTE.

Sur le développement des courbes à double courbure & des ſurfaces courbes, *voyez* SURFACE.

DÉVELOPEMENT ſe dit auſſi dans la *Géométrie élémentaire*, d'une figure de carton ou de papier dont les différentes parties étant pliées & rejointes, compoſent la ſurface du ſolide. Ainſi, *Planches Géom. Fig.* 61, *AEDFCBA* eſt le *développement* de la pyramide *DACB*, *Fig.* 62; car, ſi l'on joint enſemble les quatre triangles *AFD*, *ACD*, *ACB*, *DCF*, en ſorte que les triangles

ADE, ACB, ſe réuniſſent par leurs côtés AB, AE, & que le triangle DCF ſervant de baſe à la pyramide ſe réuniſſe aux triangles ADE, ACB, par les côtés DF, CF, l'aſſemblage de ces quatre triangles formera la ſurface d'une pyramide ; de ſorte que ces triangles tracés comme ils le ſont ici ſur une ſurface plane, peuvent être regardés comme le *développement* de la ſurface de la pyramide. *Voyez auſſi* CUBE, *&c.*

Enfin on appele dans l'analyſe *développement* d'une quantité algébrique en ſérie, la formation d'une ſérie qui repréſente cette quantité.

On développe en ſérie les fractions ou les quantités radicales ; on peut développer une fraction par la ſimple diviſion, & une quantité radicale par l'extraction de la racine. *Voyez* EXTRACTION *&* DIVISION. Mais l'une & l'autre opération ſe fait plus commodément par le moyen du binome élevé à une puiſſance quelconque. Ainſi, je ſuppoſe qu'on éleve $a+x$ à la puiſſance m, on aura $a^m + m a^{m-1} x + \frac{m.m-1}{2} a^{m-2} x^2 + \frac{m.m-1.m-2}{2.3} a^{m-3} x^3$, &c. *Voyez* BINOME.

Suppoſons à préſent qu'on veuille réduire en ſérie ou ſuite la fraction $\frac{1}{a+x}$; j'écris au lieu de cette fraction $\frac{1}{a+x}$, qui lui eſt égal (*Voyez* EXPOSANT) ; &, ſubſtituant dans la formule précédente -1 pour m, j'ai le *développement* de $\frac{1}{a+x}$ en ſuite. De même, ſi je voulois développer $\sqrt{a+x}$ en ſuite, j'écrirois $(a+x)^{\frac{1}{2}}$; enſuite je ſubſtituerois $\frac{1}{2}$ pour m dans la formule ; & ainſi des autres. *Voyez* SÉRIE. (*O*).

DÉVERSOIR *ou* RÉVERSOIR, ſ. m. (*Hydrod.*). On appele ainſi des digues conſtruites ordinairement en maçonerie, & deſtinées à faire gonfler l'eau d'une riviere, ou d'un courant quelconque, au deſſus d'un moulin, ou d'un ſas d'écluſe. Ces digues bâtent entiérement les rivieres, juſqu'à ce que l'eau ait acquis aſſez de hauteur pour paſſer par-deſſus. *Voyez l'article* DIGUE, & l'ouvrage qui a pour titre : *Recherches ſur la conſtruction la plus avantageuſe des digues, par MM. Boſſut & Viallet.*

DÉVOYER, v. act. (*Hyd.*) : c'eſt détourner un tuyau, une conduite d'eau, de ſa direction, ſoit pour amener les eaux en quelque endroit placé hors de cette direction, ſoit pour faciliter le mouvement de quelque piece d'une machine. Ainſi, par exemple, dans la pompe foulante, on eſt obligé de *dévoyer* le tuyau montant, pour qu'il ne gêne pas le mouvement des tringles, qui font monter & deſcendre alternativement le piſton dans le corps de pompe.

DÉVIATION, (*Aſtron.*). *Voyez* NUTATION.

DÉVIATION, ſe dit auſſi de la quantité dont un quart-de-cercle mural, ou une lunete méridienne, s'écartent du véritable plan du méridien. On obſerve cette *déviation*, en comparant le paſſage du ſoleil, obſervé à la lunete, avec celui qu'on détermine par la méthode des hauteurs correſpondantes. Si l'on a trouvé, par cette méthode, que le ſoleil devoit paſſer à la lunete méridienne à midi 3′ 10″ de la pendule, & qu'on ait obſervé le paſſage à midi 3′ 6″, on eſt aſſuré que la *déviation* du mural eſt de 4″ vers l'orient, puiſque le ſoleil y a paſſé 4″ plutôt qu'il n'a paſſé au véritable méridien.

DÉVIATION, (*dans l'ancienne Aſtronomie*) ; étoit le changement du déférent de l'épicycle, par raport au plan de l'écliptique, imaginé pour expliquer les changemens de latitude des planetes inférieures. (*D. L.*)

DEUX, ſ. m. terme qui marque la collection de deux unités ; c'eſt le premier des nombres pairs, & le ſecond des caracteres de l'arithmétique : il ſe figure ainſi 2. *Voyez* BINAIRE.

DIACAUSTIQUE, ſ. f. (*Optique & Géom.*), eſt le nom qu'on donne aux cauſtiques par réfraction, pour les diſtinguer des cauſtiques par réflexion, qu'on nomme *catacauſtique*. Ces mots ſont formés ſur le modele des mots de *catoptrique* & de *dioptrique*, dont l'une, eſt la théorie de la lumiere réfléchie, & l'autre, la théorie de la lumiere rompue ou réfractée. *Voyez* CAUSTIQUE.

Repréſentez-vous un nombre infini de rayons ; tels que BA, BM, BD, &c., *Pl. Géom. Fig. 63*, qui partent du même point lumineux B, pour être réfractés par la ſurface ou ligne courbe AMD, en s'éloignant ou s'approchant de la perpendiculaire MC ; de maniere que les ſinus CE, des angles d'incidence CME, ſoient toujours aux ſinus CG, des angles de réfraction CMG, dans un raport donné. La ligne courbe qui tourne tous les rayons réfractés, eſt appelée la *diacauſtique*.

Au reſte, ce nom eſt peu en uſage ; on ſe ſert plus communément de celui de *cauſtique par réfraction*. Il eſt viſible que cette cauſtique peut être regardée comme un polygone d'une infinité de côtés, formé par le concours des rayons infiniment proches, réfractés par la courbe AMD, ſuivant la loi que nous venons de dire. *Voyez* RÉFRACTION *&* COURBES POLYGONES. (*O*).

DIACENTROS, ſ. m. (*Aſtron.*) ; terme employé par Kepler pour exprimer le diametre le plus court de l'orbite elliptique de quelque planete.

Les deux diametres d'une ellipſe paſſent par ſon centre, & peuvent, par cette raiſon, être nommés *diacentros* ; car ce mot ſignifie *qui eſt coupé par le centre en deux* ; cependant il y a apparence que Kepler a appelé ainſi le petit diametre, pour le diſtinguer du premier, qui paſſe non ſeulement par le centre, mais encore par le foyer de l'orbite. Au reſte, ce mot n'eſt plus en uſage. (*O*).

Digitized by Google

DIAGONALE, ſ. f. *en Géométrie*, c'eſt une ligne qui traverſe un parallélogramme, ou toute autre figure quadrilatere, & qui va du ſommet d'un angle, au ſommet de celui qui lui eſt oppoſé.

Telle eſt la ligne *P N*, *Pl. Géomét. Fig. 64*, tirée de l'angle *P* à l'angle *N*. *Voyez* FIGURE. Quelques auteurs l'appelent *diametre*, d'autres, le *diamétral de la figure*; mais ces noms ne ſont point d'uſage.

Il eſt démontré, 1°. que toute *diagonale* diviſe un parallélogramme en deux parties égales: 2°. que deux *diagonales* tirées dans un parallélogramme ſe coupent l'une l'autre en deux parties égales: 3°. que la *diagonale* d'un carré eſt incommenſurable avec l'un des côtés. *Voyez* PARALLÉLOGRAMME, CARRÉ, *&c.*

La ſomme des carrés des deux *diagonales* de tout parallélogramme, eſt égale à la ſomme des carrés des quatre côtés.

Il eſt évident que la fameuſe quarante-ſeptieme propoſition d'Euclide (*Voyez* HYPOTHÉNUSE), n'eſt qu'un cas particulier de cette propoſition: car ſi le parallélogramme eſt rectangle, on voit tout de ſuite que les deux *diagonales* ſont égales, & par conſéquent, que le carré d'une *diagonale*, ou ce qui eſt la même choſe, que le carré de l'hypothénuſe d'un angle droit eſt égal à la ſomme des carrés des deux côtés. Si un parallélogramme eſt obliquangle, & qu'ainſi ſes deux *diagonales* ſoient inégales, comme il arive le plus ſouvent, la propoſition devient d'un uſage beaucoup plus étendu.

Voici la démonſtration par raport au parallélogramme obliquangle. Suppoſons le parallélogramme obliquangle *A B C D*, *Pl. Géom. Fig. 65*, dont *B D* eſt la plus grande *diagonale*, & *A C* la plus petite: du point *A* de l'angle obtus *D A B*, abaiſſez une perpendiculaire *A E* ſur le côté *C D*; & du point *B*, une autre perpendiculaire *B F* ſur le côté *D C*: alors les triangles *A D E*, *B C F*, ſont égaux & ſemblables, puiſque *A D* eſt égal à *B C*, & que les angles *A D E*, *B C F*, auſſi bien que *A E D*, *B F C*, ſont auſſi égaux; par conſéquent *D E* eſt égal à *C F*. Maintenant (par la 12e propoſition d'Euclide, *liv. II*) dans le triangle *B D C* obtusangle, le carré du côté *B D* eſt égal à la ſomme des carrés de *B C* & *C D*, & de plus, au double du rectangle de *C F* par *C D*; & par la trelzieme du *livre II* dans le triangle *D A C*, le carré du côté *A C* eſt égal à la ſomme des carrés de *A D* & *C D*, en ôtant le double du rectangle du même côté *C D* par *D E* = *C F*: ainſi, ce défaut étant préciſément compenſé par le premier excès, la ſomme des carrés des deux *diagonales* eſt égale à la ſomme des carrés des quatre côtés.

Remarquez que cette démonſtration ſuppoſe la fameuſe quarante-ſeptieme propoſition d'Euclide, & qu'ainſi, pour en déduire cette propoſition, il faut ſe paſſer de cette quarante-ſeptieme: autrement, on donneroit dans un cercle vicieux. Ceux donc qui prétendroient, en conſéquence de la démonſtration ci-deſſus, que la quarante ſeptieme n'eſt qu'un corollaire de celle-ci, ſe tromperoient; elle en eſt un cas, mais non un corollaire.

Ainſi, dans tout rhombe ou loſange, connoiſſant un côté & une *diagonale*, on connoîtra pareillement l'autre *diagonale*: car comme les quatre côtés ſont égaux, en ôtant le carré de la *diagonale* donnée du quadruple du carré du côté donné, le reſte eſt le carré de la *diagonale* cherchée.

Cette propoſition eſt auſſi d'un grand uſage dans la théorie des mouvemens compoſés: car, dans un parallélogramme obliquangle, la plus grande *diagonale* étant la ſous-tendante d'un angle obtus, & la plus petite d'un angle aigu, qui eſt le complément du premier; la plus grande *diagonale* ſera d'autant plus grande, & la plus petite ſera d'autant plus petite, que l'angle obtus ſera plus grand: de ſorte que ſi l'on conçoit que l'angle obtus croiſſe juſqu'à devenir infiniment grand par raport à l'angle aigu, ou ce qui revient au même, ſi les deux côtés contigus du parallélogramme ſont étendus directement bout à bout en ligne droite, la grande *diagonale* devient la ſomme des deux côtés, & la plus petite s'anéantit. Maintenant, deux côtés contigus d'un parallélogramme étant connus avec l'angle qu'ils renferment, il eſt aiſé de trouver en nombre la ſous-tendante de cet angle, c'eſt-à-dire, une des *diagonales* du parallélogramme: quand cela eſt fait, la propoſition donne l'autre. La ſeconde *diagonale*, ainſi trouvée, eſt la ligne que décriroit un corps pouſſé en même temps par deux forces, qui auroient entr'elles le même raport que les côtés contigus, qui déſignent les directions ſuivant leſquelles ces forces agiſſent: le corps décriroit cette *diagonale* en même temps qu'il parcouroit l'un ou l'autre des deux côtés contigus, s'il n'étoit pouſſé que par la force qui correſpond à chaque côté: c'eſt-là un des grands uſages de cette propoſition; car le raport de deux forces, & l'angle qu'elles font, étant donnés, on a beſoin quelquefois de déterminer en nombres la ligne qu'un corps, pouſſé par ces deux forces, décriroit dans un certain temps. *Voyez* COMPOSITION & MOUVEMENT.

Les côtés d'une figure rectiligne, comme *A B*, *A E*, *C D*, *D E*, *Figure 66*, excepté *B C*; & les angles *A*, *E*, *D*, *o*, *y*, excepté *B*, *C*, étant donnés: trouver les *diagonales*.

Dans le triangle *A B E*, l'angle *A*, & les côtés *A B* & *A E* étant donnés, l'angle *E* ſe trouve aiſément par la Trigonométrie, & enſuite la *diagonale B E*: on réſout de la même maniere le triangle *B C D*, & l'on détermine la *diagonale B D*.

Comme les ichnographies ou les plans ſe font plus commodément lorſque l'on a les côtés & les *diagonales*, l'uſage de ce problême eſt de quelque importance en planimétrie, particuliérement à ceux qui veulent faire un ouvrage exact, quoiqu'il

leur en coûte du calcul. *Voyez* Ichnographie, *&c.* (*E*).

DIAGRAMME, ſ. m. *en Géométrie*, c'eſt une figure ou une conſtruction des lignes, deſtinée à l'explication ou à la démonſtration d'une propoſition. *Voyez* Figure.

Ce mot eſt plus d'uſage en latin, *diagramma*, qu'en françois; on ſe ſert ſimplement du mot de *figure*. (*O*).

DIAMETRE, ſ. m. *terme de Géométrie*; c'eſt une ligne droite qui paſſe par le centre d'un cercle, & qui eſt terminée de chaque côté par la circonférence. *Voyez* Cercle.

Le *diametre* peut être défini une corde qui paſſe par le centre d'un cercle; telle eſt la ligne *NE*, *Pl. Géom. Fig.* 6, qui paſſe par le centre *C*. *Voyez* Corde.

La moitié d'un *diametre*, comme *CE*, tiré du centre *C*, à la circonférence, s'appele *demi-diametre*, ou *rayon*.

Le *diametre* diviſe la circonférence en deux parties égales. On a la maniere de décrire un demi-cercle ſur une ligne quelconque, en prenant un point de cette ligne pour centre.

Le *diametre* eſt la plus grande de toutes les cordes. *Voyez* Corde.

Trouver le raport du diametre *à la circonférence*. Les Mathématiciens ont fait là-deſſus de très-grandes recherches: il ne faut pas s'en étoner; car ſi l'on trouvoit au juſte ce raport, on auroit la quadrature parfaite du cercle. *Voyez* Quadrature.

C'eſt Archimede qui a propoſé le premier une méthode de la trouver, en inſcrivant des polygones réguliers dans un cercle, juſqu'à ce que l'on arive à un côté, qui ſoit la ſous-tendante d'un arc exceſſivement petit; alors on conſidere un polygone ſemblable au premier, & circonſcrit au même cercle. Chacun de ces côtés étant multiplié par le nombre de côtés du polygone, donne le périmetre de l'un & de l'autre polygone. En ce cas, le raport du *diametre*, à la circonférence du cercle, eſt plus grand que celui du même *diametre* au périmetre du polygone circonſcrit, mais plus petit que celui du *diametre* au périmetre du polygone inſcrit. La comparaiſon de ces deux raports donne celui du *diametre* à la circonférence en nombres très-approchans du vrai.

Ce grand géometre en circonſcrivant des polygones de 96 côtés, trouva que le raport du *diametre* à la circonférence étoit à peu près comme 7 eſt à 22, c'eſt-à-dire, qu'en ſuppoſant le *diametre* 1, le périmetre du polygone inſcrit eſt trouvé égal à $3\frac{10}{71}$, & celui du circonſcrit $3\frac{1}{7}$.

Adrien Metius nous donne ce raport, comme 113 eſt à 355; c'eſt le plus exact de tous ceux qui ſont exprimés en petits nombres; il n'y a pas une erreur de 3 ſur 10,000,000. *Voyez* les autres approximations *au mot* Cercle.

Le diametre *d'un cercle étant donné, en trouver la circonférence & l'aire*. Ayant ſuppoſé le raport du *diametre* à la circonférence, comme dans l'article précédent, on a de même celui de la circonférence au *diametre*. Alors la circonférence multipliée par la quatrieme partie du *diametre*, donne l'aire du cercle; ainſi, ſuppoſant le *diametre* 100: la circonférence ſera 314, & l'aire du cercle 7850; mais le carré du *diametre* eſt 10000: donc le carré du *diametre* eſt à l'aire du cercle à peu près comme 10000 eſt à 7850, c'eſt-à-dire, preſque comme 1000 eſt à 785.

L'aire d'un cercle étant donnée, en trouver le diametre. Aux trois nombres 785, 1000, & 246176, l'aire donnée du cercle, trouvez un quatrieme proportionel; ſavoir 31 13600, qui eſt le carré du *diametre*, tirez-en la racine carrée, vous aurez le *diametre* même.

Le *diametre* d'une ſection conique eſt une ligne droite, telle que *AD*, *Pl. coniques*, *Fig.* 7, qui coupe en deux parties égales toutes les ordonées *MM*, &c. aux points *P*. *Voyez* Coniques.

Quand ce diametre coupe les ordonées à angles droits, on l'appele plus particuliérement l'*axe* de la courbe ou de la ſection. *Voyez* Axe.

Le *diametre* tranſverſe d'une hyperbole eſt une ligne droite, telle que *AB*, *Pl. coniq. Fig.* 8, laquelle étant prolongée de part & d'autre, coupe en deux parties égales toutes les lignes droites, *MM*, terminées à chacune des hyperboles & paralleles entr'elles. *Voyez* Hyperbole.

Le *diametre* conjugué eſt une ligne droite qui coupe en deux parties égales les lignes tirées parallélement au *diametre* tranſverſe. *Voyez* Conjugué.

Le *diametre* d'une ſphere eſt le *diametre* du demi-cercle, dont la circonvolution a engendré la ſphere. On l'appele auſſi l'*axe* de la ſphere. *Voyez* Axe & Sphere.

Le *diametre* de gravité eſt une ligne droite qui paſſe par le centre de gravité. *Voyez* Centre de gravité.

Le *diametre* de rotation eſt une ligne autour de laquelle on ſuppoſe que ſe fait la rotation d'un corps. *Voyez* Rotation, Centre, *&c.*

Sur le diametre d'une courbe en général, *voyez* l'*article* Conjugué. Nous ajouterons ſeulement à ce qu'on trouvera dans cet article, qu'il n'y eſt queſtion que des *diametres* rectilignes. Mais on peut imaginer à une courbe un *diametre* curviligne, c'eſt-à-dire, une courbe qui coupe toutes les ordonées en deux également. Par exemple, ſoit en général $y = X \pm \sqrt{\xi}$, X & ξ étant des fonctions de x. *Voyez* Fonction & Courbe. La courbe qui diviſera les ordonées en deux également ſera telle, que ſi on nomme ſon ordonée z, on aura $X + \sqrt{\xi} - z = X - \sqrt{\xi} + z$; donc $z = \sqrt{\xi}$; donc $y = \sqrt{\xi}$ ſera l'équation du *diametre* curviligne, ou plutôt d'une branche de ce diametre. Car $y^2 = \xi$ repréſenteroit la courbe entiere; mais il n'y

il n'y a que la branche $y = \sqrt{\xi}$ qui ſerve en ce cas; la branche $y = -\sqrt{\xi}$ eſt inutile.

Sur les *contre-diametres* d'une courbe, *voyez* COURBE.

DIAMETRE DES APSIDES, dans l'*ancienne Aſtronomie*, eſt une partie de la ligne des apſides, terminée par la circonférence de l'épicycle.

DIAMETRE DES PLANETES, (*Aſtronomie*). On diſtingue les *diametres* apparens & les *diametres* réels. Le diametre apparent d'une planete, eſt l'angle ſous lequel il nous paroît, exprimé en minutes & en ſecondes; c'eſt l'angle dont il eſt la corde ou la ſous-tendante, en prenant pour rayon la diſtance de la planete à la terre. Soit T la terre, *Pl. Aſtron. Fig. 99*, où eſt ſitué l'obſervateur; AB, le diametre d'une planete, TA & TB, les rayons viſuels menés de la terre aux deux bords, ou aux deux limbes oppoſés du diſque de la planete; l'angle ATB eſt le diametre apparent de cette même planete.

Les diametres ſe déterminent & s'obſervent avec des *Micrometres*; mais on y peut auſſi employer le temps ou la durée de leur paſſage. En effet, ſi l'on obſerve, dans une lunete, le moment où le premier bord du ſoleil ſe trouve dans le méridien ou ſur un fil perpendiculaire à la direction de ſon mouvement, & qu'enſuite, le ſecond bord y arive deux minutes plutard, ces deux minutes de temps indiqueront que le diametre du ſoleil eſt de 30′, en ſuppoſant qu'il ſoit dans l'équateur. Dans les autres cas, il faut multiplier la différence d'aſcenſion droite, ou les 30′ par le co-ſinus de la déclinaiſon. *Voyez* RÉDUCTION à un grand cercle.

Les diametres apparens d'une planete, en divers temps, ſont en raiſon inverſe des diſtances. Si la planete AB, étoit ſituée en CD, de maniere que la diſtance DT fût la moitié de la premiere diſtance TB, l'angle CTD ſous lequel paroîtroit la planete, ſeroit double de l'angle ATB ou ETD, ſous lequel elle paroiſſoit auparavant: en effet, ſi nous prenons AB ou CD pour rayon; alors, ſuivant les regles de la trigonométrie ordinaire, TB ſera la co-tangente de l'angle ATB: TD ſera la co-tangente de l'angle CTD: or les co-tangentes ſont en raiſon inverſe des tangentes, donc $TB : TD :: \text{tang. } CTD : \text{tang. } ATB$; mais les petits angles ſont proportionels à leurs rangentes; donc $CTD : ATB :: TB : TD$; c'eſt-à-dire, que le diametre apparent, dans le ſecond cas, eſt au diametre apparent dans le premier, comme la premiere diſtance eſt à la ſeconde.

Les diametres apparens des planetes ſervent à trouver leurs véritables diametres ou leurs grandeurs réelles, quand on connoît leurs diſtances: dans le triangle TAB, qui eſt rectangle en B, on a cette proportion; $R : \text{ſin. } ATB :: TA : AB$; ainſi l'on trouvera le véritable diametre AB en multipliant la diſtance TA par le ſinus de l'angle ATB, qui eſt le diametre apparent de la planete; nous verrons, aux mots *diſtance* & *parallaxe*, la maniere de trouver les véritables *diſtances*.

Dans la table qui eſt au mot *Planete*, on trouvera les diametres apparens des planetes, réduits à la diſtance moyene du ſoleil à la terre, ou tels qu'ils paroîtroient ſi les planetes étoient toutes à la même diſtance que le ſoleil.

Les diametres en lieues, ſuppoſent le diametre de la terre de 2865 lieues, chacune de 2283 toiſes, & la parallaxe du ſoleil de 8″ ſix dixiemes, comme les obſervations du paſſage de vénus, en 1769, me l'ont fait trouver.

Le diametre apparent de la lune, dans la table dont nous parlons, eſt déduit de celui de 31′ 30″ qui s'obſerve dans les moyenes diſtances. Les diametres de jupiter & de ſaturne, ne nous paroiſſent ordinairement que de 37″ & 42″, parce qu'ils ſont vus de plus loin que celui du ſoleil, mercure paroît de 12″, mars de 30″, vénus de 58″, dans leur plus grande proximité.

Le diametre apparent de la lune, eſt ſujet à une augmentation, à raiſon de ſa hauteur, & qui eſt ſenſible à cauſe de ſa proximité.

Lorſque la lune eſt plus près de notre zénith, elle eſt plus près de nous que du centre; ainſi, ſon diametre apparent, paroît plus grand dans la même proportion; ſoit T le centre de la terre, *Aſtron. Fig. 47*, O un obſervateur ſitué à la ſurface de la terre, P la lune répondant au zénith de l'obſervateur: ſi la diſtance PO de la lune à l'obſervateur, eſt plus petite d'un ſoixantieme, que la diſtance PT de la lune au centre de la terre, le diametre apparent, vu du point O, ſera plus grand d'un ſoixantieme, que le diametre vu du centre T de la terre, & depuis le zénith, juſqu'à l'horizon, cette différence ira toujours en diminuant.

Pour trouver le diametre de la lune augmenté à raiſon de ſa hauteur au deſſus de l'horizon, lorſque la lune eſt en L, on conſidérera que les diametres ſont en raiſon inverſe des diſtances OL, TL, & que celles-ci ſont comme les ſinus des angles T & O; ainſi, on fera cette proportion: le co ſinus de la hauteur vraie, eſt au co-ſinus de la hauteur apparente, comme le diametre horizontal eſt au diametre apparent. C'eſt la différence entre celui-ci, & le diametre horizontal qu'on appele *augmentation* du diametre.

La grandeur extraordinaire, dont la lune paroît quelquefois à l'horizon, n'eſt pas un phénomene aſtronomique, mais il doit cependant trouver place ici. Suivant la démonſtration précédente, le diametre de la lune doit paroître plus petit, quand la lune ſe leve, que quand elle eſt parvenue à une certaine hauteur; la lune, en s'élevant, doit paroître plus grande à nos yeux, & l'obſervation faite, avec un inſtrument quelconque, prouve, ſans ceſſe aux Aſtronomes, que la lune paroît ſous un angle plus petit, quand elle eſt à l'horizon; cependant, un fait généralement reconu, c'eſt que la lune, à la vue ſimple, paroît d'une grandeur

extraordinaire, lorſqu'on la voit ſe lever à la fin du jour, derriere des bâtimens & des montagnes ; il n'y a preſque perſone qui ne s'imagine la voir alors deux ou trois fois auſſi large, que quand elle arive enſuite à une grande hauteur. C'eſt-là certainement une illuſion optique, & elle a lieu de même pour les autres aſtres ; mais il ſuffit de regarder la lune dans une lunete quelconque, dans un tube de papier, & même ſi l'on veut, au travers d'une carte où l'on a fait un trou d'épingle, pour ſe convaincre que l'augmentation n'eſt point réelle, & que le diametre de la lune, eſt vu au contraire alors ſous un plus petit angle, que lorſque la lune eſt à une plus grande hauteur.

Regis, dans ſon ſyſtême de *Philoſophie*, ſoutenoit que c'étoit un effet de la refraction ; mais au lieu d'étendre les objets, la réfraction les acourcit, & fait paroître les diſtances plus petites.

Il eſt difficile de former une idée claire de la cauſe de cette illuſion, ſi ce n'eſt en admétant, avec tous les opticiens, ce jugement tacite, commun & involontaire, par lequel nous eſtimons fort grands les objets que nous jugeons être fort éloignés, en même temps que nous jugeons les objets fort éloignés, lorſque nous voyons à la fois beaucoup de corps interpoſés entre nous & ces objets. Roger Bacon, en citant même l'optique de Ptolémée (ouvrage qui fut perdu pendant les ſiecles d'ignorance) nous apprend que cet auteur en avoit jugé ainſi ; Deſcartes & le P. Malebranche, (*Recherche de la vérité, liv. I*) l'expliquerent de la même maniere. Regis écrivit contre Malebranche, à qui pluſieurs géometres donnerent un certificat. *Journal des Savans, mars, 1694* ; mais voici ce qui me paroît de plus vrai-ſemblable.

La lune ſe levant à l'horizon, derriere une montagne, ou à l'extrémité d'une plaine, paroît néceſſairement à la ſuite de pluſieurs objets ſenſibles & variés ; au lieu que dans une certaine hauteur, on éleve la vue pour apercevoir la lune, & l'on ne voit rien entr'elle & nous, qui puiſſe nous faire juger de ſa diſtance ; dans le premier cas, notre imagination, acoutumée à juger de l'éloignement d'un corps par la multitude des objets qui paroiſſent entre lui & nous, eſtime la lune fort loin de nous, & cela par habitude, par inſtinct, & par une ſuite de ſa maniere d'eſtimer & de juger des diſtances ; or un même objet que nous jugerons fort éloigné, ſera jugé plus grand que ſi on le croyoit plus près ; ainſi, la lune dans l'horizon, eſtimée à une plus grande diſtance, eſt jugée plus grande, par cette même habitude de perception ; la réflexion ne ſuffit pas pour empêcher la liaiſon de ces deux jugemens, parce que l'habitude continuele y a mis une dépendance ſi forte, qu'on ne peut plus les ſéparer. On trouvera d'autres preuves de la vérité de ce jugement habituel & involontaire, dans le premier volume du grand Traité d'optique de Smith.

Les diametres apparens des étoiles étant meſurés avec les meilleurs téleſcopes, & par la durée de leurs occultations ſous la lune, paroiſſent n'être pas même d'une ſeule ſeconde ; ce n'eſt que la vivacité de leur lumiere qui nous les fait paroître auſſi grandes en apparence que les planetes. Les diametres réels en ſont inconnus, parce qu'on ignore leurs diſtances réelles. (*D. L.*)

DIAPHRAGME, (*Optique*) ; anneau de métal ou de carton qu'on place au foyer commun des deux verres d'une lunete, ou à quelque diſtance du foyer, pour intercepter les rayons trop éloignés de l'axe, & qui pouroient rendre les images confuſes ſur les bords ; ce terme vient des mots grecs, *διὰ*, *inter*, *φραγμα*, *ſeparatio*. On met ſouvent pluſieurs diaphragmes dans une lunete ; celui qu'on place au foyer de l'objectif, détermine le *champ* de la lunete, ou l'étendue des objets qu'elle peut faire voir. (*D. L.*)

DICHOTOMIE *ou* BISSECTION, (*Aſtron.*) ; c'eſt un terme uſité parmi les Aſtronomes, pour exprimer la phaſe ou apparence de la lune, dans laquelle elle eſt coupée en deux, de ſorte qu'on voit exactement la moitié de ſon diſque ou de ſon cercle. *Voyez* PHASE. Ce mot eſt grec, formé de *δὶς*, *deux fois*, & *τέμνω*, *partie*.

Le temps de la *dichotomie* de la lune a été employé pour déterminer la diſtance du ſoleil à la terre ; & la maniere dont on s'en ſert pour cette recherche, eſt expliquée dans les *Inſtitutions* de M. le Monnier & dans mon *Aſtronomie*. Au moment que la lune eſt dichotome, on eſt sûr que les rayons qui vont de la lune au ſoleil & à la terre ſont un angle droit ; ſi l'on obſerve alors l'élongation de la lune ou l'angle V T S, *Fig.* 90 *d'Aſtron.* on connoîtra tous les angles du triangle V T S, & l'on aura le raport entre V T & T S.

Cette méthode fut inventée par Ariſtarque de Samos, vers l'an 260, avant J. C. ; mais il eſt fort difficile de fixer le moment précis où la lune eſt coupée en deux parties égales, c'eſt-à-dire, où elle eſt dans ſa véritable *dichotomie*. La lune paroît coupée en deux parties égales, quand elle eſt proche des quadratures, ou à 90 degrés d'élongation vue de la terre : elle le paroît auſſi ſenſiblement quelque temps avant & après, ainſi que Riccioli le remarque dans ſon *Almageſte*, *Tome I*, *page* 109 & 731, de ſorte qu'elle paroît dichotome au moins pendant pluſieurs minutes de temps : or une très-petite erreur, dans le moment de la *dichotomie*, en produit une fort grande dans la diſtance du ſoleil. M. le Monnier fait voir qu'en ne ſe trompant que de quatre ſecondes, ce qu'il eſt preſque impoſſible d'éviter, on peut trouver, dans un cas, que la diſtance du ſoleil eſt de 13758 demi-diametres terreſtres ; & dans un autre, qu'elle eſt ſeulement de 6876 demi-diametres. Il faudroit, dit M. le Monnier, prendre le milieu entre les deux inſtans auxquels les phaſes de la lune ſont douteuſes, c'eſt-à-dire, le milieu entre l'inſtant auquel la lune a ceſſé d'être en croiſſant ou concave, & l'inſtant auquel elle a commencé à pa-

Digitized by Google

roître boſſue ou convexe, puiſque ce dernier temps doit ariver on peu après la quadrature : de cette maniere, Riccioli auroit conclu la diſtance du ſoleil à la terre, beaucoup plus grande qu'il ne la déduit de ſon calcul. *Inſt. aſtron. page* 452.

Il faut avouer que, par de ſemblables obſervations, Vendelinus s'étoit aſſuré, vers 1650, que la parallaxe du ſoleil n'étoit pas de 55", & que ſa diſtance à la terre étoit d'environ 14000 demi-diametres terreſtres ; mais tout ce qu'on pouvoit tirer de cette méthode, c'étoit de déterminer des limites entre leſquelles étoit compriſe la diſtance de la terre au ſoleil : ces limites étoient du ſimple au double. Au reſte, les nouveles méthodes étant bien plus exactes, celle-là eſt devenue inutile.

La *dichotomie* eſt proprement ce qu'on appele, dans le langage vulgaire, *le premier* ou *le dernier quartier*. (*D. L.*)

DIDYMI, δίδυμοι (*Aſtron.*) ; c'eſt la même choſe que *gemini* ou les *gémeaux*. On ne ſe ſert plus en aſtronomie que de ces derniers termes. (*O*).

DIFFÉRENCE *aſcenſionele*, (*Aſtronomie*), eſt la *différence* entre l'aſcenſion droite & l'aſcenſion oblique d'un aſtre, ou l'arc de l'équateur compris entre le point auquel l'aſtre répond perpendiculairement, & le point qui ſe leve ou qui ſe couche, au même temps que cet aſtre.

Différence d'aſcenſion droite, entre deux aſtres, eſt meſurée par le rempr qui s'écoule entre leurs paſſages, par le méridien ou par un cercle horaire quelconque. Ce ſont ces *différences* que les aſtronomes obſervent continuélement, pour connoître la poſition d'un aſtre inconnu par le moyen de l'aſtre dont on connoît déja la ſituation. Par exemple, on veut avoir l'aſcenſion droite d'une planete, en la comparant à une étoile connue par le catalogue que nous donnerons au mot ÉTOILE, on les obſerve l'une & l'autre dans le méridien : ſi l'étoile précede de quatre minutes de temps la planete, on en conclut qu'il faut ajouter un degré à l'aſcenſion droite de l'étoile, pour avoir celle de la planete au moment où elle a paſſé au méridien. Si la pendule dont on ſe ſert pour compter les temps des paſſages, n'eſt pas réglée de maniere qu'elle faſſe exactement 24 heures entre deux paſſages conſécutifs de l'étoile, il faut faire une correction à l'intervalle obſervé, pour en conclure celui qui auroit lieu ſi la pendule étoit exactement réglée ſur les étoiles. (*D. L.*)

DIFFÉRENCE, ſ. f. (*Arithm. & Alg.*) : excès d'une grandeur ſur une autre, ou ce qui reſte quand on retranche d'une grandeur une autre grandeur de même nature. Ainſi, la différence de 9 & 4 eſt 5 ; celle de a & b eſt $a-b$. On voit que la *différence* $a-b$ ſeroit négative, ſi b étoit $> a$.

Dans la géométrie de l'infini, on appele quelquefois *différence*, mais plus ſouvent *différentiele*, la quantité infiniment petite dont une grandeur variable augmente ou diminue. Il y a des différentieles de tous les ordres. *Voyez* DIFFÉRENTIEL.

CALCUL AUX *DIFFÉRENCES* FINIES : on appele ainſi la méthode de faire, ſur les *différences* finies des grandeurs variables, des opérations analogues à celles que les calculs différentiel & intégral font ſur les *différences* infiniment petites. Il ſemble que ces derniers calculs auroient dû être précédés par celui des *différences* finies, puiſqu'en attribuant d'abord une grandeur quelconque à une *différence*, on peut ſuppoſer enſuite que cette *différence* diminue juſqu'à devenir infiniment petite. Mais il n'arive preſque jamais que l'eſprit humain embraſſe d'abord une matiere dans toute ſa généralité. Les calculs différentiel & intégral ont donné la naiſſance à la méthode des *différences* finies, dont je vais expliquer ici briévement les premiers principes.

I. Dans l'analyſe des quantités infiniment petites, on emploie la lettre minuſcule d, écrite au devant d'une grandeur variable, pour déſigner la différentiele de cette grandeur ; & la lettre f pour déſigner une ſomme ou une *intégrale* à prendre. Semblablement nous emploîrons la lettre capitale D, écrite au devant d'une grandeur variable, pour déſigner la *différence finie* (que nous appélerons ſimplement *différence*) de cette grandeur ; & la lettre f pour déſigner une *ſomme*, ou l'intégration d'une fonction aux *différences* finies.

II. La *différence* d'une quantité variable n'étant autre choſe que l'excès de la valeur qu'a cette quantité dans un état, ſur la valeur qu'elle avoit dans l'état antérieur : on voit que, ſi une grandeur variable x devient ſucceſſivement x, x', x'', x''', x^{IV}, &c., on aura $Dx = x' - x$; $Dx' = x'' - x'$; $Dx'' = x''' - x''$; $Dx''' = x^{IV} - x'''$, &c.

Il peut ariver qu'une *différence* ſoit poſitive ou négative, ſelon que la grandeur variable, dont elle eſt la *différence*, augmente ou diminue par raport à une autre grandeur ou à d'autres grandeurs que l'on ſuppoſe augmenter, & dont les *différences* ſont par conſéquent poſitives.

III. Les *différences* des grandeurs étant elles-mêmes des grandeurs, ſi ces *différences* ſont variables, on pourra auſſi en prendre les *différences*, leſquelles ſeront nommées *différences ſecondes*, par raport à la grandeur primordiale ; ſi les *différences* ſecondes ſont variables, on pourra en prendre les *différences*, leſquelles ſeront nommées *différences troiſiemes*, par raport à la grandeur primordiale ; ainſi de ſuite.

J'ai ajouté, dans chaque cas, la reſtriction, *ſi les différences ſont variables*, parce qu'il peut ſe faire que les *différences*, ou premiere, ou ſeconde, ou troiſieme, *&c.*, ſoient des quantités conſtantes. Car, ſoit, par exemple, une progreſſion arithmétique quelconque : une pareille ſuite peut toujours être regardée comme engendrée par une grandeur variable, qui, en augmentant ou en diminuant continuélement de la même quantité, for-

me ſucceſſivement tous ſes termes : alors la *différence* premiere de la grandeur génératrice eſt conſtante.

La ſuite 1, 4, 9, 16, 25, *&c.*, des carrés des nombres naturels offre un exemple où la *différence* ſeconde de la grandeur variable eſt conſtante : car cette ſuite peut être regardée comme engendrée par une grandeur variable x^2, telle que ſi on prend les *différences* entre tous les termes de la ſuite, ces *différences* formeront une progreſſion arithmétique ; & par conſéquent les *différences* de ces *différences*, ou les *différences* ſecondes de x^2 ſont conſtantes.

De même la *différence* troiſieme de la grandeur variable qui peut être ſuppoſée engendrer la ſuite 1, 8, 27, 64, 125, *&c.*, des cubes des nombres naturels, eſt conſtante ; ainſi de ſuite.

On doit obſerver qu'une certaine *différence* étant conſtante, les *différences* des ordres ultérieurs ſont néceſſairement zéro : car une quantité conſtante a zéro pour *différence*, & les *différences* ſucceſſives de zéro ſont néceſſairement zéro.

On écrit les *différences* ſeconde, troiſieme, quatrieme, *&c.*, d'une grandeur variable x, de la maniere ſuivante : D^2x, D^3x, D^4x, *&c.*, où l'on voit qu'il ne faut pas confondre les indices de D avec les expoſans ordinaires. Pour indiquer la puiſſance n d'une *différence* Dx, nous écrirons Dx^n ; de même, pour indiquer la puiſſance n d'une *différence* ſeconde D^2x, nous écrirons D^2x^n ; ainſi des autres.

IV. Il y a des queſtions où l'on eſt obligé néceſſairement de regarder une certaine *différence* comme conſtante : par exemple, dans les progreſſions arithmétiques, la *différence* premiere d'un terme quelconque x eſt néceſſairement conſtante ; dans la ſuite des carrés des nombres naturels, la *différence* ſeconde d'un carré quelconque x^2, eſt néceſſairement conſtante. Mais il y a une infinité de queſtions qui ne demandent point, par leur nature, qu'on ſuppoſe aucune *différence* conſtante. Cependant, comme on eſt toujours le maître d'attribuer à une certaine grandeur telle variation que l'on juge à propos, pourvu que les variations des autres quantités dépendantes de la premiere, ſoient ſubordonées à la variation que l'on a attribuée à celle-ci, il eſt toujours permis de ſuppoſer, dans un problême, que la *différence* premiere, ou ſeconde, ou troiſieme, *&c.* d'une certaine grandeur choiſie à volonté, eſt conſtante ; en n'oubliant pas ce que nous venons de dire, qu'alors les autres quantités doivent varier en conſéquence, & qu'ainſi il n'eſt plus permis de ſuppoſer qu'une autre *différence* ſoit conſtante, excepté le cas où, par la nature de la queſtion, ceste autre *différence* devroit être en raport conſtant avec celle que l'on a regardée arbitrairement comme conſtante.

V. Tout le calcul des *différences* conſiſte en deux problêmes : l'objet du premier eſt de trouver les *différences* de tous les ordres, d'une grandeur variable quelconque, élevée à telle puiſſance qu'on voudra, d'un produit de grandeurs variables, &, en général, d'une fonction quelconque de grandeurs variables : ce problême eſt toujours ſoluble, & n'a aucune difficulté ; nous le donnerons ſous le nom de *Calcul direct des différences*. L'autre problême, qui eſt l'inverſe du précédent, a pour but de trouver une grandeur dont on connoît la *différence* ; il eſt ſouvent inſoluble ; ou du moins il échape à toutes les méthodes connues ; nous en traiterons ſous le titre de *Calcul inverſe des différences*.

Calcul direct des différences.

VI. Puiſque la *différence* d'une grandeur variable quelconque eſt le changement que cette grandeur éprouve en paſſant d'un état à l'état voiſin, il eſt clair, en général, que, pour trouver la *différence* d'une fonction quelconque de grandeurs variables, il faut ſuppoſer que chacune de ces grandeurs particulieres augmente de ſa *différence* poſitive ou négative ; ſubſtituer ces grandeurs ainſi changées, dans la fonction propoſé ; & du nouveau réſultat, retrancher la même fonction. Cela s'entendra pleinement par des exemples.

EXEMPLE I. *Trouver la différence premiere de la ſomme* $x+y+z$, *des trois grandeurs variables* x, y, z.

Les grandeurs x, y, z, augmentant reſpectivement de leurs *différences* Dx, Dy, Dz, je ſubſtitue, dans la ſomme propoſée, $x+Dx$ pour x, $y+Dy$ pour y, $z+Dz$ pour z ; ce qui me donne le nouveau réſultat $x+Dx+y+Dy+z+Dz$, d'où, retranchant $x+y+z$, le reſte $Dx+Dy+Dz$ eſt la *différence* cherchée ; ce qui eſt évident, puiſqu'une *différence* totale n'eſt autre choſe que la ſomme des *différences* particulieres dont elle doit être compoſée.

De même $D(x+y-z)=(x+Dx+y+Dy-(z+Dz))-(x+y-z)=Dx+Dy-Dz$.

Si on avoit $a+x+y-z$ (où a eſt une grandeur conſtante), on auroit $D(a+x+y-z)=Dx+Dy-Dz$, parce que la grandeur a n'a point de *différence*. D'où l'on voit, en général, que, ſi à une ſomme de quantités variables, poſitives ou négatives, on ajoute, ou qu'on en ſouſtraye tant de quantités conſtantes qu'on voudra, la *différence* ſera toujours la même.

EXEMPLE II. *Trouver la différence premiere de* x^2, *de* x^3, *& en général de* x^m ?

La grandeur variable x devenant $x+Dx$, il eſt clair que x^2 deviendra $(x+Dx)^2$; que x^3 deviendra $(x+Dx)^3$; & qu'en général x^m deviendra $(x+Dx)^m$. Donc $D(x^2)=(x+Dx)^2-x^2=2xDx+Dx^2$; $D(x^3)=(x+Dx)^3-x^3=3x^2Dx+3xDx^2+Dx^3$; $D(x^m)=(x+Dx)^m-x^m$

$$-x^m = mx^{m-1}Dx + \frac{m.(m-1)}{2}x^{m-2}Dx^2 + \frac{m.(m-1)(m-2)}{2.3}x^{m-3}Dx^3 + \&c.$$

Si la quantité dont on demande la *différence* étoit ax^m ; la conſtante a n'ayant point de *différence*, on auroit $D(ax^m) = a(x+Dx)^m - ax^m = a((x+Dx)^m - x^m) = aD(x^m)$; d'où l'on voit qu'après avoir trouvé, comme tout-à-l'heure, la *différence* de x^m, il faudroit la multiplier par a, pour avoir celle de ax^m.

EXEMPLE III. *Trouver la différence premiere du produit* xy.

Le facteur x devient $x+Dx$, & le facteur y devient $y+Dy$; donc $D(xy) = (x+Dx)(y+Dy) - xy = yDx + xDy + DxDy$.

De même $D(xyz) = yzDx + xzDy + xyDz + xDyDz + yDxDz + zDxDy + DxDyDz$; ainſi des autres produits plus compoſés. Si le produit étoit axy, on $axyz$, &c. (a étant une grandeur conſtante), on auroit $D(axy) = aD(xy)$, $D(axyz) = aD(xyz)$, &c. Ainſi, après avoir trouvé, comme on vient de voir, $D(xy)$, $D(xyz)$, &c., il faudroit multiplier tous les termes des réſultats par a, afin d'avoir $D(axy)$, $D(axyz)$, &c.

EXEMPLE IV. *Trouver la différence premiere d'une quantité compriſe ſous l'une des formes ſuivantes :* $x(x+a)$, $x(x+a)(x+2a)$, $x(x+a)(x+2a)(x+3a)$, &c.

Il eſt clair que cet exemple peut ſe raporter au précédent, en faiſant $x+a = u$, $x+2a = y$, $x+3a = z$, &c. : car alors on aura les produits xu, xuy, $xuyz$, &c. Mais, ſi, ſans faire aucune transformation, on effectue les multiplications indiquées, on aura des termes dont les *différences* ſe trouveront par les exemples précédens. En effet, $x(x+a) = x^2 + ax$; donc $D(x(x+a)) = D(x^2) + aDx = 2xDx + Dx^2 + aDx$; de même $x(x+a)(x+2a) = x^3 + 3ax^2 + 2a^2x$; donc $D(x(x+a)(x+2a)) = D(x^3) + 3aD(x^2) + 2a^2Dx = 3x^2Dx + 3xDx^2 + Dx^3 + 6axDx + 3aDx^2 + 2a^2Dx$; ainſi des autres quantités de pareille nature.

EXEMPLE V. *Trouver la différence premiere de la fraction* $\frac{x}{y}$.

On a $D\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{x+Dx}{y+Dy} - \frac{x}{y} = \frac{yDx - xDy}{y^2 + yDy}$

$= (yDx - xDy)(y^2 + yDy)^{-1}$; donc, en dévelopant la puiſſance -1 du binome $y^2 + yDy$, on aura $D\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{yDx - xDy}{y^2} \times \left(1 - \frac{Dy}{y} + \frac{Dy^2}{y^2} - \frac{Dy^3}{y^3} + \&c.\right)$

Si la fraction $\frac{x}{y}$ étoit affectée d'un facteur conſtant, ſa *différence* ſeroit affectée du même facteur.

EXEMPLE VI. *Trouver la différence premiere de* $\sqrt{aa+xx}$.

On a $D(\sqrt{aa+xx}) = \sqrt{aa+(x+Dx)^2} - \sqrt{aa+xx} = \sqrt{(aa+xx)+(2aDx+Dx^2)} - \sqrt{aa+xx}$; donc, en regardant $(aa+xx)$ & $(2aDx+Dx^2)$ comme les deux termes d'un binome qui doit être élevé à la puiſſance $\frac{1}{2}$, & dévelopant cette puiſſance, on aura $D(\sqrt{aa+xx}) = \frac{2aDx+Dx^2}{2(aa+xx)^{\frac{1}{2}}} - \frac{(2aDx+Dx^2)^2}{8(aa+xx)^{\frac{3}{2}}} + \frac{(2aDx+Dx^2)^3}{16(aa+xx)^{\frac{5}{2}}} - \&c.$

EXEMPLE VII. *Étant donnée l'équation* $yy - ax + xx = 0$, *qui exprime la relation entre la quantité conſtante* a, *& les deux quantités variables* x *& y : trouver l'équation qui doit exprimer la relation entre* a *& les différences primieres de* x *& y.*

Je ſubſtitue, dans l'équation propoſée, $x+Dx$ pour x, $y+Dy$ pour y ; ce qui me donne une nouvele équation, de laquelle retranchant la premiere, il vient pour reſte $2yDy - aDx + 2xDx + Dx^2 + Dy^2 = 0$, qui eſt l'équation demandée.

On trouvera ſemblablement les *différences* premieres pour toutes ſortes de quantités ou d'équations algébriques.

VII. On demande maintenant les *différences* ſeconde, troiſieme, quatrieme, &c. de x^m.

Les *différences* étant conſidérées comme des grandeurs variables, il eſt clair qu'on paſſe de la *différence* premiere à la *différence* ſeconde, de la *différence* ſeconde à la *différence* troiſieme, de la *différence* troiſieme à la *différence* quatrieme, *&c.*, comme on a paſſé de la grandeur propoſée à la *différence* premiere.

EXEMPLE. *Trouver la différence ſeconde de* x^3 :

On a d'abord $D(x^3) = (x+Dx)^3 - x^3 = 3xDx + Dx^3$. Je ſubſtitue dans cette expreſſion, à la place de x, $x+Dx$, & à la place de Dx, $Dx+D^2x$; ce qui la change en $3(x+Dx)(Dx+D^2x) + (Dx+D^2x)^3$; d'où je retranche $3xDx + Dx^3$; le reſte $3Dx^2 + 4Dx D^2x + 3xD^2x + D^2x^3$ eſt la ſeconde *différence* de x^3.

On trouvera de même les *différences* troiſieme, quatrieme, *&c.*, en conſidérant que D^2x devient $D^2x + D^3x$; que D^3x devient $D^3x + D^4x$; ainſi de ſuite.

VIII. *Remarque*. Si on regardoit la premiere *différence* de x, c'eſt-à-dire, dx comme conſtante, les calculs dont nous venons de parler deviendroient beaucoup plus ſimples : car, après avoir trouvé pour les premieres *différences* :

$$D(x^2) = 2x\,Dx + Dx^2,$$
$$D(x^3) = 3x^2\,Dx + 3x\,Dx^2 + Dx^3,$$
$$D(x^4) = 4x^3\,Dx + 6x^2\,Dx^2 + 4x\,Dx^3 + Dx^4;$$

ainſi de ſuite : on trouveroit pour les *différences* ultérieures :

$D^2(x^2) = 2\,Dx^2$, $D^3(x^2) = 0$; $D^4(x^2) = 0$, &c.
$D^2(x^3) = 6x\,Dx^2 + 6\,Dx^3$; $D^3(x^3) = 6\,Dx^3$;
$D^4(x^3) = 0$; $D^5(x^3) = 0$, &c.
$D^2(x^4) = 12x^2\,Dx^2 + 24x\,Dx^3 + 14\,Dx^4$;
$D^3(x^4) = 24x\,Dx^3 + 36\,Dx^4$; $D^4(x^4) = 24\,Dx^4$;
$D^5(x^4) = 0$; $D^6(x^4) = 0$, &c.

On voit aſſez la marche du calcul pour toutes les *différences*, quelle que ſoit la puiſſance de la variable x.

IX. *Scholie*. Il eſt facile de trouver, par les mêmes principes, les *différences* de toutes ſortes de fonctions. Faut-il, par exemple, trouver la *différence* ſeconde du produit xy, ſans ſuppoſer aucune *différence* conſtante ? Cherchez d'abord la *différence* premiere de xy ; elle eſt $y\,Dx + x\,Dy + Dx\,Dy$; ſubſtituez, dans cette expreſſion, $x + Dx$ pour x, $y + Dy$ pour y, $Dx + D^2x$ pour Dx ; $Dy + D^2y$ pour Dy ; enſuite du réſultat, retranchez $y\,Dx + x\,Dy + Dx\,Dy$; par-là vous aurez $D^2(xy) = (y + Dy)(Dx + D^2x) + (x + Dx)(Dy + D^2y) + (Dx + D^2x)(Dy + D^2y) - (y\,Dx + x\,Dy + Dx\,Dy) = y\,D^2x + x\,D^2y + 2\,Dx\,Dy + 2\,Dy\,D^2x + 2\,Dx\,D^2y + D^2x.D^2y$.

Si on ſuppoſoit Dx conſtante, on auroit $D^2(xy) = (y + Dy)\,Dx + (x + Dx)(Dy + D^2y) + Dx(Dy + D^2y) - (y\,Dx + x\,Dy + Dx\,Dy) = x\,D^2y + 2\,Dx\,Dy + 2\,Dx\,D^2y$.

Il ſeroit ſuperflu de m'étendre davantage ſur ce ſujet.

X. *Scholie* II. On trouve auſſi de même les *différences* des quantités *exponentielles* ou *tranſcendantes*. Qu'il s'agiſſe, par exemple, de trouver la *différence* du logarithme hyperbolique de x. Je fais $y = l.\,x$; & comme x devenant x', ou $x + Dx$, y devient y' ou $y + Dy$, on aura $y' = l.\,x'$, ou $y + Dy = l.\,(x + Dx)$; donc (à cauſe de $y = l.\,x$), on aura $Dy = L.\,(x + Dx) - l.\,x = l.\left(1 + \frac{Dx}{x}\right)$. Or on ſait (*Voyez* Logarithme) que $L.\left(1 + \frac{Dx}{x}\right) = \frac{Dx}{x} - \frac{Dx^2}{2x^2} + \frac{Dx^3}{3x^3} - \frac{Dx^4}{4x^4} + \&c.$ Donc Dy ou $D(l.\,x) = \frac{Dx}{x} - \frac{Dx^2}{2x^2} + \frac{Dx^3}{3x^3} - \&c.$

Les *différences* des ordres ultérieurs de $l.\,x$ ſe trouvent pas les méthodes précédentes, puiſqu'il ne s'agit plus, comme on voit, que de prendre les *différences* de termes tous rationels.

Soit, pour ſecond exemple, la quantité exponentielle a^x dont on demande la *différence* premiere. Je fais $y = a^x$; donc $y' = a^{x+Dx}$, ou $y + Dy = a^x \times a^{Dx}$, ou $Dy = a^x(a^{Dx} - 1)$. Or on a (*Voyez* Logarithme) $a^{Dx} = 1 + \frac{Dx(l.\,a)}{1} + \frac{Dx^2(l.\,a)^2}{1.2} + \frac{Dx^3(l.\,a)^3}{1.2.3} + \&c.$ Donc Dy ou $D(a^x) = a^x\left(\frac{Dx(l.\,a)}{1} + \frac{Dx^2(l.\,a)^2}{1.2} + \frac{Dx^3(l.\,a)^3}{1.2.3} + \&c.\right)$

Les *différences* des ordres ultérieurs ſe trouvent à l'ordinaire.

Calcul inverſe des différences.

XI. Dans le calcul inverſe des *différences*, il eſt queſtion de trouver une grandeur, ou en général une fonction, lorſque l'on connoît ſa *différence*. C'eſt donc en examinant avec attention comment on deſcend des grandeurs variables à leurs *différences*, qu'on apprendra réciproquement à remonter des *différences* aux grandeurs variables. Ce retour eſt ſujet à de grandes difficultés, & ſouvent on ne peut parvenir à les ſurmonter. Je vais donner quelques exemples ſimples, qui indiqueront l'eſprit & l'uſage des méthodes qu'il faut alors employer.

XII. Conſidérons d'abord les puiſſances d'une grandeur variable. Soit x cette grandeur, on aura :

1°. $Dx = D(x)$; donc réciproquement $\int Dx = x$; &, ſi on ſuppoſe Dx conſtante (ſuppoſition qui a également lieu pour ce qui ſuit), on aura $\int Dx \times 1 = x$, ou $Dx \int 1 = x$, ou enfin $\int 1 = \frac{x}{Dx}$.

2°. Puiſque $D(x^2) = 2x\,Dx + Dx^2$; donc réciproquement $\int (2x\,Dx + Dx^2) = x^2$, ou bien $\int 2x\,Dx + \int Dx^2 = x^2$, ou bien encore, $\int x + \int \frac{Dx}{2} = \frac{x^2}{2Dx}$, ou $\int x = \frac{x^2}{2Dx} - \int \frac{Dx}{2} = \frac{x^2}{2Dx} - \frac{Dx}{2}\int 1 = \frac{x^2}{2Dx} - \frac{x}{2}$.

Digitized by Google

3°. Puiſque $D(x^3) = 3x^2 Dx + 3x Dx^2 + Dx^3$; donc réciproquement $f(3x^2 Dx + 3x Dx^2 + Dx^3) = x^3$, ou bien $f 3x^2 Dx + f 3x Dx^2 + f Dx^3 = x^3$, ou bien $f x^2 + Dx f x + \frac{Dx^2}{3} f 1 = \frac{x^3}{3Dx}$, ou bien $f x^2 = \frac{x^3}{3Dx} - Dx f x - \frac{Dx^2}{3} f 1 = \frac{x^3}{3Dx} - \frac{x^2}{2} + \frac{x Dx}{6}$.

On trouvera ſemblablement, en continuant de regarder Dx comme conſtante, & en ſubſtituant toujours, dans les termes qui contiennent des ſommes particulieres, les valeurs de ces ſommes trouvées précédemment : on trouvera, dis-je,

$$f x^3 = \frac{x^4}{4Dx} - \frac{x^3}{2} + \frac{x^2 Dx}{4};$$

$$f x^4 = \frac{x^5}{5Dx} - \frac{x^4}{2} + \frac{x^3 Dx}{3} - \frac{x Dx^2}{30};$$

$$f x^5 = \frac{x^6}{6Dx} - \frac{x^5}{2} + \frac{5x^4 Dx}{12} - \frac{x^2 Dx^3}{12}.$$

Ainſi de ſuite. Je n'ai pas beſoin d'ajouter que, ſi une *différence* étoit multipliée ou diviſée par un facteur conſtant, l'intégrale ſeroit auſſi multipliée ou diviſée par le même facteur.

XIII. Corollaire I. De là ſuit la maniere de trouver l'intégrale d'une quantité compoſée de pluſieurs termes qui contiennent les puiſſances de x, affectées de coëfficiens quelconques. Telle eſt, par exemple, la quantité $a + bx + cx^2$. Car, pour trouver l'intégrale de cette quantité, il ne faut que ſommer ſucceſſivement chacun de ſes termes, puis ajouter enſemble toutes ces ſommes partielles. Or (en ſuppoſant toujours dx conſtante) :

1°. On aura $fa = af 1 = \frac{ax}{Dx}$.

2°. fbx ou $bfx = \frac{bx^2}{2Dx} - \frac{bx}{2}$.

3°. fcx^2 ou $cfx^2 = \frac{cx^3}{3Dx} - \frac{cx^2}{2} + \frac{cxDx}{6}$.

Donc enfin $f(a + bx + cx^2) = \frac{ax}{Dx} + \frac{bx^2}{3Dx} - \frac{bx}{2} + \frac{cx^3}{3Dx} - \frac{cx^2}{2} + \frac{cxDx}{6}$.

Soit, pour ſecond exemple, la quantité $ax^4 - bx^2$ dont on demande l'intégrale, en ſuppoſant toujours Dx conſtante, on aura :

1°. $fax^4 = \frac{ax^5}{5Dx} - \frac{ax^4}{2} + \frac{ax^3 Dx}{3} - \frac{axDx^3}{30}$,

2°. $f - bx^2$ ou $-bfx^2 = -\frac{bx^3}{3Dx} + \frac{bx^2}{2} - \frac{bxDx}{6}$. Donc, *&c.*

XIV. Corollaire II. Qu'on ait à intégrer l'une des quantités ſuivantes (Dx étant toujours conſtante) : $(x+a)$, $(x+a)(x+2a)$, $(x+a)(x+2a)(x+3a)$, &c. On y parviendra en développant ces quantités lorſqu'il eſt néceſſaire, & ſommant ſucceſſivement tous leurs termes. D'abord, pour la premiere, on a $fx + fa = \frac{x^2}{2Dx} - \frac{x}{2} + \frac{ax}{Dx}$.

2°. Au lieu de $(x+a)(x+2a)$, j'écris $x^2 + 3ax + 2a^2$; donc $f(x+a)(x+2a) = fx^2 + 3afx + 2a^2 f1 = \frac{x^3}{3Dx} - \frac{x^2}{2} + \frac{xDx}{6} + \frac{3ax^2}{2Dx} - \frac{3ax}{2} + \frac{a^2 x}{Dx}$.

3°. Au lieu de $(x+a)(x+2a)(x+3a)$, j'écris $x^3 + 6ax^2 + 11a^2 x + 6a^3$; donc $f(x+a)(x+2a)(x+3a) = fx^3 + 6afx^2 + 11a^2 fx + 6a^3 f1 = \frac{x^4}{4Dx} - \frac{x^3}{2} + \frac{x^2 Dx}{4} + \frac{2ax^3}{Dx} - 3ax^2 + \frac{6axDx}{6} + \frac{11a^2 x^2}{2Dx} + \frac{6a^3 x}{Dx} - \frac{11a^2 x}{2}$.

Ainſi de ſuite.

Si on demandoit l'intégrale de l'un des produits ſuivans $x(x+a)$, $x(x+a)(x+2a)$, $x(x+a)(x+2a)(x+3a)$, &c. on auroit

$$fx(x+a) = fx^2 + afx = \frac{x^3}{3Dx} - \frac{x^2}{2} + \frac{xDx}{6} + \frac{ax^2}{2Dx} - \frac{ax}{2};$$

$$fx(x+a)(x+2a) = fx^3 + 3afx^2 + 2a^2 fx = \frac{x^4}{4Dx} - \frac{x^3}{2} + \frac{x^2 Dx}{4} + \frac{3ax^3}{3Dx} - \frac{3ax^2}{2} + \frac{3axDx}{2} + \frac{a^2 x^2}{Dx} - a^2 x.$$

Ainſi des autres.

XV. *Remarque*. Avant que de paſſer plus avant, je ferai ici une remarque générale & eſſentiele.

Comme la *différence* d'une grandeur variable x & celle de $a + x$ ſont également Dx (la grandeur conſtante a n'ayant point de *différence*), réciproquement l'intégrale de Dx peut être également x ou $a + x$. Quand on a donc trouvé l'intégrale d'une *différence*, il faut y ajouter une quantité conſtante, laquelle peut être zéro, ou ne l'être pas, ſuivant les conditions du problême. On

verra dans la suite plusieurs applications de cette remarque.

XVI. Considérons, en second lieu, des produits où les facteurs augmentent continuélement par des *différences* constantes. Soient donc successivement les produits $x\,(x+Dx)$, $x\,(x+Dx)\,(x+2Dx)$, $x\,(x+Dx)\,(x+2Dx)\,(x+3Dx)$, &c. dans lesquels la *différence* Dx est constante: il est clair qu'on aura:

1°. $D(x\,(x+Dx))=(x+Dx)\,(x+2Dx)-x\,(x+Dx)=2Dx\,(x+Dx)$;

2°. $D(x\,(x+Dx)\,(x+2Dx))=(x+Dx)\,(x+2Dx)\,(x+3Dx)-x\,(x+Dx)\,(x+2Dx)=3Dx\,(x+Dx)\,(x+2Dx)$;

3°. $D(x\,(x+Dx)\,(x+2Dx)\,(x+3Dx))=(x+Dx)\,(x+2Dx)\,(x+3Dx)\,(x+4Dx)-x\,(x+Dx)\,(x+2Dx)\,(x+3Dx)=4Dx\,(x+Dx)\,(x+2Dx)\,(x+3Dx)$.

Ainsi de suite. Par où il est aisé de voir qu'en général, pour obtenir les *différences* de l'un des produits proposés, il faut supprimer le premier facteur x, écrire à sa place le produit de la *différence* Dx affectée d'un coëfficient égal au nombre total des facteurs, & enfin conserver les autres facteurs.

Remontons maintenant des *différences* aux intégrales; nous aurons:

1°. $\int 2Dx\,(x+Dx)=x\,(x+Dx)$;

2°. $\int 3\,Dx\,(x+Dx)\,(x+2Dx)=x\,(x+Dx)\,(x+2Dx)$;

3°. $\int 4Dx\,(x+Dx)\,(x+2Dx)\,(x+3Dx)=x\,(x+Dx)\,(x+2Dx)\,(x+3Dx)$.

Ainsi de suite. D'où l'on voit facilement, en général, que, pour trouver l'intégrale d'un produit de cette espece $a\,Dx\,(x+Dx)\,(x+2Dx)\,(x+3Dx)\ldots(x+nDx)$, il faut changer Dx en x, & diviser le tout par le nombre des facteurs; de sorte que $\int a\,Dx\,(x+Dx)\,(x+2Dx)\,(x+3Dx)\ldots(x+nDx)=\frac{ax\,(x+Dx)\,(x+2Dx)\ldots(x+nDx)}{n+1}$.

On ajoutera aux intégrales les constantes convenables; ce qui est toujours sous-entendu, quand on ne le dit pas formélement.

XVII. Soient, en troisieme lieu, des fractions où les facteurs des dénominateurs augmentent continuélement par des *différences* constantes. Par exemple, soient successivement les fractions

$$\frac{1}{x\,(x+Dx)},\quad \frac{1}{x\,(x+Dx)\,(x+2Dx)},$$

$$\frac{1}{x\,(x+1Dx)\,(x+2Dx)\,(x+3Dx)},$$ &c. dans lesquelles Dx est constante: on aura:

$$2°.\ D\left(\frac{1}{x\,(x+Dx)}\right)=\frac{1}{(x+Dx)\,(x+2Dx)}-\frac{1}{x\,(x+Dx)}=-2Dx\times\frac{1}{x\,(x+Dx)\,(x+2Dx)}.$$

$$2°.\ D\left(\frac{1}{x\,(x+Dx)\,(x+2Dx)}\right)=\frac{1}{(x+Dx)\,(x+2Dx)\,(x+3Dx)}-\frac{1}{x\,(x+Dx)\,(x+2Dx)}=-3\,Dx\times\frac{1}{x\,(x+Dx)\,(x+2Dx)\,(x+3Dx)}.$$

$$3°.\ D\left(\frac{1}{x\,(x+Dx)\,(x+2Dx)\,(x+3Dx)}\right)=\frac{1}{(x+Dx)\,(x+2Dx)\,(x+3Dx)\,(x+4Dx)}-\frac{1}{x\,(x+Dx)\,(x+2Dx)\,(x+3Dx)}=-4\,Dx\times\frac{1}{x\,(x+Dx)\,(x+2Dx)\,(x+3\,Dx)\,(x+4\,Dx)}.$$

Ainsi de suite. Par où l'on voit que, pour déterminer, en général, la *différence* de l'une des fractions proposées, il faut augmenter le dénominateur d'un facteur, & multiplier la fraction résultante, par Dx prise négativement autant de fois qu'il y a de facteurs dans le dénominateur de cette même fraction.

De là il suit que, réciproquement, pour intégrer une fraction de cette espece,

$$\frac{a\,Dx}{x\,(x+Dx)\,(x+2Dx)\,(x+3Dx)\ldots(x+nDx)},$$

il faut supprimer le dernier facteur dans le dénominateur, & ensuite diviser la fraction résultante, prise négativement par le produit de Dx & du nombre de facteurs compris dans le dénominateur de la même fraction; de sorte que

$$\int\frac{a\,Dx}{x\,(x+Dx)\,(x+2Dx)\,(x+3Dx)\ldots(x+nDx)}=\frac{-a}{nx\,(x+Dx)\,(x+2Dx)\ldots(x+(n-1)Dx)}.$$

XVIII. *Remarque*. On voit, par les mêmes principes, que $D\left(\frac{1}{x+nDx}\right)=\frac{1}{x+(n+1)Dx}-\frac{1}{x+nDx}$; donc réciproquement $\frac{1}{x+nDx}=\int\frac{1}{x+(n+1)Dx}-\int\frac{1}{x+nDx}$. Ces deux dernieres sommes ne peuvent pas se trouver séparément; mais on voit que leur *différence* est la quantité algébrique $\frac{1}{x+nDx}$.

De là suit un moyen d'intégrer les quantités qui peuvent être décomposées en plusieurs parties, qui,

qui, n'étant pas intégrables ſéparément, ſe combinent néanmoins entr'elles de telle maniere, qu'à la fin les réſultats deviennent algébriques ; ce qui arive en pluſieurs cas.

EXEMPLE I. *Trouver l'intégrale de la quantité* $\frac{3x+2Dx}{x(x+Dx)(x+2Dx)}$.

Je décompoſe cette quantité en ſes facteurs : par-là elle devient $\frac{1}{Dx}\left(\frac{1}{x}\right)+\left(\frac{1}{Dx}\cdot\frac{1}{x+Dx}\right)-\frac{2}{Dx}\left(\frac{1}{x+2Dx}\right)$. Or, par la formule de la remarque précédente, on a, en faiſant $n=0$, $\int\frac{1}{x}=\int\frac{1}{x+Dx}-\frac{s}{x}$. Par conſéquent l'intégrale de la quantité propoſée ſera d'abord $\frac{2}{Dx}\int\frac{1}{x+Dx}-\frac{1}{xDx}-\frac{2}{Dx}\int\frac{1}{x+2Dx}$, ou bien $\frac{2}{Dx}\left(\int\frac{1}{x+Dx}-\int\frac{1}{x+2Dx}\right)-\frac{1}{xDx}$. Or, par la même formule, on a, en faiſant $n=1$, $\int\frac{1}{x+Dx}-\int\frac{1}{x+2Dx}=-\frac{1}{x+Dx}$. Donc l'intégrale de la quantité propoſée devient $\frac{-2}{Dx(x+Dx)}-\frac{s}{xDx}$, ou bien enfin $\frac{-3x-Dx}{xDx(x+Dx)}$.

EXEMPLE II. *Trouver l'intégrale de la quantité* $\frac{3Dx}{x(x+3Dx)}$.

Cette quantité devient $\frac{1}{x}-\frac{1}{x+3Dx}$; par conſéquent ſon intégrale eſt d'abord $\int\frac{1}{x}-\int\frac{1}{x+3Dx}$. Or, par la formule établie ci-deſſus, $\int\frac{1}{x}=\int\frac{1}{x+Dx}-\frac{1}{x}$, & $\int\frac{1}{x+3Dx}=\frac{1}{x+2Dx}+\int\frac{1}{x+2Dx}$. Ainſi, notre intégrale deviendra $\int\frac{1}{x+1Dx}-\int\frac{1}{x+2Dx}-\frac{1}{x}-\frac{1}{x+2Dx}$. Or, par la même formule, $\int\frac{1}{x+1Dx}-\frac{1}{2+2Dx}=-\frac{1}{x+Dx}$. Donc enfin l'intégrale cherchée eſt $-\frac{1}{x}-\frac{1}{x+2Dx}-\frac{1}{x+Dx}$.

XIX. SCHOLIE GÉNÉRALE. Je ne m'étendrai pas davantage ſur la méthode inverſe des *différences* finies. Tout ce que j'en ai dit n'en contient que les élémens. *Voyez* l'excellent traité du calcul différentiel de M. Euler ; *voyez* auſſi, dans ce Dictionaire, l'*article* ÉQUATION, *par M. le Marquis de Condorcet*. Je finis par quelques applications intéreſſantes.

Uſage du calcul inverſe des différences pour la ſommation des ſuites.

XX. La ſommation des ſuites par la méthode inverſe des *différences*, eſt fondée, en général, ſur ce principe. Soit une ſuite quelconque, compoſée de tant de termes A, B, C, D, E, F, &c., qu'on voudra, leſquels dérivent les uns des autres, ſuivant une loi déterminée & connue. Repréſentons par Z la ſomme d'un nombre quelconque de ces termes : par exemple, ſoit $Z=A+B+C+D$. Cela poſé, il eſt clair qu'on peut regarder Z comme une grandeur variable dont la *différence* eſt le terme E, qui ſuit immédiatement le dernier de ceux que l'on conſidere ; car Z paſſant de ſa valeur actuele à ſa valeur conſécutive Z', augmente de E, de ſorte que $Z'=Z+E$: donc $Z'-Z=E$: or $Z'-Z=DZ$; donc $DZ=E$. Par conſéquent, lorſqu'on propoſe de trouver la ſomme Z, la queſtion eſt de trouver une intégrale qui a E pour *différence*. Éclairciſſons cela par des exemples.

EXEMPLE I. *Trouver la ſomme S de la ſuite des unités* $1+1+1+1+1+$ &c.

Soit x le numéro du terme où l'on arrête la ſuite. Chaque terme étant 1, on a $Z=\int 1$. Or, Dx étant 1, on a (XII) $\int 1=x$. Donc $Z=x$; ce qui eſt d'ailleurs évident par ſoi-même.

EXEMPLE II. *Sommer la ſuite Z des nombres naturels* $1+2+3+4+5+6+$ &c.

Un terme quelconque, ou le *terme général* de cette ſuite, peut être repréſenté pas x, puiſqu'en faiſant ſucceſſivement $x=1$, $x=2$, $x=3$, $x=4$, &c., on obtient tous les termes de la ſuite. Donc $DZ=x+1$, & $Z=\int x+\int 1$. Or, Dx étant $=1$, on a (XII) $\int x=\frac{x^2}{2}-\frac{x}{2}$, & $\int 1=x$; donc $Z=\frac{x^2}{2}-\frac{x}{2}+x=\frac{x^2+x}{2}$.

REMARQUE. Cet exemple nous offre l'occaſion d'éclaircir très-ſimplement ce que nous avons dit ci-deſſus (XV), en général, au ſujet des conſtantes qu'il convient d'ajouter aux intégrales. Suppoſons qu'on demande la ſomme des termes de la ſuite 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, &c., des nombres naturels depuis le terme 6 excluſivement, juſqu'à un terme quelconque x incluſivement. Le

terme qui ſuit x eſt $x+1$, & la queſtion eſt de trouver la quantité dont la *différence* eſt $x+1$, en rempliſſant la condition que la ſuite commence à 7, & finiſſe à x. Or, ſi l'on cherche, comme dans l'exemple précédent, l'intégrale de $x+1$, on trouvera qu'elle eſt $\frac{xx+x}{2}$, abſtraction faite de la conſtante, ou en ſuppoſant que la ſomme s'évanouiſſe lorſque $x=0$, auquel cas la formule $\frac{xx+x}{2}$ repréſente la ſomme de tous les termes de la ſuite des nombres naturels, depuis l'unité incluſivement, juſqu'au terme x incluſivement. Mais, dans l'hypotheſe préſente, il faut ajouter une conſtante C à la formule $\frac{xx+x}{2}$, ce qui la rend $\frac{xx+x}{2}+C$; enſuite il faut déterminer la conſtante C par la condition qu'en faiſant $x=7$, la formule $\frac{xx+x}{2}+C$ repréſente ſimplement le terme 7. Or cette condition donne $\frac{49+7}{2}+C=7$, on bien $C=-21$. Ainſi, la conſtante C eſt déterminée; & la formule qui repréſente la ſomme des nombres naturels, depuis 6 excluſivement, juſqu'au terme x incluſivement, eſt $\frac{xx+x}{2}-21$. Si, par exemple, $x=16$, la ſomme en queſtion ſera $\frac{256+16}{2}-21=115$.

Exemple III. *Sommer la ſuite Z des carrés des nombres naturels*, $1+4+9+16+25+$ *&c.*

En faiſant ſucceſſivement $x=1$, $x=2$, $x=3$, $x=4$, *&c.*, le terme général de la ſuite des carrés des nombres naturels ſera repréſenté par x^2. Donc $DZ=(x+1)^2$, & $Z=f(x+1)^2=fx^2+2fx+f1$. Or, Dx étant $=1$, on a (XII) $fx^2=\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+\frac{x}{6}$; $2fx=x^2-x$; $f1=x$. Donc $Z=\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+\frac{x}{6}$.

Remarque. Si on ne demandoit pas la ſomme de tous les carrés des nombres naturels, mais ſeulement la ſomme des carrés diſtans les uns des autres, d'un même nombre n de termes : alors, en nommant x la racine du terme où la ſomme cherchée Z eſt ſuppoſée ſe terminer, il eſt clair que le terme ſuivant ſeroit $(x+n)^2$, ou $(x+Dx)^2$, en ſuppoſant $Dx=n$. Donc ici $DZ=(x+Dx)^2$, & $Z=fx^2+2fxDx+fDx^2$, on bien $fx^2+2Dxfx+Dx^2f1$. Or, Dx étant ici $=n$, on a (XII) $fx^2=\frac{x^3}{3n}-\frac{x^2}{2}+\frac{nx}{6}$; $fx=\frac{x^2}{2n}-\frac{x}{2}$; $f1=\frac{x}{n}$. Donc $Z=\frac{x^3}{3n}+\frac{x^2}{2}+\frac{nx}{6}+C$.

La conſtante C doit être telle que, faiſant x égal à la racine carrée du premier terme de la ſuite, la formule repréſente ce premier terme. Nommons a^2 ce même terme; en faiſant donc $x=a$, on doit avoir $\frac{a^3}{3n}+\frac{a^2}{2}+\frac{an}{6}+C=a^2$. Donc $C=\frac{3a^2n-2a^2-an^2}{6n}$. Donc enfin $Z=\frac{x^3}{3n}+\frac{x^2}{2}+\frac{nx}{6}-\frac{a^3}{3n}+\frac{a^2}{2}-\frac{an}{6}$.

Par exemple, ſuppoſons qu'on demande la ſomme des carrés 4, 25, 64, 121, 196 : en conſidérant la ſuite des carrés de tous les nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, *&c.*, on voit qu'on aura ici $a=2$, $n=3$, $x=14$. Donc $Z=410$; ce qu'on peut vérifier par l'addition immédiate des termes de la ſuite propoſée.

Exemple IV. *Sommer la ſuite* $Z=1+8+27+64+125+$ *&c., des cubes des nombres naturels.*

En faiſant ſucceſſivement $x=1$, $x=2$, $x=3$, $x=4$, $x=5$ *&c.*, le terme général de la ſuite propoſée ſera repréſenté par x^3. Donc $DZ=(x+1)^3$; & $Z=f(x+1)^3=fx^3+3Dx$; $fx^3+3Dxfx+Dx^3f1=$ (XII) $\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{2}+\frac{x^2}{4}$.

On trouvera ſans peine, à l'imitation de l'exemple précédent, la ſomme d'une ſuite de cubes, qui ſeroient diſtans l'un de l'autre d'un même nombre de termes.

La ſomme des puiſſances plus élevées des nombres naturels ſe trouve par les mêmes moyens.

Exemple V. *Sommer la ſuite* $Z=1+3+6+10+15+21+$ *&c., des nombres triangulaires.*

En faiſant ſucceſſivement $x=1$, $x=2$, $x=3$, $x=4$, $x=5$, *&c*, le terme général de la ſuite propoſée eſt, comme on ſait (*Voy.* Triangulaire) $\frac{xx+x}{2}$. Donc $DZ=\frac{(x+1)^2+(x+1)}{2}$, & $Z=\frac{1}{2}fx^2+\frac{3}{2}fx+f1=\frac{x^3}{6}+\frac{x^2}{2}+\frac{x}{3}$.

Les ſommes des nombres pyramidaux, & en général des nombres figurés de tous les ordres, ſe trouvent ſemblablement.

Digitized by Google

EXEMPLE VI. *Sommer la ſuite* $Z = 1\times2 + 2\times3 + 3\times4 + 4\times5 + 5\times6 + 6\times7 + \&c.$

En faiſant ſucceſſivement $x=1$, $x=2$, $x=3$, $x=4$, $x=5$, *&c.*, le terme général de la ſuite propoſée ſera repréſenté par $x(x+1)$. Donc $DZ=(x+1)(x+2)$, ou bien (à cauſe de $Dx=1$) $DZ=Dx\,(x+Dx)\,(x+2Dx)$; donc (XV) $Z=\int Dx\,(x+Dx)\,(x+2Dx)=\frac{x(x+Dx)(x+2Dx)}{3}=\frac{x(x+1)(x+2)}{3}$.

Il ne faut point ajouter de conſtante, parce que $Z=0$, lorſque $x=0$, comme cela doit être.

EXEMPLE VII. *Sommer la ſuite* $Z = 1\times4\times7\times10 + 4\times7\times10\times13 + 7\times10\times13\times16 + 10\times13\times16\times19 + 13\times16\times19\times22 + \&c.$

En faiſant ſucceſſivement $x=1$, $x=4$, $x=7$, $x=10$, $x=13$, $x=16$, $x=19$, *&c.*, le terme général de la ſuite propoſée ſera repréſenté par $x(x+3)(x+6)(x+9)$. Donc $DZ=(x+3)(x+6)(x+9)(x+12$, ou bien (à cauſe de $D=3$), $DZ=3Dx\,(x+Dx)\,(x+2Dx)\,(x+3Dx)\,(x+4Dx)$, dont l'intégrale eſt (XVI) $Z=\frac{x(x+3)(x+6)(x+9)(x+12)}{15}$.

EXEMPLE VIII. *Sommer la ſuite* $Z=\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}+\frac{1}{5\times6}+\&c.$

En faiſant ſucceſſivement $x=1$, $x=2$, $x=3$, $x=4$, *&c.*, le terme général de la ſuite propoſée eſt $\frac{1}{x(x+1)}$. Donc $DZ=\frac{1}{(x+1)(x+2)}$, ou bien (à cauſe de $Dx=1$), $DZ=\frac{Dx}{(x+Dx)(x+2Dx)}$.

Pour ramener cette *différence* à la forme de celles qui ont été conſidérées dans l'article XVI, je fais $x+Dx=z$, ce qui donne $Dx=Dz$, parce que Dx eſt conſtante. Donc $DZ=\frac{Dz}{z(z+Dz)}$, dont l'intégrale (XVI) eſt $Z=-\frac{1}{z}$, à quoi il faut ajouter une conſtante C pour compléter cette intégrale; de ſorte que $Z=C-\frac{1}{z}=C-\frac{1}{x+1}$, en mettant à la place de z ſa valeur $x+1$. Pour déterminer la conſtante C, j'obſerve que, ſi l'on fait $x=1$, la formule générale $C-\frac{1}{x+1}$ doit repréſenter ſimplement le premier terme $\frac{1}{2}$ de la ſuite propoſée. On aura donc $C-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$, & par conſéquent $C=1$. Donc $Z=1-\frac{1}{x+1}$.

Par exemple, veut-on avoir les cinq premiers termes de la ſuite propoſée? Alors $x=5$, & la ſomme demandée eſt $1-\frac{1}{5+1}$, ou $\frac{5}{6}$; ce qu'on peut vérifier par l'addition immédiate des cinq termes dont il s'agit.

EXEMPLE IX. *Sommer la ſuite* $Z=\frac{1}{1\times5}+\frac{1}{5\times9}+\frac{1}{9\times13}+\frac{1}{13\times17}\,\&c.$

En faiſant ſucceſſivement $x=1$, $x=5$, $x=9$, $x=13$, $x=17$, *&c.*, le terme général de la ſuite propoſée eſt $\frac{1}{x(x+4)}$. Donc $DZ=\frac{1}{(x+4)(x+8)}$, ou bien (à cauſe de $Dx=4$), $DZ=\frac{1}{4}\times\frac{Dx}{(x+Dx)(x+2Dx)}$. Je fais $x+Dx=z$, & par conſéquent $Dx=Dz$. Donc $DZ=\frac{1}{4}\times\frac{Dz}{z(z+DZ)}$, dont l'intégrale eſt (XV), $Z=-\frac{1}{4}\times\frac{1}{z}+C$, ou $C-\frac{1}{4}\times\frac{1}{x+4}$. La conſtante C doit être telle que, faiſant $x=1$, Z repréſente ſimplement le premier terme $\frac{1}{5}$ de la ſuite; ce qui donne $C-\frac{1}{50}=\frac{1}{5}$, ou $C=\frac{1}{4}$. Donc $Z=\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\times\frac{1}{x+4}$.

On peut multiplier ces exemples à l'infini. En voilà aſſez pour l'objet que nous nous ſommes propoſé. (*L. B.*)

DIFFÉRENTIEL, adj. On appele dans la haute *Géométrie*, quantité *différentiele* ou ſimplement *différentiele*, une quantité infiniment petite, ou moindre que toute grandeur aſſignable. *Voyez* QUANTITÉ *&* INFINI.

On l'appele *différentiele ou quantité différentiele*, parce qu'on la conſidere ordinairement comme la différence infiniment petite de deux quantités finies, dont l'une ſurpaſſe l'autre infiniment peu. Newton & les Anglois l'appelent *fluxion*, à cauſe qu'ils la conſiderent comme l'accroiſſement momentanée d'une quantité. *Voyez* FLUXION, *&c.* Leibnitz & d'autres l'appelent auſſi une *quantité infiniment petite*.

CALCUL *différentiel*; c'eſt la maniere de différencier les quantités, c'eſt-à-dire, de trouver la différence infiniment petite d'une quantité finie variable.

Cette méthode eſt une des plus belles & des plus fécondes de toutes les Mathématiques; M. Leibnitz qui l'a publiée le premier, l'appele *calcul différentiel*, en conſidérant les grandeurs infiniment petites comme les différences des quantités finies; c'eſt pourquoi il les exprime par la lettre d qu'il met au devant de la quantité différenciée; ainſi la *différentiele* de x eſt exprimée par dx, celle de y par dy, &c.

M. Newton appele le calcul *différentiel*, *méthode des fluxions*, parce qu'il prend, comme on l'a dit, les quantités infiniment petites pour des fluxions ou des accroiſſemens momentanés. Il conſidere, par exemple, une ligne comme engendrée par la fluxion d'un point, une ſurface par la fluxion d'une ligne, un ſolide par la fluxion d'une ſurface; & au lieu de la lettre d, il marque les fluxions par un point mis au deſſus de la grandeur différenciée. Par exemple, pour la fluxion de x, il écrit $\dot{x}$; pour celle de y, $\dot{y}$ &c. c'eſt ce qui fait la ſeule différence entre le calcul *différentiel* & la méthode des fluxions. *Voyez* FLUXION.

On peut réduire toutes les regles du calcul *différentiel* à celles-ci.

1°. La différence de la ſomme de pluſieurs quantités eſt égale à la ſomme de leurs différences. Ainſi, $d(x+y+z) = dx+dy+dz$.

2°. La *différentiele* de xy eſt $y\,dx+x\,dy$.

3°. La différence de x^m, m étant un expoſant quelconque, eſt $m\,x^{m-1}\,dx$.

Par ces trois regles, il n'y a point de quantité qu'on ne puiſſe différencier. On fera, par exemple, $\frac{x}{y} = x \times y^{-1}$. *Voyez* EXPOSANT. Donc la différence (*regle* 2) eſt $y^{-1} \times dx + x \times d(y^{-1})$ $= (\text{regle } 3)\ \frac{dx}{y} - \frac{x\,dy}{y^2} = \frac{y\,dx - x\,dy}{y^2}$. La *différentiele* de $z^{\frac{s}{q}}$ eſt $\frac{s}{q} z^{\frac{s}{q}-1}\,dz$. Car ſoit $z^{\frac{s}{q}} = x$, on a $x^q = z^s$ & $dz = qx^{q-1}\,dx$ & $dx = \frac{dz}{q} \times x^{-q+s}$ $= \frac{dz}{q} \times z^{-1+\frac{s}{q}}$. De même $\sqrt{xx+yy}^{\frac{s}{2}} = xx+yy^{\frac{s}{2}}$; donc la différence eſt $\frac{s}{2} \times (2x\,dx + 2y\,dy) \times (xx+yy)^{-\frac{s}{2}} = \frac{x\,dx+y\,dy}{\sqrt{xx+yy}}$, & ainſi des autres.

Les trois regles ci-deſſus ſont démontrées d'une maniere fort ſimple dans une infinité d'ouvrages, & ſur-tout dans la premiere ſection de l'analyſe des *Infiniment petits* de M. de l'Hôpital, à laquelle nous renvoyons. Il manque à cette ſection le calcul *différentiel* des quantités logarithmiques & exponentieles, qu'on peut voir dans le *I volume des œuvres* de Jean Bernoulli, & dans la *I partie du traité du calcul intégral* de M. de Bougainville le jeune. On peut conſulter ces ouvrages qui ſont entre les mains de tout le monde. *Voyez* EXPONENTIEL. Ce qu'il nous importe le plus de traiter ici, c'eſt la métaphyſique du calcul *différentiel*.

Cette métaphyſique dont on a tant écrit, eſt encore plus importante, & peut-être plus difficile à développer que les regles mêmes de ce calcul: pluſieurs géometres, entr'autres M. Rolle, ne pouvant admettre la ſuppoſition que l'on y fait de grandeurs infiniment petites, l'ont rejetée entiérement, & ont prétendu que le principe étoit fautif & capable d'induire en erreur. Mais quand on fait attention que toutes les vérités que l'on découvre par le ſecours de la Géométrie ordinaire, ſe découvrent de même & avec beaucoup plus de facilité par le ſecours du calcul *différentiel*, on ne peut s'empêcher de conclure que ce calcul fourniſſant des méthodes ſûres, ſimples & exactes, les principes, dont il dépend, doivent auſſi être ſimples & certains.

M. Leibnitz, embaraſſé des objections qu'il ſentoit qu'on pouvoit faire ſur les quantités infiniment petites, telles que les conſidere le calcul *différentiel*, a mieux aimé réduire ſes infiniment petits à n'être que des incomparables, ce qui ruineroit l'exactitude géométrique des calculs; & de quel poids, dit M. de Fontenelle, ne doit pas être contre l'invention l'autorité de l'inventeur? D'autres, comme M. Nieuwentit, admétoient ſeulement les *différentieles* du premier ordre, & rejetoient toutes celles des ordres plus élevés: ce qui n'a aucun fondement; car, imaginant dans un cercle une corde infiniment petite du premier ordre, l'abſciſſe ou ſinus verſe correſpondant eſt infiniment petite du ſecond; & ſi la corde eſt infiniment petite du ſecond, l'abſciſſe eſt infiniment petite du troiſieme, *&c.* Cela ſe démontre aiſément par la Géométrie élémentaire, puiſque le diametre d'un cercle qui eſt fini, eſt toujours à la corde, comme la corde eſt à l'abſciſſe correſpondante. D'où l'on voit que les infiniment petits du premier ordre étant une fois admis, tous les autres en dérivent néceſſairement. Ce que nous diſons ici n'eſt que pour faire voir, qu'en admétant les infiniment petits du premier ordre, on doit admettre ceux de tous les autres à l'infini; car on peut du reſte ſe paſſer très-aiſément de toute cette métaphyſique de l'infini dans le calcul *différentiel*, comme on le verra plus bas.

M. Newton eſt parti d'un autre principe; & l'on peut dire que la métaphyſique de ce grand

géometre ſur le calcul des fluxions eſt très-exacte & très-lumineuſe, quoiqu'il ſe ſoit contenté de la faire entre-voir.

Il n'a jamais regardé le calcul *différentiel* comme le calcul des quantités infiniment petites, mais comme la méthode des premieres & dernieres raiſons, c'eſt-à-dire, la méthode de trouver les limites des raports. Auſſi cet illuſtre auteur n'a-t-il jamais différencié des quantités, mais ſeulement des équations; parce que toute équation renferme un raport entre deux variables, & que la différentiation des équations ne conſiſte qu'à trouver les limites du raport entre les différences finies de deux variables que l'équation renferme. C'eſt ce qu'il faut éclaircir par un exemple qui nous donnera tout-à-la-fois l'idée la plus nette & la démonſtration la plus exacte de la méthode du calcul *différentiel*.

Soit AM, *Fig.* 3, *Analyſ.*, une parabole ordinaire, dont l'équation, en nommant AP, x, PM, y, & a le parametre, eſt $yy = ax$. On propoſe de tirer la tangente MQ de cette parabole au point M. Suppoſons que le problême ſoit réſolu, & imaginons une ordonée pm à une diſtance quelconque finie de PM; & par les points M, m tirons la ligne mMR. Il eſt évident, 1°. que le raport $\frac{MP}{PQ}$ de l'ordonée à la ſous-tangente, eſt plus grand que le raport $\frac{MP}{PR}$ ou $\frac{mO}{MO}$, qui lui eſt égal à cauſe des triangles ſemblables MOm, MPR: 2°. que plus le point m ſera proche du point M, plus le point R ſera près du point Q, plus par conſéquent le raport $\frac{MP}{PR}$ ou $\frac{mO}{MO}$ approchera du raport $\frac{MP}{PQ}$; & que le premier de ces raports pourra approcher du ſecond auſſi près qu'on voudra, puiſque PR peut différer auſſi peu qu'on voudra de PQ. Donc le raport $\frac{MP}{PQ}$ eſt la limite du raport de mO à OM. Donc, ſi on peut trouver la limite du raport de MO à OM, exprimée algébriquement, on aura l'expreſſion algébrique du raport de MP à PQ; & par conſéquent l'expreſſion algébrique du raport de l'ordonée à la ſous-tangente, ce qui fera trouver cette ſous-tangente. Soit donc $MO = u$, $Om = z$, on aura $ax = yy$, & $ax + au = yy + 2yz + zz$. Donc, à cauſe de $ax = yy$, il vient $au = 2yz + zz$ & $\frac{z}{u} = \frac{a}{2y+z}$.

Donc $\frac{a}{2y+z}$ eſt en général le raport de mO à OM, quelque part que l'on prene le point m. Ce raport eſt toujours plus petit que $\frac{a}{2y}$; mais plus z ſera petit, plus ce raport augmentera; & comme on peut prendre z ſi petit qu'on voudra, on poura faire approcher le raport $\frac{a}{2y+z}$ auſſi près qu'on voudra du raport $\frac{a}{2y}$; donc $\frac{a}{2y}$ eſt la limite du raport de $\frac{a}{2y+z}$, c'eſt-à-dire, du raport $\frac{mO}{OM}$. Donc $\frac{a}{2y}$ eſt égal à $\frac{MP}{PQ}$, que nous avons trouvé être auſſi la limite du raport de mO à OM; car deux grandeurs, qui ſont la limite d'une même grandeur, ſont néceſſairement égales entr'elles. Pour le prouver, ſoient Z & X les limites d'une même quantité T, je dis que $X = Z$; car, s'il y avoit entr'elles quelque différence V, ſoit $X = Z \pm V$: par l'hypotheſe, la quantité T peut approcher de X auſſi près qu'on voudra; c'eſt-à-dire, que la différence de T & de X peut être auſſi petite qu'on voudra. Donc, puiſque Z differe de X de la quantité V, il s'enſuit que T ne peut approcher de Z de plus près que la quantité V, & par conſéquent que Z n'eſt pas la limite de T, ce qui eſt contre l'hypotheſe. *Voyez* LIMITE, EXHAUSTION.

De là il réſulte que $\frac{MP}{PQ}$ eſt égal à $\frac{a}{2y}$. Donc $PQ = \frac{2yy}{a} = 2x$. Or, ſuivant la méthode du calcul *différentiel*, le raport de MP à PQ eſt égal à celui de dy à dx; & l'équation $ax = yy$ donne $a\,dx = 2y\,dy$, & $\frac{dy}{dx} = \frac{a}{2y}$. Ainſi, $\frac{dy}{dx}$ eſt la limite du raport de z à u; & cette limite ſe trouve en faiſant $z = o$ dans la fraction $\frac{a}{2y+z}$. Mais, dira-t-on, ne faut-il pas faire auſſi $z = o$ & $u = o$ dans la fraction $\frac{z}{u} = \frac{a}{2y+z}$, & alors on aura $\frac{o}{o} = \frac{a}{2y}$. Qu'eſt-ce que cela ſignifie? Je réponds, 1°. qu'il n'y a, en cela, aucune abſurdité; car $\frac{o}{o}$ peut être égal à tout ce qu'on veut: ainſi, il peut être $\frac{a}{2y}$. Je réponds, 2°. que, quoique la limite du raport de z à u ſe trouve quand $z = o$ & $u = o$, cette limite n'eſt pas proprement le raport de $z = o$ à $u = o$, car cela ne préſente point d'idée nette; on ne ſait plus ce que c'eſt qu'un raport dont les deux termes ſont nuls l'un & l'autre. Cette limite eſt la quantité dont le raport $\frac{z}{u}$ approche de plus en plus, en ſuppoſant z & u tous deux réels & décroiſſans, & dont ce

saport approche d'auſſi près qu'on voudra. Rien n'eſt plus clair que cette idée; on peut l'appliquer à une infinité d'autres cas. *Voyez* LIMITE, SÉRIE, PROGRESSION, *&c.*

Suivant la méthode de différencier, qui eſt à la tête du traité de la quadrature des courbes de M. Newton, ce grand géometre, au lieu de l'équation $ax + au = yy + 2yz + zz$, auroit écrit $ax + ao' = yy + 2yo + oo$, regardant ainſi en quelque maniere z & u comme des zéros; ce qui lui auroit donné $\frac{o}{o} = \frac{a}{2y}$. On doit ſentir, par tout ce que nous avons dit plus haut, l'avantage & les inconvéniens de cette dénomination: l'avantage, en ce que z étant $= o$, diſparoît ſans aucune autre ſuppoſition du raport $\frac{a}{2y+o}$; l'inconvénient, en ce que les deux termes du raport ſont cenſés zéros: ce qui, au premier coup d'œil, ne préſente pas une idée bien nette.

On voit donc, par tout ce que nous venons de dire, que la méthode du calcul *différentiel* nous donne exactement le même raport que vient de nous donner le calcul précédent. Il en ſera de même des autres exemples plus compliqués. Celui-ci nous paroît ſuffire pour faire entendre aux commençans la vraie métaphyſique du calcul *différentiel*. Quand une fois on l'aura bien compriſe, on ſentira que la ſuppoſition que l'on y fait de quantités infiniment petites, n'eſt que pour abréger & ſimplifier les raiſonemens; mais que, dans le fond, le calcul *différentiel* ne ſuppoſe point néceſſairement l'exiſtence de ces quantités; que ce calcul ne conſiſte qu'à *déterminer algébriquement la limite d'un raport de laquelle on a déja l'expreſſion en lignes, & à égaler ces deux limites, et qui fait trouver une des lignes que l'on cherche*. Cette définition eſt peut-être la plus préciſe & la plus nette qu'on puiſſe donner du calcul *différentiel*; mais elle ne peut être bien entendue que quand on ſe ſera rendu ce calcul familier, parce que ſouvent la vraie définition d'une ſcience ne peut être bien ſenſible qu'à ceux qui ont étudié la ſcience.

Dans l'exemple précédent, la limite géométrique & connue du raport de z à u eſt le raport de l'ordonée à la ſous-tangente; on cherche, par le calcul *différentiel*, la limite algébrique du raport de z à u, & on trouve $\frac{a}{2y}$. Donc, nommant s la ſous-tangente, on a $\frac{y}{s} = \frac{a}{2y}$; donc $s = \frac{2yy}{a} = 2x$. Cet exemple ſuffit pour entendre les autres. Il ſuffira donc de ſe rendre bien familier l'exemple ci-deſſus des tangentes de la parabole; &, comme tout le calcul *différentiel* peut ſe réduire au problême des tangentes, il s'enſuit que l'on pourra toujours appliquer les principes précédens aux différens problêmes que l'on réſout par ce calcul, comme l'invention des *maxima* & *minima*, des points d'inflexion & de rebrouſſement, *&c.* Voyez *ces mots*.

Qu'eſt-ce en effet que trouver un *maximum* ou un *minimum*? C'eſt, dit-on, faire la différence de dy égale à zéro ou à l'infini: mais, pour parler plus exactement, c'eſt chercher la quantité $\frac{dy}{dx}$ qui exprime la limite du raport de dy fini à dx fini, & faire enſuite cette quantité nulle ou infinie. Voilà tout le myſtere expliqué. Ce n'eſt point dy qu'on fait = à l'infini: cela ſeroit abſurde; car dy étant priſe pour infiniment petite, ne peut être infinie; c'eſt $\frac{dy}{dx}$: c'eſt-à-dire, qu'on cherche la valeur de x qui rend infinie la limite du raport de dy fini à dx fini.

On a vu plus haut qu'il n'y a point proprement de quantités infiniment petites du premier ordre dans le calcul *différentiel*; que les quantités qu'on nomme ainſi, y ſont cenſées diviſées par d'autres quantités cenſées infiniment petites, & que, dans cet état, elles marquent non des quantités infiniment petites, ni même des fractions, dont le numérateur & le dénominateur ſont infiniment petits, mais la limite d'un raport de deux quantités finies. Il en eſt de même des différences ſecondes, & des autres d'un ordre plus élevé. Il n'y a point, en Géométrie, de ddy véritable; mais, lorſque ddy ſe rencontre dans une équation, il eſt cenſé diviſé par une quantité dx^2, ou autre du même ordre: en cet état, qu'eſt-ce que $\frac{ddy}{dx^2}$? c'eſt la limite du raport $\frac{dy}{dx}$, diviſée par dx; ou, ce qui ſera plus clair encore, c'eſt, en faiſant la quantité finie $\frac{dy}{dx} = z$, la limite de $\frac{dz}{dx}$.

Le calcul *differentio-différentiel* eſt la méthode de différencier les grandeurs *différentieles*; & on appele quantité *différentio-différentiele* la *différentiele* d'une *différentiele*.

Comme le caractere d'une *différentiele* eſt la lettre d, celui de la *différentiele* de dx eſt ddx ou d^2x, & la *différentiele* de ddx eſt $dddx$, ou d^3x, &c.

Les Anglois écrivent $\dot{x}$, $\ddot{x}$, &c. au lieu de ddx, d^2x, &c.

La *différentiele* d'une quantité finie ordinaire s'appele une *différentiele* du premier degré ou du premier ordre comme dx.

Différentiele du ſecond degré ou du ſecond ordre, qu'on appele auſſi, comme on vient de le voir, *quantité differentio-différentiele*, eſt la partie infiniment petite d'une quantité *différentiele* du premier degré, comme ddx, $dxdx$ ou dx^2, $dxdy$, &c.

Digitized by Google

Différentiele du troiſieme degré, eſt la partie infiniment petite d'une quantité *différentiele* du ſecond degré, *comme* ddx ou d^2x, $dxdydz$, & ainſi de ſuite.

Les *différentieles* du premier ordre s'appelent encore *différences premieres*; celles du ſecond, *différences ſecondes*; celles du troiſieme, *différences troiſiemes*.

La puiſſance ſeconde dx^2 d'une *différentiele* du premier ordre, eſt une quantité infiniment petite du ſecond ordre; car $dx^2 : dx :: dx . 1$; donc dx^2 eſt cenſée infiniment petite par raport à dx; de même on trouvera que dx^3 ou dx^2dy, eſt infiniment petite du troiſieme ordre, *&c.* Nous parlons ici de quantités infiniment petites, & nous en avons parlé plus haut dans cet article, pour nous conformer au langage ordinaire; car par ce que nous avons déja dit de la métaphyſique du calcul *différentiel*, & par ce que nous allons encore en dire, on verra que cette façon de parler n'eſt qu'une expreſſion abrégée & obſcure en apparence, d'une choſe très-claire & très-ſimple.

Les puiſſances *différentieles*, comme dx^2 ſe différencient de la même maniere que les puiſſances des quantités ordinaires. Et comme les *différentieles* compoſées ſe multiplient ou ſe diviſent l'une l'autre, ou ſont des puiſſances des *différentieles* du premier degré, ces *différentieles* ſe différencient de même que les grandeurs ordinaires. Ainſi, la différence de dx^m eſt $m(dx)^{m-1}ddx$, & ainſi des autres. C'eſt pourquoi le calcul *différentio-différentiel* eſt le même au fond que le calcul *différentiel*.

Un auteur célebre de nos jours dit, dans la préface d'un ouvrage ſur la *Géométrie de l'infini*, qu'il n'avoit point trouvé de géometre qui pût expliquer préciſément ce que c'eſt que la différence de dy devenue égale à l'infini dans certains points d'inflexion. Rien n'eſt cependant plus ſimple; au point d'inflexion la quantité $\frac{dy}{dx}$ eſt un *maximum* ou un *miximum*; donc la différence diviſée par dx eſt $= 0$ ou $=$ à l'infini. Donc, en regardant dx comme conſtant, on a la quantité $\frac{ddy}{dx^2} =$ à zéro ou à l'infini; cette quantité n'eſt point une quantité infiniment petite, c'eſt une quantité qui eſt néceſſairement un fini, ou infinie, ou zéro, parce que le numérateur ddy, qui eſt infiniment petit du ſecond ordre, eſt diviſé par dx^2, qui eſt auſſi du ſecond ordre. Pour abréger, on dit que ddy eſt $=$ à l'infini; mais ddy eſt cenſée multipliée par la quantité $\frac{1}{dx^2}$; ce qui fait diſparoître toute le myſtere. En général, $ddy =$ à l'infini ne ſignifie autre choſe que $\frac{ddy}{dx^2} =$ à l'infini; or, dans cette équation, il n'entre point de *différentiele*; par exemple, ſoit $y = \frac{1}{(a-x)^4}$, on aura $dy = +\frac{4dx}{(a-x)^5}$ & $ddy = \frac{20dx^2}{(a-x)^6}$: $ddy =$ à l'infini, n'eſt autre choſe que $\frac{ddy}{dx^2} =$ à l'infini, c'eſt-à-dire, $\frac{20}{(a-x)^6} =$ à l'infini, ce qui arive quand $x = a$; on voit qu'il n'entre point de *différentiele* dans la quantité $\frac{20}{(a-x)^6}$, qui repréſente $\frac{ddy}{dx^2}$, ou la limite de la limite $\frac{dy}{dx}$.

On ſupprime le dx^2 pour abréger; mais il n'en eſt pas moins cenſé exiſtant. C'eſt ainſi qu'on ſe ſert ſouvent dans les ſciences de manieres de parler abrégées qui peuvent induire en erreur, quand on n'en entend pas le véritable ſens.

Il réſulte de tout ce que nous avons dit, 1°. que, dans le calcul *différentiel*, les quantités qu'on néglige, ſont négligées, non comme on le dit d'ordinaire, parce qu'elles ſont infiniment petites par raport à celles qu'on laiſſe ſubſiſter, ce qui ne produit qu'une erreur infiniment petite ou nulle; mais parce qu'elles doivent être négligées pour l'exactitude rigoureuſe. On a vu en effet ci-deſſus que $\frac{a}{2y}$ eſt la vraie & exacte valeur de $\frac{dy}{dx}$; ainſi, en différenciant $ax = yy$, c'eſt $2ydy$, & non $2ydy + dy^2$, qu'il faut prendre pour la *différentiele* de y^2, afin d'avoir, comme on le doit, $\frac{dx}{dy} = \frac{2y}{a}$; 2°. Il ne s'agit point, comme on le dit encore ordinairement, de quantités infiniment petites dans le calcul *différentiel*; il s'agit uniquement de limites de quantités finies. Ainſi la métaphyſique de l'infini & des quantités infiniment petites plus grandes ou plus petites les unes que les autres, eſt totalement inutile au calcul *différentiel*. On ne ſe ſert du terme *d'infiniment petit*, que pour abréger les expreſſions. Nous ne dirons donc pas avec bien des géometres qu'une quantité eſt infiniment petite, non avant qu'elle s'évanouiſſe, non après qu'elle eſt évanouie, mais dans l'inſtant même où elle s'évanouit; car que veut dire une définition ſi fauſſe, cent fois plus obſcure que ce qu'on veut définir? Nous dirons qu'il n'y a point dans le calcul *différentiel* de quantités infiniment petites. Au reſte, nous parlerons plus au long à l'*article* INFINI de la métaphyſique de ces quantités. Ceux qui liront avec attention ce que nous venons de dire, & qui y joindront l'uſage du calcul & les réflexions, n'auront plus aucune difficulté ſur aucun cas, & tron-

Digitized by Google

veront facilement des réponſes aux objections de Rolle & des autres adverſaires du calcul *différentiel*, ſuppoſé qu'il lui en reſte encore. Il faut avouer que ſi ce calcul a eu des ennemis dans ſa naiſſance, c'eſt la faute des géometres ſes partiſans, dont les uns l'ont mal compris, les autres l'ont trop peu expliqué. Mais les inventeurs cherchent à mettre le plus de myſtere qu'ils peuvent dans leurs découvertes; & en général les hommes ne haïſſent point l'obſcurité, pourvu qu'il en réſulte quelque choſe de merveilleux. Charlatanerie que tout cela! La vérité eſt ſimple, & peut-être toujours miſe à portée de tout le monde, quand on veut en prendre la peine.

Nous ferons ici au ſujet des quantités *différentielles* du ſecond ordre, & autres plus élevées, une remarque qui ſera très-utile aux commençans. On trouve dans les *mém. de l'Acad. des Sciences de* 1788, & dans le *I tome des œuvres* de M. Jean Bernoulli, un mémoire où l'on remarque avec raiſon que Newton s'eſt trompé, quand il a cru que la différence ſeconde de z^n, en ſuppoſant dx conſtante, eſt $\frac{n(n-1)z^{n-2}dz^2}{2}$, au lieu qu'elle eſt $n(n-1)z\ dz^2$, comme il réſulte des regles énoncées ci-deſſus, & conformes aux principes ordinaires du calcul *différentiel*. C'eſt à quoi il faut prendre bien garde; & ceci nous donnera encore occaſion d'inſiſter ſur la différence des courbes polygones & des courbes rigoureuſes, dont nous avons déja parlé aux *art.* CENTRAL & COURBE. Soit, par exemple, $y=x^2$, l'équation d'une parabole: ſuppoſons dx conſtant, c'eſt-à-dire, tous les dx égaux, on trouvera que $x+dx$ donne pour l'ordonée correſpondante exacte, que j'appele y', $x^2+2x\,dx+dx^2$, & que $x+2dx$ donne l'ordonée correſpondante que je nomme y'', exactement égale à $x^2+4x\,dx+4dx^2$; donc $2x\,dx+dx^2$ eſt l'excès de la ſeconde ordonée ſur la premiere, & $2x\,dx^2+3dx^2$ eſt l'excès de la troiſieme ſur la ſeconde: la différence de ces deux excès eſt $2dx^2$; & c'eſt le ddy, tel que le donne le calcul *différentiel*. Or ſi par l'extrémité de la ſeconde ordonée on tiroit une tangente qui vînt couper la troiſieme ordonée, on trouveroit que cette tangente diviſeroit le ddy en deux parties égales, dont chacune ſeroit par conſéquent dx^2 ou $\frac{2dx^2}{2}$. C'eſt cette moitié du ddy vrai que M. Newton a priſe pour le vrai ddy entier; & voici ce qui peut avoir occaſioné cette mépriſe. Le ddy véritable ſe trouve par le moyen de la tangente conſidérée comme ſécante dans la courbe rigoureuſe; car en faiſant les dx conſtans, & regardant la courbe comme polygone, le ddy ſera donné par le prolongement d'un des côtés de la courbe, juſqu'à ce que ce côté rencontre l'ordonée infiniment proche auſſi prolongée. Or la tangente rigoureuſe dans la courbe rigoureuſe étant prolongée de même, donne la moitié de ce ddy; & M. Newton a cru que cette moitié du ddy exprimoit le ddy véritable, parce qu'elle étoit formée par la ſous-tangente; ainſi, il a confondu la courbe polygone avec la rigoureuſe. Une figure très-ſimple fera entendre aiſément tout cela à ceux qui ſont un peu exercés à la géométrie des courbes & au calcul *différentiel*. *Voyez* COURBE POLYGONE *au mot* COURBE, *l'hiſtoire de l'Acad. des Scienc. de* 1722, & mon *traité de Dynamique*, *I partie*, à l'article des *forces centrales*.

ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE, eſt celle qui contient des quantités *différentielles*. On l'appele du premier ordre, ſi les *différentielles* ſont du premier ordre, du ſecond, ſi elles ſont du ſecond, *&c.*

Les équations *différentielles* à deux variables appartiennent aux courbes méchaniques; c'eſt en quoi ces courbes diffèrent des géométriques. On trouvera leur conſtruction *au mot* COURBE. Mais cette conſtruction ſuppoſe que les indéterminées y ſoient ſéparées; & c'eſt l'objet du calcul intégral. *Voyez* INTÉGRAL.

Dans les équations *différentielles* du ſecond ordre, où dx, par exemple, eſt ſuppoſé conſtant, ſi on veut qu'il ne ſoit plus conſtant, on n'a qu'à diviſer tout par dx; & enſuite, au lieu de $\frac{ddy}{dx}$, mettre $d\left(\frac{dy}{dx}\right)$ ou $\frac{ddy}{dx}-\frac{dy\,ddx}{dx^2}$, & on aura une équation où rien ne ſera conſtant. Cette regle eſt expliquée dans pluſieurs ouvrages, & ſur-tout dans la *ſeconde partie du Traité du calcul intégral* de M. Bougainville.

On peut auſſi avoir recours aux *Œuvres* de Jean Bernoulli, *tom. IV*, *page* 77; & on peut remarquer que $\frac{ddy}{dx}$, en ſuppoſant dx conſtant, eſt la même choſe que $d\left(\frac{dy}{dx}\right)$, en ſuppoſant dx conſtant: or $\frac{dy}{dx}$ eſt le même, ſoit qu'on prene dx conſtant, ſoit qu'on le faſſe variable. Car y demeurant la même, $\frac{dy}{dx}$ ne change point, pourvu que dx ſoit infiniment petite. Pour le bien voir, on n'a qu'à ſuppoſer $dy=z\,dx$ ou $\frac{dy}{dx}=z$, on aura dz au lieu de $\frac{ddy}{dx}$ dans l'équation; or ce dz eſt la même choſe que $d\left(\frac{dy}{dx}\right)$, ſans ſuppoſer rien de conſtant. Donc, *&c.*

Il me reſte à parler de la différentiation des quantités

tités ſous le ſigne $\int$. Par exemple, on propoſe de différencier $\int A\,dx$, en ne faiſant varier que y, A étant une fonction de x & de y: cette différence eſt $dy\int\frac{dA}{dy}dx$, $\frac{dA}{dy}$ étant le coëfficient de dy dans la *différentielle* de A. On trouvera la méthode expliquée dans les *Mémoires de l'Acad. de* 1740, *page* 296, d'après un Mémoire de M. Nicolas Bernoulli. Je paſſe légérement ſur ces objets qui ſont traités ailleurs, pour venir à la queſtion de l'inventeur du calcul *différentiel*.

Il eſt conſtant que Leibnitz l'a publié le prémier; il paroît qu'on convient aujourd'hui aſſez généralement que Newton l'avoit trouvé auparavant: reſte à ſavoir ſi Leibnitz l'a pris de Newton. Les pieces de ce grand procès ſe trouvent dans le *commercium epiſtolicum de analyſi promota*, 1712, *Londini*. On y raporte une lettre de Newton du 10 Décembre 1672, qu'on prétend avoir été connue de Leibnitz, & qui renferme la maniere de trouver les tangentes des courbes. Mais cette méthode dans la lettre citée, n'eſt appliquée qu'aux courbes dont les équations n'ont point de radicaux; elle ne contient point le calcul *différentiel*, & n'eſt autre choſe que la méthode de Barrow pour les tangentes un peu ſimplifiée. Newton dit à la vérité dans cette lettre, que, par ſa méthode, il trouve les tangentes de toutes ſortes de courbes, géométriques, méchaniques, ſoit qu'il y ait des radicaux, ou qu'il n'y en ait pas dans l'équation. Mais il ſe contente de le dire. Ainſi, quand Leibnitz auroit vu cette lettre de 1672, il n'auroit point pris à Newton le calcul *différentiel*; il l'auroit pris tout au plus à Barrow; & en ce cas ce ne ſeroit, ni Newton, ni Leibnitz, ce ſeroit Barrow qui auroit trouvé le calcul *différentiel*. En effet, pour le dire en paſſant, le calcul *différentiel* n'eſt autre choſe que la méthode de Barrow pour les tangentes, généraliſée. *Voyez cette méthode* de Barrow pour les tangentes, expliquée dans ſes *lectiones geometricæ* & à la fin du *V livre des ſections coniques* de M. de l'Hôpital, & vous ſerez convaincu de ce que nous avançons ici. Il n'y avoit, pour la rendre générale, qu'à l'appliquer aux courbes dont les équations ont des radicaux; & pour cela il ſuffiſoit de remarquer que $m\,x^{m-a}\,dx$ eſt la *différentielle* de x^m, non ſeulement lorſque m, eſt un nombre entier poſitif (c'eſt le cas de Barrow), mais encore lorſque m eſt un nombre quelconque entier, ou rompu, poſitif, ou négatif. Ce par étoit facile en apparence; & c'étoit cependant celui qu'il falloit faire pour trouver tout le calcul *différentiel*. Ainſi, quelque ſoit l'inventeur du calcul *différentiel*, il n'a fait qu'étendre & achever ce que Barrow avoit preſque fait, & ce que le calcul des expoſans, trouvé par Deſcartes, rendoit aſſez facile à perfectioner. *Voy.* EXPOSANT. C'eſt ainſi ſouvent que les découvertes les plus conſidérables préparées par le travail des ſiecles précédens, ne dépendent plus que d'une idée fort ſimple.

Cette généraliſation de la méthode de Barrow, qui contient proprement le calcul *différentiel*, ou (ce qui revient au même) la méthode des tangentes en général, ſe trouve dans une lettre de Leibnitz du 21 Juin 1677, raportée dans le même recueil, *p.* 90. C'eſt de cette lettre qu'il faut dater, & non des actes de Leipſick de 1684, où Leibnitz a publié le premier les regles du calcul *différentiel*, qu'il connoiſſoit évidemment ſept ans auparavant, comme on le voit par la lettre citée. Venons aux autres faits qu'on peut oppoſer à Leibnitz.

Par une lettre de Newton du 13 Juin 1676, *p.* 49 de ce recueil, on voit que ce grand géometre avoit imaginé une méthode des ſuites, qui l'avoit conduit aux calculs *différentiel* & intégral; mais Newton n'explique point comment cette méthode y conduit, il ſe contente d'en donner des exemples; & d'ailleurs les commiſſaires de la ſociété royale ne diſent point ſi Leibnitz a vu cette lettre; ou pour parler plus exactement, ne diſent point qu'il l'a vue: obſervation remarquable & importante, comme on le verra tout-à-l'heure. Il n'eſt parlé dans le raport des commiſſaires que de la lettre de Newton de 1672, comme ayant été vue par Leibnitz; ce qui ne conclut rien contre lui, comme nous l'avons prouvé. *Voyez*, *p.* 121 de ce recueil, le raport des commiſſaires nommés par la ſociété royale, *art. II & III.* Il ſemble pourtant par le titre de la lettre de Newton de 1676, imprimée *page* 49 du recueil, que Leibnitz avoit vu cette lettre avant la ſienne de 1677; mais cette lettre de 1676 traite principalement des ſuites; & le calcul *différentiel* ne s'y trouve que d'une maniere fort éloignée, ſous entendue, & ſuppoſée. C'eſt apparemment pour cela que les commiſſaires n'en parlent point; car, par la lettre ſuivante de Leibnitz, *page* 58, il paroît qu'il avoit vu la lettre de Newton de 1676, ainſi qu'une autre du 24 Octobre même année, qui roule ſur la même méthode des ſuites. On ne dit point non plus, & on ſait encore moins, ſi Leibnitz avoit vu un autre écrit de Newton de 1669, qui contient un peu plus clairement, mais toujours implicitement, le calcul *différentiel*, & qui ſe trouve au commencement de ce même recueil.

C'eſt pourquoi, ſi on ne peut refuſer à Newton la gloire de l'invention, il n'y a pas non plus de preuves ſuffiſantes pour l'ôter à Leibnitz. Si Leibnitz n'a point vu les écrits de 1669 & 1676, il eſt inventeur abſolument: s'il les a vus, il peut paſſer pour l'être encore, du moins de l'aveu tacite des commiſſaires, puiſque ces écrits ne contienent pas aſſez clairement le calcul *différentiel*, pour que les commiſſaires lui aient reproché de les avoir lus. Il faut avouer pourtant que ces deux écrits, ſur-tout celui de 1669, s'il la lu, peuvent lui avoir donné des idées (*Voyez page* 19 *du recueil*); mais il lui reſtera toujours le mérite de les avoir eues, de les avoir dévelopées, & d'en avoir tiré la méthode générale de différencier tou-

tes ſortes de quantités. On objecte envain à Leibnitz que ſa métaphyſique du calcul *différentiel* n'étoit pas bonne, comme on l'a vu plus haut : cela peut être ; cependant cela ne prouve rien contre lui. Il peut avoir trouvé le calcul dont il s'agit, en regardant les quantités *différentielles* comme des quantités réellement infiniment petites, ainſi que bien des géometres les ont conſidérées ; il peut enſuite, éfrayé par les objections, avoir chancelé ſur cette métaphyſique. On objecte enfin que cette méthode auroit dû être plus féconde entre ſes mains, comme elle l'a été dans celles de Newton. Cette objection eſt peut-être une des plus fortes pour ceux qui connoiſſent la nature du véritable génie d'invention. Mais Leibnitz, comme on ſait, étoit un philoſophe plein de projets ſur toutes ſortes de matieres : il cherchoit plutôt à propoſer des vues nouvelles, qu'à perfectionner & à ſuivre celles qu'il propoſoit.

C'eſt dans les actes de Leipſick de 1684, comme on l'a dit plus haut, que Leibnitz a donné le calcul *différentiel* des quantités ordinaires. Celui des quantités exponentielles qui manquoit à l'écrit de Leibnitz, a été donné depuis en 1697 par M. Jean Bernoulli dans les actes de Leipſick. (*O*).

DIFFÉRENTIELE (*Méthode*). Newton a donné ce nom à la méthode qu'il a expliquée dans un petit ouvrage particulier, pour faire paſſer une courbe de *genre parabolique* par pluſieurs points donnés, en prenant les différences finies, premieres, ſecondes, troiſiemes, &c. des ordonnées, qui paſſent par ces points. *Voyez* ſon ouvrage *intitulé*, METHODUS DIFFERENTIALIS.

On peut donner ce même nom à deux autres méthodes ; la premiere, eſt celle de découvrir l'intégrale de certaines différentielles par la différenciation. M. Clairaut en a le premier donné l'idée dans les *Mém. de l'Acad. des Sciences de Paris*, 1734, ſur quelques cas particuliers ; j'ai donné depuis, dans les *Mém. de Berlin*, 1748, la méthode générale pour trouver les équations différentielles qui avoient cette propriété. *Voyez* ſur cela mes OPUSCULES MATHÉMATIQUES, *Tom. I*, *page* 244.

On peut encore donner le nom de *Méthode différentielle*, à une autre méthode que j'ai auſſi donnée dans les mêmes *Mémoires de Berlin*, 1748, & qui conſiſte à trouver, par la différenciation, dans certains cas, les valeurs d'une quantité intégrale, à une ou pluſieurs variables. J'ai fait ſouvent uſage de cette méthode, entr'autres, pour démontrer que toutes les quantités imaginaires peuvent ſe réduire à la forme $A + B\sqrt{-1}$, & pour réſoudre une grande quantité de problêmes ſur les fonctions. *Voyez les Mém. de Berlin*, 1746, & pluſieurs endroits de mes *opuſcules*. (*O*).

DIFFÉRENCIER, v. act. (*Géomét.*) *une quantité* dans la Géométrie tranſcendente, c'eſt en rendre la différence ſuivant les regles du calcul différentiel. *Voyez* DIFFÉRENCE & DIFFÉRENTIEL, où les regles & la métaphyſique de ce calcul ſont expliquées. *Voyez auſſi l'article* INTÉGRAL. (*O*).

DIFFRACTION, ſ. f. (*Optiq.*) ; eſt une propriété des rayons de lumiere, qui conſiſte en ce que ces rayons ſe détournent de leur chemin lorſqu'ils raſent un corps opaque, & ne continuent pas leur route en ligne droite. Nous ne pouvons mieux faire ici, que de raporter en ſubſtance ce que dit M. de Mairan ſur ce ſujet dans les *mém. acad.* 1738, *page* 53.

Tous les Opticiens, avant le P. Grimaldi, jéſuite, ont cru que la lumiere ne pouvoit ſe répandre ou ſe tranſmettre que de trois manieres ; ſavoir, par voie directe ou en ligne droite, par réfraction, & par reflexion ; mais ce ſavant homme y en ajouta une quatrieme qu'il avoit obſervé dans la nature, & qu'il appela *diffraction*. C'eſt cette inflexion des rayons qui ſe fait à la ſuperficie ou auprès de la ſuperficie des corps, & d'où réſulte non ſeulement une plus grande ombre que celle qu'ils devoient donner, mais encore différentes couleurs à côté de cette ombre, fort ſemblables à celles de l'expérience ordinaire du priſme.

Pour ſe convaincre en grôs du phénomene, & ſans beaucoup de préparatif, il n'y a qu'à regarder le ſoleil à travers les barbes d'une plume, ou auprès des bords d'un chapeau, ou de tel autre corps filamenteux, & l'on apercevra une infinité de petits arcs-en-ciel ou franges colorées. La principale raiſon du P. Grimaldi, pour établir que la *diffraction* étoit réellement une quatrieme eſpece de tranſmiſſion de la lumiere, & pour la diſtinguer de la réfraction, eſt qu'elle ſe fait, comme il le penſe, ſans l'intervention d'aucun nouveau milieu. À l'égard de M. Newton, qui a décrit ce phénomene avec beaucoup d'exactitude, & qui a encore plus détaillé les circonſtances & les dimenſions que le P. Grimaldi, il n'a rien décidé formélement, que je ſache, de ſa vraie & prétendue différence avec celui de la réfraction, ne voulant pas même, comme il le dit à ce ſujet, entrer dans la diſcuſſion, ſi les rayons de la lumiere ſont corporels ou ne le ſont pas : *de natura radiorum, utrum ſint corpora necne, nihil omnino diſputans*. Cependant il a exclu du phénomene, ſans reſtriction & ſans rien mettre à ſa place, la réfraction ordinaire de l'air.

Voici d'une maniere plus détaillée en quoi conſiſte la *diffraction* : ſoit *A B C D*, *Pl. Opt. Fig. 66*, le profil ou la coupe d'un cheveu ou d'un fil délié de métal, *R R* un trait de lumiere reçu par un fort petit trou dans la chambre obſcure, & auquel on a oppoſé le corps *A B C D* à quelques pieds au delà. Si on reçoit l'ombre du fil *A C* ſur un plan, à quelques pieds de diſtance du fil, par exemple en *N Z*, elle y ſera trouvée, toutes déductions faites, beaucoup plus grande qu'elle ne devroit l'être à raiſon du diametre de ce fil ; on voit de plus de part & d'autre des limites de l'ombre en *N L*, *Z Q*, des bandes ou franges de

Digitized by Google

lumiere colorée. On s'imaginera peut-être que les couleurs *N*, *E*, *L*, d'un côté de l'ombre, & *Z*, *V*, *Q*, de l'autre côté, repréſentent ſimplement la ſuite des couleurs de la lumiere, chacune des bandes ou franges ne donnant qu'une de ces couleurs. Mais ce ſont bien diſtinctement tout au moins trois ordres ou ſuites de couleurs de chaque côté, & poſées l'une auprès de l'autre, à peu près comme les ſpectres d'autant de priſmes ajuſtés l'un ſur l'autre au deſſus & au deſſous du corps diffringent *A B C D*. Ces trois ſuites de franges ou de couleurs ſont repréſentées ici dans leurs proportions ou approchant, *Fig. 67*, par raport à l'ombre *O* du cheveu, & marquées ſur le milieu des mêmes lettres que leurs correſpondantes dans la figure *66*. Ainſi la premiere, en partant de l'ombre, eſt *N* d'un côté & *Z* de l'autre; la ſeconde *E* & *V*, & la troiſieme *L* & *Q*. On voit dans la premiere de part & d'autre, en venant de l'ombre, les couleurs ſuivantes, violet, indigo, bleu pâle, vert, jaûne, rouge; dans la ſeconde, en ſuivant le même ordre, bleu, jaûne, rouge; & dans la troiſieme, bleu pâle, jaûne pâle, & rouge. Cette propriété des rayons de lumiere s'appele auſſi *inflexion*. Il y a des auteurs qui prétendent que M. Hook l'a découvert le premier, mais cet auteur eſt poſtérieur à Grimaldi. La cauſe n'en eſt pas bien connoe; on peut voir ſur ce ſujet les *conjectures de* M. Newton *dans ſon Optique*, & celles de M. de Mairan *dans les mém. acad.* 1738. (*O*).

M. de Liſle a donné des expériences à ce ſujet, dans ſes *Mémoires* imprimés à Pétersbourg, en 1738, M. Maraldi dans les *Mémoires de l'Académie*, *pour* 1723. *Voyez* auſſi le *Cours complet d'Optique*, traduit de l'anglois, de Robert Smith, à Avignon, 1767, *tome* 2, *p.* 214.

Les aſtronomes appelent *inflexion* le changement qu'éprouvent les rayons en paſſant près d'une planete, mais ils regardent celle-ci comme un effet de la réfraction. *Voyez* INFLEXION. (*D. L.*)

DIGNITÉ (*en Aſtrologie*), ſe dit de la ſituation d'une planete dans le ſigne où elle a le plus d'influence. (*Ozonam.*)

DIGRESSION, (*Aſtron.*), éloignement apparent des planetes au ſoleil; c'eſt à peu près la même choſe que ÉLONGATION: mais *digreſſion* ſe dit plus communément des planetes inférieures, mercure & vénus, qui ne s'éloignent du ſoleil que juſqu'à un certain point; mercure s'en éloigne de 28^d, & vénus de 48^d. Quand une de ces deux planetes eſt dans ſa plus grande *digreſſion* orientale ou occidentale, le rayon, par lequel nous la voyons, eſt une tangente à l'orbite de la planete, & elle nous paroît pendant quelque temps à la même diſtance du ſoleil, où à la même élongation; ces circonſtances ſont très-favorables pour déterminer exactement la ſituation & la grandeur d'une orbite, c'eſt-à-dire, le lieu de ſon aphélie, ſa diſtance au ſoleil, l'excentricité de l'ellipſe que la planete décrit. *Voyez* APHÉLIE, EXCENTRICITÉ, &c. (*D. L.*)

DIGUE, ſ. f. (*Hydrod.*) On appele généralement *digue* tout obſtacle oppoſé à l'éfort que fait un fluide pour ſe répandre. En ce ſens, il y a des *digues naturelles* & des *digues artificielles*. Il n'eſt ici queſtion que des dernieres; & alors une *digue* eſt un ſolide formé de terre ou de pierre, de charpente ou de faſcinage, ſouvent de pluſieurs de ces matieres, ou même de toutes enſemble, deſtiné à arrêter, quelquefois à détourner & à rejeter d'un autre côté les eaux d'un ruiſſeau, d'un fleuve ou de la mer.

Les *digues* prenent, relativement à leur objet & ſuivant les matériaux dont elles ſont compoſées, les noms de *chauſſées*, *quais*, *turcies*, *levées*, *bates*, *glacis*, *reverſoirs*, *jetées*, *môles*, *épis*, *batardeaux*, &c. ſur quoi il eſt bon de remarquer que pluſieurs de ces dénominations ſont ſynonymes, le même ouvrage changeant ſouvent de nom d'un pays à un autre.

La conſtruction la plus avantageuſe & les uſages des différentes ſortes de *digues*, font la matiere d'un ouvrage que j'ai compoſé, conjointement avec M. Viallet, Ingénieur des ponts & chauſſées, & qui remporta, en 1762, le prix quadruple de l'Académie des Sciences de Toulouſe. *Voyez* cet Ouvrage. Ici je me contente d'en extraire ce qui eſt relatif à la détermination & à la forme qu'une *digue* doit avoir pour réſiſter à la preſſion ou au choc des eaux qui tendent à la renverſer.

I. La ſolution de ce problême doit être établie ſur l'une des trois hypotheſes ſuivantes:

1°. On peut conſidérer la *digue* comme un corps abſolument continu que la preſſion ou le choc des eaux tend à renverſer, en le faiſant tourner ſur l'angle poſtérieur de ſa baſe, regardé comme fixe. Cette maniere de conſidérer l'éfort des eaux contre une *digue* eſt principalement applicable à celles qui ſe conſtruiſent en maçonerie, ſur-tout quand la maçonerie a une fois pris corps.

2°. La *digue* peut être regardée comme un ſolide inébranlable dans ſes fondemens, mais qui ne réſiſte pas également ſur toute ſa hauteur, & qui tend à ſe diviſer par tranches horizontales; en ſorte qu'il s'agit de déterminer la figure & les dimenſions que doit avoir cette même *digue*, relativement aux différentes charges d'eau qu'elle ſoutient à différentes profondeurs. Cette ſeconde hypotheſe convient ſur-tout aux *digues* qui ſeroient conſtruites entiérement en terres.

3°. On peut conſidérer les *digues*, comme ne pouvant être rompues, ni renverſées, mais comme devant gliſſer d'une ſeule piece, de ſorte qu'elles ne demeurent ſtables qu'en vertu de la réſiſtance occaſionée par le frotement de leur baſe, contre le ſol ſur lequel elles ſont poſées. Cette hypotheſe a rarement lieu dans la pratique, parce qu'on doit prendre toutes les précautions poſſibles

pour fonder ſolidement les *digues*, & pour les encaiſſer dans le terrain. Je ne donnerai pas ce calcul: ſi quelque lecteur veut le faire, il obſervera qu'on doit alors remplir ces deux conditions. 1°. La force horizontale qui tend à faire reculer la *digue*, doit être égale à la réſiſtance du frotement, qui eſt toujours, comme on ſait, une certaine partie de la preſſion totale que ſoufre le fond ſur lequel la *digue* tend à gliſſer. 2°. Le moment de la force horizontale, par raport à l'angle poſtérieur de la baſe, ſur lequel ſe fait la rotation au premier inſtant, doit être égal au moment de toutes les forces verticales, par raport au même angle. Il ſuffit d'indiquer cette méthode.

Examinons la forme & les dimenſions de la *digue*, dans les deux premieres hypotheſes, en ayant d'abord ſimplement egard à la preſſion des eaux ſtagnantes. Nous expliquerons enſuite la maniere de faire entrer dans le calcul l'éfort des eaux courantes.

Premiere Hypotheſe.

II. Soient, *Pl. Hydr. Fig.* 17, $FHNSE$ le profil d'une *digue* regardée comme un ſolide, dont toutes les parties ſont liées & continues; HK, le niveau des eaux qui tendent à la renverſer en la faiſant tourner ſur le point E, conſidéré comme fixe; FHN, SE des lignes quelconques, droites ou courbes, mais données; FE, l'épaiſſeur que la *digue* doit avoir à ſon pied, afin de n'être pas renverſée. Il eſt évident que dans le cas où les terres, au devant de la foudation du parement d'amont, ne joindroient pas parfaitement ce parement, l'eau s'inſinueroit dans ce ſolide, & preſſeroit la *digue* en cet endroit, ſuivant toute la hauteur de ſon niveau, au deſſus du fond de l'afouillement; ainſi, pour plus de ſûreté, il faut compter la profondeur des eaux depuis la naiſſance de la fondation, juſqu'au niveau des plus hautes eaux.

Ayant mené à l'axe horizontal HK, les ordonnées infiniment voiſines PM, pm; des points H & M, les verticales HT, MX; du point M, l'horizontale ML, &, du point E, la verticale EL: ſuppoſons $HT=a$; $FT=f$; $FE=z$; le moment de l'aire $FHNSE$, par raport au point $E=Z$; la peſanteur ſpécifique de l'eau $=p$; celle de la *digue* $=\Pi$; $HP=x$; $PM=y$.

On ſait que chaque élément Mm ſoufre une preſſion perpendiculaire RM, laquelle eſt proportionele à la hauteur PM. Décompoſons cette force RM en deux autres RQ, RT, l'une horizontale, l'autre verticale. On aura force $RQ=pydx\times\frac{RQ}{RM}$. Or (à cauſe des triangles ſemblables RQM, mVM), $\frac{RQ}{RM}=\frac{Vm}{Mm}=\frac{dy}{ds}$; donc force $RQ=pyds.\frac{dy}{ds}=pydy$. Ainſi, la force RQ ſera toujours la même, quelle que puiſſe être la courbe HF. Le moment de cette même force, par raport au point E, eſt $pydy\times LE=py-dy\times(a-y)$, dont l'intégrale eſt $\frac{pay^2}{2}-\frac{py^3}{3}$.

Suppoſant $y=a$, il nous viendra $\frac{pa^3}{6}$ pour le moment total de pouſſée horizontale de l'eau par raport au point E, & par conſéquent ce moment ſera toujours le même que le moment de la pouſſée horizontale de l'eau contre la verticale FK.

La ſeconde force RT ou $QM=pydx\times\frac{MQ}{RM}=pydx\times\frac{dx}{ds}=pydx$. Cette force conſpire, avec le poids de la *digue*, à affermir cette même *digue* ſur la baſe; & ſon moment, par raport au point E, eſt $pydx\times XE=pydx\times(x-f+x)$. Donc le moment de la pouſſée verticale entiere de l'eau, par raport au point E, ſera $f(x-f+x)pydx$. Lorſque cette intégration ſera effectuée, après avoir exprimé x en y, à l'aide de l'équation de la courbe connue FH, il faudra ſuppoſer $y=a$, afin d'avoir le moment de la pouſſée verticale de l'eau, correſpondant à toute la hauteur HT.

Maintenant, il eſt clair que le moment de la pouſſée horizontale de l'eau, qui tend à renverſer la *digue*, doit être contre-balancé par la ſomme des momens de la pouſſée verticale de l'eau, & du poids même de la *digue*, ou par le *moment unique* qui en réſulte. Ce moment unique conſtitue la ſtabilité de la *digue* ſur ſon pied FE: & comme il convient toujours de donner plus de ſtabilité à la *digue*, qu'il ne faut pour le ſimple équilibre, on multipliera un nombre m de fois, le moment de la pouſſée horizontale de l'eau, & on égalera le produit à la ſomme des momens de la pouſſée verticale de l'eau & du poids de la *digue*; ce qui donnera l'équation (A), $\frac{mpa^3}{6}=f(z-fx+x)pydx+\Pi Z$; d'où l'on tirera l'épaiſſeur z, la quantité Z étant une fonction connue de z.

III. Suppoſons, par exemple, que les deux paremens NF, SE, *Fig.* 18, ſoient deux lignes droites inclinées, faiſant, avec l'horizon, les angles donnés NFT, SEQ; & que le couronement NS ſoit une ligne droite horizontale. Abaiſſons les verticales NZ, SQ, & faiſons $SQ=NZ=b$, $EQ=g$, $FZ=r$: on aura $x=\frac{fy}{g}$;

$$f(z-f+x)pydx=\int\frac{f}{g}\left(z-f+\frac{fy}{g}\right)$$

$p\,y\,dy = \frac{p\,f\,z\,y^2}{2\,a} - \frac{p\,f^2\,y^3}{2\,a} + \frac{p\,f^2\,y^3}{3\,a^2} =$ (en faisant $y = a$), $\frac{p\,f\,z\,a}{2} - \frac{p\,f^2\,a}{6}$; $Z = (z - r - g) \times b\left(g + \frac{z-r-g}{2}\right) + \frac{b\,r}{2}\left(z - \frac{2\,r}{3}\right) + \frac{b\,g}{2}\cdot\frac{2\,g}{3} = \frac{b\,z\,z}{2} - \frac{b\,r\,z}{2} + \frac{b\,r\,r}{6} - \frac{b\,g\,g}{6}$. Par conſéquent l'équation générale (A) deviendra celle-ci, qui eſt du ſecond degré, $\frac{m\,p\,a^2}{6} = \frac{p\,f\,z\,a}{2} - \frac{p\,f\,f\,a}{6} + \frac{\Pi\,b\,z^2}{2} - \frac{\Pi\,b\,r\,z^2}{2} + \frac{\Pi\,b\,r^2}{6} - \frac{\Pi\,b\,g^2}{6}$.

Je laiſſe aux lecteurs le ſoin d'appliquer ces formules à des exemples particuliers.

Seconde Hypotheſe.

IV. Dans cette hypotheſe, comme dans la précédente, la *digue* eſt cenſée arrêtée fixément par ſon pied, de maniere qu'elle ne puiſſe pas gliſſer: mais ici elle eſt compoſée de tranches horizontales, ſuivant leſquelles elle peut ſe diviſer; & il s'agit de courber le parement d'amont de telle maniere, que ces différentes tranches réſiſtent également aux différentes forces qui tendent à les emporter. Nous ſuppoſons, pour écarter tout ce qui eſt étranger à la queſtion, que le parement d'aval ſoit à-plomb, & que la hauteur des eaux s'éleve à la hauteur de la *digue*.

Soient donc, *Fig.* 19, HFT le profil de la *digue*; HK le niveau des eaux; HI la courbe cherchée qui doit former le parement d'amont; la verticale HT le parement d'aval; $MNnm$ une tranche horizontale infiniment mince & indéterminée, ſuivant laquelle la *digue* tend à ſe rompre en vertu de l'éfort des eaux ſur HM. Cela poſé, il eſt clair que lorſque la *digue* ſe rompt en effet ſuivant MN, la partie ſupérieure HMN ſe détache de l'inférieure $MNTF$, en allant de M vers N, & qu'à l'inſtant de la rupture, il ſe fait autour du point N un petit mouvement de rotation. Il faut donc trouver les forces qui agiſſent ſur la tranche $MNnm$, & les mettre en équilibre autour du point N, regardé comme l'apui d'un lévier. Or ces forces ſont, 1°. la pouſſée horizontale de l'eau. 2°. La pouſſée verticale de l'eau. 3°. Le poids de la partie HMN de la *digue*. 4°. L'adhérence des deux ſurfaces MN, mn, laquelle naît de l'engrénement de leurs parties. Cette derniere force eſt analogue à la réſiſtance qu'une poutre, fixée dans un mur, & preſſée par un poids, oppoſe à ſa rupture; mais il faut bien marquer qu'entre ces deux ſortes de forces, il y a cette différence que les fibres d'une poutre ſont flexibles & extenſibles, ce qui fait qu'elle ne réſiſte pas également dans toute la ſection ſuivant laquelle elle ſe rompt, au lieu que l'adhérence des deux ſurfaces MN, mn de la *digue*, étant produite par l'engrénement de parties dures & dénuées de tout reſſort, doit être la même dans toute la longueur MN.

Des quatre forces dont nous venons de parler, il eſt évident que la premiere eſt la ſeule qui tende à renverſer la partie HMN ſur le point N, & qu'elle eſt contre-balancée par les trois autres. Reſte à trouver les momens de toutes ces forces par raport au point N, & à égaler le premier à la ſomme des trois autres. Or, en ſuppoſant HP ou $NM = x$, $PM = y$, la peſanteur ſpécifique de l'eau $= p$, celle de la *digue* $= \Pi$: on voit, 1°. que le moment de la pouſſée horizontale de l'eau $= \frac{p\,y_3}{6}$. 2°. Le moment de la pouſſée verticale de l'eau $\int p\,x\,y\,dx$. 3°. Le moment de la partie HMN de la *digue* $= \int \frac{\Pi\,x^2\,dy}{2}$. 4°. Le moment de la force d'adhérence des deux ſurfaces MN, mn eſt proportionel à $x \times \frac{x}{2}$; de ſorte qu'en ſuppoſant que, ſous une longueur donnée b, la force d'adhérence ſoit égale à un poids connu Q, & en obſervant que, comme il ne s'agit ici que de profils, ce poids peut être converti en une tranche carrée d'eau, qui ait pour côté la ligne connue K: le moment dont il s'agit ſera $\frac{p\,K^2}{b} \times \frac{x^2}{2}$; moment qui, comme l'on voit, eſt homogene à tous les autres. Par conſéquent on aura l'équation $\frac{p\,y_3}{6} = \int p\,x\,y\,dx + \int \frac{\Pi\,x^2\,dy}{2} + \frac{p\,K^2\,x^2}{2\,b}$, de laquelle il faut tirer la relation entre x & y. Pour cela, je différencie les deux membres; ce qui donne $\frac{p\,y^2\,dy}{2} = p\,x\,y\,dx + \frac{\Pi\,x^2\,dy}{2} + \frac{p\,K^2\,x\,dx}{b}$; ou bien (en faiſant, pour abréger, $\frac{p}{\Pi} = n$, $\frac{p\,K^2}{b\,\Pi} = N$), $n\,y\,y\,dy = x\,x\,dy + (2\,n\,y + 2\,N)\,x\,dx$; ou bien encore (en faiſant $2\,n\,y + 2\,N = z$), $x\,x\,dz + 2\,n\,z\,x\,dx = dz\,(z - 2\,N)^2$. Multipliant tout par $x^{\frac{1}{n}-1}$ pour $\frac{}{4\,n}$, rendre cette équation intégrale, on aura $x^2\,z^{\frac{1}{n}-1}$

$dz+2nz^{\frac{1}{n}}\,xdx=\frac{z^{\frac{1}{n}+1}dz}{4n}-\frac{Nz^{\frac{1}{n}}dz}{n}+\frac{N^2z^{\frac{1}{n}-1}dz}{n}$, dont l'intégrale eſt $nx^2z^{\frac{1}{n}}+A=\frac{z^{\frac{1+2n}{n}}}{4(1+2n)}-\frac{Nz^{\frac{1+n}{n}}}{1+n}+N^2z^{\frac{1}{n}}$; ou bien (en chaſſant z)

$$nx^2(2ny+2N)^{\frac{1}{n}}+A=\frac{(2ny+2N)^{\frac{1+2n}{n}}}{4(1+2n)}-\frac{N(2ny+2N)^{\frac{1+n}{n}}}{1+n}+N^2(2ny+2N)^{\frac{1}{n}}.$$

La conſtante A, ajoutée en intégrant, doit être telle qu'on ait $y=o$, lorſque $x=o$, car alors le moment de la pouſſée horizontale de l'eau s'évanouit, & par conſéquent les momens des autres forces doivent s'évanouir auſſi. Or cette ſuppoſition donne $A=\frac{(2N)^{\frac{1+2n}{n}}}{4(1+2n)}-\frac{N(2N)^{\frac{1+n}{n}}}{n+1}+N^2(2N)^{\frac{1}{n}}$. En ſubſtituant cette valeur de A dans l'équation précédente, on aura l'équation de la courbe cherchée HFT, exprimée en x & en y, & en quantités toutes connues. On voit que cette courbe, quoique d'un genre aſſez élevé, eſt très-facile à conſtruire, puiſque les indéterminées x & y ſe ſéparent d'elles-mêmes, & que, pour avoir x en y, on n'aura à réſoudre qu'une ſimple équation du ſecond degré, qui manque même de ſecond terme. Le nombre conſtant n eſt le raport connu des peſanteurs ſpécifiques de l'eau & de la *digue*. À l'égard de N, ſa valeur doit être déterminée par l'expérience.

V. Si on néglige la force d'adhérence, qui ne fait d'ailleurs que concourir à la ſolidité de la *digue*, la ſolution du problême ſe ſimplifie extrêmement; car alors $N=o$, & l'équation devient $nx^2(2ny)^{\frac{1}{n}}=\frac{(2ny)^{\frac{1+2n}{n}}}{4(1+2n)}$; d'où l'on tire aiſément $x=y\sqrt{\frac{n}{1+2n}}$; & d'où l'on voit que le parement d'amont HF eſt une ligne droite inclinée ſur ſa baſe FT, de maniere qu'on a $FT:HT::\sqrt{\frac{n}{1+2n}}:1$.

Dans les *digues* en terres pour leſquelles cette formule convient principalement, comme nous l'avons déja dit, les peſanteurs ſpécifiques p & Π ſont entr'elles à peu près comme les deux nombres 7 & 10, en ſorte qu'on a ici $n=\frac{7}{10}$; donc la valeur du radical $\sqrt{\frac{n}{1+2n}}$ eſt à très-peu près $\frac{7}{24}$; donc $FT:HT::13:24$ à peu près. Ainſi, ſuivant la théorie, le profil d'une *digue* en terre doit être un triangle rectangle dont la baſe ſoit les $\frac{13}{24}$ de la hauteur. C'eſt ſur quoi nous obſerverons deux choſes relativement à la pratique.

1°. Un talus de moitié de la hauteur, qui ne ſuffiroit pas pour des terres abandonées à elles-mêmes, conviendra parfaitement, lorſque ce talus ſera blocaillé. Il n'y auroit même aucun inconvénient à l'augmenter davantage, ſi on le jugeoit à propos. La théorie & la pratique peuvent donc s'accorder très-bien enſemble.

2°. Il eſt impoſſible que le parement de derriere de la *digue* ſe ſoutiene a-plomb, comme nous l'avons ſuppoſé dans la ſolution du problême; & il faut, ſi on ne le blocaille pas comme celui de devant, lui donner un talus qui varie, ſuivant le degré de fluidité des terres, entre les $\frac{7}{4}$ & les $\frac{5}{4}$ de la hauteur.

Comme il ne ſuffit pas de proportioner l'épaiſſeur de la *digue* à la ſimple preſſion des eaux, & qu'il faut encore ſe garantir des filtrations, & comme il ne convient pas d'ailleurs de terminer une *digue* par une crête aiguë qui ne pouroit pas ſe ſoutenir long-temps, on ne peut ſe diſpenſer de donner à la *digue*, à ſon ſommet, au moins deux pieds de largeur. Ce plus d'épaiſſeur & le talus du parement de derriere, produiront enſemble l'excédant de réſiſtance que la *digue* doit avoir ſur l'éfort qu'elle eſt obligée de ſoutenir. On voit par-là que la plupart des chauſſées d'étang, qui ne ſervent par en même temps de chemins, ont une épaiſſeur trop conſidérable.

Dimenſions qu'une digue doit avoir pour réſiſter tout-à-la-fois à la preſſion & au choc des eaux.

VI. Je ſuppoſe, pour plus de ſimplicité dans les réſultats, que les deux paremens de la *digue* ſoient des ſurfaces planes, ce qui eſt le cas le plus ordinaire. De plus, je ſuppoſe que la *digue* forme un corps ſolide & continu, qui tend à ſe renverſer en tournant ſur l'angle poſtérieur de ſa baſe.

Soient, *Fig.* 20, $CDFH$, la face plane d'une *digue*, ou d'un mur, que rencontre le lit d'une riviere ou d'un courant d'eau, ſuivant DF, & qui eſt frapé par l'eau ſuivant la direction oblique RB; $HFES$, la coupe verticale du mur, élevée ſur l'horizontale FE, perpendiculaire à l'horizon-

Digitized by Google

tale DF. Suppoſons que la hauteur des eaux, dans le temps des grandes crûes, s'éleve à la hauteur entiere HT du mur, & que les deux paremens HF, SE, aient le même talus.

Cela poſé, on ſait, par la théorie ordinaire de la percuſſion des fluides, que lorſqu'un fluide frape obliquement un plan, l'impulſion qui en réſulte perpendiculairement contre le plan, eſt en raiſon compoſée du plan, du carré de la viteſſe du fluide, & du carré du ſinus de l'angle d'incidence du fluide ſur le plan. Or, ſi d'un point quelconque R du filet RB, on abaiſſe ſur le plan $CDFH$ la perpendiculaire RX, & qu'on mene dans ce même plan la droite XB, qui rencontre RB au point B, il eſt viſible qu'en prenant le ſinus total pour l'unité, le ſinus de l'angle d'incidence du fluide ſur la face du mur, ſera exprimé par $\frac{RX}{RB}$; donc, en nommant V la viteſſe de l'eau, le choc perpendiculaire contre FH, ſera proportionel à $FH \times V^2 \times \left(\frac{RX}{RB}\right)^2$.

Soit mené ſuivant la direction du filet RB que je ſuppoſe horizontal, un plan horizontal qui rencontre la face du mur ſuivant AB; & par la droite RX, ſoit mené un plan $LKMm$ perpendiculaire à AB, & qui rencontre le plan horizontal paſſant par RB & par AB, ſuivant RO, & la face du mur ſuivant OX. Il eſt clair que l'angle ROX eſt égal à l'angle HFT du talus du parement d'amont, puiſque les droites RO, XO, ſont évidemment perpendiculaires au même point de l'horizontale AB. Or on a $RX = RO \times \mathit{ſin.}\ ROX = RO \times \mathit{ſin.}\ HFT$, & $RB = \frac{RO}{\mathit{ſin.}\ RBO}$; donc, $\frac{RX}{RB} = \mathit{ſin.}\ HFT \times \mathit{ſin.}\ RBO$; donc, le choc contre FH ſera encore proportionel à $FH \times V^2 \times (\mathit{ſin.}\ HFT)^2 \times (\mathit{ſin.}\ RBO)^2$.

Soient la verticale HT ou $SQ = a$; $FT = f$; $EQ = g$; $FH = \sqrt{(aa+ff)} = c$; le ſinus de l'angle HFT (pour le rayon 1) $= \frac{a}{c} = q$; le ſinus de l'angle $RBO = r$; l'épaiſſeur FE de la *digue* à ſon pied $= z$; la peſanteur ſpécifique de l'eau $= p$; la peſanteur ſpécifique du mur $= \Pi$. Suppoſons de plus que ſous une viteſſe donnée v, l'impulſion perpendiculaire de l'eau contre une ligne donnée K, ſoit égale à un poids connu Q: l'impulſion qui réſulte perpendiculairement contre FH, ſera $= \frac{Qc V^2 q^2 r^2}{Kv^2}$.

Comme tous les points de la droite HF ſoufrent des chocs égaux, la force $\frac{Qc V^2 q^2 r^2}{Kv^2}$ doit être imaginée réunie au point P, milieu de HF. Qu'on prene PV perpendiculaire à HF pour repréſenter cette force, & qu'on la décompoſe en deux autres PN, PZ, l'une horizontale, l'autre verticale. On aura force $PN = \frac{Qc V^2 q^2 r^2}{Kv^2} \times \frac{a}{c} = \frac{Qa V^2 q^2 r^2}{Kv^2}$; force $PZ = \frac{Qc V^2 q^2 r^2}{Kv^2} \times \frac{f}{c} = \frac{Qf V^2 q^2 r^2}{Kv^2}$.

Maintenant, on voit que la force PN tendra, ainſi que la pouſſée horizontale de l'eau qui naît de la preſſion, à renverſer le mur ſur le point E, tandis que la force PZ tendra, ainſi que le poids du mur & la pouſſée verticale de l'eau qui naît de la preſſion, à affermir le même mur ſur ſon pied FE. Or, on a trouvé (*art.* III) que le moment de la pouſſée horizontale de l'eau par raport au point $E = \frac{pz^3}{6}$; que le moment de la pouſſée verticale $= \frac{pfzz}{2} - \frac{pfff}{6}$; qu'enfin le moment du poids du mur $= \frac{\Pi a z^2}{2} - \frac{\Pi afz}{2} + \frac{\Pi af^2}{6} - \frac{\Pi ag^2}{6}$, à cauſe qu'on a ici $b = a$, $r = f$. Par conſéquent, en donnant au mur une ſtabilité m une fois multiple de celle que requiert le ſimple équilibre, on aura l'équation $\frac{mpz^3}{6} + \frac{mQaV^2q^2r^2}{Kv^2} = \frac{pfzz}{2} - \frac{pf^3}{6} + \frac{\Pi az^2}{2} - \frac{\Pi afz}{2} + \frac{\Pi af^2}{6} - \frac{\Pi ag^2}{6} + \frac{QfV^2q^2r^2}{Kv^2} \times \left(z - \frac{f}{2}\right)$; d'où l'on tirera la valeur de l'inconnue z. (*L. B.*)

* Nous ajouterons ici, au ſujet des *digues* de la Hollande, l'article ſuivant, qui eſt extrait d'une lettre écrite d'Alcmaer, en Hollande, le 7 novembre 1732, à M. de Mairan, ſur les vers qui rongent ces *digues*.

Tout ce pays eſt garanti des eaux de la mer par des pilotis; il faut d'abord obſerver que la Hollande, & plus particuliérement la Nort-Hollande où je demeure, eſt 14 pieds plus bas que n'eſt la mer, ou l'eau des canaux dans l'intérieur du pays; cela paroît incroyable à ceux qui ne l'ont pas vu; néanmoins cela eſt très vrai. Pour donc empêcher que la mer ne ſubmerge tout, on a fait un pilotage de bon bois de chêne le long de la mer nommée *Zuiderzée*, avec une digue de terre derriere les pilotis.

Depuis environ quatorze mois on s'eſt aperçu que preſque tous les pieux en pilotis ſont percés

& rougés de vers, & dans deux différens hant-temps ou tempêtes, la mer en a emporté environ 12000 toiſes, & ce qui reſte ne vaut pas mieux.

Ainſi la conſternation eſt extrême: juſqu'à préſent l'entretien de ces digues ou pilotis a été à la charge des terres qui y ſont paralleles; mais ces terres ſont ruinées & abandonées par leurs habitans, & ne peuvent plus porter les frais extraordinaires & immenſes qu'on eſt forcé de faire dans une telle crainte & calamité. Chaque toiſe de digue coûte ordinairement 500 florins, & chaque arpent de terre paye 25 florins par an pour ces digues: c'eſt ſouvent plus qu'il ne produit, & aujourd'hui pour porter les frais extraordinaires, il faudroit que chaque arpent payât 2000 florins, ce qui feroit plus de ſept fois ſa valeur: par conſéquent les particuliers abandoneroient toutes ces terres comme ils ont déja fait. Ainſi, l'état ou corps eſt obligé de faire une dépenſe qui, juſqu'à ce jour, & dès à préſent, monte à 12 millions, & à ſept cents cinquante mille florins pour le domage actuel. L'état lui-même eſt endété de toutes parts, & ne vent pas s'y préter, du moins ceux de la ſuſdite Hollande ne paroiſſent pas diſpoſés à vouloir ſecourir ceux de la Nort-Hollande, parce que la jalouſie a toujours été très-grande entre les uns & les autres.

Le ver en queſtion eſt de la grôſſeur d'une plume à écrire, & long de dix pouces, ſon corps n'a point de conſiſtance, & n'eſt proprement que de la morve; ſa tête eſt grôſſe & plate comme une lentille dure, comme un diamant de chaque côté de la tête; il a comme deux petites percieres avec leſquelles il perce les bois neufs, comme on feroit avec un vilebrequin de la grôſſeur du tuyau d'une plume, & il peree les pieux de tout ſens, à peu près comme un rayon de mouche à miel ou de guêpe. Il ne travaille que dans le bois qui eſt dans l'eau, celui qui eſt en terre ou qui eſt hors de l'eau n'eſt pas endomagé. En Friſe, le domage eſt encore plus grand qu'en Nort-Hollande. Trois mille pioniers travailleut actuélement à une digue qui commence à la ville de Heldelmpen, & qui s'étend vers l'orient en traverſant les terres, afin que s'il arivoit que la digue crevât d'un côté ou de l'autre, on pût néanmoins garantir une partie du pays.

DIHÉLIE, (*Aſtron.*), eſt le nom que Kepler donne à l'ordonée de l'ellipſe qui paſſe par le foyer, dans lequel on ſuppoſe que le ſoleil eſt placé. Ce nom vient de δὶς, *deux fois*, & ἥλιος, *Soleil*; parce que cette ordonée qu'on imagine paſſer par le centre du ſoleil, le coupe pour ainſi dire en deux. Ce mot n'eſt plus en uſage. (*O*).

DILATATION, (*Aſtronomie*), ſe dit de l'augmentation du diametre des planetes, cauſé par la grande lumiere qui les environe. On a cru longtemps que le diametre de la lune étoit beaucoup plus grand lorſqu'elle étoit lumineuſe, que lorſqu'elle paroiſſoit obſcure ſur le diſque lumineux du ſoleil dans les éclipſes. M. le Monnier ayant été en Écoſſe pour obſerver l'éclipſe annulaire du 25 juillet 1748, obſerva la lune ſur le ſoleil, & reconut que la diminution n'étoit pas telle que la Hire l'avoit cru. *Mém. de l'Acad.*, 1748. M. du Séjour la trouve de 6 à 7 ſecondes. *Mém.*, 1770. J'ai fait voir que cette dilatation étoit inſenſible, à l'égard de vénus dans ſes paſſages ſur le ſoleil, *Mém. de l'Acad.*, 1762. Le diametre du ſoleil paroît avoir une petite *dilatation*: M. du Séjour trouve qu'elle eſt d'environ 5 à 6", par ſes calculs de l'éclipſe de 1764, & j'ai trouvé le même réſultat par les paſſages de vénus ſur le ſoleil en 1761 & 1769. M. du Séjour trouve auſſi une inflexion de $3''\frac{1}{2}$ qui équivant à nue diminution du demi-diametre de la lune dans les éclipſes. *Voyez* IRRADIATION, INFLEXION. (*D. L.*)

DIMENSION, ſ. f. (*Géométrie*): c'eſt l'étendne d'un corps conſidéré en tant qu'il eſt meſurable, ou ſuſceptible de meſure.

Ainſi, comme nous concevons que les corps ſont étendus en *longueur*, *largeur* & *profondeur* ou *épaiſſeur*; nous concevons auſſi ces trois *dimenſions* dans la matiere: la longueur toute ſeule s'appele *ligne*; la longueur combinée avec la largeur prend le nom de *ſurface*; enfin la longueur, la largeur & la profondeur ou l'épaiſſeur, combinées enſemble, produiſent ce que l'on nomme un *ſolide*. *Voyez* LIGNE, SURFACE, SOLIDE.

On ſe ſert particuliérement du mot *dimenſion* pour exprimer les puiſſances des racines ou valeurs des quantités inconnues des équations, que l'on appele les *dimenſions* de ces racines. *Voyez* RACINE.

Ainſi, dans une équation ſimple ou du premier degré, la quantité inconnue n'a qu'une *dimenſion*, comme $x = a + b$. Dans nne équation du ſecond degré, l'inconnue eſt de deux *dimenſions*, comme $x^2 = a^2 + b^2$. Dans une équation cubique, telle $x^3 = a^3 - b^3$, elle a trois *dimenſions*. *Voyez* ÉQUATION, PUISSANCE, *&c.*

En général on dit, *en Algebre*, qu'une quantité comme $abcd$, abc, ab, *&c.* eſt d'autant de *dimenſions* qu'il y a de lettres ou de facteurs dont elle eſt compoſée. Ainſi $abcd$ eſt de quatre *dimenſions*, abc de trois, *&c.* On ſent aſſez la raiſon de cette dénomination priſe de la Géométrie. Si, par exemple, les produiſans ou facteurs a, b, c, du produit abc, ſont repréſentés par des lignes, le produit abc ſera repréſenté par un ſolide ou parallelépipede, dont l'une des *dimenſions* eſt a, l'autre b, l'autre c; de même le produit ab eſt de deux *dimenſions*, parce qu'il peut repréſenter une ſurface ou figure rectangle de deux *dimenſions* a, b, &c. Au reſte, il ne peut y avoir proprement que des quantités de trois *dimenſions*; car paſſé le ſolide, on n'en peut concevoir d'autres. Qu'eſt-ce donc que les quantités comme a^4, a^5, qu'on emploie dans l'application de l'Algebre à la Géométrie? Ces quantités peuvent être conſidérées ſous deux points de vue. Ou la ligne a eſt repréſentée par un nombre arithmétique,

tique, & en ce cas a^4 eſt la quatrieme puiſſance de ce nombre ; ou bien on doit ſuppoſer a^4 diviſé par une certaine ligne à volonté, qui réduiſe le nombre des *dimenſions* à 3. Par exemple, ſoit $x^5 + a\,x^4 + b^5 = o$, je dis que cette équation eſt la même choſe que $\frac{x^5 + a\,x^4 + b^5}{c^2} = o$, ce qui réduit les dimenſions à trois.

Remarquez qu'on peut toujours faire cette diviſion ; car, dans la Géométrie, tout ſe réduit toujours à des équations. On ne conſidere a^4 que pour le comparer à quelque autre quantité de même *dimenſion* ; & il eſt viſible qu'une équation continue d'avoir lieu, lorſqu'on diviſe tous ſes termes par une quantité conſtante quelconque. On bien on peut regarder a & b dans l'équation comme des nombres, qui ſoient entr'eux comme les lignes repréſentées par a & b, & alors x ſera un nombre, & on n'aura que faire de diviſion. Cette maniere de conſidéter les quantités de plus de *trois dimenſions*, eſt auſſi exacte que l'autre ; car les lettres algébriques peuvent toujours être regardées comme repréſentant des nombres, rationels ou non. J'ai dit plus haut qu'il n'étoit pas poſſible de concevoir plus de trois *dimenſions*. Un homme d'eſprit de ma connoiſſance croit qu'on pourroit cependant regarder la durée comme une quatrieme *dimenſion*, & que le produit du temps, par la ſolidité, ſeroit en quelque maniere un produit de quatre *dimenſions* ; cette idée peut être conteſtée, mais elle a, ce me ſemble, quelque mérite, quand ce ne ſeroit que celui de nouveauté.

Dans les fractions algébriques la *dimenſion* eſt égale à celle du numérateur, moins celle du dénominateur : ainſi $\frac{a^3}{a}$ ou $\frac{a^3}{b}$ eſt de deux *dimenſions*. En effet, on peut ſuppoſer $\frac{a}{b} = c\,c$. Par la même raiſon $\frac{a^3}{a^3}$ ou $\frac{a^3}{b^3}$ eſt de *dimenſion nulle* ; & on appele ainſi en général toute fraction où le numérateur a une *dimenſion* égale à celle du dénominateur. $\frac{a^3}{b^4}$ ſeroit de la *dimenſion* -1 ; ce qui ne ſignifie autre choſe, ſinon que cette quantité étant multipliée par une quantité de *dimenſion* poſitive m, le produit ſeroit de la *dimenſion* $m-1$; car voilà tout le myſtere des *dimenſions* négatives & des expoſans négatifs. *Voyez* EXPOSANT. (*O*).

DIOPHANTE (*Problêmes ou queſtions de*). On appele ainſi certaines queſtions ſur les nombres carrés, cubes, les triangles rectangles, &c. du genre de celles qui ont été examinées & réſolues autrefois par *Diophante*, mathématicien d'Alexandrie, qu'on croit avoir vécu vers le troiſieme ſiecle. Nous avons ſon ouvrage qui a été commenté & publié à Paris en 1621, par Bachet de Meziriac ; il y en a une autre édition faite en 1670, avec des obſervations de M. Fermat ſur quelques-unes des queſtions de *Diophante*. Dans ces queſtions, il s'agit de trouver des nombres commenſurables qui ſatisfaſſent à des problêmes indéterminés, auxquels ſatisferoient une infinité de nombres incommenſurables. Par exemple, on propoſe de trouver un triangle rectangle dont les côtés x, y, z, ſoient exprimés par des nombres commenſurables. Il eſt certain qu'on aura en général $x\,x + y\,y = z\,z$, z étant ſuppoſée l'hypoténuſe. *Voyez* HYPOTÉNUSE. Mais on voit auſſi que l'on peut prendre x & y, tels que z ſoit un incommenſurable ; car ſi, par exemple, $x = 1$ & $y = 2$, on aura $z = \sqrt{5}$. Or il s'agit de déterminer x & y à être tels, que non ſeulement x & y, mais encore z ſoient des nombres commenſurables. De même ſoit propoſé de partager un nombre carré a^2 en deux autres nombres qui ſoient auſſi carrés, & ainſi des autres. Voilà ce qu'on appele les *queſtions de Diophante*.

L'art de réſoudre ces ſortes de queſtions conſiſte à employer & à manier tellement les inconnues ou l'inconnue, que le carré & les plus hautes puiſſances de cette inconnue diſparoiſſent de l'équation, & qu'il ne reſte que l'inconnue élevée au premier degré, au moyen de quoi on réſout cette équation ſans avoir recours aux incommenſurables. Donnons-en un exemple ſur les triangles rectangles en nombres. On propoſe de trouver x, y, z, telles que $x\,x + y\,y = z\,z$: ſoit ſuppoſé $z = x + u$, on aura $x\,x + y\,y = x\,x + 2\,x\,u + u\,u$; d'où l'on voit qu'on peut faire diſparoître $x\,x$, & qu'on aura $\frac{y\,y - u\,u}{2\,u} = x$; donc, prenant y & u pour tout ce qu'on voudra, on trouvera que le côtés du triangle ſont y, $\frac{y\,y - u\,u}{2\,u}$, & l'hypoténuſe $x + u = \frac{y\,y + u\,u}{2\,u}$: par exemple, ſoit $y = 3$, $u = 1$: on aura $\frac{y\,y - u\,u}{2\,u} = \frac{8}{2} = 4$, & $x + u = \frac{10}{2} = 5$. Ainſi, 3, 4, ſont les deux côtés du triangle, & 5 l'hypoténuſe. On voit aiſément que ce problême a une infinité de ſolutions.

Autre problême. Soit propoſé de trouver une quantité x, telle que $a + b\,x + x\,x$ ſoit un carré, on fera de même $a + b\,x + x\,x$ égale au carré de $x + z$, & on aura $a + b\,x = 2\,x\,z + z\,z$; donc $x = \frac{a - z\,z}{2\,z - b}$. Ainſi, prenant z pour tout ce qu'on voudra, on aura x.

Autre. Soit propoſé de partager un nombre $a^2 + b^2$, compoſé de deux carrés en deux autres carrés ; ſoit $s\,x - a$, l'un des nombres cherchés, & $r\,x - b$ l'autre, s & r étant des coëfficiens indé-

terminés: on aura $a^2+b^2=s^2x^2-2sxa+a^2+r^2x^2-2rxb+bb$; donc $s^2x-2sa+r^2x-2rb=o$; donc $x=\frac{2sa+2rb}{r^2+s^2}$. Ainſi, prenant pour r & s tels nombres qu'on voudra, on aura x.

Autre. Soit propoſé de trouver x, telle que $aa-xx$ ſoit un carré. Je fais $\sqrt{aa-xx}=(a-x)z$, & j'ai $aa-xx=\overline{a-x}^2zz$, & diviſant par $a-x$, j'ai $a+x=az-xz$; donc $\frac{az-a}{z+1}=x$. Ainſi, prenant pour z tout ce qu'on voudra, on aura x.

Voilà, ce me ſemble, un nombre ſuffiſant d'exemples pour donner dans un ſimple Dictionaire l'idée des problêmes de *Diophante*. Ceux qui voudront étudier plus à fond cette matiere, la trouveront très-bien traitée dans les *élémens d'Algebre de* Saunderſon, *in*-4°. *Cambridge* 1740, *liv. VI*, *tom. II*. M. Euler, dans différens volumes des mémoires de Petersbourg, a donné auſſi d'une maniere très-ſavante la ſolution de pluſieurs problêmes du genre de ceux de *Diophante*. *Voyez* ſur-tout le *tome II de l'Algebre de M. Euler*.

Remarquons en paſſant que cette méthode de réduire à des quantités rationeles les quantités irrationeles, eſt fort utile dans le calcul intégral, pour réduire une différentiele donnée en fraction rationele. *Voyez* CALCUL INTÉGRAL, FRACTION.

En effet, ſoit donné $\frac{dx}{\sqrt{a+bx+xx}}$: on transformera cette quantité en fraction rationele, en ſuppoſant comme ci-deſſus $x+z=\sqrt{a+bx+xx}$.

On transformeroit de même $\frac{dx}{\sqrt{a+bx-xx}}$, en ſuppoſant que $p-x$ eſt un facteur de $a+bx-xx$, & faiſant $\sqrt{a+bx-xx}=(p-x)z$. *Voyez le Mémoire* que j'ai donné ſur ce ſujet dans le volume de l'Académie de Berlin, pour l'année 1746. *Voyez* auſſi le *Traité du calcul intégral de* M. de Bougainville le jeune, *Ie partie* chap. *des Tranſformations des différentieles*.

„ L'ouvrage de *Diophante* eſt, dit M. Saunderſon, le premier ouvrage d'Algebre que nous „ trouvions dans l'antiquité. Ce n'eſt pas qu'il „ ſoit l'inventeur de cet art; car outre qu'on en „ trouve quelques traces dans des auteurs plus anciens, *Diophante* ne donne point dans ſon ouvrage les regles de l'Algebre: il traite cette „ ſcience comme déja connue „.

M. Saunderſon fait enſuite un grand éloge de la ſagacité que *Diophante* a montrée dans la ſolution des problêmes qui ont retenu ſon nom. Il ajoute que du temps de *Diophante*, on ne connoiſſoit point encore la méthode de nommer par des lettres les nombres connus, comme on fait les nombres inconnus, ni la méthode d'introduire pluſieurs lettres pour déſigner pluſieurs quantités inconnues différentes; il reconoît que, faute de cet avantage, on trouve quelquefois dans les ſolutions de *Diophante* un peu de confuſion. Nous n'examinerons point ici ſi ce qu'on trouve dans l'ouvrage de *Diophante* peut être regardé comme de l'Algebre; & ſuppoſé que c'en ſoit en effet, juſqu'où les anciens paroiſſent avoir pouſſé cette ſcience. C'eſt une queſtion qui nous conduiroit trop loin, qui n'appartient qu'indirectement à cet article, & que nous pourons avoir occaſion de traiter ailleurs. *Voyez* ALGEBRE & MATHÉMATIQUES. (*O*).

DIOPTRIQUE, ſ. f. Science de la viſion qui ſe fait par des rayons rompus, c'eſt-à-dire, par des rayons qui, paſſant d'un milieu dans un autre, comme du verre dans l'air ou dans l'eau, ſe briſent à leur paſſage, & changent de direction. On appele auſſi cette ſcience *anaclaſtique*. Ce mot vient du grec, & ſignifia *ſcience des réfractions*. *Voyez* ANACLASTIQUE & VISION.

Le mot *Dioptrique* tira ſon origine auſſi du grec, & eſt compoſé de διὰ, *per*, *au travers*, & ὄπτομαι, *je vois*.

La *Dioptrique*, priſe dans un ſens plus étendu, eſt la troiſieme partie de l'Optique, dont l'objet eſt de conſidérer & d'expliquer les effets de la réfraction de la lumiere, lorſqu'elle paſſe par différens milieux: tels que l'air, l'eau, le verre, & ſur-tout les lentilles. *Voyez* OPTIQUE.

Ainſi, on peut diſtinguer deux parties dans la *Dioptrique*; l'une, conſidere indépendamment de la viſion, les propriétés de la lumiere, lorſqu'elle traverſe les corps tranſparens, & la maniere dont les rayons ſe briſent & s'écartent, ou s'approchent mutuélement; l'autre, examine l'effet de ces rayons ſur les yeux, & les phénomenes qui doivent en réſulter par raport à la viſion.

M. Deſcartes a donné un traité de *Dioptrique*, qui eſt un de ſes meilleurs ouvrages. On trouve dans le recueil des œuvres de M. Huyghens, un traité de *Dioptrique* aſſez étendu. Barrow a traité auſſi fort au long de cette partie de l'Optique, dans ſes *lectiones Opticæ*, auſſi-bien que M. Newton, dans un ouvrage qui porte le même titre, & qu'on trouve dans le *recueil* de ſes opuſcules, imprimé à Lauſanne en trois vol. *in*-4°. 1744. Cette matiere ſe trouve auſſi fort aprofondie dans l'Optique du même auteur. M. Goiſnée a donné, dans les *mém. de l'acad. de* 1704, la ſolution d'un problême général, qui renferme preſque toute la *Dioptrique*; & le P. Mallebranche a inſéré ce problême à la fin de ſa *Recherche de la vérité*. Nous parlerons plus bas d'un ouvrage de M. Smith ſur cette matiere.

Une des principales difficultés de la *Dioptrique* eſt de déterminer le lieu de l'image d'un objet qui eſt vu par réfraction. Les auteurs d'Optique ne ſont point d'acord là-deſſus. Pour expliquer bien

nétement en quoi ils different, imaginons un objet *O*, *Pl. Opt. Fig.* 68, plongé dans une eau tranquille, dont la ſurface ſoit *FG*, & que l'œil *A* voit par le rayon rompu *OHA*. Il eſt queſtion de déterminer en quel endroit cet objet *O* doit paroître. Il eſt certain d'abord qu'il doit paroître dans le prolongement du rayon *AH*, puiſque l'œil eſt affecté de la même maniere, que ſi l'objet étoit dans le prolongement de ce rayon; mais en quel endroit de ce prolongement raportera t-on l'objet? C'eſt ſur quoi les auteurs de *Dioptrique* ſont partagés. Les uns prétendent que l'objet *O* doit paroître dans l'endroit où le rayon rompu *HA* coupe la perpendiculaire, menée de l'objet *O* ſur la ſurface *FG*, c'eſt-à-dire, en *L*. La raiſon principale que ces auteurs en apportent, eſt que tout objet vu par un rayon réfléchi, eſt toujours raporté à l'endroit où le rayon réfléchi coupe la perpendiculaire, menée de l'objet ſur la ſurface réfléchiſſante, & qu'il en doit être de même des rayons rompus. Mais, 1°. le principe d'où partent ces auteurs ſur le lieu de l'image vue par des rayons réfléchis, eſt ſujet à beaucoup de difficultés, comme on le verra à l'*article* MIROIR; 2°. quand même ce principe ſeroit vrai & général, on ne ſeroit pas en droit de l'appliquer ſans aucune eſpece de preuve, pour déterminer le lieu de l'image vu par des rayons rompus.

D'autres auteurs prétendent que le lieu de l'image de l'objet *O* doit être au point *K*, qui eſt le point de concours des deux rayons rompus infiniment proches, *IA*, *HA*. Voici la raiſon qu'ils en apportent. Il eſt certain que l'objet *O* envoie à l'œil *A* un certain nombre de rayons, parce que la prunelle a une certaine largeur. Si donc on ſuppoſe que *IA* & *HA* ſoient deux de ces rayons, il eſt facile de voir que ces rayons entrent dans l'œil, de la même maniere que s'ils venoient directement du point *K*: or tous les autres rayons qui entrent dans l'œil concourent à peu près au même point *K*, parce que la prunelle a peu de largeur, & qu'ainſi le nombre des rayons qui y entrent n'eſt pas fort grand: ainſi, l'objet doit paroître au point *K*. Il faut avouer que ce raiſonement paroît beaucoup plus plauſible que celui des partiſans de la premiere hypotheſe, auſſi l'opinion dont il s'agit ici, eſt celle des plus célebres auteurs d'Optique, entr'autres de Barrow & de Newton. Le premier de ces auteurs dit même avoir fait une expérience facile, par le moyen de laquelle il s'eſt aſſuré de la fauſſeté de l'opinion ancienne ſur le lieu de l'image. Il atacha au bout d'un fil *NO*, *Planche Opt. Fig.* 69, un plomb *O*, & deſcendit ce fil dans une eau ſtagnante, dont la ſurface étoit *FG*; en ſorte que la partie *NV* étoit vue par réflexion au dedans de l'eau, & la partie *OV* par réfraction, l'œil étant placé en *A*: l'image de la partie *NV*, vue par réflexion, étoit en ligne droite avec *NV*, comme elle le devoit être en effet; & l'image de la partie *OV* paroiſſoit s'éloigner de la perpendiculaire, & former une courbe *VRM*. Or, ſi les points du fil *OV* devoient paroître dans la perpendiculaire *OV*, comme le prétendent ceux qui ſoutienent la premiere opinion, l'image de la partie *OV* auroit dû paroître droite, & non pas courbe, & de plus elle auroit dû ſe confondre avec celle de *NV*.

Cependant Barrow avoue lui-même à la fin de ſon Optique, qu'il y a des cas où l'expérience eſt contraire à ſon principe ſur le lieu de l'image: ce ſont les cas où les rayons rompus, au lieu d'entrer divergens dans l'œil, y entrent convergens; car alors le point de réunion des rayons eſt derriere l'œil, & on devroit voir l'objet derriere ſoi, ce qui eſt abſurde. *Voyez* ce que nous dirons ſur ce ſujet à l'*article* MIROIR. *Voyez auſſi* APPARENT.

M. Smith, dans ſon *Optique* imprimée à Cambridge en 1738, & qu'on peut regarder comme l'ouvrage le plus complet que nous ayons juſqu'à préſent ſur cette matiere, ataque le ſentiment de Barrow, & s'en écarte. Selon cet auteur, la grandeur apparente d'un objet vu par un verre ou un miroir, eſt d'abord proportionele à l'angle viſuel; enſuite, pour avoir le lieu apparent, il dit que l'objet paroît à la même diſtance à laquelle il paroîtroit à la vue ſimple, s'il étoit vu de la grandeur dont il paroît au moyen du verre. Ainſi, je ſuppoſe un objet d'un pouce de grandeur vu par un verre; ſi l'angle viſuel eſt augmenté du double, l'objet paroîtra double: cela poſé, placez l'objet d'un pouce entre les deux rayons rompus qui forment l'angle viſuel, de maniere qu'il ſoit raſé par ces rayons; & vous aurez le lieu où paroîtra l'objet. M. Smith prétend avoir confirmé ſon opinion par des expériences. *Voyez* ſon ouvrage, *art.* 104 *& ſuiv.* & les *remarques à la fin de l'ouvrage*, *pages* 30 *& ſuiv.* Il prétend auſſi expliquer par ſon principe l'opinion de Barrow. Mais le principe de M. Smith eſt-il lui-même ſans difficulté? Eſt-il bien vrai en premier lieu que la grandeur apparente de l'objet dépende uniquement de l'angle viſuel? *Voyez* APPARENT. Cela n'eſt pas vrai dans l'Optique ſimple: pourquoi cela ſeroit-il vrai généralement dans la *Dioptrique*? Eſt-il bien vrai, en ſecond lieu, que la diſtance apparente ſoit d'autant plus petite, que la grandeur apparente eſt plus grande? Je doute que l'expérience ſoit bien conforme à cette idée. Un objet vu avec une forte loupe, & fort grôſſi par conſéquent, devroit, ſuivant cette regle, paroître plus près que le même objet à la vue ſimple. Cependant, cet objet n'eſt éloigné que de quelques lignes de l'œil, & ſon image paroît à une diſtance beaucoup plus grande.

Voyez les regles de la Dioptrique, expliquées plus au long dans les *articles* RÉFRACTION, LENTILLE, *&c.* & l'application qu'on en fait dans la conſtruction des téleſcopes, des microſcopes, & d'autres inſtrumens de *Dioptrique*, aux *articles* TÉLESCOPE, MICROSCOPE, *&c.* (*O*).

DIOPTRIQUE, adj. ſe dit en général de tout ce qui a raport à la *Dioptrique*. Il eſt oppoſé à *ca-*

toptrique, auſſi pris adjectivement. Ainſi, on dit *téleſcope dioptrique*, d'un téleſcope entiérement par réfraction, c'eſt-à-dire, compoſé de verres, pour l'oppoſer au téleſcope catoptrique ou catadioptrique, qui eſt un téleſcope par réflexion, compoſé de verres & de miroirs. *Voy.* TÉLESCOPE. (*O*).

DIPLANTIDIENE, (*Aſtr.*); nom d'une lunete à deux objectifs, propoſée par M. Jeaurat, dans les *Mémoires de l'Académie*, pour 1779. *Voyez* LUNETE DOUBLE. (*D. L.*)

DIRECT, (*Aſtronom.*). On conſidere les planetes dans trois états; ſavoir, *directes*, *ſtationaires*, & *rétrogrades*. *Voyez* PLANETE.

On dit qu'elles ſont *directes*, quand elles paroiſſent ſe mouvoir vers l'orient, ſuivant l'ordre des ſignes du zôdiaque; ſtationaires, quand elles paroiſſent reſter au même point; & rétrogrades, quand elles paroiſſent ſe mouvoir dans un ſens contraire, ou vers l'occident. *Voyez* RÉTROGRADATION.

DIRECT, adj. On dit, *en Arithmétique & en Géométrie*, une raiſon *directe* ou une proportion *directe*. Pour bien concevoir ce que c'eſt, ſuppoſons deux grandeurs *A*, *B* d'une part, & deux autres grandeurs *C*, *D* d'une autre part; & conſidérant les deux premieres *A*, *B* comme des cauſes dont les deux autres *C*, *D* ſont les effets, en ſorte que la premiere cauſe *A*, ſoit au premier effet *C*, comme la ſeconde cauſe *B*, eſt au ſecond effet *D*, on dit en ce cas, que les cauſes ſont en raiſon *directe* des effets. Mais ſi la premiere cauſe *A* eſt au premier effet *C*, comme le ſecond effet *D* eſt à la ſeconde cauſe *B*, alors les cauſes ſont en raiſon *inverſe* ou *réciproque* des effets. On voit par ces exemples, pourquoi ces raiſons ou proportions ont été ainſi dénomées.

Quand deux triangles ſont ſemblables, leurs côtés homologues ſont en raiſon *directe*. *Voyez* RAISON, PROPORTION. Les corps ſont attirés en raiſon *directe* de leurs maſſes, & en raiſon *renverſée* du carré de leurs diſtances. *Voyez* RENVERSÉ, RÉCIPROQUE, INVERSE. (*E*).

DIRECT, adj. *en Optique* : viſion *directe* d'un objet, eſt celle qui eſt formée par des rayons *directs*; c'eſt-à-dire, par des rayons qui viennent directement & immédiatement de l'objet à nos ieux. Elle eſt oppoſée à la viſion qui ſe fait par des rayons ou réfléchis ou rompus, c'eſt-à-dire, par des rayons qui partent de l'objet, & qui avant d'ariver à nos ieux, tombent ſur la ſurface d'un miroir qui nous les renvoie, ou ſur la ſurface d'un corps tranſparent qui les briſe, & à travers lequel ils paſſent.

DIRECTEMENT, adv. *en Géométrie* : on dit que deux lignes ſont *directement* l'une vis-à-vis de l'autre, quand elles ſont partie d'une même ligne droite.

On dit, *en Méchanique*, qu'un corps heurte ou donne *directement* contre un autre, s'il le frape dans une ligne droite perpendiculaire au point de contact.

En particulier, une ſphere frape *directement* contre une autre ſphere, quand la ligne de la direction du choc paſſe par les deux centres.

DIRECTION, ſ. f. (*Méch.*), eſt en général la ligne droite ſuivant laquelle un corps ſe meut ou eſt cenſé ſe mouvoir.

DIRECTION *ou* LIGNE DE DIRECTION, *en Méchanique*, ſignifie particuliérement la ligne qui paſſe par le centre de la terre, & par le centre de gravité d'un corps.

Il faut néceſſairement qu'un homme tombe, lorſque la ligne de direction, priſe dans le ſens qu'on vient d'indiquer, ne paſſe pas par le point d'apui de cet homme ſur la ſurface de la terre.

Angle de direction, en Mechanique, eſt l'angle compris entre les lignes de *direction* de deux puiſſances qui conſpirent. *Voyez* ANGLE & PUISSANCES CONSPIRANTES.

Direction de l'aimant, eſt la propriété qu'a l'aimant, ou une aiguille aimantée, de tourner toujours une de ſes extrémités du côté d'un des poles de la terre, & l'autre extrémité du côté de l'autre pole. *Voyez* MAGNÉTISME.

DIRECTION, *en Aſtronomie*, ſe dit du mouvement d'une planete, lorſqu'elle eſt directe, c'eſt-à-dire, lorſqu'elle paroît ſe mouvoir d'occident en orient, ſelon la ſuite des ſignes. La *direction* eſt l'état oppoſé à la ſtation & rétrogradation. *Voyez* STATION & RÉTROGRADATION.

On dit en *Géométrie* que trois points, ou que deux ou pluſieurs lignes ſont dans la même *direction*, quand ces points ou ces lignes ſe trouvent préciſément dans une ſeule & même ligne droite. (*O*).

DIRECTIONS, dans l'ancienne Aſtrologie, étoient des arcs de l'équateur qui meſuroient les diſtances entre le ſignificateur & le prometeur, ou le temps qu'il falloit pour que le point du ciel appelé *prometeur*, arivât au cercle dans lequel ſe trouvoit le point ſignificateur. Kepler a donné même dans ſes *Tables Rudolphines*, une méthode pour calculer les directions, & l'on en trouve des tables dans tous les anciens livres d'aſtrologie; mais ces rêveries ne valent pas la peine d'être placées dans un ouvrage qui doit être conſacré aux connoiſſances utiles, dignes d'être tranſmiſes à la poſtérité.

DIRECTRICE, ſ. f. c'eſt un terme de *Géométrie* qui exprime une ligne, le long de laquelle on fait couler une autre ligne ou une ſurface dans la génération d'une figure plane, ou d'un ſolide. *Voyez* GÉNÉRATION.

Ainſi, ſi la ligne *A B*, *Pl. de Géom. Fig.* 67, ſe meut parallélement à elle-même le long de la ligne *A C*, de maniere que le point *A* ſoit toujours dans la ligne *A C*, il en naîtra un parallélogramme, comme *A B C D*, dont le côté *A B* eſt la ligne décrivante ou génératrice; & la ligne *A C* eſt la *directrice*. De même encore, ſi l'on ſuppoſe que la ſurface *A B C D* ſe meut le long de la ligne *C E*, dans une poſition toujours parallele à ſa premiere ſituation, il en naîtra le ſolide *A D E H*,

Digitized by Google

dans lequel la ſurface *A D* eſt le plan générateur, & la ligne *C E* eſt la *directrice*.

Dans la deſcription de la parabole, que l'on peut voir au *mot* Coniques, la ligne *D E*, *Figure 9, ſect. con.*, eſt la *directrice*. (*O*).

DISCRETE, adj. (*Géom. & Phyſ.*): la proportion *diſcrete* ou *diſjointe* eſt celle où le raport de deux nombres ou quantités eſt le même que celui de deux autres quantités, quoiqu'il n'y ait pas le même raport entre les quatre nombres. *Voyez* Raison & Proportion.

Ainſi, ſuppoſant la proportion des nombres 6 : 8 :: 3 : 4, le raport des deux premiers 6, 8, eſt le même que le raport des deux derniers 3, 4; par conſéquent ces nombres ſont *proportionels*; mais ils ne le ſont que d'une maniere *diſcrete* ou *diſjointe*; car 6 n'eſt pas à 8, comme 8 eſt à 3; c'eſt-à-dire, que la proportion eſt interrompue entre 8 & 3, & n'eſt pas continuée pendant tout ſon cours, comme dans les proportions ſuivantes, où les termes ſont continuement proportionels, 3 : 6 :: 6 : 12 : : 12 : 24, ou ∴ 3 : 6 : 12 : 24, *&c.*

La quantité *diſcrete* eſt celle dont les parties ne ſont point continues ou jointes enſemble. *Voyez* Quantité. Tel eſt un nombre, dont les parties étant des unités diſtinctes, ne peuvent former un ſeul *continu*: car ſelon quelques-uns, il n'y a point dans le *continu* de parties actuélement déterminées avant la diviſion: elles ſont infinies en puiſſance; c'eſt pourquoi l'on a coutume de dire que la *quantité continue eſt diviſible à l'infini*. (*E*).

DISJOINT, adj. on dit *en Arithmétique* une proportion *diſjointe*, pour déſigner une proportion *diſcrete*. *Voyez* Discrete. (*O*).

DISQUE ſe dit, *en termes d'Optique*, par quelques auteurs, de la grandeur des verres de lunetes, & de la largeur de leur ouverture, de quelque figure qu'ils ſoient, plans, convexes, meniſques, ou autres. Ce mot n'eſt plus en uſage; on emploie les mots d'*ouverture* ou de *champ*, ſurtout dans les ouvrages écrits en françois. (*O*).

Disque, *terme d'Aſtronomie*; c'eſt le corps du ſoleil ou de la lune, tel qu'il paroît à nos ieux.

La largeur du *diſque* ſe diviſe en douze parties qu'on appele *doigts*, & c'eſt en doigts qu'on meſure la grandeur d'une éclipſe.

DISSEMBLABLE, adj. *en Géométrie*, eſt l'oppoſé de *ſemblable*: ainſi *triangles diſſemblables*, ſont des triangles dont les angles ne ſont point egaux. *Voyez* Semblable. (*O*).

DISTANCE, ſ. f. (*Géom. & Phyſiq.*); ce mot ſignifie proprement *le plus court chemin qu'il y a entre deux points, deux objets*, &c. Donc la *diſtance* d'un point à un point, eſt toujours une ligne droite tirée entre ces deux points, puiſque la ligne droite eſt la plus courte qu'on puiſſe mener d'un point à un autre. Par la même raiſon, la *diſtance* d'un point à une ligne, eſt une perpendiculaire menée de ce point à cette ligne.

On meſure les *diſtances* en Géométrie par le moyen de la chaîne, de la toiſe, du pied, *&c.*

On découvre les *diſtances* inacceſſibles en prenant d'abord une longueur que l'on appele *baſe*, & obſervant enſuite la grandeur des angles, que font les rayons viſuels tirés des extrémités de cette baſe aux extrémités de ces *diſtances* inacceſſibles. *Voyez* Planchete, Graphometre, *&c.* (*O*).

Distance apparente des objets. La maniere dont nous en jugeons, eſt le ſujet d'une grande queſtion parmi les Philoſophes & les Opticiens. Il y a ſix choſes qui concourent à nous mettre à portée de découvrir la *diſtance des objets*, ou ſix moyens dont notre âme ſe ſert pour former ſes jugemens à cet égard. Le premier moyen conſiſte dans cette configuration de l'œil, qui eſt néceſſaire pour voir diſtinctement à diverſes *diſtances*.

Il ne peut y avoir de diviſion diſtincte, à moins que les rayons de lumiere qui ſont renvoyés de tous les points de l'objet aperçu ne ſoient briſés par les humeurs de l'œil, & réunis en autant de points correſpondans ſur la rétine. Or la même conformation de l'œil n'eſt pas capable de produire cet effet pour toutes les *diſtances*; cette conformation doit être changée, & ce changement nous étant ſenſible, parce qu'il dépend de la volonté de notre âme, qui en regle le degré, nous met à portée, en quelque façon, de juger des *diſtances*, même avec un œil ſeul. Ainſi, lorſque je regarde un objet, par exemple, à la *diſtance* de ſept pouces, je conçois cette *diſtance* par la diſpoſition de l'œil, qui m'eſt non ſeulement ſenſible à ce degré d'éloignement, mais qui eſt même en quelque ſorte incommode; & lorſque je regarde le même objet à la *diſtance* de 27 pouces, ce degré d'éloignement m'eſt encore connu, parce que la diſpoſition néceſſaire de l'œil m'eſt pareillement ſenſible, quoiqu'elle ceſſe d'être incommode. L'on voit par-là comment avec un ſeul œil nous pouvons connoître les plus petites *diſtances*, par le moyen du changement de configuration qui lui arive. Mais comme ce changement de conformation a ſes bornes, au delà deſquelles il ne ſauroit s'étendre, il ne peut nous être d'aucun ſecours pour juger de la *diſtance* des objets placés hors des limites de la viſion diſtincte, qui dans nos ieux ne s'étendent pas au delà de 7 à 27 pouces. Cependant, comme l'objet paroît alors plus ou moins confus, ſelon qu'il eſt plus ou moins éloigné de ces limites, cette confuſion ſupplée au défaut du changement ſenſible de configuration, en aidant l'âme à connoître la *diſtance* de l'objet qu'elle juge être placé plus près ou plus loin, ſelon que la confuſion eſt plus ou moins grande. Cette confuſion, elle-même, a encore ſes bornes, au delà deſquelles elle ne ſauroit être d'aucun ſecours pour nous aider à connoître l'éloignement où ſe trouve l'objet que nous voyons confus; car, lorſqu'un objet eſt placé à une certaine *diſtance* de l'œil, & que le diametre de la prunelle n'a plus aucune proportion ſenſible avec cet objet, les rayons de lumiere qui partent d'un des points de l'objet, & qui paſſent par la prunelle, ſont ſi peu divergens qu'on peut

Digitized by Google

les regarder en quelque façon, ſinon mathématiquement, au moins dans un ſens phyſique, comme paralleles. D'où il s'enſuit que la peinture qui ſe fera de cet objet ſur la rétine, ne paroîtra pas à l'œil plus confuſe, quoique cet objet ſe trouve placé à une beaucoup plus grande *diſtance*. Les auteurs ne conviennent point entr'eux quel eſt ce degré d'éloignement, avec lequel le diametre de la prunelle n'a plus de raport ſenſible.

Le ſecond moyen plus général, & ordinairement le plus sûr que nous ayons pour juger de la *diſtance* des objets, c'eſt l'angle formé par les axes optiques ſur cette partie de l'objet ſur laquelle nos ieux ſont fixés.

Nos deux ieux font le même effet que les ſtations dont les Géometres ſe ſervent pour meſurer les *diſtances*. C'eſt-là la raiſon pour laquelle ceux qui n'ont qu'un œil ſe trompent ſi ſouvent, en verſant quelque liqueur dans un verre, en enfilant une aiguille, & en faiſant d'autres actions ſemblables qui demandent une notion exacte de la *diſtance*.

Le troiſieme moyen conſiſte dans la grandeur apparente des objets, ou dans la grandeur de l'image peinte ſur la rétine. Le diametre de ces images diminue toujours proportionélement à l'augmentation de la *diſtance* des objets qu'elles repréſentent; d'où il nous eſt facile de juger par le changement qui arive à ces images, de la *diſtance* des objets qu'elles repréſentent, ſur-tout ſi nous avons d'ailleurs une connoiſſance de leur grandeur. C'eſt pour cette raiſon que les Peintres diminuent toujours, dans leurs tableaux, la grandeur des objets, à proportion de l'éloignement où ils veulent les faire paroître. Mais toutes les fois que nous ignorons la véritable grandeur des corps, nous ne pouvons jamais former aucun jugement de leurs *diſtances*, par le ſecours de leur grandeur apparente, ou par la grandeur de leurs images ſur la rétine. C'eſt ce qui fait que les étoiles & les planetes nous paroiſſent toujours au même degré d'éloignement, quoiqu'il ſoit certain qu'il y en a qui ſont beaucoup plus proches que les autres. Il y a donc une infinité d'objets dont nous ne pouvons jamais connoître la *diſtance*, à cauſe de l'ignorance où nous ſommes touchant leur véritable grandeur.

Le quatrieme moyen, c'eſt la force avec laquelle les couleurs des objets agiſſent ſur nos ieux. Si nous ſommes aſſurés que deux objets ſont d'une même couleur, & que l'un paroiſſe plus vif & moins confus que l'autre, nous jugeons par expérience que l'objet qui paroît d'une couleur plus vive, eſt plus proche que l'autre. Quelques-uns prétendent que la force avec laquelle la couleur des objets agit ſur nos ieux, doit être en raiſon réciproque doublée de leurs *diſtances*, parce que leur denſité ou la force de la lumiere décroît toujours ſelon cette raiſon. En effet, la denſité ou la force de la lumiere eſt toujours, en raiſon réciproque doublée des *diſtances*; car puiſqu'elle ſe répand ſphériquement, comme des rayons tirés du centre à la circonférence, ſa force, à une *diſtance* donnée du centre de ſon activité, doit être proportionele à la denſité de ſes rayons à cette *diſtance*. Mais il ne s'enſuit pas de là que la force avec laquelle les objets agiſſent ſur notre vue décroiſſe de même ſelon cette proportion: la raiſon en eſt ſenſible; car comme la force de la lumiere diminue par la *diſtance* de l'objet d'où elle part, de même la grandeur de l'image ſur la rétine décroît auſſi ſelon la même proportion; & par conſéquent, cette image ſera auſſi vive & agira auſſi fortement ſur la rétine quand l'objet ſera éloigné, que quand il ſera proche. D'où il s'enſuit que l'objet paroîtra à toute ſorte de *diſtance* auſſi clair & auſſi lumineux, à moins qu'il n'y ait quelque autre cauſe qui y apporte du changement. Pour connoître cette cauſe nous n'avons qu'à laiſſer entrer, dans une chambre obſcure par un petit trou, un rayon du ſoleil; car ce rayon ou ce faiſceau de rayons paroiſſant dans toutes les poſitions de l'œil, comme une ligne de lumiere, il eſt évident que toute la lumiere ne continue pas ſon chemin ſelon la ligne droite, mais qu'il y en a une partie qui eſt réfléchie en tous ſens de tous les points du milieu qu'elle traverſe, & que c'eſt par le moyen de ces rayons réfléchis que le faiſceau de lumiere eſt viſible. Par conſéquent, ce même faiſceau de lumiere, à cauſe de la diminution continuele qu'il ſoufre, doit devenir continuélement de plus foible en plus foible, & cela proportionélement à l'opacité du milieu à travers duquel il paſſe: ſi l'air eſt pur & ſerein, il y aura peu de lumiere de réfléchie, & il s'en tranſmettra une moins grande quantité: mais il n'eſt jamais ſi pur qu'il n'y ait toujours quelque partie de la lumiere réfléchie ou interrompue dans ſon trajet, & par conſéquent, ſa force doit toujours décroître, à meſure que la *diſtance* de l'objet, d'où elle part, augmente. Puis donc que la force de la lumiere décroît ainſi continuélement à proportion que la *diſtance* de l'objet d'où elle part augmente, il s'enſuit que les objets doivent toujours paroître moins lumineux & plus teints de la couleur du milieu à travers deſquels ils ſont apetçus, à proportion de l'éloignement où ils ſeront par raport à nos ieux. Lors donc que nous ſavons d'ailleurs que deux objets ſont de la même couleur, ſi l'un paroît d'une couleur plus vive & plus frapante que l'autre, nous avons appris par l'expérience, à conclure que celui qui paroît d'une couleur plus vive eſt le plus proche; & c'eſt par cette raiſon que les corps lumineux, ou très-éclairés, paroiſſent toujours plus proches qu'ils ne le ſont en effet. De là, il eſt aiſé de rendre raiſon pourquoi une chambre paroît plus petite après que ſes murs ont été blanchis, & pourquoi pareillement des collines paroiſſent moins grandes & moins élevées lorſqu'elles ſont couvertes de neige. Dans ces cas, & dans d'autres de cette nature, la vivacité & la force de la couleur font paroître ces objets

Digitized by Google

plus proches, d'où nous concluons qu'ils ſont plus petits ; car nous jugeons toujours de l'étendue & de la grandeur des corps, par la comparaiſon que nous faiſons de leur grandeur apparente avec leurs *diſtances*. Par la même raiſon, on explique encore pourquoi le feu & la flamme paroiſſent ſi petits lorſqu'on les voit à une grande *diſtance* pendant la nuit. La prunelle étant alors fort dilatée, laiſſe paſſer une plus grande quantité de rayons de lumiere dans l'œil, & cette lumiere agiſſant plus fortement ſur la rétine, doit faire paroître l'objet plus proche, d'où l'on juge qu'il eſt plus petit. Comme les objets brillans & lumineux paroiſſent plus proches & plus petits qu'ils ne ſont en effet, ceux au contraire qui ſont obſcurs, & ceux qui ne ſont que foiblement éclairés, paroiſſent toujours plus éloignés & plus grands, à raiſon de la foibleſſe & de l'obſcurité de leur couleur. C'eſt ce qu'on remarque particuliérement, lorſqu'on regarde des objets obſcurs à l'entrée de la nuit ; car ces objets paroiſſent alors toujours plus éloignés & plus grands, que lorſqu'on les voit pendant le jour. C'eſt auſſi par la même raiſon que la *diſtance* apparente & la grandeur des objets paroiſſent augmentées, lorſqu'on les voit à travers un air chargé de brouillards ; car une plus grande quantité de lumiere étant interceptée, ou irréguliérement briſée dans ſon paſſage, à travers le brouillard, il en entrera moins par la prunelle, & elle agira par conſéquent d'une maniere plus foible ſur la rétine ; donc l'objet ſera réputé à une plus grande *diſtance* & plus grand qu'il n'eſt. L'erreur de la vue qui provient de cette cauſe eſt ſi grande, qu'un animal éloigné a été quelquefois pris pour un animal beaucoup plus gros, étant vu par un temps de brouillard. Cette opacité de l'atmoſphere, qui empêche une partie de la lumiere de parvenir juſqu'à l'œil, eſt encore la raiſon pourquoi le ſoleil, la lune, & les planetes paroiſſent plus foiblement, lorſqu'elles ſont proches de l'horizon, & qu'elles deviennent plus brillantes par raport à nous, à meſure qu'elles s'élevent ; parce que les rayons qui en partent ont une plus grande étendue d'air à traverſer, & rencontrent plus de vapeurs lorſque ces aſtres ſont proches de l'horizon, que lorſqu'ils ſont dans une plus grande élévation. Il ſemble encore que ce ſoit-là une des raiſons pourquoi ces corps paroiſſent toujours plus grands à meſure qu'ils approchent de l'horizon. Car puiſqu'ils paroiſſent plus foibles ou moins brillans, ils paroîtront auſſi à une plus grande *diſtance* ; d'où il s'enſuit qu'ils doivent paroître plus grands, par la raiſon que les objets paroiſſent tels, lorſque l'air eſt chargé de brouillards. Il ſemble que nous pouvons, avec aſſurance, conclure de tout ce qui vient d'être dit, que les couleurs apparentes des objets nous ſervent beaucoup pour nous faire juger de leurs *diſtances*, lorſque nous connoiſſons d'ailleurs la force & la vivacité de leur couleur à toute autre *diſtance* donnée. C'eſt en ſuivant ce principe, que les habiles peintres repréſentent ſur un même plan des objets à diverſes *diſtances*, en augmentant ou en diminuant la vivacité des couleurs, ſelon qu'ils ont deſſein de les faire paroître plus proches ou plus éloignés. Il eſt bien vrai que la prunelle, par la vertu qu'elle a de ſe contracter, ſe met toujours dans un degré de dilatation proportioné à la vivacité ou à la force de la lumiere ; d'où l'on pourroit penſer qu'il nous eſt impoſſible de juger de la *diſtance* des objets, par le ſecours de leur couleur apparente, ou par la force avec laquelle elles agiſſent ſur nos yeux. Mais il eſt aiſé de répondre à cela, que l'état de dilatation ou de contraction de la prunelle nous eſt connu, parce qu'il dépend du mouvement de l'uvée que nous ſentons, & qui procede du différent degré de force avec lequel la lumiere agit ſur nos yeux, qui par conſéquent doit toujours être ſenti. Il s'enſuit de là que, quoique la prunelle, par ſa contraction, ne laiſſe pas entrer dans l'œil une plus grande quantité de rayons, lorſque l'objet eſt proche, que lorſqu'il eſt éloigné, nous connoiſſons cependant la force de la lumiere qui en part, parce que nous ſentons que la prunelle eſt alors contractée. D'ailleurs, lorſque la prunelle eſt dans un état de contraction, nous voyons plus diſtinctement que lorſqu'elle eſt dilatée, ce qui nous aide encore à juger de la *diſtance* des objets.

Le cinquieme moyen conſiſte dans la diverſe apparence des petites parties des objets. Lorſque ces parties paroiſſent diſtinctes, nous jugeons que l'objet eſt proche ; mais lorſqu'elles paroiſſent confuſes, ou qu'elles ne paroiſſent pas du tout, nous eſtimons qu'il eſt à une grande *diſtance*. Pour entendre cela, il faut conſidérer que les diametres des images qui ſe peignent ſur la rétine, diminuent toujours à proportion que la *diſtance* des objets, qu'elles repréſentent, augmente ; & par conſéquent, un objet peut diſparoître lorſqu'on le placera à une ſi grande *diſtance* de nos yeux, que la peinture qu'il fera ſur la rétine, ſoit inſenſible à cauſe de ſa petiteſſe ; & plus l'objet ſera petit, plutôt il ceſſera d'être viſible : de là vient que les petites parties d'un objet ne ſeront pas aperçues à toutes les diſtances ; car la partie la moins ſenſible ſera toujours plus petite ou plus grande, proportionélement à la *diſtance* plus ou moins grande de l'objet même. Ainſi, la plus petite partie viſible à la *diſtance* d'un pied, deviendra inviſible à celle de deux pieds ; la plus petite partie viſible à deux pieds, diſparoîtra à trois, & ainſi de toute autre *diſtance* à l'infini. Il réſulte évidemment de ce que nous venons de dire, que lorſque l'œil peut voir diſtinctement les petites parties d'un objet, nous devons juger qu'il eſt plus proche qu'un autre, dont nous ne voyons point du tout les mêmes petites parties, ou dont nous ne les voyons que confuſément.

Enfin le ſixieme & dernier moyen conſiſte en ce que l'œil ne repréſente pas à notre âme un

Digitized by Google

ſeul objet, mais qu'il nous fait voir en même temps, tous ceux qui ſont placés entre nous & l'objet principal dont nous conſidérons la *diſtance*. Par exemple, lorſque nous regardons quelque objet éloigné, tel qu'un clocher, nous voyons pour l'ordinaire pluſieurs terres & maiſons entre nous & lui; or, comme nous jugeons de la *diſtance* de ces terres & de ces bâtimens, & que nous apercevons en même temps le clocher au delà de tous ces objets, nous concluons qu'il eſt beaucoup plus éloigné, & même qu'il eſt bien plus grand que lorſque nous le voyons ſeul & ſans l'interpoſition d'aucun autre objet viſible. Il eſt cependant certain que l'image de clocher qui eſt peinte ſur la rétine, eſt toujours la même dans l'un & dans l'autre cas, pourvu qu'il ſoit à une égale *diſtance*; d'où l'on voit comment nous connoiſſons la grandeur des objets par leur *diſtance* apparente, & comment les corps placés entre nous & un objet, influent dans le jugement que nous portons au ſujet de ſon éloignement. Il en eſt à peu près de ce jugement comme de celui que nous formons ſur la grandeur de notre durée, par le ſouvenir confus de tout ce que nous avons fait, & de toutes les penſées que nous avons eues, ou, ce qui eſt la même choſe, de la grandeur & l'étendue du temps qui eſt écoulé depuis telle action; car ce ſont ces penſées & ces actions qui mettent notre âme à portée de juger du temps paſſé ou de l'étendue d'une partie de notre durée: ou plutôt le ſouvenir confus de toutes ces penſées & de toutes ces actions, eſt la même choſe que le jugement de notre durée, comme la vue confuſe des champs & des autres objets qui ſont placés entre nous & le clocher, eſt la même choſe que le jugement que nous formons ſur le clocher. (*M.* FORMEY).

* On voit par-là que la diſtance *apparente*, ou *aperçue* des objets, eſt ſouvent fort différente de la diſtance réelle; lorſque l'objet eſt fort éloigné, elle eſt preſque toujours plus petite. Il n'y a perſone qui n'en ait fait l'expérience, & qui n'ait remarqué que dans une vaſte campagne, des maiſons ou autres objets qu'on croyoit aſſez près de ſoi, en ſont ſouvent fort éloignés. De même le ſoleil & la lune, quoiqu'à une diſtance immenſe de la terre, nous en paroiſſent cependant aſſez proches, ſi nous nous contentons d'en juger à la vue ſimple. La raiſon de cela eſt que nous jugeons de la diſtance d'un objet principalement par le nombre d'objets que nous voyons interpoſés entre nous & cet objet; or, quand ces objets intermédiaires ſont inviſibles, ou qu'ils ſont trop petits pour être aperçus, nous jugeons alors l'objet beaucoup plus proche qu'il n'eſt en effet. C'eſt par cette raiſon, ſelon le pere Malebranche, que le ſoleil à midi nous paroît beaucoup plus près qu'il n'eſt réellement, parce qu'il n'y a que très-peu d'objets remarquables & ſenſibles entre cet aſtre & nos ieux; au contraire, ce même ſoleil à l'horizon nous paroît beaucoup plus éloigné qu'au méridien; parce que nous voyons alors entre lui & nous, un bien plus grand nombre d'objets terreſtres, & une plus grande partie de la voûte céleſte. C'eſt encore par cette raiſon que la lune, vue derriere quelque grand objet comme une muraille, nous paroît immédiatement contiguë à cet objet. Une autre raiſon pour laquelle nous jugeons ſouvent la diſtance d'un objet beaucoup plus petite qu'elle n'eſt réellement, c'eſt que pour juger de la diſtance réelle d'un objet, il faut que les différentes parties de cette diſtance ſoient aperçues; & comme notre œil ne peut voir à la fois qu'un aſſez petit nombre d'objets, il eſt néceſſaire pour qu'il puiſſe diſcerner ces différentes parties, qu'elles ne ſoient pas trop multipliées. Or, lorſque la diſtance eſt conſidérable, ces parties ſont en trop grand nombre pour être diſtinguées toutes à la fois, joint à ce que les parties éloignées agiſſent trop foiblement ſur nos ieux, pour pouvoir être aperçues. La diſtance apparente d'un objet eſt donc renfermée dans des limites aſſez étroites; & c'eſt pour cela que deux objets fort éloignés, ſont jugés ſouvent à la même diſtance *apparente*, ou du moins que l'on n'aperçoit point l'inégalité de leurs diſtances réelles, quoique cette inégalité ſoit quelquefois immenſe, comme dans le ſoleil & dans la lune, dont l'un eſt éloigné de nous de 10000 diametres de la terre, l'autre de 60 ſeulement.

Ajoutons, d'après pluſieurs philoſophes, que quoique le ſens de la vue nous ſerve à juger des *diſtances*, cependant, nous n'en aurions jamais eu d'idée par ce ſens ſeul, ſans le ſecours de celui du toucher. *Voyez l'eſſai de M.* Jurin *ſur la viſion diſtincte & non diſtincte*, imprimé à la fin de l'*Optique de* M. Smith.

DISTANCES DES PLANETES, (*Aſtron.*) s'évaluent de deux manieres; l'une, pour l'uſage des Aſtronomes, dans laquelle il ne s'agit que d'avoir le raport entre les *diſtances* des différentes planetes; l'autre, pour la curioſité générale, dans laquelle on demande combien de lieues il y a de la terre au ſoleil, ou à telle autre planete.

Les *diſtances* des planetes conſidérées aſtronomiquement, s'évaluent ordinairement en parties de la *diſtance* du ſoleil à la terre, que l'on prend pour échele commune; on la diviſe en mille ou en cent mille parties, & l'on calcule toutes les autres *diſtances* des planetes, ſoit par raport au ſoleil, ſoit par raport à la terre en parties ſemblables.

Ces *diſtances* des planetes ſe meſurent par raport au ſoleil, parce que c'eſt autour du ſoleil qu'elles tournent, comme nous le démontrerons à l'article du *Syſtême de Copernic*, & ce mouvement, une fois démontré, nous conduit à trouver les *diſtances*. Soit *S* le ſoleil, *Fig.* 93, *PEN*, l'orbite d'une planete telle que vénus, *TBAC*, l'orbite de la terre. Lorſque la terre eſt en *T*, & que nous voyons vénus au point *E* dans ſa plus grande digreſſion; ſa *diſtance* apparente au ſoleil, *STE*,

STE, meſurée en degrés & minutes, eſt connue, ainſi que l'angle E, qui eſt de 90 degrés. Ainſi, les trois angles du triangle TSE ſont connus, & ſi l'on ſuppoſe donnée la *diſtance* TS de la terre au ſoleil, on aura la *diſtance* SE, en parties ſemblables.

Pour une planete ſupérieure telle que mars, on empluie deux obſervations : ſoit S, *Fig.* 80, le centre du ſoleil, M celui de mars, BC, deux points de l'orbite terreſtre où ſe ſuit trouvée la terre, lorſque mars étoit au même point M de ſon orbite, & par conſéquent à la même *diſtance* SM du ſoleil; on connoît les deux poſitions de la terre, c'eſt-à-dire, ſes longitudes & ſes diſtances au ſoleil, il s'agit de trouver SM *diſtance* au ſoleil. Dans le triangle rectiligne BSC, l'on connuît les deux côtés BS, SC, *diſtances* de la terre au ſuleil, & l'angle compris BSC, différence entre les deux longitudes de la terre en B & en C, l'on trouvera les angles BCS, CBS, & le côté BC; l'angle MBS eſt la différence entre la longitude obſervée de mars, & celle du ſoleil, au temps de l'obſervation faite en B; ſi l'on en retranche l'angle CBS que nous venons de trouver, on aura l'angle MBC, ſi l'on ôte auſſi l'angle BCS de l'angle MCS, on aura l'angle MCB; ainſi, dans le triangle MCB, l'on connuît deux angles, & le côté compris, on trouvera aiſément MB & MC : enfin, dans le triangle MBS, on connoît deux côtés MB, BS avec l'angle compris MBS, on trouvera la *diſtance* MS, avec l'angle MSB, qui étant ôté de la longitude de la terre, lorſqu'elle étoit en B, donnera la longitude héliocentrique de mars dans chacune des deux obſervations.

Ce ſont les *diſtances* des planetes au ſoleil, ainſi déterminées, qui ont fait trouver à Kepler, en 1618, cette fameuſe loi, que les carrés des temps périodiques des planetes ſont comme les cubes de leurs *diſtances* au ſoleil. Cette regle s'étant trouvée une ſuite de la loi de l'attraction univerſele, on la régarde aujourd'hui comme un principe; & c'eſt de cette loi de Kepler, que les aſtronomes déduiſent les *diſtances* des planetes, dont ils font uſage dans leurs tables aſtronomiques. Voici celles que j'ai calculées par le moyen des révolutions planétaires, obſervées & calculées avec un ſoin tout nouveau, pour conſtruire les tables qui ſont dans mon *Aſtronomie*.

Mercure,	38710
Vénus,	72333
La terre,	100000
Mars,	152369
Jupiter,	620098
Saturne.	953937

Les *diſtances* abſolues en lieues, ne peuvent ſe calculer que par le moyen de la parallaxe; ſoit T le centre de la terre, *Fig.* 47 *des Planches d'Aſtron.*, EDO le globe de la terre; NO le lieu d'un obſervateur, placé à la ſurface de la terre; N la planete qu'on obſerve; ONT l'angle de la parallaxe, connue par les différentes méthodes des aſtronomes; connoiſſant la ligne OT, qui eſt le rayon de la terre de 1432 lieues & demie, avec les angles du triangle, il eſt aiſé de trouver le côté TN *diſtance* de la planete à la terre. C'eſt ainſi que j'ai calculé les *diſtances* de toutes les planetes à la terre, par le moyen de la parallaxe du ſoleil, que j'ai trouvée de huit ſecondes & 6 dixiemes, & de celle de la lune 57 minutes 3 ſecondes dans ſes moyenes *diſtances*; ces deux parallaxes ſuffiſent pour trouver les *diſtances*, parce que celle du ſoleil donne les *diſtances* des planetes, comme on la vu dans la table précédente.

La table que l'on trouvera au mot *planete*, contient les *diſtances* moyenes des planetes à la terre, en lieues; elles ſont ſujetes à augmenter ou à diminuer de toute la quantité de la *diſtance* du ſoleil à la terre, à raiſon du mouvement annuel de la terre autour du ſuleil; c'eſt pourquoi les *diſtances* moyenes de mercure & de venus au ſoleil peuvent ſe trouver, par le moyen de la plus grande & de la moyene *diſtance* à la terre, en les retranchant l'une de l'autre. Par exemple, celle de mercure 13,299,742 lieues; la *diſtance* moyene, de ces deux planetes à la terre, eſt la même que celle du ſoleil autour duquel elles tournent.

L'excentricité des orbites planétaires fait que leur *diſtance* au ſuleil varie beaucoup; on calcule la *diſtance* pour un moment donné, par le moyen de l'anomalie moyene. *Voyez* ANOMALIE & RAYON VECTEUR.

DISTANCE ACOURCIE, *diſtantia curtata*, ſignifie *en Aſtronomie*, la *diſtance* d'une planete au ſoleil réduite au plan de l'écliptique, ou l'intervalle qui eſt entre le ſoleil & le point du plan de l'écliptique où tombe la perpendiculaire menée de la planete ſur ce plan. On l'appele ainſi, parce que la *diſtance* réelle d'une planete au ſoleil eſt plus grande que ſa *diſtance* réduite au plan de l'écliptique, puiſque la premiere de ces *diſtances* eſt l'hypoténuſe ou le grand côté d'un triangle rectangle, dont la *diſtance acourcie* eſt un des petits côtés. La différence s'appele *Curtation* ou *réduction* de la *diſtance*. *Voyez* CURTATION.

Les *diſtances* des étoiles à la terre ne peuvent ſe trouver par aucune méthode; elles ſont trop conſidérables pour que la baſe, dont nous nous ſervons, qui n'eſt que la *diſtance* du ſoleil à la terre, faſſe un angle ſenſible à l'étoile, c'eſt à-dire, une parallaxe annuele que l'on puiſſe obſerver; mais nous ſavons ſeulement que cette *diſtance* ſurpaſſe ſept millions de millions de lieues, parce que la *parallaxe annuele* des étoiles n'eſt pas d'une ſeconde.

DISTANCE *apparente* entre deux aſtres, eſt l'angle formé par les rayons, qui vont de notre œil

aux deux aſtres ; c'eſt l'arc de grand cercle compris entr'eux, exprimé en degrés, minutes, & ſecondes.

C'eſt en obſervant ces *diſtances*, que les Aſtronomes déterminoient les longitudes & les latitudes des aſtres dans ce dernier ſiecle. Actuellement on ne s'en ſert que pour trouver les *longitudes* en mer, où l'on obſerve la *diſtance* de la lune au ſoleil, ou aux étoiles, avec l'inſtrument à réflexion, ou quartier anglois.

Ces *diſtances* ſont calculées dans la *connoiſſance des temps*, & c'eſt en comparant ces *diſtances* obſervées avec les *diſtances* calculées, qu'on parvient à connoître l'heure qu'il eſt ſous le premier méridien, & par conſéquent la longitude.

La *diſtance* obſervée, doit être corrigée par la *réfraction* & la *parallaxe*, pour donner l'angle de *diſtance* vraie entre les deux aſtres, le ſeul qu'on puiſſe comparer avec la *diſtance* calculée.

Distance *des centres* dans une éclipſe, eſt auſſi l'angle compris entre le centre du ſoleil & le centre de la lune ; c'eſt ce que l'on calcule & ce que l'on obſerve avec le plus de ſoin, pour en déduire la longitude de la lune, ou la longitude du lieu de l'obſervation. (*D. L.*)

Distance *horaire* de la lune au ſoleil, eſt leur différence d'aſcenſion droite. Dans la gnomonique, c'eſt l'angle que fait une ligne horaire avec la méridienne. (*Ozanam.*)

DISTINCTE (base) *en optique*, eſt le nom que donnent quelques auteurs à la diſtance où il faut que ſoit un plan au delà d'un verre convexe, pour que l'image des objets, reçue ſur ce plan, paroiſſe *diſtincte* ; de ſorte que la *baſe diſtincte* eſt la même choſe que ce qu'on appele *foyer* : car imaginons un objet éloigné qui envoie des rayons ſur un verre convexe, ces rayons ſe réuniront à peu près au foyer du verre ; & ſi on veut recevoir ſur un papier l'image de cet objet, ce ſera au foyer qu'il faudra placer le papier pour que l'image ſoit *diſtincte*. *Voyez* Foyer.

La *baſe diſtincte* eſt donc produite par la réunion qui ſe fait des rayons partis d'un ſeul point d'un objet, & concourant en un ſeul point de l'image ; & c'eſt pour cela que les verres concaves, qui, au lieu de réunir les rayons, les écartent, ne peuvent point avoir de *baſe diſtincte* réelle. *Voyez* Concave. (*O*).

DISTRIBUTION *des eaux*, ſ. f. (*Hydr.*). Maniere de partager une certaine quantité d'eau, ſuivant des raports connus, entre pluſieurs fontaines particulieres, ou pour d'autres uſages.

I. Soit *MNOP*, *Pl. Hyd. Fig.* 21, l'élévation d'un réſervoir nourri par les eaux d'un aqueduc, d'une ſource, d'un ruiſſeau, ou de toute autre maniere qu'on voudra imaginer. Il eſt queſtion de percer la paroi *MNOP* de pluſieurs ouvertures par leſquelles priſes enſemble, il ſorte autant d'eau que le réſervoir en reçoit, & dont les dépenſes particulieres ſoient entr'elles en raiſon donnée. Ce problême a pluſieurs applications dans la pratique ; il eſt ſur-tout utile, lorſqu'on veut partager entre les fontaines publiques ou particulieres les eaux amenées dans les differens quartiers d'une ville, & reçues d'abord dans des réſervoirs, d'où elles paſſent enſuite à leurs deſtinations par le moyen de différens tuyaux.

II. La premiere opération qu'on ait à faire ici, eſt de déterminer la quantité d'eau que le réſervoir reçoit & donne pendant un certain temps. Pour cela, on percera perpendiculairement à la face ou paroi *MNOP* un trou de grandeur convenable, par lequel on laiſſera échaper l'eau. Lorſqu'après les mouvemens d'oſcillation qui auront d'abord lieu, la ſurface de l'eau dans le réſervoir demeurera calme, & ſe tiendra toujours au même point ſans monter ni deſcendre, on ſera aſſuré que le trou propoſé dépenſe préciſément autant d'eau que le réſervoir en reçoit. Alors on recevra l'eau qu'il donne, dans un baquet, pendant un temps connu ; & ayant meſuré exactement cette quantité, ſoit par le moyen de la pinte, ſoit avec tout autre *étalon* bien jaugé, on connoîtra la recette & la dépenſe totales du réſervoir. On pourra toujours faire ces évaluations en pouces cubes. Il eſt inutile, comme on voit, de s'embaraſſer de la grandeur préciſe du trou ni de la hauteur de l'eau dans le réſervoir.

III. Cette opération préliminaire étant faite, & le trou qu'on y a employé étant maintenant bouché, voici comment on partagera l'eau du réſervoir en pluſieurs portions.

Ayant fixé les figures qu'on veut donner aux orifices de *diſtribution*, & leurs diſtances à la ſurface de l'eau dans le réſervoir, que je ſuppoſe répondre toujours au même point de la paroi *MNOP*, du moins pendant un certain temps : ſi l'on nomme Q la dépenſe totale que le réſervoir peut faire en un temps donné, & que nous venons de déterminer ; & ſi l'on ſuppoſe que les dépenſes partielles, correſpondantes au même temps, ſoient entr'elles reſpectivement comme les nombres quelconques $m, n, p, \&c.$: on aura ces différentes proportions, $m+n+p+\&c. : m : : Q :$ la premiere dépenſe partielle $= \frac{mQ}{m+n+p+\&c.}$;

$m+n+p+\&c. : n : : Q :$ la ſeconde dépenſe partielle $= \frac{nQ}{m+n+p+\&c.}$;

$m+n+p+\&c. : p : : Q :$ la troiſieme dépenſe partielle $= \frac{pQ}{m+n+p+\&c.}$;

$\&c.$

La queſtion ſera donc réduite à trouver la grandeur que doit avoir chaque orifice pour dépenſer, en un temps donné, une quantité donnée d'eau, ſous une hauteur donnée de réſervoir.

IV. Pour éclaircir cela par un exemple, ſuppo-

Digitized by Google

ſons que l'eau s'écoule par les trois orifices circulaires *A*, *B*, *C*, percés dans une mince paroi qui donne lieu à la contraction de la premiere eſpece : que leurs centres ſoient placés ſur une même ligne horizontale *DE* diſtante de la ſurface *QR* de l'eau, de la quantité donnée *CH*; que la dépenſe totale *Q* ſoit de 3600 pouces cubes en une minute ; & que les dépenſes particulieres des orifices *A*, *B*, *C*, pendant le même temps, ſoient entr'elles comme les nombres, 6, 3, 1. On aura les proportions,

10 : 6 : : 3600 pouces cubes : dépenſe de *A* = 2160 pouces cubes.

10 : 3 : : 3600 pouces cubes : dépenſe de *B* = 1080 pouces cubes.

10 : 1 : : 3600 pouces cubes : dépenſe de *C* = 360 pouces cubes.

Maintenant, connoiſſant la hauteur *CH* qu'on peut toujours prendre, ſans craindre d'erreur ſenſible, pour la hauteur moyenne de l'eau au deſſus des trois orifices, il ne s'agit plus que de trouver les diametres que les orifices, *A*, *B*, *C*, doivent avoir pour donner les trois quantités d'eau que nous venons de déterminer. Suppoſons, par exemple, *CH* = 6 pouces, & nommons *D*, *d*, *δ* les diametres des trois orifices propoſés, exprimés en lignes; en prenant pour baſe, d'après l'expérience, qu'un orifice circulaire de 1 pouce de diametre, ſous 1 pied ou 12 pouces de hauteur de réſervoir, donne 2722 pouces cubes d'eau en une minute, on aura (*Voyez* DÉPENSE) ces proportions,

2722 : 2160 : : 1 × 144 lignes carrées : $DD \times \sqrt{\frac{1}{6}}$,
2722 : 1080 : : 1 × 144 lignes carrées : $dd \times \sqrt{\frac{1}{6}}$,
2722 : 360 : : 1 × 144 lignes carrées : $\delta\delta \times \sqrt{\frac{1}{6}}$,

leſquelles donnent *D* = 12, 71 lignes, *d* = 9 lignes, *δ* = $5\frac{5}{10}$ lignes.

V. Il auroit été également facile de trouver les grandeurs des orifices, ſi leurs centres n'avoient pas été placés ſur une même ligne horizontale. Toutes les diſpoſitions de centres ſont également admiſſibles dans la théorie, le niveau de l'eau demeurant le même. Mais, dans la pratique, il faut conſidérer que comme l'eau proviſionele qui nourit le réſervoir diminue par les temps de ſéchereſſe, la ſurface de l'eau poura s'abaiſſer, par exemple, en *DE* ou *FG*. Alors les orifices *A*, *B*, *C* ne donneront pas de l'eau dans la raiſon convenable. L'orifice *C* n'en donne point du tout, lorſque le niveau de l'eau eſt en *FG*. Le même inconvénient a lieu, dans un autre ſens, pour les trois orifices *V*, *T*, *S*. Lorſque le niveau de l'eau eſt en *IK*, l'orifice *S* donne plus à proportion que les deux autres. Quelque arrangement qu'on donne aux orifices ; lorſqu'ils ſont fort inégaux, il y aura toujours des temps où les uns donneront plus à proportion que les autres.

VI. De là M. Mariotte a conclu qu'il falloit abandoner les orifices circulaires. Il leur ſubſtitue des orifices rectangulaires verticaux qui ont tous même hauteur, & dont les baſes ſont ſur une même ligne horizontale. Par-là, ſoit que le niveau de l'eau hauſſe ou baiſſe, les dépenſes demeurent toujours entr'elles dans la même raiſon. Cependant cette idée n'a pas été adoptée. Les ouvertures rectangulaires ſont très-difficiles à faire avec préciſion ; elles ſont ſujetes à beaucoup de frotement, ſur-tout quand elles ſont petites ; elles ſont ſouvent expoſées à être bouchées par le limon & les autres ordures que l'eau charie avec elle. On a donc conſervé les orifices circulaires, dont la conſtruction eſt facile, & l'uſage commode.

VII. Il eſt aiſé d'éviter, en grande partie, les inconvéniens auxquels nous avons vu que ces ouvertures ſont ſujetes. Pour cela, il n'y a qu'à mettre tous les centres dans une même ligne horizontale & diviſer une grande ouverture en pluſieurs autres plus petites, qui, priſes enſemble, fourniſſent la même quantité d'eau, & la tranſmettent à un même tuyau. En donnant ainſi à toutes les ouvertures à peu près la même grandeur, on fera non ſeulement en ſorte que leurs dépenſes conſervent toujours entr'elles à peu près le même raport ; mais on évitera que les grandes ouvertures ne donnent plus à proportion que les petites ; ce qui ne manqueroit pas d'ariver ſi les ouvertures étoient fort inégales.

VIII. Dans nos calculs nous avons toujours évalué les quantités d'eaux dépenſées, en pouces cubes. Mais les fontainiers ne ſe ſervent pas de cette meſure. Ils emploient le *pouce d'eau*, la *ligne d'eau*, &c. Voici ce qu'ils entendent par-là.

M. Mariotte a trouvé qu'en une minute une ouverture circulaire & verticale, d'un pouce de diametre, dont le centre eſt diſtant de 7 lignes, de la ſurface de l'eau, dépenſe près de 14 pintes de Paris, le pied cube étant ſuppoſé contenir 36 pintes. Cette dépenſe a été appelée *pouce d'eau* par les auteurs qui l'ont ſuivi. La ligne d'eau eſt la $\frac{1}{14\frac{1}{2}}$ partie du pouce d'eau ; elle eſt par conſéquent fournie en une minute, par un orifice d'une ligne de diametre, dont le centre eſt diſtant de 7 lignes de la ſurface de l'eau, &c.

Il eſt aſſurément très-permis d'employer les mots qu'on définit ; mais pluſieurs fontainiers ignorans ont abuſé de l'expreſſion de M. Mariotte, & ſe ſont perſuadé que le pouce d'eau étoit, en général, la dépenſe faite en une minute par une ouverture circulaire & verticale, d'un pouce de diametre, ſans s'embaraſſer de la hauteur de l'eau dans le réſervoir au deſſus du trou ; ce qui eſt abſurde, car la hauteur du réſervoir eſt un des élémens eſſentiels de la dépenſe. Toutes les meſures ſont arbitraires ; la commodité & la facilité qu'elles offrent, dans l'uſage, ſont les ſeules raiſons qui doivent déterminer au choix qu'on adopte. Il n'y auroit point d'équivoque ni d'autre inconvénient à craindre, ſi l'on évaluoit les dépenſes en pouces cubes ; ou du moins en meſures qui contiſſent un nombre connu de pouces cubes. Je crois qu'en cela on eſt d'autant plus fondé à s'éloigner de M. Mariotte, qu'il attribue une dé-

Digitized by Google

penſe un peu trop forte à une ouverture verticale & circulaire, d'un pouce de diametre, ſous 7 lignes de charge. *Voyez* POUCE D'EAU.

IX. Il ſera toujours facile de trouver, par le moyen du poids, le nombre de pouces cubes contenus dans un vaſe ou étalon quelconque, en ſe ſouvenant que le pied cube d'eau douce peſe 70 liv. à peu de choſe près. Si l'on prend pour étalon la pinte de Paris, & qu'on la meſure juſte, il en faudra 36 pour faire le pied cube. Elle contient, par conſéquent, 48 pouces cubes. Lorſque l'eau dépaſſe les bords de la meſure, comme il peut ſe faire ſans qu'elle ſe répande, il ne faudra que 35 pintes pour faire le pied cube. Le muid de Paris contient 8 pieds cubes, ou 288 des premieres pintes, & 280 des dernieres. (*L. B.*)

DIVERGENT, adj. Il ſe dit de tout ce qui, continué, ſe rencontreroit d'un côté en un point commun, & de l'autre iroit toujours en s'éloignant de plus en plus: c'eſt en ce ſens que des lignes, des directions, *&c.* ſont *divergentes*. De l'adjectif *divergent* on a fait le ſubſtantif *divergence*.

Des lignes ſont divergentes du côté où elles vont en s'écartant, & convergentes du côté oppoſé.

DIVERGENTE (*ſérie ou ſuite*), eſt celle dont les termes vont toujours en augmentant; comme cette progreſſion arithmétique 1, 2, 3, *&c*; ou cette progreſſion géométrique 1, 2, 4, 8, *&c. Voyez* SÉRIE, *&c.*

DIVERGENTE (*parabole* ou *hyperbole*), ſont les celles dont les branches ont des directions contraires. *Voyez* CONIQUE, PARABOLE, HYPERBOLE, *&c.*

DIVIDENDE, adj. pris ſub. on appele ainſi, *en Arithmétique*, un nombre dont on propoſe de faire la diviſion. *Voyez* DIVISION.

Le quotient d'une diviſion eſt à l'unité, comme le *dividende* eſt au diviſeur. (*O*).

DIVISEUR, ſ. m. (*Arithm*) eſt, dans la diviſion, le nombre qui diviſe, ou celui qui fait voir en combien de parties le dividende doit être diviſé.

On appele *commun diviſeur* une quantité ou un nombre, qui diviſe exactement deux ou pluſieurs quantités ou nombres, ſans aucun reſte.

Ainſi 3 eſt *commun diviſeur* de 12 & 18; le nombre 2 eſt auſſi commun diviſeur des mêmes nombres. Les mêmes nombres peuvent donc avoir pluſieurs *communs diviſeurs*: or celui de ces *communs diviſeurs*, qui eſt le plus grand, s'appele le *plus grand commun diviſeur*.

Pour trouver le *plus grand commun diviſeur* de deux quantités quelconques *a*, *b*; on diviſera le plus grand nombre *a* par le plus petit *b*; & s'il y a un reſte *c*, on diviſera le plus petit *b* par ce reſte *c* (en négligeant toujours les quotiens); & s'il y a encore un reſte *d*, on diviſera le premier reſte *c* par le ſecond *d*, & ainſi de ſuite, juſqu'à ce qu'on ait trouvé un reſte *m* qui diviſe au juſte celui qui le précede immédiatement; ce dernier reſte *m* ſera le plus grand commun *diviſeur* des deux quantités *a*, *b*.

Ainſi, pour trouver le plus grand commun *diviſeur* des deux nombres 54 & 18, je diviſe 54 par 18; & comme cette diviſion ſe fait ſans reſte, je connois que 18 eſt le plus grand commun *diviſeur* de 54 & 18.

Pour trouver le plus grand commun *diviſeur* de 387 & de 54, je diviſe 387 par 54, & trouvant un reſte 9, je diviſe 54 par 9; & comme la diviſion ſe fait exactement, je connois que 9 eſt le plus grand commun *diviſeur* de 387 & 54.

Pour trouver le plus grand commun *diviſeur* de 438 & de 102, je diviſe 438 par 102, & trouvant le reſte 30, je diviſe 102 par 30, & trouvant le reſte 12, je diviſe 30 par 12, & trouvant le reſte 6, je diviſe 12 par 6; & comme 6 diviſe 12 ſans reſte, je connois que 6 eſt le plus grand commun *diviſeur* de 438 & 102, *&c.*

Pour trouver le plus grand commun *diviſeur* de trois nombres quelconques *A*, *B*, *C*, je cherche d'abord, comme auparavant, le plus grand commun *diviſeur m* des deux premiers *A*, *B*; & je cherche enſuite le plus grand commun *diviſeur n* de *C* & de *m*; & *n* ſera le plus grand commun *diviſeur* des trois nombres *A*, *B*, *C*.

S'il falloit trouver le plus grand commun *diviſeur* de quatre nombres, on chercheroit d'abord le plus grand commun *diviſeur n* des trois premiers: & enſuite le plus grand commun *diviſeur p* du quatrieme & de *n*; & ainſi de ſuite à l'infini.

Il eſt quelquefois utile de connoître tous les *diviſeurs* d'un nombre, ſur-tout dans l'analyſe, où il s'agit ſort ſouvent de décompoſer une quantité, ou d'en déterminer les facteurs, c'eſt-à-dire, de ſavoir les quantités qui ont concouru à ſa production.

Ainſi, pour trouver tous les *diviſeurs* d'un nombre 2310, on prendra la ſuite 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, *&c.* des nombres premiers (*Voyez* NOMBRE PREMIER), & l'on trouvera, par ſon moyen, tous les *diviſeurs* ſimples ou premiers 2, 3, 5, 7, 11, de 2310; & poſant l'unité 1, on multipliera 1 par 2, & l'on aura pour *diviſeurs* 1, 2, qu'on multipliera chacun par trois, pour avoir 3, 6, leſquels joints à 1, 2, donneront pour *diviſeurs* 1, 2, 3, 6 que l'on multipliera chacun par 5; ce qui produira 5, 10, 15, 30, leſquels joints aux quatre *diviſeurs* 1, 2, 3, 6, produiront les huit *diviſeurs* 1, 2, 3, 6, 5, 10, 15, 30, que l'on multipliera chacun par 7, pour avoir 7, 14, 21, 42, 35, 70, 105, 210, que l'on joindra aux huit premiers, pour avoir les 16 *diviſeurs* 1, 2, 3, 6, 5, 10, 15, 30, 7, 14, 21, 42, 35, 70, 105, 210, que l'on multipliera chacun par 11, pour avoir 11, 22, 33, 66, 55, 110, 165, 330, 77, 154, 231, 462, 385, 770, 1155, 2310, leſquels joints aux 16 précédens donneront les 32 *diviſeurs* 1, 2, 3, 5, 10, 15, 30, 7, 14, 21, 42, 35, 70, 105, 210, 11, 22, 33, 66, 55, 110, 165, 330, 77, 154, 231, 462, 385, 770, 1155, 2310 du nombre 2310, & il n'en aura pas davantage.

La regle pour trouver les plus grands communs *diviſeurs* eſt démontrée dans pluſieurs ouvrages, par différentes méthodes. En voici la raiſon en peu de mots. Qu'eſt-ce que trouver le plus grand commun *diviſeur*, par exemple de 387 & 54? c'eſt trouver la plus petite expreſſion de $\frac{387}{54}$. Il faut donc d'abord diviſer 387 par 54: je trouve que le quotient eſt un nombre entier $+\frac{9}{54}$; il faut donc trouver le plus grand commun *diviſeur* de 9 & de 54, ou réduire cette fraction à ſa plus ſimple expreſſion; donc ce plus grand *diviſeur* eſt 9. On fera le même raiſonnement ſur les exemples plus compoſés; & l'on verra toujours que trouver le plus grand commun *diviſeur*, ſe réduit à trouver la plus petite expreſſion d'une fraction; c'eſt-à-dire, une fraction dont le numérateur & le dénominateur ſoient les plus petits qu'il eſt poſſible.

On peut auſſi employer ſouvent une méthode abrégée pour trouver le plus grand commun *diviſeur*.

Je ſuppoſe qu'on ait, par exemple, à trouver le plus grand commun *diviſeur* de 176 & de 77, je remarque en prenant tous les *diviſeurs* de 176, que $176 = 2\times88 = 2\times2\times2\times2\times11$, & que $77 = 7\times11$; donc 11 eſt le plus grand commun *diviſeur*, & ainſi des autres. En général ſoient a, b, c, tous les *diviſeurs* ſimples ou premiers d'un nombre $a^{\alpha}b^{\beta}c$, & c, b, f, tous ceux d'un nombre $b^{\epsilon}c^{\delta}f^{\gamma}$, on aura pour *diviſeur* commun $b^{\beta}c$.

Deux nombres premiers (*Voyez* NOMBRE PREMIER) ou deux nombres dont l'un eſt premier, ne ſauroient avoir de commun *diviſeur* plus grand que l'unité: cela eſt évident par la définition des nombres premiers, & par la regle des communs *diviſeurs*. Donc une fraction compoſée de deux nombres premiers $\frac{a}{b}$, eſt réduite à ſa plus ſimple expreſſion. Donc le produit ac de deux nombres premiers différens de b ne peut ſe diviſer exactement par b; car, ſi on avoit $\frac{ac}{b} = m$, on auroit $\frac{a}{b} = \frac{m}{c}$; ce qui ne ſe peut. En effet, il faudroit, pour cela, que b & c euſſent un commun *diviſeur*, ce qui eſt contre l'hypotheſe. On prouvera de même que $\frac{ac}{b}$ ne ſauroit ſe réduire; car on auroit $\frac{ac}{b} = \frac{m}{g}$, g ayant un *diviſeur* commun avec b; on prouvera de même encore que $\frac{ac}{bd}$, d étant un nombre premier, ne ſauroit ſe réduire; car on auroit $\frac{ac}{bd} = \frac{mb}{gb}$: donc bd produit de deux nombres premiers, ſeroit égal au produit de deux autres nombres g, b, & par conſéquent on auroit $\frac{b}{g} = \frac{b}{d}$, quoique b, d'une part, & d, de l'autre, ſoient des nombres premiers: ce qui ne ſe peut, car on vient de voir que toute fraction, dont on des termes eſt un nombre premier, eſt réduite à la plus ſimple expreſſion. On prouvera de même que $\frac{abc}{bd}$, c étant nombre premier, ne peut ſe réduire; &, en général, qu'un produit de nombres premiers quelconques, diviſé par un produit d'autres nombres premiers quelconques, ne peut ſe réduire à une expreſſion plus ſimple. *Voyez les conſéquences de cette propoſition aux mots* FRACTION & INCOMMENSURABLE.

À l'égard de la méthode par laquelle on trouve le plus grand *diviſeur* commun de deux quantités algebriques, elle eſt la même, pour le fond, que celle par laquelle on trouve le plus grand *diviſeur* commun de deux nombres. Elle eſt expliquée dans pluſieurs ouvrages, & en particulier dans l'*Algebre* de M. l'Abbé Boſſut. (*O*).

* L'article *diviſeur*, qu'on vient de lire, eſt en grande partie de M. d'Alembert; il méritoit, par cette ſeule raiſon, d'être conſervé; & d'ailleurs il contient des remarques qui peuvent être utiles aux commençans. Nous croyons cependant devoir ajouter ici une explication un peu plus détaillée ſur la méthode de trouver le plus grand commun *diviſeur* de deux quantités.

On a ſouvent beſoin, ſur-tout dans le calcul des fractions, de ſavoir réduire une fraction à ſes moindres termes. Cette réduction ſe fait en cherchant le plus grand commun *diviſeur* au numérateur & au dénominateur de la fraction. *Voyez* FRACTION. Or, dans la comparaiſon de deux nombres, on peut toujours conſidérer l'un comme le numérateur, l'autre comme le dénominateur d'une fraction: ainſi, la queſtion générale de trouver le plus grand commun *diviſeur* de deux nombres, ſe réduit à trouver le plus grand commun *diviſeur* des deux termes d'une fraction.

Soit donc, par exemple, la fraction $\frac{96}{180}$, dont il faut trouver le plus grand *diviſeur* commun à ſon numérateur & à ſon dénominateur. Il eſt d'abord évident que ce plus grand commun *diviſeur* ne peut pas être plus grand que le plus petit des deux termes de la fraction, qui eſt le numérateur 96. J'eſſaye ſi 96 eſt ce diviſeur; 96 ſe diviſe lui-même, mais il ne diviſe 180 qu'avec un reſte 84. La fraction $\frac{96}{180}$ eſt donc la même choſe que $\frac{96}{96 \text{ plus } 84}$. En cet état, je vois que le plus grand *diviſeur* cherché ne peut pas excéder 84, autrement il ne diviſeroit pas la partie 84. J'eſſaye ſi 84 eſt ce *diviſeur*; 84 ſe diviſe lui-même, mais il ne diviſe 96 qu'avec un reſte 12. La fraction peut donc être écrite ſous cette forme,

$\frac{84 \text{ plus } 12}{84 \text{ plus } 12 \text{ plus } 84}$. Alors il eſt clair que le *diviſeur* cherché ne peut pas excéder 12, autrement il ne diviſeroit pas 12. Voyons ſi 12 eſt ce *diviſeur*; 12 ſe diviſe lui-même; il diviſe auſſi 84. Il diviſe donc toutes les parties de la fraction. Donc il eſt *diviſeur* commun du numérateur & du dénominateur; & de plus il eſt le plus grand *diviſeur* commun de ces deux termes; car on voit, par la ſuite de nos opérations, qu'un nombre plus grand que 12 n'auroit pas pu diviſer les deux mêmes termes.

Maintenant que nous voilà aſſurés que 12 eſt le plus grand commun *diviſeur* cherché; ſi nous diviſons 96 & 180 par 12, nous réduirons la fraction $\frac{96}{180}$ à celle-ci $\frac{8}{15}$ qui eſt ſa plus ſimple expreſſion.

En réfléchiſſant ſur l'eſprit des opérations précédentes, on voit que la méthode dont il s'agit, revient à cette regle. *Diviſez le plus grand terme de la fraction par le plus petit; & ſi la diviſion ſe fait ſans reſte, ce plus petit terme eſt le plus grand commun* diviſeur *cherché. Si la diviſion ne ſe fait pas ſans reſte, diviſez le plus petit terme, par le premier reſte; & ſi la diviſion ſe fait ſans reſte, le premier reſte eſt le plus grand commun* diviſeur *cherché. Si elle ne ſe fait pas ſans reſte, diviſez le premier reſte par le ſecond; & ſi elle ſe fait ſans reſte, le ſecond reſte ſera le* diviſeur *cherché. Si la diviſion ne ſe fait pas ſans reſte, vous continuerez à opérer de même, juſqu'à ce que vous trouviez un reſte qui diviſe exactement le précédent. Ce reſte* diviſeur *ſera le plus grand* diviſeur *commun des deux termes de la fraction; de maniere qu'en les diviſant actuélement par lui, vous réduirez la fraction à ſes moindres termes.*

Si, dans la ſuite de ces calculs, on ne parvient pas à faire une diviſion ſans reſte, & ſi, en conſéquence, le dernier de tous les reſtes eſt l'unité: ce ſera une marque que la fraction eſt exprimée par ſes plus ſimples termes, & qu'elle eſt irréductible.

Le plus grand commun *diviſeur* de deux quantités algébriques ſe trouve d'une maniere analogue. Après avoir ordoné les deux termes de la fraction, par raport à une même lettre, il faut diviſer celui des deux termes, où cette lettre a le plus grand expoſant, par le ſecond; & pouſſer l'opération tant qu'elle eſt poſſible, conformément aux regles ordinaires de la diviſion; enſuite il faut diviſer, ſuivant les mêmes conditions, le ſecond terme par le premier reſte; puis le premier reſte, par le ſecond reſte; ainſi de ſuite, juſqu'à ce qu'on parvienne à une diviſion exacte: alors le dernier *diviſeur* eſt le plus grand commun *diviſeur* des deux termes de la fraction propoſée. Si on ne pouvoit pas parvenir à faire une diviſion exacte, la fraction ſeroit irréductible. On voit que le procédé eſt abſolument le même pour les fractions littérales que pour les fractions numériques. Avant que d'appliquer cette regle à des exemples, nous ferons quelques obſervations qui tendent à ſimplifier le calcul.

On ne change rien au commun *diviſeur* de deux quantités, en multipliant ou en diviſant l'une de ces quantités par un facteur qui n'eſt pas *diviſeur* de l'autre. Qu'on ait, par exemple, la fraction $\frac{ab}{ac}$, dont les deux termes ont a pour *diviſeur* commun: en multipliant le numérateur ou le dénominateur par une quantité d, on formera la nouvele fraction $\frac{abd}{ac}$, ou $\frac{ab}{acd}$, dont les deux termes n'ont pas d'autre *diviſeur* commun que a. Mais, ſi la quantité, par laquelle on multiplie un des termes de la fraction, étoit *diviſeur* de l'autre terme, alors on changeroit le *diviſeur* commun. Par exemple, qu'on multiplie le numérateur de la fraction $\frac{ab}{ac}$ par c, qui eſt *diviſeur* du dénominateur, on formera la fraction $\frac{abc}{ac}$, dont les deux termes ont, pour *diviſeur* commun, ac, & non pas ſimplement a comme tout-à-l'heure. De même, ſi l'on multiplie le dénominateur de la fraction $\frac{ab}{ac}$, par b, qui eſt *diviſeur* du numérateur, on formera la fraction $\frac{ab}{abc}$, dont les deux termes ont pour *diviſeur* commun ab, & non a ſimplement. On ne conſerve donc le même *diviſeur* commun aux deux termes d'une fraction, qu'en multipliant ou en diviſant l'un de ces termes par une quantité qui ne ſoit pas *diviſeur* de l'autre.

Exemple I. *Trouver le plus grand commun diviſeur de la fraction* $\frac{a^3+ab^2-a^2b-b^3}{4a^4-2a^3b^2-4a^2b+2ab^3}$.

J'ordone tout par raport à la lettre a, & je prends le dénominateur pour dividende, & le numérateur pour *diviſeur*. Cela poſé,

1°. Comme $2a$ diviſe tous les termes du dividende, & ne diviſe pas ceux du *diviſeur*, je commence par délivrer le dividende de ce *diviſeur*, pour ſimplifier l'opération. Il me vient ainſi $2a^3 - 2a^2b - ab^2 + b^3$ à diviſer par $a^3 - a^2b + ab^2 - b^3$. Le quotient eſt 2, & le reſte $-3ab^2 + 3b^3$.

2°. Je prends pour dividende le *diviſeur* $a^3 - a^2b + ab^2 - b^3$, & pour *diviſeur* le premier reſte $-3ab^2 + 3b^3$. Et comme $3b^3$ eſt diviſeur de ce reſte, ſans l'être du nouveau dividende, je délivre mon *diviſeur* actuel du facteur $3b^3$. Par ce moyen, j'ai $a^3 - a^2b + ab^2 - b^3$ à diviſer par $-a+b$. Il vient

pour quotient exact $-a^3-b^3$. D'où je conclus que $-a+b$ eſt le plus grand commun *diviſeur* cherché. Diviſant donc les deux termes de la fraction propoſée $\frac{a^3-a^2b+ab^2-b^3}{4a^4-4a^3b-2a^2b^2+2ab^3}$ par $-a+b$, elle deviendra $\frac{-a^2-b^2}{-4a^3+2ab^2}$, ou $\frac{a^2+b^2}{4a^3-2ab^2}$, & ſera réduite à ſes moindres termes.

EXEMPLE II. *Trouver le plus grand commun diviſeur de la fraction* $\frac{2a^4+2a^3b-a^2bc-ab^2c}{3a^3+3a^2b+4ab^2+4b^3}$.

J'ordonne tout par raport à la lettre a ; & je prends pour dividende le numérateur, & pour *diviſeur* le dénominateur.

1°. Je prépare le dividende, en diviſant tous ſes termes par a qui n'eſt pas *diviſeur* commun de tous les termes du dénominateur. Enſuite je multiplie tous les termes du même dividende par 3 qui n'eſt pas *diviſeur* du dénominateur, afin de rendre le premier terme du dividende, diviſible par le premier terme du *diviſeur*. Par ces deux opérations, j'ai $6a^3+6a^2b-3abc-3b^2c$ à diviſer par $3a^3+3a^2b+4ab^2+4b^3$. Le quotient eſt 2, & le reſte $-3abc-8ab^2-3b^2c-8b^3$.

2°. Je prends pour dividende le *diviſeur* précédent $3a^3+3a^2b+4ab^2+4b^3$, & pour *diviſeur* le premier reſte $-3abc-8ab^2-3b^2c-8b^3$. Je prépare la diviſion, en obſervant que $-3bc-8b^2$ diviſe le *diviſeur*, & ne diviſe pas le dividende. Ainſi je délivre le *diviſeur* de ce facteur ; & alors j'ai $3a^3+3a^2b+4ab^2+4b^3$ à diviſer par $a+b$. La diviſion ſe fait exactement, & le quotient eſt $3a^2+4b^2$. Par conſéquent le plus grand commun *diviſeur* de la fraction propoſée $\frac{2a^4+2a^3b-a^2bc-ab^2c}{3a^3+3a^2b+4ab^2+4b^3}$ eſt $a+b$; &, en diviſant ſon numérateur & ſon dénominateur par ce diviſeur, cette fraction devient $\frac{2a^3-abc}{3a^2+4b^2}$.

(*L. B.*)

DIVISIBILITÉ, (*Géom. & Phyſ.*) eſt en général le pouvoir paſſif, ou la propriété qu'a une quantité de pouvoir être ſeparée en différentes parties, ſoit actuelles, ſoit mentales.

Les Péripateticiens & les Carteſiens ſoutienent en général que la *diviſibilité* eſt une affection ou propriété de toute matiere ou de tout corps : les Carteſiens adoptent ce ſentiment, parce qu'ils prétendent que l'eſſence de la matiere conſiſte dans l'étendue, d'autant que toute partie ou corpuſcule d'un corps étant étendue a des parties qui renferment d'autres parties, eſt, par conſéquent, diviſible.

Les Épicuriens diſent que la *diviſibilité* eſt propre à toute continuité phyſique, parce qu'où il n'y a point de parties adjacentes à d'autres parties, il ne peut y avoir de continuité, & que par-tout où il y a des parties adjacentes, il eſt néceſſaire qu'il y ait de la *diviſibilité* ; mais ils n'acordent point cette propriété à tous les corps, parce qu'ils ſoutienent que les corpuſcules primitifs ou les atomes ſont abſolument indiviſibles. Leur plus grand argument eſt que la *diviſibilité* de tout corps ou de toute partie aſſignable d'un corps, même après toutes diviſions faites, ſuppoſe que les plus petits corpuſcules ſont diviſibles à l'infini, ce qui eſt, ſelon eux, une abſurdité, parce qu'un corps ne peut être diviſé que dans les parties actuelles dont il eſt compoſé. Mais ſuppoſer, diſent-ils, des parties à l'infini dans le corps le plus petit, c'eſt ſuppoſer une étendue infinie : car des parties ne pouvant être réunies à l'infini à d'autres parties extérieures, comme le ſont, ſans doute, les parties qui compoſent les corps, il ſandroit néceſſairement admettre une étendue infinie.

Ils ajoutent qu'il y a une différence extrême entre la *diviſibilité* des quantités phyſiques & la *diviſibilité* des quantités mathematiques : ils acordent que toute quantité, ou dimenſion mathématique, peut être augmentée ou diminuée à l'infini ; mais la quantité phyſique, ſelon eux, ne peut être ni augmentée, ni diminuée à l'infini.

Un artiſte qui diviſe un corps continu parvient à certaines petites parties, au delà deſquelles il ne peut plus aller ; c'eſt ce qu'on appele *minima partis*. De même la nature qui peut commencer où l'art finit, trouvera des bornes que l'on appele *minima naturæ* ; & Dieu, dont le pouvoir eſt infini, commençant où la nature finit, peut ſubdiviſer ce *minima naturæ* ; mais à force de ſubdiviſer, il arivera juſqu'à ces parties qui, n'ayant aucunes parties continues, ne peuvent plus être diviſées, & ſeront atomes. Ainſi parlent les Épicuriens.

Cette queſtion eſt ſujete à bien des difficultés : nous allons expoſer en grôs les raiſonemens pour & contre. D'un côté, il eſt certain que tout corpuſcule étendu a des parties, & eſt, par conſéquent, diviſible ; car, s'il n'a point de côtés, il n'eſt point étendu, & s'il n'y a point d'étendue, l'aſſemblage de pluſieurs corpuſcules ne compoſeroit point un corps. D'un autre côté, la *diviſibilité* infinie ſuppoſe des parties à l'infini dans les corps les plus petits : d'où il ſuit qu'il n'y a point de corps, quelque petit qu'il puiſſe être, qui ne fourniſſe autant de ſurfaces ou de parties que tout le globe de la terre en pouroit fournir.

La *diviſibilité* à l'infini d'une quantité mathématique ſe prouve de cette maniere : ſuppoſez AC, *Pl. de Géomét. Fig.* 68, perpendiculaire à BF, & une autre ligne telle que GH à une petite diſtance de A, auſſi perpendiculaire à la même ligne : des centres C, C, C, *&c.* & des diſtances CA, CA, *&c.* décrivez des cercles qui coupent la ligne GH aux points a, a, *&c.* Plus le rayon AC eſt grand, plus la partie aG eſt petite ; mais le rayon peut être augmenté *in infinitum*, &, par

conſéquent, la partie *e G* peut être diminuée auſſi *in infinitum* ; cependant on ne la réduira jamais à rien, parce que le cercle ne peut jamais devenir coïncident avec la ligne *B F* ; par conſéquent les parties de toute grandeur peuvent être diminuées *in infinitum*.

Les principales objections que l'on fait contre ce ſentiment ſont, que l'infini ne peut être renfermé dans ce qui eſt fini, & qu'il réſulte de la diviſibilité *in infinitum*, ou que les corps ſont égaux, ou qu'il eſt des infinis plus grands les uns que les autres : à quoi l'on répond que les propriétés de ce qui eſt fini, & d'une quantité déterminée, peuvent être attribuées à ce qui eſt fini ; qu'on n'a jamais prouvé qu'il ne pouvoit y avoir un nombre infini de parties infiniment petites dans une quantité finie. On ne prétend point ici ſoutenir la poſſibilité d'une diviſion actuele *in infinitum* ; on prétend ſeulement que quelque petit que ſoit un corps, il peut encore être diviſé en de plus petites parties ; & c'eſt ce qu'on a jugé à propos d'appeler une diviſion *in infinitum*, parce que ce, qui n'a point de bornes, eſt infini.

Il eſt certain qu'il n'eſt point de parties d'un corps que l'on ne puiſſe regarder comme contenant d'autres parties ; cependant la petiteſſe des particules de pluſieurs corps eſt telle, qu'elle ſurpaſſe de beaucoup notre conception ; il y a une infinité d'exemples dans la nature, de parties très-petites, ſéparées actuélement l'une de l'autre.

M. Boyle nous en fournit pluſieurs. L'or eſt un métal, dont on forme en le tirant, des fils fort longs & fort fins. On dit qu'à Ausbourg, un habile tireur d'or fit un fil de ce métal, qui avoit 800 pieds de long, & qui peſoit un grain ; on auroit pu, par conſéquent, le diviſer en 3,600,000 parties viſibles. On ſe ſert tous les jours, pour dorer pluſieurs ſortes de corps, de feuilles d'or fort déliées, leſquelles étant battues, peuvent être rendues extrêmement minces ; car il faut 300,000 de ces petites feuilles entaſſées les unes ſur les autres pour faire l'épaiſſeur d'un pouce. Or on peut diviſer une feuille d'un pouce carré en 600 petits fils viſibles, & chacun de ces petits fils en 600 parties viſibles ; d'où il ſuit que chaque pouce carré eſt diviſible en 360,000. Cinquante pouces ſemblables font un grain. Donc un grain d'or peut être diviſé en 18,000,000 parties viſibles. M. Boyle a diſſout un grain de cuivre rouge dans de l'eſprit de ſel ammoniac, & l'ayant mêlé avec de l'eau nette qui peſoit 28,534 grains, ce ſeul grain de cuivre teignit en bleu toute l'eau dans laquelle il avoit été jeté. Cette eau ayant été meſurée faiſoit 50,557 pouces cubiques. On peut bien ſuppoſer, ſans craindre de ſe tromper, qu'il y avoit dans chaque partie viſible de l'eau une petite partie de cuivre fondu. Il y a 216,000,000 parties viſibles dans un pouce cubique. Par conſéquent un ſeul grain de cuivre doit avoir été diviſé en 22,788,000,000 petites parties viſibles. Le fameux Lewenhoeck a remarqué dans de l'eau où l'on avoit jeté du poivre, trois ſortes de petits animaux qui y nageoient. Que l'on mette le diametre de la plus petite ſorte de ces animalcules pour l'unité, le diametre de ceux de la ſeconde ſorte étoit dix fois auſſi grand, & celui de la troiſieme eſpece devoit être cinquante fois plus grand. Le diametre d'un grain de ſable commun étoit mille fois auſſi grand, &, par conſéquent, la grandeur du plus petit de ces animalcules mis en parallele avec un grain de ſable, étoit comme les cubes des diametres 1 & 1000, c'eſt-à-dire, comme 1 à 1,000,000,000 : on voit portant ces petits animaux nager dans l'eau ; ils ont un corps qui peut ſe mouvoir ; ce corps eſt compoſé de muſcles, de vaiſſeaux ſanguins, de nerfs, & autres parties. Il doit y avoir une différence énorme entre le volume de ces vaiſſeaux ſanguins & celui de tout leur corps. Quelle ne doit donc pas être la petiteſſe des globules de ſang, qui circulent continuélement dans ces vaiſſeaux ? De quelle petiteſſe ne ſont pas auſſi les œufs de ces animalcules, ou leurs petits, lorſqu'ils ne ſont que de naître ? Peut-on aſſez admirer la ſageſſe & la puiſſance du créateur dans de ſemblables productions ?

Dans les corps odoriférans, il eſt encore facile d'appercevoir une fineſſe très-grande de parties, & même telles qu'elles ſont actuélement ſéparées l'une de l'autre : on trouve beaucoup de corps dont la peſanteur n'eſt preſque point altérée dans un long eſpace de temps, quoiqu'ils rempliſſent ſans ceſſe une grande étendue par les corpuſcules odoriférans qui s'en exhalent.

Toute partie de matiere, quelque petite qu'elle ſoit, & tout eſpace fini quelque grand qu'il ſoit, étant donné, il eſt poſſible qu'un petit grain de ſable ou une petite partie de matiere ſoit étendue dans un grand eſpace, & le rempliſſe de maniere qu'il ne s'y trouve aucun pore dont le diametre excede quelque ligne donnée, ſi petite qu'on voudra.

En effet, qu'on prene, par exemple, une ligne cube de matiere, qu'on la diviſe par tranches en petites lames, il eſt certain que l'on peut augmenter aſſez le nombre de ces lames pour pouvoir, en les mettant les unes à côté des autres, couvrir une ſurface auſſi large qu'on voudra. Qu'on reddiviſe enſuite chacune des petites lames en un grand nombre d'autres, on pourra placer ces nouvelles petites lames à telle diſtance ſi petite qu'on voudra les unes des autres, & en remplir, de cette ſorte, un eſpace qui pourra être impénétrable à la lumiere, ſi les diſtances entre les lames ſont moindres que les diametres des corpuſcules de lumiere. Cela eſt démontré plus au long dans Keill, *Introd. ad ver. Phyſ.*

Voici maintenant, d'une maniere plus détaillée, les objections de ceux qui prétendent que la matiere n'eſt pas diviſible à l'infini. Le corps géométrique n'eſt que la ſimple étendue, il n'a point de parties déterminées & actueles, il ne contient que des parties ſimplement poſſibles, qu'on peut augmenter

augmenter tant qu'on veut à l'infini; car la notion de l'étendue ne renferme que des parties co-exiſtantes & unies, & le nombre de ces parties eſt abſolument indéterminé, & n'entre point dans la notion de l'étendue. Ainſi, l'on peut ſans nuire à l'étendue, déterminer ce nombre comme on veut, c'eſt-à-dire, que l'on peut établir qu'une étendue renferme dix mille, ou un million, ou dix millions de parties, ſelon que l'on voudra prendre une partie quelconque pour un: ainſi, une ligne renfermera deux parties, ſi l'on prend ſa moitié pour une, & elle en aura dix ou mille, ſi on prend ſa dixieme, ou ſa millieme partie pour l'unité. Cette unité eſt donc abſolument indéterminée, & dépend de la volonté de celui qui conſidere cette étendue.

Il n'en eſt pas de même de la nature. Tout ce qui exiſte actuélement doit être déterminé en toute maniere, & il n'eſt pas en notre pouvoir de le déterminer autrement. Une montre, par exemple, a ſes parties: mais ce ne ſont point des parties ſimplement déterminables par l'imagination; ce ſont des parties réelles, actuélement exiſtantes: & il n'eſt point libre de dire, cette montre a *dix*, *cent*, ou *un million de parties*; car en tant que montre, elle en a un nombre qui conſtitue ſon eſſence, & elle n'en peut avoir ni plus ni moins, tant qu'elle reſtera montre. Il en eſt de même de tous les corps naturels, ce ſont tous des compoſés qui ont leurs parties déterminées & diſſemblables, qu'il n'eſt point permis d'exprimer par un nombre quelconque. Les philoſophes ſe ſeroient donc épargné tous les embaras où les a jetés le labyrinthe de la *diviſibilité* du continu, s'ils avoient pris ſoin de ne jamais appliquer les raiſonemens que l'on fait ſur la diviſibilité du corps géometrique aux corps naturels & phyſiques.

Les adverſaires de la *diviſibilité* de la matiere ſoutiennent qu'il n'y a aucune expérience qui faſſe voir démonſtrativement que les corps ſont compoſés de parties diviſibles; que la nature s'arrête dans l'analyſe de la matiere à un certain degré fixe & déterminé; c'eſt ce qui eſt fort probable, & par l'uniformité qui regne dans ſes ouvrages, & par une infinité d'expériences. 1°. Si la matiere étoit réſoluble à l'infini, la forme & la façon d'être dans les compoſés ſeroient ſujetes, diſent-ils, à mille changemens, & les eſpeces des choſes ſeroient ſans ceſſe brouillées. Il ſeroit impoſſible que les mêmes germes & les mêmes ſemences produiſiſſent conſtament les mêmes animaux & les mêmes plantes, & que ces êtres conſervaſſent toujours les mêmes propriétés; car le ſuc, qui les nourit, tantôt plus ſubtil, tantôt plus groſſier, y cauſeroit des variations perpétueles. Or il n'y a aucun de ces dérangemens dans l'univers; les plantes, les animaux, les foſſiles, tout enfin produit conſtament ſon ſemblable avec les attributs qui conſtituent ſon eſſence. 2°. Non ſeulement les eſpeces ſe mêleroient dans la diviſion à l'infini, mais il s'en formeroit de nouveles. Or on n'en voit point dans la nature; les monſtres mêmes ne perpétuent pas la leur; la main du créateur a marqué les bornes de chaque être, & ces bornes ne ſont jamais franchies. 3°. Les diſſolutions des corps ont leurs bornes fixes, auſſi-bien que leur accroiſſement. Le feu du miroir ardent, le plus puiſſant diſſolvant que nous connoiſſions, fond l'or, le pulvériſe, & le vitrifie, mais ſes effets ne vont pas au delà. Cependant l'hypotheſe que nous combatons ne ſauroit rendre raiſon pourquoi les liquides ne reçoivent jamais qu'un certain degré de chaleur déterminé, ni pourquoi l'action du feu ſur les corps a des bornes ſi préciſes, ſi la ſolidité & l'irréſolubilité actuele n'étoient pas attachées aux particules de la matiere. Aucun chimiſte a-t-il pu rendre l'eau pure plus fine qu'elle étoit auparavant? A-t-on jamais pu, après de centaines de diſtillations, de digeſtions & de mélanges avec toutes ſortes de corps, rendre l'eſprit d'eau-de-vie le plus fin, encore plus ſubtil que l'eſprit de vin éthéré, qui eſt beaucoup plus fin que l'alcohol? 4°. Le ſyſtême des germes, que les nouveles découvertes ont fait adopter, rend l'irréſolubilité des premiers corps indiſpenſablement néceſſaire. Si la nature n'agit que par dévelopement, comme les microſcopes ſemblent le démontrer, il faut abſolument que les diviſions actueles de la matiere aient des bornes. 5°. Si l'on frote les corps les uns contre les autres, & ſi on les épure, on peut bien en détacher de grôſſes parties; mais on a beau continuer de les froter pendant long temps, ces parties emportées ſeront toujours rendues viſibles à l'aide du microſcope. Cela paroît, ſur-tout, lorſqu'on briſe les couleurs ſur le porphire, & qu'on les conſidere enſuite au microſcope. 6°. La *diviſibilité* de la matiere à l'infini ſuppoſe que les corps ſoient compoſés à l'infini d'autres corpuſcules. Mais cela ſe peut-il concevoir? Dire qu'un corps eſt compoſé d'autres corps, c'eſt ne rien dire. Car on demandera de nouveau de quoi ces corps ſont compoſés. Les élémens de la matiere doivent donc être autre choſe que de la matiere. C'eſt ce qui avoit fait imaginer à M. Leibnitz ſon ſyſtême des monades. La matiere, ſelon les Leibnitiens, n'eſt qu'un phénomene réſultant de l'union de pluſieurs monades. Ce phénomene ſubſiſte tant qu'il y a pluſieurs monades enſemble. En diviſant la matiere, on déſunit les monades; & ſi la diviſion eſt portée juſqu'au point qu'il n'y ait plus qu'une ſeule monade, le phénomene de la matiere diſparoîtra. Si on demande comment des monades, qui ne ſont point corps, peuvent conſtituer des corps, les Leibnitiens répondent qu'elles n'en conſtituent que l'apparence, que la matiere n'exiſte point hors de notre eſprit telle que nous la concevons. Telles ſont les difficultés de part & d'autre. *Non noſtrum inter vos tantas componere lites.* Nous devons à M. Formey une grande partie de cet article. (*O*).

DIVISION, ſ. f. (*Arith.*): opération par laquelle on trouve un troiſieme nombre qui, multipliant le ſecond, ou étant multiplié par le ſecond, donne un produit égal au premier.

Nous allons expliquer les regles de la diviſion, en commençant par les nombres *incomplexes*.

I. Le nombre qu'on diviſe s'appele *dividende*, celui par lequel on diviſe, *diviſeur*; & le troiſieme nombre qui réſulte de l'opération, *quotient*. Ainſi, le produit du diviſeur & du quotient, multipliés l'un par l'autre, doit être égal au dividende, ou plutôt doit être le dividende même. D'où il ſuit que le dividende contient le diviſeur autant de fois que le quotient contient l'unité, ou que le dividende contient le quotient autant de fois qu'il y a d'unités dans le diviſeur; ce qui fait deux cas.

Dans le premier, le dividende & le diviſeur contienent des unités de même eſpece, puiſque l'un fait partie de l'autre; & le quotient eſt un nombre abſtrait qui marque *combien de fois* le dividende contient le diviſeur. Par exemple, ſi l'on diviſe 40 écus par 10 écus, tout ce qu'on peut ſe propoſer dans cette opération eſt de connoître combien de fois 40 écus contienent 10 écus; le quotient 4 indiquant ce nombre de fois, eſt un nombre abſtrait. Ce n'eſt que dans ce cas que le réſultat de la diviſion eſt appelé proprement quotient, du mot latin *quoties*, combien de fois.

Dans le ſecond cas, le diviſeur eſt un nombre abſtrait; & le quotient aura des unités de même eſpece que le dividende, & ſera par conſéquent concret, ſi le dividende eſt concret. La diviſion ſe réduit donc alors à partager le dividende en autant de parties égales qu'il y a d'unités dans le diviſeur, pour avoir une de ces parties qu'on appele quotient, nom qui ne lui convient qu'improprement. Par exemple, ſi l'on propoſe de diviſer 40 écus par 10, nombre abſtrait; on a pour but de partager 40 écus en dix parties égales; le quotient 4 écus eſt donc une des parties du dividende.

II. Lorſque le dividende & le diviſeur ſont deux nombres abſtraits, la diviſion peut être raportée indifféremment à l'un & à l'autre cas; & le quotient eſt toujours un nombre abſtrait.

De quelque nature que ſoient les unités du dividende & du diviſeur, on peut faire la diviſion, comme s'il s'agiſſoit de ſavoir combien de fois le dividende contient le diviſeur. Enſuite on déterminera l'eſpece des unités du quotient, relativement à celles du dividende & du diviſeur, ou au ſens dans lequel on a propoſé la queſtion qui a donné lieu à la diviſion.

On indique une diviſion à faire, ou le quotient qui en doit provenir, en écrivant le dividende au deſſus d'une bâre horizontale, & le diviſeur au deſſous. Par exemple, $\frac{12}{6}$ indique le quotient de 12 diviſé par 6; de même $\frac{45}{9}$ indique le quotient de 45 diviſé par 9; $\frac{64 \times 5}{8 \times 6}$ indique le quotient du produit 64×5 diviſé par le produit 8×6; &c.

III. Toute diviſion peut s'exécuter par le moyen de la ſouſtraction, comme la multiplication, par l'addition. En effet, s'agit-il, par exemple, de diviſer 40 écus par 10 écus, ou de trouver combien de fois 40 écus contienent 10 écus?

Ôtez 10 de 40; ôtez enſuite 10 du reſte 30; ôtez enſuite 10 du ſecond reſte 20; ôtez enfin 10 du troiſieme reſte 10; vous aurez zéro pour quatrieme reſte. Le nombre de ſouſtractions que vous aurez faites pour épuiſer le dividende, ſera le quotient cherché.

Dividende 40 écus
Diviſeur 10 écus
Premier reſte 30 écus
Diviſeur 10 écus
Second reſte 20 écus
Diviſeur 10 écus
Troiſieme reſte 10 écus
Diviſeur 10 écus
Quatrieme reſte 00

Faut-il diviſer 40 écus par 10, nombre abſtrait, c'eſt-à-dire, partager 40 écus en dix parties égales? On a vu que dans ce cas chacune de ces dix parts peut être priſe pour le quotient. Ôtez 10 écus de 40 écus, vous trouverez dans ces 10 écus 1 écu pour chacune des 10 parts égales. Ôtez du reſte 30 écus, 10 autres écus, qui formeront un ſecond écu pour chaque part. En un mot, autant de fois que vous trouverez 10 écus à ſouſtraire, juſqu'à ce que vous ayez épuiſé le dividende, ce ſera autant de fois 1 écu qui revient à chacune des parts égales. Ainſi le quotient cherché eſt 4 écus.

Mais cette maniere de faire la diviſion ſeroit trop longue dans la pratique, ſur-tout lorſque le dividende eſt conſidérable par raport au diviſeur. L'art d'abréger l'opération eſt l'objet de la diviſion proprement dite. J'expliquerai cet art, après que j'aurai donné encore quelques notions néceſſaires pour la ſuite.

IV. Si on multiplie, ou ſi on diviſe par un nombre quelconque, le dividende d'une diviſion, en conſervant ſon diviſeur; le quotient de la nouvele diviſion eſt égal au quotient de la premiere, multiplié ou diviſé par ce même nombre. Car un dividende 2 fois, 3 fois, 4 fois, &c. plus grand ou plus petit qu'un autre, doit contenir 2 fois, 3 fois, 4 fois plus, ou 2 fois, 3 fois, 4 fois moins le même diviſeur.

Au contraire, ſi on conſerve le dividende d'une diviſion, & qu'on multiplie ou diviſe ſon diviſeur par un nombre quelconque; le quotient de la nouvele diviſion ſera égal au quotient de la premiere, diviſé ou multiplié par le même nombre. Car un diviſeur 2 fois, 3 fois, 4 fois plus grand ou plus petit, eſt néceſſairement contenu 2 fois, 3 fois, 4 fois moins ou davantage dans le même dividende.

Il ſuit de ces deux remarques, que ſi l'on multiplie le dividende & le diviſeur par un même nombre, ou bien encore ſi on les diviſe l'un & l'autre par un même nombre; cette double opération ne changera rien au quotient, dans chaque cas.

V. Les regles néceſſaires pour faire toutes ſortes de diviſions, demandent qu'on ſache d'abord divi-

ſer un nombre qoi ne contient pas plus de deux chifres par un autre qui n'en contient qu'un ſeul. Or cette premiere opération eſt facile, & ſe fait par le moyen de la Table de Pythagore (*Voyez* MULTIPLICATION). Qu'il s'agiſſe, par exemple, de diviſer 72 par 8? On cherchera le dividende 72 dans la Table, & prenant le diviſeur 8 dans la premiere câſe de la bande verticale qui contient 72, on trouvera le quotient 9 dans la premiere câſe de la bande horizontale qui contient auſſi 72.

Si le dividende ne ſe trouvoit pas dans la Table, comme, par exemple, s'il falloit diviſer 73 par 8; on prendroit dans la Table le nombre 72 qui approche le plus, en deſſous, du dividende; & on trouveroit, comme tout-à-l'heure, qoe le quotient eſt 9. Mais ce quotient n'eſt qu'approché, parce que le nombre 78 n'eſt pas exactement diviſible par 8.

Cela poſé, nous ſommes en état de diviſer l'un par l'autre deux nombres exprimés par tant de chifres qo'on voudra.

VI. PROBLÊME I. *Faire la diviſion, lorſque le dividende étant compoſé d'un nombre quelconque de chifres, le diviſeur n'en contient qu'un ſeul.*

Ayant d'abord écrit le dividende, on mettra le diviſeur à côté, en les ſéparant par une acolade. On tirera une bâre ſous le diviſeur, & on écrira ſous cette bâre les chifres du quotient, à meſure qu'on les trouvera. Or, pour trouver ces chifres, il faut diviſer ſucceſſivement toutes les parties du dividende par le diviſeur, en commençant par les unités de la plus haute eſpece, c'eſt-à-dire, en allant de gauche à droite. Si la premiere diviſion ne ſe fait pas ſans reſte, vous convertirez le reſte en unités de l'ordre immédiatement inférieur, & vous y joindrez les unités de cet ordre déja contenues dans le dividende total; ce qui vous donnera un ſecond dividende partiel. Vous opérerez ſur ce ſecond dividende, comme ſur le premier; ainſi de ſuite, juſqo'à ce que le dividende total ſoit épuiſé. Lorſqu'il ſe trouve quelque dividende qui ne contient pas le diviſeur, il faut mettre zéro au quotient. On voit par-là que chaque diviſion partiele fournit un chifre au quotient. Le réſultat de tous les quotiens partiels forme le quotient total. Éclairciſſons cela par des exemples.

EXEMPLE I. *On propoſe de diviſer 747 par 3.*

J'écris ces deux nombres comme on le voit ici; & je commence par diviſer les 7 centaines du dividende par le diviſeur 3, en diſant, dans 7 combien de fois 3? Il y eſt deux fois, & ce 2 marque des centaines; je l'écris ſous la bâre. Enſuite je multiplie le diviſeur 3 par le quotient 2, & je retranche le produit 6 du premier dividende partiel 7, ce qui me donne 1 centaine pour reſte. Je vois par-là qne les centaines du dividende ne peuvent pas fournir plus de 2 centaines au quotient, & que la centsine de reſte doit être convertie en dixaines, leſquelles avec les dixaines qui ſuivent, formeront un ſecond dividende partiel.

Dividen.	747	3 diviſeur.
	6	
	—	249 quotient
	14	
	12	
	—	
	027	
	27	
	—	
	0	

Ainſi, à côté de 1 j'abaiſſe les dixaines 4 du dividende, & j'ai 14 disaines à diviſer par 3. Je dis donc, en 14 combien de fois 3? Il y eſt 4 fois, & ce 4, que j'écris ſous la bâre, marque des dixaines. Je multiplie 3 par 4, & je retranche le produit 12, de 14; j'ai 2 dixaines de reſte.

À côté du 2, j'abaiſſe les unités 7 du dividende; ce qui me donne 27 unités à diviſer par 3. Je dis done en 27 combien de fois 3? Il y eſt 9 fois; j'écris 9 ao quotient, & ee 9 marque des unités. Je multiplie 3 par 9, ee qui donne 27 pour produit; & ce nombre étsnt retranché du dernier dividende partiel, donne zéro pour reſte.

La diviſion eſt done ainſi achevée, & le quotient total demandé eſt 249.

EXEMPLE II. *Diviſer 16473 par 7.*

Je diſpoſe le dividende & le diviſeur, comme dans l'exemple précédent, & comme on le voit ici. Et commençant l'opération par les dixaines de mille du dividende, je vois d'abord que ces dixaines n'en peuvent pas fournir au quotient, puiſque 5 n'eſt pas diviſible par 7. Je les réduis done en mille, & j'ai 16 mille pour premier dividende partiel. Maintenant, je dis en 16 combien de fois 7? Il y eſt 2 fois; & ce 2 marque des mille que j'écris ſous la bâre. Je multiplie 7 par 2, & je retranche le produit 14, de 16. Il me reſte 2 mille.

Div.	16473	7 diviſeur.
	14	
	—	2353 $\frac{2}{7}$ quot.
	24	
	21	
	—	
	37	
	35	
	—	
	23	
	21	
	—	
	2	

À côté de 2, j'abaiſſe les centaines 4 du dividende; & le ſecond dividende partiel eſt 24 centaines. Je dis done, en 24 combien de fois 7? Il y eſt 3 fois; & ce 3 marque des centaines que j'écris ſous la bâre. Je multiplie 7 par 3; je retranche le produit 21, de 24; il me reſte 3 centaines.

À côté de 3, j'abaiſſe les dixaines 7 du dividende; & le troiſieme dividende partiel eſt 37 dixaines. Je dis done, en 37 combien de fois 7? Il y eſt 5 fois; j'écris 5 au quotient. Je multiplie 7 par 5, & je retranche le produit 35, de 37; ce qui donne 2 dixaines pour reſte.

À côté de 2, j'abaiſſe les unités 3 du dividende; & le quatrieme dividende partiel eſt 23 unités. Je dis donc, en 23 combien de fois 7? Il

y eſt 3 fois ; j'écris 3 au quotient. Je multiplie 7 par 3, & je retranche le produit 21, de 23 ; le reſte eſt 2.

On voit donc que le dividende 16473 étant diviſé par le diviſeur 7, donne 2353 pour quotient, avec un reſte 2 qui n'a pas été diviſé ; en ſorte que 2353 n'eſt le quotient exact que de 16472 diviſé per 7. La diviſion du reſte 2 par 7, s'indique ainſi $\frac{2}{7}$. *Voyez* FRACTION.

VII. PROBLÊME II. *Faire la* diviſion *lorſque le diviſeur a plus d'un chifre.*

Elle ſe fait comme dans le premier cas, en décompoſant le dividende en pluſieurs dividendes partiels, qui ſe diviſent ſucceſſivement par le diviſeur.

EXEMPLE. *Diviſer* 1116597 *par* 367.

Je prends les quatre premiers chifres du dividende, qui forment un nombre aſſez grand pour contenir le diviſeur. Ainſi, j'ei 1116 pour premier dividende partiel, &

Div. 1116597	367 diviſeur.
1101	
1559	3042 $\frac{183}{367}$ quotient.
1468	
0917	
734	
183	

je cherche combien de fois ce dividende contient le diviſeur 367. Or, comme il n'eſt pas facile de ſaiſir tout-d'un-coup le rapport des nombres dès qu'ils ſont un peu grands ; au lieu de dire, dans 1116 combien de fois 367, je comparerai ſeulement les centaines du dividende avec celles du diviſeur, en diſant, dans 11 combien de fois 3 ? Il y eſt 3 fois. Mais, avant que d'écrire ce 3 au quotient, il faut ſavoir ſi les dixaines & les unités du dividende 1116 contiennent auſſi 3 fois les dixaines & les unités du diviſeur 367. J'éclaircis ce doute, en multipliant 367 par 3 ; & comme le produit 1101 eſt moindre que 1116, je conclus que le dividende 1116 contient 3 fois le diviſeur 367. J'écris donc au quotient le chifre 3, qui marque des mille. Enſuite je retranche 1101, de 1116, il reſte 15 mille.

À côté de 15, j'abaiſſe les 5 centaines du dividende, & j'ai 155 centeines pour ſecond dividende partiel. Ce dividende étant moindre que 367, & conſéquemment ne pouvant pas être diviſé par 367, j'écris 0 au quotient, pour exprimer que le quotient ne contiendra pas de centaines.

À côté de 155, j'abaiſſe les 9 dixaines du dividende, & j'ai 1559 dixeines pour troiſieme dividende partiel. Je dis donc, en 1559 combien de fois 367, ou plutôt (en ne comparant, comme on a fait ci-deſſus, que les centaines du dividende à celles du diviſeur), dans 15 combien de fois 3 ? Il y eſt 5 fois ; ce qui peut d'abord induire à croire que 5 doit être le troiſieme chifre du quotient ; mais, faiſant attention que les dixaines & les unités du dividende 1559 ne contiennent pas auſſi 5 fois les dixaines & les unités du diviſeur 367, j'en conclus qu'au lieu de mettre 5 en quotient, je ne puis y mettre tout au plus que 4 ; & je ſerai ſûr que c'eſt en effet le chifre qui doit y être, ſi je puis ſouſtraire le produit de 367 per 4, du dividende 1559. Or je trouve que ce produit eſt 1468, qui eſt moindre que 1559 ; je l'en ſouſtrais, ce qui donne 91 dixaines de reſte.

À côté de 91, j'abaiſſe les 7 unités du dividende, & j'ai 917 unités pour quatrieme & dernier dividende partiel. Je dis donc, dans 917 combien de fois 367, ou dans 9 combien de fois 3 ? Je vois, par une obſervation analogue à celle que j'ei faite dans l'opération précédente, qu'on ne peut mettre que 2 au quotient. Je multiplie 367 par 2, & je retranche le produit 734, de 917, il reſte 183 qui ne peuvent pas ſe diviſer per 367, & dont la *diviſion* s'indique ainſi $\frac{183}{367}$.

Le nombre 3042 n'eſt donc le quotient exact que de 1116414 diviſé par 367.

VIII. *Remarque Ire.* On voit, par ces exemples, que tout l'art de la *diviſion* des nombres exprimés par pluſieurs chifres, conſiſte à partager le dividende total en pluſieurs dividendes partieuliers, qui ſoient diviſibles par le diviſeur. Chaque dividende partiel doit donc contenir le diviſeur ; mais, pour la facilité & la ſimplicité de l'opération, ces deux nombres doivent approcher de l'égalité, autant qu'il eſt poſſible qu'ils en approchent. Ainſi, on examine d'abord ſi en prenant un dividende partiel qui contiene le même nombre de chifres que le diviſeur, ce dividende eſt plus grand que le diviſeur, ou eſt tout au moins égal au diviſeur : en ce cas, la *diviſion* eſt poſſible, & il eſt clair que le quotient eſt toujours exprimé par un ſeul chifre, autrement le produit du diviſeur par le quotient contiendroit plus de chifres que le dividende, ce qui ne peut pas être. Mais ſi le dividende partiel dont on vient de parler, ſe trouve moindre que le diviſeur, la *diviſion* eſt impoſſible, & alors il faut prendre pour dividende partiel un nombre qui contiene un chifre de plus que le diviſeur : ce dividende ſera évidemment plus grand que le diviſeur ; mais le quotient ſera toujours exprimé par un ſeul chifre, comme dans le premier cas. En effet, ſuppoſons, par exemple, qu'on ait à diviſer 599 per 60. On ne peut pas faire la *diviſion*, ſans prendre pour dividende tout le nombre 599 ; car ſa premiere partie 59 ne contient pas le diviſeur 60. Mais, d'un autre côté, le diviſeur 60 eſt le moindre qu'il eſt poſſible par rapport au dividende ; car ſi on avoit pour diviſeur le nombre 59 qui eſt immédiatement au deſſous de 60, il ſuffiroit de prendre pour dividende la partie 59 du nombre propoſé 599, ce qui ſe rapporteroit au premier cas. Or, en diviſant 599 par 60, on ne peut pas mettre 10 au quotient ; car le produit de 60 per 10 eſt 600, nombre plus grand que le dividende 599. Même raiſonement pour tout autre

eas. Chaque *diviſion* partiele ne donnant ainſi qu'un ſeul chifre au quotient ; le quotient total contiendra toujours autant de chifre qu'on aura fait de *diviſions* partieles.

IX. *Remarque II.* La ſeule difficulté qo'on rencontre dans la pratique de la diviſion, eſt de déterminer chaqoe qnotient partiel. Cette difficolté augmente à meſore que le dividende & le diviſeur ont plus de chifres, & que les chifres de la gauche du diviſeur ſont plus petits par raport aux autres. Le qootient ne ſe tronve que par one eſpece de tâtonement qoi embaraſſe, pour l'ordinaire, les commençans. Ainſi, lorſque nous avons eu, ci-deſſus, à diviſer 1116 par 367 ; nous avons trouvé d'abord, en tâtonant, 3 pour qootient ; & nous n'avons été certains que c'étoit-là, en effet, le véritable quotient, qu'après avoir trouvé, par la multiplication, que le produit de 367 par 3, ou 1101, étoit contenu dans 1116. En général, on ne peut affirmer qo'nn quotient eſt exact, & on ne doit, par conſéquent, l'écrire qu'après s'être aſſuré qne le produit du diviſeur entier par ce chifre, peut-être ſoostrait du membre de la *diviſion* ſur lequel on opere actnélement. Si ce produit eſt trop grand, on diminue le chifre en qneſtion, d'nne nnité ; & on le ſoumet à la même épreove. Si le produit du diviſeur par le nouveau chifre eſt encore trop grand ; il faudra diminuer le chifre encore d'nne nnité ; ainſi de ſuite, juſqu'à ce qu'on trouve on chifre qui multipliant le diviſeur, donne nn produit contenu dans le dividende.

Ces ſortes de tâtonemens ſont inévitables ; mais voici du moins nn moyen d'en diminoer le nombre. Je prends nn exemple, pour plus de clarté ; & je vais expliqner en même temps la maniere d'abréger les opérations de la *diviſion*.

Exemple. *Diviſer* 9639475 *par* 2789.

Dividende 9639475 { 2789 diviſeur. — 3456 $\frac{691}{2789}$ quotient.

12724

15687

17425

Reſte 691

Comme les différentes opérations que nous avons ici à faire & à enſeigner, ſont un peu nombreuſes & on peu compliquées, expoſons-les diſtinctement & par parties.

1re. Partie.

Le premier membre de notre *diviſion* eſt 9639. Je dis donc, en 9639 combien de fois 2789, ou, en ne comparant enſemble qoe les plos hautes nnités, en 9 combien de fois 2 ? Il y eſt 4 fois ; mais pour ſavoir ſi 4 doit être en effet le premier chifre do quotient, ou s'il n'en faut pas prendre nn plus petit, je multiplie le diviſeur 2789 par 4 ; & an lieu de faire cette opération à l'ordinaire, je commence par les nnités de la plus hante eſpece, & j'eſſaye de ſoostraire dn dividende le produit à meſore que je le tronve. Tout cela s'exécute ſans rien écrire, en diſant, 4 foit deux font 8 ; 8 ôté de 9, reſte 1, qni joint au ſecond chifre 6 du dividende, fait 16 ; 4 fois 7 font 28 ; mais 28 ne peut être ôté de 16. D'où je conclus qne le chifre 4 eſt trop grand, & que c'eſt tont an plos 3 qu'il faut mettre au quotient.

Avant qoe d'écrire le 3, je le ſoumets à la même épreuve, en diſant 3 fois 2 font 6 ; 6 ôté de 9, reſte 3. Dès qu'on trouve nn reſte auſſi grand ou plus grand que le chifre qu'on éprouve, c'eſt nne marque sûre qne ce chifre peut être écrit au quotient. En effet, il eſt clair (& il en ſera de même dans tous les autres cas) qoe 3639 contient trois fois le nombre 789. Car 3 mille valent 30 centaines, qui contiennent 3 fois 9 centaines, avec nn reſte 3 centaines ; ces 3 centaines valent 30 dixaines, qoi contiennent 3 fois 9 dixaines, avec un reſte 3 dixaines : ces 3 dixaines valent 30 nnités, qui contiennent 3 fois 9 nnités, avec nn reſte 3 nnités ; d'où il réſulte qu'à plus forte raiſon le nombre 3639 contient 3 fois le nombre 789. Je puis donc mettre 3 an quotient.

Maintenant que nous nous ſommes ainſi aſſurés que le quotient 3 n'eſt pas trop grand, multiplions le diviſeur 2789 pae le quotient 3, à l'ordinaire, c'eſt-à-dire, en allant de droite à gauche, & ſoustrayons le produit, du dividende 9639. Ces deux opérations peuvent ſe faire tout-à-la-fois ; & cela abrege extrêmement le calcul de la diviſion.

Je dis donc 3 fois 9 font 27 ; mais 27 ne peut être ôté de 9 ; ainſi je ſuppoſe que 9 eſt augmenté de 2 dixaines, ce qui me donne 29, dont retranchant 27, il reſte 2 que j'écris ſous le 9.

Les deux dixaines dont le 9 a été augmenté, ſont cenſées avoir été empruntées ſur les 3 dixaines du dividende 9639. Ainſi, en paſſant à la multiplication & à la ſoustraction ſuivantes, il faut ne compter le 3 qoe pour 1 ; ou, ce qui eſt plus commode dans la pratique, & revient ao même, il faut retenir 2 dixaines pour les joindre au produit des dixaines dn diviſeur, par le quotient, & ſoustraire le tout, des dixaines dn dividende priſes en leur totalité. Je pourſuis donc, & je dis, 3 fois 8 font 24, & 2 de retenus font 26 ; or 26 ne pouvant être ôté de 3, j'augmente 3 de 3 centaines ; ce qui me donne 33, dont retranchant 26, reſte 7 qoe j'écris ſous le 3.

Je retiens 3 centaines pour les joindre aux centaines du troiſieme produit, qui doivent être ſoustraites des centaines dn dividende. Ainſi, je dis, 3 fois 7 font 21, & 3 de retenus font 24 ; 24 ne peot être ôté de 6 ; j'augmente donc 6 de 2 mille ; ce qui donne 26, dont je retranche 24, il reſte 2 que j'écris ſous le 6.

Enfin je moltiplie le chifre 2 dn diviſeur pae 3 ; le produit eſt 6, auquel ajoutant 2, à raiſon de l'emprunt ſuppoſé pour la ſoustraction précé-

dente, la ſomme eſt 8, qui étant retranchée de 9, donne 1 pour reſte.

Toutes ces opérations font voir qu'après avoir retranché du dividende 9639 le produit du diviſeur 2789 par 3, le reſte eſt 1272 mille.

II. Partie.

À côté de ce reſte, j'abaiſſe les 4 centaines du dividende, & j'ai 12724 pour ſecond dividende partiel. Je dis, en 12 combien de fois 2 ? Il eſt 6 fois; mais on voit ſans peine que ce chifre 6 eſt trop grand pour le quotient, puiſque les 724 unités du dividende partiel, loin de contenir 6 fois, ne contienent pas même 1 fois les 789 unités du diviſeur. Ainſi, il faut éprouver tout de ſuite le nombre 5, en diſant 5 foit deux font 10; 10 ôté de 12, il reſte 2, qui, avec le 7 ſuivant du dividende partiel, font 27; 5 fois 7 font 35; mais 35 ne peut être ôté de 27; le 5 eſt donc encore trop grand. On éprouvera donc le nombre 4, en diſant 4 fois 2 font 8; 8 ôté de 12, il reſte 4. Comme ce reſte eſt auſſi grand que le quotient 4, je conclus, par une obſervation ſemblable à celle que nous avons déja faite ci-deſſus, que le chifre 4 eſt bon, & doit être mit au quotient. Cela poſé, on multipliera à l'ordinaire 2789 par 4, & on ſouſtraira en même temps le produit, de 12724, comme dans l'opération précédente; on trouvera 1568 centaines pour reſte.

III. Partie.

À côté de ce reſte, mettez le chifre 7 des dixaines du dividende : vous aurez le troiſieme dividende partiel, 15687 dixaines. Pour trouver le troiſieme chifre du quotient, vous direz, en 15 combien de fois 2 ? Il y eſt 7 fois; mais en eſſayant ce chifre 7, vous le trouverez trop grand pour être le quotient; le chifre 6 eſt encore trop grand; mais le chifre 5 eſt bon, & vous le mettrez au quotient. Faiſant enſuite le produit de 2789 par 5, vous le retrancherez en même temps du dividende 15687, & vous aurez 1742 dixaines de reſte.

IV. Partie.

Enfin, à côté de ce reſte, placez le chifre 5 des unités du dividende; vous aurez le quatrieme & dernier dividende partiel, 17425 unités. Vous direz donc, en 17 combien de fois 2 ? Il y eſt 8 fois; mais par l'épreuve, vous trouverez que le 8 & le 7 ſont trop grands; & vous ne mettrez que 6 au quotient. Ayant retranché de 17425, le produit du diviſeur 3789 par 6, vous aurez 691 pour dernier reſte.

Voici encore deux exemples où je ne donne que les réſultats des opérations; elles ont été faites comme dans celui qui le précede.

Exemple I. *Diviſer* 584587567 *par* 2984 ?

Dividende 584587567 { 2984 diviſeur.

28618 { 195907 $\frac{2020}{2984}$ quotient.

17627

27075

21967

1079

Exemple II. *Diviſer* 874235859 *par* 34985 ?

Dividende 874235859 { 34985 diviſeur.

174535 { 24988 $\frac{20879}{34985}$ quotient.

345958

310935

310559

30679

X. *Remarque III.* Il y a des cas où la *diviſion* s'abrege naturélement par elle-même. Par exemple, qu'on ait à diviſer un nombre quelconque, par un autre qui ne contient que l'unité ſuivie de pluſieurs zéros; la *diviſion* ſe fait tout-d'un-coup, en ſéparant vers la droite, par une virgule, autant de chifres dans le dividende, qu'il y a de zéros dans le diviſeur. Ainſi, s'il eſt queſtion de diviſer 43458 par 1000; je ſéparerai, dans le dividende 43458, les trois derniers chifres vers la droite, & j'aurai 43,458 pour le quotient cherché. Car diviſer 43458 par 1000, c'eſt chercher un nombre 1000 fois plus petit que 43458. Or on trouve le nombre 43458, mille fois plus petit, en y ſéparant trois chifres vers la droite, par la virgule décimale.

XI. *Remarque IV.* Lorſque le dividende & le diviſeur finiſſent l'un & l'autre par des zéros, on pourra ſupprimer dans les deux, le même nombre de zéros, & faire la *diviſion* ſur les deux nouveaux nombres; le quotient ſera toujours le même. Car, par la ſuppreſſion des zéros, on diviſe tout-à-la-fois le dividende & le diviſeur, ou par 10, ou par 100, ou par 1000, &c; d'où il réſulte que le quotient ne change pas de valeur. Ainſi, s'il faut diviſer 45000 par 1500, je ſupprime deux zéros dans le dividende & dans le diviſeur; c'eſt-à-dire, je les diviſe l'un & l'autre par 100. Alors l'opération ſe réduit à diviſer 450 par 15; ce qui donne 30 pour le quotient, qui eſt le même que ſi on avoit diviſé 45000 par 1500.

XII. Donnons quelques uſages de la *diviſion*.

Question I. *Trouver combien de fois la livre eſt contenue dans* 1128^{d} ?

La livre vaut 20 ſous, le ſou 12 deniers, &, par conſéquent, la livre vaut 240^d. Il eſt évident qu'en diviſant le nombre 11280^d par 240^d, ou 1128^d par 24^d, on aura pour quotient, le nombre qu'on cherche. Dans cette *diviſion*, le dividende & le diviſeur ſont de même eſpece & tous les deux concrets; & le quotient eſt un nombre abſtrait. Elle ſe fait comme on le voit ici.

Div. 1128^d | 24^d diviſ.
168 | 47 quotient.
0

Question II. *Suppoſons que* 345 *hommes aient à partager également la ſomme* 45789^l: *on demande la part qui revient à chacun.*

Il eſt clair que l'objet de cette queſtion eſt de partager le nombre 457891 en autant de parties égales, qu'il y a d'unités dans le nombre 345. Elle ſe réſoudra donc, en diviſant le dividende concret 45789^l, par le diviſeur abſtrait 345; & on aura pour quotient un nombre concret, de même eſpece que le dividende, & qui ſera la part de chacun des 345 hommes. Cette *diviſion* ſe fera, comme on le voit ici.

Div. 45789^l | 345 diviſeur.
1128 | $132^l \frac{249}{345}$ quot.
939
249

On apprendra, dans la ſuite, à évaluer en ſous & deniers le reſte 2491 qui n'a pas pu être diviſé par le diviſeur 345.

Question III. *La toiſe d'une certaine maçonerie étant ſuppoſée coûter* 7^l: *on demande combien on fera de toiſes de la même maçonerie, pour* 595^l?

Puiſque chaque toiſe de maçonerie coûte 7^l, il eſt évident que pour chaque fois que le nombre 7 eſt contenu dans le nombre 595, il viendra 1 toiſe au quotient. La queſtion eſt donc la même que ſi on propoſoit de partager 595 toiſes en 7 parties égales; &, ſous ce nouveau point de vue, il s'agit de diviſer le nombre concret 595 toiſes, par le nombre abſtrait 7; le quotient eſt de même eſpece que le dividende, & repréſente, par conſéquent, des toiſes. L'opération eſt indiquée ici.

Div. 595to | 7 diviſeur.
35 | 85to quotient.
0

XIII. Scholie I. Il arive ſouvent (& nous en avons vu pluſieurs exemples) que le dividende n'eſt pas exactement diviſible par le diviſeur. Alors, après avoir trouvé les unités principales du quotient, on peut pouſſer plus loin la *diviſion*, & approcher davantage du vrai quotient, par le moyen des parties décimales. Pour cela, on convertira le reſte du dividende en de telles parties, en écrivant à ſa droite une virgule, & mettant après cette virgule, autant de zéros qu'on voudra avoir de chifres déeimaux au quotient. Cette préparation ne change point la valeur du dividende. Enſuite on continuera la *diviſion*, comme ſi la virgule n'exiſtoit pas; & quand on aura épuiſé le nouveau dividende, on ſéparera vers la droite du quotient, par une virgule, autant de chifres décimaux qu'on a mis de zéros à la ſuite de la virgule.

Exemple. *Qu'on ait à diviſer* 47 *par* 7?

On trouvera d'abord 6 pour quotient, & 5 pour reſte. Le quotient ne peut pas contenir plus de 6 unités principales; mais il peut avoir encore des parties décimales. Je ſuppoſe qu'on veuille qu'il contiene des milliemes. Je mettrai, après le reſte 5, une virgule, & à la ſuite de cette virgule trois zéros; ce qui convertira le nombre 5 en 5,000, c'eſt-à-dire, en *cinq mille milliemes*, & n'en changera pas la valeur. Cela poſé, je continuerai la *diviſion*, ſans faire d'abord attention à la virgule, c'eſt-à-dire, comme s'il falloit diviſer 5000 par 7. Cette diviſion, faite à l'ordinaire, par parties, donne 714 pour quotient. Ces trois chifres, écrits à la ſuite du premier 6, forment le nombre 6714.

Div. 47 | 7 diviſeur.
5,000 | 6,714 quot.
10
30
2

Or, ce nombre eſt 1000 fois plus grand que le quotient de 47 diviſé *per* 7. Car il eſt évident que pour trouver le nombre 6714, j'ai opéré comme s'il avoit été queſtion de diviſer 47000 par 7, c'eſt-à-dire, de diviſer un dividende 1000 fois plus grand que le véritable. Donc, pour avoir ce quotient, il faudra rendre le nombre 6714, mille fois plus petit. C'eſt ce qu'on obtiendra, en y ſéparant trois chifres vers la droite par une virgule; c'eſt-à-dire, en écrivant 6,714. *Voyez* Décimal.

Ce quotient 6,714 n'eſt pas rigoureuſement exact, puiſqu'il y a un reſte 2 dans la derniere *diviſion* partiele; mais il ne differe pas d'*un millieme*, du quotient rigoureux; car, à la place du dernier chifre 4 du quotient, on n'auroit pas pu mettre 5, ſans rendre ce quotient trop grand.

XIV. Scholie II. La même méthode ſe ſert à diviſer un nombre par un autre plus grand que lui, & à exprimer le quotient en parties décimales, de maniere qu'il ne differe pas du vrai quotient d'une unité décimale de tel ordre qu'on voudra. Expliquons-nous par des exemples.

Exemple I. *Diviſer* 4 *par* 7, *& trouver un quotient qui ne differe pas du véritable, d'un millieme.*

A ſa droite du dividende 4, je mets une virgule, & après la virgule, trois zéros. Enſuite, je fais la *diviſion*, comme ſi le dividende étoit 4000; & je trouve pour quotient 571. Ce quotient eſt 1000 fois trop grand, puiſque le nombre 4000 eſt mille fois plus grand que le dividende véritable 4. Donc, pour avoir

Div. 4,000 | 7 diviſeur.
50 | 0,571 quot.
10
3

le vral qnotient ; il faut, dans le nombre 571, ſéparer trois chifres vers la droite, par une virgule ; ce qui donne 0,571 pour le qnotient cherché. Le zéro écrit à la gsuche de la virgule indique qn'il n'y a point d'unités principales au quotient.

On obſervera, comme dans l'exemple précédent, que le quotient 0,571 n'eſt pas rigoureſement exact, mais qu'il ne differe pas du véritable, *d'un millieme*.

Exemple II. *Diviſer 5 par 67, de maniere que le quotient ne differe pas du véritable, d'un dix millieme.*

À la place de 5, écrivez 5,0000 ; & faites la *diviſion* comme ſi le dividende étoit 50000 ; vous trouverez pour quotient, 746. Or ce quotient eſt 10000 fois trop grand ; vous aurez donc le vral qnotient, en écrivant 0,0746. On voit que ce quotient ne contient ni nnités principales, ni dixiemes. Il ne diffère pas du quotient rigoureux, d'un dix-millieme ; car, à la place du dernier chifre 6, on n'auroit pas pu mettre 7, ſans rendre ce quotient trop grand.

Div. 5,0000 — 310 — 420 — 18 ; 67 diviſeur ; 0,0746 quot.

XV. Scholie III. Il peut arriver qu'il y ait des chifres décimaux au dividende, ou au diviſeur, ou à tous les deux à la fois. Alors, pour regle générale, faites en ſorte que le dividende & le diviſeur contiennent le même nombre de chifres décimaux, en complétant, s'il eſt néceſſaire, les places par des zéros, ce qui ne change pas la valeur des nombres. Supprimez la virgule dans le dividende & dans le diviſeur ; & la queſtion ſera réduite à diviſer nn nombre qui ne contient que des unités entieres par nn autre qui ne contient auſſi que de pareilles nnités. En effet, par la ſnppreſſion de la virgule, nn multiplie tout-à-la-fois le dividende & le diviſeur par 10, ou par 100, ou par 1000, &c. ce qui ne change point la valeur du quotient.

Exemple I. *Diviſer le nombre 43 par le nombre 3,57 ?*

Je mete la virgule décimale au dividende, & enſuite deux zéros après cette virgule ; ce qui ne change pas la valeur de ce nombre. La queſtion revient ainſi à diviſer 4300 par 3,57, ou bien (en ſupprimant les deux virgules), 4300 par 357. Le qnotient eſt 12, & le reſte 16.

Div. 4300 — 730 — 16 ; 357 diviſeur ; 12 quotient.

Il eſt évident que par la poſition de deux zéros à la droite de la virgule dans le dividende, & par la ſuppreſſion ſubſéqnente de la virgule dans le dividende & dans le diviſeur, je multiplie le dividende & le diviſeur, par le même nombre 100 ; je n'ai donc pas changé la valeur du quotient qn'on cherche. Il ne s'agit plus maintenant que de diviſer 4300 nnités principales par 357 nnités principales ; *diviſion* qui donnera évidemment des nnités principales au quotient.

Exemple II. *Diviſer 69 par 22,784 ?*

Après avoir mis la virgule décimale à la droite du dividende, & avoir écrit enſuite trois zéros ; je ſupprime les deux virgnles, & je diviſe 69000 par 22784. Le qnotient eſt 3, & le reſte 648.

Div. 69000 — 648 ; 22784 diviſ. ; 3 quotient.

XVI. *Remarque*. Quand ces ſortes de *diviſions* ſont ainſi achevées, & qu'il ſe trouve nn reſte, comme dans les deux exemples précédens, on peut pouſſer la *diviſion* plus loin, par le moyen des parties décimales. Reprenons le premier de ces deux exemples ; & ſuppoſons qu'on veuille avoir nn qnotient qui ne differe pas du véritable, d'un millieme. Il s'agira de diviſer 4300,000 par 357 ; opération qui ſe fait, comme il a été dit, & comme on le voit ici.

Div. 4300,000 — 730 — 16,00 — 1,720 — 0,292 ; 357 diviſeur ; 12,044 quot.

XVII. La multiplication ſert à vérifier la *diviſion*. Lorſqu'une *diviſion* a été bien faite, le produit du diviſeur par le qnotient, ou du qnotient par le diviſeur ; ce produit, dis-je, joint au reſte de la *diviſion*, s'il y en a nn, doit être égal au dividende. Si cette égalité n'a pas lieu, la *diviſion* a été mal faite, & il faut la recomencer.

Paſſons à la *diviſion* des nombres complexes.

XVIII. Je diſtingue deux cas : l'un, où le dividende étant complexe, le diviſeur eſt incomplexe ; l'autre, où le dividende étant incomplexe ou complexe, le diviſeur eſt complexe.

XIX. Cas I. On diviſera ſucceſſivement toutes les parties du dividende par le diviſeur ; & on aura, au quotient, des unités de différentes eſpeces.

Exemple. *Partager* 245l 8s 9d *entre* 24 *perſones ?*

Il eſt évident que la queſtion ſe réduit à partager le dividende en 24 parties égales. Je commence par diviſer les livres par 24 ; le quotient eſt 14l, & il reſte 9l qui, diviſées par 24, donnent la fraction $\frac{9}{24}$ d'une livre. *Voyez* Fraction.

Cette fraction doit être évaluée en ſont. Pour cela, il faut en multiplier le numérateur 9 par 20, & diviſer le produit, par 24. Mais comme nous devons enſuite diviſer 8s par 24, nous réunirons cette *diviſion* à la précédente ; ainſi, après avoir multiplié le nombre 9, regardé comme exprimant des ſous par le nombre abſtrait 20, ce qui donne 180s, j'ajoute 8s au produit, & je diviſe la ſomme 188s par 24 ; le quotient eſt 7s, & il

& il reſte 20^{s} qui donoent la fraction $\frac{20}{24}$ d'un ſou.

J'évalue cette fraction en deoiers, en multipliant ſon numérateur par 12, & diviſant le produit par 24; & comme nous avons enſuite 9^{d} à diviſer par 24, je multiplie d'abord le nombre 20, regardé comme repréſentant des deniers, par 12; le prodnit eſt 240^{d}, à quoi joignant 9^{d}, j'ai la ſomme 249^{d}, qui, étant diviſée par 24, donne pour quotient 10^{d}, & la fraction $\frac{9}{24}$ ou $\frac{3}{8}$ d'un denier. Cette fraction ne peut pas être évaluée en unités d'une eſpece inférieure, parce qu'il n'y en a pas de plus baſſe eſpece que le denier, qui aieot cours dans le commerce de la ſociété. Ainſi, je laiſſe cette fraction ſous la forme naturele. On voit, ci-deſſous, toute la ſuite des opérations qne nous venons d'indiquer.

Divid. 3451 8^{c} 9^{d} } 24 diviſeur

105 } 14^{l} 7^{s} 10^{d} $\frac{3}{8}$ quotient.

9 9

20

180

8

188

20

20

12

240

9

249

9

XX. Cas II. *Lorſque le diviſeur eſt complexe.*

La *diviſion* peut alors ſe faire de différentes manieres; mais le moyen le plus ſimple & le plus commode eſt de rendre le diviſeur incomplexe, en réduiſant le tout en unités de l'ordre le plus bas de celles qu'il contient. Ce qui ramene l'opération au premier cas.

Exemple I. *Diviſer* 345^{l} 8^{s} *par* 24 $\frac{3}{4}$.

Je commence par réduire les 24 unités ſimples du diviſeur en *tiers*; ce qui ſe fait (*Voyez* Fraction) en multipliant 24 par 3, & mettant ſous le produit le dénominateur 3. On a ainſi la fraction $\frac{72}{3}$, à laquelle ajoutant la fraction $\frac{3}{4}$, il vient $\frac{74}{3}$ pour le diviſeur. Or diviſer 345^{l} 8^{s} par la fraction $\frac{74}{3}$, c'eſt multiplier le dividende par le dénominateur 3, & diviſer le prodnit par le nnmérateur 74. Ainſi, multiplions d'abord 345^{l} 8^{s} par 3; nous aurons le produit 1036^{l} 4^{s} qu'il ne s'agira plus que diviſer par 74.

Div. 1036^{l} 4^{s} 0^{d} { 74 diviſeur.

296 { 14^{l} 0 $\frac{296}{74}$^{d} qnotient.

0

On tronvera que les 1036^{l} diviſées par 74, donnent juſte 14^{l} au quotient. Reſtent 4^{s} à diviſer par 74; cette opération ne peut pas donner de ſous au quotieot; j'écris donc zéro au rang des ſous. Enſnite j'évalne la fraction $\frac{4}{74}$ d'on ſou, en deoiers, c'eſt-à-dire, qua je multiplie 12^{d} par 4, & j'al 48^{d}; dont la diviſion par 74 ne peut donner que la fraction de denier $\frac{48}{74}$, ou $\frac{24}{37}$ que j'écris. Le qnotient total demandé eſt donc 14^{l} 0^{s} $\frac{24}{37}$^{d}.

Exemple II. *Diviſer* 7^{l} 8^{s} 3^{d} *par* 2^{l} 2^{s} 6^{d}.

Je réduis le diviſeur en deniers, en multipliant les livres par 20, ce qoi donne des ſous; & enſuite les ſous par 12, ce qui donne des deniers. Je réduis auſſi, par les mêmes opérations, le dividende en deniers, pour avoir nn nouveau dividende qui ait des nnités de même eſpece que le diviſeur. Par cette double transformation du dividende & du diviſeur, la queſtion eſt réduite à diviſer 1779^{d} par 510^{d}. Le quotient eſt le nombre abſtrait 3 $\frac{249}{510}$. Div. 1779 { 510 diviſeur.

249 { 3 $\frac{249}{510}$ qnotient.

Exemple III. *On ſuppoſe que* 24to 5^{p} 8^{po} *d'un certain ouvrage, ont coûté* 814^{l} 6^{s} 9^{d}; *& on demande à combien revient la toiſe.*

Il eſt viſible qn'autant de fois le nombre (24to 5^{p} 8^{po}) contient une toiſe, autant de fois le nombre (814^{l} 6^{s} 9^{d}) contient le prix de 1 toiſe. Ainſi, la qneſtion conſiſte à diviſer 814^{l} 6^{s} 9^{d}, par le quotient de la qnantité (24to 5^{p} 8^{po}) diviſé par 1 toiſe. Je réduis 1 toiſe en pouces, elle en vaut 72; je réduis pareillement les 24to 5^{p} 8^{po} en pouces; elles en valent 1796. Le quotient de la quantité (24to 5^{p} 8^{po}) diviſé par nne toiſe, eſt donc la fraction abſtraite $\frac{1796}{72}$. Tout cela poſé, il ne s'agit plus que de diviſer 814^{l} 6^{s} 9^{d} par $\frac{1796}{72}$; ce qui ſe réduit à multiplier d'abord 814^{l} 6^{s} 9^{d} par 72, & à diviſer enſuite le produit réſultant 58632^{l} 6^{s}, par 1796. On tronvera pour quotient 32^{l} 12^{s} 11 $\frac{660}{1796}$^{d}.

Division, (*Algebre*). La *diviſion*, en Algebre comme en Arithmétique, eſt une opération par laqnelle étant données nne quantité qn'on appele *dividende*, & nne antre qnantité qu'on appele *diviſeur*, il fant en trouver nne troiſieme qn'on appele *qnotient*, laquelle étant moltipliée par la ſeconde, produiſe la premiere. Expliquons cette opération par ordre & avec quelque détail.

I. Il ſuit des regles qui ſeront expliquées à l'article Multiplication (*Voyez* ce mot,) pour la multiplication des ſignes: 1°. qne ſi, le dividende & le diviſeur ont tous deux le ſigne +, le quotient aura auſſi le ſigne +. Cette regle

s'exprime ainſi en général, $\frac{+}{+}$ *donne* $+$.

2°. Si le divideode a le ſigne $+$, & le diviſeur le ſigne $-$, le quotient aura le ſigne $-$. Cette regle s'exprime ainſi en général, $\frac{+}{-}$ *donne* $-$.

3°. Si le dividende a le ſigne $-$, & le diviſeur le ſigne $+$, le quotient aura le ſigne $-$. Cette regle s'exprime en général, $\frac{-}{+}$ *donne* $-$.

4°. Si le dividende & le diviſeur ont tous les deux le ſigne $-$, le quotient aura le ſigne $+$. Cette regle s'exprime ainſi en général, $\frac{-}{-}$ *donne* $+$.

Tout cela eſt évident, puiſque le produit du diviſeur par le quotient, doit avoir un ſigne qui ſoit celui du dividende.

II. Problême I. *Diviſer un monome rationel par un autre monome rationel.* (*Voyez* Rationel).

Puiſque la *diviſion* décompoſe ce que la multiplication compoſe, les opérations par leſquelles on trouve un quotient doivent être contraires à celles par leſquelles on trouve un produit. Ainſi, pour réſoudre le problême dont il s'agit ici: 1°. écrivez le ſigne qui doit précéder le quotient, conformément à la regle que nous venons de preſcrire. 2°. Lorſque le dividende ou le diviſeur, ou tous les deux, ont des coëfficiens autres que l'unité, diviſez, ſuivant les regles de l'arithmétique, le coëfficient du dividende par celui du diviſeur. 3°. Éfacez les lettres communes au dividende & au diviſeur. La quantité trouvée par toutes ces opérations ſera le quotient qu'on demandoit. Par exemple, le quotient de $+ab$ diviſé par $+a$ eſt $+b$; celui de $-abb$ diviſé par ab eſt $-b$; celui de $-mnpq$ diviſé par $-nq$ eſt $+mp$; celui de $-15abb$ diviſé par $3ab$ eſt $-5b$; celui de $-35mnpq$ diviſé par $-7mn$ eſt $+5pq$.

Toutes ces opérations ſont évidentes; car, ſi l'on multiplie le diviſeur par le quotient, on aura, pour produit, le dividende, comme cela doit être.

III. *Remarque I.* Quelquefois il ne ſe trouve pas de lettres communes au dividende & au diviſeur, ni de facteur commun à leurs coëfficiens: alors la *diviſion* ne peut que s'indiquer. Par exemple, on ne peut qu'indiquer la *diviſion* de a par b; & la maniere de l'indiquer eſt $\frac{a}{b}$; de même, la *diviſion* de $2a$ par $3b$, s'indique par $\frac{2a}{3b}$. Ces ſortes d'expreſſions doivent être conſidérées comme des fractions dont le numérateur eſt le dividende, & le dénominateur le diviſeur. Quelquefois les lettres ou les facteurs du diviſeur ne ſe trouvent qu'en partie dans le dividende: alors la *diviſion* ſe fait en partie, & s'indique en partie. Ainſi, en diviſant $-abcd$ par $+abb$, le quotient eſt $-\frac{cd}{b}$.

IV. *Remarque II.* Si, dans le dividende & dans le diviſeur, il ſe trouve une même lettre avec des expoſans différens, la *diviſion* de ces deux quantités ſe fait en retranchant, de l'expoſant du dividende, l'expoſant du diviſeur. Ainſi, $\frac{a^4}{a^2}=a^{4-2}=a^2$; $\frac{8a^3b^2}{4a^1b}=2a^{3-1}b^{2-1}=2a^2b$; $\frac{5a^7b^4c^2}{7a^4b^3c}=\frac{5a^{7-4}b^{4-3}c^{2-1}}{7}=\frac{5ab^1c}{7}$.

En effet, $\frac{a^4}{a^2}$ n'eſt autre choſe que $\frac{aaaa}{aa}$, qui devient (en effectuant la *diviſion*), aa ou a^2. De même, $\frac{8a^3b^2}{4a^1b}=\frac{8aaabb}{4aab}=2aab=2a^2b$; ainſi des autres.

On voit par-là que $a^0=1$; car $1=\frac{a}{a}=\frac{a^2}{a^2}=a^{2-2}=a^0$. Ainſi, toute quantité élevée à la puiſſance 0 vaut 1; car une telle expreſſion repréſente toujours le quotient d'une grandeur diviſée par elle-même; quotient qui eſt néceſſairement 1, puiſque toute grandeur ſe contient une fois elle-même.

V. *Remarque III.* Si l'expoſant d'une lettre, dans le dividende, eſt moindre que l'expoſant de la même lettre dans le diviſeur, on aura un reſte négatif, en retranchant le ſecond expoſant du premier. Ainſi, $\frac{a^2}{a^3}=a^{2-3}=a^{-1}$; $\frac{7a^1b^2}{a^3b^1}=7a^{1-3}b^{2-1}=7a^{-2}b^{1}$.

Il eſt évident que, ſi on avoit commencé par ſupprimer les lettres communes au dividende & au diviſeur, on auroit eu $\frac{a^2}{a^3}=\frac{1}{a^1}=\frac{a^0}{a^1}=a^{-1}$; $\frac{7a_1b^2}{a^3b^1}=\frac{7}{a^2b}=\frac{7a^0b^0}{a^2b^1}=a^{-2}b^{-1}$.

VI. Problême II. *Diviſer un polynome rationel quelconque par un monome rationel.*

On diviſera ſucceſſivement tous les termes du dividende par le diviſeur; & la ſomme de tous les quotiens partiels formera le quotient total.

Il eſt à propos, pour faciliter l'opération, d'*ordonner* le polynome, c'eſt-à-dire, d'écrire ſucceſſivement, en allant de gauche à droite, tous les termes où une lettre, choiſie à volonté, a les plus grands expoſans, & de diviſer enſuite, dans le

Digitized by Google

même ordre, chaque terme du polynome par le diviſent.

Exemple. *Diviſer le polynome* $a^3b^3 - 2a^3d + 4a^4 - 4abcd$, *par le monome* $-2a^2$.

Je commence par ordoner le polynome par raport à la lettre a qui ſe trouve au dividende & au diviſent; je diſpoſe ces deux quantités, comme pour les quantités numériques, & comme on le voit ici. Enſuite je diviſe tous les termes du dividende par le diviſeur, & j'écris chaque quotient partiel, à meſure que je le trouve. La ſomme de tous les quotiens partiels forme le quotient total.

Dividende.	Diviſeur.
$4a^4 - 2a^3d + a^3b^2 - 4abcd$	$-2a^2$
	Quotient.
	$-2a^2 + ad - \frac{b^2}{2} + \frac{2bcd}{a}$.

VII. Problême III. *Diviſer un polynome rationel par un polynome rationel.*

On commencera par ordoner le dividende & le diviſeur par raport à une même lettre; puis on diviſera toutes les parties du dividende par le diviſeur, en ſuivant à peu près les mêmes procédés que dans l'arithmétique. Cela s'entendra mieux par des exemples.

Exemple I. *Diviſer le polynome* . . . . . $3ab^2 - 3a^2b + a^3 - b^3$, *par le polynome* . . . . . $-2ab + a^2 + b^2$.

J'ordone d'abord le dividende & le diviſeur par raport à la même lettre a.

Divid. $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$,	Diviſeur.
$-a^3 + 2a^2b - ab^2$,	$a^2 - 2ab + b^2$
1er reſte $-a^2b + 2ab^2 - b^3$,	Quotient.
$+a^2b - 2ab^2 + b^3$,	$a - b$
2e reſte 0	

Cela poſé, 1°. je diviſe le premier terme du dividende par le premier terme du diviſeur; &, comme ils ſont cenſés avoir tous les deux le ſigne +, le quotient aura auſſi le ſigne + qu'on pourra ſupprimer, parce qu'il commence la phraſe. Or, en diviſant a^3 par a^2, on a pour quotient la lettre a, que j'écris à l'endroit du quotient. Je multiplie le diviſeur entier $a^2 - 2ab + b^2$, par le quotient partiel a, ce qui donne le prodnit $a^3 - 2a^2b + ab^2$. Ce produit doit être retranché du dividende. Ainſi, je l'écris ſous le dividende, avec des ſignes contraires à ceux qu'il a; &, après avoir fait la réduction, c'eſt-à-dire, après avoir effacé les termes qui ſe trouvent avec des ſignes contraires au dividende & à la quantité qui vient d'être écrite au deſſous de lui, j'ai le reſte $-a^2b + 2ab^2 - b^3$, qu'il faut diviſer par le diviſeur $a^2 - 2ab + b^2$.

2°. Je fais cette ſeconde opération, en diviſant le premier terme $-a^2b$ du dividende, par le premier terme a^2 du diviſeur; j'ai pour ſecond quotient partiel, $-b$, que j'écris à la ſuite de la premiere partie a du quotient total. Je multiplie le diviſeur entier, par $-b$; ce qui donne le produit $-a^2b + 2ab^2 - b^3$, que j'écris, avec des ſignes contraires, ſous le dividende. Et comme, après avoir fait la réduction, il ne reſte rien, je conclus que le quotient exact de la quantité $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$, diviſée par $a^2 - 2ab + b^2$, eſt $a - b$.

Exemple II. *Diviſer* . . . . . $a^5 + b^5$, *par* . . . . . $a + b$.

Dividende $a^5 + b^5$,	Diviſeur $a + b$
$-a^5 - a^4b$,	
1er reſte $-a^4b + b^5$,	Quotient.
$+a^4b + a^3b^2$,	$a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4$.
2e reſte $a^3b^2 + b^5$,	
$-a^3b^2 - a^2b^3$,	
3e reſte $-a^2b^3 + b^5$,	
$+a^2b^3 + ab^4$,	
4e reſte $ab^4 + b^5$,	
$-ab^4 - b^5$,	
5e reſte 0	

1°. Le dividende & le diviſeur étant ordonés par raport à a, je diviſe le premier terme a^5 du dividende, par le premier terme a du diviſeur; il vient le premier quotient partiel a^4, que j'écris à ſa place. Je multiplie le diviſeur $a + b$ par a^4; & j'écris le prodnit avec des ſignes contraires, ſous le dividende; il vient $-a^5 - a^4b$. Faiſant la réduction du dividende & de cette quantité, on a, pour premier reſte, ou pour ſecond dividende partiel, ordoné, par raport à a, la quantité $-a^4b + b^5$.

2°. Je diviſe le premier terme $-a^4b$ de ce dividende, par le premier terme a du diviſeur; il vient le ſecond quotient partiel $-a^3b$, que j'écris à la ſuite du premier: je multiplie $a + b$ par $-a^3b$; & j'écris le prodnit, avec des ſignes contraires, ſous le dividende; il vient $a^4b + a^3b^2$. Faiſant la réduction, le ſecond reſte, ou le troiſieme dividende partiel eſt $a^3b^2 + b^5$.

3°. Je diviſe le premier terme a^3b^2 de ce dividende par a; il vient au quotient $+a^2b^2$, que j'écris; je multiplie le diviſeur $a + b$ par a^2b^2, & j'écris le produit, avec des ſignes contraires, ſous le dividende; il vient $-a^3b^2 - a^2b^3$. La réduction étant faite, on a $-a^2b^3 + b^5$ pour

troiſieme reſte, ou pour quatrieme dividende partiel.

4°. Je diviſe $-a^2b^3$ par a ; il vient $-ab^3$ pour quatrieme quotient partiel ; je multiplie le diviſeur $a+b$ par $-ab^3$, & j'écris le produit, avec des ſignes contraires, ſous le dividende ; il vient $+a^2b^3+ab^4$. La réduction faite, on a ab^4+b^5 pour quatrieme reſte, ou pour cinquieme dividende partiel.

5°. Je diviſe ab^4 par a ; il vient b^4 pour cinquieme quotient partiel ; je multiplie $a+b$ par b^4, & j'écris le produit, avec des ſignes contraires, ſous le dividende ; il vient $-ab^4-b^5$. La réduction faite, on a o pour reſte. D'où je conclus que le quotient exact de la quantité a^5+b^5 diviſée par $a+b$, eſt $a^4-a^3b+a^2b^2-ab^3+b^4$.

VIII. *Remarque*. Quelquefois, après avoir ordoné le dividende & le diviſeur par raport à une lettre, il ſe trouve pluſieurs termes dans leſquels cette lettre a le même expoſant. Alors il faut diſpoſer tous ces termes dans une même colonne verticale, & regarder leur aſſemblage comme un même tout ; mais chaque quotient partiel ſe détermine toujours de la même maniere.

Exemple. *Diviſer* . . . . $10a^3+11a^2b-19abc-15a^2c+3ab^2+15bc^2-5b^2c$, *par* . . . . . $3ab+5a^2-5bc$.

J'ordone le dividende & le diviſeur par raport à la lettre a, & j'ai $10a^3+11a^2b-15a^2c-19abc+3ab^2+15bc^2-5b^2c$ à diviſer par $5a^2+3ab-5bc$. Or, comme dans le dividende, il y a deux termes qui contienent a^3, & deux qui contienent a, je diſpoſe mon dividende & mon diviſeur, comme on le voit ici.

Divid. $10a^3+11a^2b-19abc+15bc^2-5b^2c$, $-15a^2c+3ab^2$, $-10a^3-6a^2b+10abc$, { Diviſeur. $5a^2+3ab-5bc$. Quotient. $2a+b-3c$.

1er reſte $5a^2b-9abc+15bc^2-5b^2c$, $-15a^2c+3ab^2$, $-5a^2b-3ab^2+5b^2c$,

2e reſte $-15a^2c-9abc+15bc^2$, $+15a^2c+9abc-15bc^2$,

3e reſte o

1°. Je diviſe $10a^3$ par $5a^2$; il vient $2a$ au quotient ; je multiplie le diviſeur par $2a$, & j'écris le produit, avec des ſignes contraires, ſous le dividende. Puis, ayant fait la réduction, j'ai le premier reſte écrit ci-deſſus.

2°. Je diviſe le premier terme $5a^2b$ de ce reſte par $5a^2$; il vient $+b$ au quotient ; je multiplie le diviſeur par $+b$; &, ayant écrit le produit, avec des ſignes contraires, ſous le dividende, puis ayant fait la réduction, on a un ſecond reſte écrit ci-deſſus.

3°. Je diviſe le premier terme $-15a^2c$ de ce reſte par $5a^2$; enſuite, ayant fait les mêmes opérations que ci-devant, il ne reſte rien. Ainſi, la *diviſion* eſt achevée, & le quotient exact eſt $2a+b-3c$.

IX. *Usages des ſuites pour la diviſion*. Il arive ſouvent que, le diviſeur étant complexe, la *diviſion* ne peut pas ſe faire exactement. Par exemple, qu'un ait à diviſer $a^2+2ab+bb+c^2$ par $a+b$; on trouvera que le quotient eſt $a+b$, & que le reſte eſt c^2 ; de ſorte qu'en indiquant la *diviſion* de ce reſte, par le diviſeur, le quotient total ſera $a+b+\frac{c^2}{a+b}$. Mais, ſi on veut n'avoir au quotient que des monumes, ce qui eſt utile dans une infinité d'occaſions, on pourra développer le quotient en une ſuite infinie, de la maniere qu'on va l'expliquer ſur l'exemple ſuivant.

Exemple. *Diviſer à l'infini* c^2 *par* $a+b$.

Divid. c^2. { Diviſeur $a+b$

$-c^2-\frac{c^2b}{a}$, { Quotient. $\frac{c^2}{a}-\frac{c^2b}{a^2}+\frac{c^2b^2}{a^3}-\frac{c^2b^3}{a^4}+\frac{c^2b^4}{a^5}-$ &c.

1er reſte $-\frac{c^2b}{a}$, $+\frac{c^2b}{a}+\frac{c^2b^2}{a^2}$

2e reſte $+\frac{c^2b^2}{a^2}$, $-\frac{c^2b^2}{a^2}-\frac{c^2b^3}{a^3}$,

3e reſte $-\frac{c^2b^3}{a^3}$, $+\frac{c^2b^3}{a^3}+\frac{c^2b^4}{a^4}$;

4e reſte $+\frac{c^2b^4}{a^4}$, $-\frac{c^2b^4}{a^4}-\frac{c^2b^5}{a^5}$,

5e reſte &c.

1°. Je diviſe le dividende c^2 par le premier terme a du diviſeur, ou plutôt j'indique cette *diviſion*, parce que le dividende c^2 & le diviſeur a n'ont pas de lettre commune. Le quotient eſt $\frac{c^2}{a}$, que j'écris à la place où il doit être. Je multiplie le diviſeur $a+b$ par $\frac{c^2}{a}$, & j'écris le pro-

duit ; avec des ſignes contraires, ſous le dividende. Puis, ayant fait la réduction, j'ai $-\frac{a^2 b}{a}$ pour premier reſte, ou pour ſecond dividende partiel.

2°. Je diviſe ce dividende par le premier terme a du diviſeur, & j'ai $-\frac{c^2 b}{a^2}$ pour ſecond quotient partiel que j'écris à la ſuite du premier. Je multiplie le diviſeur $a+b$ par $-\frac{c^2 b}{a^2}$; & j'écris le produit, avec des ſignes contraires, ſous le dividende. La réduction faite, j'ai $+\frac{c^2 b^2}{a^2}$ pour ſecond reſte, ou pour troiſieme dividende partiel à diviſer par $a+b$.

On continuera la *diviſion* toujours de la même maniere. Il eſt évident qu'elle n'aura pas de fin, & qu'elle donnera continuélement de nouveaux termes au quotient. Le quotient total ſera donc exprimé par cette ſuite infinie :

$$\frac{c^2}{a} - \frac{c^2 b}{a^2} + \frac{c^2 b^2}{a^3} - \frac{c^2 b^3}{a^4} + \frac{c^2 b^4}{a^5} - \&c.$$

Comme chaque terme de cette ſuite a c^2 pour un de ſes facteurs, elle peut être écrite ſous cette forme ;

$$c^2 \times \left(\frac{1}{a} - \frac{b}{a^2} + \frac{b^2}{a^3} - \frac{b^3}{a^4} + \frac{b^4}{a^5} - \&c.\right).$$

X. *Remarque I.* On voit facilement que tous les termes de cette même ſuite iront en diminuant de grandeur, ſi $a > b$; & qu'au contraire, ils iront en augmentant, ſi $a < b$.

En effet, comparons d'abord enſemble les deux premiers termes $\frac{1}{a}$ & $-\frac{b}{a^2}$, en faiſant abſtraction de leurs ſignes, ou en les ſuppoſant affectés du même ſigne. Si on a $a > b$, on aura auſſi $\frac{1}{a} > \frac{b}{a^2}$: car, puiſque $a > b$, il eſt clair qu'en diviſant les deux membres par la même grandeur a^2, on aura $\frac{a}{a^2} > \frac{b}{a^2}$ ou bien $\frac{1}{a} > \frac{b}{a^2}$. Si au contraire on avoit $a < b$, on trouveroit $\frac{1}{a} < \frac{b}{a^2}$.

On fera voir, d'une maniere ſemblable, qu'en ſuppoſant $a > b$, le ſecond terme $\frac{b}{a^2}$ eſt plus grand que le troiſieme $\frac{b^2}{a^3}$, & qu'au contraire, en ſuppoſant $a < b$, le ſecond terme $\frac{b}{a^2}$ eſt plus petit que le troiſieme $\frac{b^2}{a^3}$; ainſi de ſuite. D'où nous pouvons conclure, en général, que les termes de la ſuite iront en diminuant ou en augmentant, ſelon que a ſera plus grand ou plus petit que b.

On appele *ſuites convergentes*, celles dont les termes vont en diminuant, & *ſuites divergentes*, celles dont les termes vont en augmentant. Une ſuite peut converger ou diverger plus ou moins rapidement, ſelon que ſes termes vont en diminuant ou en augmentant, par des ſauts plus ou moins grands.

XI. *Remarque II.* Lorſqu'une ſuite converge rapidement, il ſuffit de prendre quelques termes du commencement, pour avoir, à peu de choſe près, la valeur de la ſuite entiere. Par exemple, ayant trouvé, par la méthode de l'art. IX, que la valeur générale du quotient indiqué $\frac{1}{a+b}$; peut être exprimée par la ſuite infinie,

$$\frac{1}{a} - \frac{b}{a^2} + \frac{b^2}{a^3} - \frac{b^3}{a^4} + \frac{b^4}{a^5} - \&c.$$

ſi l'on ſuppoſe $a = 100$, $b = 1$, & qu'on prene ſeulement les deux premiers termes de cette ſuite, on aura $\frac{1}{100} - \frac{1}{10000}$, c'eſt-à-dire ; $\frac{99}{10000}$, en réduiſant les deux fractions au même dénominateur, puis ſouſtrayant la ſeconde de la premiere. Or cette derniere fraction ne differe pas beaucoup de la fraction $\frac{1}{100+1}$, ou $\frac{1}{101}$; qui eſt la valeur totale de la ſuite ; car réduiſons les deux fractions $\frac{1}{110}$ & $\frac{99}{10000}$ au même dénominateur, pour pouvoir les comparer plus facilement enſemble ; elles deviendront reſpectivement $\frac{10000}{1010000}$ & $\frac{9999}{1010000}$; d'où l'on voit que leur différence eſt preſqu'inſenſible.

On approcheroit davantage, & de plus en plus, de la valeur entiere de la ſuite, en prenant enſemble ſes trois premiers termes, ou ſes quatre premiers termes ; ainſi de ſuite.

Il eſt clair, par la raiſon contraire, que, ſi une ſuite eſt divergente, on s'éloignera de plus en plus de ſa valeur totale, à meſure qu'on prendra plus de termes du commencement. On ne peut donc prendre les premiers termes d'une ſuite qui en a une infinité, pour exprimer, à peu de choſe près,

Digitized by Google

ſa valeur totale, que quand cette ſuite eſt convergente. Plus elle converge promptement, moins il faut prendre de termes du commencement, pour la repréſenter d'une maniere approchée.

XII. *Remarque III.* L'expreſſion $\frac{1}{a+b}$ peut être dévelopée en ſuite infinie, de deux manieres, ſelon qu'on regardera a ou b, comme le premier terme du diviſeur. Dans le premier cas, la ſuite infinie eſt :

$$(A)\ \frac{1}{a} - \frac{b}{a^2} + \frac{b^2}{a^3} - \frac{b^3}{a^4} + \frac{b^4}{a^5} - \&c.$$

Et dans le ſecond, la ſuite infinie eſt :

$$(B)\ \frac{1}{b} - \frac{a}{b^2} + \frac{a^2}{b^3} - \frac{a^3}{b^4} + \frac{a^4}{b^5} - \&c.$$

Or, lorſque $a > b$, la ſuite (A) eſt convergente, & la ſuite (B) eſt divergente; au contraire, lorſque $a < b$, la ſuite (A) eſt divergente, & la ſuite (B) eſt convergente. Ainſi, lorſque $a > b$, il faut ſe ſervir de la ſuite (A) pour repréſenter le quotient indiqué $\frac{1}{a+b}$; & lorſque $a < b$, il faut ſe ſervir de la ſuite (B) pour repréſenter le même quotient.

XIII. *Remarque IV.* Si on avoit $a = b$, l'une ou l'autre ſuite deviendroit également :

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{a} + \frac{1}{a} - \frac{1}{a} + \frac{1}{a} - \frac{1}{a} + \&c.$$

Or, comme chaque terme eſt détruit par le terme ſuivant, il paroît s'enſuivre que la valeur totale de la ſuite eſt 0, tandis que cette valeur doit être réellement $\frac{1}{2a}$ ou $\frac{1}{2b}$. Mais il faut prendre garde que, dans ce cas, la ſuite n'eſt pas convergente, & que, ſi l'on veut employer quelques-uns de ſes termes pour exprimer la quantité $\frac{1}{2a}$, on ne peut pas ſe diſpenſer d'ajouter à ces termes le reſte de la *diviſion*, diviſé par le diviſeur.

Si, par exemple, on arrête la ſérie au ſecond terme $-\frac{1}{a}$; à la ſomme $\frac{1}{a} - \frac{1}{a}$ des deux premiers termes qu'on trouve en diviſant 1 par $a + a$, il faudra joindre le quotient du ſecond reſte 1 de la *diviſion*, diviſé par $a + a$, c'eſt-à-dire, $\frac{1}{2a}$: alors on aura $\frac{1}{a} - \frac{1}{a} + \frac{1}{2a}$, c'eſt-à-dire, $\frac{1}{2a}$, pour la valeur de $\frac{1}{2a}$, comme cela doit être.

Si l'on arrête la ſérie au troiſieme terme $+\frac{1}{a}$, à la ſomme $\frac{1}{a} - \frac{1}{a} + \frac{1}{a}$ des trois premiers termes provenans de la *diviſion*, il faudra joindre le quotient du troiſieme reſte -1, diviſé par $2a$, c'eſt-à-dire, $-\frac{1}{2a}$: alors on aura $\frac{1}{a} - \frac{1}{a} + \frac{1}{a} - \frac{1}{2a}$, c'eſt-à-dire, $\frac{1}{2a}$, pour la valeur de $\frac{1}{2a}$. Ainſi de ſuite.

XIV. Problême IV. *Diviſer un monome rationel par un monome radical, ou un monome radical, par un monome rationel.*

La *diviſion* ne peut alors que s'indiquer, en obſervant néanmoins que, s'il y a des coëfficiens autres que l'unité, au devant des quantités, ou que la quantité radicale ſoit précédée de quantités rationeles, la *diviſion* des coëfficiens & des quantités rationeles, ſe fait comme on l'a expliqué ci-deſſus. Ainſi, par exemple, en diviſant $+a$ par $+\sqrt{b}$, on a pour quotient $+\frac{a}{\sqrt{b}}$, ou $+\frac{a}{b^{\frac{1}{2}}}$; en diviſant $-8a\sqrt{c}$ par $+2ab$, on a pour quotient $-\frac{4\sqrt{c}}{b}$, ou $-\frac{4c^{\frac{1}{2}}}{b}$.

On doit obſerver qu'au lieu d'écrire, comme nous venons de faire, le quotient en forme de fraction, on écrit ſouvent le diviſeur à côté du dividende, en donnant au diviſeur un expoſant négatif. Ainſi, l'expreſſion $+\frac{a}{b^{\frac{1}{2}}}$ eſt la même choſe que $+ab^{-\frac{1}{2}}$; l'expreſſion $-\frac{4c^{\frac{1}{2}}}{b}$ eſt la même choſe que $-4c^{\frac{1}{2}}b^{-1}$. On traite, à cet égard, les quantités qui ont des expoſans fractionaires, comme celles qui ont pour expoſans des nombres entiers. *Voyez* Exposant.

XV. Problême V. *Diviſer un monome radical par un autre monome radical.*

Je diſtingue deux cas; l'un où les deux quantités radicales ſont de même eſpece, l'autre où elles ſont de différentes eſpeces.

I. Cas. Suppoſons d'abord que le dividende & le diviſeur ſoient des quantités radicales de même dénomination. Après avoir écrit le ſigne qui doit précéder le quotient, on écrira le ſigne radical commun au dividende & au diviſeur, & à la ſuite de ce ſigne, le quotient des quantités diviſées de

Digitized by Google

la même maniere que ſi elles n'étoient point affectées radicaux. La *diviſion* des coëfficiens & des quantités rationeles qui peuvent précédet les quantités radicales, ſe fait à l'ordinaire. Ainſi, en diviſant $+\sqrt{a^2b^2}$ par $-\sqrt{a}$, on a pour quotient $-\sqrt{ab^2}$, ou $-a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{2}{2}}$, ou (en réduiſant la fraction exponentiele de b à ſa plus ſimple expreſſion), $-a\,b^{\frac{2}{2}}$; en diviſant $-8a_2\sqrt[3]{10\,m_2\,n_2}$ par $+4a\sqrt[3]{5\,m\,n}$, on a pour quotient $-2a\sqrt[3]{2\,m\,n}$, ou $-2a\times 2^{\frac{1}{3}}\,m^{\frac{1}{3}}\,n^{\frac{1}{3}}$, ou $-2\,a^{\frac{3}{3}}\,m^{\frac{1}{3}}\,n^{\frac{1}{3}}$; en diviſant $-7a_3\sqrt[4]{m^2n_2p}$ par $-8a^2\sqrt[5]{cmp_3}$, on a pour quotient $+\dfrac{7a\sqrt{\frac{mn^2}{c}}}{8}$ ou $+\dfrac{7a\sqrt{mn^2c^{-1}}}{8}$, ou $+\dfrac{7\,a\,m^{\frac{1}{2}}\,n^{\frac{2}{2}}\,c^{-\frac{1}{2}}}{8}$, ou bien encore $+7.8^{-1}\times a^{\frac{1}{2}}\,m^{\frac{1}{2}}\,n^{\frac{2}{2}}\,c^{-\frac{1}{2}}$.

On ſe rendra facilement raiſon de cette regle, en conſidérant que la *diviſion* eſt une opération inverſe de la multiplication, & que le produit du diviſeur, par le quotient, doit toujours être une quantité égale au dividende. Ainſi, par exemple, je dis que, ſi l'on diviſe $-\sqrt{a}$ par $+\sqrt{b}$, le quotient ſera $-\sqrt{\frac{a}{b}}$. En effet, ſi l'on multiplie cette derniere quantité par $+\sqrt{b}$, on aura $-\sqrt{\frac{ab}{b}}$, ou $-\sqrt{a}$, qui eſt le dividende propoſé. Il en ſera de même dans tous les autres cas pareils.

II. Cas. Lorſque le dividende & le diviſeur ne ſont pas des quantités radicales de même dénomination, on peut les réduire à la même dénomination; & alors ce cas revient au précédent. Qu'on ait, par exemple, à diviſer $-\sqrt[3]{a^3b^2}$ par $+\sqrt[2]{a}$: je réduis les deux quantités radicales à la même dénomination; la premiere devient $-\sqrt[6]{a^6b^4}$, ou $-a^{\frac{6}{6}}\,b^{\frac{4}{6}}$, la ſeconde devient $+\sqrt[6]{a^3}$, ou $+a^{\frac{3}{6}}$; & en diviſant la premiere par la ſeconde, j'ai pour quotient $-\sqrt[6]{a^3b^4}$, ou $-a^{\frac{1}{2}}\,b^{\frac{4}{6}}$, ou $-a\,b^{\frac{2}{3}}$.

On trouvera ſemblablement qu'en diviſant $-4a^3\sqrt[5]{b_2}$ par $-2a\sqrt[4]{bc}$, le quotient eſt $+2a\sqrt{\frac{b^3}{c^3}}$, ou $+2a\sqrt[12]{b^5c^{-3}}$, ou $+2a\,b^{\frac{5}{12}}\,c^{-\frac{3}{12}}$, ou $+2a\,b^{\frac{5}{12}}\,c^{-\frac{3}{12}}$. Ainſi des autres quantités pareilles.

XVI. Problême VI. *Faire une diviſion de polynomes, lorſqu'il y entre des quantités radicales.*

La ſolution de ce problême dépend immédiatement de ce qui précede.

Exemple. *Diviſer* . . . . . $a^3b^2-7a^2b^2+7ab\sqrt[3]{m^2np}-5a^2b^2\sqrt[3]{a^2c}+35ab^3\sqrt[3]{a^2c}-35b\sqrt[6]{m^6n^3p^3a^4c^2}$, *par* . . . $ab-5b\sqrt[3]{a^2c}$.

On fera cette opération à l'ordinaire, en diviſant ſucceſſivement les différentes parties du dividende par le premier terme du diviſeur, & retranchant du dividende, à chaque *diviſion* partiele, le produit du quotient partiel par le diviſeur entier. Il n'y aura point de difficulté à l'égard de la *diviſion* ou multiplication des quantités radicales, puiſque toutes les opérations parcieles ſe font ſur des monomes, & qu'elles ne demandent par conſéqnent point d'autres regles qne celles que nous avons données pour ces dernieres quanités. On trouvera ainſi que le quotient demandé eſt $a^2b-7ab^2+7c\sqrt{m^2np}$. (*L. B.*)

Division, (*Géom.*). La *diviſion* géométrique conſiſte à diviſer le produit de deux lignes, par une ligne; ou le produit de trois lignes, par celui de deux lignes; ou le produit de quatre lignes, par celui de trois lignes, *&c.* Par exemple, ſoit le produit ab de deux lignes exprimées par a & b, à diviſer par la ligne c: cette opération ſe fera en cherchant une quattieme proportionele aux trois lignes c, a, b. De même la *diviſion* du prodnit abc de trois lignes, par le prodnit de de deux lignes, ſe fera en cherchant, 1°. une quatrieme proportionele x aux trois lignes d, a, b. 2°. Une quatrieme proportionele aux trois lignes e, c, x. Ainſi des autres. *Voyez* Construction. (*L. B.*)

Division *des inſtrumens d'Aſtronomie*. *Voyez* Instrumens, Quart de cercle, Transversales.

DIURNE *ou* JOURNALIER, adj. ſe dit, *en Aſtronomie*, de ce qui a raport au jour, par oppoſition au mot *nocturne* qui regarde la nuit.

Arc diurne; c'eſt l'arc ou le nombre de degrés que le ſoleil, la lune, ou les étoiles décrivent entre leur lever & leur coucher. *Arc ſémi-diurne*, c'eſt l'arc qn'un aſtre décrit depuis ſon lever juſqn'à ſon paſſage au métidien, on depuis ſon paſſage au méridien juſqu'à ſon coucher. On appele cet arc *ſémi-diurne*, parce qn'il eſt environ la moitié de l'arc *diurne*; on l'exprime ordinairement en temps.

Le cercle *diurne* eſt nn cercle parallele à l'équateur dans lequel nne étoile on un point qnelconqne, pris dans la ſurface de la ſphere du monde, ſe meut, ou paroît ſe mouvoir, par ſon mouvement *diurne*.

Digitized by Google

Ainſi, en concevant une ligne droite tirée du centre d'une étoile perpendiculairement à l'axe du monde, & prolongée juſqu'à la ſurface de la ſphere, & ſuppoſant que cette ligne droite faſſe une révolution entiere autour de cet axe, elle décrira dans le ciel un cercle qui ſera le parallele ou cercle *diurne* de l'étoile.

Le mouvement *diurne* d'une planete eſt le nombre de degrés & de minutes qu'une planete parcourt dans l'eſpace de 24 heures par ſon mouvement propre. Pour avoir le mouvement *diurne* d'une planete, il faut connoître d'abord le temps qu'elle emploie à faire ſa révolution, c'eſt-à-dire, à parcourir 360 degrés; & l'on dira enſuite; comme le temps connu de la révolution eſt à 24 heures, ainſi 360 degrés ſont au nombre de degrés que l'on cherche: mais cette proportion ne donne que le mouvement *diurne* moyen; car le mouvement *diurne* véritable, dans le ſoleil, par exemple, eſt tantôt plus grand, tantôt plus petit; & le mouvement *diurne* d'une planete vu de la terre, eſt quelquefois nul quand la planete eſt ſtationaire.

Le mouvement *diurne* de la terre eſt ſa rotation autour de ſon axe, ce qui forme le jour naturel.

La réalité de la rotation *diurne* de la terre eſt à préſent au deſſus de toute conteſtation, ainſi que ſon mouvement annuel. *Voyez* SYSTÊME DE COPERNIC. (*O*).

DIX, (*Arith.*); c'eſt le premier ou le moindre des nombres qui ont deux chifres; il ſe marque par l'unité ſuivie d'un zéro, ſuivant la propriété qu'a le zéro de décupler tout chifre qui le précede. *Voyez* ARITHMÉTIQUE, BINAIRE, DACTYLONOMIE, *&c.* D'où il s'enſuit qu'on multiplie un nombre par 10, en écrivant un zéro à la droite de ce nombre après le dernier chifre; & qu'on le diviſe par 10, en retranchant le dernier chifre. Cette opération ſi ſimple devroit faire ſouhaiter que toutes les parties d'un tout fuſſent toujours décimales. *Voyez* DÉCIMAL, *&c.* (*O*).

DIX-HUITIEME, ſ. f. (*Jeu de cartes*): une *dix-huitieme* eſt compoſée des huit cartes d'une même couleur qui valent dix-huit points à celui qui les a.

DIX-SEPTIEME, (*Jeu de piquet*): c'eſt ſept cartes de ſuite & de la même couleur, comme às, roi, dame, valet, dix, neuf, & huit; & roi, dame, valet, dix, neuf, huit & ſept. La ſupérieure éface la ſeconde, & vaut dix-ſept.

DODÉCAGONE, ſ. m. (*Géom.*); polygone régulier qui a douze angles égaux & douze côtés égaux. *Voyez* POLYGONE.

Le *dodécagone* ſe trace aiſément quand l'hexagone eſt tracé; car il n'y a qu'à diviſer en deux également chaque angle au centre de l'hexagone, & on ſait que le côté de l'hexagone inſcrit au cercle eſt égal au rayon. *Voyez* HEXAGONE. (*O*).

DODÉCAHEDRE, ſ. m. eſt le nom qu'on donne, *en Géométrie*, à l'un des cinq corps réguliers, qui a ſa ſurface compoſée de douze pentagones égaux & ſemblables.

On peut conſidérer le *dodécahedre* comme conſiſtant en douze pyramides pentagones ou quinquangulaires, dont les ſommets ou pointes ſont au centre du *dodécahedre*, c'eſt-à-dire, de la ſphere qu'on peut imaginer circonſcrite à ce ſolide; par conſéquent toutes ces pyramides ont leurs baſes égales & leurs hauteurs égales.

Pour trouver la ſolidité du *dodécahedre*, il ſuffit donc de trouver celle d'une de ces pyramides, & de la multiplier enſuite par 12. Or la ſolidité d'une des pyramides ſe trouve en multipliant ſa baſe par le tiers de la diſtance de cette baſe au centre; & pour trouver cette diſtance, il faut prendre la moitié de la diſtance entre deux faces paralleles. *Voyez l'article* PYRAMIDE.

Le diametre de la ſphere étant donné, le côté du *dodécahedre* ſe trouve par ce théorême; le carré du diametre de la ſphere eſt égal au rectangle ſous la ſomme des côtés du *dodécahedre* & de l'exahedre, inſcrit à la même ſphere, & le triple du côté du *dodécahedre*. Ainſi, le diametre de la ſphere étant 1, le côté du *dodécahedre* inſcrit ſera $(\sqrt{\frac{1}{3}}-\sqrt{\frac{1}{75}}):2$; par conſéquent ce côté eſt au diametre de la ſphere :: $\sqrt{\frac{1}{3}}-\sqrt{\frac{1}{75}}$ eſt à 2, & le carré de ce côté au carré du diametre, comme $\frac{6-2\sqrt{5}}{3}$ eſt à 4. Par conſéquent le diametre de la ſphere eſt incommenſurable, tant en grandeur qu'en puiſſance, au côté du *dodécahedre* inſcrit. *Voyez* INCOMMENSURABLE. (*E*).

DODÉCATEMORIE, ſ. f. (*Géom.*) ſignifie la douzieme partie d'un cercle. *Voyez* CERCLE, ARC, *&c.*

DODÉCATEMORIE (*Aſtron.*); eſt le nom que quelques auteurs ont donné aux 12 ſignes du *zodiaque*, par la raiſon que chacun de ces ſignes contient la douzieme partie du zodiaque, ou 30° mais ce mot eſt hors d'uſage; il ſervoit à diſtinguer les 12 ſignes d'avec les 12 conſtellations qui ne leur correſpondent plus quoique les ſignes aient conſervé les mêmes noms, la conſtellation des poiſſons étant actuélement dans le Bélier. *Voyez* PRECESSION. (*D. L.*)

DOIGT, *en Aſtronomie*; eſt la douzieme partie du diametre apparent du Soleil ou de la Lune. Chaque *doigt* ſe diviſe en ſoixante minuter. On dit dans les éclipſes de Lune ou de Soleil, qu'il y a tant de *doigts* d'éclipſés, & ces *doigts* éclipſés s'appelent *doigts écliptiques*. (*O*).

DOMINICALES; lettres *dominicales*. *Voyez* CALENDRIER.

DONNÉ, adj.; terme dont ſe ſervent ſouvent les *Mathématiciens*, pour marquer ce que l'on ſuppoſe être connu.

Ainſi, quand une grandeur eſt connue, ou quand

quand on en peut aſſigner une autre qui lui eſt égale, on dit qu'elle eſt *donnée de grandeur*. *Voyez* GRANDEUR.

Quand on ſuppoſe que la poſition d'une ligne, &c. eſt connue, on dit qu'elle eſt *donnée de poſition*. On dit la même choſe d'un point dont la place eſt *donnée*.

Par exemple, quand un cercle eſt actuélement décrit ſur un plan, ſon centre eſt *donné de poſition*, ſa circonférence eſt *donné de grandeur*, & le cercle eſt *donné* tant de *poſition* que de *grandeur*.

Un cercle peut être *donné de grandeur* ſeulement, comme lorſqu'on n'a *donné* que ſon diametre, & que le cercle n'eſt point décrit actuélement.

Quand l'eſpece de quelque figure eſt *donnée*, on dit qu'elle eſt *donnée d'eſpece*. *Voyez* SEMBLABLE.

Quand on connoît la proportion qu'il y a entre deux quantités, on dit qu'elles ſont *données de proportion*. (*Harris & Chambers*.)

DONNÉES, adj. prir ſubſt.; *terme de Mathématique*, qui ſignifie certaines choſes ou quantités, qu'on ſuppoſe être *données* ou connues & dont on ſe ſert pour en trouver d'autres qui ſont inconnues, & que l'on cherche. Un problême ou une queſtion renferme en général deux ſortes de grandeurs, les *données* & les cherchées, *data* & *quæſita*. *Voyez* PROBLÊME, *&c.*

Euclide a fait un traité exprès ſur les *données*; il ſe ſert de ce mot pour déſigner les eſpaces, les lignes, & les angles qui ſont *donnés* de grandeur, ou auxquelr on peut aſſigner des eſpaces, des lignes, ou des angler égaux.

Ce mot, après avoir d'abord été en uſage dans les Mathématiques, a été enſuite tranſporté dans les autres Arts, comme la Philoſophie, la Médecine, *&c.* On s'en ſert dans ces ſciences pour déſigner les choſes que l'on prend pour acordées, ſans avoir de preuves immédiates de leur certitude, mais ſimplement pour ſervir de baſe aux raiſonnemens: c'eſt auſſi pour cette raiſon que dans les ouvrages de Phyſique, on appele quelquefois *data*, *données*, les choſes connues, par le moyen deſquelles on parvient à la découverte des choſes inconnues; ſoit dans la Philoſophie naturele, ſoit dans l'économie animale, ſoit dans l'opération des remedes. *Voyez* DEMANDE. (*Harris & Chambers*). (*O*).

DORADE, (*Aſtron.*): nom *d'un poiſſon doré* qu'on a donné à une conſtellation méridionale; elle eſt appelée auſſi *xiphias*; elle eſt *ſituée entre l'éridan* & le navire, & contient 29 étoiles principales dans le catalogue de la Caille, la plus belle eſt de troiſieme grandeur; elle avoit, en 1750, 67° 9′ 21″ d'aſcenſion droite & 55° 34′ 15″ de déclinaiſon méridionale. (*D. L.*)

DOUBLE, adj. (*Géom.*). Une quantité eſt *double* d'une autre, lorſqu'elle la contient deux fois; *ſous double*, lorſqu'elle en eſt la moitié. Une raiſon eſt *double* quand l'antécédent eſt *double* du conſéquent, ou quand l'expoſant du raport eſt *double*. Ainſi le raport de 6 à 3 eſt une raiſon *double*. *Voyez* RAISON *ou* RAPORT.

La raiſon *ſous-double* a lieu, quand le conſéquent eſt *double* de l'antécédent, ou que l'expoſant du raport eſt $\frac{1}{2}$. Ainſi 3 eſt à 6 en raiſon *ſous-double*. *Voyez* RAPORT *ou* RAISON. (*O*).

DOUBLE (*Point*), eſt un terme fort en uſage dans la *haute Géométrie*. Lorſqu'une courbe a deux branches qui ſe coupent, le point où ſe coupent ces branches eſt appelé *point double*. On trouve des *points doubles* dans les lignes du troiſieme ordre & dans les courbes d'un genre plus élevé. Il n'y en a point dans les ſections coniques. *Voyez* COURBE.

Si, on cherche la tangente d'une courbe au point *double*, par la méthode que l'on verra à *l'art.* TANGENTE, l'expreſſion de la ſous-tangente devient alors $\frac{0}{0}$. On trouvera dans la *ſection neuvieme des infiniment petits* de M. de l'Hôpital, ce qu'il faut faire alors pour déterminer la poſition de la tangente; & on peut voir auſſi pluſieurs remarquer importantes ſur cette matiere dans *les mém. de l'acad. de* 1726. *&* 1723, ainſi que *dans les uſages de l'analyſe de Deſcartes*, par M. l'abbé de Gua, & dans les *mém. de l'académie de* 1747. Nous parlerons de tout cela plus au long *au mot* TANGENTE, où nous expliquerons en peu de mots la méthode des tangentes aux points multiples. (*O*).

DOUBLÉ, adj. (*Arithmétique & Algébre*); raiſon *doublée*, c'eſt le raport qui eſt entre deux carrés; ainſi la raiſon *doublée* de *a* à *b*, eſt le raport de *a a* à *b b*, ou du carré de *a* au carré de *b*. *Voyez l'article* CARRÉ.

Dans une progreſſion géométrique le premier terme eſt au troiſieme en raiſon *doublée* du premier au ſecond, ou comme le carré du premier eſt au carré du ſecond: ainſi, dans la progreſſion 2, 4, 8, 16, le raport de 2 à 8 eſt doublé de celui de 2 à 4, c'eſt-à-dire que 2 eſt à 8, comme le carré de 2 au carré de 4. *Voyez* PROGRESSION.

Souvent les commençans confondent la raiſon *doublée* avec la raiſon double; quelques auteurs même ſe ſervent indifféremment de ces expreſſions; rien n'eſt cependant plus different; la raiſon de 8 à 4 eſt une raiſon double, parce que 8 eſt double de 4; la raiſon de 16 à 4 eſt *doublée* de celle de 4 à 2, c'eſt-à-dire, eſt la raiſon du carré de 4 au carré de 2. Il faut de même diſtinguer la raiſon ſous doublée de ſous-double; la raiſon de 4 à 8 eſt ſous-double, celle de 2 à 4 eſt ſous-doublée de 4 à 16, c'eſt-à-dire, comme la racine carrée de 4 eſt à celle de 16. (*O*).

DOUBLET, (*Jeu*): c'eſt un coup de jeu de billard, par lequel on fait fraper la bille de ſon adverſaire ſeulement contre une des bandes du billard, d'où elle va entrer dans une belonſe. Si c'eſt dans une des belonſes du milieu, le coup s'appele un *doublet du milieu*; & *doublet du coin*,

quand la bille va tomber dans une des belouſes des coins.

Doublet ; c'eſt *au jeu du trictrac*, un jet de dés, par lequel on amene le même point des deux dés, comme deux às, deux 4, deux 3, &c.

DOUILLE, (*Aſtron.*) ; tuyau ou anneau concave dans lequel entre le cylindre, ou l'axe du genou, comme *S*, *Fig.* 180 *d'Aſtron.*

Douille, (*Méch.*) : c'eſt dans le genou d'un inſtrument pour travailler ſur le terrain, une ou deux boîtes où entrent des bâtons férés, & pointus qui ſoutienent l'inſtrument. (*K*).

DOUVE, ſ. f. (*Hydraul.*), eſt le mur d'un baſſin contre lequel l'eau bat. Il eſt bâti ſur des racinaux de charpente, afin de laiſſer une communication du corroi du plafond avec celui des côtés. (*K*).

DRACONTIQUE, adj. (*Aſtron.*) : *Mois dracontique*, c'eſt l'eſpace de temps que la Lune emploie à aller de ſon nœud aſcendant, appelé *caput draconis*, tête du dragon, au même point ; ou la révolution de la Lune par raport à ſon nœud. Ce mot n'eſt plus en uſage. (*O*).

DRAGON, (*Aſtron.*) : conſtellation boréale qui eſt compoſée de 80 étoiles dans le catalogue Britannique ; *draco*, *ſerpens*, *anguis*, *Heſperidum cuſtos*, *coluber arborem conſcendens*, *ſidus Minervæ & Bacchi*, *Æſculapius*, *python*. Ce dragon eſt, ſuivant les poëtes, celui que Junon avoit prépoſé à la garde d'un jardin délicieux qu'elle avoit à l'extrémité de l'Heſpérie, ou de l'Eſpagne, & qui fût tué par Hercule. Apollonius donne à ce dragon le nom de Ladon, qui a été auſſi porté par un fleuve ; ce qui peut faire ſoupçoner qu'on a voulu, par ce dragon, déſigner les rivieres où les bras de mers, qui défendoient les jardins des heſpérides : ce dragon a d'ailleurs été regardé comme le ſymbole de la vigilance : il eſt ſurnomé, *audax* ; *monſtrum mirabile*.

Ovide parle de cette conſtellation, qui eſt au nord de l'écliptique, lorſque Phœbus dit à Phaéton, de n'aller ni trop au nord, ni trop au midi, du côté de l'autel, mais de tenir un juſte milieu :

Neu te dexterior tortum declinet ad anguem,
Neve ſiniſterior preſſam rota ducat ad aram :
Inter utrumque tene.... Métamor. II, 138.

Le nom de dragon a été quelquefois donné à la conſtellation du ſerpent, comme dans ce vers myſtérieux que M. Dupuis a expliqué d'une maniere ſi heureuſe.

Taurus draconem genuit & taurum draco.

C'eſt le ſerpent qui ſe leve quand le taureau ſe couche, & réciproquement. *Voyez mon Aſtronomie, tome IV, p.* 569. (*D. L.*)

Dragon, (*Aſtron.*). La tête & la queue du dragon, *caput & cauda draconis*, ſont les nœuds ou les deux points d'interſection de l'écliptique & de l'orbite de la Lune, qui fait avec l'écliptique un angle d'environ cinq degrés.

On les marque ordinairement par ces caracteres, ☊, tête du *dragon*, & ☋, queue du *dragon*.

Le nœud aſcendant, appelé *tête du dragon*, eſt celui par lequel la Lune paſſe pour aller au nord de l'écliptique, dans la partie ſeptentrionale, de ſon orbite ; le nœud deſcendant appelé *queue du dragon*, eſt celui par lequel la Lune paſſe pour entrer dans la partie méridionale de ſon orbite. Les aſtronomes modernes ont abandoné, ces dénominations ; ils ne ſe ſervent plus que des mot de *nœud aſcendant* & *deſcendant*. (*D. L.*)

DRAGUE, (*Hydraul.*), eſt une grande pelle de fer, emmanchée d'une longue perche, dont les bords ſont relevés par trois côtés, pour arrêter le ſable ou les ordures qui ſe trouvent en curant un puits ou une citerne. Cette pelle eſt percée au fond de pluſieurs trous, par leſquels elle donne paſſage à l'eau, & on la fait un peu tranchante par-devant, afin de fouiller & enlever le limon. (*K*).

DROIT, adj. ſe dit *en Géométrie*, de ce qui ne fléchit, ou ne s'incline d'aucun côté.

Ainſi, une ligne *droite* eſt celle qui va d'un point à un autre par le plus court chemin, ſans ſe *fléchir*.

Droit pris dans ce ſens, eſt oppoſé à *courbe*. *Voyez* Courbe, où nous avons fait des réflexions ſur les définitions des mots *ligne droite* & *ligne courbe*.

L'angle *droit* eſt celui qui eſt formé par deux lignes perpendiculaires l'une à l'autre, c'eſt-à-dire, qui ne s'*inclinent* d'aucun côté. *Voyez* Perpendiculaire.

La meſure d'un angle *droit* eſt le quart de la circonférence, c'eſt-à-dire, 90 degrés ; par conſéquent tous les angles *droits* ſont égaux. *Voyez* Angle.

Le mot *droit* pris dans ce ſecond ſens, eſt oppoſé à *oblique*. *Voyez* Oblique.

On dit d'une figure qu'elle eſt rectangle, lorſque ſes côtés ſont à angles *droits*, c'eſt-à-dire, perpendiculaires les uns ſur les autres. *Voyez* Figure.

Quelquefois une figure eſt entiérement rectangle, c'eſt-à-dire, a tous ſes angles *droits*, comme le carré & le parallélogramme : quelquefois elle n'eſt rectangle qu'en partie ſeulement, comme le triangle rectangle.

Cône *droit*, *voyez* Cône.

Sinus *droit*, *voyez* Sinus. Ce mot ſert à diſtinguer le ſinus *droit* du ſinus *verſe*.

DUPLICATION, ſ. f. *terme d'Arithmétique & de Géométrie* : c'eſt l'action de doubler une quantité, c'eſt-à-dire, la multiplication de cette quantité par le nombre 2. *Voyez* Multiplication.

La *duplication* du cube conſiſte à trouver le côté d'un cube, qui ſoit double en ſolidité d'un cube donné : c'eſt un problême fameux que les

Géometres connoiſſent depuis deux mille ans. *Voyez* CUBE.

On prétend qu'il fut d'abord propoſé par l'oracle d'Apollon à Delphes, lequel étant conſulté ſur le moyen de faire ceſſer la peſte qui déſoloit Athènes, répondit qu'il falloit doubler l'autel d'Apollon, qui étoit cubique. C'eſt pourquoi, dit-on, on l'appela dans la ſuite *le problême délíaque*. Nous ne prétendons point garantir cette hiſtoire.

Ératoſthenes donne à ce problême une origine plus ſimple. Un poëte tragique, dit-il, avoit introduit ſur la ſcêne *Minos* élevant un monument à Glaucus; les entrepreneurs donnoient à ce monument cent palmes en tout ſens; le prince ne trouva pas le monument aſſez digne de ſa magnificence, & ordonna qu'on le fît double. Cette queſtion fut propoſée aux Géometres, qu'elle embaraſſa beaucoup juſqu'au temps d'Hippocrate de Chio, le célebre quadrateur des lunules (*Voyez* LUNULE); il leur apprit que la queſtion ſe réduiſoit à trouver deux moyenes proportioneles, comme on le verra dans un moment.

Dans la ſuite l'oracle de Delphes demanda qu'on doublât l'autel d'Apollon; les entrepreneurs, pour exécuter l'ordre du dieu, conſulterent l'école platonicienne, qui comme l'on ſait, faiſoit une étude & une profeſſion particuliere de la Géométrie. Il n'eſt par vrai, comme Valere-Maxime le raconte, que Platon ait eu recours à Euclide pour réſoudre la queſtion: ce ne pouvoit être à Euclide le géometre qui a vécu cinquante ans après lui; ce ne peut être à Euclide de Mégare, qui n'étoit occupé que de chimeres, & de ſubtilités dialectiques. Ce pouvoit être à Eudoxe de Gnide, qui étoit contemporain de Platon, mais outre que l'hiſtoire n'en parle pas, on ſait que Platon donna une ſolution très-ſimple du problême; elle ne ſuppoſe que la géométrie élémentaire; & Platon étoit aſſez inſtruit & aſſez grand génie, pour trouver tout ſeul cette ſolution ſans le ſecours de perſone.

Ce problême ne peut être réſolu qu'en trouvant deux moyenes proportioneles entre le côté du cube & le double de ce côté: la premiere de ces moyenes proportioneles ſeroit le côté du cube double. En effet ſi on cherche deux moyenes proportioneles x, z, entre a & $2a$, a étant le côté du cube, on aura $a : x :: x : z$ ou $\frac{xx}{a}$, & $x : \frac{xx}{a} :: \frac{xx}{a} : 2a$; d'où l'on tire $x^3 = 2a^3$, c'eſt-à-dire, que le cube, dont le côté eſt x, ſera double du cube dont le côté eſt a. *Voyez* MOYENE PROPORTIONALE.

Les Géometres, tant anciens que modernes, ont donné différentes ſolutions de cette queſtion; on en peut voir pluſieurs dans *les élémens de Géométrie* du P. Lamy, & dans *le livre X des ſections coniques* de M. de l'Hôpital. Mais toutes ces ſolutions ſont méchaniques. Ce qu'on demande dans ce problême, c'eſt de trouver par des opérations géométriques & ſans tâtonement le côté du cube que l'on cherche. On ne peut en venir à bout par le ſeul ſecours de la regle & du compas; car l'équation étant du troiſieme degré, ne peut être réſolue par l'interſection d'une ligne droite & d'un cercle, l'équation qui réſulte de cette interſection ne pouvant paſſer le ſecond degré; mais on peut y parvenir, en ſe ſervant des ſections coniques, par l'interſection d'un cercle & d'une parabole; car il n'y a qu'à conſtruire l'équation cubique $x^3 = 2a^3$. On peut auſſi y employer des courbes du troiſieme degré (*Voyez* CONSTRUCTION & ÉQUATION); à l'égard des autres moyens dont on s'eſt ſervi pour réſoudre ce problême, ils conſiſtent dans différens inſtrumens plus ou moins compliqués, mais dont l'uſage eſt toujours fautif & peu commode. La façon la plus ſimple & la plus exacte de réſoudre la queſtion, ſeroit de ſuppoſer que le côté du cube donné eſt exprimé en nombres; par exemple, ſi l'on veut que ce côté ſoit de dix pouces, alors en faiſant $a = 10$, & tirant la racine cube de $2a^3$ ou 2000 (*Voyez* APPROXIMATION & RACINE), on aura auſſi près qu'on voudra la valeur de x: cette ſolution ſuffira, & au delà, pour la pratique. Il en eſt de ce problême comme de celui de la quadrature du cercle, qu'on peut réſoudre, ſinon rigoureuſement, du moins auſſi exactement qu'on veut, & dont une ſolution exacte & abſolue ſeroit plus curieuſe qu'elle n'eſt néceſſaire.

M. Montucla, très-verſé dans la Géométrie ancienne & moderne, & dans leur hiſtoire, a publié un ouvrage intitulé: *Hiſtoire des recherches ſur la quadrature du cercle*, &c. *avec une addition concernant les problêmes de la duplication du cube & de la triſection de l'angle*. L'auteur a détaillé avec ſoin & avec exactitude dans cet ouvrage, ce qui concerne l'hiſtoire de la duplication du cube, & c'eſt le ſeul point dont nous parlerons ici, réſervant le reſte pour les mots QUADRATURE & TRISECTION. M. Montucla remarque avec raiſon que la ſolution du problême donné par Platon, étoit méchanique & avec tâtonement; que celle d'Architas étoit au contraire trop intellectuele & irréductible à la pratique; que Menechme, diſciple de Platon & frere de Dinoſtrate ſi connu par ſa quadratrice (*Voyez* QUADRATRICE), donna une ſolution géométrique de ce problême, en employant les ſections coniques; mais que cette ſolution avoit le défaut d'employer deux ſections coniques, au lieu de n'en employer qu'une ſeule avec un cercle, comme a fait depuis Deſcartes, *voyez* CONSTRUCTION, COUABE, ÉQUATION, LIEU *&c.* M. Montucla parle enſuite de la ſolution d'Eudoxe de Gnide, dont il ne reſte plus de trace, & qu'un commentateur d'Archimede ſemble avoir déprimé mal-à-propos, ſi on s'en raporte à Ératoſthenes, beaucoup meilleur juge. Ce dernier nous apprend que la ſolution d'Eudoxe conſiſtoit à em-

ployer de certaines courbes particulieres, telles apparemment que la conchoïde, la ciſſoïde, *&c.* ou d'autres ſemblables. Ératoſthenes donna auſſi une ſolution du problême, mais cette ſolution, quoiqu'ingénieuſe, a le défaut d'être méchanique, ainſi que celles qui furent données enſuite par Héron d'Alexandrie & Philon de Byzance, & qui reviennent à la même, quant au fond. Apollonius en donna une géométrique & rigoureuſe, par l'interſection d'un cercle & d'une hyperbole. Nicomede qui vivoit vers le ſecond ſiecle avant J. C. entre Ératoſthenes & Hipparque, imagina, pour réſoudre ce problême, ſa conchoïde. M. Montucla explique avec clarté, & avec facilité, l'uſage que Nicomede faiſoit de cette courbe pour réſoudre la queſtion dont il s'agit; & l'uſage encore plus ſimple que M. Newton a fait depuis de cette même courbe dans ſon *Arithmétique univerſele*, pour réſoudre la même queſtion. Pappus, qui vivoit du temps de Théodoſe, avoit réduit le problême à une conſtruction qui peut avoir donné à Dioclès l'idée de la ciſſoïde, ſuppoſé, comme cela eſt vrai-ſemblable, que Dioclès ait vécu après Pappus. La ſolution de Dioclès par le moyen de la ciſſoïde, eſt très-ſimple & très-élégante, d'autant plus que la ciſſoïde eſt très-aiſée à tracer par pluſieurs points, & que M. Newton a donné même un moyen aſſez ſimple de décrire cette courbe par un mouvement continu. Voilà l'abrégé des recherches hiſtoriques de M. Montucla ſur ce problême. *Voyez* l'excellente *hiſtoire des mathématiques*, du même auteur. (*O*).

DYNAMIQUE, ſ. f. ſignifie proprement la *ſcience des puiſſances* ou *cauſes motrices*, c'eſt-à-dire, des forces qui mettent les corps en mouvement.

Ce mot eſt formé du mot grec δύναμις, *puiſſance*, qui vient du verbe δύναμαι, *je puis*.

M. Leibnitz eſt le premier qui ſe ſoit ſervi de ce terme pour déſigner la partie la plus tranſcendante de la méchanique, qui traite du mouvement des corps, en tant qu'il eſt cauſé par des forces motrices actuélement & continuélement agiſſantes. Le principe général de la *Dynamique* priſe dans ce ſens, eſt que le produit de la force accélératrice ou retardatrice par le temps eſt égal à l'élément de la viteſſe; la raiſon qu'on en donne eſt que la viteſſe croît ou décroît à chaque inſtant, en vertu de la ſomme des petits coups réitérés que la force motrice donne au corps pendant cet inſtant; ſur quoi *voyez l'article* ACCÉLÉRATRICE *& l'article* CAUSE.

Le mot *Dynamique* eſt fort en uſage depuis quelques années parmi les Géometres, pour ſignifier en particulier la ſcience du mouvement des corps qui agiſſent les uns ſur les autres, de quelque maniere que ce puiſſe être, ſoit en ſe pouſſant, ſoit en ſe tirant par le moyen de quelque corps interpoſé entr'eux, & auquel ils ſont atachés, comme un fil, un levier inflexible, un plan, *&c.*

Suivant cette définition, les problêmes où l'on détermine les loix de la percuſſion des corps, ſont des problêmes de *Dynamique*. *Voyez* PERCUSSION.

À l'égard des problêmes où il s'agit de déterminer le mouvement de pluſieurs corps, qui tiennent les uns aux autres par quelque corps flexible ou inflexible, & qui par-là alterent mutuélement leurs mouvemens, le premier qu'on ait réſolu dans ce genre, eſt celui qui eſt connu aujourd'hui ſous le nom du *problême des centres d'oſcillation*.

Il s'agit dans ce problême, de déterminer le mouvement que doivent avoir pluſieurs poids atachés à une même verge de pendule. Pour faire ſentir en quoi conſiſte la difficulté, il faut obſerver d'abord que ſi chacun de ces poids étoit ataché ſeul à la verge, il décriroit dans le premier inſtant de ſon mouvement, un petit arc dont la longueur ſeroit la même, à quelque endroit de la verge qu'il fût ataché, car la verge étant tirée de la ſituation verticale, en quelque endroit de la verge que le poids ſoit placé, l'action de la peſanteur ſur lui eſt la même & doit produire le même effet au premier inſtant. C'eſt pourquoi chacun des poids qui ſont atachés à la verge, tend à décrire une petite ligne qui eſt égale pour tous ces poids. Or la verge étant ſuppoſée inflexible, il eſt impoſſible que ces poids parcourent tous des lignes égales au premier inſtant; mais ceux qui ſont plus près du centre de ſuſpenſion, doivent évidemment parcourir un plus petit eſpace, & ceux qui en ſont plus éloignés doivent parcourir de plus grandes lignes. Il faut donc néceſſairement que, par l'inflexibilité de la verge, la viteſſe avec laquelle chaque poids tendoit à ſe mouvoir, ſoit altérée, & qu'au lieu d'être la même dans tous, elle augmente dans les poids inférieurs, & diminue dans les ſupérieurs. Mais ſuivant quelle loi doit-elle augmenter & diminuer? voilà en quoi le problême conſiſte: on en a donné la ſolution à l'*article* CENTRE D'OSCILLATION.

M. Huyghens & pluſieurs autres après lui, ont réſolu ce problême par différentes méthodes. Depuis ce temps, & ſur-tout depuis environ cinquante ans, les Géometres ſe ſont appliqués à diverſes queſtions de cette eſpece. Les mémoires de l'académie de Péterbourg nous offrent pluſieurs de ces queſtions, réſolues par MM. Jean & Daniel Bernoulli pere & fils, & par M. Euler, dont les noms ſont aujourd'hui ſi célebres. MM. Clairaut, de Montigny & d'Arcy, ont auſſi imprimé dans les mémoires de l'académie des Sciences, des ſolutions de problêmes de *Dynamique*; & le premier de ces trois géometres a donné dans les *mém. acad.* 1742, des méthodes qui facilitent la ſolution d'un grand nombre de queſtions qui ont rapport à cette ſcience. J'ai fait imprimer, en 1743, un *traité de Dynamique*, où je donne un principe général pour réſoudre tous les problêmes de ce genre. Voici ce qu'on lit à ce ſujet dans la preface: „ Comme cette partie de la méchanique n'eſt „ pas moins curieuſe que difficile, & que les pro-

Digitized by Google

„ blêmes qui s'y raportent compoſent une claſſe „ très-étendue, les plus grands géometres s'y ſont „ appliqués particuliérement depuis quelques an- „ nées; mais ils n'ont réſolu juſqu'à préſent qu'un „ très petit nombre de problêmes de ce genre, & „ ſeulement dans des cas particuliers. La plupart „ des ſolutions qu'ils nous ont données, ſont a- „ puiées outre cela ſur des principes que perſone „ n'a encore démontrés d'une maniere générale; „ tels, par exemple, que celui de la *conſervation* „ *des forces vives* (*Voyez conſervation des forces* „ *vives* au mot Force). J'ai donc cru devoir „ m'étendre principalement ſur ce ſujet, & faire „ voir comment on peut réſoudre toutes les que- „ ſtions de *Dynamique* par une même méthode „ fort ſimple & fort directe, & qui ne conſiſte „ que dans la combinaiſon des principes de l'équi- „ libre & du mouvement compoſé, j'en montre „ l'uſage dans un petit nombre de problêmes choi- „ ſis, dont quelques-uns ſont déja connus, d'au- „ tres ſont entiérement nouveaux, d'autres enfin „ ont été mal réſolus, même par de très-grands „ géometres „.

Voici en peu de mots en quoi conſiſte mon principe pour réſoudre ces ſortes de problêmes. Imaginons qu'on imprime à pluſieurs corps, des mouvemens qu'ils ne puiſſent conſerver à cauſe de leur action mutuele, & qu'ils ſoient forcés d'altérer & de changer en d'autres. Il eſt certain que le mouvement que chaque corps avoit d'abord, peut être regardé comme compoſé de deux autres mouvemens à volonté (*Voyez* Décomposition & Composition *du mouvement*), & qu'on peut prendre pour l'un des mouvemens compoſans celui que chaque corps doit prendre en vertu de l'action des autres corps. Or ſi chaque corps, au lieu du mouvement primitif qui lui a été imprimé, avoit reçu ce premier mouvement compoſant, il eſt certain que chacun de ces corps auroit conſervé ce mouvement ſans y rien changer, puiſque par la ſuppoſition c'eſt le mouvement que chacun des corps prend de lui-même. Donc l'autre mouvement compoſant doit être tel qu'il ne dérange rien dans le premier mouvement compoſant, c'eſt-à-dire, que ce ſecond mouvement doit être tel pour chaque corps, que s'il eût été imprimé ſeul & ſans aucun autre, le ſyſtême fut demeuré en repos.

De là il ſuit que, pour trouver le mouvement de pluſieurs corps qui agiſſent les uns ſur les autres, il faut décompoſer le mouvement que chaque corps a reçu, & avec lequel il tend à ſe mouvoir, en deux autres mouvemens, dont l'un ſoit détruit, & dont l'autre ſoit tel & tellement dirigé, que l'action des corps environans ne puiſſe l'altérer, ni le changer. On trouvera aux *articles* Oscillation, Percussion, & ailleurs, des applications de ce principe qui en font voir l'uſage & la facilité.

Par-là il eſt aiſé de voir que toutes les loix du mouvement des corps ſe réduiſent aux loix de l'équilibre; car, pour réſoudre un problême quelconque de *Dynamique*, il n'y a qu'à d'abord décompoſer le mouvement de chaque corps en deux, dont l'un étant ſuppoſé connu, l'autre le ſera auſſi néceſſairement. Or l'un de ces mouvemens doit être tel, que les corps en le ſuivant ne ſe nuiſent point, c'eſt-à-dire, que s'ils ſont, par exemple, atachés à une verge inflexible, cette verge ne ſoufre ni fracture ni extenſion, & que les corps demeurent toujours à la même diſtance l'un de l'autre; & le ſecond mouvement doit être tel que s'il étoit imprimé ſeul, la verge, ou en général le ſyſtême, demeurât en équilibre. Cette condition de l'inflexibilité de la verge, & la condition de l'équilibre, donneront toujours toutes les équations néceſſaires pour trouver dans chaque corps la direction & la valeur d'un des mouvemens compoſant, par conſéquent la direction & la valeur de l'autre.

Je crois pouvoir aſſurer qu'il n'y a aucun problême *dynamique*, qu'on ne réſolve facilement & preſqu'en ſe jouant, au moyen de ce principe, ou du moins qu'on ne réduiſe facilement en équation; car c'eſt-là tout ce qu'on peut exiger de la *Dynamique*, & la réſolution ou l'intégration de l'équation eſt enſuite une afaire de pure analyſe. On ſe convaincra de ce que j'avance ici, en liſant les différens problêmes de mon traité de *Dynamique*; j'ai choiſi les plus difficiles que j'ai pu, & je crois les avoir réſolus d'une maniere auſſi ſimple & auſſi directe que les queſtions l'ont permis. Depuis la publication de mon traité de *Dynamique*, en 1743, j'ai eu fréquemment occaſion d'en appliquer le principe, ſoit à la recherche du mouvement des fluides dans des vaſes de figure quelconque (*Voyez mon traité de l'équilibre & du mouvement des fluides*, 1744), ſoit aux oſcillations d'un fluide qui couvre une ſurface ſphérique (*Voyez mes recherches ſur les vents*, 1746), ſoit à la théorie de la préceſſion des équinoxes & de la nutation de l'axe de la Terre en 1749, ſoit à la réſiſtance des fluides en 1752; ſoit enfin à d'autres problêmes de cette eſpece. J'ai toujours trouvé ce principe d'une facilité & d'une fécondité extrême; j'oſe dire que j'en parle ſans prévention, comme je ferois de la découverte d'un autre, & je pourois produire ſur ce ſujet des témoignages très-authentiques & très-graves. Il me ſemble que ce principe rédnit en effet tous les problêmes du mouvement des corps à la conſidération la plus ſimple, à celle de l'équilibre. *Voyez* Équilibre. Il n'eſt apuié ſur aucune métaphyſique mauvaiſe ou obſcure; il ne conſidere dans le mouvement que ce qui y eſt réellement, c'eſt-à-dire, l'eſpace parcouru, & le temps employé à le parcourir; il ne fait uſage ni des actions ni des forces, ni en un mot d'aucun de ces principes ſecondaires, qui peuvent être bons eux-mêmes, & quelquefois utiles, pour abréger ou faciliter les ſolutions, mais qui ne ſeront jamais des principes primitifs, parce que la métaphyſique n'en ſera jamais claire. (*O*).

Digitized by Google

EBE, reflux, jusan, descendant de la marée. *Voyez* FLUX.

ÉCART, (*terme de Jeu*) se dit à l'hombre, au piquet & à d'autres jeux, des cartes qu'on rebute, & qu'on met à bas pour en reprendre d'autres au talon, si c'est la loi du jeu; car il y a des jeux où l'on *écarte* sans reprendre.

ÉCHARPES, (*Hydraul.*): tranchées faites dans les terres en forme de croissant, pour ramasser les eaux dispersées d'une montagne, & les recueillir dans une pierrée. (*K*).

ÉCHECS, s. m. pl. (JEU DES). Le jeu des *échecs* que tout le monde connoît, & que très-peu de personnes jouent bien, est de tous les jeux où l'esprit a part, le plus savant, & celui dans lequel l'étendue & la force de l'esprit du jeu, peut se faire le plus aisément remarquer.

Chaque joueur a seize pieces partagées en six ordres, dont les noms, les marches, & la valeur sont différentes. On les place en deux lignes de huit pieces chacune, sur un échiquier divisé en soixante-quatre cases ou carrés, qui ne peuvent contenir qu'une piece à la fois. Chaque joueur a une piece unique qu'on nomme le *roi*. De la conservation ou de la perte de cette piece dépend le sort de la partie. Elle ne peut-être prise, tant qu'il lui reste quelque moyen de parer les coups qu'on lui porte. La surprise n'a point lieu à son égard dans cette guerre; on l'avertit du danger, où elle est par le terme d'*échec*, & par-là, on l'oblige à changer de place, s'il lui est possible, afin de se garantir du péril qui la menace. S'il ne lui reste aucun moyen de l'éviter, alors elle tombe entre les mains de l'ennemi qui l'attaquoit, & par la prise du roi, la partie est décidée, ce que l'on exprime par les mots d'*échec & mat*.

Telle est l'idée générale du système de ce jeu: son excellence a tenté divers écrivains d'en chercher l'origine; mais, mal-gré l'érudition greque & latine qu'ils ont répandue avec profusion sur cette matiere, ils y ont porté si peu de lumieres, que la carriere est encore ouverte à de nouveles conjectures. C'est ce qui a déterminé M. Ftéret à proposer les siennes, dans un mémoire imprimé parmi ceux de l'académie des Belles Lettres, dont le précis formera cet article. „ J'étudie, comme „ Montagne, divers auteurs pour assister mes opi„ nions piéçà formées, seconder & servir „.

Plusieurs savans ont cru qu'il falloit remonter jusqu'au siége de Troye, pour trouver l'origine du jeu des *échecs*; ils en ont attribué l'invention à Palamede, le capitaine grec qui périt par les artifices d'Ulysse. D'autres rejetant cette opinion, qui est en effet destituée de tout fondement, se sont contentés d'assurer que le jeu des *échecs* avoit été connu des Grecs & des Romains, & que nous le tenions d'eux: mais le jeu des soldats, *latrunculi*, ceux des jetons, *calculi* & *scrupuli*, qu'ils prenoient pour celui des *échecs*, n'ont aucune ressemblance avec ce jeu, dans les choses qui en constituent l'essence, & qui distinguent les *échecs* de tous les autres jeux de *dames*, de *merelles*, *de jetons*, &c. avec lesquels ils le confondent. *Voyez* DAMES, JETONS, *&c.*

Les premiers auteurs qui aient incontestablement parlé des *échecs* dans l'Occident, sont nos vieux romanciers, ou les écrivains de ces fabuleuses histoires des chevaliers de la table-ronde, & des braves de la cour du roi Artus, des douze pairs de France, & des paladins de l'empereur Charlemagne.

Il faut même observer que ceux de ces romanciers qui ont parlé des Sarasins, les représentent comme très-habiles à ce jeu. La princesse Anne Comnene, dans la vie de son pere Alexis Comnene empereur de Constantinople dans le xj siecle, nous apprend que le jeu des *échecs*, qu'elle nomme *zatrikion*, a passé des Persans aux Grecs; ainsi, ce sont les écrivains orientaux qu'il faut consulter sur l'origine de ce jeu.

Les Persans conviennent qu'ils n'en sont pas les inventeurs, & qu'ils l'ont reçu des Indiens, qui le porterent en Perse pendant le regne de Cosroës dit *le Grand*, au commencement du vj siecle. D'un autre côté les Chinois, à qui le jeu des *échecs* est connu, & qui le nomment le *jeu de l'éléphant*, reconnoissoient aussi qu'ils le tiennent des Indiens, de qui ils l'ont reçu dans le vj siecle. Le *Hai-Pien* ou grand dictionaire chinois, dit que ce fut sous le regne de *Vouti*, vers l'an 537 après J. C. Ainsi on ne peut douter que ce ne soit dans les Indes que ce jeu a été inventé: c'est de là qu'il a été porté dans l'Orient & dans l'Occident.

Disons maintenant en peu de mots, ce que les écrivains arabes racontent de la maniere dont ce jeu fut inventé.

Au commencement du v siecle de l'ere chrétienne, il y avoit dans les Indes un jeune monarque très-puissant, d'un excellent caractere, mais que ses flateurs corrompirent étrangement. Ce jeune monarque oublia bientôt que les rois doivent être les peres de leur peuple, que l'amour des sujets pour leur roi, est le seul apui solide du trône, & qu'ils font toute sa force & toute sa puissance. Les bramins & les rayals, c'est-à-dire, les prêtres & les grands, lui représenterent vainement ces

importantes maximes ; le monarque enivré de ſa grandeur, qu'il croyoit inébranlable, mépriſa leurs ſages remontrances. Alors un bramin ou philoſophe indien, nommé *Siſſa*, entreprit indirectement de faire ouvrir les yeux au jeune prince. Dans cette vue, il imagina le jeu des *échecs* où le roi, quoique la plus importante de toutes les pieces, eſt impuiſſante pour attaquer, & même pour ſe défendre contre ſes ennemis, ſans le ſecours de ſes ſujets.

Le nouveau jeu devint bientôt célebre ; le roi des Indes, en entendit parler, & voulut l'apprendre. Le bramin *Siſſa*, en lui en expliquant les regles, lui fit goûter des vérités importantes qu'il avoit refuſé d'entendre juſqu'à ce moment.

Le prince, ſenſible & reconoiſſant, changea de conduire, & laiſſa au bramine le choix de la récompenſe. Celui-ci demanda qu'on lui donnât le nombre de grains de blé, que produiroit le nombre des caſes de l'échiquier ; un ſeul pour la premiere, deux pour la ſeconde, quatre pour la troiſieme, & ainſi de ſuite, en doublant toujours juſqu'à la ſoixante-quatrieme. Le roi ne fit pas difficulté d'acorder ſur le champ la modicité apparente de cette demande ; mais quand ſes tréſoriers eurent fait le calcul, ils virent que le roi s'étoit engagé à une choſe pour laquelle tous ſes tréſors ni ſes vaſtes états ne ſuffiroient point. En effet, ils trouverent que la ſomme de ces grains de blé, dévoit s'évaluer à 16384 villes, dont chacune contiendroit 1024 greniers, dans chacun deſquels il auroit 174762 meſures, & dans chaque meſure 32768 grains. Alors le bramin ſe ſervit encore de cette occaſion pour faire ſentir au prince combien il importe aux rois de ſe tenir en garde contre ceux qui les entourent, & combien ils doivent craindre, que l'on n'abuſe de leurs meilleures intentions.

Le jeu des *échecs* ne demeura pas long-temps renfermé dans l'Inde ; il paſſa dans la Perſe pendant le regne du grand Coſroës, mais avec des circonſtances ſingulieres que les hiſtoriens perſans nous ont conſervées, & que nous ſupprimerons ici : il nous ſuffira de dire que le nom de *ſchatreingi* ou *ſchatrak*, qu'on lui donna, ſignifie *le jeu de ſchach* ou *du roi* : les Grecs en firent celui de *zeſtrikion* ; & les Eſpagnols, à qui les Arabes l'ont porté, l'ont changé en celui d'*alxedres*, ou *al xadres*.

Les Latins le nommerent *ſcaccorum ludus*, d'où eſt venu l'italien *ſcacchi*. Nos peres s'éloignent moins de la prononciation orientale, en les nommant le *jeu des échecs*, c'eſt-à-dire, *du roi*. *Schah* en perſan, *ſchak* en arabe, ſignifient *roi* ou *ſeigneur*. On conſerva le terme d'*échec*, que l'on emploie pour avertir le roi ennemi de ſe garantir du danger auquel il eſt expoſé : celui d'*échec & mat* vient du terme perſan, *ſchachmat*, qui veut dire *le roi eſt pris* ; & c'eſt la formule uſitée pour avertir le roi ennemi qu'il ne peut plus eſpérer de ſecours.

Les noms de pluſieurs pieces de ce jeu ne ſignifient rien de raiſonable que dans les langues de l'Orient. La ſeconde piece des *échecs*, après le roi, eſt nommée aujourd'hui *reine* ou *dame* ; mais elle n'a pas toujours porté ce nom ; dans des vers latins du xij ſiecle, elle eſt appelée *fercia*. Nos vieux poëtes françois, comme l'auteur du roman de la roſe, nomment cette piece *fierce*, *fierche*, & *fierge*, noms corrompus du latin *fercia*, qui lui-même vient du perſan *ferz*, qui eſt en Perſe, le nom de cette piece, & ſignifie un *miniſtre d'état*, un *viſir*.

Le goût dans lequel on étoit de moraliſer toutes ſortes de ſujets dans les xij & xiij ſiecles, fit regarder le jeu des *échecs* comme une image de la vie humaine. Dans ces écrits, on compare les différentes conditions avec les pieces du jeu des *échecs* ; & l'on tire de leur marche, de leur nom & de leur figure, des occaſions de moraliſer ſans fin, à la maniere de ces temps-là. Mais on ſe perſuada bientôt que ce tableau ſeroit une image imparfaite de cette vie humaine, ſi l'on n'y trouvoit une femme ; ce ſexe joue un rôle trop important, pour qu'on ne lui donnât pas une place dans le jeu ; ainſi, l'on changea le miniſtre d'état, le viſir ou *ferz*, en *dame*, en *reine* ; & inſenſiblement, par une ſuite de la galanterie naturele aux nations de l'Occident, la *dame*, la *reine* devint la plus conſidérable piece de tout le jeu.

La troiſieme piece des *échecs* eſt le *fou* ; chez les Orientaux elle a la figure d'un élépbant, & elle en porte le nom, *fil*.

Les *cavaliers*, qui ſont la quatrieme piece des *échecs*, ont la même figure & le même nom dans tous les pays : celui que nous employons, eſt la traduction du nom que lui donnent les Arabes.

La cinquieme piece des *échecs* eſt appelée aujourd'hui *tour* ; on la nommoit autrefois *rok*, d'où le terme de *roquer* nous eſt demeuré. Cette piece qui entre dans les armoiries de quelques anciennes familles, y a conſervé & le nom de *roc* & ſon ancienne figure, aſſez ſemblable à celle que lui donnent les Mahométans, dont les *échecs* ne ſont pas figurés. Les Orientaux la nomment, de même que nous, *rokh*, & les Indiens lui donnent la figure d'un chameau monté d'un cavalier, l'arc & la fleche à la main. Le terme de *rok*, commun aux Perſans & aux Indiens, ſignifie dans la langue de ces derniers, une eſpece de *chameau* dont on ſe ſert à la guerre, & que l'on place ſur les alles de l'armée, en forme de cavalerie légere. La marche rapide de cette piece, qui ſaute d'un bout de l'échiquier, à l'autre, convient d'autant mieux à cette idée, que, dans les premiers temps, elle étoit la ſeule piece qui eût cette marche.

La ſixieme ou derniere piece eſt le *pion* ou le *fantaſſin*, qui n'a ſoufert aucun changement, & qui repréſente aux Indes, comme chez nous, les ſimples ſoldats dont l'armée eſt compoſée.

Voilà le nom des pieces du jeu des *échecs* : entrons dans le détail, qu'on comprendra ſans peine

Digitized by Google

eu araogeant ces pieces ſur l'échiquier de la maniere que nous allons indiquer.

J'ai dit ci-deſſus qu'il y a au jeu des *échecs* ſeize pieces blanches d'un côté, & ſeize pieces noires de l'autre. De ces ſeize pieces il y en a huit grandes & huit petites : les grandes ſont *le roi*, *la reine* ou la *dame*, les deux *fous*, ſavoir *le fou du roi*, & *le fou de la dame*, les deux *cavaliers*, l'un *du roi*, l'autre *de la dame* ; & les deux *rocs* ou *tours du roi* & *de la dame*. Ces huit grandes pieces ſe mettent ſur les huit câſes de la premiere ligne de l'échiquier, lequel doit être diſpoſé de telle ſorte que la derniere câſe à main droite, où ſe met la *tour*, ſoit blanche.

Les huit petites pieces ſont les huit *pions* qui occupent les câſes de la ſecoode ligne. Les *pions* prenent leurs noms des grandes pieces devant leſquelles ils ſont placés : par exemple, *le pion* qui eſt devant *le roi*, ſe nomme *le pion du roi* ; celui qui eſt devaot *la dame*, ſe nomme *le pion de la dame* ; *le pion* qui eſt devant *le fou du roi* ou *le fou de la dame*, *le cavelier du roi* ou *le cavalier de la dame* ; *la tour du roi* ou *la tour de la dame*, s'appele *le pion du fou du roi*, *le pion du fou de la dame*, *le pion du cavalier du roi*, *le pion du cavalier de la dame*, *le pion de la tour du roi*, *le pion de la tour de la dame*.

L'on appele la câſe où ſe met le roi, *la câſe du roi* ; l'on nomme celle où eſt ſon pion, *la deuxieme câſe du roi* ; celle qui eſt devant le pion, eſt appelée *la troiſieme câſe du roi* ; & l'autre plus avancée, *la quatrieme câſe du roi*. Il en eſt de même de toutes les câſes de la premiere ligne, qui retienent chacune le oom des graodes pieces qui les occupeot, comme auſſi des autres câſes, qui portent celui de *deuxieme*, *troiſieme* & *quatrieme câſe de la dame*, *du fou du roi*, *du fou de la dame*, & ainſi des autres.

Le roi eſt la premiere & la prinelpale piece du jeu ; il ſe met au milieu de la premiere ligne : ſi c'eſt le roi blaoc, il occupe la quatrieme câſe noire ; ſi c'eſt le roi noir, il ſe place à la qoatrieme eâſe blaneche, vis-à-vis l'un de l'autre. Sa marche eſt comme celle de routes les autres pieees, excepté celle du chevalier. Le roi ne fait jamais qu'un pas à la fois, ſi ce n'eſt quand il ſaute : alors il peut ſauter deux câſes, & cela de deux manieres ſeulemeut (toutes les autres manieres n'étaut point en uſage), ſavoir ou de ſon côté, ou du côté de ſa dame. Quand il ſaute de ſon côté, il ſe met à la câſe de ſon cavalier, & la tour ſe met auprès de lui, à la eâſe de ſon fou ; & quand il ſaote du côté de ſa dame, il ſe met à la câſe du fon de ſa dame, & la tour de ſa dame à la câſe de ſa dame : on appele ce ſaut qu'on fait faire au roi, *roquer*.

Il y a cinq rencontres où le rol ne peut ſauter ; la premiere, c'eſt lorſqu'il y a quelque piece entre lui & la tour du côté de laquelle il vent aller, la ſeconde, quand cette tour-là a déja été remuée ; la troiſieme, lorſque le roi a été obligé de ſortir de ſa place ; la quatrieme, quand il eſt en *échec* ; & la einquieme, lorſque la eâſe par-deſſus laqoelle il veut ſautes, eſt vne de quelque piece de ſon ennemi qui lui donneroit *échec* en paſſant. Quolque les rois alent le pouvoir d'aller ſur toutes les câſes, toutefois ils ne peuvent jamais ſe joindre ; il faut tout au molns qu'il y ait une eâſe de diſtance entr'eux.

La dame blaneche ſe met à la qnatrieme eâſe blanche, joignant la gauche de ſon roi : la dame noire ſe place à la quatrieme câſe noire, à la droite de ſou roi. La dame va droit & de biais, comme le pion, le fou & la tour ; elle peut aller d'un ſeol coup d'un bout de l'échiquier à l'autre, pourvu qoe le chemin ſoit libre : elle peut auſſi prendre de tous côtéa, de long, de large & de biais, de près & de loin, ſelon que la néceſſité du jeu le reqoiert.

Les fous ſont placés, l'uo auprèt du roi, & l'autre près de la dame, leur marche eſt ſeulement de biais : de ſorte que le fou qui eſt une fois ſur une câſe blanche, va toujours ſur le blanc ; & le fou dont la eâſe eſt noite, ne marche jamais que ſur le noir. Ils peuvent aller & prendre à droite & à gaoche, & rentrer de même, tant qo'ils trouvent do vide.

Les eavaliers ſont poſtés, l'un aoprès du fou du rol, l'autre joignaut le fon de la dame, leur mouvement eſt tout-à-fait différeut des autres pieces : leur marche eſt oblique, allant toujours de trois câſes en trois câſes, de blanc en noir & de noir en blanc, ſautant même par-deſſus les autres pieces. Le cavalier du roi a trois ſorties ; ſavoir à la deuxieme câſe de ſon roi, ou à la troiſieme eâſe do fou de ſon roi, ou bien à la troiſieme eâſe de ſa tour. Le cavalier de la dame peut auſſi commencer par trois endroits différens ; par la deuxieme câſe de la dame, par la troiſieme câſe du fou de ſa dame, & par la troiſieme de ſa tour : cela s'entend ſi les câſes ſont vides ; ſi elles étoient néanmoins occupées par quelqoe piece de l'ennemi, il a le pouvoir de les prendre. Le eavalier a deux avantages qui lui ſont particuliers : le premier eſt que quand il donne *échec*, le roi ne peut être couvert d'aueuue piece, & eſt contraint de marcher ; le ſecond, c'eſt qu'il peut entrer daus un jeo & en ſortir, quelque ſerré & défendu qu'il puiſſe être.

Les tours ſont ſituées aux deux extrémités de la ligne, à eôté des eavaliers : elles n'ont qu'un ſeul mouvement qui eſt toujours droit ; mais elles peuvent allet d'un coup ſur toute la ligne qui eſt devaot elle, ou ſur eelle qui eſt à leur côté, & prendre la piece qu'elles trouvent en leor ehemin. La tour eſt la piece la plus eonſidérable du jeu après la dame, parce qu'avec le roi ſeul elle peut donner *échec* & mat, ce que ne ſauroient faire ni le fou ni le eavalier.

Les huit pions ſe placenr ſur les huit câſes de la deuxieme ligne : leur mouvement eſt droit de eâſe en câſe : ils ne vont jamais de biais, ſi ce

n'eſt

n'eſt pour prendre quelque piece: ils ont le pouvoir d'aller deux câſes, mais ſeulement le premier coup qu'ils jouent, après quoi ils ne marchent plus que câſe à câſe. Quand un pion arive ſur quelqu'une des câſes de la derniere ligne de l'échiquier, qui eſt la premiere ligne de l'ennemi, alors on en fait une dame, qui a toutes les démarches, les avantages & les propriétés de la dame; & ſi le pion donne *échec*, il oblige le roi de ſortir de ſa place. Il faut de plus remarquer que le pion ne peut pas aller deux câſes, encore que ce ſoit ſon premier coup, quand, la câſe qu'il veut paſſer, eſt vue par quelque pion de ſon ennemi. Par exemple, ſi le pion du cavalier du roi blanc eſt à la quatrieme câſe du cavalier du roi noir, le pion du fou du roi noir ne peut pas paſſer deux câſes, parce qu'il paſſeroit par-deſſus la câſe qui eſt vue par le pion du cavalier du roi blanc, qui pourroit le prendre au paſſage. L'on en peut dire autant de tous les autres pions; néanmoins le contraire ſe pratique quelquefois, & principalement en Italie, où l'on appele cette façon de jouer, *paſſer bataille*.

La maniera dont les pieces de ce jeu ſe prenent l'une l'autre, n'eſt pas en ſautant par-deſſus, comme aux dames, ni en batant ſimplement les pieces, comme l'on bat les dames au trictrac, mais il faut que la piece qui prend ſe mette à la place de celle qui eſt priſe, en ôtant la derniere de deſſus l'échiquier.

Échec eſt un coup qui met le roi en priſe, mais comme par le principe de ce jeu il ne ſe peut prendre, ce mot ſe dit pour l'avertir de quiter la câſe où il eſt, ou de ſe couvrir de quelqu'une de ſes pieces; car en cette rencontre il ne peut pas ſauter, comme nous avons dit ci-deſſus. L'on appele *échec double*, quand le roi le reçoit en même temps de deux pieces; alors il ne s'en peut parer qu'en changeant de place, ou bien en prenant l'une de ces deux pieces ſans ſe mettre en *échec* de l'autre. Le *pat* ou *mat ſuffoqué*, c'eſt quand le roi n'ayant plus de pieces qui ſe puiſſent jouer, & ſe trouvant environé des pieces ennemies, ſans être en *échec*, il ne peut pourtant changer de place ſans s'y mettre, auquel cas on n'a ni perdu ni gâgné, & le jeu ſe doit recomencer.

L'*échec* & *mat aveugle* eſt ainſi appelé, lorſque l'un des joueurs gâgne ſans le ſavoir, & ſans le dire au moment qu'il le donne; alors, quand on joue à toute rigueur, il ne gâgne que la moitié de ce qu'on a mis au jeu. Enfin l'*échec* & *mat* eſt ce qui finit le jeu, lorſque *le roi* ſe trouve en *échec* dans la câſe où il eſt, qu'il ne peut ſortir de ſa place ſans ſe mettre encore en *échec*, & qu'il ne ſauroit ſe couvrir d'aucune de ſes pieces; c'eſt pour lors qu'il demeure vaincu, & qu'il eſt obligé de ſe rendre.

On conçoit aiſément par le nombre des pieces, la diverſité de leurs marches, & le nombre des câſes, combien ce jeu doit être difficile. Cependant nous avons eu à Paris un jeune homme de l'âge de 18 ans, qui jouoit à la fois deux parties d'*échecs* ſans voir le damier, & gâgnoit deux joueurs au deſſus de la force médiocre, à qui il ne pouvoit faire à chacun en particulier avantage que du *cavalier*, en voyant le damier, quoiqu'il fût de la premiere force. Nous ajouterons à ce fait une circonſtance dont nous avons été témoins oculaires; c'eſt qu'au milieu d'une de ſes parties, on lui fit une fauſſe marche de propos délibéré, & qu'au bout d'un aſſez grand nombre de coups, il reconut la fauſſe marche, & fit remettre la piece où elle devoit être. Ce jeune homme s'appele M. Philidor; il eſt fils d'un muſicien qui a eu de la réputation; il eſt lui-même grand muſicien, & le premier joueur de dames polonoiſes qu'il y ait peut-être jamais eu, & qu'il y aura peut-être jamais. C'eſt un des exemples les plus extraordinaires de la force de la mémoire & de l'imagination. Il eſt maintenant à Paris (en 1784.)

On fait les pieces ou jeu des *échecs* d'os, d'ivoire, ou de bois, différemment tournés, pour les caractériſer; & de plus, chacun reconoît ſes pieces par la couleur qui les diſtingue. Autrefois on jouoit avec des *échecs* figurés, comme le ſont ceux qu'on conſerve dans le tréſor de Saint-Denis. À préſent, on y met la plus grande ſimplicité.

Il eſt ſingulier combien de gens de lettres ſe ſont atachés à techercher l'origine de ce jeu; je me contenterai de citer un Eſpagnol, un Italien, & un François. Lopes de Segura, *de la invention del juego del axedrez*: ſon livre eſt imprimé à Alcala, en 1561, *in* 4°. Domenico Tatſia, *dell'invenzione degli ſcacchi*, à Veniſe, *in*-8°. *Opinions du nom & du jeu des échecs*, par M. Sarraſin, Paris, *in*-12. N'oublions pas de joindre ici un joli poëme latin de Jérôme Vida, traduit dans notre langue par M. Louis des Mazures.

Les chinois ont fait quelques changemens à ce jeu; ils y ont introduit de nouveles pieces, ſous le nom de *canons* ou de *mortiers*. On peut voir le détail des regles de leurs *échecs*, dans la relation de Siam de M. de la Loubere, & dans le livre du ſavant Hyde, *de ludis orientalium*. Tarmelan y fit encore de plus grands changemens par les pieces nouveles qu'il imagina, & par la marche qu'il leur donna, il augmenta la difficulté d'un jeu déja trop compoſé pour être regardé comme un délaſſement. Mais l'on a ſuivi en Europe l'ancienne maniere de jouer, dans laquelle nous avons eu de temps en temps d'excellens maîtres, entr'autres le ſieur Boi, communément appelé *le Syracuſain*, qui par cette raiſon, fut fort conſidéré à la cour d'Eſpagne du temps de Philippe II; & dans le dernier ſiecle, Gioachim Greco, connu ſous le nom de *Calabrois*, qui ne put trouver ſon égal à ce jeu dans les diverſes cours de l'Europe. On a recueilli de la maniere de jouer de ces deux champions, quelques fragmens dont on a compoſé un corps régulier, qui contient la ſcience pratique de ce jeu, & qui s'appele le *Calabrois*. Il eſt fort aiſé de l'augmenter.

Mais ce livre ne s'étudie guere aujourd'hui ; les *échecs* sont assez généralement passés de mode, d'autres goûts, d'autres manieres de perdre le temps en un mot d'autres frivolités moins excusables, ont succédé. Si Montagne revenoit au monde, il approuveroit bien la chute des *échecs* ; car il trouvoit ce jeu niais & puérile : le cardinal Cajétan le mettoit il aussi au nombre des jeux défendus, parce qu'il appliquoit trop.

D'autres personnes au contraire frapées de ce que le hazard n'a point de part à ce jeu, & de ce que l'habileté seule y est victorieuse, ont regardé les bons joueurs d'*échecs*, comme doués d'une capacité supérieure : mais si ce raisonement étoit juste, pourquoi voit-on tant de gens médiocres, & presque des imbécilles qui y excellent, tandis que de très-beaux génies de tous ordres & de tous états, n'ont pu même atteindre à la médiocrité ? Disons donc qu'ici comme ailleurs l'habitude prise de jeunesse, la pratique perpétuele & bornée à un seul objet, la mémoire machinale des combinaisons & de la conduite des pieces fortifiée par l'exercice, enfin ce qu'on nomme l'*esprit du jeu*, sont les sources de la science de celle des *échecs*, & n'indiquent pas d'autres talens ou d'autre mérite dans le même homme. (*M. le Chevalier* DE JAUCOURT.)

* Il y a, au sujet du jeu des *échecs*, un problême fameux depuis long-temps : il consiste à faire en sorte que le *cavalier* parcoure successivement toutes les cases de *l'échiquier*, en marchant suivant l'ordre établi pour le mouvement de cette piece, & sans passer plus d'une fois par la même case. M. Euler a traité ce problême dans les Mémoires *de l'académie de Berlin*, *pour l'année* 1759. Voici une idée générale de sa dissertation.

I. L'auteur commence par indiquer la route suivante, où le *cavalier* partant d'un coin de l'échiquier parcourt toutes les cases.

42	59	44	9	40	21	46	7
61	10	41	58	45	8	39	20
12	43	60	55	22	57	6	47
53	62	11	30	25	28	19	38
32	13	54	27	56	23	48	5
63	52	31	24	29	26	37	18
14	33	2	51	16	35	4	49
1	64	15	34	3	50	17	36

Les cases sont numérotées suivant l'ordre qu'elles sont parcourues. Ainsi, le *cavalier* ayant été posé d'abord dans la case 1, saute en 2, de là en 3, en 4, &c. quand il est parvenu en 64, il a parcouru toutes les cases. On voit qu'on peut le faire partir également des autres angles.

II. En retournant par la même route ; on pourra aussi commencer par la case 64, & de là, en passant successivement par les cases 63, 62, 61, &c. on parviendra enfin, après avoir parcouru toutes les cases, à celle du coin 1. Mais cette route ne sera d'aucune utilité, quand il faudra commencer par quelque autre case. La question proposée généralement, est de donner parmi toutes les combinaisons dont le problême est susceptible, un moyen infaillible de commencer la route par une case quelconque.

III. M. Enlet remarque d'abord qu'on pourroit satisfaire à la question, si l'on trouvoit une route où la derniere case marquée par 64, fût éloignée de la premiere, d'un saut du *cavalier*, de sorte qu'il pût sauter de la derniere sur la premiere, alors il est évident qu'on pourra commencer par une case quelconque, & de là continuer la course suivant l'ordre des nombres jusqu'à la case marquée 64, d'où, en sautant à celle qui est marquée 1, le *cavalier* poursuivroit la course & reviendroit à la case, d'où il seroit parti. Or voici une telle route rentrante en elle-même.

42	57	44	9	40	21	46	7
55	10	41	58	45	8	39	20
12	43	56	61	22	59	6	47
63	54	11	30	25	28	19	38
32	13	62	27	60	23	48	5
53	64	31	24	29	26	37	18
14	33	2	51	16	35	4	49
1	52	15	34	3	50	17	36

IV. On voit, qu'en fixant bien cette route dans sa mémoire, on pourra faire partir le *cavalier* d'une case quelconque. Car, par exemple, veut-on qu'il parte de la case marquée 25 ? On le fera passer successivement par les cases 26, 27, 28, ... jusqu'à 64, d'où, en passant par les cases 1, 2, 3, &c. il poursuivra sa route jusqu'à la case 24.

V. Il est évident que la même disposition fournit, pour chaque case, une double route. Ainsi,

dans l'exemple précédent, on peut, en partant de la câſe 25, aller par les câſes 26, 27, 28, &c., ou par les câſes 24, 23, 22, &c. Toute autre diſpoſition rentrante en elle-même aura les mêmes avantages. Si on ne voulnit faire de ce problême qu'un amuſement de ſociété, il ſuffiroit de retenir par cœur l'une de ces diſpoſitions, après l'avoir trouvée auparavant, ſoit par le tâtonement, ſoit de toute autre maniere. Mais ſi on ſe propoſe en cela une recherche ſcientifique, il faut enſeigner une méthode certaine, de trouver les diſpoſitions dont nous venons de parler.

VI. Pour y parvenir facilement, M. Euler diſtingue deux eſpeces de routes: l'une où le *cavalier* parcourt ſimplement toutes les câſes de l'*échiquier*, ſans qu'il puiſſe ſauter de la derniere à la premiere (*telle eſt celle de l'article I*); l'autre eſpece eſt celle des routes rentrantes en elles mêmes, où le *cavalier*, après avoir parcouru toutes les câſes, peut ſauter de la derniere à la premiere (*telle eſt celle de l'article III*). Le problême eſt beaucoup plus facile, dans le premier cas, que dans le ſecond. M. Euler explique la maniere de trouver des routes de l'une, & de l'autre eſpece: c'eſt une analyſe d'un genre nouveau, qu'il faut ſuivre dans ſon Mémoire même. Contentons-nous de donner, toujours d'après lui, une méthode par le moyen de laquelle, connoiſſant une route de la premiere eſpece, on pourra en découvrir non ſeulement une, mais pluſieurs de la ſeconde eſpece.

VII. On obſervera pour cela, qu'on peut en pluſieurs manieres changer la derniere câſe, celle du commencement demeurant la même. Conſidérée, par exemple, la route de *l'article I*; qu'on marque les câſes auxquelles le *cavalier* pouroit paſſer de la derniere 64: on verra que ces câſes ſont 63, 31, 51, dont la premiere qui renferme le ſaut déja employé à 64, n'eſt d'aucun uſage. Mais, puiſqu'on peut paſſer de la câſe 31 à la câſe 64, qu'on faſſe ce ſaut, après être parvenu de la câſe 1 par les câſes 2, 3, 4, &c., à la câſe 31, & qu'on pourſuive enſuite la route par les câſes 64, 63, 62, &c. juſqu'à ce qu'on reviene à la câſe 32, qui ſera à préſent la derniere. Cette nouvele route ſera repréſentée ainſi: 1, 2, ... 31, 64, 63, ... 32.

VIII. De même, le ſaut de 64 à 51 nous donne à connoître qu'on peut paſſer de la câſe 51 à la câſe 64, & de là en pourſuivant la route par les câſes 63, 62, &c. la derniere ſera la câſe 52. Cette route entiere ſera donc repréſentée ainſi: 1, 2, ... 31, 64, 63, ... 52.

Maintenant, puiſque cette derniere câſe 52 fournit un ſaut à la premiere, cette route ſe raporte à la ſeconde eſpece, étant rentrante en elle-même, & c'eſt préciſément la route de *l'article III*.

IX. Quand on ne ſeroit pas encore parvenu à une route rentrante, on pourait de nouveau transformer celle que nous avons trouvée dans *l'article VII*, c'eſt-à-dire, la route: 1, ... 31, 64, ... 32, dans laquelle la derniere câſe étant 32, le *cavalier* peut ſauter de là, aux câſes 43, 11, 31, 33. Ainſi, on n'aura qu'à renverſer la partie de cette route, compriſe entre l'un de ces nombres, & le dernier 32.

X. Le nombre 43 fournira donc cette nouvele route: 1, ... 31, 64, ... 43, 32, ... 42, où la câſe angulaire 42 eſt la derniere.

Le ſecond nombre 11 donnera cette route: 1, ... 11, 32, ... 64, 31, ... 12, où la câſe 12 eſt la derniere.

Le troiſieme nombre 31 rend la route principale: 1, ... 31, 32, ... 64, d'où nous avons tiré les autres.

Le quatrieme nombre 32 ne change rien dans la route que nous traitons.

La route précédente, qui finiſſoit par 12, puiſque le *cavalier* peut ſauter de la câſe 12 aux câſes 59, 41, 11, 13, fournira ces transformées: 1, ... 11, 32, ... 59, 12, ... 31, 64, ... 61.

1, ... 11, 32, ... 41, 12, ... 31, 64, ... 42; & celle-là, puiſque 60 conduit aux câſes 61, 59, 9, 45, 25, 27, 13 & 53, nous ménera à pluſieurs nouveles routes où les dernieres câſes ſeront 10, 46, 26, 28, 14 & 54.

XI. On voit par-là, combien il eſt facile de trouver quantité de nouveles routes, quand on en connoît une ſeule. Nous n'entrerons pas dans un plus grand détail. *Voyez le Mémoire de M. Euler; voyez auſſi, dans les mém. de l'acad. des ſciences de Paris, pour l'année 1771 un écrit de M. Vandermonde, ſur le même ſujet.*

* Le *Traité théorique & pratique du jeu des échecs*, imprimé à Paris chez Stoupe, rue de la Harpe 1775, eſt le meilleur que nous ayons. Il mérite la préférence ſur tous ceux qui ont paru juſqu'à préſent, en ce qu'il joint à une plus grande étendue, l'analyſe & l'ordre ſi néceſſaires dans l'étude d'une ſcience de calcul, & cependant trop négligées, par tous les auteurs qui ont eſſayé de donner quelques principes de ce jeu. On y donne aux huit pieces des *échecs* le nom des huit premieres lettres de l'alphabet, & on déſigne leur poſition & leur marche ſur l'échiquier, par les *n°.* 1 juſqu'à 8. Cette méthode de noter les parties, auſſi ſimple que claire, a permis aux auteurs de réunir dans un ſeul vol. *in*-12 tout ce qui a paru juſqu'ici de ſatisfaiſant ſur ce jeu, avec les réſultats des manieres des plus grands joueurs de ce ſiecle. Ceux qui ſeront curieux d'en faire une étude particuliere, y trouveront l'inſtruction la plus variée, la plus ſuivie & la plus capable d'aider, par l'application des exemples aux principes, le plus ou le moins d'aptitude qu'on peut avoir d'ailleurs dans ſon génie pour ces combinaiſons.

ÉCHELE, ſ. f. *en Mathématiques*, conſiſte en une ou pluſieurs lignes tirées ſur du papier, du carton, du bois, du métal, ou toute autre matiere, diviſées en parties égales ou inégales. Ces

échelles ſont fort utiles, quand on veut repréſenter en petit, & dens leur juſte proportion, les diſtances que l'on a priſes ſur le terreio.

Il y a des *échelles* de différente eſpece, appropriées à différens oſages. Les principales ſont :

L'*échele des parties égales*, qui n'eſt autre choſe qu'une ligne, diviſée en on nombre quelconque de parties égales, par exemple 5 ou 10, ou davantage; une de ces parties eſt enſuite ſubdiviſée en 10, ou davantage; une de ces parties eſt enſuite ſubdiviſée en 10, ou un plus grand nombre de parties égales plus petites.

Quand une ligne eſt ainſi diviſée, ſi une des plus grandes diviſions repréſente 10 d'une meſure quelconque, par exemple 10 milles, 10 chaînes, 10 toiſes, 10 pieds, ou 10 pouces, chacune des petites diviſions que cette grande diviſion contient, repréſentera un mille, une chaîne, une toiſe, un pieds, ou un pouce.

L'oſage de cette *échele* eſt fort aiſé à concevoir. Par exemple, ſi l'on veut repréſenter par ſon moyen une diſtance de 32 milles, ou de 32 perches, on prendre avec le compas l'intervalle de trois grandes diviſions qui valent 30, & l'intervalle de deux petites diviſions, pour les unités: en treçant cette longueur ſur le papier, elle contiendra 32 parties de l'*échele*, dont chacune eſt ſuppoſée valoir un mille ou une perche, ou *&c.* S'il s'egiſſoit de meſurer one ligne quelconque avec une *échele* donnée, on prendroit la longueur de la ligne avec un compas; & appliquant une des pointes de cet inſtrument ſur one des grandes diviſions de l'*échele*, on remarqueroit où tombe l'autre pointe: elors le oombre des grandes & des petites diviſions, qui ſe trouveroit renfermé entre les pointes du compas, donneroit le oombre de milles, de perches, *&c.*

En *Géographie* & eo *Architecture*, une *échele* eſt une ligne diviſée en parties égales, & placée au bas d'une carte, d'un deſſein, ou d'uo plan, pour ſervir de commune meſure à toutes les parties d'un bâtimenr, ou bien à toutes les diſtances & à tous les lieux d'une carte.

Dans les grandes cartes, comme celles des toyaumes & des provinces, *&c.* l'*échele* repréſente ordinairement des lieues, des milles, *&c.* C'eſt ce qui fait que l'on dit une *échele de lieues*, une *échele de milles*, &c.

Dans les cartes particulieres, comme celles d'une ſeigneurie, d'une ville, d'une ferme, *&c.* l'*échele* repréſente ordineirement des perches, on des toiſes ſubdiviſées en pieds.

Les *échelles* dont on fait ordinairement oſage dans le *Deſſein*, ou le plan d'un bâtiment, repréſentent des modules, des toiſes, des pieds, des pouces, & autres meſures ſemblables.

Pour trouver ſur une carte la diſtance entre deux villes, on en prend l'intervalle avec un compas; & appliquant cet intervalle ſur l'*échele* de la carte, on jugera par le nombre de diviſions qo'il renferme; de le diſtance des deux villes. Par le même méthode, on trouve la hauteur d'un étage dans un plen de bâtiment.

L'*échele de front*, en *Perſpective*, eſt une ligne droite paralliele à la ligne horizoniale, & diviſée en parties égales, qui repreſentent des pieds, des pouces, *&c.*

L'*échele fuyante* eſt auſſi une ligne droite verticale dans un deſſein de perſpective, & diviſée en parties inégales, qui repréſentent des pieds, des pouces, *&c.* (*Harris* & *Chambers*.)

Pour en donner une idée plus préciſe, ſoit *QN*, *Perſpect. Fig.* 15, une ligne horizoniale diviſée en parties égales *Q1*, *111*, *1111*, *1111V*, &c. & ſoit tiré du point *P*, que je ſuppoſe être la piece de l'œil, des lignes *P1*, *P11*, *P111*, &c. qui coupent en 1, 2, 3, *&c.* la ligne verticale *QR*. Il eſt aiſé de s'aſſurer à l'œil, & de démontrer par le Géométrie, qu'en ſuppoſant la ligne horizontale *QN* diviſée en parties egales, les parties correſpondantes *Q1*, 12, 23, *&c.* de le verticale iront toujours en diminuant; & que menant *PO* horizoniele, le verticale *QO* ſere l'*échele* de toutes les parties de la ligne *QN*, quelque grande qo'on ſuppoſe cette derniere ligne: c'eſt ce qui e fait donner à l'*échele QR* le nom d'*échele fuyante*. Pour avoir le raport d'une partie quelconque 23, de l'*échele fuyante* à la partie correſpondante *1111*, on ménera le verticale *11a*, & on conſidérera que 23 eſt à *11a*, comme *P2* eſt à *P11*, comme *MQ* eſt à *M11*, & que *11a* eſt à *1111* comme *PM* eſt à *M111*; donc 23 eſt à *1111*, comme *MQ* multiplié par *PM* eſt à *M11* moltiplié par *M111*; donc $23 = \frac{1111.\,MQ.\,PM}{M11.\,M111.}$

$= $ à très-peu près $\frac{1111.\,MQ.\,PM}{M11^3}$, en ſuppoſant les parties *1111* très-petites per raport à la ligne entiere. Donc les parties de l'*échele fuyante* ſeront entr'elles à peo près dans le raiſon inverſe des carrés des parties correſpondantes *M11*; ou pour parler plus exactement, deux parties voiſines 23, 34 de l'*échele fuyante*, ſont entr'elles comme *M1V* à *M11*, c'eſt-à-dire, en raiſon inverſe des parties *M11*, *M1V*. (*O*).

Échelle Arithmétique. Quoique nous ayons déja traité cette matiere aux *mots* Arithmétique, Binaire, Dactylonomie, Décimal, & autres, l'article ſuivant qui nous a été commoniqué ſur ce même objet, nous paroît digne d'être donné en public. Il eſt de M. Rallier des Ourmes, conſeiller d'honeur au préſidial de Reones, qui a fourni pluſieurs excellens articles pour l'*Encyclopédie*.

I. Échelle arithmétique, dit-il, eſt le nom qu'on donne à une progreſſion géométrique, par laquelle ſe regle la valeur relative des chifres ſimples, ou l'accroiſſement *graduel* de valeor qu'ils tirent du rang qu'ils occupent entr'eux.

Elle eſt formée de puiſſances conſécutives d'un nombre r, toujours égal à celui des caracteres numériques ou chifres (y compris o), auquel on a trouvé bon de ſe fixer dans le ſyſtême de numération établi ; & le premier & le plus petit terme en eſt r^o.

II. Étant donc poſée une telle progreſſion, ſi l'on conçoit une ſuite de chifres pris comme on voudra, qui lui correſponde terme à terme, on eſt convenu que la valeur relative de chacun d'eux ſeroit le produit de ſa valeur propre ou abſolue, par la puiſſance r qui lui correſpond dans la progreſſion. Cette idée heureuſe nous met en état de repréſenter uétemeur, & avec peu de caractéres, les nombres les plus grands, & incapables, par leur grandeur même, d'être ſaiſis par notre imagination.

III. Comme les rangs des chifres ſe comptent dans le même ſens qu'eſt dirigé le cours des expoſans potentiels dans la progreſſion, & que le premier expoſant eſt o, il ſuit que l'expoſant de la puiſſance eſt toujours plus petit d'une unité que le rang du chifre correſpondant ; en ſorte que nommant n le rang qu'occupe un chifre a quelconque dans ſa ſuite, l'expreſſion de ſa valeur relative eſt généralement $a \times r^{n-1}$.

Si l'on cherche, par exemple, la valeur du 4 dans 437, relativement à notre *échele*, où $r = 10$, & où les rangs ſe comptent de droite à gauche, on la trouvera $= 4 \times 10^{3-1} = 4 \times 10^2 = 4 \times 100 = 400$.

IV. Le nombre r eſt dit la *racine* de l'*échele* ; & c'eſt de lui que l'*échele* même prend ſon nom. $r = 10$ fait nommer *denaire* celle dont nous nous ſervons ; $r = 2$ donneroit l'*échele binaire*, $r = 7$ la *ſeptenaire*, &c.

V. La progreſſion décuple qui conſtitue notre *échele*, eſt croiſſante de droite à gauche, & nous ſuppoſerons la même direction dans toutes les autres auxquelles nous pourons la comparer ; mais elle pouvoit l'être tout auſſi-bien de gauche à droite. On eût pu même lui donner une direction verticale & la rendre croiſſante, ſoit de haut en bas, ſoit de bas en haut. En un mot, l'*arbitraire* avoit lieu ici tout comme pour l'écriture : ſi nous dirigeons nos lignes de gauche à droite, d'autres peuples les ont dirigées & les dirigeur encore de droite à gauche ; d'antres de bas en haut ou de haut en bas.

VI. r trop petit nous eût réduit à employer beaucoup de caracteres pour repréſenter un nombre aſſez médiocre. r trop grand nous eût obligé de multiplier les caracteres, au riſque de ſurcharger la mémoire & aux dépens de la ſimplicité. $r = 10$ ſemble, entre ce deux extrêmes, tenir un juſte milieu. Ce n'eſt pas que quelques ſavans n'aient penſé qu'on eût pu mieux choiſir. *Voyez* BINAIRE. Pour mettre le lecteur en état de juger de leur prétention, nous allons donner le moyen de comparer entr'elles les diverſes *échele arithmétiques*. Tout peut ſe réduire aux *cinq* ou même aux *trois* problêmes ci-après :

VII. *Problême* 1. L'expreſſion a d'un nombre étant donnée dans l'*échele* uſuele, trouver l'expreſſion du même nombre dans une autre *échele* quelconque, dont la racine b eſt auſſi donnée.

Solution. Cherchez la plus haute puiſſance de b qui ſoit contenue dans a. Nommant n l'expoſant de cette puiſſance, $n+1$ ſera le nombre de chifres de l'expreſſion cherchée. Pour l'avoir, diviſez a par b^n, le premier reſte par b^{n-1}, le ſecond reſte par b^{n-2}, & ainſi de ſuite juſqu'à b^{n-n} ou b^0 inclusivement. Tous ces quotiens *pris en nombres entiers* & écrits à la ſuite l'un de l'autre, dans l'ordre qu'ils viendront, donneront l'expreſſion cherchée dans l'*échele* dont la racine eſt b ; en ſorte que déſignant le premier reſte par r^2, le ſecond reſte par r^1, &c. la formule générale ſera

$$\frac{a.}{b^n} \cdot \frac{r^t}{b^{n-1}} \cdot \frac{r^2}{b^{n-2}} \cdot \ldots \cdot \frac{r^n.}{b^0}$$

Exemple. Un nombre exprimé par 4497 dans l'*échele* uſuele, comment le ſera-t-il dans la ſeptenaire ?

Subſtituant dans la formule, on aura

$a = 4497$, $b = 7$, On trouve... $n = 4$

$\frac{4}{1}\frac{4}{4}\frac{9}{0}\frac{7}{1} \cdot \frac{2}{1}\frac{0}{4}\frac{9}{1}\frac{6}{0} \cdot \frac{1}{4}\frac{4}{0} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{1} = s.\ 6.\ 0.\ 5.\ 3 = 16053$.

Le même nombre ne pouroit être exprimée dans l'*échele* binaire par moins de treize caracteres.

VIII. *Problême* 2. L'expreſſion A d'un nombre étant donnée dans une *échele* quelconque (autre que l'uſuele), dont la racine b eſt connue, trouver l'expreſſion du même nombre dans l'*échele* uſuele.

Solution. Soient les chifres du nombre A repréſentés dans le même ordre par les indéterminées $c.\ d.\ e.\ f \ldots D$.

Nommant $n+1$ le nombre des chifres de A, n ſera (n°. 7) l'expoſant de la plus haute puiſſance de b qui y ſoit contenue. Cela poſé, multipliez reſpectivement c par b^n, d par b^{n-1}, & ainſi de ſuite, juſqu'à b^o inclusivement, la ſomme de tous ces produits ſera, dans l'*échele* uſuele, l'expreſſion cherchée du nombre propoſé, dont la formule générale ſera $cb^n + db^{n-1} + eb^{n-2} \ldots + Db^0$.

Exemple. Un nombre exprimé par 16053 dans l'*échele* ſeptenaire, comment le ſera-t-il dans l'*échele* uſuele ?

Digitized by Google

$A = 16053$
D'où $n = 4$
$b = 7$
$c = 1$; $d = 6$, &c.

Substituant, on trouve
$\overset{4}{1\times7} + \overset{3}{6\times7} + \overset{2}{0\times7} + \overset{1}{5\times7} + 3\times1 = 2401 + 2058 + 0 + 35 + 3 = 4497$.

IX. *Problême* 3. L'expreſſion a d'un nombre étant donnée dans l'*échele* uſuele, & l'expreſſion A du même nombre dans une autre *échele*, trouver la racine b de cette ſeconde *échele*.

Solution. Par le problême précédent, $cb^n + db^{n-1} \ldots + Db^0 = a$; d'où $cb^n + db^{n-1} \ldots + Db^0 - a = 0$, équation du degré n, laquelle étant réſolue donnera la vaieur de b. *Voyez* ÉQUATION.

Exemple. Le même nombre eſt exprimé par 4497 dans l'*échele* uſuele, & par 16053 dans une autre *échele* : quelle eſt la racine b de cette ſeconde *échele* ?

$a = 4497$
$A = 16053$
D'où $n = 4$
$c = 1$; $d = 6$, &c.

Substituant, on aura après la réduction, $b^4 + 6b^3 + 5b - 4494 = 0$... équation à réſoudre.

Mais ſans entrer dans aucun calcul, il eſt aiſé de voir que b eſt d'un côté < 10 (puiſqu'il y a plus de chifres dans A que dans a), & d'un autre côté > 6 (puiſque 6 entre dans l'expreſſion A) ; eſſayant donc les nombres entre 6 & 10, on trouve que 7 eſt celui qui convient, & qu'il réſout l'équation.

X. *Problême* 4. Étant données les racines b & c de deux *échele*s (toutes deux autres que l'uſuele) avec l'expreſſion A d'un nombre dans la premiere, trouver l'expreſſion du même nombre dans la ſeconde.

Problême 5. Étant données les expreſſions A & a du même nombre en deux *échele*s autres que l'uſuele, avec la racine b de la premiere, trouver la racine de la ſeconde.

Solution commune. Si dans l'un & dans l'autre cas on réduit (par le problême II) l'expreſſion A à l'*échele* uſuele, le problême IV ne ſera plus que le premier, & le problême V que le troiſieme.

Exemple pour le problême 4. Un nombre exprimé par 16053 dans l'*échele* ſeptenaire, comment le ſera-t-il dans la duodénaire ?

16053 réduit (problême 1) à l'*échele* uſuele, devient 4497 ; puis cherchant (problême 1) l'expreſſion de 4497 dans l'*échele* duodénaire, on trouve 2729.

Exemple pour le problême 5. Le même nombre qui eſt exprimé par 16053 dans l'*échele* ſeptenaire, l'eſt par 2729 dans un autre *échele* : quelle eſt la racine de cette ſeconde *échele* ?

16053 réduit à l'*échele* uſuele, devient 4497 ; puis opérant (problême 3) ſur 4497 & ſur 2729, on trouve 12 pour la racine de la ſeconde *échele*.

ÉCHELES (*conſtruction des*), *pour les cartes topographiques*. On dit qu'une *échele* eſt de 6 lignes pour 100 toiſes, de 3 lignes pour 100 toiſes &c. lorſque la partie de cette *échele* qui repréſente 100 toiſes du terrain, a l'étendue de 6 lignes, de 3 lignes &c.

I. PROBLÊME. *Conſtruire une échele de demi-lieue, à 6 lignes pour 100 toiſes dont la plus petite diviſion ſoit une toiſe*.

Solution. Soit tirée la droite AB, *Pl. Arpentage*, *Fig.* 6, à laquelle on donnera un demi-pied, & ſoit diviſée, cette droite en 12 parties égales pour repréſenter 1200 toiſes, ou une demi-lieue ; on élevera des extrémités A & B, & de tous les points de diviſion, des perpendiculaires AE, CD &c. indéfinies ; & portant dix fois la même ouverture de compas ſur les perpendiculaires extrêmes AE, & B, 1100, par tous les points marqués, correſpondans, on tirera des droites qui ſeront paralleles à AB, par conſtruction. Soient diviſées enſuite les baſes oppoſées ED, AC, du petit rectangle $ACDE$, en dix parties égales, & par les points de diviſion ſoient tirées les tranſverſales 100. 90. &c. L'*échele* ſera conſtruite.

Démonſtration. Le petit triangle A, 100 90 qui a pour baſe 10 toiſes ; étant coupé par les paralleles à AB, renferme neuf autres triangles, qui lui ſont ſemblables & dont les baſes ſont par conſéquent proportionelles à leurs hauteurs, celle du plus petit, eſt donc à celle de A, 100 90 comme 1 eſt à 10 ; & puiſque A, 90 contient 10 toiſes, la baſe du plus petit, contient une toiſe. Celle du ſecond vaut conſéquemment 2 toiſes ; celle du 3e. 3 toiſes &c. Par la même raiſon le triangle ICD renferme auſſi neuf autres triangles, dont le plus petit a pour baſe une toiſe. Donc au moyen de cette *échele*, on peut prendre avec le compas, tel nombre de toiſes que l'on voudra : car ſuppoſons que l'on ait beſoin de 34 toiſes ; après avoir pris 30 toiſes ſur ED, on portera la pointe du compas ouvert, de cette quantité le long de DC, ſur la quatrieme paralleie, & l'on prendra ſur elle avec l'autre pointe, 4 toiſes de plus en ouvrant le compas juſqu'à la tranſverſale, qui ſera immédiatement au delà, dans le rectangle $AEDC$.

II. Lorſque l'on propoſe de conſtruire une figure ſemblable, à une autre ſur une *échele* qui ſoit à celle de la premiere, dans un rapport aſſigné en nombre, rien n'eſt ſi aiſé que de multiplier, ou de diviſer par 2 par 3 &c. l'*échele* de la premiere, pour déterminer celle de la ſeconde ; mais ſi l'on propoſe de conſtruire une figure ſemblable à une autre, de maniere que la ſurface de la premiere, ſoit à la ſurface de la ſeconde, dans un rapport dont les termes ne ſoient pas tous deux des carrés parfaits, il faut alors une méthode particuliere, pour trouver l'*échele* de la figure que l'on veut conſtruire.

III. PROBLÊME. *On propoſe de trouver l'échele*

avec laquelle on conſtruira une figure ſemblable à une autre, de maniere que la ſurface de celle-ci, ſoit à la ſurface de celle que l'on demande, dans un raport donné.

Solution. On prendra ſur une ligne droite deux parties AK, KE, *Pl. d'Arp. Fig.* 7, qui ſoient entr'elles dans le raport donné, & ſur la ſomme AE, de ces deux parties comme diametre, ayant décrit une demi circonférence, du point K on elevera l'ordonée KD, & l'on tirera les cordes AD, DE; on portera alors, ſur la corde AD, prolongée s'il eſt néceſſaire, l'*échele* AB, de la premiere figure, & par ſon extrémité B tirant une parallele à l'autre corde, juſqu'à ce qu'elle remontre le diametre, ou ſon prolongement, cette parallele BC, ſera l'*échele* que l'on cherche.

Démonſtration. À cauſe de la parallele BC, on a $AB : BC :: AD : DE$, par conſéquent $\overline{AB}^2 : \overline{BC}^2 :: \overline{AD}^2 : \overline{DE}^2$; mais le triangle ADE étant rectangle, les deux triangles dans leſquels il eſt diviſé, par l'ordonée KD, lui ſont ſemblables & donnent $\overline{AD}^2 : \overline{DE}^2 :: AK : KE$, donc par une ſuite de raports égaux $\overline{AB}^2 : \overline{BC}^2 :: AK : KE$; c'eſt-à dire, que le carré de l'*échele* de la premiere figure, eſt au carré de la droite BC, dans le raport de la ſurface de cette figure, à la ſurface de celle que l'on demande. Or les ſurfaces des figures ſemblables, ſont entr'elles comme les carrés de leurs *écheles*, lorſque ces *écheles* contienent un nombre égal de parties correſpondantes; donc puiſque AB, eſt l'*échele*, de la premiere figure, BC doit être l'*échele* de la figure que l'on veut conſtruire. (*M. Joly, Ingénieur Géographe.*)

Échale *de logarithmes, échales proportioneles, Échele angloiſe*; en Anglois, *gunter'sline, échele* de Gunter; *Navigation ſcale, Figure* 169 *des Pl. d'Aſtr.*, fut imaginée, vers 1625 par Gunter, profeſſeur d'aſtronomie au collége de Gresham à Londres, d'après l'invention des logarithmes par Neper en 1614. Les uſages de cette *échele* furent étendus par Wingate, Milbourn, Oughtred, Henelon, Seth-Partridge, Leybourn, qui en a donné un petit traité ſur la fin du dernier ſiecle: *The line of proportion or Numbers commonly called Gunter'sline, made eaſy*; enfin par M. Robertſon, dont il y en a une *deſcription* détaillée: *A deſcription of the lines drawn on Gunter's ſcale as improved by M. John Robertſon, and executed by MM. Nairn and Blunt.* 1778. Cette deſcription eſt de M. Mountaine, & contient différens uſages de cette *échele* pour la navigation, l'Aſtronomie & la gnomonique. On trouve, ſur cette *échele*, les logarithmes des ſinus & des tangentes, avec pluſieurs autres lignes, & c'eſt ce qu'on appele ordinairement l'*échele angloiſe*. On s'en ſert pour faire des multiplications, & pour réſoudre des triangles, en plaçant ſur trois lignes les logarithmes des nombres, ceux des ſinus & ceux des tangentes.

Pour conſtruire cette *échele* que l'on vend communement en Angleterre, gravée ſur du buis de deux pieds anglois, ou 22 $\frac{1}{2}$ pouces de long ſur un & demi de large, on prend une longueur d'environ 21 $\frac{1}{2}$ pouces, pour repréſenter 1000 parties égales. Cette premiere ligne de préparation ne ſert qu'à la conſtruction des trois *échele*s; on peut la faire ſur un carton, ou ſur une table. On s'arrête à cette diviſion de 1000 parties, parce que le logarithme de 10 eſt 1000, en ne prenant que les quatre premiers chifres, & conſidérant la caractériſtique, comme ſi elle n'étoit pas ſéparée par un point. Le logarithme de l'unité eſt zéro; c'eſt pourquoi l'on marque l'unité au commencement de l'*échele* des logarithmes des nombres, marquée *numb. Rect.* Le logarithme de 2 eſt 301, ainſi, il faudra prendre 301, avec un compas, ſur la premiere ligne des mille parties égales, & portant cet intervalle ſur l'*échele* deſtinée aux logarithmes depuis le commencement, ou le point de l'*échele* où nous avons marqué l'unité, on aura le point où répond le logarithme de 2; on trouvera de même le point de 3, en prenant 477, ſur la ligne des parties égales; on marquera 4 en prenant 602 parties, *&c.* ainſi de ſuite juſqu'à 10, qui termine l'*échele*, dont le logarithme eſt de 1000, en ſuppoſant toujours qu'on ait retranché les derniers chifres des logarithmes qui ſont dans les tables.

Le point de 2 tombe preſqu'au tiers de l'*échele*; car ſon logarithme eſt de 301 ſur 1000, auſſi, cet intervalle d'un à deux eſt ſubdiviſé en 100 parties inégales, & on peut le regarder comme 200, & alors l'*échele* donnera les nombres juſqu'à 1000, mais dans le dernier intervalle de 9 à 10, il n'y a plus que 10 ſubdiviſions, ce qui fait qu'on ne peut opérer complétement que ſur les nombres qui ſont au deſſous de cent, avec les *échele*s dont nous parlons.

La conſtruction des deux autres *échele*s ne ſera pas plus difficile. On ſe ſervira des tables des logarithmes pour les ſinus & les tangentes; mais, pour réduire celui du ſinus de 90 degrés, ou celui de la tangente de 45 degrés aux 1000 parties qu'ils doivent avoir, il ne ſuffira pas de retrancher les derniers chifres à droite, il faudra encore ſouſtraire le nombre 8 de la caractériſtique, & prendre la moitié du reſte, afin que pour le ſinus total, on ait 1000. Ainſi, pour marquer, par exemple, 15 degrés ſur l'*échele* des logarithmes de ſinus, on cherchera dans les tables le logarithme du ſinus de 15°, qui eſt 9413; mais on ne prendra que 1413, dont la moitié ſera 706; ainſi, il faudra prendre 706 ſur l'*échele* des parties égales, & tranſportant l'intervalle ſur l'*échele* deſtinée à marquer les logarithmes de ſinus, on aura le point de 15 degrés.

Si l'on veut pareillement marquer ſur la troiſieme *échele*, ou ſur l'*échele* des tangentes, le point de 35 degrés, on prendra les quatre premiers chifres du logarithme de la tangente 9845, & on

ſouſtraira 8 de la caractériſtique ; on aura 1845 parties, dont la moitié eſt 922, qu'il faudra prendra avec un compas ſur la ligne des 1000 parties égales, & portant cet intervalle ſur l'*échele* des logarithmes des tangentes, on aura le point de 35 degrés. La diminution qu'on fait à la caractériſtique des logarithmes de ſinus & de tangentes, & la diviſion par moitié, ſont abſolument indifférentes, car le changement étant abſolument le même ſur toutes ces quantités, c'eſt comme ſi l'on réduiſoit les ſinus & les tangentes à de moindres nombres, les différences n'en ſont pas moins égales pour les quantités proportionales.

Uſage. Lorſqu'on ſe ſert des logarithmes pour faire une proportion, on met préciſément la même différence entre les logarithmes des deux derniers termes qu'entre les logarithmes des deux premiers. Il faut faire la même choſe avec l'*échele* de Gunter, & l'opération eſt facile. On ouvre un compas ordinaire depuis le premier terme, juſqu'au ſecond pris ſur l'*échele*, on porte enſuite cette même ouverture de compas ſur le troiſieme terme de la proportion, & l'autre pointe du compas marque le quatrieme. Il faut ſeulement faire attention, dans l'uſage de l'*échele* des tangentes, que les tangentes dont on ſe ſert appartiennent à des angles moindres que 45 degrés.

On peut diſpoſer l'*échele* des logarithmes, pour n'avoir pas beſoin de compas ; cette façon eſt encore plus courte. On trace l'*échele* des nombres ſur une regle que l'on fait gliſſer dans une couliſſe, le long de laquelle ſont gravées les *écheles* des logarithmes des nombres, ou celles des logarithmes de ſinus & des tangentes. M. Sauveur en avoit fait exécuter pluſieurs par Gevin & le Bas. On retire ſimplement, ou l'on avance la regle des nombres qui eſt celle du milieu ; s'il s'agit de pointer une route de navigation, on fait répondre les lieues de diſtances au ſinus total, & on trouve les lieues, eſt & oueſt, vis-à-vis de l'angle du rumb de vent pris ſur les ſinus, pendant que les lieues de différence en latitude, ſe trouvent vis-à-vis du complément du rumb de vent. En effet, les deux problêmes principaux ſe réduiſent à cette proportion, le ſinus total eſt au chemin parcouru, comme le ſinus de l'angle de la route eſt au nombre de lieues de l'eſt à l'oueſt : donc il y a même différence entre les logarithmes du ſinus total, & celui du ſinus de l'angle de la route, qu'entre celui du chemin parcouru & celui du nombre des lieues de l'eſt à l'oueſt. Si donc on a fait correſpondre deux de ces quantités, les deux autres correſpondront néceſſairement, puiſque les diſtances réciproques ſont les mêmes. Voyez le *Traité de navigation* de M. Bouguer, revu & augmenté par l'abbé de la Caille, ou le *Traité* de Robertſon, en anglois. Nos marins préferent l'uſage du *quartier de réduction*, avec lequel on peut faire les mêmes opérations ; mais il nous paroît qu'on peut aller plus vîte avec l'*échele angloiſe* dont nous venons de donner l'explication. M. le Monnier dans ſon *Abrégé du pilotage*, en 1766, dans ſon *Aſtronomie nautique*, en 1771, dans ſes *Élémens de Géométrie*, 1772, recomanda auſſi l'uſage de la regle de Gunter, dans pluſieurs opérations d'aſtronomie, & elle ſert au général dans tous les calculs qui peuvent ſe faire par logarithmes.

Les autres lignes qu'on trace ſur la même regle, ſont celles des logarithmes des nombres carrés ; des cubes, des ſinus verſes ; la ligne des ſinus ſert auſſi pour les ſécantes, qui ſont en raiſon inverſe des co-ſinus. La ligne marquée *S. Rumb*, contient les ſinus naturels des 8 Rumbs de vents, ou de 11° $\frac{1}{4}$, 22° $\frac{1}{2}$, *&c.*

La ligne marquée *méridian*, eſt l'échele des latitudes croiſſantes, diviſée en deux parties, dont la premiere partie va juſqu'à 60 degrés, & la ſeconde juſqu'à 80, & peut ſervir à diviſer les méridiens des cartes réduites, ou cartes de Wright de dix en dix minutes de latitude. Les degrés à l'équateur, pour la même carte, ſont marqués à l'extrémité de la ſeconde partie de cette ligne, & deſignés ainſi, *Eq^l. Deg.*, ceux-ci vont juſqu'à 10 degrés de longitude.

Sur le revers de la même regle, appelé *the plane or Plotting ſide*, on trouve d'abord une *échele* de 24 pouces anglois, diviſés chacun en dix parties, ſuivant l'uſage des Anglois, & une diviſion du pied en 100 parties.

Le poids des boulets, pluſieurs *échele*s de parties égales, deux *échele*s à tranſverſales ; les lignes des Rumbs, des cordes, des ſinus, des tangentes & des tangentes de la moitié ; enfin une autre ligne deſtinée à faire voir combien valent les degrés de longitude terreſtre, à différentes latitudes. Par exemple, vis-à-vis de 60° on voit 30, ce qui annonce qu'à 60° de latitude, les degrés de longitude ne valent plus que 30 minutes de grand cercle, ou 30 milles marins de 60 au degré.

Telles ſont les lignes qui ſe trouvent ſur les *échele*s de B. Donn, exécutées par B. Martin, dont la deſcription a été imprimée en 1772. Il y en a où l'on trouve encore une ligne pour indiquer la ſolidité des bois de charpente, ſous le titre de *girt line*. (*D. L.*)

ÉCHELE *des marées*. *Voyez* FLUX & REFLUX.

ÉCHIDNA, (*Aſtr.*) ; *Voyez* HYDRA.

ÉCHIQUIER, (*Jeu*) ; c'eſt ainſi qu'on appele le damier, lorſqu'il eſt occupé par un jeu d'échecs. *Voyez* ÉCHECS & DAMIER.

ÉCHO, ſ. m. (*Méch.*) : ſon réfléchi ou renvoyé par un corps ſolide, & qui, par-là, ſe répete & ſe renouvele à l'oreille. *Voyez* SON & RÉFLEXION. Ce mot vient du grec ἦχος, *ſon*.

Le ſon eſt répété par la réflexion des particules de l'air miſes en vibration (*Voyez* SON) ; mais ce n'eſt pas aſſez de la ſimple réflexion de l'air ſonore pour produire l'*écho* ; car, cela ſuppoſé, il s'enſuivroit que toute ſurface d'un corps ſolide & dur, ſeroit propre à redoubler la voix ou le ſon, parce qu'elle ſeroit propre à la réfléchir ; ce que l'expérience dément. Il paroît donc qu'il faut,

pour

pour produire le ſon, une eſpece de voûte qui puiſſe le raſſembler, le grôſſir, & enſuite le réfléchir, à peu près comme il arive aux rayons de lumiere raſſemblés dans un miroir concave. *Voyez* MIROIR.

Lorſqu'un ſon viendra fraper une muraille derriere laquelle ſera quelque voûte, quelque arche, *&c.* ce même ſon ſera renvoyé dans la même ligne, ou dans d'autres lignes adjacentes.

Cela poſé, pour qu'on puiſſe entendre un *écho*, il faut que l'oreille ſoit dans la ligne de réflexion; & pour que la perſone qui a fait le bruit puiſſe entendre elle-même ſon propre ſon, il faut encore que cette même ligne ſoit perpendiculaire à la ſurface qui réfléchit; & pour former un *écho* multiple ou tautologique, c'eſt-à-dire, qui répete pluſieurs fois le même mot, il faut pluſieurs voûtes, ou murs, ou cavités placées, ou derriere l'une l'autre, ou vis-à-vis l'une de l'autre.

Quelques auteurs ont obſervé avec beaucoup d'attention pluſieurs phénomenes de l'*écho*; nous allons raporter hiſtoriquement, & ſans prétendre abſolument les adopter, leurs réflexions ſur ce ſujet. Ils remarquent que tout ſon qui tombe directement ou obliquement ſur un corps denſe dont la ſurface eſt polie, ſoit qu'elle ſoit plane ou courbe, ſe réfléchit, ou forme un *écho* plus ou moins fort; mais pour cela il faut, diſent-ils, que la ſurface ſoit polie, ſans quoi la réverbération de cette ſurface détruiroit le mouvement régulier de l'air, & par-là romproit & éteindroit le ſon. Lorſque toutes les circonſtances que nous venons de décrire ſe réuniſſent, il y a toujours un *écho*, quoiqu'on ne l'entende pas toujours, ſoit que le ſon direct ſoit trop foible pour revenir juſqu'à celui qui l'a formé, ou qu'il lui reviene ſi foible qu'il ne puiſſe le diſcerner; ſoit que le corps réfléchiſſant ſoit à trop peu de diſtance, pour qu'on puiſſe diſtinguer le ſon direct d'avec le ſon réfléchi, ou que la perſone qui fait le bruit ſe trouve mal placée pour recevoir le ſon réfléchi.

Si l'obſtacle ou le corps réfléchiſſant eſt éloigné de celui qui parle, de 90 toiſes, le temps qui ſe paſſe entre le premier ſon & le ſon réfléchi, eſt d'une ſeconde, parce que le ſon fait environ 180 toiſes par ſeconde; de ſorte que l'*écho* répétera toutes les paroles ou les ſyllabes qui auront été prononcées dans le temps d'une ſeconde: ainſi, lorſque celui qui parle aura ceſſé de parler, l'*écho* paroîtra répéter toutes les paroles qu'on aura prononcées. Si l'obſtacle ſe trouve trop proche, l'*écho* ne rendra qu'une ſyllabe.

Notre âme ne ſauroit diſtinguer, à l'aide de l'organe de l'ouïe, des ſons qui ſe ſuccedent les uns aux autres avec une grande célérité; il faut, pour qu'on puiſſe les entendre, qu'il y ait quelque intervalle entre les deux ſons. Lorſque d'habiles joueurs de violon jouent très-vîte, ils ne peuvent jouer dans une ſeconde que dix tons que l'on puiſſe entendre diſtinctement; par conſéquent, on ne ſauroit diſtinguer l'*écho*, lorſque le ſon réfléchi ſuccede au ſon direct, avec plus de viteſſe qu'un ton n'eſt ſuivi d'un autre dans le *preſtiſſimo*. On voit auſſi pourquoi les grandes chambres & les caves voûtées réſonent ſi fort lorſqu'on parle, ſans former cependant d'*écho*. Cela vient de la trop grande proximité des murailles, qui empêche de diſtinguer les ſons réfléchis.

Tout ce qui réfléchit le ſon, peut être la cauſe d'un *écho*; c'eſt pour cela que les murailles, les vieux remparts de ville, les bois épais, les maiſons, les montagnes, les rochers, les hauteurs élevées de l'autre côté d'une riviere, peuvent produire des *échos*. Il en eſt de même des rocs remplis de cavernes, des nuées, & des champs où il croît certaines plantes qui montent fort haut; car ils forment des *échos*: de là vienent ces coups terribles du tonerre qui gronde, & dont les *échos* répétés retentiſſent dans l'air.

Les *échos* ſe produiſent avec différentes circonſtances; car,

1°. Les obſtacles plans réfléchiſſent le ſon dans ſa force primitive avec la ſeule diminution que doit produire la diſtance.

2°. Un obſtacle convexe réfléchit le ſon avec un peu moins de force & de promptitude qu'un obſtacle plan.

3°. Un obſtacle concave renvoie en général un ſon plus fort; car il en eſt à peu près du ſon comme de la lumiere. Les miroirs plans rendent l'objet tel qu'il eſt, les convexes le diminuent, les concaves le grôſſiſſent.

4°. Si on recule d'avantage le corps qui renvoie l'*écho*, il réfléchira plus de ſons que s'il étoit plus voiſin.

5°. Enfin on peut diſpoſer les corps qui font *écho*, de façon qu'un ſeul faſſe entendre pluſieurs *échos* qui different, tant par raport au degré du ton, que par raport à l'intenſité ou à la force du ſon: il ne faudroit pour cela que faire rendre les *échos* par des corps capables de faire entendre, par exemple, la tierce, la quinte & l'octave d'une note qu'on auroit jouée ſur un inſtrument.

Telle eſt la théorie générale donnée par les auteurs de Phyſique ſur les *échos*; mais il faut avouer que toute cette théorie eſt encore vague, & qu'il reſtera toujours à expliquer pourquoi des lieux qui, ſuivant ces regles, paroîtroient devoir faire *écho*, n'en font point; pourquoi d'autres en font, qui paroîtroient n'en devoir point faire, *&c.* Il ſemble auſſi que le poli de la ſurface réfléchiſſante, n'eſt pas auſſi néceſſaire à l'*écho*, qu'à la réflexion des rayons de lumiere: du moins l'expérience nous montre des *échos* dans des lieux pleins de rochers & de corps très-bruts & très-remplis d'inégalités. Il ſemble enfin que ſouvent des ſurfaces en apparence très-polies, ne produiſent point d'*écho*; car quand elles réfléchiroient le ſon, il n'y a de véritable *écho* que celui qu'on entend. La comparaiſon des loix de la réflexion du ſon avec celles de la lumiere, peut être vraie juſqu'à un certain point; mais elle ne l'eſt pas ſans re-

ſtriction, parce que le ſon ſe propage en tout ſens, & la lumiere en ligne droite ſeulement.

Écho ſe dit auſſi du lieu où la répétition du ſon eſt produite & ſe fait entendre.

On diſtingue les *échos* pris en ce ſens, en pluſieurs eſpeces.

1°. En *ſimples*, qui ne répetent la voix qu'une fois, & entre ceux-là, il y en a qui ſont toniques, c'eſt-à-dire, qui ne ſe ſont entendre que lorſque le ſon eſt parvenu à eux dans un certain degré de ton muſical; d'autres ſyllabiques, qui font entendre pluſieurs ſyllabes ou mots. De cette derniere eſpece eſt le pare de Woodſtrok en Angleterre, qui, ſuivant que l'aſſure le docteur Plott, répete diſtinctement dix-ſept ſyllabes le jour, & vingt la nuit.

2°. En *multiples*, qui répetent les mêmes ſyllabes pluſieurs fois différentes.

Dans la théorie des *échos*, on nomme le lieu où ſe tient celui qui parle, *centre-phonique*; & l'objet ou l'endroit qui renvoie la voix, *centre-phonocamptique*, c'eſt-à-dire, *centre qui réfléchit le ſon*.

Il y avoit, dit-on, au ſépulcre de Metella, femme de Craſſus, un *écho* qui répétoit cinq fois ce qu'on lui diſoit. On parle d'une tour de Cyzique, où l'*écho* ſe répétoit ſept fois. Un des plus beaux dont on ait fait mention juſqu'ici, eſt celui dont parle Barthius dans ſes notes ſur la Thébaïde de Stace, *liv. VI*, *v.* 30, & qui répétoit juſqu'à dix-ſept fois les paroles que l'on prononçoit: il étoit ſur le bord du Rhin, proche Coblentz: Barthius aſſure qu'il en a fait l'épreuve, & compté dix-ſept répétitions; & au lieu que les *échos* ordinaires ne répetent la voix que quelque temps après qu'on a entendu celui qui chante où qui parle; dans celui-là, on n'entendoit preſque point celui qui chantoit, mais la répétition qui ſe faiſoit de ſa voix, & toujours avec des variations ſurprenantes: l'*écho* ſembloit tantôt s'approcher, & tantôt s'éloigner: quelquefois on entendoit la voix très-diſtinctement, & d'autres fois on ne l'entenduit preſque plus: l'un n'entendoit qu'une ſeule voix, & l'autre pluſieurs: l'un entendoit l'*écho* à droite, & l'autre à gauche. Des murs paralleles & élevés, produiſent auſſi des *échos* redoublés, comme il y en a eu autrefois dans le château Simonetta, dont Kircher, Schott & Miſſon ont donné la deſcription. Il y avoit dans un de ces murs une fenêtre d'où on entendoit répéter quarante fois ce qu'on diſoit. Adiſſon & d'autres perſones qui ont voyagé en Italie, font mention d'un *écho* qui s'y trouve, & qui eſt encore bien plus extraordinaire, puiſqu'il répete cinquante-ſix fois le bruit d'un coup de piſtolet, lors même que l'air eſt chargé de brouillards. Nous raportons ces faits ſans prétendre les garantir.

Dans les mémoires de l'académie des Sciences de Paris, pour l'année 1692, il eſt fait mention d'un *écho* (*a*) qui a cela de particulier, que la perſone qui chante n'entend point la répétition de l'*écho*, mais ſeulement ſa voix; au contraire ceux qui écoutent n'entendent que la répétition de l'*écho*, mais avec des variations ſurprenantes; car l'*écho* ſemble tantôt s'approcher, & tantôt s'éloigner: quelquefois on entend la voix très diſtinctement; & d'autres fois on ne l'entend preſque plus: l'un n'entend qu'une ſeule voix, & l'autre pluſieurs; l'un entend l'*écho* à droite, & l'autre à gauche: enfin, ſelon les différens endroits où ſont placés ceux qui écoutent & celui qui chante, l'on entend l'*écho* d'une maniere différente.

La plupart de ceux qui ont entendu cet *écho*, s'imaginent qu'il y a des voûtes ou des cavités ſouterraines qui cauſent ces différens effets; mais la véritable cauſe de tous ces effets, eſt la figure du lieu où cet *écho* ſe fait.

C'eſt une grande cour ſituée au devant d'une maiſon de plaiſance, appelée *Genetay*, à ſix ou ſept cents pas de l'abbaye de Saint George auprès de Rouen. Cette cour eſt peu plus longue que large, terminée dans le fond par la face du corps-de-logis, & de tous les autres côtés environée de murs en forme de demi-cercle, comme l'on verra, *Pl. Mech. Fig. 73.* Cette figure ne repréſente qu'une partie de la cour, le reſte ne ſervant de rien au ſujet dont il s'agit.

(*a*) L'*écho* dont il eſt fait mention dans les *Mémoires de l'Acad. royale des Sciences de* 1692, eſt l'*écho* de Genetey, à deux lieues de Rouen. Le pere dom Queſnet, bénédictin, qui en avoit envoyé la deſcription à l'Académie, a prétendu que le ſecrétaire n'avoit pas pris entiérement ſa penſée, & qu'il a même inſéré, dans ſon extrait, quelque choſe de contraire à l'expérience. Voici ce qu'on lit au ſujet de cet *écho* dans les *Melanges* de Vigneul-Marville: „ M. de Ligny, préſident des finances de Rouen, avoit apporté d'Italie cette invention, qui fait encore aujourd'hui un des plus grands ornemens de ſa „ belle maiſon de Genetay. Ayant poſſédé cette maiſon depuis ſa jeuneſſe juſqu'à l'âge de quatre-vingts ans qu'il eſt mort, & „ ayant été ſollicité mille fois de dire la véritable cauſe de ce merveilleux *écho*, il n'en a jamais dit un ſeul mot à perſone „. Cet *écho* ſubſiſte encore, mais il eſt fort déchu de ce qu'il étoit autrefois, parce qu'on a planté aux environs des arbres qui nuiſent beaucoup à l'effet. (*O*).

Il y a un *écho* remarquable près de Roſneath, belle maiſon de campagne en Ecoſſe, à l'oueſt d'un lac d'eau ſalée qui ſe perd dans la riviere de Clyde, à 17 milles au deſſous de Glaſcow: ce lac eſt environé de collines, dont quelques-unes ſont des rochers arides, les autres ſont couvertes de bois. Un trompete habile, placé ſur une pointe de terre que l'eau laiſſe à découvert, tourné au nord, a ſoné un air & s'eſt arrêté: auſſi-tôt un *écho* a repris l'air, qu'il a répété diſtinctement & fidélement, mais d'un ton plus bas que la trompete: cet *écho* ayant ceſſé, un autre, d'un ton plus bas, a répété le même air avec la même exactitude: le ſecond a été ſuivi d'un troiſieme, qui a été auſſi fidele que les deux autres, à l'exception d'un ton plus bas encore, & l'on n'a plus rien entendu; on a répété pluſieurs fois la même expérience, qui a toujours été également heureuſe. *Obſerv. ſ. à Londres*, n. 3. 1770. (*C*).

Digitized by Google

CIIC eſt le demi-cercle de la cour, dont *H* eſt l'entrée: *ADB* eſt l'endroit où ſe placent ceux qui écoutent: celui qui chante ſe met à l'endroit marqué *G*; & ayant le viſage tourné vers l'entrée *H*, il parcourt en chantant l'eſpace *GF*, qui eſt de 20 à 22 pieds de longueur.

Sans avoir recours à des cavités ſouterraines, la ſeule figure demi-circulaire de cette cour ſuffit pour rendre raiſon de toutes les variations que l'on remarque dans cet *écho*.

1°. Lorſque celui qui chante eſt à l'endroit marqué *G*, ſa voix eſt réfléchie par les murs *C* de la cour au deſſus de *D*, vers *L*; & les lignes de réflexion ſe réuniſſant en cet endroit *L*, l'*écho* ſe doit entendre de même que ſi celui qui chante y étoit placé. Mais comme ces lignes ne ſe réuniſſent pas préciſément en un même point, ceux qui ſont placés en *L*, doivent entendre pluſieurs voix, comme ſi diverſes perſones chantoient enſemble.

2°. À meſure que celui qui chante s'avance vers *E*, les lignes de réflexion venant de plus en plus à ſe réunir près de *D*, ceux qui ſont placés en *D* doivent entendre l'*écho*, comme s'il approchoit d'eux; mais quand celui qui chante eſt parvenu en *E*, alors la réunion des lignes venant à ſe faire en *D*, ils entendent l'*écho* comme ſi l'on chantoit à leurs oreilles.

3°. Quand celui qui chante continue d'avancer de *E* en *F*, l'*écho* ſemble s'éloigner, parce que la réunion des lignes ſe fait de plus en plus au deſſous de *D*.

4°. Enfin, lorſqu'il eſt arivé en *F*, ceux qui ſont placés en *D* n'entendent plus l'*écho*, parce que l'endroit *H*, d'où la réflexion ſe devroit faire vers *D*, eſt ouvert, & que par conſéquent il ne ſe fait point de réflexion vers *D*; c'eſt pourquoi l'*écho* ne s'y doit point entendre: mais comme il y a d'autres endroits d'où quelques lignes réfléchies ſe réuniſſent en *A* & en *B*, deux perſones placées en ces deux endroits, doivent entendre l'*écho* l'une comme ſi l'on chantoit à gauche, & l'autre comme ſi l'on chantoit à droite. Ils ne le peuvent néanmoins entendre que foiblement, parce qu'il y a peu de lignes qui ſe réuniſſent en ces deux endroits.

5°. Ceux qui ſont placés en *D* doivent entendre l'*écho*, lorſque celui qui chante eſt en *E*, parce que la voix eſt réfléchie vers eux; mais ils ne doivent entendre que foiblement la voix même de celui qui chante, parce que l'oppoſition de ſon corps empêche que ſa voix ne ſoit portée directement vers eux: ainſi, ſa voix ne venant à eux qu'après avoir tourné à l'entour de ſon corps, eſt beaucoup moins forte en cet endroit que l'*écho*, qui par conſéquent l'étouffe, & empêche qu'elle ne ſoit entendue. C'eſt à peu près de même que ſi un flambeau eſt placé entre un miroir concave & un corps opaque; car ceux qui ſont derriere ce corps opaque, voient par réflexion la lumiere du flambeau, mais ils ne voient pas directement le flambeau, parce que le corps opaque le cache.

6°. Au contraire, celui qui chante étant placé vis-à-vis de l'entrée *H*, & ayant le viſage tourné de ce côté-là, ne doit point entendre l'*écho*, parce que l'endroit *H* étant ouvert, il ne ſe trouve rien qui réfléchiſſe la voix vers *E*; mais il doit entendre ſa voix même, parce qu'il n'y a rien qui l'en empêche.

Nous avons tiré des mémoires cités, cette deſcription & cette explication, dont nous laiſſons le jugement à nos lecteurs: nous ignorons ſi cet *écho* ſubſiſte encore. (*O*).

* L'*écho de Verdun* (*Hiſt. de l'acad. des Sciences*, *ann.* 1710), eſt formé par deux groſſes tours détachées d'un corps-de-logis, & éloignées l'une de l'autre de 26 toiſes: l'une a un apartement bas de pierre de taille, voûté; l'autre n'a que ſon veſtibule qui le ſoit: chacune a ſon eſcalier. Comme ce qui apartient aux *échos* peut être appelé *la catoptrique du ſon*, (*Voyez* CATOPTRIQUE), on peut regarder ces deux tours comme deux miroirs poſés vis-à-vis l'un de l'autre, qui ſe renvoient mutuélement les rayons d'un même objet, en multipliant l'image, quoiqu'en l'afoibliſſant toujours, & la font paroître plus éloignée; ainſi, lorſqu'on eſt ſur la ligne qui joint les deux tours, & qu'on prononce un mot d'une voix aſſez élevée, on l'entend répéter douze ou treize fois par intervalles égaux, & toujours plus foiblement; ſi l'on ſort de cette ligne juſqu'à une certaine diſtance, on n'entend plus d'*écho*, par la même raiſon qu'on ne verroit plus d'image, ſi l'on s'éloignoit trop de l'eſpace qui eſt entre les deux miroirs: ſi l'on eſt ſur la ligne qui joint une des tours au corps-de-logis, on n'entend plus qu'une répétition, parce que les deux *échos* ne jouent plus enſemble à l'égard de celui qui parle, mais un ſeul. (*M. le Chevalier* DE JAUCOURT.)

ÉCLIPSE, ſ. f. (*Aſtron.*); phénomene qui arive lorſqu'un aſtre diſparoît, en tout ou en partie, ſoit qu'un autre aſtre nous en dérobe la vue, comme dans les *éclipſes* de ſoleil ou d'étoile, ſoit qu'il ceſſe réellement d'être éclairé comme dans les *éclipſes* de lune, ou dans celles des ſatellites de Jupiter.

Ce mot vient du grec ἐκλείπω, *deficio*, ou ἔκλειψις, défaillance, parce que dans les *éclipſes*, le ſoleil ou la lune paroiſſent nous manquer.

Les *éclipſes* ont été de tous les temps un ſpectacle frapant pour tous les hommes: elles ſont auſſi pour l'aſtronomie un objet d'utilité relativement aux longitudes; ainſi, nous ne pouvons nous diſpenſer d'entrer ici dans des détails, qui font une grande partie des connoiſſances aſtronomiques que l'on a droit de chercher dans cet ouvrage.

Les anciens & les peuples ſauvages regardoient les *éclipſes* comme des objets de ſuperſtition ou de terreur. On en a vu qui croyoient autrefois qu'en faiſant un grand bruit dans une *éclipſe* de lune, on apportoit du remede aux ſoufrances de

cette déeſſe ; ou que ces *éclipſes* étoient produites par des enchantemens.

L'ignorance de la Phyſique a fait raporter dans tous les lieux & dans tous les temps, à des cauſes animées, les effets dont on ne connoiſſoit pas les principes ; ainſi, les poëtes imaginerent en Grece, que Diane étoit devenue amoureuſe d'Endimion, & que les *éclipſes* devoient s'attribuer aux viſites nocturnes que cette déeſſe rendoit à ſon amant dans les montagnes de la Carie : mais comme ſes amours ne duroient pas toujours, il fallut chercher, dit l'abbé Banier, une autre cauſe des *éclipſes*.

On publia que les ſorcieres, ſur-tout celles de Theſſalie, avoient le pouvoir par leurs enchantemens d'attirer la lune ſur la terre ; c'eſt pourquoi on faiſoit un grand vacarme avec des chaudrons & autres inſtrumens, pour la faire remonter à ſa place. Parmi les Romains même, on trouve cet uſage bizâre ; on alumoit un grand nombre de torches & de flambeaux, qu'on élevoit vers le ciel, pour rapeler la lumiere de l'aſtre éclipſé. Juvénal fait alluſion au grand bruit que faiſoit à ce ſujet le peuple de Rome ſur des vaſes d'airain, lorſqu'il dit d'une femme babillarde, qu'elle fait aſſez de bruit pour ſecourir la lune en travail.

Si l'on vouloit remonter à la ſource de cette coutume, on trouveroit qu'elle venoit d'Égypte, où Iſis, ſymbole de la lune, étoit honorée avec un bruit pareil de vaſes d'airain, de timbales, & de tambours.

L'opinion des autres peuples étoit, que les *éclipſes* annonçoient de grands malheurs, ou menaçoient la tête des rois & des princes. On a eu long-temps la même idée des cometes.

Les Mexiquains éfrayés jeûnoient pendant les *éclipſes*. Les femmes, durant ce temps-là, ſe maltraitoient elles-mêmes, & les filles ſe tiroient du ſang des bras. Ils s'imaginoient que la lune avoit été bleſſée par le ſoleil, pour quelque querele qu'ils avoient eue enſemble.

Il y a des Indiens qui croient auſſi que la cauſe des *éclipſes* vient de ce qu'un dragon mal-faiſant veut dévorer la lune ; c'eſt pourquoi les uns font un grand vacarme, pour lui faire lâcher priſe, pendant que les autres ſe mettent dans l'eau juſqu'au cou, pour ſupplier le dragon de ne pas dévorer entiérement cette planete. On peut voir auſſi dans les mémoires du P. le Comte, les idées particulieres de la populace chinoiſe.

Anaxagore contemporain de Périclès, & qui mourut la premiere année de la ſoixante huitieme olympiade, fut le premier qui écrivit très-clairement & très-hardiment ſur les diverſes phaſes de la lune, & ſur ſes *éclipſes* ; je dis, comme Plutarque, *très-hardiment*, parce que le peuple ne ſoufroit pas encore volontiers les Phyſiciens. Auſſi les ennemis de Socrate réuſſirent à le perdre, en l'accuſant de chercher, par une curioſité criminele, à pénétrer ce qui ſe paſſe dans les cieux, comme ſi la raiſon & le génie pouvoient s'élever trop haut. On n'a depuis que trop ſouvent renouvelé, par le même artifice, des accuſations ſemblables contre des hommes du premier mérite.

Les généraux romains ſe ſont ſervis quelquefois des *éclipſes* pour contenir leurs ſoldats, ou pour les encourager dans des occaſions importantes. Tacite dans ſes annales, *liv. I, ch. xxviij*, parle d'une *éclipſe* dont Druſus ſe ſervit pour apaiſer une ſédition très-violente, qui s'étoit élevée dans ſon armée. Tite-Live raporte que Sulpitius Gallus, lieutenant de Paul Émile, dans la guerre contre Perſée, prédit aux ſoldats une *éclipſe* qui ariva le lendemain, & prévint par ce moyen la frayeur qu'elle auroit cauſée. Plutarque dit que Paul Émile ſacrifia à cette occaſion onze veaux à la lune, & le lendemain vingt-un bœufs à Hercule, dont il n'y eut que le dernier qui lui promit la victoire, à condition qu'il n'ataqueroit point. Plutarque raconte auſſi que Nicias, général des Athéniens, avoit réſolu de quiter la Sicile avec ſon armée : une *éclipſe* de lune dont il fut frapé, lui fit perdre le moment favorable, & fut cauſe de la mort du général & de la ruine de ſon armée ; perte ſi funeſte aux Athéniens qu'elle fut l'époque de la décadence de leur patrie. Alexandre même, avant la bataille d'Arbelle, fut obligé de raſſurer ſon armée éfrayée d'une *éclipſe* de lune ; il ordona des ſacrifices au ſoleil, à la lune & à la terre, comme aux divinités qui cauſoient ces *éclipſes*.

C'eſt ainſi que l'ignorance de la cauſe des *éclipſes* en a fait long-temps un objet de terreur pour la crédulité populaire. On voit au contraire des généraux à qui leurs connoiſſances en aſtronomie ne furent pas inutiles. Périclès conduiſoit la flote des Athéniens ; il ariva une *éclipſe* de ſoleil qui cauſa une épouvante générale ; le pilote même trembloit : Périclès le raſſure par une comparaiſon familiere : il prend le bout de ſon manteau, & lui en couvrant les yeux, il lui dit ; „ crois-tu que „ ce que je fais là ſoit un ſigne de malheur ? „ Non, ſans doute, dit ce pilote : cependant, c'eſt „ auſſi une *éclipſe* pour toi, & elle ne differe de „ celle que tu as vue, qu'en ce que la lune étant „ plus grande que mon manteau, elle cache le „ ſoleil à un plus grand nombre de perſones „. (*Plutarque.*)

Agatoclès, roi de Syracuſe, dans une guerre d'Afrique, voit auſſi dans un jour déciſif, la terreur ſe répandre dans ſon armée, à la vue d'une *éclipſe* ; il ſe préſente à ſes ſoldats, il leur en explique les cauſes, & il diſſipe leurs craintes. On raconte un trait de cette eſpece à l'occaſion de Dion, roi de Sicile.

Nous liſons un fait également honorable à l'aſtronomie, dans l'*Épître* que Roias adreſſe à Charles Quint, en lui dédiant ſes *Commentaires* ſur le planiſphere. Chriſtophe Colomb, en commandant l'armée que Ferdinand, roi d'Eſpagne, avoit envoyée à la Jamaique, dans les premiers temps de

Digitized by Google

la découverte de cette île, ſe trouva dans une diſete de vivres ſi générale, qu'il ne lui reſtoit aucune eſpérance de ſauver ſon armée, & qu'il alloit être à la diſcrétion des ſauvages : l'approche d'une *éclipſe* de lune fournit à cet habile homme un moyen de ſortir d'embaras : il fit dire aux chefs des Sauvages, que ſi dans quelques heures on ne lui envoyoit pas toutes les choſes qu'il demandoit, il alloit les livrer aux derniers malheurs, & qu'il commenceroit par priver la lune de ſa lumiere. Les ſauvages mépriſerent d'abord ſes menaces ; mais auſſi-tôt que le temps de l'*éclipſe* étant arivé, ils virent que la lune commençoit en effet à diſparoître, ils furent frapés de terreur ; ils apporterent tout ce qu'ils avoient aux pieds du général, & vinrent eux-mêmes demander grâce.

Aujourd'hui, non ſeulement les Philoſophes, mais le peuple même eſt inſtruit de la cauſe des *éclipſes* ; on ſait que les *éclipſes* de lune vienent de ce que cette planete entre dans l'ombre de la terre, & ne peut être éclairée par le ſoleil durant le temps qu'elle la traverſe, & que les *éclipſes* de ſoleil vienent de l'interpoſition de la lune, qui cache aux habitans de la terre une partie du ſoleil, ou même le ſoleil entier.

S'il y a quelque choſe dans l'Aſtronomie qui puiſſe nous faire connoître les éforts dont l'eſprit humain eſt capable, lorſqu'il s'agit de recherches qui demandent une grande ſagacité, c'eſt aſſurément la théorie des *éclipſes* & la juſteſſe avec laquelle on eſt parvenu depuis long-temps à les calculer & à les prédire ; cette juſteſſe ſert à nous convaincre de la certitude & de la préciſion des calculs aſtronomiques ; & ceux qui s'étonent qu'on puiſſe meſurer les mouvemens & les diſtances des corps céleſtes, mal-gré l'éloignement où ils ſont, n'ont rien à répondre à l'acord ſi parfait qui ſe trouve entre le calcul des *éclipſes* & le moment où elles arivent.

Après avoir parlé des faits qui prouvent l'importance de la théorie des *éclipſes*, nous allons parler de la cauſe de ces phénomenes, de la maniere de les calculer, & enfin de leur uſage.

Cauſe des éclipſes. L'orbite que la lune décrit en un mois tout autour du ciel, coupe l'écliptique en deux points diamétralement oppoſés, qu'on appele les *nœuds*. Si, dans le temps que la lune paſſe dans un de ces nœuds, le ſoleil ſe trouve au même point de l'écliptique, la lune qui eſt plus près de la terre nous cachera le ſoleil. Si la lune paſſe dans le nœud oppoſé, la terre ſe trouvera entre le ſoleil & la lune ; la terre étant beaucoup plus groſſe que la lune, interceptera par ſon ombre toute la lumiere que la lune recevoit du ſoleil, & nous ceſſerons de l'apercevoir.

On demandera peut-être pourquoi on n'obſerve point d'*éclipſes* dans toutes les planetes : pourquoi, par exemple, la terre, lorſqu'elle paſſe entre mars & le ſoleil, n'obſcurcit pas quelquefois le diſque de mars. À cela on répond que la terre étant un corps beaucoup plus petit que le ſoleil, ſon ombre ne doit point s'étendre à l'infini, mais doit ſe terminer en pointe à une certaine diſtance en forme de cône. Il n'y a que la lune qui ſoit aſſez proche de la terre pour pouvoir entrer dans ſon ombre & la couvrir de la ſiene ; il en eſt de même des *ſatellites* de Jupiter qui ſont éclipſés par leur planete.

Les anciens n'étoient guere en état de prédire les *éclipſes* avant le temps d'Hipparque, cent vingt ans avant Jéſus-Chriſt. Hérodote raconte, à la vérité, que Thalès avoit prédit aux Ioniens une *éclipſe* de ſoleil que l'on raporte à l'année 585, ou 603, ou 621 avant Jéſus-Chriſt : le fait eſt douteux, mais en tout cas, ce ne pouroit être que par le moyen de la période de 18 ans & 11 jours, qui ramene les *éclipſes* du moins à peu près, & qui pouvoit être connue dès ce temps-là.

Mais Ptolémée, dans le ſixieme livre de ſon Almageſte, compoſé vers l'an 147 de Jéſus-Chriſt, donna des regles pour le calcul des *éclipſes*, & ce ſont les plus anciens dont nous ayons connoiſſance. Ces méthodes ont été perfectionées par Kepler, & dans ce ſiecle-ci par divers Aſtronomes, pour réunir l'exactitude & la facilité.

Lorſqu'on veut calculer les *éclipſes* d'une année quelconque, il eſt néceſſaire d'avoir le temps des nouveles & des pleines lunes de cette année, pour choiſir celles qui arivent aux environs des nœuds ; ce qui s'exécute facilement par le moyen des ÉPACTES aſtronomiques, qui donnent, par une ſimple addition, le temps moyen d'une conjonction ou d'une oppoſition moyene pour une année & un mois donnés.

Quoiqu'on ne connoiſſe encore que le temps moyen d'une conjonction moyene ou d'une oppoſition moyene, par la méthode des épactes, on peut ſavoir à peu près, s'il doit y avoir une *éclipſe* de ſoleil ou de lune ; on prendra dans les *Tables aſtronomiques*, la longitude moyene du ſoleil & celle du nœud de la lune, pour le temps moyen trouvé ; on retranchera le lieu d'un des nœuds, de la longitude moyene du ſoleil, & l'on aura la diſtance moyene du ſoleil au nœud de la lune.

Lorſque le ſoleil eſt éloigné de plus de $19^d\ 44'$ d'un des nœuds de la lune, il ne ſauroit y avoir *éclipſe* de ſoleil en aucun lieu de la terre ; ſi cette diſtance eſt moindre que $13^d\ 33'$, il eſt sûr qu'il y aura une *éclipſe* de ſoleil en quelque lieu de la terre ; l'incertitude roule entre ces deux termes, c'eſt-à-dire, que ſi la diſtance moyene du ſoleil au nœud le plus voiſin, dans le temps de la conjonction moyene, eſt entre $13\frac{3}{4}$ & $19^d\frac{1}{4}$, il faudra faire un calcul plus exact que celui dont je viens de parler, pour être sûr s'il y aura *éclipſe*.

Il ne peut y avoir *éclipſe* de lune, ſi dans le temps de la conjonction moyene, il y a plus de $13^d\ 21'$ de diſtance entre le ſoleil & le nœud de la lune ; mais on eſt sûr qu'il y en aura une, ſi

Digitized by Google

la diſtance eſt moindre que 7ᵈ 47′; entre ces limites, l'un ſera obligé de recourir à un autre calcul; mais il eſt toujours très-commode d'avoir promptement l'excluſion de preſque toutes les ſyzygies qui ne ſauroient être écliptiques, & de ſu'avoir à en calculer rigoureuſement qu'un très-petit nombre, pour connoître toutes les *éclipſes* qui doivent ariver dans une année ou dans un ſiecle.

Lorſqu'on a trouvé qu'il doit y avoir *éclipſe* dans une nouvele lune ou une pleine lune, & qu'on veut en calculer les circonſtances, il faut commencer par trouver l'heure & la minute de la conjonction ou de l'oppoſition vraie en longitude, avec la latitude de la lune pour ce temps-là; c'eſt un préliminaire général dans le calcul de toutes les *éclipſes*.

Pour avoir la conjonction, on calcule d'abord le lieu du ſoleil & celui de la lune, par les *Tables aſtronomiques*, pour deux inſtans différens, & l'on a, par ce moyen, le mouvement horaire de la lune & celui du ſoleil, avec la différence de leurs longitudes pour un inſtant connu: on peut auſſi ſe ſervir des *Tables du mouvement horaire* qui ſont à la ſuite des *Tables de la lune*. Je ſuppoſe qu'on ait trouvé, pour le premier avril 1764 à 8ʰ 32′ du matin, que le lieu de la lune étoit moins avancé que celui du ſoleil de 54′, & que le mouvement horaire de la lune en longitude, moins celui du ſoleil, étoit de 27′, il eſt évident que puiſque la lune ſe raproche du ſoleil de 27′ par heure, elle atteindra le ſoleil deux heures après; car 27′ ſont à une heure, comme 54′ ſont à deux heures. Ainſi, la conjonction vraie arivera à 10ʰ 32′.

Lorſqu'on connoît le temps de la conjonction, on cherche dans les *Tables*, pour le même inſtant, la latitude de la lune, ſa parallaxe, ſon diametre, & le diametre du ſoleil; il faut auſſi connoître le mouvement horaire de la lune en latitude, & pour cet effet, on calcule la latitude de la lune pour deux inſtans différens.

Quand on a l'heure de la conjonction & le mouvement horaire de la lune, il faut trouver l'inclinaiſon de ſon orbite par raport à l'écliptique; d'abord l'inclinaiſon de l'orbite vraie, enſuite celle de l'orbite relative, de la maniere ſuivante.

Pour calculer une conjonction de deux planetes, ou d'une planete à une étoile, c'eſt-à-dire, une appulſe, ou même une *éclipſe*, on n'a beſoin que de connoître la quantité dont un aſtre ſe raproche de l'autre, c'eſt-à-dire, le mouvement relatif, ou l'excès d'un des mouvemens ſur l'autre. On peut donc ne faire aucune attention au mouvement d'une des deux planetes, pourvu qu'on donne à l'autre la différence des deux mouvemens, c'eſt-à-dire, qu'en faiſant mouvoir ſeulement l'une des deux, on lui faſſe changer de longitude & de latitude par raport à l'autre, autant qu'elle en change réellement par la combinaiſon des deux mouvemens pris enſemble. Il en eſt de même des mouvemens en latitude: l'orbite relative eſt donc celle que l'on peut ſuppoſer à la place de l'orbite réelle, & dans laquelle poura ſe mouvoir une des deux planetes, ſans que ſes diſtances réelles par raport à l'autre, paroiſſent être changées; il ſuffit pour cela de conſerver la même différence des longitudes & des latitudes: ainſi, pour trouver l'inclinaiſon de l'orbite relative, & le mouvement horaire relatif, on fera ces deux proportions:

La différence des deux mouvemens horaires en longitude, eſt à la différence des mouvemens en latitude, comme le rayon eſt à la tangente de l'inclinaiſon relative. Enſuite, *le co-ſinus de l'inclinaiſon relative eſt au rayon, comme la différence des mouvemens horaires en longitude, eſt au mouvement horaire ſur l'orbite relative.*

On ſuppoſe dans ces deux proportions, que les planetes vont du même ſens, tant en longitude qu'en latitude: mais ſi l'une étoit directe & l'autre rétrograde, il faudroit prendre la ſomme des mouvemens en longitude, au lieu de leur différence; de même ſi l'une alloit au midi & l'autre au nord, par leur mouvement en latitude, on prendroit la ſumme de ces mouvemens.

Dans les *éclipſes* de ſoleil ou d'étoiles, que l'on ne veut calculer que par une opération graphique, on n'a beſoin de ſavoir qu'à cinq minutes près, l'inclinaiſon de l'orbite lunaire; on peut alors ſuppoſer toujours que l'inclinaiſon eſt de 5ᵈ 40′, pour les *éclipſes* de ſoleil, & 5ᵈ 9′ pour les *éclipſes* d'étoiles; mais ſi l'on veut calculer l'*éclipſe* rigoureuſement, ou s'il s'agit d'une *éclipſe* d'étoile par la lune qui ait été obſervée, il faut toujours faire la proportion précédente avec les mouvemens horaires calculés à la rigueur.

Les *éclipſes* de lune ſont, comme nous l'avons dit, l'obſcurité produite ſur le diſque de la lune, par l'ombre de la terre. L'*éclipſe* totale eſt celle où la lune entiere eſt obſcurcie. L'*éclipſe* partiale eſt celle où une partie du diſque de la lune conſerve ſa lumiere. L'*éclipſe* centrale eſt celle qui a lieu quand l'oppoſition arive dans le point même du nœud; la lune traverſe alors, par ce centre même, le cône d'ombre; c'eſt pourquoi l'on appele *centrale* cette ſorte d'*éclipſe*.

Il y a des années dans leſquelles il n'arive aucune *éclipſe* de lune; telles ſont les années 1767, 1770, 1774, le nœud de la lune s'étant trouvé à 10ˢ. 11°. au commencement de janvier; mais communément il y en a pluſieurs, quelquefois quatre dans une même année.

Si la lune, au moment de ſon oppoſition vraie, eſt aſſez loin pour que la latitude ſurpaſſe 30′, l'*éclipſe* de lune ne ſauroit être totale, & ſi la latitude eſt plus grande, que 64, il ne ſauroit y avoir d'*éclipſe*, parce que l'ombre de la terre n'occupe jamais dans l'orbite de la lune plus de 47′, & le demi-diametre 17: ainſi, pour que le bord de la lune puiſſe toucher l'ombre de la ter-

Digitized by Google

re, il faut que la diſtance de leurs centres, ou la latitude de la lune, ne ſurpaſſe pas 64, ce qui ſuppoſe environ 12^d de diſtance au nœud.

On meſure les mouvemens de la lune par les arcs céleſtes qu'elle paroît décrire; il eſt donc néceſſaire de meſurer, de la même maniere, l'ombre qu'elle traverſe dans les *éclipſes*, c'eſt-à-dire, la largeur de ce cône ténébreux que la terre répand derriere elle, en interceptant la lumiere du ſoleil, comme font tous les corps opaques.

Soit *APO* le cône d'ombre que la terre produit, *Pl. d'Aſtron. Fig.* 54, *S* le centre du ſoleil, *T* le centre de la terre, *L* celui de la lune en oppoſition; *SA* le demi-diametre du ſoleil, vu ſous un angle *STA*; *TB* le demi-diametre de la terre, *LC* le demi-diametre de l'ombre de la terre dans l'endroit où la lune doit la traverſer; cette ligne *LC* eſt le rayon du cercle qui forme la ſection perpendiculaire à l'axe, du cône de l'ombre dans la région de la lune.

L'angle *CTL*, formé au centre de la terre, & qui a pour baſe le côté *CL*, eſt ce qu'on appele *demi-diametre de l'ombre*; c'eſt l'angle ſous lequel nous paroît le mouvement de la lune, ou l'arc de ſon orbite qu'elle décrit pendant la demi-durée de l'*éclipſe* centrale, c'eſt-à-dire, en traverſant l'ombre de *C* en *L*, & de *L* en *E*, pour en ſortir au point *E*.

Le triangle rectiligne *CAT*, dont le côté *AT* eſt prolongé juſqu'en *D*, a ſon angle externe *CTD*, égal aux deux angles internes oppoſés pris enſemble, c'eſt-à-dire, aux angles *BAT* & *BCT*, dont l'un eſt la parallaxe du ſoleil, l'autre celle de la lune; ainſi, l'angle *CTD* eſt égal à la ſomme des parallaxes; ſi l'on en ôte l'angle *LTD*, il reſtera l'angle *CTL*, ou le demi-diametre de l'ombre; mais l'angle *LTD* eſt égal à l'angle *ATS*, qui meſure le demi-diametre apparent du ſoleil; donc, il faut ôter de la ſomme des parallaxes le demi-diametre apparent du ſoleil, le reſte ſera le demi-diametre de l'ombre; mais il faudra encore y ajouter quelques ſecondes, pour l'atmoſphere de la terre.

Le demi-diametre de l'ombre trouvé par la regle précédente, peut varier depuis environ $37'$ $46''$ juſqu'à $46'$ $19''$; il eſt le plus grand quand la lune eſt périgée & le ſoleil apogée.

On connoît aſſez le diametre de la terre & la parallaxe de la lune, pour être ſûr de la détermination du diametre de l'ombre trouvé par la regle précédente. Cependant, quand on obſerve les *éclipſes*, on trouve conſtament que l'ombre eſt un peu plus grande que ſuivant cette regle; il eſt évident que l'atmoſphere de la terre en eſt la cauſe.

La denſité de l'air eſt aſſez forte & réfléchit aſſez de rayons pour former des crépuſcules, pour cauſer la réfraction aſtronomique, & pour afoiblir prodigieuſement la lumiere du ſoleil à l'horizon: ainſi, il n'eſt pas étonant qu'elle le ſoit aſſez pour intercepter une partie des rayons qui éclairent la lune, pour former une augmentation autour de l'ombre de la terre, & pour changer la longueur & l'intenſité du cône d'ombre. C'eſt une des cauſes qui font que l'ombre eſt mal terminée, & qu'on trouve ſouvent deux minutes de différence entre le temps du commencement d'une même *éclipſe* de lune, obſervée par differens aſtronomes. On peut voir dans les *Mémoires de l'Académie*, pour 1777, les calculs de M. du Séjour, ſur l'intenſité de lumiere des différentes parties de l'ombre.

L'augmentation que l'atmoſphere produit dans le demi-diametre de l'ombre, eſt de $20''$ ſuivant M. Caſſini, de $30''$ ſuivant M. le Monnier; mais M. le Gentil penſe qu'elle eſt de $40''$ dans les parties qui répondent à l'équateur, & de $5'$ $4''$ pour les parties qui ſont formées par la maſſe d'air plus denſe autour des poles de la terre, *Mém. Acad.* de Paris, 1755.

Enfin, d'autres aſtronomes, entr'autres M. Mayer, penſent que la correction de l'atmoſphere eſt toujours $\frac{1}{60}$ du diametre de l'ombre, ou d'autant de ſecondes qu'on a trouvé de minutes par la regle précédente. Je m'en tiens ordinairement à cette regle; elle eſt ſuffiſante à cauſe du peu de préciſion dont ces obſervations ſont ſuſceptibles. L'*éclipſe* du 18 mars 1783, obſervée avec beaucoup de ſoin, a donné $36''$ pour une ombre de 42 minutes.

Trouver les phaſes d'une éclipſe de lune. Lorſqu'on connoît l'heure de la pleine lune ou de l'oppoſition vraie, la latitude pour ce temps-là, l'inclinaiſon de ſon orbite, & le mouvement horaire relatif, on doit chercher le temps du milieu de l'*éclipſe*.

Soit *O*, *Fig.* 56 & 57, le point de l'écliptique oppoſé au ſoleil, ou le centre de l'ombre de la terre, conſidérée à la diſtance de la lune; *OG* le demi-diametre de la ſection de l'ombre, *ELS* l'orbite relative de lune; *L* le lieu de la lune au moment de l'oppoſition, *OL* la latitude de la lune, ou ſa diſtance à l'écliptique *KG*; *OM* la perpendiculaire abaiſſée ſur l'orbite relative *EMS*; au moment où l'*éclipſe* commence, la lune étant en *E*, le bord de la lune touche en *P* le bord de l'ombre; ainſi, *E* eſt le lieu de la lune au commencement de l'*éclipſe*; de même le point *S* eſt le lieu de la lune à la fin de l'*éclipſe*, ou à la ſortie de l'ombre: les triangles *MOE*, *MOS*, ſont égaux, puiſqu'ils ont un côté commun *OM*, les côtés égaux *OE* & *OS*, & qu'ils ſont rectangles; ainſi, le point *M* indique le milieu de l'*éclipſe*; au lieu que le temps de l'oppoſition arive quand la lune eſt au point *L*, qui eſt directement oppoſé au lieu du ſoleil dans l'écliptique, & ſur la ligne *OL*, perpendiculaire à l'écliptique *OG*.

Dans le triangle *LOM*, formé par le cercle de latitude *OL* & par la perpendiculaire *OM*, l'angle *LOM* eſt égal à l'inclinaiſon de l'orbite relative de la lune; on a auſſi le côté *LO*, latitude de la lune, en oppoſition; on trouvera la ligne *LM*, en faiſant cette proportion: *le rayon*

Digitized by Google

eſt au ſinus de l'inclinaiſon, comme la latitude OL eſt à l'intervalle LM. On le réduira en temps, à raiſon du mouvement horaire de la lune, en diſant : *le mouvement horaire relatif eſt à* x^h. *ou* 3600″, *comme l'eſpace LM eſt au temps qu'il y aura entre la conjonction & le milieu de l'éclipſe.* On retranchera cet intervalle de temps, du moment de l'oppoſition, ſi la latitude eſt croiſſante; on l'ajoutera au temps de l'oppoſition, ſi la latitude eſt décroiſſante, ou qu'elle aille en ſe raprochant des nœuds, comme dans la figure, & l'on aura le milieu de l'*éclipſe*.

Les mêmes quantités qui ont ſervi à trouver la différence *LM* entre la conjonction & le milieu de l'*éclipſe*, ſerviront à trouver la plus courte diſtance *OM* de l'orbite lunaire au centre de l'ombre, en faiſant cette proportion : *le rayon eſt à la latitude LO, comme le ſinus de l'angle L, ou le co-ſinus de l'inclinaiſon relative, eſt à la plus courte diſtance OM.*

Il eſt aiſé de trouver le commencement de l'*éclipſe* lorſqu'on connoît le milieu, la plus courte diſtance des centres *OM*, & le côté *OE*, qui eſt la ſomme du demi-diametre *OP* de l'ombre, & du demi-diametre *PE* de la lune; il ne reſte plus qu'un triangle *OEM* à réſoudre. Quand on aura trouvé le côté *EM* du triangle *OEM*, on dira : le mouvement horaire de la lune ſur ſon orbite relative, eſt à 1^h., comme *EM* eſt à la demi-durée de l'*éclipſe*.

Dans les *éclipſes* de lune qui ſont totales, on a encore deux autres phaſes à chercher, qui ſont l'immerſion & l'émerſion, c'eſt-à-dire, le moment où la lune entre totalement dans l'ombre, & celui où elle commence à ſortir. Soit *D*, *Fig.* 57, le lieu de la lune, à l'inſtant où elle eſt aſſez avancée dans l'ombre, pour que ſon dernier bord *N* touche le bord intérieur de l'ombre; on a un nouveau triangle *OMD*, dont l'hypoténuſe *OD* eſt égale à la différence entre le demi-diametre *ON* de l'ombre, & le demi-diametre *DN* de la lune; on cherche *MD*, qui donne la demi-durée de l'*éclipſe* totale; elle ſe retranche du milieu de l'*éclipſe*, pour avoir l'immerſion qui arive quand la lune eſt en *D*, & elle s'ajoute pour avoir l'émerſion qui arive en *V*.

Lorſqu'on a la plus courte diſtance, le demi-diametre de l'ombre *OA*, & le demi-diametre de la lune *MB*, il eſt aiſé de trouver la partie éclipſée de la lune, c'eſt-à-dire, la quantité *AC* : car *AM*, *Fig.* 56, eſt égale à *OA* moins *OM*; ſi l'on ajoute *MC*, l'on aura *AC*; donc *AC* eſt égale à $OA+MC-OM$, c'eſt-à-dire, que la partie éclipſée eſt égale à la ſomme du demi-diametre de la lune & de l'ombre, moins la plus courte diſtance. Quand la lune eſt entiérement dans l'ombre, comme dans la *fig.* 57, on appele toujours *AC la grandeur de l'éclipſe*, mais elle eſt alors de plus de douze doigts.

On obſerve dans la couleur des *éclipſes* de lune des différences conſidérables. Lorſque la lune eſt apogée, elle traverſe le cône d'ombre plus près de ſon ſommet : elle paroît alors plus rouge, plus lumineuſe que lorſque les *éclipſes* arivent dans le périgée; car dans le périgée, les rayons rompus par l'atmoſphere, qui ſe diſperſent dans le cône d'ombre, & qui en diminuent l'obſcurité, ne parvienent pas juſqu'au centre de l'ombre ou à l'axe du cône, qui eſt trop large dans ce point-là, & qui eſt plus près de la terre. Voilà pourquoi l'on a vu des *éclipſes* où la lune diſparoiſſoit entiérement; telle fut l'*éclipſe* du 15 juin 1620, ou celle du 9 de décembre 1605, dans laquelle on ne diſtinguoit pas le bord éclipſé. Kepler, *Aſtron. pars opt. page* 297, *Epitome page* 825. Hévélius, en parlant de l'*éclipſe* du 25 avril 1642, aſſure qu'on ne diſtingnoit pas, même avec des lunetes, la place de la lune, quoique le temps fût aſſez beau pour voir les étoiles de la cinquieme grandeur, Hévél. *Selenographia*, *page* 817; mais il eſt fort rare que la lune diſparoiſſe ainſi totalement dans les *éclipſes* : on s'aperçoit preſque toujours que cet aſtre eſt éclairé d'une lumiere très-foible, à la vérité, mais du moins aſſez vive pour que la lune ne diſparoiſſe pas tout-à-fait, comme il ſemble qu'elle le devroit faire dès qu'elle eſt entiérement plongée dans l'ombre de la terre, & tout-à-fait privée de la lumiere du ſoleil. Quelques auteurs, pour expliquer cette apparence, ont prétendu que cette lumiere étoit propre à la lune même, ou bien que c'étoit la lumiere des planetes & des étoiles fixes qui ſe trouvoit réfléchie par la lune; mais il eſt inutile de réfuter ces deux opinions; l'atmoſphere qui briſe & détourne continuélement de leur direction les rayons du ſoleil, ſuffit pour expliquer cette lumiere. La ſeule inſpection de la *figure* 55 ſuffit pour faire connoître de quelle maniere les rayons du ſoleil ſe répandent en partie dans l'ombre de la terre, après avoir été rompus en traverſant l'atmoſphere terreſtre.

Cette *figure* montre auſſi l'effet de la pénombre. *AGD* eſt le cône de l'ombre pleine, mais les parties *GE*, *GL*, qui ne ſont éclairées que par une portion du diſque ſolaire, ſont dans la pénombre; les parties compriſes entre *F* & *I*, ne voient point le centre du ſoleil; les rayons rompus, comme *DCH*, arivent juſque dans l'intérieur du cône d'ombre *TG*.

La lune prend même ſucceſſivement différentes couleurs dans les *éclipſes*; car l'atmoſphere étant inégalement chargée de vapeurs & d'exhalaiſons, les rayons qui la traverſent par-tout, & vont tomber ſur la lune vers *H*, ſont tantôt plus, tantôt moins abondans, plus ou moins rompus, plus ou moins ſéparés, plus ou moins dirigés par la réfraction vers l'axe de l'ombre & de la pénombre; or, ces différences ſont autant de ſources de différentes couleurs, & ces couleurs ne doivent pas être les mêmes dans tous les points de l'eſpace *MN*.

La lune s'éclipſe quelquefois en préſence du ſoleil,

Digitized by Google

leil, lorſque ces deux aſtres paroiſſent près de l'horizon, la lune à ſon lever, & le ſoleil à ſon coucher. On a vu de ces *éclipſes* horizontales en divers temps. On en avoit obſervé du moins une du temps de Pline. On en vit une autre, le 17 Juillet 1590, à Tubingue; une troiſieme à Taſcon, le 3 Novembre 1648, une quatrieme en l'île de Gorgone, le 16 Juin 1666. La lune & le ſoleil ne ſont pas alors tous deux, en effet ſur l'horizon; mais la réfraction, qui éleve les objets, élevant ces aſtres plus qu'ils ne ſont élevés effectivement, les fait paroître tous deux en même temps ſur l'horizon. D'ailleurs la lune eſt ſouvent éclipſée, ſans qu'elle ſoit exactement dans le point oppoſé au ſoleil, & dès-lors, rien n'empêche qu'on ne les voie l'un & l'autre.

Les Éclipses *de ſoleil* ſont produites par l'interpoſition de la lune qui, dans ſes conjonctions, paſſe quelquefois directement entre nous & le ſoleil. La lune nous cache alors le ſoleil en tout ou en partie. Les *éclipſes* totales ſont celles où le ſoleil paroît entiérement couvert par la lune, le diametre apparent de la lune étant plus grand que celui du ſoleil. Les *éclipſes* annulaires ſont celles où la lune paroît toute entiere ſur le ſoleil; le diametre du ſoleil paroiſſant alors le plus grand, excede de tout côté celui de la lune, & forme autour d'elle un anneau ou une courone lumineuſe; telle fut *l'éclipſe* du 25 Juillet 1748, & celle du 1 Avril 1764, que l'on vit annulaire à Cadis, à Reones, à Calais, & à Pello en Lapponie, ainſi que je l'avois annoncé dans la *Connoiſſance des mouvemens céleſtes de* 1764. Les *éclipſes* centrales ſont celles où la lune n'a aucune latitude au moment de la conjonction apparente: ſon centre paroît alors ſur le centre même du ſoleil, & l'*éclipſe* eſt totale ou annulaire, en même temps qu'elle eſt centrale.

Les plus anciens auteurs nous ont raconté comme des événemens remarquables, les grandes *éclipſes* de ſoleil. Il en eſt parlé dans *Iſaïe*, *chapitre* 13; dans *Homere* & *Pindare*; dans *Pline*, *livre II*, *chapitre* 12; dans *Denis d'Halicarnaſſe*, *livre II*. Ce dernier dit qu'à la naiſſance de Romulus & à ſa mort, il y eut des *éclipſes* totales de ſoleil, dans leſquelles la terre fut dans une obſcurité auſſi grande qu'au milieu de la nuit. Hérodote nous apprend que dans la ſixieme année de la guerre entre les Lydiens & les Medes, il ariva, pendant la bataille, que le jour ſe changea en une nuit totale. Thalès, le Miléſien, l'avoit annoncée pour cette année là; Pline, *livre II*, *chapitre* 2, parle auſſi de la prédiction de Thalès. On trouve de ſemblables *éclipſes* dans les années 431, 190 & 50 avant Jéſus-Chriſt; & dans les années après Jéſus-Chriſt 59, 100, 237, 360, 787, 840, 878, 957, 1133, 1187, 1198, 1241, 1415, 1485, 1544, 1560, Kepler, *Aſtron. pars opt. page* 290. *Riccioli Almag.*, &c. M. de la Caille & M. Pingré ont donné un catalogue de toutes les *éclipſes* de ſoleil & de lune, arivées depuis l'ere vulgaire, dans l'*Art de vérifier les dates*, ſeconde édition, *in-folio*, 1770. M. du Vaucel a prolongé le calcul juſqu'à l'an 2000, dans la troiſieme édition, en 1783. On trouve auſſi un Catalogue de toutes les anciennes *éclipſes* dans le Recueil des Tables de Berlin, *Tome II*, *page* 121, d'après Calviſius, Struyck, Ferguſon, *&c.*

C'eſt une choſe très-ſinguliere que le ſpectacle d'une *éclipſe* totale du ſoleil. Clavius, qui fut témoin de celle du 21 août 1560 à Conimbre, nous dit que l'obſcurité étoit, pour ainſi dire, plus grande, ou du moins plus ſenſible & plus frapante que celle de la nuit: on ne voyoit pas où pouvoir mettre le pied, & les oiſeaux retomboient vers la terre, par l'éfroi que leur cauſoit une ſi triſte obſcurité.

Il n'y a eu depuis très-long-temps à Paris, d'autre *éclipſe* totale que celle du 22 mai 1724: l'obſcurité totale dura 2′ $\frac{1}{2}$ à Paris. On vit le ſoleil, mercure, vénus, qui étoient ſur le même alignement; il parut peu d'étoiles, à cauſe des nuages. La premiere petite partie du ſoleil qui ſe découvrit, lança un éclair ſubit & très-vif, qui parut diſſiper l'obſcurité entiere. Le barometre ne varia point; le thermometre baiſſa un peu: mais il ſeroit difficile de dire ſi l'*éclipſe* en étoit la cauſe. L'on vit autour du ſoleil une courone blanche, mais pâle, dont on avoit parlé dans l'*Hiſtoire de l'Académie*, pour 1706.

Le roi Louis XV ayant déſiré ſavoir s'il y auroit à Paris des *éclipſes* totales dans l'eſpace de quelques années, j'engageai M. du Vaucel à ſe livrer à cette recherche; il trouva que de 1769 à 1900, en 132 ans, il y auroit cinquante-neuf *éclipſes* de ſoleil à Paris; aucune ne ſera totale; une ſeule annulaire; ce ſera celle du 9 octobre 1847. *Mém. preſentés*, &c. *tome V.*

Les *éclipſes* totales ſont actuélement des phénomenes importans pour les aſtronomes; mais juſqu'ici, on ne les avoit regardés que comme des phénomenes curieux, étonans, capables d'inſpirer la terreur, c'eſt ce qui eauſa, en 1764, la mépriſe de la Gazete de France, du lundi 19 mars, où l'on trouve l'article ſuivant, qui avoit été envoyé par un Curé de province: „ On craint que „ l'office du matin, qui doit ſe célébrer dans les „ différentes paroiſſes le dimanche, premier avril „ prochain, ne ſoit troublé par la frayeur & la „ curioſité que peut exciter parmi le peuple l'*é*„ *clipſe* annulaire du ſoleil, on a cru qu'il ne ſe„ roit pas inutile de rendre public l'avis ſuivant.

„ Les curés, tant des villes que de la campa„ gne, ſont invités à commencer, plutôt qu'à l'or„ dinaire, l'Office du IVe dimanche du carême, „ à cauſe de l'*éclipſe* totale du ſoleil qui, ſur les „ dix heures du matin, raménera les ténebres de „ la nuit. Ils ſont priés, en même temps d'aver„ tir le peuple, que les *éclipſes* n'ont ſur nous au„ cune influence, ni morale, ni phyſique, qu'elles „ ne préſagent & ne produiſent ni ſtérilité, ni „ contagion, ni guerre, ni accident funeſte, & „ que ce ſont des ſuites néceſſaires du mouvement

„ des corps céleſtes, auſſi naturels que le lever „ ou le coucher du ſoleil, ou de la lune „.

Dans l'aſſemblée de l'Académie du 21 mars, l'on parla avec ſurpriſe de cette annonce : on ne concevoit pas qu'il eût paru dans la Gazete de France, un avertiſſement où l'on confondoit une *éclipſe* annulaire avec une *éclipſe* totale, & où l'on annonçoit une obſcurité entiere, tandis que tous les almenachs evoient dû ſuffire pour prévenir la fauſſeté & l'inutilité de cette annonce ; elle avoit été démentie long-temps d'avance par les *Éphémérides* de la Caille, par la *connoiſſance des temps* que j'avois publiée, par la Carte de Madame le Paute, déja très-répandue. Il fut décidé, dans l'Académie, que comme il reſtoit encore dix jours avant l'*éclipſe*, on feroit mettre dans la Gazete un avertiſſement contraire ; il parut en effet, cinq jours avant l'*éclipſe*, dans les termes ſuivans : „ Le „ ſieur Caſſini de Thury, de l'*Académie Royale des* „ *Sciences*, a préſenté au Roi, un Mémoire ſur „ l'*éclipſe* annulaire du ſoleil, du premier avril „ prochain, d'après les obſervetions faites ſur les „ dernieres *éclipſes* du ſoleil, tant annulaires que „ totales ; il réſulte que celle du premier avril ne „ ramenera pas les ténebres de la nuit, comme on „ l'a dit dans l'avis inſéré dans le Gazete du 19 „ de ce mois „.

Mel-gré cet avertiſſement, le bruit qui s'étoit répandu dans toute le France d'une *éclipſe* totale, fit avancer l'office dans le plus grand nombre des paroiſſes, même à Paris ; l'impreſſion y étoit formée, & l'on ne tenoit nul compte du ſecond avis publié. J'entends même, vingt-ans eprès, reprocher aux Aſtronomes qu'ils ſe trompent quelquefois, puiſqu'ils avoient annoncé (pour 1764) une *éclipſe* totale qui n'a pas eu lieu. Cependant on avoit diſtribué dans Paris un nombre prodigieux d'exemplaires de deux Cartes (gravées à Paris chez Lattré) où Madame le Paute avoit tracé les phaſes de cette *éclipſe* ; on y voyoit expreſſément la figure du ſoleil débordant la lune tout autour : cele auroit bien dû ſuffire eu public pour lui apprendre qu'il ne pouvoit point y avoit d'obſcurité ; d'ailleurs les plus ſimples élémens de l'aſtronomie ſuffiſent pour ſavoir qu'une *eclipſe* ne peut être totale que ſur un petit eſpece en largeur, le lune étant bien plus petite que la terre. Cet eſpace n'étoit alors que de 50 à 60 lieues, ainſi, l'*éclipſe* n'auroit pû être totale dens toute la France : je profitai de l'occaſion d'un Mémoire qui accompagnoit une Carte de l'*éclipſe* de 1778, par M. d'Agelet, pour juſtifier les Aſtronomes, & moi en particulier, qui étois chargé pour lors de la *connoiſſance des temps*, d'où ſe tirent tous les Almanachs de Paris & du Royaume, & j'ai cru qu'il étoit utile de rapeler ici des faits qui intéreſſent l'honeur des Aſtronomes & de l'*Aſtronomie*.

Le grande difficulté qu'on trouve dans le calcul des *éclipſes* de ſoleil, conſiſte à avoir le mouvement apparent, qui varie dans tous les pays du monde, à raiſon de le parallaxe. Quand on e une fois calculé le mouvement epparent, on peut calculer le commencement, la fin & le grandeur d'une *éclipſe* de ſoleil, de le même maniere que nous evons calculé une *éclipſe* de lune. Pour trouver le mouvement apparent, il faut calculer la parallaxe de longitude & de letitude pont deux inſtans.

On peut auſſi calculer une *éclipſe* de ſoleil en cherchant la diſtance apparente du ſoleil à la lune, pour deux inſtans. La maniere la plus ſimple qu'on ait eue juſqu'à préſent, eſt celle que j'ai donnée dans les *Mémoires de l'Académie*, pour 1763 ; & plus en détail dans mon *Aſtronomie*, édition de 1771. Elle conſiſte à trouver la différence de hauteur & d'azimut entre la lune & le ſoleil, pour en conclure leur diſtance apparente ; c'eſt le terme auquel on ſe propoſe de parvenir, pour trouver le commencement & la fin d'une *éclipſe*, ou pour tracer l'orbite epparente de le lune.

Calcul d'une éclipſe. La premiere opération qui eſt néceſſaire dans ce calcul, eſt de trouver la *hauteur* du ſoleil ou de l'étoile que le luae doit éclipſer. Je ſuppoſe auſſi qu'on eit calculé par les *Tables*, pour un moment donné, la lungitode du ſulell ou de l'étoile, & la latitude de celle-el, la longitude & la latitude vraie de la lune, ſa parallaxe horizontale, la déclinaiſon du ſolell ou de l'étoile & leurs aſcenſions droites, enfin l'angle de poſition du ſoleil ou de l'étoile, & ſon engle horaire ; connoiſſant la déclinaiſon & l'engle horaire, on calculera la henteur du ſoleil, & l'engle du vertical, evec le cercle de déclinaiſon.

Le premier evril 1764, la conjonction vraie, calculée par les *Tables de la lune*, qui ſont dans mon *Aſtronomie*, & rectifiée par l'obſervaiion, eſt arivée à $10^h\ 31'\ 8''$ du matin, la latitude de la lune étant de $39'\ 38''$ boréale au mument de la conjonction ; la différence des mouvemens horaires du ſulell & de le lune en longitude, eſt de $27'\ 13''$; le mouvement horaire de la lune en latitude $2'\ 43''\frac{1}{2}$, du midi au nord, ſe parallaxe $54'\ 8''$; celle du ſoleil $8''\frac{1}{2}$. Si l'on demende à $9^h\ 10'$ du matin, la diſtance epparente des centres du ſoleil & de le lune, on cherchere la déclinaiſon du ſoleil pour cet inſtant, $4°\ 47'\ 34''$, ſa hauteur vraie $33°\ 7'\ 34''$; l'angle ZSO, *Figure* 71, du vertical ZS, avec le cercle de déclineiſon SO, $32°\ 4'\ 16''$; l'angle de poſition OPS $23°\ 0'\ 13''$; la différence AB des longitudes vraies, entre la lune A & le ſoleil S, $36'\ 47''\ 5'$, & le latitude de la lune SB, $35'\ 56''\ 4'''$ boréale. Le cercle de déclinaiſon SO eſt à ganche du vertiecl ZS, le matin dans nos régions ſeptentrionales ; mais il faut le changer ſulvant les cas, de même que le ſituation du cercle de latitude PS, qui eſt à l'orient, ou à la ganche du cercle OS de déclineiſon, toutes les fois que le ſoleil eſt dans les ſignes deſcendans : on peut, en regardant un globe céleſte que l'on aura mis à l'heure, après y avoir marqué le lieu du ſoleil, juger facilement de ces variétés dans

la ſituation des cercles ZS, PS, OS. On placera la lune à l'orient ou à gauche du cercle PS, quand la conjonction vraie ſera paſſée. Dans notre exemple, on prendra la différence des deux angles 320 4′ 16″ & 23° 0′ 13″ ; & l'on aura 9° 4′ 3″ pour l'angle parallactique ZSP.

Suppoſons la lune en A ; ſoit S le ſoleil, ou l'étoile dont on calcule une *éclipſe*, SB la latitude de la lune, BA la différence de longitude entre la lune & le ſoleil ; SA la ligne qui joint le lieu du ſoleil à celui de la lune ; l'angle ASB eſt celui que j'appele *angle de conjonction*.

La ligne BA, s'il s'agit d'une *éclipſe* d'étoile, eſt un peu plus petite que la différence de longitude priſe dans les *Tables*, & meſurée le long de l'écliptique. Pour être réduite à la région de l'étoile, il faut qu'elle ſoit multipliée par le co-ſinus de la latitude apparente de la lune. *Voyez* RÉDUCTION *des petits cercles aux grands*. J'ai donné une *Table* de la quantité qu'il faut ôter de la différence de longitude, pour avoir l'arc AB. *Connoiſſance des mouvemens céleſtes*, 1765, *page* 118. Cette quantité ne peut aller qu'à quinze ſecondes dans les plus grandes latitudes de la lune, & en ſuppoſant même AB d'un degré.

L'angle d'azimut eſt l'angle ZSA, formé au centre du ſoleil ou de l'étoile, par le vertical de l'étoile & par la ligne SA, qui va du centre de l'étoile au centre de la lune. Cet angle d'azimut ASC, ne peut ſe former que par la ſomme ou la différence des angles BSC & ASB, c'eſt-à-dire, de l'angle parallactique & de l'angle de conjonction, mais la ſituation du point A & des trois cercles dont nous venons de parler, ſuffira pour diſtinguer les deux cas. Il faut chercher auſſi l'arc AS, qui eſt la diſtance vraie de la lune au ſoleil, ou à l'étoile ; ſoit en ajoutant les carrés de AB & BS en ſecondes ; ſoit en faiſant cette proportion : le ſinus de l'angle de conjonction ASB, eſt à la différence de longitude AB, comme le rayon eſt à la diſtance AS. Cette diſtance AS, multipliée par le ſinus de l'angle d'azimut ASC, ou de ſon ſupplément, s'il eſt obtus, donnera la différence d'azimut vraie AC ; & cette même diſtance AS, multipliée par le co-ſinus de l'angle d'azimut ASC, donnera la différence de hauteur vraie SC entre le ſoleil & la lune, les points A & C étant ſenſiblement à la même hauteur.

Dans l'exemple précédent, la différence de latitude 35′ 56″ 4 eſt à la différence de longitude 36′ 47″ $\frac{1}{2}$, comme le rayon eſt à la tangente de 45° 40′ 14″, angle de conjonction ASB. Diviſant 36 47″ par le ſinus de 45° 40′ 14″, on a la diſtance vraie SA 51′ 26″. La différence entre l'angle de conjonction 45° 40′ 14″ & l'angle parallactique, eſt de 9° 4′ 4″ ; ce qui donne l'angle d'azimut ASC, 36° 36′ 11″. La diſtance vraie 51′ 26″, multipliée par le ſinus de l'angle d'azimut, donne la différence vraie d'azimut AC, 30′ 40″ 1, la diſtance vraie, multipliée par le co-ſinus du même angle d'azimut, donne la différence de hauteur SC, 41′ 17″ 3, qui ajoutée à la hauteur du ſoleil trouvée ci-deſſus, donne la hauteur vraie de la lune, d'où l'on conclura facilement ſa hauteur apparente, en ôtant la parallaxe de hauteur.

Si l'on ſuppoſe le lieu apparent de la lune en M, dans le même vertical que le lieu vrai A, en ſorte que l'arc CD du vertical du ſoleil ſoit égal à la différence des parallaxes de hauteur du ſoleil & de la lune, MD ſera la différence apparente d'azimut ; elle eſt un peu plus grande que la différence vraie AC, & c'eſt de la quantité dont les deux verticaux qui partent du zénit s'éloignent l'un de l'autre pour une différence de hauteur égale à CD. Cette ligne MD ſe trouvera très-facilement en augmentant AC dans le raport du co-ſinus de la hauteur vraie au co-ſinus de la hauteur apparente ; par ce moyen, l'on aura la différence apparente d'azimut MD entre la lune & le ſoleil, priſe dans la région de la lune. Dans notre exemple, cette différence apparente eſt 30′ 56″. Il reſte encore une correction à faire, lorſqu'on veut opérer rigoureuſement : elle conſiſte à chercher l'effet de l'aplatiſſement de la terre, ou la parallaxe d'azimut, qui fait toujours paroître la lune du côté du pole élevé ; en voici la regle. La parallaxe horizontale, multipliée par le ſinus de l'angle a de la verticale avec le rayon de la terre dans le ſphéroïde aplati, & par le ſinus de l'azimut z, donne la valeur de cette correction, ou la quantité LM, dont le lieu apparent L vu de la ſurface de la terre, eſt plus près du nord que le point M où la lune paroîtroit, ſi la terre étoit ſphérique.

La paeallaxe étant de 54′ 0″ dans l'*éclipſe* de 1764, l'angle a ſuppoſé de 14′ 49″, l'azimut de la lune 52° 53′, on a la parallaxe d'azimut p ; ſinus a. ſinus $z = 11″\ 2$, qui retranchée de 30′ 56″, différence d'azimut vue du centre de la terre, donne la différence apparente d'azimut DL, 30′ 44″ 8, telle qu'on la voit à la ſurface du ſphéroïde. *Voyez* le 9ᵉ Livre de mon Aſtronomie.

Les deux petites corrections que nous venons d'expliquer, peuvent ſe négliger dans tous les cas où il ne s'agit pas d'une obſervation déja faite, & dont on veut tirer des conſéquences rigoureuſes.

Quand on a la hauteur vraie de la lune, il s'agit d'avoir ſa hauteur apparente ; on multipliera la différence des parallaxes du ſoleil & de la lune, par le co-ſinus de la hauteur vraie de la lune, que l'on a trouvée ci-deſſus, on aura la parallaxe de hauteur à quelques ſecondes près ; cette parallaxe ſe retranchera de la hauteur vraie de la lune, pour avoir la hauteur apparente, & la différence des parallaxes horizontales multipliée de nouveau par le co-ſinus de cette hauteur apparente, donnera plus exactement la parallaxe de hauteur. On retranche de cette parallaxe la correction due à l'aplatiſſement de la terre p. ſinus a. ſinus b. co-ſinus z, b eſt la hauteur de la lune ; & l'on a exacte-

ment la parallaxe de la hauteur AL ou CD, dans le ſphéroïde aplati, calculée avec la plus grande exactitude.

La parallaxe de hauteur CD, abaiſſe la lune au deſſous du ſoleil; ainſi, l'on en retranchera la quantité CS, dont la hauteur vraie de la lune étoit plus grande que celle du ſoleil, & l'on aura la différence de hauteur apparente SD. Il y a des cas où il faut prendre la ſomme de ces deux quantités; mais la figure ſeule ſuffira pour appercevoir tous les cas, pourvu qu'on ait placé convenablement le point A & les cercles SP, SO.

Connoiſſant ainſi la différence apparente de hauteur SD, & la différence apparente d'azimut LD, on réſoudra le triangle SLD, & l'on trouvera la diſtance apparente SL. Cette diſtance fera connoître ſi l'*éclipſe* eſt commencée; & l'on en déduira le véritable commencement, en faiſant le même calcul pour un temps plus ou moins avancé de quelques minutes, comme on le verra dans l'exemple ſuivant.

Dans notre exemple, la différence de hauteur vraie entre la lune & le ſoleil 41′ 17″, étant ajoutée à la hauteur vraie du ſoleil 33ᵈ 7′ 34″, donne la hauteur vraie de la lune 33ᵈ 48′ 51″. La différence des parallaxes 54′ 0″ multipliée par le coſinus de la hauteur de la lune, donne la parallaxe de hauteur à peu près, 44′ 51″. Cette parallaxe ôtée de la hauteur vraie de la lune 33ᵈ 48′ 51″, donne ſa hauteur apparente 33ᵈ 4′ 0″. Le co-ſinus de cette hauteur apparente, multipliée par la parallaxe horizontale, donne plus exactement la parallaxe de hauteur 45′ 15″ 6; il en faut ôter la correction $p.\ ſin.\ a.\ ſin.\ b.\ coſ.\ z$, due à l'aplatiſſement, qui ſe trouvera 4″ 6, & l'on aura la véritable différence des parallaxes dans le ſphéroïde aplati 45′ 10″ 9, qui eſt égale à AM ou CD; il en faut retrancher la différence de hauteur vraie $CS = 41′\ 17″\ 3$, il reſte la différence de hauteur apparente SD 3′ 53″ 6; cette valeur de SD avec celle de DL, qui eſt 30′ 44″ 8, nous donnera l'angle de diſtance apparente 82ᵈ 47′, & la diſtance apparente des centres du ſoleil & de la lune 30′ 59″ 5. La ſomme du demi-diametre du ſoleil 16′ 0″ 8, & du demi-diametre horizontal de la lune 14′ 47″ 1, augmenté de 7″ 7, à cauſe de ſa hauteur, eſt de 30′ 55″ 6, quantité moindre de 3″ 9, que la diſtance apparente des centres; ainſi, le centre de la lune doit ſe rapprocher encore du centre du ſoleil de 4″, pour que l'*éclipſe* puiſſe commencer à Paris.

Si l'on refait un ſemblable calcul, pour un temps plus avancé de 1′, ou pour 9ʰ 11′, l'on trouvera que la diſtance apparente des centres eſt de 30′ 27″ 5, plus petite que la précédente de 22″, or 22″ : 60″ :: 4″ : 11″; donc la diſtance des centres perdoit dans l'eſpace de 11″ de temps, les 4″ dont nous l'avons trouvée trop grande; ainſi, l'*éclipſe* dut commencer à 9ʰ 10′ 11″. Il faudroit ôter $3'' \frac{1}{2}$ de la ſomme des demi-diametres, & la réduire à 30′ 56″, ſi l'on vouloit avoir égard à l'*Inflexion* des rayons qui raſent le limbe de la lune; alors la diſtance apparente ſeroit ſenſiblement la même que la ſomme des demi-diametres, ce qui annonce que le temps que nous avons choiſi, étoit celui du commencement de l'*éclipſe*. On trouveroit de même la fin à midi 10′ 1″.

Si l'on veut former l'orbite apparente de la lune, affectée de la parallaxe, pour trouver le milieu de l'*éclipſe* & le mouvement apparent de la lune, on ſe ſervira du même triangle, dont on connoît les côtés SD & DL, l'angle LSD, 82ᵈ 47′; la ſomme ou la différence de cet angle & de l'angle parallactique DSE, 9° 4′ donnera l'angle LSE, 73ᵈ 43′; l'on fera le même calcul pour la fin, la lune étant en F, & l'on aura de même l'angle FSE, qu'on ajoutera avec l'angle LSE; ainſi, l'on formera un triangle LSF, dans lequel on connoîtra LS, SF, & l'angle LSF; on cherchera le ſegment LX qui donnera le temps où la lune doit paroître en X, c'eſt le temps du milieu de l'*éclipſe*; on cherchera enſuite la perpendiculaire SX avec laquelle on trouvera facilement la grandeur de l'*éclipſe*, comme nous l'avons fait pour les *éclipſes de lune*. Mais ſi l'on veut avoir égard à la courbure de l'orbite apparente de la lune, pendant la durée de l'*éclipſe*, on recommencera le calcul pour le temps du milieu, trouvé à peu près par l'opération précédente, & l'on aura en effet, pour la diſtance apparente, 26″ de moins, qu'en ſuppoſant l'orbite rectiligne pendant trois heures.

Ce problême qui conſiſte à trouver la diſtance des centres pour un moment donné, & que nous venons de réſoudre par le calcul aſtronomique, a été donné par M. du Séjour dans les *Mémoires de l'Académie*, année 1764 & ſuivantes, avec des formules analytiques très-élégantes & très-générales, dont l'auteur a déduit la ſolution de tous les problêmes relatifs aux *éclipſes*.

Après avoir expliqué la méthode rigoureuſe de calculer les *éclipſes*, nous paſſons à une méthode graphique, par laquelle on peut trouver ſans calcul, avec la regle & le compas, les phaſes d'une *éclipſe de ſoleil* à deux ou trois minutes près, ce qui eſt très-ſuffiſant pour prédire des *éclipſes* en différens pays de la terre, & pour tous les uſages de l'aſtronomie, excepté pour le calcul d'une obſervation déja faite. Cette méthode eſt plus difficile à démontrer, mais beaucoup plus facile à exécuter que la méthode rigoureuſe que nous venons d'expliquer. La figure que l'on fait pour trouver les phaſes d'une *éclipſe*, eſt celle du globe terreſtre projeté, c'eſt-à-dire, raporté dans la région de la lune. Pour faire ſentir les raiſons & les principes de cette opération graphique, nous allons montrer la maniere dont les *éclipſes de ſoleil* arivent ſur la ſurface de la terre, dans le cas le plus ſimple, en ſuppoſant un principe qu'il ne faut pas perdre de vue, ſavoir, que le ſoleil eſt aſſez éloigné de nous, pour que les rayons qui

partent du centre du ſoleil, & qui vont aux différens points de la terre, ſoient ſenſiblement paralleles. Le point *T*, *Pl. d'Aſtron. Fig.* 64, que je ſuppoſe le centre de la terre, voit le centre du ſoleil par un rayon *TS*; le point *E* qui eſt à la ſurface de la terre, voit le centre du ſoleil par un rayon *EO*, qui ne fait avec le précédent qu'un angle de $8''\frac{1}{2}$, & qui va par conſéquent le rencontrer à 34 millions de lieues, c'eſt-à-dire à une diſtance prodigieuſe; ainſi, ce rayon eſt ſenſiblement parallele au précédent: on peut donc ſuppoſer que la ligne *EAO*, parallele à *TLS*, eſt celle par laquelle le point *E* de la terre voit le centre du ſoleil.

Si cependant l'on vouloit avoir égard à la parallaxe du ſolril, & ſuppoſer que le rayon *EO* ſe raproche de *TS* pour aller former au centre du ſoleil un angle de $8''\frac{1}{2}$, toute la différence conſiſtera à diminuer l'angle *TEA* de $8''\frac{1}{2}$, en tirant une ligne *ER* qui faſſe avec *EO* un angle *REO*, & ce ſera ſur la ligne *ER*, que le point *E* de la terre verra le centre du ſoleil. Si l'on ſuppoſe que *LA* ſoit une portion de l'orbite lunaire interceptée par les rayons *TS*, *EO*, la ligne *LA* [que nous appelons *la projection du rayon de la terre ET*, dans l'orbite lunaire, paroîtra plus petite de $8''\frac{1}{2}$, lorſqu'on voudra tenir compte de la parallaxe du ſoleil. Suppoſons que le ſoleil ſoit au point *S*, l'eſpace que les rayons *GS* & *TS* intercepteut dans l'orbite de la lune, & que nous avons appelé *la projection de la terre*, eſt vu de la terre *G*, ſous un angle *LGS* qui eſt la différence des parallaxes de la lune & du ſoleil, c'eſt-à-dire, la différence des angles *GLT* & *LSG*, mais il faut imaginer le point de concours *S* à une diſtance prodigieuſe, pour que l'angle *S* ne ſoit que de $8''\frac{1}{2}$: alors l'angle *LGS* eſt plus petit de cette quantité que l'angle *L*, & l'angle *REL* plus petit de $8''\frac{1}{2}$ que l'angle *ELT* ou ſon égal *OEL*; ainſi, la projection de la terre eſt vue ſous un angle *LEA*, ſenſiblement égal à la parallaxe de la lune.

Si la lune eſt en *L* au moment de la conjonction, l'obſervateur placé en *K*, ſur la ſurface de la terre, verra une *éclipſe* centrale de ſoleil, puiſque le centre de la lune lui paroîtra ſur le rayon *TKLS*, par lequel il voit le centre du ſoleil. Soit *AL* une portion de l'orbite lunaire, décrite avant la conjonction, en allant de *A* en *L*, ou d'occident vers l'orient; puiſque le point *E* de la terre voit le centre du ſoleil ſur la ligne *EAO*, il s'enſuit évidemment que quand la lune ſera au point *A* de ſon orbite, elle couvrira le ſoleil & formera une *éclipſe* centrale pour l'obſervateur placé en *E*, puiſqu'alors le centre de la lune & celui du ſolril lui paroîtront ſur une même ligne *EAO*.

Si la lune emploie une heure à parcourir la portion *AL* de ſon orbite, l'*éclipſe* aura lieu pour le point *E* de la terre, une heure avant qu'elle ait lieu pour le point *K*, ou pour le centre *T* de la terre, c'eſt-à-dire, une heure avant la conjonction que je ſuppoſe arivée au point *L*. L'on a d'abord quelque peine à ſe figurer le ſoleil, répondant ainſi au même inſtant à divers points de la projection pour différens lieux: mais qu'on réfléchiſſe à ce qui ſe paſſe dans une allée de jardin, où l'on ſe promene en voyant le ſoleil ſur ſa droite, toutes les ombres des arbres ſont paralleles entr'elles; quand on eſt ſur la premiere ombre, on voit le ſoleil répondre au premier arbre; quand on a fait quelques pas, on voit le ſoleil répondre à l'arbre ſuivant, & s'il y a quatre perſones en même temps qui ſoient entr'elles à la même diſtance que les quatre arbres ſont entr'eux, elles verront répondre le ſoleil aux quatre arbres différens; c'eſt ainſi que l'obſervateur qui eſt en *D*, voit le ſoleil répondre au point *C* de l'orbite de la lune ou de la projection; tandis que l'obſervateur qui eſt en *K* voit le ſoleil au point *L*, comme celui qui eſt en *F* voit le ſoleil au point *H*.

Ainſi, pour trouver la maniere dont une *éclipſe* doit paroître à différens points de la terre, il ſuffit d'en faire la projection ſur un plan *AL*, & la maniere dont l'orbite de la lune traverſera cette projection, nous montrera les circonſtances de l'*éclipſe*; nous ſerons aſſurés, par exemple, que ſi le point *E* de la terre étant projeté en *A*, la lune ſe trouve en même temps au point *A*, elle fera une *éclipſe* centrale pour l'obſervateur ſitué en *E*.

La partie *AL* de l'orbite lunaire égale au rayon *ET* de la terre, paroît ſous un angle *AEL*, égal à l'angle *ELT* qui eſt la parallaxe horizontale de la lune; ſoit auſſi la partie *ML* égale à la ſomme du demi-diametre *BM* de la lune, du demi-diametre *BA* du ſoleil, & de la parallaxe horizontale de la lune qui eſt égale à *AL*, alors le point *E* de la terre verra commencer l'*éclipſe* auſſi-tôt que la diſtance *ML* de la lune, au point *L* de la conjonction, ſera égale à la ſomme des demi-diametres du ſoleil & de la lune, & de la parallaxe horizontale de la lune, dont on aura ôté 9 ſecondes pour plus d'exactitude. De même le point *G*, le dernier & le plus oriental de la terre, verra finir entiérement l'*éclipſe*, lorſque la lune, après avoir paſſé la conjonction, ſera éloignée du point *L* de la même quantité, c'eſt-à-dire, de la ſomme des demi-diametres du ſoleil & de la lune, & de la parallaxe horizontale de la lune.

Si la lune eſt en *C*, de maniere que *AC* ſoit auſſi égal à la ſomme des demi-diametres du ſoleil & de la lune, le point *E* de la terre verra le centre *C* de la lune éloigné du centre *A* du ſoleil, de la ſomme des demi-diametres, c'eſt-à-dire, qu'il verra les bords du ſolril & de la lune ſe toucher, & l'*éclipſe* finir.

J'ai ſuppoſé juſqu'ici que l'orbite *LABM* de la lune paſſoit par la ligne *SLT*, qui joint les centres du ſoleil & de la terre, & que la lune, en conjonction, n'avoit aucune latitude; voyons ce qui arivera dans le cas où la lune, en con-

Digitized by Google

jonction, auroit une latitude. Il faut conſidérer d'abord que tout ce que j'ai dit du point *M*, doit s'entendre également de tout autre point qui ſeroit à la même diſtance du point *T* & du point *L*; ſuppoſons que la ligne *LM* (égale à la parallaxe de la lune plus la ſomme des demi-diametres du ſoleil & de la lune) tourne autour du point *L*, & décrive un cercle dont le plan ſoit perpendiculaire à *LT*, & au plan de notre figure, en ſorte que tous les points de ce cercle ſoient à égales diſtances du point *T*; ce cercle décrit ſur *LM*, eſt ce que nous appélerons le *cercle de projection*, & nous allons le conſidérer ſeul dans la ſuite de notre explication, en y raportant tout ce que nous venons de dire ſur la *figure* 64. Il eſt évident que les différens points du cercle, placé dans la région de la lune & décrit ſur *LA*, répondent aux différens points de la circonférence de la terre, de la même maniere que le point *A* répond au point *E* de la terre, & le point *L* au point *K*; chaque point de la terre a ſa projection ou ſon image à l'extrémité de la ligne, qui va tomber perpendiculairement au plan de projection dans la région de la lune.

Suppoſons une ligne *LB*, *Fig.* 58, de même longueur que la ſomme *LM* du rayon de projection & des demi-diametres du ſoleil & de la lune dans la *figure* 64. Décrivons un cercle *BCGD* ſur le plan de projection; décrivons auſſi un autre cercle *AEFR*, dont le rayon *LA* ſoit égal à la parallaxe de la lune, (dont on retranchera 9″ pour plus d'exactitude) comme *LA*, dans la *figure* 64, formoit le rayon de projection égal au rayon de la terre, & vu ſous un angle égal à la parallaxe de la lune. Lorſque la lune approchera aſſez de la conjonction pour que ſon centre vienne à ſe trouver ſur quelque point *K* de la circonférence *BCD*, l'*éclipſe* commencera pour quelque point de la ſurface de la terre.

De même, lorſque le centre de la lune ſera ſur quelque point *V* de la circonférence *AVE* du cercle de projection, le centre de la lune paroîtra répondre ſur le centre du ſoleil, & l'*éclipſe* commencera d'être centrale pour quelque point de la ſurface de la terre, c'eſt-à-dire, pour celui qui ſe trouvera directement ſous le point *V*, ou qui aura ſa projection au point *V*.

Ainſi l'on peut, par le moyen de cette figure, calculer une *éclipſe* de ſoleil pour la terre en général, ſans égard à la ſituation de chaque pays déterminé. Lorſque la lune eſt en *K*, on a le commencement; le milieu eſt en *M* & la fin en *G*. Pour connoître le temps du milieu de l'*éclipſe* générale, on ſuppoſe les mêmes calculs préliminaires, & l'on ſuit la même méthode que pour une *éclipſe* de lune. *DLAB*, repréſente une portion de l'écliptique; *L* le point où eſt le ſoleil au moment de la conjonction; *HL* la latitude de la lune; *KMG* l'orbite relative; *LM* la perpendiculaire à l'orbite. Dans le triangle *LMH* rectangle en *M*, on connoît l'angle *HLM* égal à l'inclinaiſon de l'orbite relative, & l'hypoténuſe *HL* égale à la latitude de la lune; on multipliera le côté *LH* par le ſinus de l'angle *MLH*, & l'on aura le côté *HM*; on le convertira en temps, à raiſon du mouvement horaire de la lune ſur l'orbite relative, & l'on aura l'intervalle entre la conjonction & le milieu de l'*éclipſe* générale. Pour trouver le commencement & la fin, on calculera auſſi la perpendiculaire *LM*, & l'on réſoudra le triangle *LMK*, dans lequel on connoît auſſi le côté *LK*. Pour trouver le commencement & la fin de l'*éclipſe* centrale, on réſoudra le triangle *LMV*; le procédé eſt à peu près le même que pour les *éclipſes* de lune.

Quand il s'agit de trouver quel eſt le pays de la terre qui répond au point *V* de la projection, ou à quelque autre point de l'orbite de la lune, on peut employer le calcul trigonométrique, comme je l'ai expliqué dans mon *Aſtronomie*, ou le calcul analytique, comme M. du Séjour l'a donné fort au long dans les *Mémoires de l'Académie*; mais je vais tâcher de faire ſentir, par le moyen d'un globe, la maniere dont on peut connoître facilement les phaſes d'une *éclipſe* pour les différens pays de la terre, du moins à peu près, & ſuffiſamment pour tracer les lignes des phaſes, comme dans la carte, *Fig.* 73. Pour plus de ſimplicité, je ne ſuppoſe qu'un globe terreſtre qui ait cependant au moins ſix pouces de diametre, & une regle avec deux pieds repréſentée par *GVAE*, *Fig.* 59, dont la longueur *VA* ſoit égale au diametre du globe dont on ſe ſert, & la hauteur égale au rayon du globe, ou un peu plus, afin d'être placée ſur ſon horizon *GE*; le rayon du globe doit repréſenter le rayon de la terre, ou la parallaxe de la lune, comme *LA* dans la *fig.* 64; c'eſt-à-dire, qu'il faut le ſuppoſer, par exemple, de 54′ dans notre exemple, parce que la parallaxe de la lune, dans l'*éclipſe* de ſoleil de 1764, étoit de 54′.

Pour placer ſur le globe l'orbite de la lune, il faut avoir fait une figure telle que la *fig.* 58, où la ligne *BLD* repréſente une portion de l'écliptique, & *XV* l'orbite relative, on y ajoutera une ligne *OLQ* pour repréſenter un diametre de l'équateur; en faiſant l'angle *ALO* égal à l'angle de poſition, ou au complément de l'angle de l'écliptique avec le méridien; le diametre de l'équateur ſera au midi ou au deſſous de l'écliptique à l'orient du globe, dans les ſignes aſcendans, c'eſt-à-dire, quand la conjonction arivera depuis le 21 décembre juſqu'au 21 juin. La ſomme de l'angle *ALO* & de l'inclinaiſon de l'orbite relative ou leur différence, ſuivant les cas, donnera l'angle de la perpendiculaire *LM* avec le méridien univerſel *LP*, ou le méridien du globe, que l'on ſuppoſe immobile; cet angle *PLM*, c'eſt-à-dire, l'angle de l'orbite *GK* avec l'équateur *QLO*, ou de la perpendiculaire *LM* avec le cercle de déclinaiſon *LP*, étoit de 28° 44′ en 1764. On prendra ſur la figure, avec un compas, les arcs *OV*,

Digitized by Google

QX, & l'on marquera no pareil nombre de degrés, ſur l'horizon du globe, à compter depuis les interſections de l'équateur & de l'horizon du globe, en allant du côté du nord, ſi la latitude de la lune eſt boréale ; du côté du midi, ſi elle eſt auſtrale.

On élévera le pole du globe ſur ſon horizon, du nombre de degrés que la déclinaiſon du ſoleil indiquera. Si la déclinaiſon eſt boréale, c'eſt le pole boréal qu'il faut élever ; ce ſera le pole antarctique ſi la déclinaiſon eſt méridionale. On placera le ſupport *GVAE*, *Fig.* 59, de maniere que le bord de la regle ſupérieure *VA* réponde perpendiculairement au deſſus des deux points marqués ſur l'horizon du globe ; dans cet état, cette traverſe *VA* repréſentera l'orbite de la lune, placée ſur l'horizon du globe, comme elle l'étoit ſur le cercle de projection dans la *figure* 58.

Il faut prendre encore ſur la *figure* 58, les temps de l'orbite lunaire qui répondent en *V* & en *X*, c'eſt-à-dire, au commencement & à la fin ; on les écrira ſur le ſupport *VA* que je ſuppoſe couvert d'une petite bande de papier collé, & l'on aura un intervalle *AV*, qu'on diviſera en minutes de temps, comme nous l'avons dit en parlant des *éclipſes* de lune, ou bien l'on ſe ſervira du mouvement horaire, & l'on marquera le temps du milieu de l'*éclipſe* ſur le milieu *L* de la regle, & les autres poſitions de la lune de cinq en cinq minutes ſur l'orbite *VA*.

Il ne s'agira plus que de placer le globe ſur l'heure qui lui convient : par exemple, dans l'*éclipſe* de 1764, la lune devant être en *A* à 9^h 2′ qui eſt le commencement de l'*éclipſe* centrale, on tournera le globe de maniere que Paris ſoit en *C* 2^h 58′ à l'occident du méridien du globe, ou du méridien univerſel *MP* : c'eſt ce méridien dans lequel le ſoleil eſt ſuppoſé fixe, tandis que tous les pays de la terre paſſent ſucceſſivement devant lui par la rotation du globe d'occident en orient.

Le globe terreſtre étant ainſi diſpoſé pour l'heure de Paris, il eſt auſſi placé pour tous les autres pays, & la lune étant ſuppoſée en *A*, le point *E* de la terre qui répond perpendiculairement ſous la lune, eſt celui où l'*éclipſe* paroît centrale dans ce même moment ; on n'a donc qu'à abaiſſer un aplomb du point *A*, ſi l'horizon du globe eſt bien de niveau, ou placer l'œil perpendiculairement au deſſus du point *A*, ou enfin ſe ſervir d'une petite équerre, & l'on verra ſur le globe le point *E* de la terre que l'on cherchoit perpendiculairement au deſſous de *A* ; l'on marquera la longitude & la latitude de ce point là ; ce ſera le premier point de l'*éclipſe* centrale, marqué en *A* ſur le côté gauche de la *figure* 73.

Pour connoître les derniers pays au nord & au midi qui verront l'*éclipſe*, dans le même moment, la lune étant en *A*, l'on placera en *A* le centre d'un cercle dont le rayon *AD* ſoit égal à la ſomme des demi-diametres du ſoleil & de la lune ; on pourra faire un cercle de carton, qu'on placera parallélement à l'horizon du globe, ſon centre étant en *A* ; ou bien l'on fera circuler un compas dont l'ouverture ſoit égale à la ſomme des demi-diametres, & dont une point ſoit en *A* ; on remarquera tous les points du globe qui ſe trouveront répondre perpendiculairement ſous la circonférence de ce cercle ; ce ſont ceux qui verront les bords du ſoleil & de la lune ſe toucher au même inſtant ; ceux qui ſeront les plus au nord ou les plus au midi, ne verront point d'*éclipſe*, mais un ſimple atouchement ; & en continuant à chercher ces points pour les autres inſtans de la durée de l'*éclipſe*, c'eſt-à-dire, en promenant le cercle *D* ſur l'orbite *AV*, & diſpoſant le globe pour chaque inſtant, on trouvera tous les points de la terre qui ſont ſur la ligne *BC*, *Fig.* 73, & qui ne voient qu'un ſimple atouchement des bords du ſoleil & de la lune. En diminuant le cercle *D*, *Fig.* 59, de la moitié du diametre du ſoleil, on trouvera ſur le globe les points qui doivent avoir la plus grande phaſe de ſix doigts.

Mais cette méthode, pour calculer une *éclipſe* de ſoleil, n'étant qu'un à peu près, nous allons en expliquer une où l'on peut mettre la préciſion des minutes, en employant ſeulement la regle & le compas ; mais il faut pour cela reprendre, avec plus de méthode, les principes & les propriétés de la projection orthographique.

Projeter une figure, c'eſt la raporter à un autre plan, par des lignes tirées de chaque point de la figure, à chaque point du plan. On diſtingue pluſieurs ſortes de projections, mais la plus ſimple de toutes, eſt la projection orthographique formée par des lignes perpendiculaires au plan de projection, c'eſt celle dont on ſe ſert avec avantage pour les *éclipſes* ſujetes aux parallaxes. Soit une ligne *AB*, *Fig.* 60, & un plan quelconque *PL* différent de cette ligne. Si des extrémités *A* & *B* de la ligne donnée, on abaiſſe ſur le plan *PL* des perpendiculaires *Aa*, *Bb*, l'eſpace *ab* qu'elles occuperont ſur le plan *PL* ſera la projection orthographique de la ligne *AB*, & le plan *PL* ſur lequel on a abaiſſé ces perpendiculaires, s'appélera le *plan de projection*.

La projection orthographique *ab* d'une ligne *AB*, faite ſur un plan de projection *PL*, par les perpendiculaires *Aa*, *Bb*, eſt le produit de cette ligne *AB*, par le co-ſinus de ſon inclinaiſon ; car ayant tiré *AC*, parallele à *PL*, l'angle *BAC* eſt égal à l'inclinaiſon de la ligne *AB* ſur le plan de projection *PL*, & $AC = ab$ eſt la projection de la ligne *AB* ; or *AB* : *AC* :: *R* : co-ſ. *BAC* : ainſi, le rayon eſt au co-ſinus de l'inclinaiſon comme la ligne *AB* eſt à ſa projection *AC*. Donc, ſi l'on prend le rayon pour l'unité, on trouvera que la projection d'une ligne eſt égale à cette ligne multipliée par le co-ſinus de ſon inclinaiſon, ſur le plan de projection, ou ſi l'on prend la ligne *AB* pour unité, ſa projection *AC* ſera le co-ſinus même de ſon inclinaiſon.

La projection *CK*, *Fig.* 61, d'un arc tel quel

FI, eſt égal à ſon ſinus quand on part du point qui répond à la ligne des centres. Soit la circonférence DFH du demi-cercle, dont on demande la projection, ſituée dans un plan perpendiculaire au plan de projection; toutes les lignes perpendiculaires FC abaiſſées de chaque point de la circonférence ſur le rayon CH, ſeront perpendiculaires au plan, & marqueront les projections des mêmes points; le point K ſera la projection du point I; ainſi, la ligne CK ſera la projection de l'arc FI; mais ſi C eſt le centre du cercle, CK égal à IL eſt le ſinus de l'arc FI: ainſi, les ſinus des arcs FI ſeront les projections de ces arcs, ſi l'on prend leur origine au point F, qui répond perpendiculairement au centre C.

La projection d'un demi-cercle DFH, incliné ſur le plan de projection, eſt une courbe $DGGH$, dans laquelle toutes les ordonées, comme KG, perpendiculaires à la commune ſection DH des deux plans, ſont égales chacune à l'ordonée correſpondante IK, multipliée par le co-ſinus de l'inclinaiſon des deux plans; ainſi, toutes ces ordonées ſont diminuées dans le même raport; elles forment donc une ellipſe; car l'ellipſe n'eſt autre choſe qu'un cercle dont toutes les ordonées ſont diminuées en même proportion, tandis que les abſciſſes reſtent les mêmes. Voilà pourquoi un cercle, vu obliquement, paroît ſous la forme d'une ellipſe. On ſait qu'une ligne AB, *Fig.* 62, vue obliquement d'un point O, paroît de la même grandeur que la ligne perpendiculaire $AC = AB.\ſin.\ ABC$; ainſi, dans un cercle CAD, *Fig.* 63, vu obliquement, toutes les ordonées AB, EF paroiſſent plus petites dans le même raport; or un cercle devient une ellipſe quand toutes ſes ordonées ſont diminuées dans un même raport: le cercle paroît donc une ellipſe CGD, dont le petit axe eſt au grand, comme le ſinus de l'inclinaiſon eſt au rayon; cette proportion revient au même que l'expreſſion précédente. Il eſt néceſſaire de s'acoutumer à comprendre que le cercle vu obliquement, paroît une ellipſe, ou que projeté & raporté ſur un plan par des lignes perpendiculaires, il y forme une ellipſe; car nous faiſons un uſage continuel dans l'aſtronomie de cette conſidération. Voyons actuélement de quelle maniere cette projection peut ſe tracer avec l'exactitude néceſſaire, pour calculer une *éclipſe*, & en trouver les phaſes par la ſeule figure.

Les principales lignes de la projection d'une *éclipſe* ſont repréſentées dans la *fig.* 65; ST eſt la ligne menée du centre du ſoleil au centre de la terre que nous appelons ſimplement *la ligne des centres*; IL un plan qui paſſe par le centre de la terre perpendiculairement à la ligne des centres. Ce plan forme le cercle d'illumination, & ſépare la partie éclairée IDL de la partie obſcure $LOVI$; nous allons raporter à ce plan, les différentes parties de la projection; mais tout ce que nous dirons à ce ſujet, pourra s'appliquer au plan de projection, lors même que nous le placerons dans la région de la lune, parce qu'il ſera toujours parallele au cercle d'illumination, & y formera une figure ſemblable & ſenſiblement égale. La ligne PO eſt l'axe de la terre; EQ le diametre de l'équateur, $PELOQIP$ le méridien univerſel, c'eſt-à dire, celui qui paſſe continuélement par le ſoleil, & que les différens pays de la terre atteignent ſucceſſivement par la rotation diurne du globe; ED eſt la déclination du ſoleil, ou ſa diſtance à l'équateur; l'arc PI eſt l'élévation du pole au deſſus du plan de projection: cette hauteur eſt égale à la déclinaiſon du ſoleil: car ſi des angles droits PTE & DTI l'on ôte la partie commune PD, on aura l'arc $PI = DE$ qui eſt la diſtance du ſoleil à l'équateur E, ou ſa déclinaiſon. Cette élévation du pole ſur le plan de projection, eſt auſſi égale à l'inclinaiſon de tous les paralleles terreſtres & de l'équateur EQ, par raport à la ligne des centres TS, & le complément de leur inclinaiſon par raport au plan de projection ITL.

Ayant pris depuis l'équateur, les arcs EG & QF égaux à la latitude d'un lieu de la terre, tel que Paris, on tirera la ligne GHF perpendiculaire à l'axe PO, GH qui eſt le co-ſinus de la latitude EG, ſera le rayon du parallele de Paris, ou du cercle que décrit Paris chaque jour, par la rotation diurne de la terre; & GF ſera le diametre de ce parallele. Des points G, F & H, qui ſont les extrémités & le centre du parallele de Paris, nous abaiſſerons des perpendiculaires GM, FR, HN; les points M, R, N où ces perpendiculaires rencontrent le plan de projection IL, ſeront les projections des extrémités & du centre du parallele. La diſtance TM du centre T de la projection au bord intérieur M de la projection du parallele de Paris, eſt égale au ſinus de l'arc GD, ou de la différence entre EG qui eſt la latitude de Paris, & DE qui eſt la déclinaiſon du ſoleil; la diſtance TR du centre T, de la projection à l'extrémité la plus éloignée R du parallele de Paris, eſt égale au ſinus de l'arc DF ou VF; cet arc VF eſt égal à la ſomme des arcs VQ & QF, dont l'un eſt égal à la déclinaiſon du ſoleil, & l'autre à la latitude de Paris: ainſi, la diſtance du centre de la projection au ſommet du parallele, eſt égale au ſinus de la ſomme de la latitude du lieu, & de la déclinaiſon du ſoleil.

La diſtance TN, ou l'eſpace compris entre le centre T de la projection, & le centre N du parallele, eſt le co-ſinus de l'angle HTN pour le rayon TH, ou égal à TH co-ſ. HTN; mais TH eſt le ſinus de la latitude de Paris; HTN eſt égal à l'arc PI ou à DE, c'eſt à-dire, à la déclinaiſon du ſoleil pour le moment donné, en prenant pour rayon, le rayon même de la projection, donc TN eſt le produit du ſinus de la latitude & du co-ſinus de la déclinaiſon.

Soit PCR, l'axe de la terre, *Fig.* 66, élevé au deſſus du cercle d'illumination, ou du cercle terminateur, de la quantité PCN, égale à la déclinaiſon du ſoleil. Soit $ABDE$ le cercle ou

parallele

parallele diurne de Paris; *AF*, *DG* des lignes paralleles aux rayons du ſoleil, & paralleles entr'elles. Ces lignes forment entre la terre & la lune, un cylindre oblique dont la baſe eſt un cercle, mais dont toutes les ſections perpendiculaires à l'axe ſont des ellipſes, puiſqu'elles ſont la projection d'un cercle vu obliquement.

La projection de la terre entiere dans l'orbe de la lune, ſera un cercle *MFKG* parallele & égal au cercle d'illumination de la terre: mais le parallele de Paris ou le cercle *ABDE* n'étant point parallele au plan de projection *XY*, ou à la ligne *NO*, il ne peut ſe projeter que ſous une forme elliptique. C'eſt cette ellipſe que nous allons décrire; elle eſt la même ſur le plan de projection *XY* que ſur le plan qui paſſeroit par *NO*; ainſi, tout ce que nous avons dit à l'occaſion de la *fig.* 65, aura lieu pour l'ellipſe que nous allons décrire ſur le cercle de projection qui paſſe par l'orbite lunaire.

Dans les opérations ſuivantes, il faut bien comprendre que la diſtance de la lune, au point de la projection qui repréſente un lieu de la terre, marque la diſtance apparente du ſoleil & de la lune pour ce point là: je ſuppoſe un point *A* de la terre, *Fig.* 66, projeté en *F* par un rayon *AF*; le même lieu *A* de la terre voit le ſoleil ſur la ligne *AF*; ſi le centre de la lune répond alors au point *L* de la projection, l'obſervateur ſitué en *A*, verra la lune éloignée du ſoleil de la quantité *FL*. Ainſi, le point *F* étant la projection du point *A* de la terre, c'eſt au point *F* de la projection que l'on raporte le ſoleil, quand on l'obſerve du point *A*.

Au moyen des propriétés que nous avons expliquées, & de celles de l'ellipſe, il eſt aiſé de tracer l'ellipſe de projection pour un lieu & pour un jour donné. Soit *AXB*, *Fig.* 67, le cercle d'illumination, ou le cercle de la terre qui eſt perpendiculaire au rayon du ſoleil ou à la ligne des centres; il faut ſuppoſer le ſoleil au deſſus de la figure, répondant perpendiculairement au deſſus du centre *C* de la terre. La ligne *XPDC* eſt un diametre du méridien univerſel, dans lequel on ſuppoſe le ſoleil immobile; *ACB* eſt un diametre de l'équateur, perpendiculaire au méridien univerſel; *P* eſt la projection du pole, c'eſt-à-dire, le point du plan de projection ſur lequel le pole répond perpendiculairement; on prendra les arcs *BL* & *AK* égaux à la latitude du lieu; enſuite les arcs *KM*, *KN*, *LR*, *LV*, égaux à la declinaiſon du ſoleil; on tirera les lignes, *MER NFV*, l'on aura *CE* égale au ſinus de *BR* ou de la ſomme de la latitude du lieu & de la déclinaiſon de l'aſtre; & la ligne *CF* égale au ſinus de *BV* ou de la différence des mêmes arcs. Ainſi, les points *E* & *F* ſeront les extrémités de la projection du parallele; donc l'ellipſe qui repréſente le parallele de Paris, aura *EF* pour petit axe; & diviſant *EF* en deux parties égales au point *G*, l'on aura le centre de l'ellipſe; car le centre doit être néceſſairement à égale diſtance des deux extrémités *E*, *F* du petit axe.

Il eſt vrai que le point *G* eſt différent du point *D*, par lequel paſſe le diametre *KL* du parallele de Paris; mais cela vient de ce que le cercle *AXB* ſur lequel nous avons pris les arcs *BL*, & *AK* égaux à la latitude de Paris, n'eſt pas un méridien, ni un cercle ſur lequel ſe compteut les latitudes; l'axe eſt incliné au cercle de projection; le méridien qui paſſe par *AB* eſt incliné au cercle *AXB*; le point de l'axe par lequel paſſe le parallele de Paris, eſt bien à une diſtance du centre égale à *CD*; mais ce point raporté ſur le cercle de projection, répond perpendiculairement en *G*, en ſorte que *CG* eſt égale à *CD* multipliée par le co ſinus de la déclinaiſon du ſoleil.

Mais le demi-grand axe de l'ellipſe n'eſt autre choſe que le co-ſinus de la latitude du lieu; ayant donc la grandeur de l'axe, on tirera par le centre *G* que nous avons déterminé, une ligne *SGQ* parallele & égale à *KL*, qui eſt égale au diametre du parallele de Paris; *SGQ* ſera le grand axe de l'ellipſe qu'il s'agit de décrire.

Connoiſſant le grand axe *SQ* & le petit axe *EGF* de l'ellipſe que nous cherchons, il ſera aiſé de la tracer, c'eſt-à-dire, d'en trouver tous les points d'heure en heure. On décrira ſur le grand axe un cercle *SHQO* qui repréſentera le parallele de Paris; ce cercle étant diviſé en 24 heures aux points marqués 1, 2, 3, *&c.* on ſera ſûr que chaque point *g* du parallele paroîtra ſur la ligne *gf* perpendiculaire au grand axe: car quelle que ſoit l'inclinaiſon du cercle *SHL*, & l'obliquité ſous laquelle il ſera vu, pourvu qu'il paſſe par les points *S* & *Q*, le point *g* de ſa circonférence répondra toujours perpendiculairement au point *h* du grand axe, & l'abſciſſe *Gh* de l'ellipſe ſera toujours le ſinus de l'arc *Hg* du parallele ou de la diſtance au méridien, qui eſt de 15° à une heure, & ainſi des autres.

Pour trouver auſſi l'ordonée *bb* de l'ellipſe au même point, on remarquera que la ligne *gb* étant vue obliquement, doit paroître d'une longueur *bb*, telle que *bb* ſoit à *gb* comme le co-ſinus de l'inclinaiſon du parallele eſt au rayon, ou comme le ſinus de la déclinaiſon eſt au rayon, ou enfin comme le demi-petit axe *EG* eſt au grand demi-axe *HG*; donc *HG*: *gb*:: *EG*: *bb*; ainſi *gb* étant par exemple le co-ſinus de 30° pour le rayon *HG*, *bb* ſera le co-ſinus de 30° pour le rayon *EG*. Les abſciſſes comme *Gh* de l'ellipſe, étant les ſinus de 15°, 30° 45°, *&c.* les ordonées *bb* doivent être les co-ſinus des mêmes arcs, en prenant pour rayon la moitié du petit axe; on marquera donc en partant du centre *G* les points 1, *b*, 3, tel que *G* 1 ſoit le ſinus de 15°, *Gb*, le ſinus de 30° *&c.* aux points 1, *b*, 3, *&c.* on élévera ſur *GQ* des perpendiculaires qui ſoient les co-ſinus de 15°, 30°, 45°, pour le rayon *FG*, ou *EG*, & ces perpendiculaires détermineront les points cherchés & le contour de l'ellipſe du parallele.

Pour trouver aiſément ces ſinus & ces co-ſinus, au défaut d'un compas de proportion, on décrit du centre G un autre cercle EVF ſur le petit axe; on le diviſe comme le cercle HQ en 24 parties, ou en 48, ſi l'on veut avoir les demi-heures; par les points de diviſions du grand cercle, on tire des lignes comme $g\,b\,f$ paralleles au petit axe, & par les points de diviſions du petit cercle, qui correſpondent aux mêmes heures, on tire des lignes comme $a\,b$ paralleles au grand axe, celles-ci étant prolongées vont rencontrer les premieres dans des points tels que b, & la ſuite de ces points forme l'ellipſe qu'on cherche.

Lorſqu'on a tracé une ellipſe bien diviſée, ſur un cercle de projection, comme l'ellipſe de la *figure* 68, on ſe ſert de la partie inférieure de l'ellipſe, quand la déclinaiſon eſt ſeptentrionale, & de ſa partie ſupérieure quand la déclinaiſon eſt méridionale. Mais ſoit qu'on ſe ſerve de la partie ſupérieure ou de la partie inférieure de l'ellipſe, il faut toujours conſidérer Paris, comme allant vers la gauche, c'eſt-à-dire, à l'orient dans la partie viſible du parallele, ou dans la partie qui eſt tournée vers le ſoleil ou l'étoile.

La partie droite ou occidentale de l'ellipſe ſert pour les heures du matin, dans les *éclipſes de ſoleil*; ſi c'eſt une *éclipſe* d'étoile fixe, cette partie ſert avant le paſſage de l'étoile au méridien: puiſque le mouvement de la terre ſe fait vers l'orient, ſoit ſur la terre, ſoit ſur la projection qui en eſt l'image; on marque 0^h ou 12^h aux ſommets du petit axe, lorſqu'il s'agit du ſoleil, ou bien l'on y marque l'heure du paſſage de l'étoile au méridien, lorſqu'il s'agit d'une *éclipſe* d'étoile par la lune.

Il eſt eſſentiel de marquer ſur la projection, la ſituation du cercle de latitude ou de l'axe de l'écliptique, par raport au cercle de déclinaiſon, ou au petit axe de l'ellipſe; cette poſition peut ſe trouver par le moyen du calcul de l'angle de poſition; mais, pour abréger autant qu'il eſt poſſible, on ſe ſert d'une opération graphique de la maniere ſuivante. Je ſuppoſe que FGH, *Fig.* 70, ſoit un arc du cercle de projection égal au double de l'obliquité de l'écliptique, c'eſt-à-dire, que les arcs GF & GH ſoient chacun de $23^d\,28'$; ſur la tangente GV de $23^d\,28'$ & du centre G, l'on décrira un demi-cercle VMX qu'on diviſera en 12 ſignes comme l'écliptique, en commençant au point X du côté de l'occident, où l'on marquera le bélier, ou 0^s de longitude; on prendra ſur ce cercle un arc égal à la longitude du ſoleil ou de l'étoile, par exemple XM; on abaiſſera ſur le diametre VX la perpendiculaire MN, & le point N de la tangente GNV où paſſera cette perpendiculaire MN, ſera le point où l'on devra tirer le cercle de la latitude CSN, l'angle GCS ſera l'angle de poſition.

On pourroit auſſi faire une conſtruction ſemblable pour les étoiles fixes que la lune rencontre, en ſuppoſant le co-ſinus de la latitude égal au rayon; mais celle que je viens d'expliquer peut ſuffire même pour les étoiles; l'erreur n'eſt pas de 8' de degré ſur l'angle de poſition, ce qui eſt inſenſible dans des figures d'un pied de rayon, telles que j'ai coutume de les employer. Au reſte, on trouve dans mon *Aſtronomie* ces angles calculés pour toutes les étoiles conſidérables, & j'en ai marqué pluſieurs dans la *figure* 68. On y voit que toutes celles dont la longitude eſt dans le premier ou le dernier quart de l'écliptique, c'eſt-à-dire, dans les ſignes aſcendans, ſont à la droite du méridien CS; les autres ſont à la gauche, ou à l'occident du côté du nord.

On peut maintenant, par une opération très-commode, & avec l'exactitude d'une ou deux minutes de temps, trouver le commencement & la fin d'une *éclipſe* avec la regle & le compas. On voit dans la *Figure* 68, un demi-cercle qui doit avoir au moins 6 pouces de rayon, & qui repréſente la projection de la terre dans l'orbite de la lune; le rayon CR eſt diviſé en autant de minutes qu'en contient la parallaxe horizontale de la lune; le diametre TR eſt parallele à l'équateur: CS eſt une portion du méridien univerſel ou du cercle de déclinaiſon qui paſſe par le ſoleil ou par l'étoile: CK eſt la diſtance du centre de projection au centre de l'ellipſe; KE eſt le demi-axe de l'ellipſe, KV ou KQ le demi petit axe; nous avons donné ci-deſſus la maniere de trouver toutes ces dimenſions. Cette ellipſe repréſente le parallele de Paris, ou la trace décrite ſur le plan de projection, par le rayon mené de Paris à une étoile, dont la déclinaiſon eſt de 26 degrés. On tirera le cercle de la latitude CL, ou l'axe de l'écliptique, de la maniere que nous avons indiqué; dans ce cas-ci, il eſt à la gauche du cercle de déclinaiſon, & placé pour l'étoile antarès ou $\alpha\,\mathfrak{M}$, c'eſt-à-dire, α du ſcorpion.

La latitude de la lune, au moment de la conjonction, étant priſe ſur les diviſions de la ligne CR qui ſert d'échele, & portée de C en L ſur le cercle de latitude, le point L eſt celui où doit paſſer l'orbite de la lune; on marquera au point L l'heure de la conjonction.

Pour tracer l'orbite de la lune, on tirera au point L de la conjonction une ligne LM perpendiculaire au cercle de latitude; le mouvement horaire de la lune en longitude, moins celui du ſoleil pris ſur l'échele CR ſe porte de L en M; le mouvement de latitude ſe porte de M en N parallélement au cercle de latitude; au midi du point M, ſi la lune ſe raproche du nord, & au nord ſi elle s'approche du midi; par les points N & L, on tire l'orbite de lune INL & l'on marque une heure de moins au point N qu'au point L: l'on diviſe NL en 60 minutes de temps, & l'on porte les mêmes diviſions à gauche du point L, pour avoir la ſituation de la lune de minutes en minutes, une heure avant & une heure après la conjonction. On prolonge ces mêmes diviſions plus loin ſi cela eſt néceſſaire.

Digitized by Google

On marque ſur l'ellipſe les heures du ſoleil ou de l'étoile qui répondent aux diviſions qu'on a trouvées par les regles précédentes, en décrivant l'ellipſe ; ſavoir, 6^h du matin à la droite, & 6^h du ſoir à la partie orientale ou à gauche, *&c.* s'il s'agit du ſoleil.

On prend ſur les diviſions de CR la ſomme des demi-diametres du ſoleil & de la lune, ou le diametre ſeul de la lune, s'il s'agit d'une *éclipſe* d'étoile. Le compas étant ouvert de cette quantité, on voit ſi le temps de la conjonction marqué en L, & la même minute de temps, priſe ſur les diviſions de l'ellipſe, ſont éloignés entr'eux de cette quantité des demi-diametres ; dans ce cas, le temps de la conjonction ſeroit auſſi le temps du commencement ou de la fin de l'*éclipſe* ; ce ſeroit le commencement, ſi le point trouvé ſur le parallele étoit à gauche ou à l'orient du point L ; ce ſeroit la fin de l'*éclipſe*, ſi le point de l'ellipſe, marqué de la même heure que le point L, étoit à l'occident ou à la droite du point L de l'orbite. Si cette diſtance des points correſpondans ſur l'ellipſe & ſur l'orbite de la lune, n'eſt pas égale à la ſomme des demi-diametres, on cherchera en avançant à la droite du point L, toujours avec la même ouverture de compas, une heure dans l'ellipſe & dans l'orbite de la lune qui ſatisfaſſe à cette diſtance ; alors cette heure ſera celle du commencement de l'*éclipſe* ; car on a vu que l'*éclipſe* commence pour Paris, quand la diſtance AI entre le point de la projection où Paris voit le ſoleil, c'eſt-à-dire, auquel Paris répond, & celui où ſe trouve la lune au même inſtant, eſt égale à la ſomme des demi diametres du ſoleil & de la lune. La lune avance ſur ſon orbite de I en E, & Paris dans ſon parallele de A en B, mais beaucoup plus lentement, puiſqu'il y a 12 heures pour la demi-ellipſe EVF du parallele de Paris, tandis que la lune en 2 heures ou environ, fait dans ſon orbite IL, un chemin auſſi conſidérable ; ainſi, la lune arivera de l'autre côté ou à l'orient de Paris, & ſe trouvera en E lorſque Paris ne ſera arivé qu'en B ; ſi cette diſtance BE eſt égale à la ſomme des demi-diametres de la lune & du ſoleil, & que les points B & E répondent à la même heure & à la même minute, on eſt ſûr d'avoir la fin de l'*éclipſe*.

Le milieu de l'*éclipſe* eſt à peu près le milieu de l'intervalle de temps écoulé entre le commencement & la fin : la diſtance des deux points comme D & G qui tiennent le milieu entre le commencement & la fin, l'un ſur l'orbite & l'autre ſur le parallele, donnera la plus courte diſtance des centres du ſoleil & de la lune dans le temps du milieu de l'*éclipſe*. Cette diſtance portée avec le compas ſur les diviſions du rayon CR, ſe trouvera exprimée en minutes & en ſecondes de degré. Si le point D de l'orbite eſt au deſſous ou au midi du point G du parallele, ce ſera une preuve que la lune paſſe au midi de l'autre aſtre. On trouve auſſi la plus courte diſtance des centres, ſans ſuppoſer que le milieu de l'*éclipſe* ſoit à égale diſtance du commencement & de la fin : il n'y a qu'à chercher les deux points correſpondans marqués de la même minute ſur l'orbite & ſur l'ellipſe ; le point où l'on verra que cette diſtance ne diminue plus, & où elle augmente un inſtant après, ſera auſſi la plus courte diſtance.

Pour éviter de diviſer chaque fois le rayon CR de la projection, en autant de parties qu'en contient la parallaxe, c'eſt à-dire, tantôt 54', tantôt 61', ſans compter les fractions de minutes ; on forme une échele EF, *Fig. 69*, dont les lignes ſont plus longues que le rayon du cercle qu'on veut faire ſervir de projection, lorſque la parallaxe eſt plus petite, & plus petite quand la parallaxe eſt plus grande ; c'eſt-à-dire, que le rayon de projection étant toujours ſuppoſé de 60 minutes, il faut avoir une échele où l'on puiſſe trouver toutes les parallaxes depuis 54 juſqu'à 61 minutes. Il en eſt de même du mouvement horaire & des diametres, qu'on prendra ſur cette échele plus longue, quand la parallaxe ſera plus petite.

Le demi-diametre de la lune étant toujours les $\frac{1}{11}$ de la parallaxe, ce ſera une quantité conſtante pour une figure dont le rayon ne change pas ; on prendra CH égal à $\frac{1}{11}$ de CT, & cette ligne repréſentera toujours le demi-diametre. On néglige ici l'augmentation qui a lieu, à raiſon de la hauteur de la lune ſur l'horizon.

Quand on a la plus courte diſtance GD des centres, & que l'on veut conclure la grandeur de l'*éclipſe* en doigts, il faut diviſer le diametre du ſoleil pris ſur l'échele des parallaxes en 12 doigts ou 12 parties, & porter la différence entre GD, & la ſomme des demi diametres ſur cette échele ; l'on y voit aiſément la partie *éclipſée* du ſoleil en doigts & fractions de doigts.

En décrivant d'autres ellipſes ſur la *figure 68*, pour repréſenter les paralleles de différentes latitudes, on trouve les phaſes d'une *éclipſe* pour différens pays, & c'eſt ainſi que nous avons coutume de conſtruire les figures des *éclipſes* de ſoleil dans nos éphémérides, en marquant ſur une Carte de Géographie, *Fig. 73*, les lignes des phaſes ; on y remarque ſur-tout la ſuite des pays qui devoient voir l'*éclipſe* centrale & annulaire en 1764 ; cette ligne paſſe ſur l'Eſpagne, l'Angleterre & la Norwege ; & il ne faut, pour la tracer, que voir ſur une projection, comme celle de la *figure 68*, les paralleles qui ſont coupés par l'orbite de la lune & les heures qui ſe trouvent marquées aux interſections ; cela donne les latitudes & les longitudes des différens points de la terre qui voient ſucceſſivement une *éclipſe* centrale. Par exemple, ſi l'orbite de la lune, au point marqué 2 heures, coupe le parallele de 50° au point de 3 heures, il s'enſuit que l'*éclipſe* étoit centrale ſous la latitude de 50 degrés, à 15 degrés du méridien de Paris vers l'orient. Les courbes qui forment comme un huit de chifre, & marquent le commencement & la fin de l'*éclipſe* au lever & au coucher

du ſoleil, ſe nomment courbes d'illumination; quelquefois ces courbes forment deux ovales ſéparés, ou même un ſeul ovale; celles qui ſont dans la *fig.* 73, paroiſſent ſur-tout aſſez bizâres; mais quelques conſidérations, ſur la nature du phénomene qu'elles repréſentent, feront ſentir les raiſons générales de leur forme & de leur ſituation. Les courbes du coucher ſont vers la droite, & plus orientales que celles du lever, parce que les pays qui quitent l'horizon quand l'*éclipſe* commence, ont plus de longitude, & ſont plus orientaux que ceux qui y ariveut, ou qui ont le ſoleil levant; les courbes du coucher ſont plus au nord que celles du lever, cela arive en général dans les ſignes aſcendans, ſur tout quand la lune eſt en même temps dans ſon nœud aſcendant; car alors elle va en ſe raprochant du nord, depuis le commencement juſqu'à la fin de l'*éclipſe*; les pays qui voient l'*éclipſe* à la partie orientale de la projection, *Fig.* 68, ſont plus au nord que ceux qui ont vu l'*éclipſe*, en ſe levant dans la partie droite de la projection.

Le pays ſitué en *B*, qui eſt à peu près le plus méridional de tous ceux qui peuvent voir l'*éclipſe* au ſoleil levant, ne voit qu'un contact, ou un inſtant d'*éclipſe*, & ce pays voit tout-à-la-fois, le commencement, le milieu & la fin; ainſi, les trois courbes commencent en un point *B*, qui eſt à l'occident de la figure, parce que la lune arivant par l'occident, les pays les plus occidentaux ſont ceux qui voient l'*éclipſe* les premiers.

Dans des pays un peu plus ſeptentrionaux, la lune étant un peu plus baſſe, il y a un peu plus de parallaxe, la lune mord davantage ſur le ſoleil, l'*éclipſe* y dure plus long-temps, & il ſe paſſe plus de temps entre le commencement & la fin; il y a donc plus d'eſpace entre le lieu *E* qui ſe leve quand l'*éclipſe* commence, & le lieu *F* qui ſe leve quand l'*éclipſe* finit; voilà pourquoi la courbe s'élargit & ſe renfle en *E* & en *F*; mais le point *E* qui ſe leve ou qui arive ſur le cercle terminateur, parallele au plan de projection, quand l'*éclipſe* commence eſt plus oriental que celui qui ſe leve quand l'*éclipſe* finit, & la diſtance de ces deux points, ou la largeur de la courbe, répond à la plus grande durée de l'*éclipſe*, & à la petiteſſe des degrés de longitude, qui fait que la courbe occupe moins d'eſpace; la plus grande largeur en longitude eſt à 58° de latitude. Sous le parallele de 85° 11', le ſoleil ne ſe couchoit qu'un inſtant, le premier avril 1764, donc les trois points qui ſéparent la partie droite & la partie gauche de chaque courbe, c'eſt-à-dire, où l'on voit le commencement, le milieu & la fin de l'*éclipſe* au lever, & tout-à-la-fois au coucher du ſoleil, doivent être ſur ce cercle-là; & les courbes qui marquent la ſuite de ces points, doivent toucher la circonférence de ce petit cercle, voilà pourquoi les trois courbes ſe raprochent & ſe terminent ſur ce parallele, vers le nord, ces trois points, dont l'un *G* eſt commun aux courbes du lever, & du coucher au commencement; le ſecond *H* apartient aux courbes du milieu de l'*éclipſe*, au lever & au coucher; le troiſieme *I* eſt celui du lever & du coucher à la fin de l'*éclipſe*.

La courbe de la fin au lever, coupe celle du commencement au coucher en un point *K* très-voiſin du parallele de 85° 11', parce que le pays qui, après avoir vu l'*éclipſe* commencer au coucher du ſoleil, la voit finir le lendemain matin au lever du ſoleil, a néceſſairement une nuit fort courte; il eſt par conſéquent ſitué à une latitude fort grande & fort peu éloignée de celle où le ſoleil ne ſe couche point; il eſt à 85° 3' de latitude & 270° de longitude. Il y a encore deux autres points d'interſection; en ſorte que l'on doit conſidérer ſix points, là où les figures ordinaires ſemblent n'en indiquer qu'un ſeul. On trouvera toutes ces ſingularités détaillées dans mon *Aſtronomie* & dans le Mémoire de M. du Séjour. *Mém. de l'Acad.*, 1769. On voit auſſi ſur la *figure* 73, les lignes qui marquent les différens pays de la terre où l'*éclipſe* paroiſſoit de 9 doigts, de 6, de 3, enfin ceux qui ne voyoient qu'un ſimple contact des bords du ſoleil & de la lune.

Les Éclipses d'Étoiles ſe calculent comme les *éclipſes* de ſoleil, en obſervant, 1°. que *CL*, *Fig.* 68, eſt la différence entre la latitude de la lune & celle de l'étoile; 2°. que *LN* eſt le mouvement horaire de la lune ſeule, puiſque l'étoile n'a aucun mouvement propre; 3°. que ſur les points *Q* ou *V* de l'ellipſe, on marque l'heure du paſſage de l'étoile au méridien, ou plus exactement, la différence entre ſon aſcenſion droite & celle du ſoleil, convertie en temps, pour le moment de l'*éclipſe*; 4°. que l'on prend la diſtance *IA* égale au ſeul demi-diametre de la lune. Nous allons en donner un exemple, afin de rendre le procédé plus clair. Le 7 avril 1749, antarès fut en conjonction avec la lune à 2ʰ 22' du matin; la parallaxe de la lune étoit alors de 57' $\frac{1}{4}$, ſon mouvement horaire 33' 12" en longitude, & 5' 56" en latitude décroiſſante; la latitude de la lune, au moment de la conjonction, étoit de 3ᵈ 45' 28", au midi de l'écliptique; celle de l'étoile étoit de 4ᵈ 32' 52"; ainſi, la lune étoit au nord de l'étoile de 46' 50".

Je commence par tirer l'axe de l'écliptique ou le cercle de latitude *CL*, au point qui convient à la longitude d'antarès 8ˢ 6ᵈ 16'; je prends ſur la ligne qui répond à 57' dans l'échele des parallaxes, une quantité de 46' 50", & je la porte de *C* en *L* ſur le cercle de latitude; au point *L*, je tire la perpendiculaire *LM*. Je prends ſur la même échele de 57' de parallaxe, le mouvement horaire de la lune 33' $\frac{1}{2}$, & je le porte de *L* en *M* ſur la perpendiculaire au cercle de latitude; je porte auſſi 2' au deſſous du point *M*, parce que la lune s'avançoit de 2' par heure vers le nord, & le point *N* marque le lieu de la lune, une heure avant la conjonction, à 1ʰ 22' du matin, puiſqu'elle eſt arivée au point *L* à 2ʰ 22'; je di-

Digitized by Google

viſe l'intervalle *L N* en 60 parties, & je marque la ſituation de la lune de 10 en 10 minutes. Au ſommet *V* de l'ellipſe, je marque l'heure du paſſage d'antarès au méridien de Paris 3^h 11′, & ſur les autres diviſions de l'ellipſe, 2^h 51′, *&c.* je ſubdiviſe ces intervalles de 10 en 10′, comme ſur l'orbite de le lune.

Je prends le demi-diametre de la lune, qui ſe trouve depuis C juſqu'en *H*; cette ouverture de compas ayant une pointe en *I* ſur 1^h 1′, l'autre pointe tombe au point *A* de l'ellipſe, & y rencontre auſſi une heure & une minute; ainſi, il doit ſe faire alors une *éclipſe*, la diſtance de la lune étant préciſément égale au demi diametre de la lune, ce qui ſuppoſe un contact de l'étoile & du bord de la lune.

Je promene la même ouverture de compas de l'autre côté, en avançant vers l'orient, & je trouve qu'une des pointes étant en *E* ſur 2^h 11′, l'autre pointe tombe auſſi à 2^h 51′ ſur l'ellipſe en *B*, c'eſt le moment de l'émerſion. C'eſt vers le milieu de cet intervalle, la lune étant en *D* & l'étoile en *G*, qu'eſt arivée la plus courte diſtance; on s'en aſſurera en meſurant la diſtance de minute en minute, quelques inſtans avant & après: cette plus courte diſtance *DG* étant portée ſur la ligne 57′ de l'échele des parallaxes, ſe trouvera de 6′; ce qui m'apprend que le centre de la lune a paſſé à 6′ au midi de l'étoile, vers le temps de la conjonction; cela eſt conforme à l'obſervation que je fis à Paris cette nuit-là.

Les *éclipſes* des planetes, par la lune, ſe calculent de la même maniere que celles de ſoleil ou d'étoiles; la ſeule différence conſiſte à prendre la ſomme des mouvemens de la planete & de la lune en latitude, & celle de leurs mouvemens en longitude, réduits à la région de l'étoile, ou bien leurs différences, s'ils ſont du même ſens; cela donne le mouvement relatif en longitude & en latitude, qui ſert à trouver l'inclinaiſon de l'orbite, avec laquelle on calcule l'immerſion, l'émerſion & le milieu de l'*éclipſe*, comme nous venons de faire pour l'étoile.

Les *éclipſes* des planetes, par la lune, ſont aſſez fréquentes; mercure eſt la ſeule planete que l'on puiſſe rarement obſerver, quand elle eſt cachée par la lune; je n'en connois que deux obſervations, l'une faite au Bréſil par Margraf, dans le dernier ſiecle, & une du 8 mai 1774, faite au château de Bonrepos, près de Toulouſe: ces *éclipſes* ſeroient très-utiles pour déterminer les longitudes des villes où on les obſerve.

Autres éclipſes. Les planetes ſont quelquefois aſſez proches l'une de l'autre pour s'éclipſer mutuélement; mars parut éclipſer jupiter le 9 janvier 1591; il fut éclipſé par vénus, le 3 octobre 1590, Kepler *Aſtron. pars optica*, *p.* 305. Mercure fut caché par vénus, le 27 mai 1737, *Philoſ. Tranſact. n°.* 450.

On trouve auſſi dans les ouvrages des aſtronomes, pluſieurs exemples des occultations des étoiles par les planetes. Saturne couvrit l'étoile *e* à la corne auſtrale du taureau, le 7 janvier 1679, ſuivant M. Kirch, *Miſcell. Berolin. p.* 205; jupiter, l'étoile du cancer, appelée l'*âne auſtral*, le 4 ſeptembre 241 ans avant J. C. Pound obſerva, en 1716, l'occultation de l'étoile *a* des gémeaux, *Philoſ. tranſ. n°.* 350. Le 18 janvier 272 ans avant J. C. mars couvrit l'étoile boréale au front du ſcorpion; & Gaſſendi l'a vu couvrir l'étoile qui eſt à l'extrémité de l'aile de la vierge: en 1672, il couvrit encore une étoile du verſeau. Vénus dut auſſi cacher la belle étoile au cœur du lion, le 16 ſeptembre 1574, ſuivant Mœſthlinus, & le 25 ſeptembre 1598, ſuivant Kepler, *Aſtron. pars opt. p.* 305. Riccioli, *Alm. I*, 721.

Les cometes couvrent auſſi quelquefois des étoiles fixes. Le 12 janvier 1764, je vis la comete qui paroiſſoit alors, ſortant de deſſus une étoile de 7ᵉ grandeur à la queue du cygne. Ces ſortes d'obſervations ſeroient très-curieuſes pour la théorie des cometes, ſi l'on connoiſſoit parfaitement les poſitions des petites étoiles.

On obſerve avec ſoin les *éclipſes* des ſatellites de jupiter, lorſqu'ils entrent dans l'ombre de cette planete. *Voyez* SATELLITE.

On peut regarder comme une autre ſorte d'*éclipſes* les paſſages de mercure & de vénus ſur le diſque du ſoleil, dans leurs conjonctions inférieures. *Voyez* PASSAGE.

Uſage des éclipſes. Le principal uſage des *éclipſes* de ſoleil ou d'étoiles conſiſte à trouver les longitudes des lieux où elles ont été obſervées, & à corriger les tables aſtronomiques; dans ces deux cas, il faut trouver d'abord l'heure de la conjonction par le moyen de l'obſervation. Soit *S*, *Fig.* 72, le ſoleil ou l'étoile qui eſt éclipſé; *L* la ſituation apparente du centre de la lune, par raport au ſoleil au commencement de l'*éclipſe*; *F* le lieu apparent du centre de la lune à la fin de l'*éclipſe* ou à l'émerſion; *LF* le mouvement apparent de la lune, par raport au ſoleil dans l'intervalle de la durée de l'*éclipſe*; *GHI* un arc de l'écliptique, *DSE* un parallele à l'écliptique paſſant par le centre du ſoleil ou de l'étoile; ſi *FA* eſt parallele à *DE*, l'on aura *AL* pour le mouvement relatif apparent en latitude, & *FA* pour le mouvement relatif apparent en longitude ſur un arc de grand cercle: cet arc ſe confond ſenſiblement avec le parallele à l'écliptique, mais il eſt plut petit de quelques ſecondes que l'arc *GI* de l'écliptique; ce mouvement eſt la premiere choſe qu'il s'agit de trouver.

On connoît par les tables l'heure de la conjonction vraie calculée, de même que les longitudes & les latitudes vraies de la lune, & de l'aſtre éclipſé au commencement & à la fin de l'*éclipſe*: on calcule pour les mêmes inſtans la différence des parallaxes en longitude & en latitude; on ajoute chaque parallaxe à la longitude vrale, ou bien on la retranche ſuivant les cas, & on a des longitudes apparentes ou affectées de la parallaxe,

Digitized by Google

dont la différence eſt le mouvement apparent de la lune ſur l'écliptique; on en retranche le mouvement du ſoleil, ou de l'aſtre éclipſé; s'il eſt rétrograde on l'ajoute, & l'on a la valeur de GI, mouvement relatif apparent ſur l'écliptique.

On applique de même la différence des paralaxes en latitude pour chacun des deux inſtans, à la latitude vraie de la lune calculée par les tables, on a ſa diſtance au pole boréal de l'écliptique, & l'on a les latitudes apparentes IL, GF, au commencement & à la fin de l'*éclipſe*: la différence de ces latitudes apparentes ou leur ſomme, ſi l'une étoit auſtrale & l'autre boréale, eſt le mouvement apparent de la lune en latitude; on en ôte le mouvement en latitude de l'aſtre éclipſé, ſi ſa latitude change dans le même ſens que celle de la lune, & l'on a la valeur AL; on multiplie la différence des longitudes apparentes, c'eſt-à-dire, GI, par le co-ſinus de la latitude apparente qui tient le milieu entre les latitudes IL & FG, & l'on a la valeur du mouvement FA meſuré dans la région de l'*éclipſe*. *Voyez* RÉDUCTION *des petits Cercles*. Il eſt plus petit que le mouvement ſur l'écliptique, d'une quantité dont j'ai donné la table dans la *Connoiſſance des mouvemens céleſtes pour* 1764, *pag.* 118.

Dans le triangle FAL rectangle en A l'on connoît les deux côtés FA & AL, on trouvera l'angle LFA qui eſt l'inclinaiſon de l'orbite apparente, & l'hypoténuſe FL, mouvement apparent de la lune ſur l'orbite apparente, relativement au point S qui eſt toujours ſuppoſé immobile pendant la durée de l'*éclipſe*.

Dans le triangle LSF on connoît trois côtés, le mouvement apparent FL en ligne droite, la ſomme des demi-diametres de la lune & de l'aſtre éclipſé, celui de la lune étant augmenté à raiſon de ſa hauteur ſur l'horizon, & la ſomme étant diminuée de $3'' \frac{1}{2}$ à cauſe de l'inflexion des rayons; cette ſomme des demi-diametres pour le commencement eſt SL, & pour la fin c'eſt SF. On cherchera les angles SLF & SFL, en diſant: Le grand côté eſt à la ſomme des deux autres, comme leur différence eſt à la différence des ſegmens BL & BF, formés par la perpendiculaire SB; la moitié de cette différence trouvée, étant ajoutée avec la moitié du mouvement FL, donnera le plus grand des deux ſegmens; cette demi-différence ôtée de la moitié de FL donnera le plus petit ſegment.

L'on prend le ſegment qui eſt du côté de la plus grande latitude apparente, ſoit qu'elle ſoit de même dénomination, ou de dénomination contraire; c'eſt-à-dire, que ſi dans la premiere obſervation la latitude apparente calculée IL eſt plus petite que dans la ſeconde, on ſe ſervira du rayon de la lune & du ſegment qui répondent à la ſeconde obſervation; mais ſi la latitude eſt plus grande au commencemene de l'*éclipſe*, on choiſira le ſegment qui répond au commencement; avec ce ſegment on fera la proportion ſuivante: la ſomme des demi-diametres apparens qui répond à ce ſegment, eſt au rayon des tables comme le ſegment correſpondant eſt au co ſinus de l'angle adjacent BLS ou BFS; cet angle BFS ajouté avec celui de l'inclinaiſon apparente LFA, donnera SFA complément de l'angle de la conjonction apparente, ou l'angle DSF qui répond à la plus grande latitude.

Le rayon eſt à la ſomme des demi-diametres apparens SF, qui répond à la plus grande latitude, comme le co-ſinus de l'angle DSF eſt à SD: cette quantité diviſée par le co-ſinus de la latitude HS de l'aſtre S, ſi ce n'eſt pas le ſoleil, donnera la diſtance HG à la conjonction apparente, pour celle des deux obſervations qui répond à la plus grande des deux latitudes apparentes de la lune.

On ôtera cette diſtance de la longitude vraie du ſoleil ou de l'étoile, ſi c'eſt le commencement de l'*éclipſe* auquel répond la plus grande latitude; on l'ajoutera avec la longitude vraie du ſoleil, ſi c'eſt la fin de l'*éclipſe*, & l'on aura la longitude apparente de la lune obſervée. Cette longitude apparente obſervée étant comparée à celle qu'on avoit calculée, donnera l'erreur des tables en longitude. Il pouroit ariver que l'immerſion fût après la conjonction apparente en longitude: le cas eſt rare; mais ſi l'on avoit lieu de le craindre, on pouroit s'en aſſurer en calculant par les tables ſeules & l'immerſion, & la conjonction apparente.

Le mouvement vrai de la lune par raport au ſoleil ſur l'écliptique, eſt à une heure, comme l'erreur des tables en longitude eſt à un nombre de ſecondes de temps qu'on ôtera de l'heure de la conjonction calculée par les tables, ſi l'on a trouvé par obſervation une longitude plus grande que par les tables, & l'on aura l'heure de la conjonction obſervée; c'eſt ce qu'il falloit trouver.

Il eſt toujours utile de trouver également la conjonction & l'erreur des tables, par le moyen de l'autre triangle SBL, qui eſt du côté de la plus petite latitude, en prenant l'autre ſegment, & l'autre ſomme des demi-diametres, & en prenant la différence des deux angles, dont on a pris la ſomme dans le premier calcul. Le réſultat doit être exactement le même, puiſque les deux obſervations du commencement & de la fin n'en font qu'une ſeule pour la détermination de la longitude & de la latitude de la lune.

Le triangle SDF qui a ſervi à trouver la différence de longitude apparente SD, ſert auſſi à trouver la différence des latitudes apparentes, c'eſt-à-dire, FD, qu'on ajoute avec la latitude de l'étoile S, ſi celle de la lune F qu'on a calculée par les tables, a été trouvée plus grande que celle de l'étoile, & l'on aura la latitude apparente de la lune, qui, comparée avec celle qu'on a tirée des tables, fera connoître l'erreur des tables en latitude.

Il peut ariver un cas où l'on ſeroit embaraſſé

Digitized by Google

de ſavoir ſi le point F eſt plus ou moins éloigné de l'écliptique GI que le point D, c'eſt le cas où la différence FD des latitudes apparentes de la lune & de l'étoile ne ſeroit que d'environ 30″ dans chacune des deux obſervatioos ; l'erreur des tables laiſſant à peu près une incertitude de 30′, on ne ſauroit pas ſi le centre de la lune paſſe au nord ou au midi de l'aſtre S : dans ce cas, le commencement & la fin d'une *éclipſe* ne ſuffiroient pas pour déterminer la latitude ; il faut y ſuppléer ou par la grandeur de l'*éclipſe*, s'il s'agit du ſoleil, ou par la différence de déclinaiſon obſervée entre la lune & l'étoile avant l'immerſion & après l'émerſion ; dans ce cas-là, il faudroit calculer la longitude & la latitude apparente de la lune pour le moment de l'obſervation, en conclure l'aſcenſion droite & la déclinaiſon apparente, les comparer à celles qu'on auroit obſervées ; on jugeroit ſi la lune eſt plus au nord ou au midi par l'obſervation, que par les tables.

Les préceptes que nous venons de donner pour trouver la conjonction vraie, ſuffiſent à ceux qui ont déja l'habitude de ces ſortes de calculs ; les autres auront beſoin de ſe fortifier par quelques exemples : en voici un en abrégé.

Le 6 avril 1749, l'étoile antarès fut éclipſée par la lune à Berlin à $14^h\ 6'\ 19''$ de temps vrai ; elle reparut de l'autre côté de la lune à $15^h\ 12'\ 54''$. Le même jour, j'obſerval l'immerſion à Paris à $13^h\ 1'\ 20''$; je me propoſe de chercher la différence des méridiens entre Paris & Berlin, par la comparaiſon de ces obſervations. Il faut déja connoître à peu près la différence des méridiens que l'on cherche, ou bien le premier calcul ne ſera qu'une approximation ; & on le recomencera, pour trouver le même réſultat une ſeconde fois avec plus de préciſion. Par exemple, ſi je n'avois aucune idée de la longitude de Berlin, je prendroit l'intervalle entre les heures de l'immerſion à Paris & à Berlin, qui eſt $1^h\ 4'\ 59''$ que je ſuppoſerois la différence de deux méridiens ; mais, ſachant dès-à-préſent que cette différence n'eſt pas fort éloignée de $44'\ 15''$, je me ſuis ſervi de cette connoiſſance.

J'ai réduit au méridien de Paris les deux obſervations de Berlin, en temps moyen, & j'ai calculé pour ces deux inſtans les lieux du ſoleil, les longitudes & les latitudes vraies de la lune, les parallaxes, & enfin les longitudes & les latitudes apparentes de la lune à Berlin.

Le mouvement apparent en latitude dans l'eſpace de $1^h\ 6'\ 35''$, qu'a duré l'occultation à Berlin, c'eſt-à-dire, AL, eſt de $15''\ 5$, dont la latitude apparente croiſſoit : le mouvement apparent en longitude ſur l'écliptique étoit de $27'\ 8''\ 4 = GI$, & $27'\ 3''\ 1$ dans la région de l'étoile ſur un grand cercle FA ; par-là on trouve l'angle AFL de $3'\ 50''$ & le côté FL, ou le mouvement apparent de la lune ſur ſon orbite apparent $27'\ 3''\ 1$.

Le diametre horizontal de la lune étant $31'\ 17''$, le demi-diametre apparent, diminué à raiſon de l'inflexion, eſt de $15'\ 36''\ 9 = SL$ pour le premier inſtant, & de $15'\ 37''\ 3 = SF$ pour la fin. Ayant abaiſſé du centre S de l'étoile une perpendiculaire SB ſur la ligne FL qui joint les deux lieux apparens, les ſegmens ſeront de $13'\ 31'' = BL$ & $13'\ 31''\ 38 = BE$, on cherchera l'angle BLS ; on en ôtera l'angle AFL ou CLF de $3'\ 50''$, & l'on aura l'angle SLC. Dans le triangle ESL, on connoît SL & l'angle ESL, on trouvera SE de $13'\ 35''\ 7$, qui diviſé par le co ſinus de la latitude apparente LI, donnera la diſtance à la conjonction HI ſur l'écliptique $13'\ 38''\ 4$. Cette diſtance HI eſt à l'occident de l'étoile, & précede la conjonction apparente, puiſqu'il s'agit de l'immerſion, & que la lune étoit moins avancée ; mais la parallaxe de longitude faiſoit paroître la lune plus avancée vers l'orient, parce que la longitude de la lune étoit plus grande que celle du nonagéſime ; ainſi, le vrai lieu de la lune étoit encore plus éloigné que le lieu apparent : il faut ajouter la parallaxe de longitude avec la diſtance à la conjonction apparente, & l'on aura $32'\ 59''\ 8$ pour la diſtance de la lune à la conjonction vraie en minutes de degrés comptées ſur l'écliptique, ce qui fait $0^h\ 59'\ 37''$, à raiſon de la différence des mouvemens vrais de la lune & du ſoleil. Les $59'\ 37''$ ſont la différence entre l'obſervation & la conjonction vraie : or l'immerſion avoit été obſervée à $14^h\ 6'\ 19''$; donc le temps vrai de la conjonction étoit à $15^h\ 5'\ 56''$, au méridien de Berlin.

Pour vérifier le calcul précédent, il eſt bon de chercher auſſi la conjonction par l'émerſion de l'étoile & dans cet exemple on trouve la diſtance à la conjonction apparente GH, meſurée ſur l'écliptique de $13'\ 30''\ 0$, dont la lune étoit plus orientale que l'étoile ; mais la parallaxe de longitude la faiſoit paroître plus avancée, & le lieu apparent étoit plus oriental que le lieu vrai de $9'\ 38''\ 6$; donc il reſte $3'\ 51''\ 4$, dont la lune avoit réellement paſſé ſa conjonction vraie avec l'étoile, ce qui fait en temps $6'\ 58''$: cet intervalle étant ôté de l'heure de cette ſeconde obſervation $15^h\ 12'\ 54''$, on trouve le temps vrai de la conjonction vraie à $15^h\ 5'\ 56''$, auſſi-bien que par la premiere.

Pour connoître la vraie latitude de la lune par cette obſervation, l'on cherchera auſſi les côtés DF & EL, par le moyen des triangles DSF & LSE ; on trouvera $DE = 7'\ 56''$, & $EL = 7'\ 41''$; on ajoutera ces quantités à la latitude de l'étoile $4^d\ 32'\ 12'' = IE = GD$, & l'on aura les latitudes apparentes de la lune IL, GF, $4^d\ 39'\ 12''$, & $4^d\ 40'\ 8''$: on ôtera les parallaxes de latitude $52'\ 52''$, & $55'\ 16''$, parce que la latitude auſtrale de la lune étoit augmentée par la parallaxe, & l'on aura $3^d\ 47'\ 0''$ & $3^d\ 44'\ 52''$, par les latitudes vraies de la lune IM & GN conclues de l'obſervation plus petites de $18''$ que par les tables. On remarquera en paſſant que l'orbite vraie MN de la lune ſe raptoche ici de l'éclipti-

que, quoique l'orbite apparente *L F* s'en éloigne par l'effet de la parallaxe.

Il s'agit de trouver auſſi la conjonction vraie de la lune à l'étoile par l'obſervation de Paris, en faiſant à peu près la même opération que pour Berlin, & l'on trouve le temps vrai de la conjonction à $14^h\ 21'\ 46''$: la différence entre cette conjonction & celle de Berlin qui eſt arivée à $15^h\ 5'\ 56''$, donne la différence des méridiens de $0^h\ 44'\ 10''$, & par raport à l'obſervatoire royal $0^h\ 44'\ 12''$.

Les *éclipſes* des principales étoiles ſont les plus utiles de toutes pour la théorie de la lune & la détermination exacte des longitudes des villes ; Aldebaran en ſuppoſant 45' de parallaxe en latitude, doit être éclipſé lorſque le nœud de la lune eſt vers $4^s\ 13°$ ou 6^s de longitude, comme en 1680, 1700, 1718, 1755, 1773. Lorſque le nœud eſt vers $0^s\ 6°$ & $7,\ 5°$, comme en 1745, 1753, 1764, c'eſt l'épi de la Vierge. À $0^s\ 19°$ & $9'\ 23°$ c'eſt Antarès, comme en 1709, 1749 & en 1766 : enfin à 4 ſignes 13° & $11^s\ 10°$, le cœur du lion fournit des *éclipſes* fréquentes, comme en 1683, 1747 & en 1765 & 1776 ; mais la plupart de ces *éclipſes* nous échapent ou par les mauvais temps ou par l'heure où elles arivent. Les *éclipſes* des étoiles de ſeconde & de troiſieme grandeurs, ſont un peu plus fréquentes, mais elles ne ſont pas ſi faciles à obſerver avec exactitude.

Cette maniere de déterminer les longitudes des différens pays de la terre par la conjonction vraie calculée pour les deux pays, eſt la plus exacte que nous ayons ; le ſeul inconvénient qu'on y trouve, eſt la longueur du calcul qu'elle exige ; c'eſt un très-grand obſtacle, à cauſe du peu de perſones qui s'occupent de ces recherches. Cependant depuis vingt ans on a appliqué cette méthode à un grand nombre d'obſervations. *D. L.*

ÉCLIPTIQUE, *eclipticus*, pris adj. (*Aſtronomie*) ſe dit de ce qui apartient aux éclipſes.

Toutes les nouveles & pleines lunes ne ſont pas *écliptiques*, c'eſt-à-dire, qu'il n'arive pas des éclipſes à toutes les nouveles & pleines lunes. *Voyez-en la raiſon au mot* ÉCLIPSE.

Termes écliptiques, *termini ecliptici*, limites des éclipſes, ſignifie l'*eſpace d'environ quinze degrés*, à compter des nœuds de la lune, dans lequel, quand la lune ſe trouve en conjonction ou en oppoſition avec le ſoleil, il peut y avoir une éclipſe de ſoleil ou de la lune, quoiqu'elle ne ſoit pas préciſément dans les nœuds.

Doigts écliptiques, ſont les douziemes parties du ſoleil ou de la lune qui ſervent à exprimer la grandeur d'une éclipſe.

ÉCLIPTIQUE, ſub. f. ſe dit plus particuliérement d'un cercle ou d'une ligne ſur la ſurface de la ſphere céleſte, que le centre du ſoleil paroît décrire chaque année par ſon mouvement propre.

Dans le ſyſtême de Copernic, qui eſt aujourd'hui démontré, le ſoleil eſt immobile au centre du monde : ainſi, c'eſt proprement la terre qui décrit *l'écliptique* ; mais il revient au même quant aux apparences, que ce ſoit la terre ou le ſoleil qui la décrive.

L'écliptique eſt donc réellement *l'orbite terreſtre*, *l'orbite annuele*, ou *le grand orbe*, en tant qu'on la regarde comme la trace que la terre décrit par ſon mouvement annuel. Elle eſt diviſée en douze ſignes ou parties égales, dont on verra les noms à l'*article* ZODIAQUE, & la terre parcourt environ un ſigne par mois. *L'écliptique* a auſſi un axe qui eſt perpendiculaire à ce grand cercle, & qui eſt différent de l'axe du monde ou de l'équateur, & les extrémités de cet axe s'appelent *les poles de l'écliptique*.

On appele *nœuds* les endroits où l'*écliptique* eſt coupée par les orbites des planetes.

L'écliptique eſt ainſi nommée, à cauſe que toutes les éclipſes arivent quand la lune eſt dans ou proche les nœuds, c'eſt-à-dire, proche de l'*écliptique*. *Voyez* ÉCLIPSE.

L'*écliptique* eſt placée obliquement par raport à l'équateur, qu'elle coupe en deux points, c'eſt-à-dire, au commencement du bélier & de la balance, ou dans les points équinoxiaux : ainſi, le ſoleil eſt deux fois chaque année dans l'équateur : le reſte de l'année il eſt du côté du nord ou du côté du ſud. Ces points *équinoxiaux* ne ſont pas fixes, mais rétrogradent d'environ $50''\frac{1}{2}$ par an. *Voyez* PRÉCESSION.

L'obliquité de l'*écliptique*, ou l'angle qu'elle fait avec l'équateur, eſt d'environ $23°\ 28'$: les points de la plus grande déclinaiſon de chaque côté s'appelent *points ſolſtitiaux*, ce ſont ceux par leſquels paſſent les deux tropiques.

L'obliquité de l'*écliptique* diminue de 33 ſecondes par ſiecle. *Voyez* OBLIQUITÉ. Elle a auſſi un mouvement de nutation de 9" que M. Bradley a obſervé. *Voyez* NUTATION. (*O*).

ÉCLUSE, du mot Latin *excludere*, empêcher, *en Hydraulique*, ſe dit généralement de tous les ouvrages de maçonerie & de charpenterie qu'on fait pour ſoutenir & pour élever les eaux ; ainſi, les digues qu'on conſtruit dans les rivieres pour les empêcher de ſuivre leur pente naturele, ou pour les détourner, s'appelent *des écluſes* en pluſieurs pays : toutefois ce terme ſignifie plus particuliérement une eſpece de *canal* enfermé entre deux portes ; l'une ſupérieure, que les ouvriers nomment *porte de tête* ; & l'autre inférieure, qu'ils nomment *porte de mouille*, ſervant dans les navigations artificiele à conſerver l'eau, & à rendre le paſſage des bateaux également aiſé en montant & en deſcendant, à la différence des pertuis qui n'étant que de ſimples ouvertures laiſſées dans une digue, fermées par des aiguilles apuiées ſur une briſe, ou par des vannes, perdent beaucoup d'eau, & rendent le paſſage difficile en montant, & dangereux en deſcendant. Voyez *l'Architecture hydraulique* de M. Belidor.

ÉCLUSÉE

ÉCLUSÉE, ſ. f. (*Hydraul.*) eſt le terme du temps que l'on emploie à remplir d'eau le ſas d'une écluſe pour faire paſſer les bateaux; on dit de cette maniere qu'on a fait tant d'*écluſées* dans l'eſpace d'un jour; & que la manœuvre qui ſe fait dans une écluſe eſt ſi facile, qu'on y peut faire tant d'*écluſées* par jour. *Voyez* ÉCLUSE & CANAL. (*K*).

ÉCLUSIER, ſ. m. (*Hydraul.*) eſt celui qui gouverne l'écluſe, & qui a ſoin de la manœuvrer quand il paſſe des bateaux qui montent ou qui deſcendent le canal de l'écluſe. Ce métier demande un homme entendu, qui ſache ménager ſon eau de maniere qu'il s'en dépenſe le moins qu'il peut à chaque écluſée, pour en avoir ſuffiſamment pour fournir à tous les bâtimens qui ſe préſentent dans le courant du jour. (*K*).

ÉCOLE, *terme de Jeu*: on fait une *école* au trictrac, quand on ne marque pas exactement ce que l'on gâgne; je dis *exactement*, parce qu'il faut marquer ce que l'on gâgne, qu'il ne faut marquer ni plus ni moins, & qu'il faut le marquer à temps. Si vous ne marquez pas ce que vous gâguez, ou que vous ne le marquiez pas à temps, votre adverſaire le marque pour vous; ſi vous marquez trop, il vous démarque le trop & le marque pour lui; ſi vous ne marquez pas aſſez, il marque pour lui ce que vous oubliez. On renvoie point à l'*école* de l'*école*. *Voyez* TRICTRAC.

ÉCOULEMENT, ſ. m. (*Hydraul.*). On déſigne ſous le nom général d'*écoulement* la quantité de fluide qui paſſe, en un certain temps, par l'orifice d'un vaſe, par un pertuis d'écluſe, &c.

I. Dans la pratique, on a ſouvent beſoin de connoître la quantité d'eau qui ſort d'un vaſe, en un certain temps, par un orifice infiniment petit. Nous allons donc commencer par ce cas; nous déterminerons enſuite l'*écoulement* par un orifice de grandeur quelconque.

II. Soit *ADEC*, *Pl. Hyd. Fig.* 22, un vaſe de figure quelconque, dans le fond duquel on a pratiqué l'orifice infiniment petit *DE*; que le fluide contenu dans ce vaſe s'écoule par l'orifice *DE*. Concevons que la maſſe fluide *ADEC* ſoit partagée en une infinité de tranches égales, telles que *MNnm*, par des plans horizontaux; il eſt évident que toutes les tranches, qui ſe ſuccedent les unes aux autres de proche en proche, peuvent être conſidérées comme des priſmes qui, étant égaux (*hyp.*), ont des hauteurs réciproquement proportionelles à leurs baſes; d'où il réſulte que les viteſſes des tranches compriſes dans l'intérieur du vaſe ſont nulles par raport à la viteſſe de la tranche qui ſort actuélement de l'orifice, & que par conſéquent la tranche de l'orifice eſt chaſſée par tout le poids de la colonne qui lui répond verticalement. Ainſi la viteſſe, at ſortir de l'orifice, eſt la même que celle d'un corps grave qui ſeroit tombé de la hauteur de l'eau au deſſus de l'orifice. *Voyez*, pour un plus ample dévelopement, mon *Hydrodynamique*, *tom. I*, *p.* 249.

III. Cela poſé, cherchons d'abord une équation qui exprime la relation entre la quantité d'eau qui ſort par l'orifice *DE*, le temps de l'*écoulement*, & la hauteur du fluide dans le réſervoir; en ſuppoſant que le vaſe reçoive par une effuſion latérale autant d'eau qu'il en perd par l'orifice *DE*, & que par conſéquent la hauteur *KD* du fluide dans le réſervoir demeure conſtante pendant la durée de l'*écoulement*.

Nommons *K* l'aire *DE*, *t* le temps de l'*écoulement*, *h* la hauteur conſtante *DK* de l'eau dans le réſervoir, *Q* la quantité d'eau écoulée pendant le temps *t*, θ le temps qu'un corps grave mettroit à tomber d'une hauteur *donnée a*. Il ſuit de la théorie du mouvement uniformément accéléré, (*Voyez* ACCÉLÉRÉ), que ſi l'on fait cette propotion $\sqrt{a} : \sqrt{h} :: \theta :$ un quatrieme terme, ce quatrieme terme $\frac{\theta\sqrt{h}}{\sqrt{a}}$ eſt le temps qu'un corps grave mettroit à tomber de la hauteur *h*; & que, durant le même temps, il doit ſortir une colonne fluide qui a l'aire *K* pour baſe, & 2*h* pour hauteur, la hauteur *h* étant conſtante, & produiſant par conſéquent une viteſſe conſtante au ſortir de l'orifice: ainſi, la colonne ou quantité de fluide qui ſort pendant le temps $\frac{\theta\sqrt{h}}{\sqrt{a}}$ eſt exprimée par $2Kh$. Il eſt évident d'ailleurs que les quantités de fluide qui ſortent, avec la même viteſſe, pendant les temps $\frac{\theta\sqrt{h}}{\sqrt{a}}$ & *t*, ſont entr'elles comme ces temps. On aura donc, $\frac{\theta\sqrt{h}}{\sqrt{a}} : t :: 2Kh : Q$, & par conſéquent $\theta Q = 2tK\sqrt{ah}$; ce qui eſt la formule cherchée.

Des ſix quantités que cette formule renferme, deux, ſavoir θ & *a*, ſont toujours conſtantes & données; l'expérience apprend que ſi l'on ſuppoſe $\theta = 1$ ſeconde, *a* eſt de 15 pieds, à très-peu de choſe près. Les quatre autres quantités *K*, *t*, *h*, *Q*, peuvent varier, & on voit que trois d'entr'elles étant données, on connoîtra la quatrieme. On doit avoir ſoin de corriger l'aire *K* de l'orifice, relativement à l'effet de la contraction de la veine fluide. *Voyez* CONTRACTION & ADDITIONEL.

Cette même formule donne la ſolution de toutes les queſtions que l'on peut propoſer ſur l'*écoulement* des eaux qui ſortent des vaſes où elles ſont contenues, par des orifices infiniment petits, ou par des orifices phyſiquement très-petits. Ces orifices peuvent avoir telle poſition que l'on voudra par raport à l'orifice: pourvu que la hauteur du fluide, qui leur répond, ſoit la même, l'*écoulement* ſera le même.

IV. Conſidérons en ſecond lieu l'*écoulement*, toujours par l'orifice infiniment petit *DE*, mais

en ſuppoſant que le vaſe ſe vide, ſans recevoir de nouvele eau; en ſorte que la hauteur du fluide dans le réſervoir diminue continuélement. Alors la ſurface du fluide étant ſuppoſée parvenue, au bout d'un temps t, dans la poſition indéterminée MN: ſi l'on nomme b la hauteur primitive & donnée KD; x la partie variable KP; X, la ſection MN, laquelle eſt une fonction de x, dépendante de la figure du vaſe; K l'aire de l'orifice; t le temps employé par la ſurface du fluide à parvenir de AC en MN; θ le temps de chute d'un corps grave de la hauteur *donnée* a; il eſt évident, par l'article précédent, que la hauteur PD pouvant être regardée comme conſtante pendant le temps élémentaire dt, la quantité élémentaire d'eau qui ſort eſt exprimée par $\frac{2K\,dt\sqrt{(a(b-x))}}{\theta}$. Or cette même quantité $=MNnm=X\,dx$. On aura donc $dt=\theta\times\frac{X\,dx}{2K\sqrt{a}.\sqrt{(b-x)}}$, équation d'où l'on tirera la relation entre le temps t & la hauteur variable x. *Voyez* CLEPSYDRE.

Je paſſe à la théorie des *écoulemens* par des orifices de grandeur quelconque.

V. Il eſt conſtant, par l'expérience, que lorſqu'un fluide s'échape d'un vaſe par une ouverture, ſa ſurface demeure toujours horizontale, du moins juſqu'à ce qu'elle ſoit arivée fort près du fond. Delà pour déterminer les *écoulemens* par des ouvertures horizontales de grandeur quelconque, la plupart des auteurs d'*Hydraulique* font deux hypotheſes générales; l'une qu'en imaginant le fluide partagé en une infinité de tranches horizontales, ces différentes tranches s'abaiſſent paralélement à elles-mêmes; l'autre que la viteſſe de chaque tranche ne varie point en direction, c'eſt-à-dire, que tous les points d'une même tranche ont une même viteſſe verticale.

La premiere ſuppoſition paroît une ſuite néceſſaire de l'expérience citée. Car puiſque la premiere tranche conſerve ſon paralléliſme, il ſemble que la continuité du fluide & la force d'adhérence réciproque de tous ſes points, demandent que de proche en proche toutes les autres tranches s'abaiſſent paralélement à elles-mêmes. D'ailleurs les mêmes cauſes qui tendent à entretenir le paralléliſme de la premiere tranche paroiſſent devoir agir ſur les tranches intérieures, & y produire les mêmes effets, du moins à peu près. Quant à la ſeconde hypotheſe, elle ne peut pas être rigoureuſement exacte, lorſque le vaſe n'eſt pas priſmatique & vertical. Car les particules contiguës aux parois doivent néceſſairement en ſuivre la direction. Or ſi ces mouvemens ne ſont pas verticaux, ils doivent produire quelques altérations dans le mouvement vertical des particules voiſines. Mais comme le nombre des particules d'une tranche qui touchent les parois, eſt infiniment petit par rapport au nombre des autres particules de la même tranche, on peut ſuppoſer légitimement, ou ſans craindre d'erreur ſenſible, que les altérations dont nous venons de parler ſont comme nulles, & que tous les points d'une même tranche ont la même viteſſe verticale.

Voilà à peu près les raiſons ſur leſquelles on établit les deux hypotheſes propoſées. Elles ſont certainement très-admiſſibles pour la partie ſupérieure du vaſe. Il n'en eſt pas tout-à-fait de même pour celle qui avoiſine l'orifice. Car dans cette derniere partie les points fluides ſe dirigent de tous côtés vers l'orifice ſuivant des mouvemens obliques; & on ne peut pas ſuppoſer que les mêmes particules individueles forment une même tranche horizontale, dont tous les points s'abaiſſent verticalement. Ainſi, il eſt impoſſible que l'*écoulement* déterminé ſuivant les deux hypotheſes dont il s'agit, puiſſe être exactement conforme à l'expérience. Mais on ſent d'un autre côté, que les erreurs de la théorie doivent ſuivre, du moins à peu près, la même loi dans tous les cas. Si l'on a donc ſoin de conſtater ces erreurs par quelques expériences, & de dreſſer en conſéquence de petites tables de correction, rien n'empêchera d'appliquer cette théorie à la pratique, en faiſant dans chaque cas particulier la correction dont il a beſoin. Avec une telle reſtriction, j'adopte ici la même théorie, parce que, tout bien peſé, il me paroît qu'on n'a encore rien imaginé de mieux pour repréſenter en général le mouvement des fluides par des formules analytiques, qui n'exigent pas des calculs extrêmement compliqués.

VI. Soit donc $ACDB$, *Fig.* 23, un fluide ſoumis à l'action de la peſanteur dans un vaſe, & qui s'échape par l'ouverture horizontale pq de grandeur quelconque, pratiquée dans le fond CD. Imaginons que ce fluide eſt partagé en une infinité de tranches horizontales & égales $ABba$, $TVut$, *&c.* qui s'abaiſſent paralélement à elles-mêmes, & dont chacune a la même viteſſe verticale dans toute ſon étendue. Toutes ces tranches agiſſent les unes ſur les autres, ſoit en ſe pouſſant ou en s'entraînant; en ſorte que ſi la viteſſe des unes eſt retardée d'un inſtant à l'autre, la viteſſe des autres eſt accélérée. Il en eſt à cet égard, du mouvement des particules fluides, comme de celui de pluſieurs corps ſolides, formant un même ſyſtême, dont aucun ne peut ſe mouvoir ſans agir ſur les autres, & ſans éprouver leur réaction. Ayant élevé la verticale pE, & ayant fait

la gravité . . . . . $=g$
la hauteur donnée Ep . . . . . $=b$
l'aire de l'orifice pq . . . . . $=K$
l'aire exprimée par la ligne AB, & qui eſt une fonction de Ep, donnée par la figure du vaſe . . . . . $=M$
la hauteur indéterminée EH. . . . . $=x$
l'aire exprimée par TV, fonction donnée de x . . . . . $=y$

Digitized by Google

la viteſſe de la tranche qui ſort de l'orifice . . . . . $= u$
la viteſſe de la tranche $TVut$ . . . . . $= v$
le temps . . . . . $= t$,

ſuppoſons que dans l'inſtant dt la viteſſe v devienne $v+dv$, (dv pouvant être poſitive ou négative). Il eſt clair que ſi les tranches n'agiſſoient point les uns ſur les autres, la viteſſe v, à la fin de l'inſtant dt, deviendroit $v+g\,dt$. Ainſi, puiſqu'elle devient $v+dv$, & que $v+g\,dt = v+g\,dt+dv-dv$, on voit que le fluide reſteroit en équilibre ſi chaque tranche n'étoit animée que de la viteſſe $g\,dt-dv$. Ces ſortes de viteſſes qui ſe détruiſent mutuélement & qui varient d'une tranche à l'autre, ſont les unes poſitives, les autres négatives; & on a par conſéquent, ſur toute l'étendue de la hauteur Ep, $\int dx\,(g\,dt - dv) = 0$, ou en mettant pour dt ſa valeur $\frac{dx}{v}$, $\int \frac{g\,dx}{v} - \int dx\,dv = 0$. Subſtituant pour v ſa valeur $\frac{Ku}{y}$, pour dv ſa valeur $\frac{K(y\,du - u\,dy)}{y^2}$; nous aurons $\int \frac{g\,y\,dx^2}{Ku} - \int \frac{K\,dx\,(y\,du-u\,dy)}{yy} = 0$. Cela poſé, comme l'intégrale doit être priſe relativement à la hauteur Ep; & que par conſéquent u & du doivent, pour le moment, être regardées comme conſtantes, que de plus $y\,dx$ eſt une quantité conſtante: nous pouvons mettre notre équation ſous cette forme:

$$\frac{g\,y\,dx}{Ku}\int dx - K\,du\int \frac{dx}{y} + Ku\,y\,dx\int \frac{dy}{y^2} = 0.$$

Or $\int dx$ devient b; $\int \frac{dx}{y}$ (en ſuppléant convénablement les homogenes), peut repréſenter l'aire que je nomme N, d'une courbe conſtruite ſur l'axe Ep, & qui a pour ordonées les quantités $\frac{1}{y}$, qui répondent aux différens points de Ep; $\int \frac{dy}{y^2}$ repréſente l'aire d'une courbe qui doit s'évanouir lorſque $y = AB = M$, & recevoir ſa valeur complete lorſque $y = K$, & par conſéquent cette aire $= \frac{1}{2M^2} - \frac{1}{2K^2}$. De plus $y\,dx = AB\,b\,a = M \times Ee$. Donc l'équation deviendra

$$2g\,b.M^2 \times Ee - 2K^2.M.N.du + uu \times Ee\,(K^2-M^2) = 0,$$

ou bien encore (en nommant s la hauteur due à la viteſſe u, ce qui donne $uu = 2gs$),

(A) $b.M^2 \times Ee - K^2.M.N\,ds + s \times Ee \times (K^2-M^2) = 0$.

Cette équation générale nous ſera utile à pluſieurs uſages.

VII. Suppoſons, en premier lieu, que le vaſe ſoit entretenu conſtament plein à la hauteur pE; & imaginons qu'à meſure que la ſurface AB s'abaiſſe dans un inſtant en ab, & qu'il ſort par conſéquent une petite quantité de liqueur, égale à $AB \times Ee$, imaginons, dis-je, que la tranche $ABba$ eſt remplacée par une autre qui eſt, pour ainſi dire, créée en ſa place, & qui a la même viteſſe qu'elle. Que le produit $K \times z$, de l'orifice K par la ligne z, repréſente la quantité de liqueur qui ſort pendant le temps t. Il eſt clair qu'on aura $K\,dz = M \times Ee$. Par conſéquent l'équation (A) deviendra ici $b\,M^2\,dz - K\,M^2\,N\,ds + (K^2-M^2)\,s\,dz = 0$, dans laquelle il n'y a que z & s de variables.

VIII. Il eſt facile d'intégrer cette équation. Car ſi l'on fait, pour abréger le calcul, $\frac{b}{K.N} = b$, $\frac{M^2-K^2}{K.M^2N} = f$, on aura $ds + fs\,dz = b\,dz$. D'où l'on tire, par des méthodes connues (*Voyez* INTÉGRAL, EXPONENTIEL, *&c.*),

$$s = \frac{b}{f}\left(1 - e^{-fz}\right),$$

en prenant e pour le nombre dont le logarithme eſt 1, & complétant l'intégrale de maniere que z & s s'évanouiſſent en même temps.

IX. Si l'on veut connoître la relation entre le temps t & la viteſſe u ou la hauteur s qui lui eſt due, on obſervera que $dt = \frac{dz}{u} = \frac{ds}{(b-fs)\sqrt{2gs}}$. Donc, en faiſant $s = y^2$, $\frac{b}{f} = m^2$, $dt = \frac{2}{f\sqrt{2g}} \times \frac{dy}{m^2-y^2} = \frac{1}{fm\sqrt{2g}}\left(\frac{dy}{m+y} + \frac{dy}{m-y}\right)$, dont l'intégrale eſt $t = A + \frac{1}{fm\sqrt{2g}} \times \log.\left(\frac{m+y}{m-y}\right) = A + \frac{\sqrt{f}}{f\sqrt{b}.\sqrt{2g}} \times \log.\left(\frac{\sqrt{b}+\sqrt{fs}}{\sqrt{b}-\sqrt{fs}}\right)$. Comme on doit avoir $t = 0$, lorſque $s = 0$, & que $\log. 1 = 0$, dans la logarithmique qui a 1 pour ſous-tangente, ainſi que dans celle des tables ordinaires, on aura $A = 0$. Donc l'expreſſion générale du temps eſt:

$$t = \frac{\sqrt{f}}{f\sqrt{b}.\sqrt{2g}} \times \log.\left(\frac{\sqrt{b}+\sqrt{fs}}{\sqrt{b}-\sqrt{fs}}\right),$$

qu'on comparera ſans peine à celui qu'un corps grave met à tomber d'une hauteur donnée a; car,

en nommant θ ce dernier temps, on a $t = \frac{2\sqrt{e}}{\sqrt{2g}}$.

X. De même, ſi l'on veut connoître la relation entre le temps & l'eſpace parcouru z, on mettra dans l'équation $dt = \frac{dz}{u}$ pour u ſa valeur $\sqrt{2gs}$, & pour s ſa valeur trouvée (art. VII); ce qui donnera

$$dt = \frac{dz}{\sqrt{\frac{2bg}{f}} \cdot \sqrt{\left(1 - e^{-fz}\right)}}.$$

Soit $e^{-fz} = y$, & par conſéquent $dz = -\frac{dy}{fy}$; on aura la transformée $dt = -\frac{1}{\sqrt{(2bgf)}} \times \frac{dy}{y\sqrt{(1-y)}}$, ou, en faiſant $1-y = xx$, $dt = \frac{2}{\sqrt{(2bgf)}} \times \frac{dx}{1-xx} = \frac{1}{\sqrt{(2bgf)}} \times \left(\frac{dx}{1+x} + \frac{dx}{1-x}\right)$, dont l'intégrale eſt $t = \frac{1}{\sqrt{(2bgf)}} \times [\log.(1+x) - \log.(1-x)]$, ou bien, en chaſſant x,

$$t = \frac{1}{\sqrt{(2bgf)}} \times \left[L.\left(1+\sqrt{\left[1-e^{-fz}\right]}\right) - L.\left(1-\sqrt{\left(1-e^{-fz}\right)}\right)\right].$$

Il ne faut point ajouter de conſtante, parce que $z = 0$, donne $t = 0$, comme cela doit être. Par le moyen de cette équation, on connoîtra la quantité d'eau qui s'écoule en un temps donné; car cette quantité $= K \times z$, qu'on peut exprimer maintenant en fonction du temps & de conſtantes.

XI. Lorſque dans l'hypotheſe des quatre articles précédens, l'orifice K peut être regardé comme infiniment petit par raport aux amplitudes du réſervoir, l'équation fondamentale $hM^2\,dz - KM^2\,N\,ds + (K^2 - M^2)\,s\,dz = 0$, de l'art. VII; devient, en négligeant les termes qui contiennent K, $hM^2\,dz - M^2\,s\,dz = 0$, ou $s = h$. D'où l'on voit que la viteſſe, au ſortir de l'orifice, eſt due à la hauteur entiere h du réſervoir, comme on l'a trouvé (II).

XII. La maniere dont nous avons imaginé (art. VII) que le vaſe $ACDB$ eſt entretenu conſtament plein, a rarement lieu dans la pratique. Il y en a une autre beaucoup plus uſitée. Elle conſiſte à imaginer que la nouvele tranche $ABba$, ajoutée à chaque inſtant pour réparer la dépenſe qui ſe fait par l'orifice pendant le même inſtant, eſt fournie par une affuſion latérale, & qu'elle reçoit ſa viteſſe de celle qui la précede en deſcendant; & qui l'entraîne en vertu de la ténacité réciproque des parties du fluide. Alors il faut faire quelques changemens à la methode de l'article VII, pour l'appliquer au cas dont il s'agit.

Soient V la viteſſe de la tranche $ABba$, v la viteſſe de la tranche indéterminée $TVut$, g la gravité, t le temps, $eH = x$. Si la tranche $ABba$ étoit livrée à l'action libre de la peſanteur, elle acquerroit dans l'inſtant dt la viteſſe $g\,dt$. On pourra regarder cette viteſſe $g\,dt$ comme compoſée de la viteſſe V & d'une autre $g\,dt - V$ qui doit être anéantie. Par conſéquent, ſi cette même viteſſe $g\,dt - V$ exiſtoit ſeule dans la tranche $ABba$, & ſi les autres tranches qui répondent à la hauteur ep étoient animées chacune de la viteſſe $g\,dt - dv$, tout le ſyſtême demeureroit en équilibre. On aura donc l'équation $Ee \times (g\,dt - V) + f\,dx\,(g\,dt - dv) = 0$, qui devient en négligeant $g\,dt$ par raport à V, & faiſant comme ci-deſſus, $AB = M$, $pq = K$, Ep ou $ep = h$, $-2Ee \times K.\,M.V.u + 2gh.\,M^2 \times Ee - 2K^2M.N.u\,du + Ee \times z^2.\,(K^2 - M^2) = 0$, ou bien encore, en nommant $K \times z$ la quantité d'eau qui s'écoule pendant le temps t, s la hauteur due à la viteſſe u, & conſidérant que $V = \frac{Ku}{M}$ $Ee = \frac{K\,dz}{M}$, $uu = 2gs$,

$$hM^2\,dz - (K^2 + M^2)\,s\,dz - KM^2\,N\,ds = 0,$$

équation qui eſt de la même forme que celle de l'article VII, & qui eſt par conſéquent ſuſceptible de calculs analogues à ceux qu'on a faits dans les articles VIII, IX, X. On voit qu'il n'y a qu'à changer des coëfficiens conſtans, pour adapter les formules de ces articles au cas préſent.

Quand l'orifice K peut être cenſé infiniment petit, on a ici, comme dans le premier cas, $s = h$.

XIII. Soit maintenant un vaſe qui ſe vide par l'orifice pq ſans recevoir de nouvele eau. Suppoſons qu'au premier inſtant la ſurface du fluide ſoit en SX, & qu'au bout du temps t elle prene la poſition indéterminée AB, la hauteur Ep étant ici variable. Il eſt clair que ſi, en conſervant d'ailleurs les autres dénominations de l'article VI, on fait $Ep = z$, & par conſéquent $Ee = -dz$, l'équation (A) s'appliquera ici, & deviendra

(B) $M^2z\,dz + K^2M.N\,ds + s\,dz\,(K^2 - M^2) = 0$.

On voit d'abord par cette équation qui ſi l'orifice K peut être ſuppoſé infiniment petit, on a $s = z$, & que conſéquemment la hauteur due à chaque inſtant, à la viteſſe du fluide au ſortir de l'orifice, eſt celle même du fluide dans le vaſe au deſſus de cet orifice, quelle que ſoit la figure du vaſe. Cette même équation s'integre facilement en général. Car M & N étant ici des fonctions de z données par la figure du vaſe, l'équation précédente eſt réductible à cette forme,

Digitized by Google

$ds + s \cdot A \cdot Z\,dz + B \cdot Z'\,dz = 0$,
dans laquelle Z & Z' ſont des fonctions de z, A & B des quantités conſtantes. Je me borne à l'examen d'un cas particulier.

XIV. Suppoſons que le vaſe propoſé ſoit un cylindre vertical. Suivant nos dénominations, M repréſente la ſection horizontale & conſtante du cylindre, $N = \frac{z}{M}$. Par conſéquent l'équation (B) devient

(C) $M^2 z\,dz + K^2 z\,ds - (M^2 - K^2)\,s\,dz = 0$,
qu'on peut intégrer de deux manieres, directement, ou en ſéparant les indéterminées. Le premier moyen eſt le plus ſimple, & je vais l'employer. Soient d'abord, pour abréger le calcul, $\frac{M^2}{K^2} = m$, $\frac{M^2 - K^2}{K^2} = n$: on aura $z\,ds - ns\,dz + mz\,dz = 0$. Ayant multiplié tous les termes de cette équation par une fonction φ de z qui ſoit cenſée la rendre intégrale, ce qui donne

(D) $\varphi z\,ds - \varphi n s\,dz + \varphi m z\,dz = 0$,
& ſuppoſant qu'on ait $\varphi z s + \int \varphi m z\,dz = A$; cette derniere équation donnera

(E) $\varphi z\,ds + s(\varphi\,dz + z\,d\varphi) + \varphi m z\,dz = 0$.
Comparant terme à terme les deux équations (D) & (E), on aura $\varphi\,dz + z\,d\varphi = -\varphi n\,dz$, & par conſéquent $\frac{d\varphi}{\varphi} = -(n+1)\frac{dz}{z}$; d'où l'on tire $\varphi = \frac{B}{z^{-(n+1)}}$. L'équation $\varphi z s + \int \varphi m z\,dz = A$ deviendra donc,

$(1-n)\,s z^{-n} + m z^{1-n} = m H^{1-n}$,
en nommant H la hauteur primitive & donnée Op du fluide, & déterminant la conſtante $\frac{A}{B}$ par la condition que $z = H$ donne $s = 0$, ou qu'au premier inſtant la viteſſe du fluide ſoit nulle.

Si au premier inſtant le fluide avoit dans le cylindre, par quelque cauſe extérieure, une viteſſe due à une hauteur donnée b, il faudroit déterminer la conſtante A par la condition que $z = H$ donnât $s = b \times \frac{M^2}{K^2}$. On aura donc toujours facilement s en fonction de z & de conſtantes.

On trouvera auſſi ſans peine la relation entre le temps & la viteſſe, & la relation entre le temps & la hauteur z.

XV. Lorſqu'on a $n = 1$, ou $M^2 = 2K^2$, la formule de l'article précédent donne pour s une valeur indéterminée. Alors il faut remonter à l'équation différentiele (C) qui devient $2z\,dz + z\,ds - s\,dz = 0$, ou bien $\frac{z\,ds - s\,dz}{zz} = -\frac{2\,dz}{z}$, dont l'intégrale eſt $\frac{s}{z} = L.A - L.z^2$. Donc, en déterminant la conſtante A par la condition que $z = H$ donne $s = 0$, on aura,

$$s = z(L.H^2 - L.z^2).$$

XVI. Nous ferons, ſur ce même exemple, une remarque qui s'applique avec les changemens convenables, à toutes ſortes de vaſes. Suppoſons que la ſurface de l'eau immobile au premier inſtant dans le cylindre s'abaiſſe de la très-petite hauteur q. On aura $z = H - q$, & en négligeant le carré & les plus hautes puiſſances de q, $z^{-n} = (H-q)^{-n} = H^{-n} + nH^{-n-1}q$, $z^{1-n} = (H-q)^{1-n} = H^{1-n} - (1-n)H^{-n}q$.
Subſtituant ces valeurs dans l'équation générale $(1-n)\,s z^{-n} + m z^{1-n} = m H^{1-n}$, elle deviendra $Hs + nsq - mHq = 0$, ou bien $s = \frac{mHq}{H + nq}$, ou encore, en négligeant le ſecond terme du dénominateur, $s = mq = q \times \frac{M^2}{K^2}$.

D'où il ſuit que la hauteur due à la viteſſe de la ſurface de l'eau dans le cylindre eſt exprimée par q. Cette ſurface deſcend donc, dans les premiers inſtans du mouvement, à la maniere des corps qui tombent librement par la peſanteur, ou comme s'il n'y avoit pas de fond dans le cylindre: & que le fluide tombât tout d'une piece.

De là on a tiré une objection contre l'hypotheſe du paralléliſme des tranches. Il eſt impoſſible, dit on, que le fluide ſortant par l'ouverture pq moindre que le fond CD puiſſe jamais deſcendre de la même maniere que ſi ce fond ne lui faiſoit aucun obſtacle. À cela, on peut répondre que l'objection ſeroit ſans réplique, ſi ſur la hauteur entiere Op du cylindre, les viteſſes des différentes tranches étoient égales entr'elles. Mais, en ſuppoſant qu'à une petite diſtance du fond les particules ſe dirigent vers l'orifice ſuivant des mouvemens obliques Qp, Rq, & regardant les portions de fluide CQp, DRq comme ſtagnantes, les particules qui répondent à l'eſpace $pQRq$ ſe mouvront plus vîte que celles de la partie ſupérieure $SQBX$ du cylindre; & conſéquemment il pourra ſe faire que la ſurface de l'eau deſcende, pendant les premiers inſtans, à peu près comme un corps peſant & libre. L'expérience doit ſeule décider entre ces deux opinions. Or elle apprend qu'il n'y a pas de portion de fluide qui ſoit rigoureuſement ſtagnante, & que toutes les particules ont une tendance marquée vers l'orifice; mais que celles qui ſont dans le

Digitized by Google

voiſinage du trou ont des mouvemens plus rapides que les autres. Il paroît donc que, dans cette partie inférieure du vaſe, l'hypotheſe du paralléliſme des tranches n'a pas lieu; mais elle eſt ſenſiblement vraie dans toute la partie ſupérieure. D'ailleurs, quand même elle détermineroit l'*écoulement* d'une maniere erronée pour un temps qui eſt comme infiniment petit, il ne s'enſuit point qu'elle ne ſoit pas propre à repréſenter, d'une maniere très-approchée, les *écoulemens* qui répondent à des temps finis, ou que du moins on n'en puiſſe tirer, à très peu de choſe près, les raports de différens *écoulemens*. Car, comme nous l'avons déja dit (art. V), les erreurs auxquelles elle eſt ſujete ſuivent les mêmes loix dans tous les cas, & il peut ſe faire que les *écoulemens* naturels & phyſiques ſoient entr'eux comme les *écoulemens* déterminés par la méthode dont il s'agit.

XVII. L'équation (A) de l'article VI, peut encore ſervir à trouver le mouvement d'une quantité déterminée de fluide peſant ou non, qui ſe mouvroit dans un vaſe, ſoit en vertu de la ſeule peſanteur, ou d'une impulſion primitive donnée au fluide, ou en vertu de ces deux forces à la fois. En effet, ayant imaginé d'abord que le fond CD ſoit anéanti, ou qu'on ait $K=CD$, pour permettre au fluide de couler le long du vaſe, ſuppoſons que la portion donnée du fluide occupe, au premier inſtant, l'eſpace $SZKX$, & qu'à la fin du temps t elle ſoit parvenue dans la poſition indéterminée $ACDB$. Il eſt clair qu'en nommant z l'eſpace OE parcouru verticalement par la ſurface du fluide, les quantités M, K, N, b, ſeront des fonctions données de z & de conſtantes, puiſque la figure du vaſe eſt donnée, & que les deux eſpaces $SZKX$, $ACDB$ ſont égaux entr'eux. L'équation, qui repréſente le mouvement du fluide, ſera donc toujours de cette forme,

$$Z\,dz+AZ'\,ds+BsZ''\,dz=0,$$

Z, Z', Z'' étant des fonctions de z, A & B des quantités conſtantes. On intégrera cette équation (ce qui eſt toujours facile), de maniere qu'elle ſatisfaſſe à la condition de la viteſſe initiale d'une tranche donnée du fluide.

Quand le fluide n'a pas de peſanteur, le premier terme de l'équation, qui eſt relatif à cette force, s'évanouit, & l'équation devient fort ſimple.

Connoiſſant la relation entre s & z, on trouvera facilement t en s ou en z.

XVIII. Après avoir examiné les principaux cas des *écoulemens* des fluides, il nous reſte encore à déterminer la preſſion qu'un fluide coulant dans un vaſe exerce contre ſes parois. Pour y parvenir facilement, reprenons l'hypotheſe, la conſtruction & les dénominations de l'article VI. La viteſſe avec laquelle chaque tranche devroit tendre à ſe mouvoir pour demeurer en équilibre, étant $g\,dt-dv$, & par conſéquent la force correſpondante de la même tranche étant $g-\frac{dv}{dt}$, on voit qu'en vertu de ces forces $g-\frac{dv}{dt}$, les tranches ſe preſſent les unes les autres, de la même maniere que dans un fluide peſant & en repos dans un vaſe, les tranches ſe preſſent les unes les autres en vertu de la peſanteur. Donc à la profondeur EH (x), la preſſion de chaque point de la tranche $TVut$ eſt exprimée par $\int dx\left(g-\frac{dv}{dt}\right)$. Cette force, qui ſe tranſmet en tout ſens, agit perpendiculairement contre les parois Tt, Vu. Or $\int dx\left(g-\frac{dv}{dt}\right)=gxEH-\int\frac{dx\,dv}{dt}$. Mettant pour dv ſa valeur $\frac{K(y\,du-u\,dy)}{yy}$, on aura $\int\frac{dx\,dv}{dt}=\frac{K\,du}{dt}\int\frac{dx}{y}-\frac{Ku\,dx}{dt}\int\frac{dy}{y^2}$. Les intégrations indiquées doivent être effectuées de maniere que l'aire repréſentée par $\int\frac{dx}{y}$, & que je nomme Q, réponde à EH; & que $\int\frac{dy}{y^2}$ s'évanouiſſe lorſque $y=AB$, & reçoive ſa valeur complete lorſque $y=TV=H$. Ainſi, en mettant pour $y\,dx$ ſa valeur $M\times Ee$, on trouvera que la preſſion $\int dx\left(g-\frac{dv}{dt}\right)$ qui répond à la hauteur $EH=gxEH-\frac{K.Q\,du}{dt}+\frac{Ku\times Ee\times(H^2-M^2)}{2\,dt.H^2M^2}$, expreſſion dans laquelle on ſubſtituera dans chaque cas, pour u & dt leurs valeurs.

Si la valeur de la preſſion, pour quelque endroit du vaſe, étoit négative, cela ſignifieroit qu'en cet endroit les tranches n'agiroient pas les unes ſur les autres, & que par conſéquent le fluide n'y formeroit pas une maſſe continue, ou ſe détacheroit par parties.

XIX. Enfin on trouve facilement par les mêmes principes la force qu'il faut employer pour ſoutenir un vaſe qui donne de l'eau par l'ouverture pq. Car cette force eſt égale à la ſomme des produits de chaque tranche multipliée par la force en vertu de laquelle la même tranche demeureroit en équilibre, par la même raiſon que la force requiſe pour ſoutenir l'effort d'un fluide peſant & en repos dans un vaſe, eſt égale à la ſomme des produits de chaque tranche multipliée par la peſanteur. La force dont il s'agit ici eſt donc repréſentée par $\int y\,dx\left(g-\frac{dv}{dt}\right)=\int gy\,dx-$

Digitized by Google

$\int \frac{y\,dx\,dv}{dt}$. La premiere partie eſt le poids même du fluide; la ſecoude ſe trouve ſans peiue par ce qui précede.

XX. On voit par la rhéorie générale que nous venons d'expoſer, que daus l'hypoihefe du paralléliſme des tranches, on détermiue d'une maniere aſſez ſimple tour ce qui eſt relatif à l'écoulement des fluides qui ſortent, par des ouvrrtures horizontales, des vaſes où ils ſont contenus. La même théorie s'applique également à la recherche du mouvement des floides daus de lnugs tuyaux inclinés, quelques ſinuoſités qu'ils puiſſeut avoir dans le ſens de leur longueur, pourvu néanmoins que leur courbure ne varie pas trop bruſquement d'un point à l'autre. Il eſt indifférent, quant à la facilité du calcul, de ſnppoſer alors, ou que les trauches ſont horizontales, ou qu'elles ſont perpendiculaires aux parois du tuyan eu chaque endroit. En comparant avec l'expérience les réſultats des calculs daus les deux ſuppoſitions, on verra laquelle mérite la préférence. Je n'ai pas beſoin d'ajouter que daus la ſecoude, les trauches ne ſont paralleles entr'elles que de proche en proche, & ſur chaeun des élémens de la lonsueur du tuyau.

XXI. À l'égard des vaſes qui dounent de l'eau par de grandes ouvertures latérales, leurs écoulemeus ne peuvent pas être déterminés par la méthode du paralléliſme des tranches. Car lorſque les particules contenues dans le vaſe ſont arivées aux euvirons de l'orifice, elles ſe détourneut de la verticale, & prenent des directions plus ou moins courbes rendantes au même orifice. De plus à leur ſortie, elles n'ont pas la même viteſſe; les plus éloignées de la ſurface du fluide ſe meuveur néceſſairrmrut plus vîte que lrs autres. Il n'y a douc pas alors d'autre méthode ſimple & commode pour déterminer l'écoulemenr, que de ſuppoſer la viteſſe de chaque poinr de l'orifice, proportionele à la racine carrée de la hauteur du fluide au deſſus de ce poiut, ce qoi mene à des réſultats ſenſiblemrnt conformes à l'expérience.

XXII. M. d'Alembert & M. Euler out douné d'autres méthodes rhéoriques, plus rigoureuſes, mais auſſi plus compliquées qne les précédentes, pnur déterminer l'écoulement des fluides. *Voyez les* Opuscules de M. d'Alembert, & nne multitude de Mémoires de M. Euler, répandus parmi ceux des Académies de Berlin & de Petersbourg. (*L. B.*)

ÉCREVISSE, ſ. f. (*Aſtronom.*); quatrieme ſigne du Zôdiaque, qu'on nomme auſſi *Cancer*.

ÉCU de *Sobieski*, (*Aſtronom.*); conſtellation placée par Hévélius dans l'hémiſphere auſtral, aſſez proche de l'équateur, entre Antinoüs, le Sagittaire & le Serpentaire. Elle ſe trouve dans tons les planiſpheres. *Voyez* Constellations.

ÉCUELE, ſ. f. (*Méchan.*). On dnune ce nom à une plaque de fer un peu creuſe, ſur laquelle poſe un cylindre du cabeſtan, & ſur laquelle il tourne.

Quelques géometres ont appelé *écuele* le ſolide formé par une partie de courone circulaire (*Voyez* Courone) qui tourne autour d'un diametre; ce ſolide a en effet la figure à peu près ſemblable à celle d'une *écuele*. On eu trouve la ſolidité en cherchant celle des drux portions de ſphere, formées par les deux ſegmens circulaires, & en retrauchaur la plus prtite portion de la plus grande. (*O*).

EFFECTION, ſ. f. *en termes de Géométrie*, ſignifie la *conſtruction* des problêmes ou équations. *Voyez* Construction, Lieu, Courbe. Ce teime commrnce à n'être plus ſort en uſage. (*O*).

EFFUSION; (*Aſtron.*) c'eſt la partie du ſigne du Verſrau qui eſt renfermée daus les globes & daus les planiſpheres céleſtes, par l'eau qui ſort de l'urne du Verſeau. *Voyez* Verseau.

ÉFORT, ſ. m. (*Méchan.*); rerme fréqnemmeut uſité parmi les philoſophes & les mathématiciens, pour déſigner la force avec laquelle un corps en mouvemeut tend à produire un effet, ſoit qu'il le produiſe réellement, ſoit que quelque obſtacle empêche de le produire.

On dit en ce ſrus qu'un corps qui ſe meut ſuivant une courbe, fait *éfort* à chaque tuſtaur pour s'échaper par la tangeute; qu'un coin qu'on pouſſe dans uue piece de bois, fait *éfort* pour la frudre, *&c.*

L'*éfort* paroît être, ſuivant quelqnes anteurs, par raport au mouvement, ce que le point eſt par raport à la ligne: au moins ont-ils cela de cnmmun tous les deux, que comme le poiut eſt le commeucemenr de la ligne, ou le terme par où elle commeuce, l'*éfort* eſt auſſi, ſelon ces auteurs, le commencemeut de tnut mouvement; mais cetre deruiere idée ne peur s'appliquer tour au plus qu'aux *éforts* qui tendent à produire une viteſſe infiniment petite dans un inſtanr, comme l'*éfort* de la peſanteur, celui de la force centrifuge, *&c.* Si l'on veut entendre par le mot *éfort*, toute tendauce au mouvement, ce qui eſt bien plus exact & bien plus naturel, alors la meſure de l'*éfort* ſera la quantité de mouvement qu'il produit ou qu'il produiroit ſi un obſtacle ne l'eu empêchoit, ou, ce qui eſt la même chnſe, le produit de la maſſe par la viteſſe actuele du corps, ou par ſa viteſſe virtuele, c'eſt-à-dire, par la viteſſe qu'il anroit ſans la réſiſtance de l'obſtacle. *Voyez* Force, Action, Percussion, Pesanteur, *&c.* (*O*).

ÉGAL, adj. (*Géom.*). Ce terme exprime, dit-on, un raport entre deux ou pluſieurs choſes qui ont la même grandeur, la même quantité, ou la même qualité. Wolf définit les choſes *égales*, celles dont l'une peut être ſubſtituée à l'autre, ſans aucune altération dans leur quantité. Je crois, pour moi, que toutes ces définitions ne ſont pas plus claires que la choſe définie, & que le mot *égal* préſente à l'eſprit une idée plus préciſe &

plus nette que tout autre mot ou phraſe ſynonyme qu'on voudroit faire ſervir à l'expliquer. *Voyez* DÉFINITIONS, *&* ÉLÉMENS.

C'eſt un axiôme en Géométrie, que deux choſes *égales* à une même troiſieme, ſont *égales* entr'elles; que ſi de choſes *égales* on ôte des choſes *égales*, ou qu'on les leur ajoute, les reſtes ou les ſommes ſeront encore des quantités *égales*, &c. Le même M. Wolf dont nous venons de parler, a pris la peine de démontrer ces axiômes dans ſon *Onthologie*, § 349-396, comme il a démontré dans ſon *Cours de mathématiques*, que le tout eſt plus grand que la partie, par un raiſonement ſi métaphyſique, qu'on ne ſait plus que penſer de la vérité de la propoſition. Démontrer des choſes ſi claires, c'eſt le moyen de les rendre douteuſes, ſi elles pouvoient le devenir.

Les cercles *égaux*, en Géométrie, ſont ceux dont les diametres ſont égaux. *Voyez* CERCLE.

Les angles *égaux* ſont ceux dont les côtés ſont inclinés les uns aux autres de la même maniere, ou qui ſont meſurés par des arcs *égaux* d'un même cercle, ou par des arcs ſemblables de cercles différens. *Voyez* ARC, ANGLE *&* DEGRÉ.

Les figures *égales* ſont celles dont les aires ſont *égales*, ſoit que ces figures ſoient ſemblables ou non. *Voyez* FIGURE.

Les ſegmens d'une ſphere ou d'un cercle ſont dits d'une *égale* concavité, lorſqu'ils ont le même raport aux diametres des ſpheres ou des cercles dont ils ſont partie. *Voyez* SEGMENT.

Les ſolides *égaux* ſont ceux qui contiennent autant d'eſpace l'un que l'autre, c'eſt-à-dire, dont les ſolidités ou capacités ſont *égales*. *Voyez* SOLIDE.

Les raports géométriques *égaux* ſont ceux dont les ſeconds termes ſont de ſemblables parties aliquotes ou aliquantes de leurs premiers termes. *Voyez* RAPORT.

Les raports arithmétiques *égaux* ſont ceux dans leſquels la différence des deux plus petits termes eſt *égale* à la différence des deux plus grands. *Voyez* RAPORT. (*O*).

ÉGAL, *æquabilis*, terme de *Méchanique*; mouvement *égal* ou uniforme, eſt celui par lequel un corps ſe meut en conſervant toujours la même viteſſe, ſans être ni accéléré, ni retardé. *Voyez* MOUVEMENT. (*O*).

ÉGAL eſt auſſi un terme d'*Optique*, en tant qu'il s'appliique à des choſes dont l'*égalité* n'eſt qu'apparente & non réelle. Ainſi, on dit, *dans l'ancienne Optique*, que des objets qui ſont vus ſous des angles égaux, paroiſſent *égaux*; que des parties égales du même intervalle ou de la même grandeur, vues ſous des angles inégaux, paroiſſent *inégales*; que des objets égaux vus à *égale* diſtance, paroiſſent inégaux, lorſque l'un eſt placé directement, & l'autre obliquement; & que celui qui eſt placé directement paroît plus grand.

Toutes ces propoſitions que l'on regardoit anciénement comme générales & ſans reſtriction, ne ſont vraies que lorſque l'on compare des objets extrêmement éloignés de nos yeux; car alors leur grandeur apparente dépend principalement & preſqu'uniquement de l'angle viſuel; en ſorte, que ſi les angles viſuels ſont égaux ou inégaux les objets paroîtront *égaux* ou *inégaux*, quelle que ſoit d'ailleurs leur égalité ou inégalité réelle. (*O*).

ÉGALÉ, adj. (*Aſtron.*) anomalie égalée, *anomalia æquata*, eſt quelquefois l'*anomalie vraie*, quelquefois l'*anomalie moyene* corrigée par une partie des équations. *Voyez* ANOMALIE. (*D. L.*)

ÉGALITÉ, *en Aſtronomie*; cercle d'*égalité* ou *équant*, eſt un cercle dont on faiſoit beaucoup d'uſage dans l'aſtronomie ptolémaïque, pour expliquer l'excentricité des planetes, & la réduire plus aiſément au calcul. *Voyez* ÉQUANT.

Raiſon d'égalité en Géométrie, eſt la raiſon ou le raport qu'il y a entre deux quantités égales. *Voyez* EGAL *&* RAPORT.

Proportion d'égalité ordonée, ou *ex æquo ordinata*, eſt celle dans laquelle drux termes d'un rang ou d'une ſuite, ſont proportioneles à autant d'autres termes d'un autre rang ou d'une autre ſuite, chacun à ſon correſpondant dans le même ordre, ſavoir le premier au premier, le ſecond au ſecond, *&c.* Par exemple ſoit $a : b :: c : d$ & $e : b :: f : d$, on aura en proportion ordonée $a : c :: e : f$.

Proportion d'égalité troublée, eſt celle dans laquelle deux termes d'un rang ſont proportionels à autant de termes d'un autre rang, dans un ordre renverſé, & interrompu: par exemple, le premier d'un rang au troiſieme d'un autre, le ſecond de ce dernier rang au quatrieme du premier rang. Par exemple ſi $a : b :: c : d$ & $b : e :: f : c$, on aura en proportion troublée $a : e :: f : d$, &c. *Voyez* PROPORTION.

Égalité, en Algebre, eſt la même choſe qu'*équation*. *Voyez ce mot*, qui eſt aujourd'hui plus en uſage, quoique l'autre ne ſoit pas proſcrit. (*O*).

ÉGOUT, ſ. m. (*Hydraulig.*); canal deſtiné à recevoir & à emporter les eaux ſales & les ordures.

Quelque piece d'eau que l'on ait, ſoit canal, ſoit baſſin, il faut toujours un écoulement, tant pour la conſervation de la piece, que pour la nétoyer & laiſſer un paſſage à l'eau ſuperflue. Si c'eſt un étang, un vivier, la bonde ſe leve, & on vide l'eau pour avoir le poiſſon & rétablir la chauſſée.

Dans l'uſage ordinaire, *égout* eſt diſtingué de *cloaque*, en ce que dans un *égout* les eaux & immondices s'écoulent, & qu'elles croupiſſent dans un cloaque. Ainſi, le canal d'un *égout* doit avoir une pente ſuffiſante, pour que les immondices ſoient facilement emportées par les eaux. (*K*).

ÉLASTICITÉ, ſ. f. *ou* FORCE ÉLASTIQUE; *en Méchanique*, propriété ou puiſſance des corps naturels, au moyen de laquelle ils ſe rétabliſſent dans la figure & l'étendue que quelque cauſe extérieure leur avoit fait perdre.

Cette

Cette propriété ſe trouve à un degré plus ou moins grand dans preſque tous les corps; il y en a même dont *l'élaſticité* eſt preſque parfaite, c'eſt-à-dire, qui paroiſſent reprendre exactement la même figure qu'ils avoient avant la compreſſion; tels ſont l'ivoire, l'acier trempé, le verre, *&c.* Cependant il paroît preſqu'impoſſible qu'il ſe trouve des corps abſolument doués d'une parfaite *élaſticité*. En effet, lorſqu'un corps ſe bande & ſe débande, il faut de néceſſité que quelques-unes des parties ſolides qui ſe touchent mutuélement, ſe repouſſent & ſe retirent, & qu'elles ſoufrent de cette maniere un frotement conſidérable, ce qui produit un très-grand obſtacle au mouvement, & doit néceſſairement faire perdre une partie de la force.

Il ſemble que l'*élaſticité* ſoit différente, à proportion que les parties des corps ſont plus ou moins compactes; car plus on bat les métaux, plus ils deviennent compactes & élaſtiques. L'acier trempé a beaucoup plus d'*élaſticité* que l'acier qui eſt mou, il eſt auſſi beaucoup plus compacte; car la peſanteur de l'acier trempé eſt à celle de l'acier non trempé, comme 7809 à 7738.

Outre cela, un corps paroît avoir d'autant plus d'*élaſticité* qu'il eſt plus froid, apparemment parce que ſes parties ſont alors plus reſſerrées; ainſi, une corde de violon retentit avec plus de force en hiver qu'en été. L'*élaſticité* de tous les corps reſte conſtamment la même dans le vide que dans l'air, pourvu ſeulement qu'on ait ſoin que ces corps ne deviennent ni humides, ni ſecs, ni froids, ni chauds. Muſſchebroëk *Eſſai de Phyſiq.* §. 448. *& ſuivans.*

On eſt fort partagé ſur la cauſe de cette propriété des corps: les Cartéſiens la déduiſent d'une matiere ſubtile qui fait éfort, ſelon eux, pour paſſer à travers des pores devenus plus étroits; ainſi, diſent-ils, en bandant ou comprimant un corps élaſtique, par exemple un arc, ſes particules s'éloignent l'une de l'autre du côté convexe, & s'approchent du côté concave, & par conſéquent les pores ſe rétréciſſent du côté concave; de ſorte que s'il étoient ronds auparavant, ils deviennent ovales; & la matiere du ſecond élément tâchant de ſortir des pores ainſi rétrécis, doit en même temps faire éfort pour rétablir le corps dans l'état où il étoit lorſque les pores étoient plus ouverts & plus ronds, c'eſt-à-dire, avant que l'arc fût bandé.

D'autres philoſophes expliquent l'*élaſticité* à peu près comme les Cartéſiens; mais avec cette légere différence, qu'au lieu de la matiere du ſecond élément des Cartéſiens, ils ſubſtituent l'éther, ou un milieu très-ſubtil qui traverſe librement les pores.

Ces explications vagues ſont bien éloignées de nous apprendre d'une maniere claire & diſtincte la cauſe de l'*élaſticité*; car ſi les pores ſont rétrécis d'un côté, il ſont élargis de l'autre, de l'aveu des Cartéſiens; par conſéquent la matiere ſubtile qui ſort d'un côté, ira remplir les eſpaces qui lui ſont, pour ainſi dire, ouverts, à la ſurface convexe; & elle les remplira avec d'autant plus de facilité, que cette matiere, ſelon les Cartéſiens, eſt capable de prendre toutes ſortes de figures, & ne tend à en conſerver aucune.

C'eſt pourquoi le corps reſtera dans l'état de compreſſion où il a été mis, & dont la matiere ſubtile ne peut avoir aucune action pour le tirer. D'ailleurs il paroît difficile d'expliquer, par l'action de cette matiere, les vibrations ſucceſſives des corps élaſtiques; car une corde de violon, par exemple, qui a été frapée, ne ſe rétablit pas d'abord dans ſon premier état: quand elle eſt lâchée, non ſeulement elle ſe débande, mais elle ſe jete du côté oppoſé, où elle forme une nouvele courbure, & revient enſuite, en paſſant au delà de ſon état de repos, pour former une nouvele courbe: or comment par le ſimple écoulement d'un liquide, un corps peut-il faire autre choſe que de ſe remettre dans la ſituation où il étoit?

D'autres philoſophes, à la tête deſquels eſt le P. Mallebranche, ont attribué l'*élaſticité* à de petits tourbillons de matiere, dont ils ont ſuppoſé que tous les corps étoient remplis. Ces tourbillons, ſelon eux, ſont aplatis par la compreſſion, & changent leur figure ſphérique en une figure ovale: alors leur force centrifuge les rétablit dans leur premier état, auſſi-bien que les parties des corps dans leſquelles ils ſont engagés. Mais ſur quoi eſt fondée l'exiſtence de ces petits tourbillons? elle n'eſt pas apuiée ſur des fondemens plus ſolides que celle des grands tourbillons de Deſcartes. D'ailleurs, pourquoi l'action de ces tourbillons n'eſt-elle pas la même dans tous les corps, & pourquoi tous les corps, dans ce ſyſtême, ne ſont-ils pas élaſtiques?

D'autres philoſophes ont attribué l'*élaſticité* à l'action de l'air; mais ce ſentiment tombe de lui-même, puiſque l'*élaſticité* ſubſiſte dans la machine du vide.

D'autres ont cru que la matiere ſubtile, ou l'éther, étoit lui-même élaſtique; mais ce n'eſt pas là une explication: car on demandera de nouveau d'où peut prévenir l'*élaſticité* de l'éther, & la difficulté reſtera toujours la même.

D'autres enfin abandonant la ſuppoſition gratuite de la matiere ſubtile, déduiſent la cauſe de l'*élaſticité* de l'attraction, cette grande loi de la nature, qui eſt, ſelon eux, la cauſe de la cohéſion des ſolides & des corps durs.

Suppoſons, diſent-ils, qu'un corps dur ſoit frapé ou bandé de façon que les parties compoſantes ſortent un peu de leur place, & s'éloignent un peu les unes des autres, mais ſans ſe quiter tout-à fait, & ſans ſe rompre ou ſe ſéparer aſſez pour ſortir de la ſphere de cette force attractive qui les fait adhérer les unes aux autres; alors il faudra néceſſairement, lorſque la cauſe extérieure ceſſera d'agir, que toutes ces parties retournent à leur état naturel. *Voyez* ATTRACTION.

Cette explication ne paroît guere plus fondée que les précédentes à bien des philoſophes ; car, diſent-ils, il faudroit d'abord prouver l'exiſtence de cette attraction entre les particules *des corps terreſtres*. *Voyez* ATTRACTION. Il faudroit prouver de plus que cette attraction produit l'adhérence des parties. D'ailleurs, en attribuant l'*élaſticité* à l'attraction des parties, il reſteroit à faire voir comment l'attraction ne produit l'*élaſticité* que dans certains corps. Rien n'eſt ſi contraire à l'avancement de la Phyſique, que les explications vagues & ſans préciſion. Il faut ſavoir douter & ſuſpendre notre jugement dans les effets dont nous ne connoiſſons point les cauſes, & l'*élaſticité* paroît être de ce nombre.

Ce que nous venons de dire ne s'adreſſe qu'aux philoſophes audacieux, qui prenant les fantômes de leur imagination pour les ſecrets de la nature, croient rendre raiſon des phénomenes par des hypotheſes hazardées & ſans fondement, qu'ils regardent comme des démonſtrations. Il n'en eſt pas de même de ceux qui portant dans l'étendue de la nature la ſagacité & la ſageſſe de l'eſprit obſervateur, ont la modeſtie de ne donner que pour de ſimples conjectures, des vues ſouvent heureuſes & fécondes. Telles ſont celles que propoſe M. Diderot ſur la cauſe de l'*élaſticité*, dans ſes *penſées ſur l'interprétation de la nature*, ouvrage plein de réflexions profondes & philoſophiques.

M. Diderot remarque d'abord que quand on frape une corde d'inſtrument diviſée en deux parties par un léger obſtacle, il s'y forme des ventres & des nœuds. Il penſe qu'il en eſt de même de tout corps élaſtique ; que ce phénomene a plus ou moins lieu dans toute percuſſion ; que les parties oſcillantes & les nœuds ſont les cauſes du frémiſſement qu'on éprouve au toucher dans un corps élaſtique frapé ; que ce frémiſſement, ainſi que celui des cordes frapées, eſt plus ou moins fort, ſuivant la violence du coup, mais toujours iſochrone ; qu'ainſi on devroit appliquer au choc des corps élaſtiques, les loix des vibrations des cordes. *Voyez* CORDE & PERCUSSION.

De plus, imaginons que les molécules de matiere qui agiſſent les unes ſur les autres par attraction, c'eſt-à-dire, en général par quelque cauſe inconnue (car M. Diderot ne conſidere ici l'attraction que ſous ce point de vue), ſe diſpoſent entr'elles d'une certaine maniere par leur action mutuele ; il eſt viſible que ſi on dérange ce particules, elles tendront à ſe remettre dans leur premier état, ou du moins à ſe coordoner entr'elles relativement à la loi de leur action, & à celle de la force perturbatrice. Le ſyſtême formé de telles particules, & que M. Diderot appele *A*, eſt un corps élaſtique ; & en ce ſens, dit-il, l'univers en ſeroit un : idée neuve, & qu'on peut adopter à bien des égards. Le ſyſtême *A* dans le vide ſera indeſtructible, dans l'univers une infinité de cauſes tendront à l'altérer. Un corps élaſtique plié ſe rompra, quand les parties qui le conſtituent ſeront écartées par la force perturbatrice au delà de la ſphere de leur action ; il ſe rétablira quand l'écartement ſera moins fort, & permettra à l'action mutuele des particules de produire un effet.

Si les particules ſont de différente matiere, de différente figure, & agiſſent ſuivant différentes loix, il en réſultera une infinité de corps élaſtiques mixtes, c'eſt-à-dire, des ſyſtêmes compoſés de deux ou pluſieurs ſyſtêmes de particules différentes par leurs qualités & leur action. Si on chaſſe de ce compoſé un ou pluſieurs ſyſtêmes, ou qu'on y en ajoute un nouveau, la nature du corps changera ; ainſi le plomb diminuera d'*élaſticité*, ſi on le met en fuſion, c'eſt-à-dire, ſi on coordone entre ſes partieules un autre ſyſtême compoſé de molécules d'air & de feu, qui le conſtituent plomb fondu. *Voyez* dans l'ouvrage cité, l'explication détaillée des conjectures de M. Diderot, que nous expoſons ici dans un racourci qui leur fait tort.

Loix de l'élaſticité. Pour venir à bout de découvrir la nature & les loix de l'*élaſticité*, nous en conſidérons les phénomenes. Nous ſuppoſerons donc d'abord que tous les corps dans leſquels on obſerve cette puiſſance, ſoient compoſés ou puiſſent être conçus compoſés de petites cordes ou fibres qui par leur union conſtituent ces corps ; & pour conſidérer l'*élaſticité* dans le cas le plus ſimple, nous prendrons pour exemple les cordes de muſique.

Les fibres n'ont de l'*élaſticité* qu'autant qu'elles ſont tendues par quelque force, comme on voit par les cordes lâches, qu'on peut faire changer facilement de poſition, ſans qu'elles puiſſent reprendre la premiere qu'elles avoient, quoique cependant on n'ait pas encore déterminé exactement par expérience, quel eſt le degré de tenſion néceſſaire pour faire apercevoir l'*élaſticité*.

Quand une fibre eſt trop tendue, elle perd ſon *élaſticité*. Quoiqu'on ne connoiſſe pas non plus le degré de tenſion qu'il faudroit pour détruire l'*élaſticité*, il eſt certain au moins que l'*élaſticité* dépend de la tenſion, & que cette tenſion a des limites où l'*élaſticité* commence & où elle ceſſe.

Si cette obſervation ne nous fait pas connoître la cauſe propre & adéquate de l'*élaſticité*, elle nous fait voir au moins la différence qu'il y a entre le corps élaſtique & les corps non élaſtiques, comment il arive qu'un corps perd ſon *élaſticité*, & comment un corps deſtitué de cette force, vient à l'acquérir. Ainſi, une plaque de métal devient élaſtique à force d'être batue ; & ſi on la fait chauffer, elle perd cette propriété.

Entre les limites de tenſion qui ſont les termes de l'*élaſticité*, on peut compter différens degrés de force néceſſaires pour donner différens degrés de tenſion, & pour tendre les cordes à telle ou telle longueur. Mais quelle eſt la proportion de ces forces par raport aux longueurs des cordes ? c'eſt ce qu'on ne ſauroit déterminer que par des expé-

Digitized by Google

rienees faites avec des cordes de métal ; & comme les alongemens de ces cordes ſont à peine ſenſibles, il s'enſuit de là qu'on ne ſauroit meſurer directement ces proportions, mais qu'il faut pour cela ſe ſervir d'un moyen particulier & indirect. Graveſande s'eſt donné beaucoup de peine pour déterminer ces loix : voici le réſultat des expériences qu'il a faites pour cela.

1°. Les poids qu'il faut pour augmenter une fibre par la tenſion juſqu'à un certain degré, ſont dans différens degrés de tenſion, comme la tenſion même. Si, par exemple, nous ſuppoſons trois fibres de même longueur & de même épaiſſeur, dont les tenſions ſoient comme 1, 2, 3, des poids qui feront dans la même proportion les tendront également.

2°. Les plus petits alongemens des mêmes fibres ſeront entr'eux à peu près comme les forces qui les alongent ; proportion qu'on peut appliquer auſſi à leur inflexion.

3°. Dans les cordes de même genre, de même épaiſſeur & également tendues, mais de différentes longueurs, les alongemens produits en ajoutant des poids égaux, ſont les uns aux autres comme les longueurs des cordes ; ce qui vient de ce que la corde s'alonge dans toutes ſes parties, & que par conſéquent l'alongement d'une corde totale eſt double de l'alongement de ſa moitié, ou de l'alongement d'une corda ſous-double.

4°. On peut comparer de la même maniere les fibres de même eſpece, mais de différente épaiſſeur, en comparant d'abord un plus ou moins grand nombre de fibres déliées de la même épaiſſeur : & prenant enſuite le nombre total des fibres, en raiſon de la ſolidité des cordes, c'eſt-à-dire, comme les carrés des diametres des cordes, ou comme leur poids, lorſque leurs longueurs ſont égales. De telles cordes doivent donc être tendues également par des forces que l'on ſuppoſera en raiſon des carrés de leurs diametres. Le même rapport doit auſſi ſe trouver entre les forces qu'il faut pour courber des cordes, de façon que les fleches de la courbure ſoient égales dans les fibres données.

5°. Le mouvement d'une fibre tendue ſuit les mêmes lois que celui d'un corps qui fait ſes oſcillations dans une cycloïde ; & quelque inégales que ſoient les vibrations, elles ſe font toujours dans un même temps. *Voyez* CYCLOIDE & CORDE.

6°. Deux cordes étant ſuppoſées égales, mais inégalement tendues, il faut des forces égales pour les fléchir également : on peut comparer leurs mouvemens à ceux de deux pendules, auxquels deux forces différentes feroient décrire des arcs ſemblables de cycloïde ; & par conſéquent les carrés des temps de vibrations des fibres ſont les uns aux autres en raiſon inverſe des forces qui les fléchiſſent également, c'eſt-à-dire, des poids qui tendent les cordes. *Voyez* PENDULE.

7°. On peut encore comparer d'une autre maniere les mouvemens des cordes ſemblables également tendues, avec ceux des pendules ; car, comme on fait attention aux temps des vibrations, il faut auſſi faire attention aux viteſſes avec leſquelles les cordes ſe meuvent : or ces viteſſes ſont entr'elles en raiſon compoſée de la directe des poids qui fléchiſſent les cordes, & de l'inverſe des quantités de matiere contenues dans les cordes, c'eſt-à-dire, de la longueur de ces cordes. Les viteſſes ſont donc en raiſon inverſe des carrés des longueurs, & des carrés des temps des vibrations.

Les lames ou plaques élaſtiques peuvent être conſidérées comme un amas ou faiſceau de cordes élaſtiques parallèles. Lorſque la plaque ſe fléchit, quelques-unes des fibres s'alongent, & les différens points d'une même plaque ſont différemment alongés.

On explique l'*élaſticité* d'un fluide, en ſuppoſant à toutes ſes parties une force centrifuge : & M. Newton (*Princ. math. prop. xxiij, liv. II*) prouve, d'après cette ſuppoſition, que les particules qui ſe repouſſent ou ſe fuient mutuélement les unes les autres par des forces réciproquement proportionelles aux diſtances de leur centre, doivent compoſer un fluide élaſtique dont la denſité ſoit proportionele à ſa compreſſion ; & réciproquement, que ſi un fluide eſt compoſé de parties qui ſe fuient & s'évitent mutuélement les unes les autres, & que ſa denſité ſoit proportionele à la compreſſion ; la force centrifuge de ces particules ſera en raiſon inverſe de leurs diſtances. *Voyez* FLUIDE.

Au reſte, il faut regarder cette démonſtration comme purement mathématique, & non comme déduite de la véritable cauſe phyſique de l'*élaſticité* des fluides. Quelle que ſoit la cauſe de cette *élaſticité*, il eſt conſtant qu'elle tend à raprocher les parties déſunies ou éloignées, & que par conſéquent on peut la réduire, quant aux effets, à l'action d'une force centrifuge par laquelle les particules du fluide ſe repouſſent mutuélement, ſans qu'il ſoit néceſſaire de ſuppoſer l'exiſtence réelle d'une pareille force centrifuge. La démonſtration ſubſiſte donc, quelle que ſoit la cauſe phyſique de l'*élaſticité* des fluides.

M. Daniel Bernoulli a donné dans ſon *Hydrodynamique*, les loix de la compreſſion & du mouvement des fluides élaſtiques. Il en tire la théorie de la compreſſion de l'air, & de ſon mouvement en paſſant par différens ajutages ; de la force de la poudre pour mouvoir les boulets de canon, *&c.* Dans mon traité *de l'équilibre & du mouvement des fluides*, imprimé à Paris en 1744, j'ai auſſi donné les loix de l'équilibre & du mouvement des fluides élaſtiques. J'y remarque que le mouvement d'un fluide élaſtique differe principalement de celui d'un fluide ordinaire, par les loix des viteſſes de ſes différentes couches. Ainſi, quand un fluide non élaſtique ſe meut dans un vaſe cylindrique, toutes les couches de ce fluide ſe meuvent avec une égale viteſſe ; mais il n'en eſt pas de même quand le fluide eſt élaſtique : car, ſi en

fluide ſe meut dans un cylindre dont un des bouts ſoit fermé, la vîteſſe de ſes tranches eſt d'autant plus grande, qu'elles ſont plus éloignées de ce fond; à peu près comme il arive à un reſſort fixé par une de ſes extrémités, & dont les parties parcourent en ſe débandant d'autant plus d'eſpace, qu'elles ſont plus éloignées du point fixe. Du reſte, la méthode pour déterminer les loix du mouvement des fluides élaſtiques, eſt la même que pour déterminer celles des autres fluides. M. Bernoulli, dans ſes *recherches ſur le mouvement des fluides élaſtiques*, avoit ſuppoſé la chaleur du fluide conſtante, & l'*élaſticité* proportionée à la denſité. Pour moi, j'ai ſuppoſé que l'*élaſticité* agit ſuivant telle loi qu'on voudra.

M. Jacques Bernoulli, dans les *mém. Acad.* 1703, où il donne la théorie de la tenſion des fibres élaſtiques de différentes longueurs, ou de leur compreſſion par différens poids, remarque avec raiſon que la compreſſion des fibres élaſtiques n'eſt pas exactement proportionele au poids comprimant; & la preuve démonſtrative qu'il en apporte, c'eſt qu'une fibre élaſtique ne peut pas être comprimée à l'infini; que, dans ſon dernier état de compreſſion, elle a encore quelque étendue, & que quelque poids qu'on ajoutât alors au poids comprimant, la compreſſion ne pouroit pas être plus grande: d'où il s'enſuit évidemment que la compreſſion n'augmente pas généralement en raiſon du poids.

Or ce que nous venons de raporter d'après M. Jacques Bernoulli, ſur la regle des preſſions proportioneles aux poids, a lieu dans les fluides élaſtiques; par conſéquent la regle qui fait les compreſſions proportioneles aux poids des fluides élaſtiques, (*Voyez* AIR) ne ſauroit être qu'une regle raprochée. J'aimerois mieux dire, & ce ſeroit peut-être parler plus exactement, que la différence des compreſſions de l'air eſt proportionele aux poids comprimans; mais que comme la compreſſion de l'air eſt fort petite lorſque le poids comprimant $= o$, c'eſt-à-dire, comme l'air dans ſon état naturel eſt extrêmement dilaté, les expériences ont fait croire que les compreſſions de l'air étoient comme les poids, quoique cette proportion n'ait pas lieu rigoureuſement; car, ſoit P la compreſſion de l'air dans ſon état naturel, & $P+A$, & $P+B$ les compreſſions de ce même air par les deux poids a, b; comme on ſuppoſe A & B fort grandes par raport à P, il eſt évident qu'au lieu de la proportion $a : b :: A : B$, on peut prendre la proportion approchée $a : b :: P+A : P+B$. *Voyez mes recherches ſur la cauſe des vents, article* 81.

Sur les phénomenes de l'*élaſticité* de l'air, *voyez les mots* AIR *&* ATHMOSPHERE *dans le dictionaire de phyſique*. C'eſt l'*élaſticité* de l'air, & non ſon poids, qui eſt la cauſe immédiate de la ſuſpenſion du mercure dans le barometre; car l'air d'une chambre ſoutient le mercure en vertu de ſon reſſort: ainſi, plus le reſſort ou l'*élaſticité* de l'air augmentent, plus le mercure doit monter, & au contraire. Les variations du barometre ſont donc l'effet du changement de l'*élaſticité* dans l'air, autant que du changement qui arive dans ſon poids; & comme, outre le poids de l'air, il y a une infinité de cauſes qui peuvent changer l'*élaſticité* de l'air, comme la chaleur, l'humidité, le froid, la ſéchereſſe, il s'enſuit que toutes ces cauſes concourent à la ſuſpenſion plus ou moins grande du mercure. (*O*).

ÉLASTIQUE, adj. (*Méchanique*); corps *élaſtique* ou *à reſſort*, eſt celui qui étant frapé ou tendu, perd d'abord ſa figure, mais fait éfort par ſa propre force pour la reprendre, ou qui quand il eſt comprimé, condenſé, *&c.* fait éfort pour ſe mettre en liberté, & pour repouſſer les corps qui le compriment, comme une lame d'épée, un arc, *&c.* qui ſe bandent aiſément, mais qui reviennent bientôt après à leur premiere figure & à leur premiere étendue. *Voyez* ÉLASTICITÉ. Tel eſt encore un ballon plein d'air.

Les corps *élaſtiques* ſont ou naturels ou artificiels. Les principaux parmi les artificiels, pour le degré de force *élaſtique*, ſont les arcs d'acier, les boulets d'airain, d'ivoire, de marbre, *&c.* les cuirs & les peaux, les membranes, les cordes ou fils d'airain, de fer, d'argent & d'acier, les nerfs, les boyaux, les cordes de lin & de chanvre.

Les principaux entre les naturels ſont les éponges, les branches d'arbres verts, la laine, le coton, les plumes, *&c.* On diſpute ſi l'eau a ou n'a point de force *élaſtique*: pluſieurs philoſophes croient qu'elle n'en a point ou peu par elle-même, & que ſi elle en montre quelquefois, on doit l'attribuer à l'air qui y eſt connu.

Les principaux phénomenes qu'on obſerve dans les corps *élaſtiques*, ſont, 1°. qu'un corps *élaſtique* (nous ſuppoſons ici ce corps parfaitement *élaſtique*, & nous imaginons qu'il y en ait de tels) fait éfort pour ſe remettre dans l'état où il étoit avant la compreſſion, avec la même quantité de force qui a été employée à le preſſer ou à le bander; car la force avec laquelle on tire une corde, eſt la même que celle avec laquelle cette corde réſiſte à la traction; de même un arc reſte bandé, tant qu'il y a équilibre entre la force qui eſt employée à le bander & celle avec laquelle il réſiſte.

2°. Les corps *élaſtiques* exercent également leur force en tout ſens, quoique l'effet ſe faſſe principalement apercevoir du côté où la réſiſtance eſt la moins forte: ce qui ſe voit évidemment par l'exemple d'un arc qui lance une fleche, du canon lorſque le boulet en ſort, *&c.*

3°. Les corps *élaſtiques* ſonores, de quelque maniere qu'on les frape ou qu'on les pouſſe, font toujours à peu près les mêmes vibrations; ainſi, une cloche rend toujours un même ſon de quelque maniere ou de quelque côté qu'on la frape. De même une corde de violon rend toujours le même ſon à quelque endroit qu'on la pouſſe avec l'archet. Or les différens ſons conſiſtent, comme l'on ſait,

Digitized by Google

dans la fréquence plus ou moins grande des vibrations du corps ſonore. *Voyez* Corde & Son.

4°. Un corps parfaitement fluide, s'il y en a de tels, ne ſauroit être *élaſtique*, parce que ſes parties ne ſauroient être comprimées. *Voyez* Fluide.

5°. Un corps parfaitement ſolide, s'il y en avoit de tels, ne ſauroit être parfaitement *élaſtique*, parce que n'ayant point de pores, il ne ſauroit être ſuſceptible de compreſſion.

6°. Les corps durs, longs & flexibles propres à acquérir de l'*élaſticité*, l'acquierent principalement de trois manieres, par leur extenſion, leur contraction, ou leur tenſion.

7°. Lorſque les corps ſe dilatent par leur force *élaſtique*, ils emploient pour cela une moindre force dans le commencement de leur dilatation que vers la fin, parce que c'eſt à la fin qu'ils ſont le plus comprimés, & que leur réſiſtance eſt toujours égale à la compreſſion.

8°. Le mouvement par lequel les corps comprimés ſe remettent dans leur premier état, eſt ordinairement un mouvement accéléré. Quant aux loix du mouvement & la percuſſion dans les corps *élaſtiques*, *voyez* ſur cela les *articles* Mouvement & Percussion. *Voyez auſſi* Ressort.

Je ferai ſeulement ici les deux obſervations ſuivantes:

1°. On ſuppoſe ordinairement qu'un corps *élaſtique* à reſſort parfait qui vient fraper un plan inébranlable, reçoit par le débandement du reſſort une viteſſe préciſément égale & en ſens contraire à celle qu'il avoit en frapant le plan. Il faut cependant remarquer qu'un corps *élaſtique* peut ſe rétablir parfaitement dans ſa figure, en perdant beaucoup de ſa viteſſe: en voici la preuve. Suppoſons deux corps A, B, durs, unis enſemble par un reſſort ataché à tous les deux, & ſuppoſons que ce ſyſtême viene à fraper perpendiculairement un plan inébranlable avec la viteſſe a; il eſt certain que le corps antérieur A perdra d'abord tout ſon mouvement, qu'enſuite le corps B avancera contre le plan & contre le corps A, en comprimant le reſſort avec la viteſſe a, & que ce reſſort en ſe débandant lui rendra la viteſſe a, laquelle étant partagée aux deux maſſes A, B, deviendra $\frac{Aa}{A+B}$; donc la viteſſe du ſyſtême des deux corps A, B, ſera moindre après le choc qu'auparavant, quoique le ſyſtême conſerve la même figure. Pour qu'un corps *élaſtique* ne perdît rien de ſa viteſſe par le choc, il faudroit ſuppoſer que le reſſort dont il eſt pourvu rendît ſes parties ſuſceptibles de diviſion à l'infini, en ſorte que quand il choque un plan, il n'y eût que la partie infiniment petite contiguë au plan, qui perdît tout-à-coup ſa viteſſe, les autres parties ne perdant la leur que par degrés inſenſibles. Or on ſent bien que cette ſuppoſition eſt plus mathématique que phyſique; en effet, l'expérience prouve que les corps *élaſtiques* les plus parfaits perdent quelque partie de leur viteſſe par le choc, ſans que leur figure ſoit aucunement altérée.

2°. M. Mariotte, dans *ſon traité du choc des corps*, dit que ſi on frape un cerceau avec un bâton pour le faire avancer, la partie du cerceau oppoſée à la partie choquée avancera vers le bâton & s'aplatira, tandis que le cerceau entier ira en avant; ce phénomene eſt aiſé à expliquer par les principes qu'on peut lire *au mot* Dynamique. Le cerceau étant en repos au moment du choc, on peut regarder ſon repos actuel comme compoſé de deux mouvemens égaux & contraires, l'un progreſſif & l'autre oppoſé à celui-là, & contraire à l'impulſion du bâton; donc en vertu de ce dernier mouvement le cerceau eſt dans le même état que s'il étoit pouſſé directement contre le bâton. Or, dans ces cas, il eſt évident qu'il doit s'aplatir par la partie la plus éloignée du bâton. Donc, *&c.* (*O*).

Élastique, adj. pris ſub. *ou* Courbe Élastique, (*Géométrie & Méchan.*) eſt le nom que M. Jacques Bernoulli a donné à la courbe que forme une lame de reſſort fixée horizontalement par une de ſes extrémités à un plan vertical, & chargée à l'autre extrémité d'un poids qui, par ſa peſanteur, oblige cette lame de ſe courber; la détermination de cette courbe eſt un problême de la plus ſublime géométrie. On peut voir l'analyſe que M. Jacques Bernoulli en a donné dans les *mémoires de l'académie des Sciences de Paris de* 1703. Pluſieurs ſavans géometres ont donné depuis ce temps différentes ſolutions de ce problême; on en trouve pluſieurs très-élégantes dans le *tome III des mém. de l'académie de Petersbourg.*

Cette courbe eſt la même que celle que formeroit un linge ACB, *Méch. Fig.* 74, parfaitement flexible, fixé horizontalement par ſes deux extrémités A, B, & chargé d'un fluide qui rempliroit la cavité ACB. *Voyez cette propoſition démontrée dans l'eſſai* de M. Jean Bernoulli *ſur une nouvele théorie de la manœuvre des vaiſſeaux*, imprimé à Bâle en 1714, & réimprimé depuis à Lauſane, 1743, dans le recueil *in*-4°. des œuvres de M. Jean Bernoulli. Je dis 1743, quoique le titre porte 1742, parce qu'il y a au commencement du premier volume deux écrits de M. Bernoulli & de l'éditeur, datés de 1743.

On peut voir auſſi dans le *tome IV des œuvres* de M. Jean Bernoulli, *page* 241, une ſolution du problême *élaſtique*; elle eſt fondée ſur deux principes: 1°. que le poids tendant exerce ſur chaque point de l'*élaſtique* une force proportionele à ſa diſtance; 2°. que la courbure dans chaque point eſt en raiſon de la force tendante; d'où il s'enſuit que ſi on nomme x la diſtance d'un point quelconque à la ligne de direction du poids tendant, on aura le rayon de la développée $\left(\frac{dx^2+dy^2}{-dx\,ddy}\right)^{\frac{3}{2}}=\frac{s}{x}$; d'où l'on tire

en regardant dx comme conſtant, $\frac{xx}{2} = -$

$\frac{dy}{\sqrt{dy^2+dx^2}}$ & $\frac{xx\,dx}{\sqrt{4-x^2}} = dy$, équation de l'*élaſtique*. Or il eſt évident que cette courbe eſt la même que celle du linge dont il a été parlé ci-deſſus, puiſque la preſſion, dans chaque point du linge, eſt proportionele à x, c'eſt-à-dire, à la hauteur, & que cette preſſion eſt de plus proportionele à la courbure, ou en raiſon inverſe du rayon de la dévelopée.

Voyez (*Mém. de l'Académie de Berlin*, 1769) *un Mémoire de M. de la Grange, ſur la force des reſſorts pliés*. (O).

ÉLECTION, (*Arithm. & Alg.*) : dans les nombres & les combinaiſons, eſt la différente maniere de prendre quelques nombres ou quantités données, ſans avoir égard à leurs places. Ainſi, les quantités, a, b, c, peuvent être priſes de ſept façons différentes, comme abc, ab, ac, bc & a, b, c. *Voyez* COMBINAISON, ALTERNATION, PERMUTATION. (O).

ÉLECTRA, (*Aſtronomie*) ; nom d'une des ſept étoiles des *pléiades*, ſituées ſur le taureau.

ÉLÉMENS, *en Aſtronomie*. Les aſtronomes entendent communément, par ce mot, les principaux réſultats des obſervations aſtronomiques, & généralement tous les nombres eſſentiels qu'ils emploient à la conſtruction des tables du mouvement des planetes. Ainſi, les *élémens* de la théorie du ſoleil, ou plutôt de la terre, ſont les époques de ſon moyen mouvement & de celui de ſon aphélie, ſon mouvement moyen & ſon excentricité, & le mouvement de ſon aphélie. Les *élémens* de la théorie de la lune ſont ſon mouvement moyen, celui de ſon nœud & de ſon apogée, ſon excentricité, l'inclinaiſon moyene de ſon orbite à l'écliptique, & la valeur de ſes différentes équations. (O).

ÉLÉMENS DES SCIENCES, (*Math.*). On appele, en général, *élément d'un tout*, les parties primitives & originaires dont on peut ſuppoſer que ce tout eſt formé. Pour tranſporter cette notion aux ſciences en général, & pour connoître quelle idée nous devons nous former des *élémens* d'une ſcience quelconque, ſuppoſons que cette ſcience ſoit entiérement traitée dans un ouvrage, en ſorte que l'on ait de ſuite & ſous les yeux les propoſitions, tant générales que particulieres, qui forment l'enſemble de la ſcience, & que ces propoſitions ſoient diſpoſées dans l'ordre le plus naturel & le plus rigoureux qui ſoit poſſible : ſuppoſons enſuite que ces propoſitions forment une ſuite abſolument continue, en ſorte que chaque propoſition dépende uniquement & immédiatement des précédentes, & qu'elle ne ſuppoſe point d'autres principes que ceux que les précédentes propoſitions renferment ; en ce cas, chaque propoſition, comme nous l'avons remarqué dans le diſcours préliminaire de l'Encyclopédie, ne ſera que la traduction de la premiere, préſentée ſous différentes faces ; tout ſe réduiroit par conſéquent à cette premiere propoſition, qu'on pouroit regarder comme l'*élément* de la ſcience dont il s'agit, puiſque cette ſcience y ſeroit entiérement renfermée. Si chacune des ſciences qui nous occupent étoit dans le cas dont nous parlons, les *élémens* en ſeroient auſſi faciles à faire qu'à apprendre ; & même, ſi nous pouvions apercevoir ſans interruption la chaîne viſible qui lie tous les objets de nos connoiſſances, les *élémens* de toutes les ſciences ſe réduiroient à un principe unique, dont les conſéquences principales ſeroient les *élémens* de chaque ſcience particuliere. L'eſprit humain participant alors de l'intelligence ſuprême, verroit toutes ces connoiſſances comme réunies ſous un point de vue indiviſible ; il y auroit cependant cette différence entre Dieu & l'homme, que Dieu, placé à ce point de vue, apercevroit d'un coup d'œil tous les objets, & que l'homme auroit beſoin de les parcourir l'un après l'autre, pour en acquérir une connoiſſance détaillée. Mais il s'en faut beaucoup que nous puiſſions nous placer à un tel point de vue. Bien loin d'apercevoir la chaîne qui unit toutes les ſciences, nous ne voyons pas même, dans leur totalité, les parties de cette chaîne qui conſtituent chaque ſcience en particulier. Quelque ordre que nous puiſſions mettre entre les propoſitions, quelque exactitude que nous cherchions à obſerver dans la déduction, il s'y trouvera toujours néceſſairement des vides ; toutes les propoſitions ne ſe tiendront pas immédiatement, & formeront, pour ainſi dire, des groupes différens & déſunis.

Néanmoins, quoique, dans cette eſpece de tableau, il y ait bien des objets qui nous échapent, il eſt facile de diſtinguer les propoſitions ou vérités générales qui ſervent de baſe aux autres, & dans leſquelles celles-ci ſont implicitement renfermées. Ces propoſitions réunies en un corps, formeront, à proprement parler, les *élémens* de la ſcience, puiſque ces *élémens* ſeront comme un germe qu'il ſuffiroit de développer pour connoître les objets de la ſcience fort en détail. Mais on peut encore conſidérer les *élémens* d'une ſcience ſous un autre point de vue : en effet, dans la ſuite des propoſitions, on peut diſtinguer celles qui, ſoit dans elles-mêmes, ſoit dans leurs conſéquences, conſiderent cet objet de la maniere la plus ſimple ; & ces propoſitions étant détachées du tout, en y joignant même les conſéquences détaillées qui en dérivent immédiatement, on aura des *élémens* pris dans un ſecond ſens plus vulgaire & plus en uſage, mais moins philoſophique que le premier. Les *élémens* pris dans le premier ſens, conſiderent, pour ainſi dire, en grôs toutes les parties principales de l'objet : les *élémens* pris dans ſecond ſens, conſiderent en détail les parties de l'objet les plus grôſſieres. Ainſi, des *élémens* de géométrie qui contiendroient non ſeulement les principes de la

Digitized by Google

meſure & des propriétés des figures planes, mais ceux de l'application de l'algebre à la géométrie, & du calcul différentiel & intégral appliqués aux courbes, ſeroient des *élémens* de géométrie dans le premier ſens, parce qu'ils renfermeroient les principes de la géométrie priſe dans toute ſon étendue; mais ce qu'on appele des *élémens de géométrie ordinaire*, qui ne roulent que ſur les propriétés générales des figures planes & du cercle, ne ſont que des *élémens* pris dans le ſecond ſens, parce qu'ils n'embraſſent que la partie la plus ſimple de leur objet, ſoit qu'ils l'embraſſent avec plus ou moins de détail. Nous nous atacherons ici aux *élémens* pris dans le premier ſens; ce que nous en dirons poura facilement s'appliquer enſuite aux *élémens* pris dans le ſecond.

La plupart des ſciences n'ont été inventées que peu à peu: quelques hommes de génie, à différens intervalles de temps, ont déconvert, les uns après les autres, un certain nombre de vérités; celles-ci en ont fait découvrir de nouveles, juſqu'à ce qu'enfin le nombre des vérités connues eſt devenu aſſez conſidérable. Cette aboodance, du moins apparente, a produit deux effets. En premier lieu, on a ſenti la difficulté d'y ajonter, non ſeulement parce que les génies créateurs ſont rares, mais encore parce que les premiers pas faits par une ſuite de bons eſprits, rendent les ſuivans plus difficiles à faire; car les hommes de génie parconrent rapidement la carriere une fois ouverte, juſqu'à ce qu'ils arivent à quelque obſtacle inſurmontable pour eux, qui ne peut être franchi qu'après des ſiecles de travail. En ſecond lieu, la difficulté d'ajouter aux découvertes, a dû naturélement produire le deſſein de mettre en ordre les déconvertes déja faites; car le caractere de l'eſprit humain eſt d'amâſſer d'abord le plus de connoiſſances qu'il eſt poſſible, & de ſonger enſuite à les mettre en ordre, lorſqu'il n'eſt plus ſi facile d'en amâſſer. De là ſont nés les premiers traités en tout genre; traités pour la plupart imparfaits & informes. Cette imperfection venoit principalement de ce que ceux qui ont dreſſé ces premiers ouvrages, ont pu rarement ſe mettre à la place des inventeurs dont ils n'avoient pas reçu le génie en recevant le fruit de leurs travaux. Les inventeurs ſeuls pouvoient traiter d'une maniere ſatisfaiſante les ſciences qu'ils avoient trouvées, parce qu'en revenant ſur la marche de leur eſprit, & en examinant de quelle maniere une propoſition les avoit conduits à une autre, ils étoient ſeuls en état de voir la liaiſon des vérités, & d'en former par conſéquent la chaîne. D'ailleurs les principes philoſophiques ſur leſquels la découverte d'une ſcience eſt apuiée, n'ont ſouvent one certaine néteté que dans l'eſprit des inventeurs; car ſoit par négligenee, ſoit pour déguiſer leurs découvertes, ſoit pour n'en faciliter aux autres les fruits, ils les couvrent d'un langage particulier, qui ſert ou à leur donner on air de myſtere, ou à en ſimplifier l'uſage: or ce langage ne peot être mieux tradnit que par ceux mêmes qui l'ont inventé, ou qui du moins auroient pu l'inventer. Il eſt enfin des cas où les inventeurs mêmes n'auroient pu réduire en ordre convenable leurs connoiſſances; c'eſt lorſqu'ayant été guidés moins par le raiſonement que par une eſpece d'inſtinct, ils ſont hors d'état de pouvoir les tranſmettre aux autres. C'eſt encore lorſque le nombre des vérités ſe trouve aſſez grand pour être recueilli, & pour qu'il ſoit difficile d'y ajouter, mais non aſſez complet pour former un corps & un enſemble.

Ce que nous venons de dire regarde les traités détaillés & complets; mais il eſt évident que les mêmes réflexions s'appliquent aux traités élémentaires: car, puiſque les traités complets ne different des traités élémentaires bien faits, que par le détail des conſéquences & des propoſitions particulieres omiſes dans les ones & énoncées dans les autres, il s'enſuit qu'un traité élémentaire & un traité complet, ſi on les ſuppoſe bien faits, ſerout ou explicitement ou implicitement renfermés l'un dans l'autre.

Il eſt donc évident, par tout ce que nous venons de dire, qu'on ne doit entreprendre les *élémens* d'une ſcience que quand les propoſitions, qui la conſtituent, ne ſeront point chacune iſolées & indépendantes l'une de l'autre, mais quand on y ponra remarquer des propoſitions principales dont les autres ſeront des conſéquences. Or comment diſtinguera-t-on ces propoſitions principales? voici le moyen d'y parvenir. Si les propoſitions, qui forment l'enſemble d'une ſcience, ne ſe ſuivent pas immédiatement les unes les autres, on remarquera les endroits où la chaîne eſt rompue, & les propoſitions qui forment la tête de chaque partie de la chaîne, ſont celles qui doivent entrer dans les *élémens*. À l'égard des propoſitions mêmes qui forment une ſeule portion continue de la chaîne, on y en diſtinguera de deux eſpeces; celles qui ne ſont que de ſimples conſéquences, une ſimple traduction en d'autres termes de la propoſition précédente, doivent être exclues des *élémens*, puiſqu'elles y ſont évidemment renfermées. Celles qui empruntent quelque choſe, non ſeulement de la propoſition précédente, mais d'une autre propoſition primitive, ſembleroient devoir être exclues par la même raiſon, puiſqu'elles ſont implicitement & exactement renfermées dans les propoſitions dont elles dérivent. Mais, en s'atachant ſcrupuleuſement à cette regle, non ſeulement on réduiroit les *élémens* à preſque rien, on en rendroit encore l'uſage & l'application trop difficiles. Ainſi, les conditions néceſſaires, pour qu'une propoſition entre dans les *élémens* d'une ſcience pris dans le premier ſens, ſont que ces propoſitions ſoient aſſez diſtinguées les unes des autres, pour qu'on n'en puiſſe pas en former une chaîne immédiate; que ces propoſitions ſoient elles-mêmes la ſource de pluſieurs autres, qui n'en ſeront plus regardées que comme des conſéquences; & qu'en-

Digitized by Google

fin, ſi quelqu'une des propoſitions eſt compriſe dans les précédentes, elle n'y ſoit compriſe qu'implicitement, ou de maniere qu'on ne puiſſe en apercevoir la dépendance que par un raiſonement dévelopé.

N'oublions pas de dire qu'il faut inſérer dans les *élémens* les propoſitions iſolées, s'il en eſt quelqu'une qui ne tiene ni comme principe, ni comme conſéqnence, à aucune autre; car les *élémens* d'une ſcience doivent contenir au moins le germe de toutes les vérités qui ſont l'objet de cette ſcience: par conſéqoent l'omiſſion d'une ſeule vérité iſolée, rendroit les *élémens* imparfaits.

Mais ce qu'il faut ſur-tout s'atacher à bien développer, c'eſt la métaphyſique des propoſitions. Cette métaphyſique, qoi a guidé ou dû guider les inventeurs, n'eſt autre choſe que l'expoſition claire & préciſe des vérités générales & philoſophiqoes, ſur leſquelles les principes de la ſcience ſont fondés. Plus cette métaphyſique eſt ſimple, facile, & pour ainſi dire populaire, plus elle eſt précieuſe; on peut même dire qne la ſimplicité & la facilité en ſont la pierre de touche. Tout ce qui eſt vrai, ſur-tout dans les ſciences de pur raiſonement, a toujours des principes clairs & ſenſibles, & par conſéquent peut être mis à la portée de tout le monde, ſans aucune obſcurité. En effet, comment les conſéquences pouroient-elles être claires & certaines, ſi les principes étoient obſcors? La vanité des auteurs & des lecteurs eſt cauſe que l'on s'écarte ſouvent de ces regles: les premiers ſont flatés de pouvoir répandre un air de myſtere & de ſublimité ſur leors productions: les autres ne haïſſent pas l'obſcurité, pourvu qo'il en réſulte une eſpece de merveilleux; mais la vérité eſt ſimple, & veut être traitée comme elle eſt. Nous aurons occaſion, dans cet ouvrage, d'appliquer ſouvent les regles que nous venons de donner, principalement dans ce qui regarde les loix de la méchanique, la géométrie, qu'on nomme *de l'infini*, & pluſieurs aotres objets; c'eſt pourqnoi nous inſiſtons, pour le préſent, aſſez légérement là-deſſus.

Pour nous borner ici à quelqnes regles générales, quels ſont dans chaque ſcience les principes d'où l'on doit partir? des faits ſimples, bien vus & bien avonés; en phyſiqne, l'obſervation de l'univers; en géométrie, les propriétés principales de l'étendne; en méchanique, l'impénétrabilité des corps; en métaphyſiqoe & en morale, l'étude de notre âme & de ſes affections, & ainſi des autres. Je prends ici la métaphyſique dans le ſens le plus rigoureux qu'elle puiſſe avoir, en tant qu'elle eſt la ſcience des êtres purement ſpirituels. Ce que j'en dis ici ſera encore plus vrai, quand on la regardera dans un ſens plus étendu, comme la ſcience univerſele, qui contient les principes de toutes les autres; car, ſi chaque ſcience n'a & ne peut avoir que l'obſervation pour vrais principes, la métaphyſique de chaque ſcience ne peut conſiſter que dans les conſéquences générales qui réſultent de l'obſervation, préſentées ſous le point de vue le plus étendu qu'on poiſſe leur donner. Ainſi, duſſai-je, contre mon intention, choqner encore quelques perſones, dont le zele, pour la métaphyſiqoe, eſt plos ardent qu'éclairé, je me garderai bien de la définir, comme elles le veulent, *la ſcience des idées*; car que ſeroit-ce qu'une pareille ſcience? La philoſophie, ſur quelqoe objet qu'elle s'exerce, eſt la ſcience des faits ou celle des chimeres. C'eſt en effet avoir d'elle une idée bien informe & bien peu juſte, que de la croire deſtinée à ſe perdre dans les abſtractions, dans les propriétés générales de l'être, dans celles du mode & de la ſubſtance. Cette ſpéculation inutile ne conſiſte qu'à préſenter ſous one forme & un langage ſcientifique, des propoſitions qni étant miſes en langage vulgaire, ou ne ſeroient que des vérités communes qu'on anroit honte d'étaler avec tant d'appareil, ou ſeroient pour le moins douteuſes, & par conſéquent indignes d'être érigées en principes. D'ailleurs une telle méthode eſt non ſeulement daogereuſe, en ce qu'elle retarde, par des queſtions vagues & contenieuſes, le progrès de nos connoiſſances réelles, elle eſt encore contraire à la marche de l'eſprit, qui, comme nous ne ſaurions trop le redire, ne connoît les abſtractions qoe par l'étude des êtres particuliers. Ainſi, la premiere choſe par où l'on doit commencer en bonne philoſophie, c'eſt de faire main-baſſe ſur ces longs & ennuyeux prolégomenes, ſur ces nomenclatures éterneles, ſur ces arbres & ces diviſions ſans fin: triſtes reſtes d'une miſérable ſcholaſtiqoe & de l'ignorante vanité de ces ſiecles ténébreux, qui, dénués d'obſervations & de faits, ſe créoient un objet imaginaire de ſpéculations & de diſputes. J'en dis autant de ces qoeſtions auſſi inotiles que mal réſolues, ſur la nature de la philoſophie, ſur ſon exiſtence, ſur le premier principe des connoiſſances humaines, ſur l'union de la probabilité avec l'évidence, & ſur une infinité d'autres objets ſemblables.

Il eſt, dans les ſciences, d'autres queſtions conteſtées, moins frivoles en elles-mêmes, mais auſſi inutiles en effet, qu'on doit abſolument bannir d'un livre d'*élémens*. On peut juger sûrement de l'inutilité abſolue d'une queſtion ſur laquelle on ſe diviſe, lorſqu'on voit que les philoſophes ſe réuniſſent d'ailleurs ſur des propoſitions, qui néanmoins, au premier coup d'œil, ſembleroient tenir néceſſairement à cette queſtion. Par exemple, les *élémens* de géométrie, de calcul, étant les mêmes pour toutes les écoles de philoſophie, il réſulte de cet accord, & qne les vérités géométriques ne tiennent point aux principes conteſtés ſur la nature de l'étendue, & qu'il eſt, ſur cette matiere, un point commun où toutes les ſectes ſe réuniſſent; un principe vulgaire & ſimple, d'où elles partent toutes ſans s'en apercevoir; principe qoi s'eſt obſcurci par les diſputes, ou qu'elles ont fait négliger, mais qui n'en ſubſiſte pas moins. De même, quoique le mouvement & ſes propriétés principales

les ſoient l'objet de la méchanique, néanmoins la métaphyſique obſcure & contentieuſe de la nature du mouvement, eſt totalement étrangere à cette ſcience ; elle ſuppoſe l'exiſtence du mouvement, tire de cette ſuppoſition une foule de vérités utiles, & laiſſe bien loin derriere elle la philoſophie ſcholaſtique s'épuiſer en vaines ſubtilités ſur le mouvement même. Zénon chercheroit encore ſi les corps ſe meuvent, tandis qu'Archimede auroit trouvé les loix de l'équilibre, Huyghens celles de la percuſſion, & Newton celles du ſyſtême du monde.

Concluons de là que le point auquel on doit s'arrêter dans la recherche des principes d'une ſcience, eſt déterminé par la nature de cette ſcience même, c'eſt-à-dire, par le point de vue ſous lequel elle enviſage ſon objet ; tout ce qui eſt au delà doit être regardé ou comme apartenant à une autre ſcience, ou comme une région entiérement refuſée à nos regards. J'avoue que les principes d'où nous partons en ce cas ne ſont peut-être eux-mêmes que des conſéquences fort éloignées des vrais principes qui nous ſont inconnus, & qu'ainſi ils mériteroient peut-être le nom de *concluſions* plutôt que celui de *principes*. Mais il n'eſt pas néceſſaire que ces concluſions ſoient des principes en elles-mêmes, il ſuffit qu'elles en ſoient pour nous.

Nous n'avons parlé juſqu'à préſent que des principes proprement dits, de ces vérités primitives par leſquelles on peut non ſeulement guider les autres, mais ſe guider ſoi-même dans l'étude d'une ſcience. Il eſt d'autres principes qu'on peut appeler *ſecondaires* ; ils dépendent moins de la nature des choſes, que du langage : ils ont principalement lieu, lorſqu'il s'agit de communiquer ſes connoiſſances aux autres. Je veux parler des définitions, qu'on peut, à l'exemple des mathématiciens, regarder en effet comme des principes ; puiſque, dans quelque eſpece d'*élémens* que ce puiſſe être, c'eſt en partie ſur elles que la plupart des propoſitions ſont apuiées. Ce nouvel objet demande quelques réflexions : l'article DÉFINITION en préſente pluſieurs ; nous y ajouterons les ſuivantes.

Définir, ſuivant la force du mot, c'eſt marquer les bornes & les limites d'une choſe ; ainſi, *définir ce mot*, c'eſt en déterminer & en circonſcrire pour ainſi dire le ſens, de maniere qu'on ne puiſſe, ni avoir de doute ſur ce ſens donné, ni l'étendre, ni le reſtreindre, ni enfin l'attribuer à aucun autre terme.

Pour établir les regles des définitions, remarquons d'abord que dans les Sciences, on fait uſage de deux ſortes de termes, de termes vulgaires, & de termes ſcientifiques.

J'appele *termes vulgaires*, ceux dont on fait uſage ailleurs que dans la ſcience dont il s'agit, c'eſt-à-dire, dans le langage ordinaire, ou même dans d'autres ſciences ; tels ſont par exemple les mots *eſpace*, *mouvement* en méchanique ; *corps* en géométrie ; *ſon* en muſique ; & une infinité d'autres. J'appele *termes ſcientifiques*, les mots propres & particuliers à la ſcience, qu'on a été obligé de créer pour déſigner certains objets, & qui ſont inconnus à ceux à qui la ſcience eſt tout-à-fait étrangere.

Il ſemble d'abord que les termes vulgaires n'ont pas beſoin d'être définis, puiſqu'étant, comme on le ſuppoſe, d'un uſage fréquent, l'idée qu'on atache à ces mots doit être bien déterminée & familiere à tout le monde. Mais le langage des Sciences ne ſauroit être trop précis, & celui du vulgaire eſt ſouvent vague & obſcur ; on ne ſauroit donc trop s'appliquer à fixer la ſignification des mots qu'on emploie, ne fût-ce que pour éviter toute équivoque. Or, pour fixer la ſignification des mots, on, ce qui revient au même, pour les définir, il faut d'abord examiner quelles ſont les idées ſimples que ce mot renferme ; j'appele *idée ſimple*, celle qui ne peut être décompoſée en d'autres, & par ce moyen être rendue plus facile à ſaiſir : telle eſt par exemple l'idée d'*exiſtence*, celle de *ſenſation*, & une infinité d'autres. Ceci a beſoin d'une plus ample explication.

À proprement parler, il n'y a aucune de nos idées qui ne ſoit ſimple ; car quelque compoſé que ſoit un objet, l'opération par laquelle notre eſprit le conçoit comme compoſé, eſt une opération inſtantanée & unique : ainſi, c'eſt par une opération ſimple que nous concevons un corps comme une ſubſtance tout-à-la-fois étendue, impénétrable, figurée & colorée.

Ce n'eſt donc point par la nature des opérations de l'eſprit qu'on doit juger du degré de ſimplicité des idées ; c'eſt la ſimplicité plus ou moins grande de l'objet qui en décide : de plus, cette ſimplicité plus ou moins grande, n'eſt pas celle qui eſt déterminée par le nombre plus ou moins grand des parties de l'objet, mais par le nombre plus ou moins grand des propriétés qu'on y conſidere à la fois ; ainſi, quoique l'eſpace & le temps ſoient compoſés de parties, & par conſéquent, ne ſoient pas des êtres ſimples, cependant, l'idée que nous en avons, eſt une idée ſimple, parce que toutes les parties du temps & de l'eſpace ſont abſolument ſemblables ; que l'idée que nous en avons eſt abſolument la même, & qu'enfin cette idée ne peut être décompoſée, puiſqu'on ne pourroit ſimplifier l'idée de l'étendue & celle du temps, ſans les anéantir : au lieu qu'en retranchant de l'idée de corps, par exemple, l'idée d'impénétrabilité, de figure & de couleur, il reſte encore l'idée de l'étendue.

Les idées ſimples, dans le ſens où nous l'entendons, peuvent ſe réduire à deux eſpeces : les unes ſont des idées abſtraites ; l'abſtraction en effet n'eſt autre choſe que l'opération, par laquelle nous conſidérons, dans un objet, une propriété particuliere, ſans faire attention à celles qui ſe joignent à celle-là, pour conſtituer l'eſſence de l'objet. La ſeconde eſpece d'idées ſimples eſt ren-

fermée dans les idées primitives que nous acquérons par nos ſenſations, comme celles des couleurs particulieres, du froid, du chaud, & pluſieurs autres ſemblables; auſſi n'y a-t-il point de circonlocution plus propre à faire entendre ces choſes, que le terme unique qui les exprime.

Quand on a trouvé toutes les idées ſimples qu'un mot renferme, on le définira en préſentant ces idées d'une maniere auſſi claire, auſſi courte, & auſſi préciſe qu'il ſera poſſible. Il ſuit de ces principes, que tout mot vulgaire qui ne renfermera qu'une idée ſimple, ne peut & ne doit pas être défini dans quelque ſcience que ce puiſſe être, puiſqu'une definition ne pouroit en mieux faire connoître le ſens. À l'égard des termes vulgaires qui renferment pluſieurs idées ſimples, fuſſent-ils d'un uſage très-commun, il eſt bon de les définir, pour développer parfaitement les idées ſimples qu'ils renferment.

Ainſi, dans la méchanique ou ſcience du mouvement des corps, on ne doit définir ni l'eſpace ni le temps, parce que ces mots ne renferment qu'une idée ſimple; mais on peut & on doit même définir le mouvement, quoique la notion en ſoit aſſez familiere à tout le monde, parce que l'idée de mouvement eſt une idée complexe qui en renferme deux ſimples, celle de l'eſpace parcouru, & celle du temps employé à le parcourir. Il ſuit encore des mêmes principes, que les idées ſimples qui entrent dans une définition doivent être tellement diſtinctes l'une de l'autre, qu'on ne puiſſe en retrancher aucune. Ainſi, dans la définition ordinaire du triangle rectiligne, on fait entrer mal-à-propos les trois côtés & les trois angles; il ſuffit d'y faire entrer les trois côtés, parce qu'une figure renfermée par trois lignes droites a néceſſairement trois angles. C'eſt à quoi on ne ſauroit faire trop d'attention, pour ne pas multiplier ſans néceſſité les mots non plus que les êtres, & pour ne pas faire regarder comme deux idées diſtinctes, ce qui n'eſt individuélement que la même.

On peut donc dire non ſeulement qu'une définition doit être courte, mais que plus elle ſera courte, plus elle ſera claire; car la briéveté conſiſte à n'employer que les idées néceſſaires, & à les diſpoſer dans l'ordre le plus naturel. On n'eſt ſouvent obſcur, que parce qu'on eſt trop long: l'obſcurité vient principalement de ce que les idées ne ſont pas bien diſtinguées les unes des autres, & ne ſont pas miſes à leur place. Enfin, la briéveté étant néceſſaire dans les définitions, on peut & on doit même y employer des termes qui renferment des idées complexes, pourvu que ces termes aient été définis auparavant, & qu'on ait par conſéquent dévelopé les idées ſimples qu'ils contienent. Ainſi, on peut dire qu'un triangle rectiligne eſt une figure terminée par trois lignes droites, pourvu qu'on ait défini auparavant ce qu'on entend par *figure*, c'eſt-à-dire, un eſpace terminé entiérement par des lignes: ce qui renferme trois idées, celle d'étendue, celle de bornes, & celle de bornes en tout ſens.

Telles ſont les regles générales d'une définition; telle eſt l'idée qu'on doit s'en faire, & ſuivant laquelle une définition n'eſt autre choſe que le dévelopement des idées ſimples qu'un mot renferme. Il eſt fort inutile après cela d'examiner ſi les définitions ſont de nom ou de choſe, c'eſt-à-dire, ſi elles ſont ſimplement l'explication de ce qu'on entend par un mot, ou ſi elles expliquent la nature de l'objet indiqué par ce mot. En effet, qu'eſt-ce que la nature d'une choſe? En quoi conſiſte-t-elle proprement, & la connoiſſons-nous? Si on veut répondre clairement à ces queſtions, on verra combien la diſtinction dont il s'agit eſt futile & abſurde: car étant ignorans comme nous le ſommes ſur ce que les êtres ſont en eux-mêmes, la connoiſſance de la nature d'une choſe (du moins par raport à nous) ne peut conſiſter que dans la notion claire & décompoſée, non des principes réels & abſolus de cette choſe, mais de ceux qu'elle nous paroît renfermer. Toute définition ne peut être enviſagée que ſous ce dernier point de vue: dans ce cas elle ſera plus qu'une ſimple définition de nom, puiſqu'elle ne ſe bornera pas à expliquer le ſens d'un mot, mais qu'elle en décompoſera l'objet; & elle ſera moins auſſi qu'une définition de choſe, puiſque la vraie nature de l'objet, quoiqu'ainſi décompoſé, poura toujours reſter inconnue.

Voilà ce qui concerne la définition des termes vulgaires. Mais une ſcience ne ſe borne pas à ces termes, elle eſt forcée d'en avoir de particuliers; ſoit pour abréger le diſcours & contribuer ainſi à la clarté, en exprimant par un ſeul mot ce qui auroit beſoin d'être exprimé par une phraſe entiere; ſoit pour déſigner des objets peu connus ſur leſquels elle s'exerce, & que ſouvent elle ſe produit à elle-même par des combinaiſons ſingulieres & nouveles. Ces mots ont beſoin d'être définis, c'eſt-à-dire, ſimplement expliqués par d'autres termes plus vulgaires & plus ſimples; & la ſeule regle de ces définitions, c'eſt de n'y employer aucun terme qui ait beſoin lui-même d'être expliqué, c'eſt à-dire, qui ne ſoit ou clair de lui-même, ou déja expliqué auparavant.

Les termes ſcientifiques n'étant inventés que pour la néceſſité, il eſt clair que l'on ne doit pas au hazard charger une ſcience de termes particuliers. Il ſeroit donc à ſouhaiter qu'on abolît ces termes ſcientifiques, & pour ainſi dire barbares, qui ne ſervent qu'à en impoſer; qu'en géométrie, par exemple, on dit ſimplement *propoſition* au lieu de *théorême*, *conſéquence* au lieu de *corollaire*, *remarque* au lieu de *ſcholie*, & ainſi des autres. La plupart des mots de nos ſciences ſont tirés des langues ſavantes, où ils étoient intelligibles au peuple même, parce qu'ils n'étoient ſouvent que des termes vulgaires, ou dérivés de ces termes: pourquoi ne pas leur conſerver cet avantage?

Les mots nouveaux, inutiles, bizâres, ou tirés

de trop de loin, ſont preſqu'auſſi ridicules en matiere de ſcience, qu'en matiere de goût. On ne ſauroit, comme nous l'avons déja dit ailleurs, rendre la langue de chaque ſcience trop ſimple, &, pour ainſi dire, trop populaire; non ſeulement c'eſt un moyen d'en faciliter l'étude, c'eſt ôter encore un prétexte de la décrier au peuple, qui s'imagine ou qui voudroit ſe perſuader que la langue particuliere d'une ſcience en fait tout le mérite; que c'eſt une eſpece de rempart inventé pour en défendre les approches: les ignorans reſſemblent en cela à ces généraux malheureux ou mal-habiles, qui ne pouvant forcer une place, ſe vengent en inſultant les dehors.

Au reſte, ce que je propoſe ici, a plutôt pour objet les mots abſolument nouveaux que le progrès naturel d'une ſcience oblige à faire, que les mots qui y ſont déja conſacrés, ſur-tout lorſque ces mots ne pouroient être facilement changés en d'autres plus intelligibles. Il eſt, dans les choſes d'uſage, des limites où le philoſophe s'arrête; il ne veut ni les réformer, ni s'y ſoumettre en tout, parce qu'il n'eſt ni tyran ni eſclave.

Les regles que nous venons de donner, concernent les *élémens* en général pris dans le premier ſens. A l'égard des *élémens* pris dans le ſecond ſens, ils ne different des autres qu'en ce qu'ils contiendront néceſſairement moins de propoſitions primitives, & qu'ils pourront contenir plus de conſéquences particulieres. Les regles de ces deux *élémens* ſont d'ailleurs parfaitement ſemblables; car les *élémens* pris dans le premier ſens étant une fois traités, l'ordre des propoſitions élémentaires & primitives y ſera réglé par le degré de ſimplicité ou de multiplicité, ſous lequel on enviſagera l'objet. Les propoſitions qui enviſagent les parties les plus ſimples de l'objet, ſe trouveront donc placées les premieres; & ces propoſitions, en y joignant ou en omettant leurs conſéquences, doivent former les *élémens* de la ſeconde eſpece. Ainſi, le nombre des propoſitions primitives de cette ſeconde eſpece d'*élémens*, doit être déterminé par l'étendue plus ou moins grande de la ſcience que l'on embraſſe, & le nombre des conſéquences ſera déterminé par le détail plus ou moins grand dans lequel on embraſſe cette partie.

On peut propoſer pluſieurs queſtions ſur la maniere de traiter les *élémens* d'une ſcience.

En premier lieu, doit-on ſuivre, en traitant les *élémens*, l'ordre qu'ont ſuivi les inventeurs? Il eſt d'abord évident qu'il ne s'agit point ici de l'ordre que les inventeurs ont pour l'ordinaire réellement ſuivi, & qui étoit ſans regle & quelquefois ſans objet, mais de celui qu'ils auroient pu ſuivre en procédant avec méthode. On ne peut douter que cet ordre ne ſoit en général le plus avantageux à ſuivre; parce qu'il eſt le plus conforme à la marche de l'eſprit, qu'il éclaire en inſtruiſant, qu'il met ſur la voie pour aller plus loin, & qu'il fait, pour ainſi dire, preſſentir à chaque pas celui qui doit le ſuivre: c'eſt ce qu'on appele autrement la *méthode analytique*, qui procede des idées compoſées aux idées abſtraites, qui remonte des conſéquences connues aux principes inconnus, & qui en généraliſant celles-là, parvient à découvrir ceux-ci; mais il faut que cette méthode réuniſſe encore la ſimplicité & la clarté, qui ſont les qualités les plus eſſentielles que doivent avoir les *élémens* d'une ſcience. Il faut bien ſe garder ſur-tout, ſous prétexte de ſuivre la méthode des inventeurs, de ſuppoſer comme vrais des propoſitions, qui ont beſoin d'être prouvées, ſous prétexte que les inventeurs, par la force de leur génie, ont dû apercevoir d'un coup d'œil & comme *à vue d'oiſeau* la vérité de ces propoſitions. On ne ſauroit traiter trop exactement les ſciences, ſur-tout celles qui s'appelent particuliérement *exactes*.

La méthode analytique peut ſur-tout être employée dans les ſciences dont l'objet n'eſt pas hors de nous, & dont le progrès dépend uniquement de la méditation; parce que tous les matériaux de la ſcience étant pour ainſi dire au dedans de nous, l'analyſe eſt la vraie maniere & la plus ſimple d'employer ces matériaux. Mais, dans les ſciences dont les objets nous ſont extérieurs, la méthode ſynthétique, celle qui deſcend des principes aux conſéquences, des idées abſtraites aux compoſées, peut ſouvent être employée avec ſuccès & avec plus de ſimplicité que l'autre; d'ailleurs les faits ſont eux-mêmes, en ce cas, les vrais principes. En général, la méthode analytique eſt plus propre à trouver les vérités, ou à faire connoître comment on les a trouvées. La méthode ſynthétique eſt plus propre à expliquer & à faire entendre les vérités trouvées: l'une apprend à lutter contre les difficultés, en remontant à la ſource; l'autre place, l'eſprit à cette ſource même, d'où il n'a plus qu'à ſuivre un cours facile. *Voyez* ANALYSE, SYNTHESE.

On demande, en ſecond lieu, laquelle des deux qualités doit être préférée dans des *élémens*, de la facilité, ou de la rigueur exacte. Je réponds que cette queſtion ſuppoſe une choſe fauſſe: elle ſuppoſe que la rigueur exacte puiſſe exiſter ſans la facilité, & c'eſt le contraire; plus une déduction eſt rigoureuſe, plus elle eſt facile à entendre: car la rigueur conſiſte à réduire tout aux principes les plus ſimples. D'où il s'enſuit encore que la rigueur proprement dite, entraîne néceſſairement la méthode la plus naturele & la plus directe. Plus les principes ſeront diſpoſés dans l'ordre convenable, plus la déduction ſera rigoureuſe; ce n'eſt pas qu'abſolument elle ne pût l'être ſi on ſuivoit une méthode plus compoſée, comme a fait Euclide dans ſes *élémens*: mais alors l'embaras de la marche feroit aiſément ſentir que cette rigueur précaire & forcée ne ſeroit qu'improprement telle.

Il ne s'agit pas ici des élémens des *Belles-Lettres*, ni de ceux de l'hiſtoire, *&c.* Nous dirons ſeulement, en général, que toutes nos connoiſſances peuvent ſe réduire à trois eſpeces; l'hiſtoire,

les arts, tant libéraux que méchaniques, & les ſciences proprement dites, qui ont pour objet les matieres de pur raiſonement; & que ces trois eſperes peuvent être réduites à une ſeule, à celle des ſciences proprement dites. Car, 1°. l'hiſtoire eſt ou de la nature, ou des penſées des hommes, ou de leurs actions. L'hiſtoire de la nature, objet de la médiration du philoſophe, rentre dans la claſſe des ſciences; il en eſt de même de l'hiſtoire des penſées des hommes, ſur-tout ſi on ne comprend ſous ce nom que celles qui ont été vraiment lumineuſes & utiles, & qui ſont auſſi les ſeules qu'on doive préſenter à ſes lecteurs dans un livre d'*élément*. À l'égard de l'hiſtoire des rois, des conquérans, & des peuples, en un mot, des événemens qui ont changé ou troublé la terre, elle ne peut être l'objet du philoſophe, qu'autant qu'elle ne ſe borne pas aux faits ſeuls; cette connoiſſance ſtérile, ouvrage des ſens & de la mémoire, n'eſt qu'une connoiſſance de pure convention quand on la renferme dans ſes étroites limites, mais entre les mains de l'homme qui ſait puſer, elle peut devenir la premiere de toutes. Le ſage étudie l'univers moral comme le phyſique, avec cette patience, cette circonſpection, ce ſilence de préjugés qui augmente les connoiſſances en les rendant utiles; il ſuit les hommes dans leurs paſſions, comme la nature dans ſes procédés; il obſerve, il raproche, il compare, il joint ſes propres obſervations à celles des ſiecles précédens, pour tirer de ce tout, les principes qui doivent l'éclairer dans ſes recherches, ou le guider dans ſes actions: d'après cette idée, il n'enviſage l'hiſtoire que comme un recueil d'expériences morales faites ſur le genre humain, recueil qui ſeroit ſans doute beaucoup plus complet s'il n'eût été fait que par des philoſophes, mais qui, tout informe qu'il eſt, renferme encore les plus grandes leçons de conduite, comme le recueil des obſervations médicinales de tous les âges, mal-gré tout ce qui lui manque & qui lui manquera peut-être toujours, forme néanmoins la partie la plus importante & la plus réelle de l'art de guérir. L'hiſtoire appartient donc à la claſſe des ſciences, quant à la maniere de l'étudier & de ſe la rendre utile, c'eſt-à-dire, quant à la partie philoſophique.

2°. Il en eſt de même des arts, tant méchaniques que libéraux: dans les uns & les autres, ce qui concerne les détails eſt uniquement l'objet de l'artiſte: mais d'un côté, les principes fondamentaux des arts méchaniques ſont fondés ſur les connoiſſances mathematiques & phyſiques des hommes, c'eſt-à-dire, ſur les deux branches les plus conſidérables de la philoſophie; de l'autre, les arts libéraux ont pour baſe l'étude fine & délicate de nos ſenſations. Cette métaphyſique ſubtile & profonde qui a pour objet les matieres de goût, fait y diſtinguer les principes abſolument généraux & communs à tous les hommes, d'avec ceux qui ſont modifiés par le caractere, le génie, le degré de la ſenſibilité des nations ou des individus; elle démêle par ce moyen le beau eſſentiel & univerſel, s'il en eſt un, d'avec le beau plus ou moins arbitraire & plus ou moins convenu: également éloignée & d'une déciſion trop vague & d'une diſcuſſion trop ſcrupuleuſe, elle ne pouſſe l'analyſe du ſentiment que juſqu'où elle doit aller, & ne la reſſerre point non plus trop en deçà du champ qu'elle peut ſe permettre; en comparant les impreſſions & les affections de notre âme, comme le métaphyſicien ordinaire compare les idées purement ſpéculatives, elle tire de cet examen des regles pour rapeler ces impreſſions à une ſource commune, & pour les juger par l'analogie qu'elles ont entr'elles; mais elle s'abſtient, ou de les juger en elles-mêmes, ou de vouloir apprécier les impreſſions originaires & primitives par les principes d'une philoſophie auſſi obſcure pour nous, que la ſtructure de nos organes, ou de vouloir enfin faire adopter ſes regles par ceux qui ont reçu, ſoit de la nature, ſoit de l'habitude, une autre façon de ſentir. Ce que nous diſons ici du goût dans les arts libéraux, s'applique de ſoi-même à cette partie des ſciences qu'on appele *Belles-Lettres*. C'eſt ainſi que les *élémens* de toutes nos connoiſſances ſont renfermés dans ceux d'une philoſophie bien entendue.

Nous n'ajouterons plus qu'un mot ſur la maniere d'étudier quelques ſortes d'*élémens* que ce puiſſe être, en ſuppoſant ces *élémens* bien faits. Ce n'eſt point avec le ſecours d'un maître qu'on peut remplir cet objet, mais avec beaucoup de méditation & de travail. Savoir des *élémens*, ce n'eſt pas ſeulement connoître ce qu'ils contienent, c'eſt en connoître l'uſage, les applications, & les conſéquences; c'eſt pénétrer dans le génie de l'inventeur, c'eſt ſe mettre en état d'aller plus loin que lui, & voilà ce qu'on ne fait bien qu'à force d'étude & d'exercice: voilà pourquoi on ne ſaura jamais parfaitement, que ce qu'on a appris ſoi-même. Peut-être ſeroit-on bien, par cette raiſon, d'indiquer en deux mots dans des *élémens*, l'uſage & les conſéquences des propoſitions démontrées. Ce ſeroit, pour les commençans, un ſujet d'exercer leur eſprit en cherchant la démonſtration de ces conſéquences, & en faiſant diſparoître les vides qu'on leur auroit laiſſés à remplir. Le propre d'un bon livre d'*élémens* eſt de laiſſer beaucoup à penſer.

On doit être en état de juger maintenant ſi des *élémens* complets des ſciences, peuvent être l'ouvrage d'un homme ſeul: & comment pouroient-ils l'être, puiſqu'ils ſuppoſent une connoiſſance univerſele & aprofondie de tous les objets qui occupent les hommes? Je dis *une connoiſſance aprofondie*; car il ne faut pas s'imaginer que pour avoir appris les principes d'une ſcience, on ſoit en état de les enſeigner. C'eſt à ce préjugé, fruit de la vanité & de l'ignorance, qu'on doit attribuer le petit nombre de bons livres élémentaires que nous avons, tandis qu'il en exiſte une foule de mauvais. L'éleve à peine ſorti des premiers ſentiers,

encore frapé des difficultés qu'il a éprouvées, & que ſouvent même il n'a ſurmontées qu'en partie, entreprend de les faire connoître & ſurmonter aux autres; cenſeur & plagiaire tout enſemble de ceux qui l'ont précédé, il copie, transforme, étend, renverſe, reſſerre, obſcurcit, prend ſes idées informes & confuſes, pour des idées claires, & l'envie qu'il a eu d'être auteur pour le déſir d'être utile. On pouroit le comparer à un homme qui ayant parcouru un labyrinthe à tâtons & les ieux bandés, croiroit pouvoir en donner le plan, & en développer les détours. D'un autre côté, les maîtres de l'art, qui, par une étude longue & aſſidue, en ont vaincu les difficultés & connu les fineſſes, dédaignent ſouvent de revenir ſur leurs pas pour faciliter aux autres le chemin qu'ils ont eu tant de peine à ſuivre: peut-être encore frapés de la multitude & de la nature des obſtacles qu'ils ont ſurmontés, redoutent-ils le travail qui ſeroit néceſſaire pour les aplanir, & qui ſeroit trop peu ſenti pour qu'on pût leur en tenir compte. Uniquement occupés de faire de nouveaux progrès dans l'art, pour s'élever, s'il leur eſt poſſible, au deſſus de leurs prédéceſſeurs ou de leurs contemporains, & plus jaloux de l'admiration que de la reconoiſſance publique, ils ne penſent qu'à découvrir & à jouir, & préferent la gloire d'augmenter l'édifice au ſoin d'en éclairer l'entrée. Ils penſent que celui qui apportera, comme eux, dans l'étude des ſciences, un génie, vraiment propre à les aprofondir, n'aura pas beſoin d'autres *élément*, que de ceux qui les ont guidés eux-mêmes; que la nature & ſes réflexions ſuppléeront infailliblement pour lui, à ce qui manque aux livres, & qu'il eſt inutile de faciliter aux autres, des connoiſſances qu'ils ne pourront jamais ſe rendre vraiment propres, parce qu'ils ſont tout au plus en état de les recevoir ſans y rien mettre du leur. Un peu plus de réflexion eût fait ſentir combien cette maniere de penſer eſt nuiſible au progrès & à la gloire des ſciences; à leur progrès, parce qu'en facilitant aux génies heureux, l'etude de ce qui eſt connu, on les met en état d'y ajouter davantage & plus promptement; à leur gloire, parce qu'en les mettant à la portée d'un plus grand nombre de perſones, on ſe procure un plus grand nombre de juges éclairés. Tel eſt l'avantage que produiroient de bons *élémens* des ſciences, *élémens* qui ne peuvent être l'ouvrage que d'une main fort habile & fort exercée. En effet, ſi on n'eſt pas parfaitement inſtruit des vérités de détail qu'une ſcience renferme; ſi, par un fréquent uſage, on n'a pas aperçu la dépendance mutuele de ces vérités, comment diſtinguera-t on parmi elles les propoſitions fondamentales dont elles dérivent, l'analogie ou la différence de ces propoſitions fondamentales, l'ordre qu'elles doivent obſerver entr'elles, & ſur-tout les principes au delà deſquels on ne doit pas remonter? C'eſt ainſi qu'un chimiſte ne parvient à connoître les mixtes qu'après des analyſes & des combinaiſons fréquentes & variées. La comparaiſon eſt d'autant plus juſte, que ces analyſes apprenent au chimiſte, non ſeulement quels ſont les principes dans leſquels un corps ſe réſout, mais encore, ce qui n'eſt pas moins important, les bornes au delà deſquelles il ne peut ſe réſoudre, & qu'une expérience longue & téitérée peut ſeule faire connoître.

Des *élémens* bien faits, ſuivant le plan que nous avons expoſé, & par des écrivains capables d'exécuter ce plan, auroient une double utilité: ils mettroient les bons eſprits ſur la voie des découvertes à faire, en leur préſentant les découvertes déja faites; de plus, ils mettroient chacun plus à portée de diſtinguer les vraies découvertes d'avec les fauſſes; car tout ce qui ne pouroit point être ajouté aux *élémens* d'une ſcience, comme par forme de ſupplément, ne ſeroit point digne du nom de *découverte*. (*O*).

ÉLÉMENS, (*Géomét. tranſ.*). On appele ainſi dans la géométrie ſublime, les parties infiniment petites ou différentieles d'une ligne droite, d'une courbe, d'une ſurface, d'un ſolide. *Voyez* DIFFÉRENTIEL, FLUXIONS, INDIVISIBLES, INTÉGRAL, INFINI, *&c.* (*O*).

ÉLÉMENTAIRE ſe dit, en parlant d'une ſcience, de la partie de cette ſcience qui en renferme les élémens. Ainſi, on dit la *Géométrie élémentaire* pour les *élémens de Géométrie*, la *Méchanique élémentaire* pour les *élémens de Méchanique*, &c. (*O*).

ÉLÉVATION des puiſſances, (*Arith.*). *Voyez* ÉLEVER.

ÉLÉVATION, *en Hydraulique*, ſe dit de la hauteur à laquelle montent les eaux jailliſſantes; elle dépend de celle des réſervoirs & de la juſte proportion de la ſortie des ajuſtages avec le diametre des tuyaux de conduite. *Voyez* JETS D'EAU *au mot* JET.

ÉLÉVATION, ſub. f. (*Aſtron.*). L'*élévation* ou la hauteur d'une étoile ou d'un autre point du ciel, eſt un arc de cercle vertical compris entre l'horizon & l'étoile, ou le point obſervé.

L'*élévation* du pole, ou la hauteur du pole ſur l'horizon d'un lieu, eſt un arc de méridien intercepté entre le pole & l'horizon. *Voyez* HAUTEUR.

ÉLEVER, v. act. *terme d'Arithmétique & d'Algebre*. On dit qu'on *éleve* un nombre au carré, au cube, à la quatrieme puiſſance, *&c.* lorſqu'on en prend le carré, le cube, la quatrieme puiſſance, *&c.* ainſi, 2 *élevé* au carré donne 4, au cube donne 8, *&c. Voyez* CARRÉ, CUBE, PUISSANCE. Le mot d'*élever* s'emploie dans ces occaſions, parce que les nombres dont on prend le carré, le cube, *&c.* augmentent par cette opération. Cependant on ſe ſert auſſi du mot *élever*, lorſque la puiſſance eſt moindre que l'unité, & que par conſéquent le nombre diminue par l'opération. Par exemple, on dit *élever à la puiſſance* $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, pour dire *prendre la racine carrée*, *la racine cube*, &c. *Voyez* PUISSANCE & EXPOSANT. On ſe ſert auſſi du mot *élever au carré*, *au cube*, en par-

lant des fractions, quoique par cette opération, les fractions diminuent; ainſi, $\frac{1}{2}$ *élevé* au carré, donne $\frac{1}{4}$; *élevé* au cube, donne $\frac{1}{8}$. C'eſt ainſi qu'on ſe ſert du mot *multiplication* dans les cas même où le produit eſt moindre que le multiplicande. *Voyez* MULTIPLICATION; *Voyez auſſi* DIVISION. Des définitions exactes & préciſes levent en ce cas toute l'équivoque. (*O*).

ELGÉBAR, (*Aſtron.*); nom de la belle étoile au pied d'Orion ou Rigel.

ÉLIMINATION, ſ. f. (*Alg.*). On appele ainſi une opération par laquelle, étant données un nombre n d'équations qui contiennent un nombre n d'inconnues, on trouve une équation qui ne contient plus qu'une ſeule inconnue: de ſorte que ſi l'on peut réſoudre cette équation, on connoîtra l'inconnue qu'elle contient; & en remontant, on connoîtra les autres inconnues. De là, *éliminer* une quantité ſignifie la même choſe que *faire évanouir*, *faire diſparoître* cette quantité. Voici les principes généraux de l'*élimination* pour les équations de tous les degrés.

I. SOIENT, premiérement, entre les deux inconnues x & y, & les données, a, b, c, &c., les deux équations générales du premier degré:

$$\begin{aligned} ax+by+c&=0,\\ dx+ey+f&=0. \end{aligned}$$

Pour éliminer l'une des deux inconnues, par exemple y, je multiplie tous les termes de la premiere équation par e, coëfficient de y dans la ſeconde, & tous les termes de la ſeconde par b, coëfficient de y dans la premiere; ce qui me donne,

$$\begin{aligned} eax+eby+ec&=0;\\ bdx+bey+bf&=0. \end{aligned}$$

Retranchant la ſeconde de ces équations, de la premiere, on aura $eax-bdx+ec-bf=0$, équation où il n'y a plus que x d'inconnue, & d'où l'on tire $x=\frac{bf-ce}{ae-bd}$.

La valeur de y ſe trouve, ou en ſubſtituant cette valeur de x dans l'une des deux équations primitives, ou en multipliant la premiere de ces équations par d, la ſeconde par a, & retranchant l'une des équations réſultantes de l'autre. On a de l'une ou de l'autre maniere, $y=\frac{cd-af}{ae-bd}$.

Ces formules donneront la ſolution de tous les problêmes du premier degré, qui contiennent deux inconnues, en mettant pour a, b, c, &c. les valeurs individuelles qui réſultent des conditions de chaque problême particulier.

II. En ſecond lieu, ſoient entre les trois inconnues x, y, z, & les quantités données a, b, c, &c., les trois équations générales:

$$\begin{aligned} ax+by+cz+d&=0,\\ ex+fy+gz+b&=0,\\ ix+ky+lz+m&=0. \end{aligned}$$

Pour éliminer d'abord z, je multiplie ſucceſſivement la premiere par g, la ſeconde par c; puis la premiere par l, & la troiſieme par c; ce qui produit les quatre équations:

$$\begin{aligned} gax+gby+gcz+gd&=0,\\ cex+cfy+cgz+cb&=0;\\ lax+lby+lcz+ld&=0,\\ cix+cky+clz+cm&=0. \end{aligned}$$

Retranchant la ſeconde de ces équations, de la premiere; & la quatrieme, de la troiſieme, on aura les deux équations:

$$\begin{aligned} (ga-ce)x+(gb-cf)y+gd-cb&=0,\\ (la-ci)x+(lb-ck)y+la-cm&=0, \end{aligned}$$

qui ne contiennent que les deux inconnues x & y, & qui ſe raportent par conſéquent à l'article précédent. On aura donc ici les valeurs de x & y, en mettant, dans celles de l'article précédent, $ga-ce$ pour a, $gb-cf$ pour b, $la-ci$ pour d, $lb-ck$ pour c, $gd-cb$ pour e, $ld-cm$ pour f. Ainſi,

$$x=\frac{(cb-gd)(lb-ck)-(gb-cf)(cm-ld)}{(ga-ce)(lb-ck)-(gb-cf)(la-ci)},$$

$$y=\frac{(ga-ce)(cm-ld)-(cb-gd)(la-ci)}{(ga-ce)(lb-ck)-(gb-cf)(la-ci)}.$$

Ces expreſſions deviennent, en effectuant les multiplications indiquées, & réduiſant,

$$x=\frac{bhl-cbk+dgk-gbm+cfm-dfl}{cek-gdk+afl-bel+big-cfi},$$

$$y=\frac{gam-cem+cbi-abl+del-gid}{cek-gak+afl-bcl+bgi-cfi}.$$

Subſtituant ces valeurs de x & de y dans l'une des trois équations primitives, on aura une équation où il n'y aura plus que z d'inconnue, & d'où l'on tirera:

$$z=\frac{abk-dek+dfi-afm+bem-bib}{cek-agk+afl-bel+big-cfi}.$$

À l'aide de ces formules générales, on aura, par de ſimples ſubſtitutions, la ſolution de tous les problêmes du premier degré, qui contiennent trois inconnues.

III. IL EST CLAIR qu'en opérant toujours de la même maniere, on parviendra à déterminer toutes les inconnues, quels que ſoient leur nombre & celui des équations, toujours du premier degré, qui les contiennent. Si l'on a quatre inconnues & quatre équations, on commencera par éliminer l'une des inconnues; ce qui réduira ce cas au précédent.

Si l'on a cinq inconnues & cinq équations, on éliminera l'une des inconnues, & on réduira le problême au cas précédent. Ainſi de ſuite. Ces

Digitized by Google

formules dérivent les unes des autres, ſuivant une loi facile à reconoître.

IV. Soient maintenant entre les deux inconnues x & y, & les données a, b, c, &c., les deux équations ſuivantes, dont l'une eſt la plus générale du premier degré, l'autre, la plus générale du ſecond :

$$ax+by+c=0,$$
$$dx^2+ex+fy^2+gy+hxy+i=0.$$

On parviendra tout-d'un-coup à une équation où il n'y aura que x d'inconnue, en tirant de la premiere la valeur de y, & la ſubſtituant dans la ſeconde. Ce calcul donne, $dx^2+ex+f\left(\frac{-c-ax}{b}\right)^2+(g+hx)\left(\frac{-c-ax}{b}\right)+i=0$: équation déterminée du ſecond degré, d'où l'on tirera la valeur de x. Subſtituant enſuite cette valeur dans la premiere équation primitive, on aura auſſi la valeur de y.

V. L'Équation finale, ſoit en x, ſoit en y, peut être trouvée par une autre méthode qui nous ſervira dans les cas ſuivans. Je ſuppoſe, pour abréger le calcul, $ax+c=A$, $g+hx=B$, $dx^2+ex+i=C$; nos deux équations primitives deviennent donc :

$$by+A=0,$$
$$fy^2+By+C=0.$$

Je multiplie la premiere par C, la ſeconde par A ; je retranche le premier produit du ſecond, & je trouve (en diviſant le reſte par y, à cauſe de l'égalité à zéro), $Afy+AB-Cb=0$.

Je multiplie cette équation par b ; & je multiplie l'équation $by+A=0$, par Af ; je retranche les deux équations réſultantes l'une de l'autre ; ce qui produit l'équation, $A^2f-b(AB-Cb)=0$, dans laquelle il n'y a point de y. Mettant pour A, B, C, leurs valeurs, on aura $f(ax+c)^2-b(ax+c)(g+hx)+b^2(dx^2+ex+i)=0$.

On trouveroit de même l'équation finale en y.

VI. Soient les deux équations générales du 2.me degré :

$$ax^2+bx+cy^2+dy+exy+f=0,$$
$$gx^2+hx+iy^2+ky+lxy+m=0.$$

Pour éliminer y, je ſuppoſe $d+ex=A$, $ax^2+bx+f=B$, $k+lx=D$, $gx^2+hx+m=E$; & j'ai les deux équations :

$$cy^2+Ay+B=0,$$
$$iy^2+Dy+E=0.$$

Cela poſé, 1°. je multiplie la premiere par i, la ſeconde par c, & je retranche le ſecond produit du premier ; ce qui me donne, $(Ai-Dc)y+Bi-Ec=0$: premiere équation où y n'eſt plus qu'au premier degré.

2°. Je multiplie la premiere des deux mêmes équations par E, la ſeconde par B ; je retranche le ſecond produit du premier ; ce qui me donne (en diviſant tout par y), $(Ec-Bi)y+AE-BD=0$: ſeconde équation où y n'eſt qu'au premier degré. Ainſi, éliminant cette inconnue, par leur moyen, on aura : $(Bi-Ec)^2+(Ai-Dc)\times(AE-BD)=0$. Mettant pour A, B, D, E, leurs valeurs, on aura, $(iax^2+bix+if-cgx^2-chx-cm)^2+(id+iex-ck-clx)(d+ex)(gx^2+hx+m)-(ax^2+bx+f)(k+lx))=0$: équation déterminée du quatrieme degré.

On trouveroit de même l'équation finale en y.

VII. Suppoſons qu'on ait en général les deux équations :

$$my^2+ny+p=0,$$
$$My^2+Ny+P=0,$$

dans leſquelles m, n, p, q, M, N, P, Q, ſont des quantités compoſées, comme on voudra, de l'inconnue x & de données, ou, pour nous exprimer ſuivant l'uſage, des *fonctions* quelconques de x. Il s'agit d'éliminer y. Pour cela, je multiplie la premiere équation par M, la ſeconde par m ; & je retranche le ſecond produit du premier ; ce qui me donne, $(Mn-mN)y^2+(Mp-mP)y+Mq-mQ=0$: premiere équation où la plus haute puiſſance de y ne monte qu'au ſecond degré.

Je multiplie encore la premiere des deux équations propoſées par Q, la ſeconde par q ; je retranche le ſecond produit du premier ; ce qui me donne (en diviſant le reſte par y), $(Qm-qM)y^2+(Qn-qN)y+Qp-qP=0$: ſeconde équation où la plus haute puiſſance de y ne monte qu'au ſecond degré.

Au moyen des deux dernieres équations, on parviendra, comme dans l'article précédent, à faire diſparoître entiérement y. Soient, pour abréger le calcul, $Mn-mN=\alpha$, $Mp-mP=\beta$, $Mq-mQ=\gamma$, $Qn-qN=\delta$, $Qp-qP=\lambda$. On trouvera, $(-\beta\lambda+\gamma\delta)(\gamma\beta+\alpha\delta)+(\gamma^2+\alpha\lambda)^2=0$: équation où il n'y a point de y. Cette équation eſt la même choſe que $\gamma^4+2\gamma^2\alpha\lambda+\alpha\lambda(\alpha\lambda-\beta\delta)-\beta^2\gamma\lambda+\beta\delta\gamma^2+\alpha\delta^2\gamma=0$. Et comme $\alpha\lambda-\delta\beta=(Mn-mN).(Qp-qP)-(Mp-mP).(Qn-qN)=(mQ-Mq).(Pn-pN)=-\gamma(Pn-pN)$, notre équation deviendra $\gamma^4+2\gamma^2\alpha\lambda-\alpha\lambda\gamma(Pn-pN)-\beta^2\gamma\lambda+\beta\delta\gamma^2+\alpha\delta^2\gamma=0$. Alors elle eſt diviſible par γ qui affecte tous ſes termes ; & ce facteur lui eſt inutile, c'eſt-à-dire, qu'on ne peut pas ſuppoſer pour équation finale $\gamma=0$; car cela donneroit $Mq=mQ$, ſuppoſition particuliere qui altéreroit la généralité des deux équations primitives. La vraie équation réſultante de l'élimination de y eſt donc, $\gamma^4+2\gamma\alpha\lambda-\alpha\lambda(Pn-pN)-\beta^2\lambda+\beta\delta\gamma+\alpha\delta^2=0$.

Pour faire une application de ces formules, ſoient les deux équations :

$$xy^3+by+x^3+a=0,$$
$$y^3+cy+bx^2+b=0.$$

Nous avons, dans ce cas, $m=x$, $n=0$, $p=b$

Digitized by Google

$q = x^3 + a$, $M = 1$, $N = 0$, $P = c$, $Q = b x^2 + b$, $\alpha = 0$, $\beta = b - c x$, $\gamma = x^3 + a - x(b x^2 + b)$, $\delta = 0$, $\lambda = b(b x^2 + b) - c(x^3 + a)$. Donc l'équation finale eſt $\gamma^2 - \beta^2 \lambda = 0$, c'eſt-à-dire, $(x^3 + a - x(b x^2 + b))^2 - (b - c x)^2 \cdot (b(b x^2 + b) - c(x^3 + a)) = 0$, où il n'y a point de y.

VIII. Soient les deux équations générales :

$$m y^4 + n y^3 + p y^2 + q y + r = 0,$$
$$M y^4 + N y^3 + P y^2 + Q y + R = 0,$$

dans leſquelles la plus haute puiſſance de y eſt de quatre dimenſions. On commencera par éliminer y^4 en multipliant la premiere par M, la ſeconde par m, & retranchant le ſecond produit du premier ; ce qui donne, $(Mn - mN) y^3 + (Mp - mP) y^2 + (Mq - mQ) y + Mr - mR = 0$: premiere équation où la plus haute puiſſance de y n'eſt que de trois dimenſions.

Enſuite on multipliera la premiere équation primitive par R, la ſeconde par r, & on retranchera le ſecond produit du premier ; ce qui donne, $(Rm - rM) y^3 + (Rn - rN) y^2 + (Rp - rP) y + Rq - rQ = 0$: ſeconde équation où la plus haute puiſſance de y n'eſt que de trois dimenſions. On a donc deux équations qui ne contiennent plus que y^3, & les puiſſances inférieures de y, & qui ſe traitent par conſéquent comme celles de l'article précédent.

On procédera ſemblablement, lorſque dans les deux équations primitives, la plus haute puiſſance de y ſera de plus de quatre dimenſions.

IX. Scholie I. Si, dans l'équation finale, il ſe trouve des facteurs inutiles, comme cela arrive quelquefois ; ces ſortes de facteurs peuvent ſouvent ſe reconnoître ſans peine, en employant des abbréviations de calcul pareilles à celles qui nous ont ſervi à trouver (VII) l'équation finale réſultante de l'élimination de y. Du moins, ils peuvent toujours être déterminés, en décompoſant l'équation finale en ſes diviſeurs commenſurables. (*Voyez* Équation ; *voyez auſſi* mon Traité d'Algebre.) Enſuite l'examen des conditions du problême qu'on cherche à réſoudre, apprendra à diſcerner, parmi les diviſeurs, ceux qui doivent être utiles d'avec ceux qui doivent être rejetés.

X. Scholie II. La même méthode s'applique à l'élimination des inconnues, lorſqu'il y en a plus de deux, quels que ſoient les degrés des équations qui les contiennent. Car ſi on a les trois inconnues x, y, z, & trois équations, il eſt clair qu'avec la premiere & la ſeconde équation, on peut former une équation qui ne contiene plus que deux des trois inconnues, par exemple x & y. De même, en combinant la premiere équation avec la troiſieme, on pourra former encore une équation qui ne contiendra que x & y. Ainſi, on aura deux équations qui ne contiendront plus que les deux inconnues x & y : ce qui ſauve le problême aux cas précédens.

Si on avoit quatre inconnues & quatre équations, en combinant ſucceſſivement la premiere équation avec les trois autres, on formeroit trois équations où il n'y auroit que trois inconnues ; ce qui rapele ce cas au précédent. Ainſi de ſuite. (*L. B.*)

Élix, ou *Hélice*, (*Aſtron.*) ; nom de la conſtellation de la grande ourſe.

Elkeid, (*Aſtron.*) ; nom de la derniere étoile, au bout de la queue de la grande ourſe, marquée v.

Ellipse, ſ. f. *en Géométrie*, eſt une des ſections coniques, qu'on appele vulgairement *ovale*. *Voyez* Conique.

L'*ellipſe* s'engendre dans le cône, en coupant un *cône droit* par un plan qui traverſe ce cône obliquement, c'eſt-à-dire, non parallélement à la baſe, qui ne paſſe point par le ſommet, & qui ne rencontre la baſe, qu'étant prolongé hors du cône, ou qui ne faſſe tout au plus que raſer cette baſe. La condition que le cône ſoit droit, eſt néceſſaire pour que la courbe formée, comme on vient de le dire, ſoit *toujours* une *ellipſe* ; car ſi le cône eſt oblique, en coupant ce cône obliquement, on peut quelquefois y former un cercle (*Voyez la fin de l'article* Conique, *& l'article* Anti-parallele) ; or la nature de l'*ellipſe* eſt d'être *ovale*, c'eſt-à-dire, d'avoir deux axes inégaux.

Ce mot eſt formé du grec ἔλλειψις, *défaut*, les anciens géometres grecs ont donné ce nom à cette figure parce que entr'autres propriétés, elle a celle-ci, que les carrés des ordonées ſont moindres que les rectangles formés ſous les parametres & les abſciſſes, ou leur ſont inégaux *par défaut*.

En effet, l'équation de l'*ellipſe*, en prenant les abſciſſes au ſommet, eſt celle-ci $yy = (ax - xx) \times \frac{b}{a}$, a étant l'axe, & b ſon parametre. *Voyez* Parametre, Courbe, & Équation ; *voyez auſſi la ſuite de cet article*) ; donc $yy < bx$; donc, &c. *Voyez enfin* Parabole & Hyperbole.

L'*ellipſe*, pour la définir par ſa forme, eſt une ligne courbe, rentrante, continue, réguliere, qui renferme un eſpace plus long que large, & dans laquelle ſe trouvent deux points également diſtans des deux extrémités de ſa longueur, & tels, que ſi on tire de ces points deux lignes, à un point quelconque de l'*ellipſe*, leur ſomme eſt égale à la longueur de l'*ellipſe*. Ces deux points ſont éloignés de l'extrémité du petit axe, d'une quantité égale à la moitié du grand axe.

Ainſi, dans l'*ellipſe* *AEBDA*, *Sections coniques*, *Fig.* 21, les lignes Fa & fa, tirées des deux points F, f, également diſtans des deux points A & B, formens une ſomme égale à AB ; & la diſtance des points F, f, au point E, eſt $= CA$.

Souvent les Géometres prenent l'*ellipſe* pour l'eſpace contenu ou renfermé dans cette courbe. Elle a, comme on vient de le dire, deux axes inégaux AB & ED. Le grand axe AB s'appele

quelquefois

quelquefois *axe* ou *diametre tranſverſe*, & le petit axe DE s'appele quelquefois l'*axe conjugué* ou *ſecond axe*. Mais on appele en général *diametres conjugués*, ceux dont l'un eſt parallele à la tangente, menée à l'extrémité de l'autre, & réciproquement, ſoit que leurs angles ſoient droits, ou non. Les deux axes ſe coupent toujours à angles droits.

Les deux axes ſont le plus grand & le moindre des diametres de l'*ellipſe*; mais l'*ellipſe* a une infinité d'autres diametres différens. *Voyez* DIAMETRE *&c.*

Le centre d'une *ellipſe* eſt le point C dans lequel ſe coupent les deux axes.

Les deux points F, f, pris dans le grand axe, également diſtans de ſes deux extrémités A & B, & diſtans chacun du point D, de la valeur de AC, ſont nommés *foyers* de l'*ellipſe*, ou en latin *umbilici*. *Voyez* FOYER.

Mais l'*ellipſe*, conſidérée comme une ſection conique, c'eſt-à-dire, comme une courbe provenant de la ſection d'un cône, ſe définit encore mieux par ſa génération dans ce ſolide, que par la maniere dont elle peut être produite ſur un plan. C'eſt la ligne courbe DQE qu'on forme en coupant le cône droit ABC, *Fig.* 22, de la maniere expliquée ci-deſſus.

Ou en la définiſſant par une de ſes propriétés ſuppoſée connue, c'eſt une ligne courbe dans laquelle le carré de la demi-ordonée PM, *Fig.* 23, eſt au rectangle des ſegmens AP, & BP de l'axe, comme le parametre eſt à l'axe; ainſi, ſuppoſant $AB = a$, le parametre $= b$, $PM = y$, $AP = x$, on aura $b : a :: yy : ax - xx$, & par conſéquent $ayy = abx - bxx$.

Nous ne donnons point la démonſtration de cette propriété, parce qu'elle ſe trouve par-tout. Nous avons expoſé les différentes définitions qu'on peut donner de l'*ellipſe*, & cette derniere propriété peut être regardée, ſi l'on veut, comme une des définitions qu'on peut en donner: auquel cas la démonſtration en ſeroit ſuperflue. Mais la meilleure maniere de traiter de l'*ellipſe* & de toutes les ſections coniques *géométriquement*, eſt de les conſidérer d'abord dans le cône, d'en déduire leur équation, & de la tranſporter de là ſur le plan, pour conſidérer plus facilement leurs propriétés, & pour trouver, ſi l'on veut, la maniere de les décrire par un mouvement continu, ou par pluſieurs points. Ainſi, des propriétés de l'*ellipſe* tranſportée & conſidérée ſur le plan, réſulte la deſcription de l'*ellipſe* telle que nous l'avons donnée *au mot* CONIQUE.

J'ai dit que la meilleure maniere de traiter *géométriquement* les ſections coniques, & en particulier l'*ellipſe*, étoit de les faire naître dans le cône; car, ſi on veut les conſidérer *algébriquement* par la nature & les différences de leurs équations, la meilleure maniere eſt celle dont j'ai parlé *au mot* CONIQUE. *Voyez auſſi les articles* COURBE *&* CONSTRUCTION.

Si on prenoit les abſciſſes x au centre C, on trouveroit $yy = \left(\frac{aa}{4} - xx\right) \times \frac{a}{b}$. Quelquefois cette équation eſt plus commode que $ayy = abx - bxx$.

De cette derniere équation, il s'enſuit, 1°. que $yy = bx - \frac{bxx}{a}$, c'eſt-à-dire, que le carré de la demi-ordonée eſt égal au rectangle du parametre par l'abſciſſe, moins un autre rectangle formé par la même abſciſſe, une quatrieme proportionele à l'axe, au parametre & à l'abſciſſe.

2°. Le parametre, l'abſciſſe & la demi-ordonée d'une *ellipſe*, étant donnés, on trouvera l'axe en faiſant ces proportions $b : y :: y : \frac{yy}{b}$, & $x - \frac{yy}{b} : x :: x : a$. *Voyez* CONSTRUCTION.

3°. L'abſciſſe AP, l'axe AB, & l'ordonée PM, étant donnés, on trouve le parametre en faiſant $b = \frac{ayy}{ax - xx}$, & conſtruiſant enſuite cette valeur de b ſuivant les regles expliquées au *mot* CONSTRUCTION.

4°. Si du grand axe AB comme diametre, *Fig.* 23, on décrit un cercle ACB; & que, par le foyer, F, on mene FC ordonée à l'axe, FC ſera la moitié du petit axe, & FD la moitié du parametre du grand axe. Car l'abſciſſe $GF = \sqrt{(FE^2 - GE^2)} = \sqrt{\left(\frac{aa}{4} - \frac{pa}{4}\right)}$, pa étant le carré du petit axe. *Voyez* PARAMETRE & FOYER. Or $CF^2 = aa - GF^2$, par la propriété du cercle; donc $CF = \sqrt{\frac{pa}{2}}$ = la moitié du petit axe. Or CF^2 eſt à DF^2, comme la moitié du grand axe eſt au demi-parametre, c'eſt-à-dire, comme le carré de la moitié du petit axe eſt au carré de la moitié du parametre; donc DF = la moitié du parametre. Le cercle qui a pour diametre le grand axe de l'*ellipſe*, eſt appelé *circonſcrit* à l'*ellipſe*; le cercle qui a pour diametre le petit axe, eſt appelé *cercle inſcrit*: en effet, le premier de ces cercles eſt extérieur, le ſecond intérieur à l'*ellipſe*.

5°. Le parametre & l'axe AB étant donnés, on trouvera facilement l'axe conjugué, puiſque c'eſt une moyene proportionele entre l'axe & le parametre; à quoi il faut ajouter que le carré du demi-axe conjugué eſt égal au rectangle formé ſur Bf & fA, *Fig.* 21, ou ſur AF & BF.

6°. Dans une *ellipſe* quelconque, les carrés des demi-ordonées PM, pm, &c. ſont entr'eux comme les rectangles formés ſur les ſegmens de l'axe: d'où il s'enſuit que $DC^2 : PM^2 :: CB^2 : AP$

$\times BP$, & par conſéquent $DC^2 : BC^2 :: PM^2 : AP \times BP$; c'eſt à-dire, que le carré du petit axe eſt au carré du grand, comme le carré de la demi-ordonée eſt au rectangle formé ſur les ſegmens de l'axe.

7°. La droite FD, *Fig.* 24, tirée du foyer F à l'extrémité du demi-axe conjugué, étant égale à la moitié de l'axe tranſverſe AC, il s'enſuit que les axes conjugués étant donnés, on peut aiſément déterminer les *foyers*. Pour cela, on coupera le grand axe AB en deux parties égales en C, on élévera du point C la perpendiculaire CD égale au demi-axe conjugué; enfin du point D pris pour centre, & de l'intervalle CA, on décrira un arc de cercle, il déterminera les foyers F & f par ſes interſections avec le grand axe.

8°. Comme la ſomme des deux droites FM & fM, tirées des deux points F & f, au même point de la circonférence M, eſt toujours égale au grand axe AB, il s'enſuit de là que les axes conjugués d'une *ellipſe* étant donnés, on peut facilement décrire l'*ellipſe*. *Voyez* Conique.

9°. Le rectangle formé ſur les ſegmens de l'axe conjugué eſt au carré de la demi-ordonée, comme le carré de l'axe conjugué eſt au carré du grand axe; d'où il s'enſuit que les coordonées à l'axe conjugué ont entr'elles un raport analogue à celui qui regne entre les coordonées du grand axe.

10°. Pour déterminer la ſous-tangente PT, *Figure* 25, & la ſous-normale PR dans une *ellipſe* quelconque, on fera comme le premier axe eſt au parametre, ainſi la diſtance de la demi-ordonée au centre eſt à la ſous-normale. *Voyez* Sous-normale.

11°. Le rectangle ſous les ſegmens de l'axe eſt égal au rectangle de la diſtance de la demi-ordonée au centre & de la ſous-tangente. *Voyez* Sous-tangente.

12°. Le rectangle fait de la ſous-tangente & de la diſtance de l'ordonée au centre, eſt égal à la différence du carré de cette diſtance & du carré du demi-axe tranſverſe.

13°. Dans toute *ellipſe*, le carré de la demi-ordonée à un diametre quelconque, eſt au carré du demi-diametre conjugué, comme le rectangle fait ſous les ſegmens du diametre eſt au carré du diametre; & par conſéquent le raport des demi-ordonées des diametres eſt le même que celui des ordonées des axes; le parametre d'un diametre quelconque eſt auſſi une troiſieme proportionele à ce diametre & à ſon conjugué.

Nous avons raporté ces propriétés de l'*ellipſe* la plupart ſans démonſtration, pour deux raiſons: la premiere, afin que le lecteur ait ſous les ieux dans un aſſez petit eſpace les principales propriétés de l'*ellipſe*, auxquelles il peut joindre celles dont on a déja fait mention à l'*article* Conique. La ſeconde raiſon eſt de donner au lecteur l'occaſion de s'exercer en cherchant la démonſtration de ces propriétés. Toutes celles que nous venons d'énoncer ſe déduiſent aiſément de l'équation $yy = (ax - xx)\frac{b}{a}$ ou $\left(\frac{aa}{4} - xx\right)\frac{b}{a}$, ſelon qu'on prendra les abſciſſes au centre ou au ſommet, pour démontrer plus ſimplement ces propriétés. Pour démontrer les propriétés des foyers, on nommera CF, *Fig.* 21, f; & on remarquera que, ſi e eſt le ſecond axe, on aura $\frac{aa}{4} - ff = \frac{ee}{4} = \frac{pa}{4}$. En voilà plus qu'il n'en faut pour mettre le lecteur ſur la voie. On peut remarquer ici, en paſſant, que le cercle eſt une eſpece d'*ellipſe* dans laquelle les foyers coïncident avec le centre.

Pour trouver les tangentes de l'*ellipſe*, rien n'eſt plus ſimple & plus commode que d'employer la méthode du calcul différentiel; on a $yy = bx - \frac{bxx}{a}$; donc $2ydy = bdx - \frac{2bxdx}{a}$; donc la ſous-tangente $\frac{ydx}{dy} = \frac{2yy}{b - \frac{2bx}{a}}$. *Voyez les articles* Sous-tangente & Tangente. À l'égard de la ſous-perpendiculaire ou ſous-normale, elle eſt $\frac{ydy}{dx}$ ou $\frac{yb}{2y} - \frac{xbxy}{2ay} = \frac{b}{2} - \frac{bx}{a}$. En voilà aſſez pour démontrer les propoſitions énoncées ci-deſſus au ſujet des tangentes de l'*ellipſe*.

Nous avons déja vu au *mot* Conique, & nous prouverons encore *au mot* Quadrature, que la quadrature de l'*ellipſe* dépend de celle du cercle, puiſque l'*ellipſe* eſt au cercle circonſcrit en raiſon du petit axe au grand. À l'égard de la rectification de l'*ellipſe*, c'eſt un problême d'un genre ſupérieur à celui de la quadrature du cercle, ou du moins tout-à-fait indépendant de cette quadrature. *Voyez* Rectification; *voyez auſſi* dans les mémoires que j'ai donnés à l'académie de Berlin pour l'année 1746, & dans le traité du calcul intégral de M. de Bougainville, *les différentielles* qui ſe raportent à la rectification de l'*ellipſe*.

Au lieu de raporter l'*ellipſe* à des coordonées rectangles ou à des ordonées paralleles, on peut conſidérer ſon équation par raport à l'angle que font avec l'axe les lignes menées du foyer. Cette conſidération eſt utile dans l'Aſtronomie, parce que les planetes, comme l'on ſait, décrivent des *ellipſes* dont le ſoleil eſt le foyer. Or, ſi on nomme a la moitié du grand axe d'une *ellipſe*, f la diſtance du foyer au centre, q le co-ſinus de l'angle qu'une ligne menée du foyer à l'*ellipſe*, fait avec l'axe, r la longueur de cette ligne; on aura

$r = \frac{aa-ff}{a-fq}$, ſi on raporte l'équation au foyer le plus éloigné, & $r = \frac{aa-ff}{a+fq}$, ſi on la raporte au foyer le plus proche. De là on peut tirer la ſolution de pluſieurs problêmes aſtronomiques, comme de décrire une *ellipſe* dans laquelle trois diſtances au foyer ſont données, *&c. Voyez les mémoires de l'acadêm.* de Berlin pour l'année 1747, & *pluſieurs autres ouvrages d'Aſtronomie*.

Mais la maniere la plus générale de conſidérer l'*ellipſe* en Géométrie, eſt de la conſidérer par l'équation aux ordonées paralleles. Nous allons entrer dans quelques conſidérations ſur ce ſujet, qui pourront être utiles aux commençans, peut-être même aux géometres plus avancés.

L'équation d'une *ellipſe* raportée aux axes, les coordonées étant priſes au centre, eſt $yy = k - gxx$, k exprimant un carré ou rectangle connu, & g un nombre conſtant & connu; cela réſulte de ce qu'on a vu ci-deſſus. Transformons les axes de cette courbe, de maniere qu'ils ne ſoient plus rectangles, ſi on veut, mais qu'ils aient la même origine, & ſervons-nous pour cela des regles expliquées aux *articles* COURBE & TRANSFORMATION: on verra qu'en ſuppoſant un des axes dans une poſition quelconque, il ſera poſſible de donner une telle poſition à l'autre, que l'équation transformée ſoit de cette forme $uu = m - nzz$, m & n marquant auſſi des conſtantes déterminées. En effet, ſuppoſons que l'angle des premiers axes ſoit droit, que E ſoit l'angle du nouvel axe avec l'un des axes primitifs, & F l'angle que l'axe cherché fait avec l'axe conjugué à l'axe primitif; ſoit ſinus $E = e$, co-ſinus $E = \sqrt{1-ee}$, on aura ſinus $90 + E = \sqrt{1-ee}$, co-ſin. $90 + E = -e$; ſoit ſinus $F = f$, & co-ſinus $F = \sqrt{1-ff}$, on trouvera $\sqrt{\frac{y}{1-ff}} + \left(x - \frac{yf}{\sqrt{1-ff}}\right)\frac{\text{ſin. } E}{\text{ſinus } 90+E-F} = u$, & $\left(x - \sqrt{\frac{yf}{1-ff}}\right)\frac{\text{co-ſ. } F}{\text{ſin. } 90 \times E-F} = z$. Or ſinus $90 + E - F =$ ſin. $(90+E) + \sqrt{1-ff} - f$ co-ſ. $(90+E)$ (*Voy.* SINUS) $= \sqrt{1-ff} \times \sqrt{1-ee} + fe$. Subſtituant ces valeurs, & chaſſant x & y, on aura une équation en z & en u, qui ſera la transformée de l'équation $yy = k - gxx$; & ſuppoſant dans cette transformée que les termes où ſe trouve uz ſe détruiſent, on aura la valeur de f en e convenable pour cela, & l'équation $uu = m - nzz$. Cela poſé,

Il eſt viſible que pour chaque z, u a toujours deux valeurs égales, l'une poſitive, l'autre négative, que lorſque $z = \sqrt{\frac{m}{n}}$, on a $u = 0$ dans chacune de ces deux valeurs, & qu'ainſi la tangente à l'extrémité d'un des deux axes eſt parallele à l'autre axe, & réciproquement; car la tangente eſt une ordonée qui coupe la courbe en deux points coïncidents. *Voyez* TANGENTE & COURBE. On verra de plus que $f = 0$ rend $e = 0$; que $f = 1$ rend $e = 1$, 1 repréſentant le ſinus total; que $f = -1$ rend $e = -1$, & qu'ainſi, il n'y a que deux axes dans l'*ellipſe* qui ſe coupent à angles droits; mais que $f = \pm r$, r étant moindre que 1, donne deux valeurs de e auſſi égales entr'elles, & qu'ainſi, il y a toujours deux diametres différens qui font avec leur conjugué le même angle, ſi cet angle eſt moindre qu'un droit. On peut auſſi déduire des valeurs de f en e, & de celles de m en n, que le rectangle des deux axes eſt égal au parallélogramme formé ſur deux diametres conjugués, & que le carré des deux axes eſt égal au carré des deux diametres. Mais ces propoſitions peuvent être démontrées de la maniere ſuivante, qui eſt bien plus ſimple.

Pour démontrer que les parallélogrammes formés autour de deux diametres conjugués ſont conſtans, imaginez un diametre infiniment proche d'un des conjugués, & enſuite imaginez le conjugué à ce diametre infiniment proche. Achevez les deux parallélogrammes, ou plutôt le quart de ces parallélogrammes, vous verrez à l'inſtant, & pour ainſi dire à l'œil, par le parallélifme des tangentes aux diametres conjugués, que ces deux parallélogrammes infiniment proches ſont égaux; leur différence, s'il y en avoit, ne pouvant être qu'infiniment petite du ſecond ordre par raport à eux. Donc, *&c.*

Pour démontrer maintenant que la ſomme des carrés des diametres conjugués eſt conſtante, conſervez la même figure: appelez a un des demi-diametres, b ſon conjugué, $a + da$, le demi-diametre infiniment proche de a, $b - db$ le demi-diametre conjugué; il faut donc prouver que $aa + bb = aa + 2ada + bb - 2bdb$ (*Voyez* DIFFÉRENTIEL) *ou* que $adb = bdb$. Or, traçant du centre de l'*ellipſe* & des rayons a, b, deux petits arcs de cercle x, z, on verra d'abord évidemment que les deux quarts d'*ellipſe* renfermés entre les demi-diametres conjugués, ſont égaux, & qu'ainſi $ax = bz$. Or, x eſt à da & z eſt à db, comme le ſinus de l'angle des diametres eſt au co-ſinus du même angle, donc $x : da :: z : db$; donc, puiſque $ax = bz$, on aura $ada = bdb$.

On objectera peut-être que ces deux démonſtrations ſont tirées de la conſidération des quantités infiniment petites, c'eſt-à-dire, d'une géométrie

tranſcendante ſupérieure à celle des ſections coniques. Je réponds que les principes de cette géométrie ſont ſimples & clairs, & qu'ils doivent être préférés, dès qu'ils fourniſſent le moyen de démontrer plus aiſément. *Voyez* INFINI & DIFFÉRENTIEL. En effet, pourquoi ne mettra-t-on pas à la tête d'un traité de ſections coniques des principes de calcul différentiel, lorſque ces principes ſimplifieront & abrégeront les démonſtrations? J'oſe dire que l'opinion contraire ne ſeroit qu'un préjugé mal fondé. Il y a cent raiſons pour la détruire, & pas une pour la ſoutenir. Les principes de la géométrie de l'infini étant applicables à tout, on ne ſauroit les donner trop tôt; & il eſt bien aiſé de les expliquer nétement. On doit traiter le problème des tangentes d'une courbe par le calcul différentiel, celui de la quadrature & de ſa rectification par le calcul intégral, & ainſi du reſte, parce que ces méthodes ſont les plus ſimples & les plus aiſées à retenir. *Voyez* ÉLÉMENS & MATHÉMATIQUES.

La maniere dont nous venons de démontrer l'égalité des parallélogrammes circonſcrits à l'*ellipſe*, a donné occaſion à M. Euler à chercher les courbes qui peuvent avoir une propriété ſemblable. *Voyez les mém. de Berlin, année* 1745.

Au lieu de conſidérer d'abord l'*ellipſe* par raport à ſes axes, on peut la conſidérer, comme nous avons fait dans l'*article* CONIQUE, par raport à ſon équation enviſagée de la maniere la plus générale. Cette équation, comme on le peut voir à l'*article cité*, ſe réduira toujours à l'équation des diametres $uu = m - nzz$, ne faiſant même changer de poſition qu'une des coordonées. *Voyez* COURBE, *&c.*

Le ſphéroïde formé par une *ellipſe* autour de ſon axe, eſt à la ſphere qui a cet axe pour diametre, comme le carré de l'axe eſt au carré de ſon conjugué; c'eſt une ſuite du raport des ordonées correſpondantes de l'*ellipſe*, & du cercle qui a le même axe. *Voyez* SPHÉROÏDE; *voyez auſſi les articles* CŒUR (*Géométre*) & CONOÏDE.

Nous avons dit ci-deſſus & au *mot* CONIQUE, comment on décrit l'*ellipſe* par un mouvement continu; cette maniere de la décrire eſt la plus ſimple qu'on puiſſe employer ſur le terrain, & même ſur le papier: mais toutes les deſcriptions organiques de courbes ſur le papier ſont incommodes. *Voyez* COMPAS ELLIPTIQUE. La deſcription de pluſieurs points doit être préférée. *Voyez* DESCRIPTION & COURBE. On peut décrire l'*ellipſe* de pluſieurs points, en diviſant en raiſon du petit axe au grand les ordonées du cercle circonſcrit. *Voyez à la fin du II livre des ſections coniques de* M. de l'Hôpital, *pluſieurs autres méthodes très-ſimples de décrire l'*ellipſe *par pluſieurs points*. Il y a des géometres qui enſeignent à décrire l'*ellipſe* ſur le papier par un mouvement continu, ſuivant la méthode qui ſera expliquée à l'*article* OVALE; mais cette méthode eſt fautive: ce n'eſt point une *ellipſe* qu'on décrit, c'eſt un compoſé d'arcs de cercle qui forment une ovale à la vue, & qui n'eſt pas même proprement une courbe géométrique. Aucune portion d'*ellipſe* n'eſt un arc de cercle. La preuve en eſt que le rayon de la développée de cette courbe n'eſt conſtant en aucun endroit. On peut le démontrer d'une infinité d'autres manieres. *Voyez* DÉVALOPÉE & OSCULATEUR.

On a déja dit un mot de l'uſage de l'*ellipſe* dans l'Aſtronomie, & on a vu ci-deſſus que z étant l'anomalie vraie, a la diſtance moyenne, & f l'excentricité (*Voyez* ANOMALIE & EXCENTRICITÉ), on a la diſtance r de la planete du foyer $= \frac{aa - ff}{a - f \text{ co-ſ. } z}$;

or, ſuppoſant f très-petite par raport à a, on peut aiſément réduire en ſérie cette valeur de r. *Voyez* BINOME, DÉVELOPEMENT & SÉRIE; de plus, l'élément du ſecteur qui repréſente l'anomalie moyenne (*Voyez* LOI DE KEPLER & ANOMALIE) eſt proportionel à $dz \frac{(aa - ff)^2}{(a - f \text{ co-ſ. } z)^2}$; d'où il eſt aiſé de conclure, par les ſéries & le calcul intégral, que, ſi ζ eſt l'anomalie moyenne, on aura

$$\zeta = z + 2f \text{ ſin. } z + \frac{3ff}{4} 3z + \frac{f^2}{3} \text{ ſin. } 3z, \text{ \&c.}$$

& par la méthode du retour des ſuites (*Voyez* SUITE & RETOUR) on aura $z = \zeta - 2f \text{ ſin. } \zeta + \frac{5f^2}{4} \text{ ſin. } 2\zeta - \frac{13f^3}{12} \text{ ſin. } 3\zeta - \frac{f^3 \text{ ſin. } 4z}{4}$, *&c.* ainſi on a également la valeur de l'anomalie moyene par la vraie, ou celle de la vraie par la moyene, ce qui donne la ſolution du problème de Kepler dévelopé au *mot* ANOMALIE. J'ai mis ici ces formules, afin que les aſtronomes puiſſent s'en ſervir au beſoin. *Voyez* ÉQUATION DU CENTRE.

Si l'*ellipſe* eſt peu excentrique, & qu'une des lignes menées au foyer ſoit $a + z$, l'autre ſera $a - z$, z étant une très-petite quantité; donc le produit $aa - zz$ de ces deux lignes peut être regardé comme conſtant, & égal à aa, à cauſe de la petiteſſe de zz. Or, ſi des deux extrémités d'un arc infiniment petit d'*ellipſe* on mene des lignes à chaque foyer, on trouvera, après avoir décrit de petits arcs du foyer comme centre, & des rayons $a + z$, $a - z$, que ces petis arcs ſont égaux; nommant donc a chacun de ces petits arcs, on trouvera que le ſecteur qui a $a + z$ pour rayon, eſt $\pi \left(\frac{a + z}{2} \right)$;

& que l'angle, qui a $a - z$ pour rayon eſt $\frac{\pi}{a - z}$;

donc le raport du ſecteur à l'angle eſt $\frac{aa - zz}{2}$;

donc il peut être cenſé conſtant, ſur quoi, *voyez l'article ſuivant*, ELLIPSE de M. Caſſini.

De ce que la ſomme des lignes menées aux

foyers eſt conſtante, il s'enſuit, comme il eſt aiſé de le voir, que menant deux lignes du même point aux deux foyers, la différentiele de l'une eſt égale à la différentiele de l'autre priſe négativement. Or on conclura de là très-aiſément, & par la plus ſimple géométrie élémentaire, que les deux lignes dont il s'agit font des angles égaux avec la tangente qui paſſe par le point d'où elles partent. Donc un corps partant du foyer d'une *ellipſe* & choquant la ſurface, ſera renvoyé à l'autre foyer. *Voyez* RÉFLEXION. De là l'uſage de cette propriété dans l'Aconſtique & dans l'Optique. *Voyez* MIROIR, ÉCHO. Voilà encore une propriété de l'*ellipſe* que le calcul différentiel, ou plutôt le ſimple principe de ce calcul, démontre très-élégament, & très-ſimplement. Si les deux foyers de l'*ellipſe* s'éloignent juſqu'à ariver aux extrémités du grand axe, l'*ellipſe* devient alors une ligne droite; & ſi un des foyers reſtant en place, l'autre s'en éloigne à l'infini, elle devient parabole. *Voyez* PARABOLE.

Ellipſes à l'infini ou de tous les genres, ce ſont celles qui ſont déſignées par les équations générales $a^{m+n}y = b^n x \times a - x$, & que quelques-uns appelent *elliptoïdes*. *Voyez* ELLIPTOÏDA. Mais ces mots ou façon de parler ſont peu en uſage.

L'*ellipſe* ordinaire eſt nommée *ellipſe apollonienne* ou d'*Apollonius*, quand on la compare à celle-ci, ou qu'on veut l'en diſtinguer. (*O*).

ELLIPSE *de M.* Caſſini, autrement nommée *caſſinoïde*, eſt une courbe que feu M. Jean-Dominique Caſſini avoit imaginée pour expliquer les mouvemens des planetes; cette courbe a deux foyers *F*, *f*, *Fig.* 24, dont la propriété eſt telle que le produit $FM \times Mf$ de deux lignes quelconques menées de ces foyers à un point quelconque *M* de la courbe, eſt toujours égal à une quantité conſtante; au lieu que, dans l'*ellipſe* ordinaire ou d'Apollonius, c'eſt la ſomme de ces lignes, & non leur produit, qui eſt égale à une quantité conſtante. M. l'abbé de Gua dans ſes *uſages de l'analyſe de Deſcartes*, a déterminé les principales propriétés de cette courbe. Il y examine les différentes figures qu'elle peut avoir, & dont nous avons raporté quelques-unes à l'*article* CONJUGUÉ, & il conclut que cette courbe n'a pas été bien connue par ceux qui en ont parlé avant lui, ſi on en excepte cependant l'illuſtre M. Grégory, *Voyez aſtron. phyſiq. & géométr. élément. pag.* 331, édit. de Geneve, 1726, ou *les tranſ. phil.* Sept. 1704.

Pour avoir une idée des propriétés de cette courbe, ſoit *a* ſon demi-axe, *f* la diſtance d'un des foyers au centre, *x* l'abſciſſe priſe depuis le centre, *y* l'ordonée, on aura, comme il eſt aiſé de le prouver par le calcul, $(xx - 2fx + ff + yy)(xx + 2fx + ff + yy) = (aa - ff)^2$, pour la propriété de cette courbe, ou $(yy + ff + xx)^2 - 4ffxx = (aa - ff)^2$, ou $y = \pm\sqrt{(-ff - xx \pm \sqrt{(aa - ff)^2 + 4ffxx})}$; donc, 1°. cette équation ne donnera jamais que deux valeurs réelles tout au plus pour *y*, l'une poſitive, l'autre négative & égale à la poſitive; car les deux valeurs qu'on auroit en mettant le ſigne — devant $\sqrt{(aa - ff)^2 + 4ffxx}$ ſeroient imaginaires, puiſque *y* ſeroit la racine d'une quantité négative. 2°. En ſuppoſant même le ſigne + devant cette derniere quantité, il eſt viſible que la valeur de *y* ne ſera réelle que quand $(aa - ff)^2 + 4ffxx$ ſera $> \text{ou} = (ff + xx)^2$, c'eſt-à-dire, quand $a^4 - 2ffaa + 2ffxx - x^4$ ſera $> \text{ou} = 0$. Donc, ſi $(aa - ff)^2$ eſt $> (xx - ff)^2$ ou $(ff - xx)^2$, l'ordonée ſera réelle, ſinon elle ſera imaginaire.

Donc, ſi $aa = 2ff$, l'ordonée ſera nulle au centre, & la courbe aura la figure d'un 8 de chifre ou lemniſcate (*Voyez* LEMNISCATA); car on aura alors $xx = \text{ou} > 2ff - aa$, condition pour que l'ordonée ſoit nulle ou réelle. Si $2ff > aa$, les ordonées réelles ne commenceront qu'au point où $x = \pm\sqrt{2ff - aa}$, & elles finiront au point où $x = a$; car $(aa - ff)^2$ doit auſſi être $> \text{ou} = (xx - ff)^2$. Ainſi, dans ce cas la courbe ſera compoſée de deux courbes conjuguées & iſolées, diſtantes l'une de l'autre de la quantité $2\sqrt{2ff - aa}$; & ſi dans cette ſuppoſition on a de plus $a = \sqrt{2ff - aa}$, ou $f = a$, la courbe ſe réduira à deux points conjugués uniques. Si $f > a$, la courbe ſera totalement imaginaire. Enfin, ſi $2ff < aa$, la courbe ſera continuée, & aura toutes ſes coordonées réelles, égales & de ſigne contraire, depuis $x = o$ juſqu'à $= a$.

Cette courbe que M. Caſſini avoit voulu introduire dans l'Aſtronomie, n'eſt plus qu'une courbe purement géométrique & de ſimple curioſité; car on ſait que les planetes décrivent des *ellipſes* apolloniennes ou ordinaires. On demandera peut-être par quelle raiſon M. Caſſini avoit ſubſtitué cette *ellipſe* à celle de Kepler. Voici ma conjecture ſur ce ſujet. On ſait que la plupart des planetes décrivent des *ellipſes* peu excentriques. On ſait auſſi, & on peut le conclure de l'article *ellipſe* qui précede, que dans une *ellipſe* peu excentrique les ſecteurs faits par les rayons vecteurs à un foyer, ſont proportionels à très-peu-près aux angles correſpondans faits à l'autre foyer; & c'eſt ſur cette propriété que Ward ou *Setus Wardus* a établi ſa ſolution approchée du problême qui conſiſte à trouver l'anomalie vraie d'une planete, l'anomalie moyene étant donnée. *Voyez* ELLIPSE, HYPOTHESE ELLIPTIQUE & ANOMALIE. *Voyez auſſi les inſtit. aſtronomiq.* de M. le Monnier. Le raport du ſecteur infiniment petit à l'angle correſpondant, eſt comme le rectangle des deux lignes menées au foyer, & dans une *ellipſe* peu excentrique, ce rectangle eſt à peu près conſtant: voilà le principe de Ward. Or M. Caſſini paroît avoir raiſoné ainſi: puiſque le raport des ſecteurs élémentaires aux angles correſpondans eſt comme ce rectangle, il ſera conſtant dans une courbe où le rectangle ſeroit conſtant: il a en conſéquence imaginé ſa Caſſinoïde.

Mais, 1°. quand la Caſſinoïde auroit cette propriété de la proportionalité des ſecteurs aux angles, ce ne ſeroit pas une raiſon pour l'introduire dans l'Aſtronomie à la place de l'*ellipſe* conique que les planetes décrivent en effet ; que gâgne-t-on à ſimplifier un problême, lorſqu'on change l'état de la queſtion ? 2°. Si, dans l'*ellipſe* conique, le raport des ſecteurs aux angles eſt comme le rectangle des deux lignes menées aux foyers, c'eſt que la ſomme de ces deux lignes eſt conſtante (*Voyez* ELLIPSE) ; ſans cela, la propoetion n'a plus lieu. Ainſi, même dans l'*ellipſe caſſiene* les ſecteurs ne ſont pas comme les angles. J'ai cru cette remarque aſſez importante pour ne la pas négliger ici. (*O*).

ELLIPSOÏDE, ſ. m. (*Géom.*) eſt le nom que quelques géometres ont donné au ſolide de révolution que forme l'ellipſe en tournant autour de l'un ou de l'autre de ſes axes. *Voy.* SPHEROÏDE & CONOÏDE. L'*ellipſoïde* eſt alongé, ſi l'ellipſe tourne autour de ſon grand axe ; & aplati, ſi elle tourne autour de ſon petit axe. L'ordonée de l'ellipſe génératrice eſt toujours à l'ordonée correſpondante du cercle qui a pour diametre l'axe de révolution, comme l'autre axe eſt à l'axe de révolution : donc les cercles décrits par ces ordonées (leſquels cercles forment les élémens de la ſphere & de l'*ellipſoïde*) ſont entr'eux comme le carré de l'axe de révolution eſt au carré de l'autre axe : donc la ſphere eſt à l'*ellipſoïde* comme le carré de l'axe de la révolution eſt au carré de l'autre axe. (*O*).

ELLIPTICITÉ, ſ. f. (*Géom.*). Quelques géometres modernes ont donné ce nom à la fraction qui exprime le raport de la différence des axes d'une ellipſe, au grand ou au petit axe de cette ellipſe. Plus cette fraction eſt grande, plus, pour ainſi dire, l'ellipſe eſt ellipſe, c'eſt-à-dire, plus elle s'éloigne du cercle par l'inégalité de ſes axes ; ainſi, on peut dire que le degré d'*ellipticité* d'une ellipſe eſt repréſenté par cette fraction. Il ſeroit à ſouhaiter que cette expreſſion fût adoptée ; elle eſt commode, claire & préciſe. (*O*).

ELLIPTIQUE, adj. (*Géom.*), il ſe dit de ce qui apartient à l'ellipſe. *Voyez* ELLIPSE.

Kepler a avancé le premier que les orbites des planetes n'étoient pas circulaires, mais *elliptiques* ; hypotheſe qui a été ſoutenue enſuite par Bouillaud, Flamſteed, Newton, *&c.* d'autres aſtronomes modernes l'ont confirmée depuis, de façon que cette hypotheſe, qu'on appelois autrefois du nom d'*hypotheſe elliptique*, eſt maintenant univerſélement reçue. *Voyez* ORBITE & PLANETE.

M. Newton démontre que ſi un corps ſe meut dans un orbite *elliptique*, de maniere qu'il décrive autour d'un des foyers des aires proportioneles aux temps, ſa force centripete ou ſa gravité ſera en raiſon doublée inverſe de ſes diſtances au foyer, ou réciproquement comme les caſſés de ſes diſtances. *Voyez* CENTRIPETE.

L'ellipſe eſt d'un fréquent uſage dans l'architecture des voûtes. *Voyez le Dictionaire d'Architecture*. *Voyez* auſſi, dans celui-ci, l'*article* VOÛTE.

Eſpace elliptique, c'eſt l'aire renfermée par la circonférence de l'ellipſe. *Voyez* ELLIPSE.

Conoïde ou *ſphéroïde elliptique*, c'eſt la même choſe qu'ellipſoïde. *Voyez* SPHEROÏDE, CONOÏDE & ELLIPSOÏDE.

Compas elliptique, *voyez* COMPAS. *Harris & Chambers*. (*O*).

ELLIPTOÏDE, ſ. f. (*Géom.*), ſignifie une eſpece d'*ellipſe*, ou plutôt de *courbe* déſignée par l'équation générale $a^{m+n-m} y = b^{n} x \times a - x$, dans laquelle m ou n eſt plus grand que 1. *Voyez* ELLIPSE.

Il y en a de différens genres ou degrés, comme l'*elliptoïde* cubique, dans laquelle $a x^{2} = b x^{2} \times a - x$.

L'*elliptoïde* carrée ou ſurſolide, ou du troiſieme ordre, dans laquelle $a y^{4} = b x^{3} \times (a-x)^{2}$.

Si on appele une autre ordonée u, & l'abſciſſe correſpondante z, on aura $a^{m+n-n} u = b^{m+n-n} z \times a - z$, & par conſéquent $a^{m-n} y : a^{m-n} u :: b^{m+n-n} x \times a-x : b^{m+n-n} z \times a-z$, c'eſt-à-dire, $y : u :: x^{m} \times a-x : z^{m} \times a-z$.

ELLIPTOÏNE, ſ. m. (*Géom.*), ſe dit auſſi quelquefois pour *ellipſoïde*. *Voyez* ELLIPSOÏNE. (*O*).

ÉLONGATION, (*Aſtron.*) eſt la différence entre le lieu du ſoleil & le lieu d'une planete, ou la quantité de degrés dont une planete s'éloigne du ſoleil par raport à un œil placé ſur la terre ; c'eſt l'arc ou l'angle apparent compris entre la planete & le ſoleil, vus l'un & l'autre de la terre. On l'appele auſſi angle à la terre. Tel eſt l'angle *S T P*, *Planches d'Aſtronomie*, *Fig. 96*, que l'on trouve par la réſolution du triangle *S P T*, lorſqu'on calcule le lieu géocentrique d'une planete.

La plus grande diſtance d'une planete inférieure au ſoleil, eſt *ſa plus grande élongation* ; elle eſt plus ou moins conſidérable, ſelon que les ellipſes que ces planetes décrivent, ſont plus ou moins grandes, & s'éloignent plus ou moins d'être des cercles.

C'eſt ſur-tout dans les mouvemens de Vénus & de Mercure qu'on a égard aux *élongations* ou *digreſſions*. Mercure eſt dans ſa plus grande *élongation*, lorſque la ligne menée de la terre à Mercure, eſt tangente à l'orbite de cette planete ; l'arc compris entre le lieu de Mercure & le lieu du ſoleil, c'eſt-à-dire, l'angle compris entre les lignes menées de la terre au ſoleil & de la terre à Mercure, eſt alors le plus grand qu'il eſt poſſible : il en eſt de même de Vénus.

À l'exception de Vénus, & de Mercure, l'*élongation* de toutes les autres planetes, par raport au ſoleil, peut aller juſqu'à 180d ; ce qui eſt évident, puiſque la terre eſt entre ces planetes & le ſoleil.

La plus grande *élongation* de Vénus va depuis 45 juſqu'à 48d ; la plus grande *élongation* de Mercure de 18 à 28d, c'eſt-à-dire, que la premiere de ces planetes ne s'éloigne jamais du ſoleil de plus de 48d, ou n'en eſt jamais vue plus diſtante que de ce nombre de degrés, & que l'autre ne s'en éloigne jamais plus que de 28d ; c'eſt ce qui fait que Mercure eſt ſi rarement viſible, & qu'il ſe perd d'ordinaire dans la lumiere du ſoleil.

Le mouvement de la lune par raport au ſoleil, ou l'arc compris entre la lune & ſoleil, s'appele auſſi l'*élongation de la lune au ſoleil* ; cependant les aſtronomes modernes ſe ſervent preſque toujours en ce cas du mot *diſtance*. (*D. L.*)

Élongation dans l'ancienne Aſtronomie, étoit la ſituation d'une planete ſur le côté de ſon épicycle. On a auſſi appelé *élongation* la différence entre les mouvemens de deux planetes qu'on appeloit également *ſupération*.

ELSCHEERE, (*Aſtron.*). *Voyez* STATUS.

EMBOÎTER, (*Hydraul.*) ; c'eſt enchaſſer un tuyau dans un autre ; ce qui ſe pratique en poſant des tuyaux de bois ou de grès pour conduire les eaux. (*K*).

EMERSION, *en Aſtronomie*. On ſe ſert de ce mot pour exprimer la réapparition d'une étoile qui étoit éclipſée, & même celles de la lune & du ſoleil dans leurs éclipſes, pour marquer que le ſoleil, la lune ou quelque autre planete recomencent à paroître, après avoir été éclipſés ou cachés par l'interpoſition de la lune, de la terre ou de quelque autre corps céleſte ; il eſt oppoſé à *immerſion*.

On ſe ſert encore du terme *émerſion*, lorſqu'une étoile ou planete que le ſoleil cachoit, parce qu'il en étoit trop proche, commence à reparoître, en ſortant, pour ainſi dire, des rayons de cet aſtre. C'eſt le *lever Héliaque*.

Scrupules ou *minutes d'émerſion* ; c'eſt l'arc que le centre de la lune décrit depuis le temps qu'elle commence à ſortir de l'ombre de la terre, juſqu'à la fin de l'éclipſe. *Wolf*, *Harris & Chambers*. (*O*).

ÉMISSION, ſ. f. (*Opt.*). C'eſt une grande queſtion que de ſavoir ſi la lumiere ſe fait par *preſſion* ou par *émiſſion*, c'eſt-à-dire, ſi elle ſe communique à nos ieux par l'action du corps lumineux ſur un fluide environant, ou par des corpuſcules qui s'élancent du corps lumineux juſqu'à l'organe. En atendant que nous traitions cette queſtion plus en détail au *mot* lumiere, nous croyons devoir faire ici quelques réflexions ſur une preuve que des philoſophes modernes ont crue très-favorable au ſyſtême de l'*émiſſion*. Les obſervations de Roëmer, diſent-ils, ſur les éclipſes des ſatellites (*Voyez* SATELLITE & LUMIERE,) prouvent que la lumiere, ſoit par preſſion, ſoit par *émiſſion*, vient du ſoleil à nous en huit minutes & demie ; les obſervations de l'aberration prouvent que la viteſſe, ſoit actuele, ſoit de tendance, que les corpuſcules de la lumiere ou de l'éther ont en parvenant à nos ieux, eſt préciſément celle qu'il leur faut pour parcourir en huit minutes & demie la diſtance du ſoleil à nos ieux : n'eſt-il donc pas bien vrai-ſemblable qu'en effet les corpuſcules lumineux viennent du ſoleil à nous par un mouvement de tranſport ? *Voyez les mém. de l'Acad.* 1739.

Pour apprécier le degré de force de ce raiſonement, j'ai conſidéré une ſuite de petites boules élaſtiques égales, rangées en ligne droite, & j'ai comparé le temps qu'une de ces boules mettoit à parcourir un eſpace donné, avec le temps qu'il faudroit pour que le mouvement de la premiere boule ſe communiquât à la derniere. Prenons d'abord deux boules égales & à reſſort, dont le diametre ſoit d, & dont l'une ſoit en repos & ſoit choquée par l'autre avec la viteſſe V. Soit a l'eſpace qui eſt entre l'extrémité antérieure de la boule choquante & l'extrémité poſtérieure de la boule choquée ; V étant la viteſſe de la boule choquante, il eſt viſible : 1°. que l'extrémité antérieure de cette boule parcourra l'eſpace a dans le temps $\frac{a}{V}$, & qu'alors elle atteindra l'autre boule ; 2°. dans ce moment, comme on le prouvera à l'*article* PERCUSSION, l'extrémité antérieure de la boule choquante, & l'extrémité poſtérieure de la boule choquée, qui forment le point de contact ſur lequel ſe fait la compreſſion, auront la viteſſe commune $\frac{V}{2}$; c'eſt-à-dire, que l'une, qui avoit la viteſſe V, perdra la viteſſe $\frac{V}{2}$, & que l'autre, qui étoit en repos, recevra la viteſſe $\frac{V}{2}$; & ſi on nomme x l'eſpace que le point de contact parcourt pendant que le reſſort ſe bande & débande, le point de contact parcourra cet eſpace x avec la viteſſe $\frac{V}{2}$ pendant le temps $\frac{2x}{V}$. Alors la premiere boule reſte en repos, & l'extrémité antérieure de la boule choquée parcourt un eſpace quelconque c avec la viteſſe V dans le temps $\frac{c}{V}$. L'eſpace qui ſe trouve alors entre le lieu qu'occupoit, avant le choc, l'extrémité antérieure de la boule choquante, & le lieu qu'occupe actuélement l'extrémité antérieure de la choquée, eſt évidemment égal à $a+x+c+d$; or l'extrémité antérieure de la boule choquante, ſi elle n'eût point rencontré d'obſtacle, auroit parcouru cet eſpace dans un temps égal à $\frac{a+x+c+d}{V}$. Donc, en ſuppoſant ſeulement deux boules, la différence du temps par *émiſſion* ou tranſport, & du temps par preſſion, eſt $= \frac{d-x}{V}$; s'il y a

trois boules, cette différence ſera $\frac{2d+2x}{v}$, & ainſi de ſuite ; & ſi le nombre n des boules eſt très-conſidérable, elle ſera ſenſiblement $=\frac{nd-nx}{v}$.

Donc le premier temps ſera égal, plus grand, ou plus court que le ſecond, ſelon que d ſera égal, plus grand ou plus petit que x, c'eſt-à-dire, ſelon que le diametre d'une des boules ſera égal, plus grand ou plus petit que l'eſpace parcouru par point de contact durant le bandement & le débandement du reſſort. Il n'y a donc qu'un cas pour l'égalité des deux temps, & une infinité pour leur inégalité : c'eſt pourquoi la preuve alléguée ci-deſſus a de la force ; mais elle n'eſt pas rigoureuſement démonſtrative.

Quoique la lumiere, ſi elle ſe propage par preſſion, ne ſe propage peut-être pas exactement de la même maniere que le mouvement ou la tendance au mouvement dans une ſuite de boules élaſtiques, j'ai cru que la théorie précédente pouvoit ſervir au moins à nous éclairer juſqu'à un certain point ſur la queſtion propoſée.

Il eſt bon de remarquer au reſte, pour prévenir toute difficulté ſur ce ſujet, que l'accord de la théorie de l'aberration avec le ſyſtême de l'*émiſſion* de la lumiere, ne ſuppoſe pas qu'on connoiſſe la vraie diſtance de la terre au ſoleil ; il ſuppoſe ſeulement qu'un arc de 20″ dans l'orbite terreſtre ſoit parcouru par la terre en 8′ $\frac{1}{3}$, ce qui eſt vrai. *Voyez* ABERRATION, *& les inſtitut. aſtron. pag.* 95 *&* 301. (*O*).

EMPYRÉE. Le plus haut des cieux. C'eſt, ſuivant les théologiens, le lieu où les Saints jouiſſent de la viſion béatifique : on l'appele ciel empyrée & paradis.

Derham diſoit que les taches ou nébuleuſes qu'on aperçoit dans certaines conſtellations, pouvoient être des trous du firmament, à travers leſquels on voit l'*empyrée*.

Ce mot eſt formé du grec ἐν, dans, & πῦρ, feu, pour marquer l'éclat & la ſplendeur du ciel.

ENCLAVES, (*Hydraulique*), ſont des enfoncemens qu'on a ménagés en bâtiſſant les faces des bajoyers d'une écluſe pour y loger de grandes portes, lorſqu'on eſt obligé de les ouvrir pour le paſſage des bâtimens. Rien n'eſt mieux imaginé, non ſeulement pour la conſervation de ces portes, mais encore pour ne point faire d'obſtacles au partage des bâtimens. (*K*).

ENDÉCAGONE. *Voyez* HENDÉCAGONE.

ENDUIRE *un baſſin*, (*Hydraul.*). On *enduit un baſſin* neuf de ciment d'un bon pouce de mortier fin que l'on frote avec l'huile. Si ce baſſin a été gâté par la gelée, ou lung-temps ſans eau, on peut le repiquer au vif, & l'*enduire* de trois à quatre pouces de cailloutage, & d'un enduit général de ciment. (*K*).

ENGENDRER, v. a. *En Géométrie*, on ſe ſert du mot *engendré*, pour déſigner une ligne produite par le mouvement d'un point, une ſurface produite par le mouvement d'une ligne, un ſolide produit par le mouvement d'une ſurface, ou bien encore pour déſigner une ligne courbe produite dans une ſurface courbe par la ſection d'un plan. Ainſi, on dit que les ſections coniques ſont *engendrées* dans le cône. *Voyez* CONIQUES & GÉNÉRATION.

On dit auſſi qu'une courbe eſt *engendrée* par le dévelopement d'une autre. *Voyez* DÉVELOPÉE. On a propoſé à cette occaſion de trouver les courbes qui s'*engendrent* elles-mêmes par leur dévelopement. Voici une ſolution bien ſimple de ce problême. 1°. Soit que la courbe dévelopée s'*engendre* elle-même dans une ſituation directe ou dans une ſituation renverſée, il eſt évident que la dévelopée de la dévelopée ſera préciſément ſituée de la même maniere que la dévelupanie. 2°. Le petit côté de la dévelupanie ſera parallele au petit côté qui lui correſpond dans la dévelupée de la dévelopée (que j'appele *ſous-dévelopée*) ; une figure très-ſimple peut aiſément le faire voir. Donc, puiſque la dévelopante & la ſous-dévelupée ſont ſemblables & égales (*hyp.*), & qu'outre cela leurs petits côtés correſpondans ſont paralleles, il eſt aiſé d'en conclure que ces petits côtés ſont égaux ; or, nommant ds le petit côté de la dévelupante ou courbe cherchée, & R le rayon de la dévelopée, il eſt aiſé de voir que le rayon oſculateur de cette dévelopée ſera $\mp\frac{RdR}{ds}$: ſavoir — ſi la courbe ſe dévelope dans une ſituation renverſée, & + ſi elle ſe dévelupe dans une ſituation directe. Donc, puiſque le petit côté de la ſous-dévelopée eſt égal à ds, & que ce petit côté eſt égal à la différence du rayon oſculateur, on aura $d\left(\mp\frac{RdR}{ds}\right)=ds$, & $\mp RdR=sds\pm ads$, & $\mp RR=ss\pm 2as\pm bb$; c'eſt l'équation générale des courbes qui s'*engendrent* elles-mêmes par leur dévelopement. *Voyez* OSCULATEUR.

Si l'on vouloit que la courbe génératrice fût non pas égale, mais ſemblable à la courbe *engendrée*, en ce cas la différence de $\mp\frac{RdR}{ds}$ devroit être en raiſon conſtante avec ds. Cela ſe prouve comme dans le cas précédent. On aura donc $\mp RR=mss\pm es\pm F$. (*O*).

ENGIN, ſ. m. (*Méchan.*) ; machine compoſée, dans laquelle il en entre pluſieurs autres ſimples, comme des roues, des vis, des leviers, *&c.* combinés enſemble, & qui ſert à enlever, à lancer, ou à ſoutenir un poids, ou à produire quelqu'autre effet conſidérable, en épargnant ou du temps ou de la force. *Voyez* MACHINE.

Il y a des *engins* d'une infinité de ſortes : les uns ſont propres à la guerre, comme autrefois les balliſtes, les catapultes, les ſcorpions, les béliers, *&c.*

Digitized by Google

&c. Ces machines étoient fort en uſage parmi les anciens, & elles avoient beaucoup de force ; on ne s'en ſert plus aujourd'hui depuis l'invention de la poudre. D'autres ſervent dans les Arts, comme des moulins, des grues, des preſſoirs. *Voyez* MOULIN, ROUE, PRESSOIR, POMPE, *&c.*

Le mot d'*engin* n'eſt plus guere en uſage, du moins dans le ſens qu'on vient de lui donner, c'eſt-à-dire, de machine compoſée : celui de *machine* tout court a pris ſa place, & on ne ſe ſert guere du mot *engin* que pour déſigner des machines ſimples, comme le levier, encore s'en ſert on rarement. (*O*).

ENGONASIS, *en Aſtronomie*, eſt le nom qu'on donne à *Hercule*, l'une des conſtellations boréales. *Voyez* HERCULE. (*O*).

ENGORGEMENT, (*Hydr.*), ſe dit d'un conduit où il eſt entré aſſez d'ordures pour le boucher. On y remédie en ôtant les tampons, les robinets, & lâchant toute l'eau qui entraîne ces ordures. (*O*).

ENGYSCOPE, ſ. m. (*Optique*) ; machine qui eſt plus connue ſous le nom de *microſcope*. Ce mot vient des mots grecs ἐγγύτερω, *je vois*, & ἐγγὺς *proche*, parce que l'*engyſcope* ou microſcope ſert à faire diſtinguer des objets fort petits qu'on ne verroit pas à la vue ſimple, & qu'on approche de l'œil en mettant l'*engyſcope* ou la loupe entre deux.

Il ſemble que le téleſcope ou lunete d'approche qui ſert à *raprocher* les objets, méritoit encore mieux le nom d'*engyſcope* que le microſcope. Au reſte, ce mot n'eſt preſque plus en uſage. *Voyez* LOUPE, MICROSCOPE, TÉLESCOPE. (*O*).

ÉNIF, (*Aſtron.*) ; étoile de la troiſieme grandeur, ſituée à la bouche de Pégaſe, que l'on appele auſſi *Enf Apheras*. Elle eſt déſignée par la lettre ε dans nos catalogues ; ſon aſcenſion droite, en 1750, étoit 322ᵈ 58′ 17″, & ſa déclinaiſon 8ᵈ 44′ 31″ boréale. (*D. L.*)

ENNÉADÉCATÉRIDE ; cycle lunaire, ou période de 19 ans, qui ramene les nouvelles lunes aux mêmes jours du mois.

ENNÉAGONE, ſ. f. *en Géométrie*, figure de neuf angles, & de neuf côtés. *Voyez* POLIGONE. Ce mot eſt formé de ἐννέα, *neuf*, & γωνία, *angle*.

Pour tracer dans un cercle l'*ennéagone* régulier, il ne s'agit que de diviſer en trois parties égales, l'angle au centre du triangle équilatéral ; ainſi, ce problême ſe réduit à celui de la triſection de l'angle. *Voyez* TRISECTION.

ENTIER, adj. (*Arith.*). On appele *nombres entiers* ceux qui contiennent un certain nombre de fois & ſans fraction la quantité priſe pour unité principale.

ENTRÉE, ſe dit, *en Aſtronomie*, du moment auquel le ſoleil ou la lune commence à parcourir un des ſignes du zodiaque. Ainſi, on dit l'*entrée du ſoleil* ou *de la lune dans le bélier*, *dans le taureau*, *&c. Voyez* SIGNE.

On ſe ſert auſſi du mot *entrée* dans ces phraſes ; l'*entrée de la lune dans l'ombre*, *dans le pénombre*, &c. *Voyez* ÉCLIPSE. (*O*).

ÉPACTES, (*Aſtronom.*) ; nombres de jours d'heures, de minutes & de ſecondes dont les révolutions lunaires different des ſolaires. *Voyez* CALENDRIER. Il y a auſſi des *épactes* dont les aſtronomes ont des tables, & qui ſervent à préparer les calculs des éclipſes. On en trouve les tables dans le P. Riccioli, dans M. de la Hire, dans M. Caſſini, & dans mes *tables de la lune*, imprimées en 1771, à la ſuite de mon *Aſtronomie*.

Les *épactes* aſtronomiques dont nous nous ſervons pour trouver les nouvelles lunes moyennes, ne ſont autre choſe que l'âge de la lune au commencement de l'année, ou le nombre de jours qui reſtoit depuis la derniere conjonction moyenne de l'année précédente juſqu'au commencement de l'année actuelle, ſi elle eſt biſſextile, ou à la veille, ſi c'eſt une année commune. Par exemple, il y a eu conjonction moyenne le 26 Décembre 1761, à 1ʰ 13′ 28″, temps moyen, la longitude moyenne du ſoleil étant alors égale à celle de la lune : depuis ce moment-là juſqu'au trente-un de Décembre à midi, pour leſquels ſont calculées les époques des années communes, il y a quatre jours, 22ʰ 46′ 32″ ; c'eſt-là ce qu'on appele l'*épacte aſtronomique* de 1762. Cette *épacte* étant retranchée de 29 jours 12ʰ 44′ 3″, révolution moyenne de la lune au ſoleil, nous apprend que la premiere conjonction moyenne de 1762, arrive le 24 Janvier à 13ʰ 57′ 31″ de temps moyen, puiſque 4 jours 22ʰ qui reſte de l'année précédente avec 24 jours 13ʰ du mois de Janvier, font l'intervalle de 29 jours 12 heures qu'il doit y avoir d'une conjonction à l'autre.

Pour calculer l'*épacte* d'une année, il ſuffit donc de retrancher la longitude moyenne du ſoleil de celle de la lune, & de convertir le reſte en temps lunaire, à raiſon de 12° 11′ 27″ par jour, qui eſt la différence des mouvemens diurnes du ſoleil & de la lune. Ainſi, l'époque du ſoleil pour 1762, eſt 9ˢ 10° 6′ 14″ ; & celle de la lune 11ˢ 10° 26′ 9″, ſuivant les nouvelles *tables* de Mayer : celle du ſoleil étant retranchée de cette derniere, il reſte 2ˢ 0° 19′ 55″, qui répondent à 4 jours 22ʰ 46′ 32″ de temps : ces 4 jours ſont l'*épacte* de 1762, parce qu'il a fallu 4 jours à la lune pour s'éloigner du ſoleil de 3 ſignes, & qu'au moment de l'époque de 1762, il y avoit quatre jours que la conjonction étoit paſſée.

Épactes des mois. L'*épacte* du mois de Janvier eſt zéro dans les années communes ; car puiſque l'*épacte* de l'année marque l'âge de la lune au 31 Décembre, & que nous appelons *zéro* le 31 Décembre, il n'y a rien à ajouter pour le mois de Janvier. L'*épacte* de Février ſera l'âge de la lune au commencement de Février, en ſuppoſant que la lune ait commencé le 31 Décembre ; c'eſt donc l'excès de 31 jours ſur une lunaiſon entiere, ou un jour 11ʰ 15′ 57″, & ainſi des autres mois.

Exemple. On demande la conjonction moyenne

du mois d'Avril 1764 ; on ajoutera enſemble les nombres, tirés de la table des *épactes* aſtronomiques.

Épacte de l'année 1700,	9^{j}	21^{h}	50′	8″
Changement pour 60 ans,	3	7	17	34
Pour 4 ans,	14	0	1	44
Pour le mois d'Avril,	1	9	47	52
Somme à ôter,	28	14	57	18
Révolution entiere,	29	12	44	3
Conjonction moyenne, o c'eſt-à-dire, le 31 Mars à 21^{h},	0	21$_{h}$	46′	45″

En effet, tant qu'il n'y a que zéro de jours pour le mois d'Avril, on ne peut pas dire que nous ſoyons en Avril, puiſqu'on compte 1 auſſitôt que le mois commence. Pour trouver la pleine lune moyenne, on ajoute 14^{j} 18^{h} 22′ 1″. Nous en avons indiqué l'uſage au mot ÉCLIPSE.

Halley avoit donné une ſuite d'éclipſes, depuis 1071 juſqu'à 1718, pour ſervir à trouver les autres éclipſes par la période de 18 ans ; mais les éditeurs y ajouterent une table des conjonctions moyenes, que Pound avoit conſtruite, & que l'on peut voir dans le premier volume des *tables* de Halley, Paris, 1754 : elle revient à peu près au même que celles des *épactes* ; mais on y a joint des tables d'équations, pour trouver à peu près les conjonctions vraies. Il y en a de ſemblables dans le *Calendarium* imprimé à Berlin pour 1749. (*D. L.*)

ÉPERON, ſ. m. (*Hyd.*). On appele *éperons* des maſſifs, en forme d'arcs-boutans, que l'on conſtruit au devant des piles d'un pont, pour préſerver ces piles du choc des bois, des glaces, & autres corps étrangers que l'eau charie avec elle. On donne auſſi le même nom à des ſolides de maçonerie, qui ſervent à ſoutenir leurs murs d'une terraſſe contre la pouſſée des terres.

ÉPHÉMÉRIDE, ſ. f. (*Aſtron.*). en grec ἐφημερὶς ; livre qui contient pour chaque jour les lieux des planetes & les circonſtances des mouvemens céleſtes.

Les plus anciennes *éphémerides* dont il ſoit parlé dans l'hiſtoire de l'Aſtronomie, ſont celles qui furent calculées par Regiomontanus, & qui s'étendent depuis l'année 1475 juſqu'à 1531 ; on y trouve les éclipſes, les lieux des planetes, leurs latitudes & leurs aſpects : elles furent dédiées à Mathias, roi de Hongrie, qui fit préſent à l'auteur de huit cents écus d'or : elles furent reçues par les ſavans avec tant d'empreſſement, que chaque exemplaire ſe vendoit douze écus d'or, *duodecim aureis* : toutes les nations de l'Europe s'empreſſoient de les faire venir ; ſuivant le témoignage de Ramus, *Schol. mathem. liv. II*, *p.* 65 : elles furent imprimées à Nuremberg en 1474, & c'eſt un des premiers ouvrages d'aſtronomie qui aient été imprimés. S'il y a des *éphémérides* plus anciennes que celles de Regiomontanus, elles étoient ſi informes & ſont ſi peu connues, qu'il eſt inutile d'en faire ici mention. On conſerve à la bibliotheque du Roi, des *éphémérides* de l'an 1442, (*Journal des Savans*, 1772, *p.* 347.) On imprima en 1482, des *éphémérides* de Stoffler, qui furent enſuite étendues juſqu'à 1550 ; celles de Stadius allerent de 1554 à 1606 ; celles de Leovitius, depuis 1556 juſqu'à l'année 1606, forment un très-grand volume *in-folio* ; celles d'Origan, vont depuis 1595 juſqu'à l'année 1654. En 1621, Argoli fit imprimer à Rome des *éphémérides*, qu'il prolongea enſuite juſqu'à l'année 1700 : ce ſont là les plus célebres calculateurs d'*éphémérides*. Je ne parle pas de beaucoup d'autres *éphémérides* qui renfermoient moins d'années, & qui ſont par conſéquent moins remarquables, comme celles de Pitatus, Simi, Carelli, Maglui, Kepler, Ulac, Hecker, Kirch, Montanari, Wing, Gadbury, Mezzavachi. On en trouvera le catalogue dans la préface de mon 8e volume d'*éphémérides*. Celles de Kepler, depuis 1617 juſqu'en 1636, étant calculées ſur des tables beaucoup plus exactes que celles dont on avoit fait uſage juſqu'alors, firent une époque dans cette partie de l'Aſtronomie.

Celles de Malvaſia, imprimées à Modene en 1662, s'étendent de 1661 à 1666 : elles avoient auſſi le mérite d'être faites avec un ſoin tout particulier, & le célebre Caſſini les enrichit de ſes obſervations & de ſes tables.

Noël Duret de Montbriſon fut le premier François qui calcula des *éphémérides*, & publia les années 1637-1700, ſous ce titre : *Nova motuum cœleſtium Ephemerides Richelianæ*.

Lorſque l'académie des ſciences de Paris vit, en 1700, que les *éphémérides* d'Argoli finiſſoient, elle chargea la Hire fils de les continuer ; mais il ne calcula que les années 1701-1703. Dans le même temps, M. des Forget, vicaire de S. Gervais, ſous le nom de Beaulieu, en calcula d'autres, qui s'étendent de 1701 à 1714. Lieutaud, Deſplaces & Bomie, firent, par ordre de l'académie, celles de 1704 & de 1705, auxquelles cependant Lieutaud mit ſon nom. Deſplaces fit les années 1706-1708, & Bomie les années 1709-1711 ; mais il copia entiérement, & juſqu'aux fautes, celles de Beaulieu.

Les *éphémérides* de Beaulieu furent continuées par Deſplaces, qui commença en 1715, & continua juſqu'en 1744, en donnant chaque fois un volume pour dix ans. L'abbé de la Caille continua les *éphémérides* de Deſplaces ; il donna le quatrieme volume pour 1745-1754, ſuivi de deux autres, qui vont juſqu'en 1774. Le ſeptieme, dont je me ſuis chargé à la mort de l'abbé de la Caille, a paru en 1774 ; le 8e volume va juſqu'en 1792 ; il eſt ſur le point de paroître, (Mai 1784).

Cette ſuite d'*éphémérides* françoiſes a été imitée par l'académie de l'inſtitut de Bologne. Euſtache Manfredi, aidé de quelques autres calculateurs, commença en 1715, & continua juſqu'en 1750 : Euſtache Zanotti en a donné la ſuite juſqu'en 1786. J'ai voulu diſſuader ce célebre aſtronome d'un travail ingrat & inutile, puiſqu'il ſe faiſoit

Digitized by Google

déja en France : Il m'a répondu que c'étoit une fondation de l'inſtitut, qu'on ne pouvoit ſe diſpenſer de remplir.

La *connoiſſance des temps* eſt un livre analogue aux *éphémérides*, & que l'académie fait calculer chaque année depuis 1679, pour l'uſage des aſtronomes & des navigateurs, avec beaucoup plus de détail & d'exactitude que les *éphémérides* : nous en avons parlé ailleurs.

Les *éphémérides aſtronomiques* du pere Hell, publiées à Vienne chaque année depuis 1757, ſont un ouvrage du même genre que la *connoiſſance des temps*, dans lequel il y a même plus de détails. Elles ſont remarquables encore, par un grand nombre d'obſervations aſtronomiques faites dans différens pays de la terre, par tous les aſtronomes avec qui il eſt en correſpondance. L'académie de Berlin en fait calculer de pareilles depuis 1776 ; enfin M. Reggio & M. de Ceſaris, à Milan, font auſſi chaque année des *éphémérides* depuis 1775. C'eſt un inconvénient pour les progrès de l'Aſtronomie, que des ouvrages de cette eſpece ſoient calculés ſéparément par tant de perſones, dont le temps ſeroit employé plus utilement à calculer des obſervations ou des tables pour le progrès de l'Aſtronomie.

Je ne dirai pas la même choſe du *Nautical Almanac* qui ſe publie à Londres depuis 1767, pour l'uſage de la marine ; tout ce qui intéreſſe cet article important de l'adminiſtration, mérite tous nos ſoins, & ce n'eſt pas un temps perdu pour les aſtronomes qui s'en occupent : mais pour rendre véritablement ce livre utile à la marine, il falloit prendre, comme on l'a fait, des moyens qui ne ſont point au pouvoir des particuliers, & qui exigeoient les ſecours de l'État. Quatre calculateurs répandus dans différens endroits de l'Angleterre, envoient leurs calculs à un cinquieme, pour les comparer & les vérifier : ils ont chacun ſoixante & quinze guinées par an. Tous les calculs importans de la lune ſont faits avec la préciſion des ſecondes, pour midi & pour minuit, & vérifiés par les ſecondes différences. Les diſtances de la lune au ſoleil & aux étoiles, y ſont de trois en trois heures pour tous les jours, ſoit à l'orient, ſoit à l'occident de la lune. Avec cette immenſe quantité de calculs, on peut eſpérer d'avoir la longitude ſur mer, à un demi-degré près, toutes les fois qu'on aura obſervé avec le quartier de réflexion la diſtance de la lune au ſoleil ou à une étoile : M. Maskelyne, aſtronome royal d'Angleterre, eſt chargé de la direction de cet utile travail.

Cette ſorte d'*éphémérides* pour l'uſage de la marine, avoit été projetée en France par Morin, ſous le cardinal de Richelieu. Le P. Léonard Duliris, récollet, publia une *éphéméride maritime*, en 1655, en un volume *in-folio*, qui s'étendoit à vingt ans. M. Pingré, en 1754, entreprit de calculer l'état du ciel, dans lequel il donna, pour l'uſage de la marine, les longitudes & les latitudes de la lune pour midi & pour minuit, les aſcenſions droites, les paſſages au méridien, les mouvemens horaires, &c. il a continué juſqu'en 1757 ces calculs qui ſont immenſes pour un ſeul aſtronome, & dont on paroiſſoit dans la marine ne pas faire aſſez d'uſage pour dédomager l'aſtronome du ſacrifice de ſon temps ; mais le gouvernement d'Angleterre a compris qu'il falloit commencer par offrir ce ſecours aux navigateurs d'une maniere continue & non interrompue, quoiqu'il dût en coûter, ſi l'on vouloit eſpérer de les déterminer à en faire uſage. On ne s'eſt point laſſé de faire cette dépenſe, & déja on en recueille les fruits : l'académie royale de marine de Breſt fit d'abord réimprimer les calculs du *Nautical Almanac* ; je les inſérai dans la *connoiſſance des temps* depuis 1774 ; M. Jeaurat a continué, & l'on publie ces *éphémérides* pluſieurs années d'avance pour l'utilité des navigateurs. (*D. L.*)

ÉPI, ſ. m. (*Hyd.*). On donne quelquefois indifféremment le nom d'*épis* à toutes les digues dont l'objet eſt de conſerver les berges d'une riviere ; & c'eſt en ce ſens qu'on appele *épis*, le long du Rhin, les revêtemens en faſcinage, conſtruits ſur les bords de ce fleuve. Mais les *épis proprement dits*, ſont des bouts de digues, deſtinés à modifier le cours d'une riviere, de ſorte qu'elle ſe rétabliſſe comme d'elle-même dans ſon premier état, en détruiſant les atterriſſemens, & en rempliſſant les afouillemens que l'irrégularité de la rapidité du courant y ont formés. *Voyez* l'article DIGUE, & *les recherches de M. l'abbé Boſſut & de M. Viallet, ſur la conſtruction la plus avantageuſe des digues*.

ÉPI DE LA VIERGE, *ſpica Virginis*, (*Aſtron.*) eſt une étoile de la premiere grandeur, qui eſt dans la conſtellation de la Vierge. *Voyez* ÉTOILE.

ÉPICYCLE, ſ. m. (*Aſtronom.*) ; cercle dont le centre eſt dans la circonférence d'un autre cercle, qui eſt cenſé le porter en quelque maniere.

Ce mot eſt formé des mots grecs, ἐπὶ, *ſupra*, ſur, & de κύκλος, *cercle*, comme ſi l'on diſoit *cercle ſur cercle*.

Les anciens aſtronomes employoient un cercle excentrique pour expliquer les irrégularités apparentes du mouvement des planetes, & leur différente diſtance de la terre ; & ils faiſoient uſage d'un petit cercle pour expliquer la ſeconde inégalité ou les ſtations & les rétrogradations des planetes. Ce cercle, qu'ils appelerent *épicycle*, avoit ſon centre dans la circonférence du plus grand, qu'on appele déférent. Tel eſt le cercle *A G P*, *Planches d'Aſtr. Fig. 92*, dont le centre *F* ſe ment ſur la circonférence *F K M L* de l'excentrique ou du déférent ; cet *épicycle* emporte avec lui la planete, dont le centre ſe meut régulièrement dans la circonférence de l'*épicycle* ; elle paroît aller ſuivant l'ordre des ſignes, lorſqu'elle eſt dans la partie inférieure *P* de l'*épicycle*, & paroît aller contre l'ordre des ſignes lorſqu'elle eſt dans la partie ſupérieure *A*.

Le point *A* le plus haut de l'*épicycle* s'appele *apogée* de l'*épicycle*, & le point *P* le plus bas s'appele *périgée*.

Quoique les phénomenes des ſtations & rétrogradations des planetes s'expliquent d'une maniere bien plus naturele dans le ſyſtême de Copernic, on ne peut diſconvenir que la maniere dont Ptolémée les a ſauvées ne ſoit ingénieuſe : mais à meſure qu'on découvroit des inégalités, il falloit mettre *épicycles ſur épicycles*, des *épicycles* variables, ſujets à des augmentations & à des décroiſſemens perpétuels, & différemment inclinés à l'*écliptique*; cela étoit utile lorſqu'on ne connoiſſoit point les cauſes de ces inégalités, & qu'il ne s'agiſſoit que de les repréſenter; mais aujourd'hui il n'en eſt plus queſtion.

Quoique les *épicycles* des planetes, imaginés par Ptolémée, ſoient aujourd'hui entiérement bannis de l'Aſtronomie, cependant quelques aſtronomes modernes s'en ſont ſervis pour expliquer les irrégularités du mouvement de la lune; mais n'ont pas prétendu que la lune parcourût en effet la circonférence d'un *épicycle*; ils ont ſeulement dit que les inégalités appareutes du mouvement de la lune étoient les mêmes que ſi cette planete ſe mouvoit dans un *épicycle*. Machin, dans un ouvrage fort court, qui a pour titre, *the laws of moon's motion*, *les loix du mouvement de la lune*, faiſoit mouvoir la lune dans une ellipſe dont le petit axe eſt la moitié du grand : tandis que le centre de cette ellipſe décrivoit d'un mouvement uniforme un cercle autour de la terre, la lune ſe mouvoit dans l'ellipſe, de maniere qu'elle y parcouroit des aires proportionelles aux temps. Mais Clairaut, dans un mémoire imprimé parmi ceux de l'académie, en 1743, ſoutint qu'on ne pouvoit repréſenter par cette ſuppoſition les mouvemens de la lune. Halley ſuppoſoit, comme Horoccius, que la lune ſe mouvoit dans une ellipſe, & que le centre de cette ellipſe étoit dans un *épicycle* dont le centre ſe mouvoit uniformément autour de la terre : il a déduit de ce mouvement les inégalités qu'on obſerve dans la viteſſe de l'apogée, & dans l'excentricité de l'orbite de cette planete. *Voyez* LUNE, ÉVECTION. Dans un mémoire de Godin, imprimé parmi ceux de l'académie, en 1733, cet aſtronome cherchoit à développer cette théorie, & à donner les loix du mouvement apparent des planetes dans les *épicycles*. Lorſqu'on ne cherche qu'à connoître les appareuces, & à conſtruire des tables, il importe peu, dit l'hiſtorien de l'académie, quelle hypotheſe qu'on choiſiſſe, pourvu que cette hypotheſe ſauve toutes ces appareuces, & que ces tables les repréſentent. De plus, les ſatellites de Jupiter & de Saturne ont, par raport à nous, des appareuces de mouvemens ſemblables à celles qui doivent avoir les planetes dans le ſyſtême de Ptolémée : la terre & lune, vues du ſoleil ou de quelque autre point du ſyſtême ſolaire, ſont auſſi dans le même cas ; c'eſt pourquoi la théorie des *épicycles* peut être de quelque utilité. La *nutation* ſe repréſente encore par un petit cercle de même eſpece que les *épicycles*; en général toute inégalité périodique peut ſe repréſenter par un *épicycle*. (*D. L.*)

ÉPICYCLOÏDE, ſ. f. *en Géométrie*, ligne courbe, qui eſt engendrée par la révolution d'un point de la circonférence d'un cercle, lequel ſe meut en tournant ſur la partie convexe ou concave d'un autre cercle.

Chaque point de la circonférence d'un cercle qui avance en droite ligne ſur un plan, tandis qu'il tourne en même temps ſur ſon centre, décrit une cycloïde (*Voyez* CYCLOÏDE); & ſi le cercle générateur, au lieu de ſe mouvoir ſur une ligne droite, ſe meut ſur la circonférence d'un autre cercle, ou égal, ou inégal à lui, la courbe que décrira chacun des points de ſa circonférence s'appele *épicycloïde*.

Par exemple, ſi une roue de carroſſe rouloit ſur la circonférence d'une autre roue, la courbe que décriroit un des clous de cette roue feroit une *épicycloïde*.

Si le mouvement progreſſif du cercle roulant eſt plus grand que ſon mouvement circulaire, l'*épicycloïde* eſt nommée *alongée*, & *acourcie* s'il eſt plus petit.

Si le cercle générateur ſe meut ſur la convexité de la circonférence, l'*épicycloïde* eſt nommée *ſupérieure* & *extérieure*; & s'il ſe meut ſur ſa concavité, on la nomme *épicycloïde inférieure* ou *intérieure*; on appele *baſe* de l'*épicycloïde* la partie de cercle ſur laquelle ſe meut le cercle générateur, tandis qu'il fait un tour entier. Ainſi, *Planches Géométriques*, *Fig.* 69, *D B* eſt la baſe de l'*épicycloïde*, *V* ſon ſommet, *V B* ſon axe, *D P V* la moitié de l'*épicycloïde* extérieure produite par la révolution du demi-cercle *V L B*, qu'on appele *cercle générateur*, ſur le côté convexe de la baſe.

On trouvera dans les *tranſact. philoſoph. n.* 18, & dans les *infiniment petits de M.* de l'Hôpital, les démonſtrations des principales propriétés de l'*épicycloïde*, ſur-tout ce qui concerne les tangentes de ces courbes, leurs rectifications & leurs quadratures. M. Nicole a auſſi donné ſur la rectification des *épicycloïdes* alongées & acourcies un excellent mémoire dans le *vol. de l'académie de* 1708.

Le volume de 1732 de la même académie, renferme pluſieurs écrits de MM. Bernoulli, Maupertuis, Nicole, & Clairaut, ſur une autre eſpece d'*épicycloïdes*, appelées *épicycloïdes ſphériques*. Ces *épicycloïdes* ſont encore engendrées par le point de la circonférence d'un cercle qui roule ſur un autre cercle; mais avec cette différence que dans les *épicycloïdes* ordinaires le cercle roulant eſt dans le même plan que le cercle ſur lequel il roule; au lieu que dans celles-ci le plan du cercle roulant fait un angle conſtant avec le plan de l'autre cercle. Les *épicycloïdes* ſphériques ont pluſieurs belles propriétés que l'on peut voir dans les

Digitized by Google

mémoires dont nous venons de parler ; & dont le détail ſeroit au deſſus de la portée du plus grand nombre de nos lecteurs.

Nous nous contenterons de donner ici en peu de mots une théorie des *épicycloïdes* ſimples ou ordinaires. Cette théorie contiendra le germe de tous les problêmes qu'on peut ſe propoſer ſur les *épicycloïdes*, & facilitera le moyen d'étendre ces problêmes à des *épicycloïdes* plus compoſées.

Je ſuppoſe d'abord que r ſoit le rayon du cercle roulant ou générateur, & que l'*épicycloïde* ſoit extérieure. Soit x l'arc qui a roulé, r le rayon de l'autre cercle : il eſt évident que prenant dans ce ſecond cercle un arc $= x$, & tirant enſuite la corde de l'arc x dans le cercle générateur, on aura un des points de l'*épicycloïde*. Or, les angles formés par deux arcs égaux dans différens cercles, ſont entr'eux en raiſon inverſe des rayons de ces cercles. *Voyez* Angle, Degré, Meſure, *&c.* Donc il ne s'agit que de diviſer un angle en raiſon de r à x, pour avoir un point de l'*épicycloïde*.

Donc, ſi r eſt à 1 en raiſon de nombre à nombre, l'*épicycloïde* ſera une courbe géométrique, puiſqu'on peut toujours diviſer un angle géométriquement en raiſon de ce nombre à nombre. *Voyez* Triſection, *&c.*

Conſidérons à préſent les deux cercles comme deux polygones réguliers d'une infinité de côtés chacun, mais dont les côtés ſoient égaux, en ſorte que ces polygones ne ſoient point ſemblables : il eſt viſible, 1°. que l'angle de contingence du cercle générateur ſera dx ; que l'angle de contingence de l'autre ſera $\frac{dx}{r}$ (*Voyez* Polygone & Courbe) : 2°. que pendant le roulement où l'application d'un côté infiniment petit du cercle générateur ſur le côté correſpondant de l'autre, une des extrémités de la corde de l'arc x pourra être regardée comme fixe, & que l'autre décrira un arc de cercle qui ſera le petit côté de l'*épicycloïde* : 3°. que la tangente de l'*épicycloïde* (*Voyez* Tangente) ſera par conſéquent perpendiculaire à la corde de l'arc x dans le cercle générateur : 4°. que le petit côté de l'*épicycloïde* ſera $\left(dx + \frac{dx}{r}\right) \times \text{cord. } x = dx \times 2 \text{ ſin. } \frac{x}{2} \times \left(\frac{r+r}{r}\right)$; donc l'arc total de l'*épicycloïde* ſera $\left(\frac{2r+2}{r}\right) \times 2 \times \left(r - \text{co-ſ. } \frac{x}{2}\right)$, *voyez* Sinus : 5°. que l'élément de l'aire de l'*épicycloïde* ſera égal au petit triangle ſcalene, dont dx eſt la baſe & cord. x un des côtés, plus au triangle iſoſcele qui a cord. x pour côté, & pour baſe $dx\left(\frac{r+r}{r}\right)$ 2 ſin. $\frac{x}{2}$. Cela ſe voit à l'œil par la ſeule inſpection d'une figure. Or le premier de ces élémens eſt l'élément du cercle, & le ſecond eſt $dx\left(\frac{1+r}{r}\right)$ 2 ſin. $\frac{x}{2} \times \frac{r}{2}$ cord. $x = dx\left(\frac{2+2r}{r}\right)\left(\text{ſin. } \frac{x}{2}\right)^2 = dx\left(\frac{2+2r}{r}\right) \times \left(-\frac{1}{2}\text{ co-ſ. } x + \frac{1}{2}\right)$. *Voyez* Sinus. Donc l'aire de l'*épicycloïde* eſt égale à l'aire du cercle, plus à l'intégrale de la quantité précédente ; intégrale aiſée à trouver ; *voy.* Sinus, Intégral, & *le Calcul intégral de* M. de Bougainville. 6°. L'angle, que font enſemble deux côtés conſécutifs de l'*épicycloïde*, ſe trouvera aiſément, & toujours par la ſeule inſpection d'une figure fort ſimple ; car cet angle eſt égal, 1°. à $\frac{dx}{2}$; 2°. à deux angles à la baſe d'un triangle iſoſcele, dont l'angle du ſommet eſt $dx + \frac{dx}{r}$; c'eſt-à-dire, $180 - dx - \frac{dx}{r}$: donc l'angle de contingence eſt $\frac{dx}{2} + \frac{dx}{r}$. Or le rayon oſculateur eſt égal au côté de la courbe diviſé par l'angle de contingence. *Voyez* Osculateur & Développée. Donc le rayon oſculateur eſt égal à $2\frac{(1+r)\text{ cord. } x}{2+r}$.

Si on fait r négative dans les calculs précédens, on aura les propriétés de l'*épicycloïde intérieure*.

Si, dans les mêmes calculs, on fait $r =$ à l'infini, on aura les propriétés de la cycloïde ordinaire.

On peut encore conſidérer d'une autre maniere toutes les *épicycloïdes* ordinaires, alongées, acourcies, ſphériques *&c.* Au lieu de faire rouler le cercle générateur, il n'y a qu'à ſuppoſer que le centre de ce cercle décrive une ligne quelconque, & qu'en même temps un point mobile ſe meuve ſur la circonférence de ce cercle. Par le principe de la compoſition des mouvemens, on aura facilement les élémens de l'*épicycloïde* ; l'*épicycloïde* ſera ſimple ou ordinaire, c'eſt-à-dire, ni alongée ni acourcie, ſi l'arc décrit par le centre, pendant que le point mobile décrit la circonférence, eſt à cette circonférence comme $r + r$ eſt à r.

Nous n'en dirons pas davantage ſur cet article. Il nous ſuffit d'avoir mis ici en quelques lignes tout le traité des *épicycloïdes*, d'une maniere aſſez nouvele à pluſieurs égards, & fourni aux commençans, & peut-être à des géometres plus avancés, une occaſion de s'exercer.

M. de Maupertuis, dans les *mémoires de l'acad. de* 1727, a examiné les figures rectilignes formées par le roulement d'un polygone régulier ſur une ligne droite, & il en a déduit d'une maniere élégante les dimenſions de la cycloïde. Pour généraliſer ſa théorie, ſuppoſons que le roulement du polygone ſe faſſe à l'extérieur ſur un autre polygone régulier, dont les côtés ſoient égaux à ceux

Digitized by Google

du polygone roulant : il eſt aiſé de voir par tout ce qui a été dit ci-deſſus, 1°. que la figure rectiligne formée ainſi, ſera égale à l'aire du polygone roulant, plus à un triangle iſoſcele qui auroit 1 pour côté, & pour angle au ſommet la ſomme des angles extérieurs des deux polygones, ce triangle étant multiplié par la moitié de la ſomme des carrés des cordes du polygone roulant : or on a dans le *liv. X des ſections coniques* de M. de l'Hôpital, une méthode fort ſimple pour trouver la ſomme de ces carrés. 2°. Le contour de la figure ſera égal à la corde de la ſomme des angles extérieurs multipliée par la ſomme des cordes du polygone roulant : or on a dans le même ouvrage & au même endroit, la méthode de trouver la ſomme des cordes du polygone. 3°. L'angle extérieur formé par deux côtés rectilignes conſécutifs de l'*épicycloïde*, eſt égal à la moitié de l'angle au centre du polygone roulant, plus à l'angle extérieur de l'autre polygone.

Enfin il eſt viſible que cette méthode peut s'étendre très-aiſément à la recherche des propriétés de toute *épicycloïde* formée par le roulement d'une courbe quelconque ſur une autre quelconque. (*O*).

ÉPIPEDOMÉTRIE, ſ. f. *dans les Mathématiques*, ſignifie la *meſure* des figures qui s'apuient ſur une même baſe. Ce mot n'eſt plus en uſage. *Harris* & *Chambers*. (*E*).

EPISTOMIUM, ſ. m. *en termes d'Hydraulique*, eſt un inſtrument par l'application duquel l'orifice d'un vaiſſeau peut être fermé & rouvert enſuite à volonté ; tels ſont les piſtons des pompes, des ſeringues, qui rempliſſent leur cavité, & qui peuvent à volonté être tirés & repouſſés. (*K*).

ÉPOQUE, (*Aſtronomie*). On appele *époque* ou *racine* des moyens mouvemens d'une planete, le lieu moyen de cette planete, déterminé pour quelque inſtant marqué, afin de pouvoir enſuite, en comptant depuis cet inſtant, trouver le lieu moyen de la planete, pour un autre inſtant quelconque.

Les époques des Tables Aſtronomiques ſont pour le midi qui précede le premier jour de l'année, à moins que l'année ne ſoit biſſextile, c'eſt-à-dire, pour le 31 décembre de l'année précédente, en ſorte qu'à midi du premier janvier l'on compte déja un jour complet, ou vingt-quatre heures écoulées. Ainſi, quand on trouve dans les Tables aſtronomiques, au méridien de Paris, l'*époque* de la longitude moyene du ſoleil en 1700, de 9 ſignes 10 degrés 7 minutes 19 ſecondes ; cela ſignifie que le 31 décembre 1699, à midi moyen à Paris, la longitude moyene du ſoleil, c'eſt-à-dire, ſa diſtance au premier point d'*aries*, en n'ayant égard qu'à ſon mouvement moyen, étoit de 9ˢ 10° 7′ 19″, & ainſi des autres. On a choiſi, le 31 décembre, pour faciliter un peu le calcul des jours de l'année.

L'*époque* une fois bien établie, le lieu moyen pour un inſtant quelconque, eſt aiſé à fixer par une ſimple regle de trois. Car on dira : comme une année ou 365 jours eſt au temps écoulé depuis ou avant l'*époque* ; ainſi, le mouvement moyen de la planete, pendant une année, eſt au mouvement cherché, qu'on ajoutera à l'*époque*, ou qu'on en retranchera. Toute la difficulté ſe réduit donc à bien fixer l'*époque*, c'eſt-à-dire, le lieu moyen pour un temps déterminé. Les époques des planetes ſe déterminent ordinairement avec le lieu de l'aphélie & l'excentricité, par le moyen de trois obſervations.

On trouvera au mot *Planete*, une table des époques de chaque planete, avec les autres élémens de leurs orbites. (*D. L.*)

ÉQUANT, (*terme de l'ancienne Aſtronomie*) ; c'eſt le cercle qui eſt placé, de maniere que le mouvement d'une planete ſoit uniforme autour du centre de ce cercle. C'eſt donc un cercle que l'on imagine décrit du point d'égalité, ou du centre des moyens mouvemens, qui dans l'hypotheſe des anciens, étoit au deſſus du centre du déférent, autant que le centre de la terre étoit au deſſous.

On n'en fait plus d'uſage aujourd'hui, depuis que Kepler a banni les excentriques, & a démontré que les planetes ſe mouvoient dans des ellipſes dont le ſoleil occupoit le foyer. *Voyez* PLANETES.

ÉQUATEUR, ſ. m. *en Aſtronomie* & *en Géographie*, eſt, un grand cercle de la ſphere, autour duquel ſe fait le mouvement diurne ; il eſt également éloigné des deux poles du monde, & ſes poles ſont les mêmes que ceux du monde.

Ce cercle eſt repréſenté dans la *figure premiere des Planches d'aſtronomie*. On le nomme *équateur* ou *équinoxial*, parce que, quand le ſoleil eſt dans ce cercle, il y a égalité entre les jours & les nuits : quand il eſt tracé ſur les cartes géographiques, on l'appele *la ligne équinoxiale*, ou ſimplement *la ligne*.

Chaque point de l'*équateur* eſt éloigné d'un quart de cercle des poles du monde : d'où il ſuit que l'*équateur* diviſe la ſphere en deux hémiſpheres, dans l'un deſquels eſt le pole ſeptentrional, & dans l'autre, le pole méridional.

L'*équateur terreſtre* coupe la zône torride par le milieu ; le ſoleil décrit ce grand cercle le 20 mars, premier jour du printemps, & le 22 ſeptembre, premier jour de l'automne : ainſi, il y revient deux fois par an. Les peuples qui habitent ſous la ligne, ont pendant toute l'année les jours égaux aux nuits. Car l'horizon de ces peuples paſſe par l'axe de la terre & eſt perpendiculaire à tous les cercles paralleles à l'*équateur*, dont le ſoleil décrit ou paroit décrire un chaque jour : d'où il s'enſuit qu'une moitié de ces paralleles eſt au deſſus de l'horizon des habitans de l'*équateur*, & l'autre moitié au deſſous : ainſi, ils ont préciſément autant de jour que de nuit, ſi ce n'eſt que le crépuſcule du matin & du ſoir peut augmenter un peu leurs jours & diminuer leurs nuits. Les longues nuits ſont très-néceſſaires dans ces climats, dont le ſoleil ne s'éloigne jamais de plus de 23 degrés

$\frac{1}{3}$; de ſorte que quand il eſt le plus éloigné du zénith des habitans de l'*équateur*, il eſt encore plus près qu'il ne l'eſt de notre zénith le jour du ſolſtice d'été : car il eſt alors éloigné de plus de 25 degrés du zénith de Paris. Or, comme la longueur des jours & la briéveté des nuits eſt une des cauſes de la chaleur, il s'enſuit que la chaleur de l'*équateur* n'eſt pas à proportion auſſi grande qu'elle devroit l'être, eu égard à la poſition du ſoleil. Il y a même dans ces climats, des pays qui joniſſent d'une chaleur modérée, & pour ainſi dire, d'un printemps perpétuel : tels ſont certains endroits du Pérou, qui ſont élevés au deſſus du niveau de la mer : le haut des montagnes y eſt auſſi exceſſivement froid, comme il arive par-tout ailleurs.

Hauteur de l'équateur, eſt un arc d'un cercle vertical, qui eſt compris entre l'*équateur* & l'horizon; elle eſt à Paris de 41 degrés 10 minutes.

L'élévation de l'*équateur*, avec celle du pole, eſt tonjours égale à un quart de cercle; on, ce qui revient au même, l'élévation de l'*équateur* eſt égale à la diſtance du pole au zénith. Cette élévation eſt donc le complément de la hauteur du pole ou de la latitude.

C'eſt autour de l'*équateur* que la ſphere tourne chaque jour, & tous les aſtres paroiſſent ſe mouvoir d'orient en occident, parallélement à l'*équateur*. Ainſi, les portions d'équateur ſont la meſure naturele du temps.

On appele *temps de l'équateur* ou *temps du premier mobile*, celui qui ſe compte à raiſon de 15 degrés par heure. Quand le ſoleil eſt éloigné du méridien de 15^d, il eſt une heure; quand il eſt éloigné de 100 degrés, il eſt 6^h 40'; parce que le mouvement diurne ſe faiſant uniformément ſur l'*équateur*, il paſſe réguliérement au méridien à chaque heure, la vingt-quatrieme partie de la circonférence entiere de l'*équateur* : auſſi le temps vrai, ou l'heure vraie, dans le ſens précis, & exact de l'aſtronomie, n'eſt autre choſe que l'arc de l'*équateur*, compris entre le méridien & le cercle de déclinaiſon qui paſſe par le ſoleil, converti en temps, à raiſon de 15^d par heure. Le plus ſouvent, à la place de cet arc de l'*équateur*, on ſubſtitue l'angle au pole meſuré par cet arc, & que l'on appele *angle horaire* : on prend cet angle horaire à la place de l'heure même, c'eſt-à-dire, qu'au lieu d'une heure, on met 15 degrés, & au lieu de deux heures 30 degrés, *&c.*

Le mouvement diurne qui s'acheve en vingt-quatre heures, & par lequel 360 degrés de la ſphere, traverſent le méridien, étant ſubdiviſé en vingt-quatre parties, chacune vaut une heure, & répond à 15 degrés, car 15° ſont la vingt-quatrieme partie de 360°; en continuant de ſubdiviſer, on poura trouver de même les parties du temps qui répondent aux parties du cercle; un degré vaudra 4 minutes de temps; une minute vaudra 4 ſecondes; en général, il ſuffit de prendre le quadruple des minutes de degrés, pour en faire des ſecondes de temps du premier mobile, & le quadruple des degrés, pour en faire des minutes de temps ſur l'*équateur*.

De même, pour convertir le temps de l'*équateur* ou du premier mobile en degrés, on prendra d'abord 15 degrés pour chaque heure, on prendra le quart des minutes de temps, on en fera des degrés; le quart des ſecondes, on en fera des minutes; le quart des tierces de temps, l'on en fera des ſecondes de degrés.

Ces regles, aiſées à retenir & à pratiquer, ſe peuvent faire ſans le ſecours des tables; cependant on trouvera des tables propres à faire ces converſions de temps en parties de l'*équateur*, & des parties de l'*équateur*, en temps, dans la *Connoiſſance des temps*, &c.

La converſion du temps en parties de l'*équateur*, eſt différente de la converſion en temps ſolaire moyen, dans laquelle on prend 360° 59' 8" pour vingt-quatre heures, ou 15° 2' 27" $\frac{8}{10}$ pour chaque heure; c'eſt le nombre des parties de l'*équateur*, qui paſſe par le méridien, pendant la durée des heures ſolaires, marquées par une pendule du moyen mouvement; quand cette pendule a fini ſes vingt-quatre heures, il a paſſé, non ſeulement 360^d de l'*équateur*, mais encore les 59' 8" que le ſoleil a parcourues en ſens contraire, & qui doivent paſſer par le méridien pour que le ſoleil y arive.

Dans la recherche des longitudes, connoiſſant la différence des heures entre deux lieux, par le moyen des éclipſes de lune ou des ſatellites de Jupiter, ou des diſtances obſervées entre la lune & les étoiles, on connoît tout de ſuite de combien de degrés les méridiens de ces lieux ſont éloignés l'un de l'autre. Par exemple, s'il eſt une heure 46' à Conſtantinople, lorſqu'il eſt midi à Paris, on voit que le ſoleil paſſe au méridien de Paris, une heure & 46' après le méridien de Conſtantinople, & que par conſéquent, le méridien de Paris eſt plus occidental de 26 degrés 30', que celui de Conſtantinople. *Voyez* LONGITUDE.

Les planetes qui tournent ſur leur axe, auſſibien que la terre, ont auſſi leur *équateur* & leurs poles. L'*équateur* du ſoleil ſe détermine par le moyen de ſes taches; il eſt incliné de $7^d \frac{1}{2}$ ſur l'écliptique, & il la coupe à 2^s 18^d de longitude. *Voyez* SOLEIL, TACHES, ROTATION. (*D. L.*)

ÉQUATION, ſ. f. *en Algebre*, ſignifie une *expreſſion* de la même quantité préſentée ſous deux dénominations différentes.

Ainſi, quand on dit $2 \times 3 = 4 + 2$, cela veut dire qu'il y a *équation* entre deux fois trois & quatre plus deux.

On peut définir l'*équation*, un raport d'égalité entre deux quantités de différentes dénominations, comme quand on dit 60 ſous = 3 liv., ou 20 ſous = 1 liv. ou $b = d + e$, ou $12 = \frac{a+b}{5}$, &c.

Ainſi, mettre des quantités en *équation*, c'eſt repréſenter, par une double expreſſion, des quantités réellement égales & identiques.

Le caractere, ou le ſigne d'*équation* eſt $=$ ou ∞ ; ce dernier eſt plus fréquent dans les anciens algébriſtes, & l'autre dans les modernes.

La réſolution des problêmes, par le moyen de leurs *équations*, eſt l'objet de l'Algebre. *Voyez* ALGEBRE.

Membres d'une équation : ce ſont les deux quantités qui ſont ſéparées par le ſigne $=$ ou ∞ ; & *termes d'une équation*, ce ſont les différentes quantités ou parties, dont chaque membre de l'*équation* eſt compoſé, & qui ſont jointes entr'elles par les ſignes $+$ & $-$. Ainſi, dans l'*équation* $b+c=d$, $b+c$ eſt un *membre*, & d l'autre ; & b, c, d, ſont les termes ; & l'*équation* ſignifie que la ſeule quantité d eſt égale aux deux b & c priſes enſemble. *Voyez* TERME, MEMBRE.

Racine d'une équation, eſt la valeur de la quantité inconnue de l'*équation*. Ainſi, dans l'*équation* $a^2+bx=x^2$, la racine eſt $\sqrt{a^2+b^2}$. *Voyez* RACINE.

Les *équations*, eu égard à la puiſſance plus ou moins grande, à laquelle l'inconnue y monte, ſe diviſent en *équations* ſimples, carrées, cubiques, *&c.*

Équation ſimple ou *du premier degré*, eſt celle dans laquelle l'inconnue ne monte qu'à la premiere puiſſance ou au premier degré, comme $x=a+b$.

Équation carrée ou *du ſecond degré*, eſt celle où la plus haute puiſſance de l'inconnue eſt de deux dimenſions, comme $x^2=a^2+b^2$ ou $x^2+ax=bb$. *Voyez* CARRÉ & DEGRÉ.

Équation cubique ou *du troiſieme degré*, eſt celle où la plus haute puiſſance de l'inconnue eſt de trois dimenſions, comme $x^3=a^3-b^3$ ou $x^3+axx+bbx=c^3$. *Voyez* CUBIQUE.

Si la quantité inconnue eſt de quatre dimenſions, comme $x^4=a^4-b^4$ ou $x^4+ax^3+b^3x=c^4$, l'*équation* eſt appelée *biquadratique* ou *carrée carrée*, ou plus communément du *quatrieme degré* ; ſi l'inconnue a cinq dimenſions, l'*équation* eſt nommée *ſolide*, ou du *cinquieme degré*, &c. *Voyez* PUISSANCE.

On peut conſidérer les *équations* ſous deux points de vue, ou comme les dernieres concluſions auxquelles on arive dans la ſolution des problêmes, ou comme les moyens par leſquels on parvient à la ſolution finale. *Voyez* SOLUTION & PROBLÊME.

Les *équations* de la premiere eſpece ne renferment qu'une quantité inconnue mêlée avec d'autres quantités données ou connues ; celles de la ſeconde eſpece renferment différentes quantités inconnues qui doivent être comparées & combinées enſemble, juſqu'à ce qu'on arive à une nouvele *équation* qui ne renferme plus qu'une inconnue mêlée avec des connues.

Pour trouver la valeur de cette inconnue, on prépare & on transforme l'*équation* de différentes manieres, qui ſervent à l'abaiſſer au moindre degré, & à la rendre la plus ſimple qu'il eſt poſſible.

La théorie & la pratique des *équations*, c'eſt-à-dire, la ſolution des queſtions par les *équations*, a pluſieurs branches ou parties. 1°. La dénomination qu'on doit donner aux différentes quantités en les exprimant par les ſignes ou ſymboles convenables. 2°. La réduction du problême en *équation*. 3°. La réduction de l'*équation* même au degré le plus bas, & à la forme la plus ſimple. 4°. On y peut ajouter la ſolution de l'*équation*, ou la repréſentation de ſes racines par des nombres ou des lignes. Nous allons donner d'abord les regles partieulieres aux deux premiers artieles, c'eſt-à-dire en général la méthode de mettre en *équation* une queſtion propoſée.

Une queſtion ou un problême étant propoſé, on ſuppoſe que les choſes cherchées, ou demandées, ſont déja trouvées, & on les marque ordinairement par les dernieres lettres x, y, z, &c. de l'alphabet, marquant en même temps les quantités connues par les premieres lettres de l'alphabet, comme b, c, d, &c. *Voyez* QUANTITÉ, CARACTERE, *&c.*

Toutes les quantités qui doivent entrer dans la queſtion, étant ainſi nommées, on examine ſi la queſtion eſt ſujete à reſtriction, ou non, c'eſt-à-dire, ſi elle eſt déterminée ou indéterminée. Voici les regles par leſquelles on peut le ſavoir.

1°. S'il y a plus de quantités inconnues qu'il n'y a d'*équations* données ou renfermées dans la queſtion, le problême eſt indéterminée, & peut avoir une infinité de ſolutions. Quand les *équations* ne ſont pas expreſſément contenues dans le problême, on les trouve par le moyen des théorêmes, ſur l'égalité des grandeurs.

2°. Si les *équations* données, ou renfermées dans le problême, ſont préciſément en même nombre que les quantités inconnues, le problême eſt déterminée, c'eſt-à-dire, n'admet qu'un nombre de ſolutions limité.

3°. S'il y a moins d'inconnues que d'*équations*, le problême eſt plus que déterminé, & on découvre quelquefois qu'il eſt impoſſible par les contradictions qui ſe trouvent dans les *équations*. *Voy.* DÉTERMINÉ.

Maintenant, pour mettre une queſtion en *équation*, c'eſt-à-dire, pour la réduire en différentes *équations* médiates, par le moyen deſquelles on puiſſe parvenir à une *équation* finale, la principale choſe à laquelle on doit faire attention, c'eſt d'exprimer toutes les conditions de la queſtion par autant d'*équations*. Pour y parvenir, il faut examiner ſi les propoſitions, ou mots dans leſquels la queſtion eſt exprimée, peuvent être rendus par des termes algébriques, comme nous rendons nos idées ordinaires en caracteres grecs, latins ou françois, *&c.* Si cela eſt auſſi, comme il arive généralement dans toutes les queſtions que l'on fait ſur

les

Digitized by Google

les nombres ou ſur les quantités abſtraites, en ce cas, il faut donner des noms aux quantités inconnues & connues, autant que la queſtion le demande, & traduire ainſi, en langage algébrique, le ſens de la queſtion. Ces conditions, ainſi traduites, donneront autant d'*équations* que le problème peut en fournir. On a déja au *mot* ARITHMÉTIQUE UNIVERSELLE, un exemple de cette traduction d'une queſtion, en langage algébrique.

Donnons encore un autre exemple. Un marchand augmente tous les ans ſon bien d'un tiers, en ôtant 100 liv. qu'il dépenſe par an dans ſa famille : au bout de trois ans, il trouve ſon bien doublé ; on demande combien ce marchand avoit de bien au commencement de ces trois ans. Pour réſoudre cette queſtion, il faut bien prendre garde aux différentes propoſitions qu'elle renferme, & qui fourniront les *équations* ſuivantes.

En langage ordinaire,	*Algébriquement.*
un marchand a un bien dont il	x
dépenſe la premiere année 100 liv.	$x-100$.
Et augmente le reſte d'un tiers.	$x-100+\frac{x-100}{3}$ ou $\frac{4x-400}{3}$.
La ſeconde année il dépenſe 100 liv.	$\frac{4x-400}{3}-100$ ou $\frac{4x-700}{3}$.
Et augmente le reſte d'un tiers.	$\frac{4x-700}{3}+\frac{4x-700}{9}$ ou $\frac{16x-2800}{9}$.
La troiſieme année il dépenſe 100 l.	$\frac{16x-2800}{9}-100$ ou $\frac{16x-3700}{27}$.
Et augmente le reſte d'un tiers.	$\frac{16x-3700}{9}+\frac{16x-3700}{9}$ ou $\frac{64x-14800}{27}$.
Et au bout des trois ans, il eſt deux fois plus riche qu'il n'étoit.	$\frac{64x-14800}{27}=2x$.

La queſtion ſe réduit donc à réſoudre cette *équation* $\frac{64x-14800}{27}=2x$, par le moyen de laquelle on trouvera la valeur de x de la maniere ſuivante.

On multipliera l'*équation* par 27, & on aura $64x-14800=54x$; on ôtera de part & d'autre $54x$; & on aura $10x-14800=0$, ou $10x=14800$; diviſant par 10, il viendra $x=1480$. Ainſi, ce marchand avoit 1480 livres de bien.

Il réſulte de ce que nous venons de dire, que pour réſoudre les queſtions qu'on propoſe ſur les nombres, ou ſur les quantités abſtraites, il ne faut preſque que les traduire du langage ordinaire, en langage algébrique, c'eſt-à-dire, en caracteres propres à exprimer nos idées ſur les raports des quantités. Il eſt vrai qu'il peut ariver quelquefois que le diſcours dans lequel l'*équation* eſt propoſée, ne puiſſe être rendu algébriquement ; mais en y faiſant quelques petits changemens, & ayant principalement égard au ſens, plutôt qu'aux mots, la traduction deviendra aſſez facile ; la difficulté qui peut ſe rencontrer dans cette traduction, vient uniquement de la différence des idiômes, comme dans les traductions ordinaires. Cependant, pour faciliter la ſolution de ces ſortes de problèmes, nous allons en donner un exemple ou deux.

1°. Etant données la ſomme a de deux nombres, & différence b de leurs carrés, trouver ces deux nombres.

Suppoſons que le plus petit de ces nombres ſoit x, l'autre ſera $a-x$, & les carrés ſeront xx, & $aa-2ax+xx$, dont la différence eſt $aa-2ax$, qui doit être égale à b ; donc $aa-2ax=b$; donc $aa-b=2ax$ & $\frac{aa-b}{2a}=x$.

Suppoſons, par exemple, que la ſomme des nombres ou la quantité a ſoit $=8$, & que la différence des carrés ſoit 16, alors $\frac{aa-b}{2a}$ ou $\frac{a}{2}-\frac{b}{2a}$ ſera $4-1=3=x$, & on aura $a-x=5$; donc les nombres cherchés ſont 3 & 5. *Voyez* DIOPHANTE.

2°. Trouver trois quantités x, y, z, dont on connoiſſe la ſomme, étant priſes deux à deux. Suppoſons que la ſomme de x & de y ſoit a, que celle de x & de z ſoit b, & que celle de y & de z ſoit c, on aura les trois *équations* $x+y=a$, $x+z=b$, $y+z=c$; pour chaſſer maintenant deux des trois quantités x, y, z, par exemple, z & y, on aura par la premiere & par la ſeconde *équation* $y=a-x$ & $z=b-x$; on ſubſtituera dans la troiſieme *équation* ces valeurs au lieu de y & de z, & l'on aura $a-x+b-x=c$, & $x=\frac{a+b-c}{2}$; x étant trouvée, on aura y, z par le moyen des *équations* $y=a-x$ & $z=b-x$.

Par exemple, ſi la ſomme de x & de y eſt 9, celle de x & de z, 10, & celle de y & de z, 13 ; dans les valeurs de x, y & z, on écrira 9 pour a, 10 pour b, & 13 pour c, & on aura $a+b-c=6$; par conſéquent x ou $\frac{a+b-c}{2}=\frac{6}{2}=3$. ; y ou $a-x=6$, & z ou $b-x=7$.

3°. Diviſer une quantité donnée en un nombre quelconque de parties, telles que les différences des plus grandes ſur les plus petites, ſoient égales à des quantités données. Suppoſons que a ſoit une quantité que l'on propoſe de diviſer en quatre parties, telles que la premiere & la plus pe-

tite ſoit x; que l'excès de la ſeconde ſur la premiere ſoit b, celui de la troiſieme ſoit c, & celui de la quatrieme d: $x+b$ ſera la ſeconde partie, $x+c$ la troiſieme, $x+d$ la quatrieme, & la ſomme $4x+b+c+d$ de toutes ces parties ſera égale à a. Retranchant $b+c+d$ de part & d'autre, on aura $4x=a-b-c-d$ & $x=\frac{a-b-c-d}{4}$.

Imaginons, par exemple, qu'on propoſe de diviſer une ligne de vingt pieds en quatre parties, de maniere que l'excès de la ſeconde partie ſur la premiere, ſoit de 2 pieds, celui de la troiſieme de 3 pieds, & celui de la quatrieme de 7 pieds, on aura x ou $\frac{a-b-c-d}{4}=\frac{20-2-3-7}{4}=\frac{8}{4}=2$, $x+b=4$, $x+c=5$, & $x+d=9$. On peut ſe ſervir de la même méthode pour diviſer une quantité donnée en un nombre quelconque de parties, avec des conditions pareilles.

4°. Une perſone voulant diſtribuer trois ſous à un certain nombre de pauvres, trouve qu'il lui manque huit ſous; ainſi, elle ne leur donne à chacun que deux ſous, & elle a trois ſous de reſte. On demande combien cette perſone avoit d'argent, & combien il y avoit de pauvres. Soit x le nombre des pauvres; & comme il s'en faut huit ſous qu'ils ne puiſſent avoir trois ſous chacun, l'argent eſt donc $3x-8$, dont il faut ôter $2x$, & il doit reſter 3; donc $3x-8-2x=3$, ou $x=11$.

5°. Le pouvoir ou l'intenſité d'un agent étant donnés, déterminer combien il faut d'agens ſemblables pour produire un effet donné a dans un temps donné b. Suppoſons que l'agent puiſſe produire dans le temps d l'effet c, on dira comme le temps d eſt au temps b, ainſi l'effet c que l'agent peut produire dans le temps d, eſt à l'effet qu'il peut produire dans le temps b, qui ſera par conſéquent $\frac{bc}{d}$. Enſuite on dira, comme l'effet $\frac{bc}{d}$ eſt à l'effet a, ainſi un des agens eſt à tous les agens; donc le nombre des agens ſera $\frac{ad}{bc}$. *Voyez* REGLE DE TROIS.

Par exemple, ſi un clerc ou un ſecrétaire tranſcrit quinze feuilles en huit jours de temps, on demande combien il faudra de clercs pour tranſcrire 405 feuilles en neuf jours. Rép. 24. Car ſi on ſubſtitue 8 pour d, 15 pour c, 405 pour a, & 9 pour b, le nombre $\frac{ab}{bc}$ deviendra $\frac{405\times 8}{9\times 15}$, c'eſt-à-dire, $\frac{3240}{135}$ ou 24.

6°. Les puiſſances de différens agens étant données, déterminer le temps x dans lequel ils produiroient un effet donné d, étant jointes enſemble. Suppoſons que les puiſſances des agens A, B, C, ſoient telles que dans les temps e, f, g, ils produiſent les effets a, b, c; ces agens dans le temps x produiront les effets $\frac{ax}{e}$, $\frac{bx}{f}$, $\frac{cx}{g}$: on aura donc $\frac{ax}{e}+\frac{bx}{f}+\frac{cx}{g}=d$, & $x=\frac{d}{\frac{a}{e}+\frac{b}{f}+\frac{c}{g}}$.

Imaginons, par exemple, que trois ouvriers finiſſent un certain ouvrage en différens temps. Par exemple, a une fois en trois ſemaines, b trois fois en huit ſemaines, & c cinq fois en douze ſemaines, on demande combien il leur faudra de temps pour finir le même ouvrage, en y travaillant tous enſemble; les puiſſances des agens ſont telles que dans les temps 3, 8, 12, ils produiſent les effets 1, 3, 5, & on veut ſavoir en combien de temps ils produiroient l'effet 1, étant réunis. Au lieu de a, b, c, d, e, f, g, on écrira 1, 3, 5, 1, 3, 8, 12, & il viendra $x=\frac{1}{\frac{1}{3}+\frac{3}{8}+\frac{5}{12}}$ ou $\frac{8}{9}$ de ſemaine, c'eſt-à-dire, ſix jours cinq heures & $\frac{2}{3}$ d'heure pour le temps qu'*ils* mettroient à finir l'ouvrage propoſé.

7°. Étant données les peſanteurs ſpécifiques de pluſieurs choſes mêlées enſemble, & la peſanteur ſpécifique de leur mélange, trouver la proportion des ingrédiens dont le mélange eſt compoſé. Suppoſons que e ſoit la gravité ſpécifique du mélange $A+B$, a celle de A, & b celle de B; comme la gravité abſolue ou le poids d'un corps eſt en raiſon compoſée de ſon volume & de ſa peſanteur ſpécifique, aA ſera le poids de A, & bB celui de B, & $aA+bB$ ſera $=eA+eB$; donc $aA-eA=eB-bB$, & $a-e:e-b::B:A$.

Suppoſons, par exemple, que la peſanteur ſpécifique de l'or ſoit 19, celle de l'argent $10\frac{1}{3}$, & celle d'une courone compoſée d'or & d'argent 17, on aura $A:B::e-b:a-e::8\frac{2}{3}:2::20:6::10:3$; ce ſera le raport du volume de l'or de la courone au volume de l'argent: & $190:31::19\times 10:10\frac{1}{3}\times 3::a\times e-b:b\times a-e$; ce ſera le raport du poids de l'or de la courone au poids de l'argent: enfin $221:31$, comme le poids de la courone eſt au poids de l'argent. *Voyez* ALLIAGE.

Pour réduire en *équations* les problêmes géométriques, on remarquera d'abord que les queſtions géométriques ou celles qui ont pour objet la quantité continue, ſe mettent en *équations* de la même maniere que les queſtions arithmétiques. Ainſi, la premiere regle que nous devons donner ici, eſt de ſuivre, pour ces ſortes de problêmes, les mêmes regles que pour les problêmes numériques.

Digitized by Google

Suppoſons, par exemple, qu'on demande de couper une ligne droite AB, *Planche d'Algeb. Fig. 6*, en moyene & extrême raiſon en C; c'eſt-à-dire, de trouver un point C, tel que BE carré de la plus grande partie ſoit égale au rectangle BD fait de la ligne entiere & de ſa plus petite partie.

Suppoſant $AB = a$, & $CB = x$, on aura $AC = a - x$, & $xx = a(a - x)$; *équation* du ſecond degré, qui étant réſolue, comme on l'enſeignera plus bas, donnera $x = -\frac{1}{2}a + \sqrt{\frac{1}{4}aa}$.

Mais il eſt rare que les problêmes géométriques ſe réduiſent ſi facilement en *équations*; leur ſolution dépend preſque toujours de differentes poſitions & relations de lignes: de ſorte qu'il faut ſouvent un art particulier & de certaines regles pour traduire ces queſtions en langage algébrique. Il eſt vrai que ces regles ſont fort difficiles à donner; le génie eſt la meilleure & la plus ſûre qu'on ait à ſuivre dans ces cas-là.

On peut cependant en donner quelques-unes: mais fort générales, pour aider ceux qui ne ſont pas verſés dans ces opérations: celles que nous allons donner ſont principalement tirées de M. Newton.

Obſervons donc, 2°. que les problêmes concernant les lignes qui doivent avoir un certain raport les unes aux autres, peuvent être differemment enviſagés, en ſuppoſant telles ou telles choſes connues & données, & telles ou telles autres inconnues; cependant, quelles que ſoient les quantités que l'on prend pour connues, & celles qu'on prend pour inconnues, les *équations* que l'on aura ſeront les mêmes quant au fond, & ne differeront entr'elles que par les noms qui ſervirunt à diſtinguer les grandeurs connues d'avec les inconnues.

Suppoſons, par exemple, qu'on propoſe de comparer les côtés BC, BD, & la baſe CD, *Fig. 7 d'Algebre*, d'un triangle iſoſcele inſcrit dans un cercle, avec le diametre de ce même cercle. On peut ſe propoſer la queſtion, ou en regardant le diametre comme donné, avec les côtés, & cherchant enſuite la baſe, ou en cherchant le diametre par le moyen de la baſe & des côtés ſuppoſés donnés, ou enfin en cherchant les côtés, par le moyen de la baſe & du diametre. Or, ſous quelque forme qu'on ſe propoſe ce problême, les *équations*, qui ſerviront à le réſoudre, auront toujours la même forme.

Ainſi, ſuppoſons que l'on cherche le diametre, on nommera AB, x, CD, a, & BC ou BD, b; enſuite, tirant AC, on remarquera que les triangles ABC & CBE ſont ſemblables, & qu'ainſi $AB : BC :: BC : BE$, ou $x : b :: b : BE$; donc $BE = \frac{bb}{x}$ & $CE = \frac{1}{2}CD$ ou $\frac{1}{2}a$; & comme l'angle CEB eſt un angle droit, $CE^2 + BE^2 = BC^2$, c'eſt à-dire, $\frac{aa}{4} + \frac{b^4}{xx} = bb$. Cette *équation* étant réſolue, donnera le diametre cherché x. Si c'eſt la baſe qu'on demande, on fera $AB = c$, $CD = x$, & BC ou $BD = b$; enſuite on tirera AC, & les triangles ſemblables ABC & CBE donneront $AB : BC :: BC : BE$, ou $c : b :: b : BE$.

Donc $BE = \frac{bb}{c}$ & $CE = \frac{1}{2}CD$ ou $\frac{1}{2}x$; & comme l'angle CBE eſt droit, on aura $CE^2 + BE^2 = CB^2$; donc $\frac{1}{4}xx + \frac{b^4}{cc} = bb$. D'où l'on tirera la valeur de la baſe cherchée x.

Enfin, ſi les côtés BC & BD ſont ſuppoſés inconnus, on fera $AB = c$, $CO = a$, & BC ou $BD = x$, on tirera enſuite AC; & à cauſe des triangles ſemblables ABC & CBE, on aura $AB : BC :: BC : BE$ ou $c : x :: x : BE$; donc $BE = \frac{xx}{c}$, $CE = \frac{1}{2}CD$ ou $\frac{1}{2}a$, & l'angle droit CBE donnera $CE^2 + BE^2 = BC^2$, c'eſt-à-dire $\frac{1}{4}aa + \frac{x^4}{cc} = xx$; *équation* qui, étant réſolue, donnera la valeur x d'un des côtés cherchés.

On voit, par-là, que le calcul, pour ariver à l'*équation*, & l'*équation* elle-même, ſont ſemblables dans tous les cas, excepté que les mêmes lignes y ſont déſignées par des lettres différentes, ſelon les données & les inconnues que l'on ſuppoſe. Il eſt vrai que la différence des données, fait que la réſolution des *équations* eſt différente; mais elle ne produit point de changement dans l'*équation* même. Ainſi, on n'eſt point abſolument obligé de prendre telle ou telle quantité pour inconnue; mais on eſt le maître de choiſir pour données & pour inconnues, les quantités qu'on croit les plus propres à faciliter la ſolution de la queſtion.

3°. Un problême étant donc propoſé, il faut commencer par comparer entr'elles les quantités qu'il renferme, & ſans faire aucune diſtinction entre les connues & les inconnues, examiner le raport qu'elles ont enſemble, afin de connoître quelles ſont celles d'entr'elles qui peuvent faire trouver plus facilement les autres. Dans cet examen, il n'eſt pas néceſſaire de s'aſſurer par un calcul algébrique exprès, que telles ou telles quantités peuvent être déduites de telles ou telles autres; il ſuffit de remarquer, en général, qu'on peut les en tirer par le moyen de quelque connexion directe qui eſt entr'elles.

Par exemple, ſi on donne un cercle dont le diametre ſoit AD, *Fig. 8, Algebr.*, & dans lequel ſoient inſcrites trois lignes AB, BC, CD, deſquelles on demande BC, les autres étant connues,

il eſt évident, au premier coup d'œil, que le diametre *A D* détermine le demi-cercle, & que les lignes *A B* & *C D*, qu'on ſuppoſe inſerites dans le cercle, déterminent auſſi les points *B* & *C*, & que par conſéquent la ligne cherchée *B C*, a une connexion directe avec les lignes données. Voilà de quoi il ſuffit de s'aſſurer d'abord, ſans examiner par quel calcul analytique la valeur de la ligne *B C* peut être réellement déduite de la valeur des trois lignes données.

4°. Après avoir examiné les différentes manieres dont on peut compoſer & décompoſer les termes de la queſtion, il faut ſe ſervir de quelque méthode ſynthétique, en prenant pour données certaines lignes, par le moyen deſquelles on puiſſe ariver à la connoiſſance des autres, de maniere que le retour de celles-ci aux premieres ſoit plus facile; car quoiqu'on puiſſe ſuivre, dans le calcul, différentes routes, cependant, il faut le commencer par bien choiſir ſes données; & une queſtion eſt ſouvent plus facile à réſoudre, en choiſiſſant des données qui rendent les inconnues plus faciles à trouver, qu'en conſidérant le problême ſous la forme actuele ſous laquelle il eſt propoſé.

Ainſi, dans l'exemple que nous venons de donner, ſi on propoſe de trouver *A D*, les trois autres lignes étant connues, je vois d'abord que ce problême eſt difficile à réſoudre ſynthétiquement; mais que cependant s'il étoit ainſi réſolu, je pourois facilement apercevoir la connexion directe qui eſt entre cette ligne & les autres. Je prends donc *A D* pour donnée, & je commence à faire mon calcul comme ſi elle étoit en effet connue, & que quelqu'une des autres quantités *A B*, *B C* ou *C D*, fût inconnue; combinant enſuite les quantités données avec les autres, j'aurai toujours une *équation* en comparant entr'elles deux valeurs de la même quantité: ſoit que l'une de ces valeurs ſoit une lettre par laquelle cette quantité aura été marquée, en commençant le calcul, & l'autre, une expreſſion de cette quantité, qu'on aura trouvée par le calcul même; ſoit que les deux valeurs aient été trouvées chacune par deux différens calculs.

5°. Ayant ainſi comparé en général les termes de la queſtion entr'eux, il faut encore de l'art & de l'adreſſe pour trouver parmi les connexions ou relations particulieres des lignes, celles qui ſont les plus propres pour le calcul; car il arive ſouvent que tel raport qui paroît facile à exprimer algébriquement, quand on l'enviſage au premier coup d'œil, ne peut être trouvé que par un long circuit; de maniere qu'on eſt quelquefois obligé de recomencer une nouvele figure, & de faire ſon calcul pas à pas, comme on pourra s'en aſſurer en cherchant *B C* par le moyen de *A D*, *A B* & *C D*. Car on ne peut y parvenir que par des propoſitions dont l'énoncé ſoit tel, qu'elles puiſſent être rendues en langage algébrique, & dont quelques-unes peuvent ſe tirer d'Euclide. *Ax. 19. propoſit. 4. L. VI. & propoſit. 47. L. I. élément.*

Pour parvenir plus aiſément à connoître les raports des lignes qui entrent dans une figure, on peut employer différens moyens: en premier lieu, l'addition & la ſouſtraction des lignes; car par les valeurs des parties, on peut trouver celles du tout, ou par la valeur du tout, & par celle d'une des parties, on peut connoître la valeur de l'autre partie: en ſecond lieu, par la proportionalité des lignes; car, comme nous l'avons déja ſuppoſé dans quelques exemples ci-deſſus, le rectangle des termes moyens d'une proportion, diviſé par un des extrêmes, donne l'autre, ou ce qui eſt la même choſe, ſi les valeurs de quatre quantités ſont en proportion, le produit des extrêmes eſt égal au produit des moyens. *Voyez* PROPORTION. La meilleure maniere de trouver la proportionalité des lignes, eſt de ſe ſervir des triangles ſemblables; & comme la ſimilitude des triangles ſe connoît par l'égalité de leurs angles, l'analyſte doit principalement ſe rendre ce point familier. Pour cela, il doit poſſéder las propoſitions 5, 13, 25, 29, 32, du premier livre d'Euclide; les propoſitions 4, 5, 6, 7, 8, du livre VI, & les 20, 21, 22, 27 & 31 du livre III. On peut y ajouter la troiſieme propoſition du livre VI, ou les propoſitions 35 & 36 du livre III. Troiſiémement, on fait auſſi beaucoup d'uſage de l'addition & de la ſouſtraction des carrés, ſur-tout lorſqu'il ſe trouve des triangles rectangles dans la figure. On ajoute enſemble les carrés des deux petits côtés, pour avoir le carré du grand, ou du carré du plus grand côté, on ôte le carré d'un des côtés, pour avoir le carré de l'autre. C'eſt ſur ce petit nombre de prineipes qu'eſt établi tout l'art analytique, au moins pour ce qui regarde la géométrie rectiligne, en y ajoutant ſeulement la propoſition premiere du VIe livre d'Euclide, lorſque la queſtion propoſée regarde des ſurfaces, & auſſi quelques propoſitions des XIe & XIIe livres. En effet, toutes les difficultés des problêmes de la géométrie rectiligne peuvent ſe réduire à la ſeule compoſition des lignes, & à la ſimilitude des triangles; de ſorte qu'il ne ſe rencontre jamais d'occaſion de faire uſage d'autres théorêmes, parce que tous les autres théorêmes, dont on pouroit ſe ſervir; peuvent ſe réduire à ces deux-là, & que par conſéquent, ces derniers peuvent leur être ſubſtitués dans quelque ſolution que ce puiſſe être.

6°. Pour accommoder ces théorêmes à la conſtruction des problêmes, il eſt ſouvent néceſſaire d'augmenter la figure, ſoit en prolongeant certaines lignes juſqu'à ce qu'elles en coupent d'autres, ou qu'elles devienent d'une certaine longueur; ſoit en tirant des paralleles, ou des perpendiculaires de quelque point remarquable; ſoit en joignant quelques points remarquables; ſoit enfin comme cela arive quelquefois, en conſtruiſant une nouvele figure ſuivant d'autres méthodes, ſelon que le demandent les problêmes & les théorêmes dont on veut faire uſage pour la réſoudre.

Par exemple, ſi deux lignes qui ne ſe rencontrent point l'une & l'autre, ſont des angles don-

Digitized by Google

nés avec une certaine autre ligne, on peut les prolonger juſqu'à ce qu'elles ſe rencontrent; de maniere qu'on aura un triangle dont on connoîtra tous les angles, & par conſéquent, le raport des côtés; ou bien ſi un angle eſt donné, on doit être égal à un angle quelconque, ſouvent on peut compléter la figure, & en former un triangle donné d'eſpece, ou ſemblable à quelque autre: ce qui ſe fait, ſoit en prolongeant quelques-unes des lignes de la figure, ſoit en tirant une ligne qui ſouſtende un angle. Si un triangle propoſé eſt obliquangle, ſouvent on le réſout en deux triangles rectangles, en abaiſſant une perpendiculaire d'un des angles ſur le côté oppoſé. Si la queſtion regarde des figures de pluſieurs côtés, on les réſout en triangles, par des lignes diagonales, & ainſi des autres: mais il faut toujours avoir attention que par ces diviſions, la figure ſe trouve partagée, ou en triangles donnés, ou en triangles ſemblables, ou en triangles rectangles.

Ainſi, dans l'exemple propoſé, on tirera la diagonale BD, afin que le trapeze $ABCD$, puiſſe ſe réſoudre en deux triangles, l'un rectangle ABD, & l'autre obliquangle BCD, *Fig.* 8. On réſoudra enſuite le triangle obliquangle en deux triangles rectangles, en abaiſſant une perpendiculaire de quelqu'un des angles B, C, D, ſur le côté oppoſé; par exemple, du point B ſur la ligne CD, qu'on prolongera en E, afin que BE puiſſe la rencontrer perpendiculairement. Or, comme les angles BAD & BCD, pris enſemble, ſont deux droits (par la propoſition 22 du III. Eucl.), auſſi-bien que BCE & BCD, il s'enſuit que les angles BAD & BCE ſont égaux; par conſéquent, les triangles BCE & DAB ſont ſemblables. Ainſi, prenant AD, AB & BC, pour données, & cherchant CD, on peut faire le calcul de la maniere ſuivante. AD & AB donnent BD à cauſe du triangle rectangle ABD; AD, AB, BD, BC, à cauſe des triangles ſemblables ABD & CEB, donnent BE & CE, BD & BE donnent ED, à cauſe du triangle rectangle BED, & $ED-EC$ donne CD. Ainſi, on aura une *équation* entre la valeur de la ligne CD trouvée par ce calcul, & la valeur de cette même ligne exprimée par une lettre algébrique. On peut auſſi (& ſouvent il vaut mieux ſuivre cette méthode, que de pouſſer trop loin un ſeul & même calcul); on peut, dis-je, commencer le calcul, par différens principes, ou au moins le continuer par diverſes méthodes, pour ariver à une ſeule & même concluſion, afin de pouvoir trouver deux valeurs différemment exprimées de la même quantité, leſquelles valeurs puiſſent être enſuite faites égales l'une à l'autre. Ainſi, AD, AB & BC, donnent BD, BE & CE, comme ci-devant; enſuite $CD+CE$ donne ED; enfin DB & ED donnent BE, à cauſe du triangle rectangle BED.

7°. Ayant choiſi & déterminé la méthode ſuivant laquelle on doit procéder, & fait ſa figure, on donne d'abord des noms aux quantités qui doivent entrer dans le calcul, c'eſt-à-dire, deſquelles on doit tirer la valeur des autres, juſqu'à ce qu'on arive à une *équation*; pour cela, on aura ſoin de choiſir celles qui renferment toutes les conditions du problême, & qui paroiſſent, autant qu'on peut en juger, les plus propres à rendre la concluſion ſimple & facile, de maniere cependant qu'elle ne ſoit pas plus ſimple que le ſujet & le deſſein du calculateur ne le demandent. Ainſi, il ne faut point donner de nouveaux noms aux quantités dont on peut exprimer la valeur par celle des quantités à qui on a déja donné des noms. Par exemple, ſi une ligne donnée eſt diviſée en parties, on ſi on a un triangle rectangle, on doit laiſſer ſans nom quelqu'une des parties de la ligne, ou toute la ligne entiere, ou un des côtés du triangle, parce que les valeurs de ces quantités peuvent ſe déduire de la valeur des données, comme dans l'exemple déja propoſé. Si on a fait $AD=x$ & $BA=a$, on ne marquera BD par aucune lettre, parce qu'elle eſt le troiſieme côté du triangle rectangle ABD, & que par conſéquent, ſa valeur eſt $\sqrt{xx-aa}$. Si on nomme enſuite BC, b, on verra que les triangles ſemblables DAB & BCE donnent $AD:AB::BC:CE$. Or, de ces quatre lignes, les trois premieres ſont déja données; ainſi, on ne donnera point de nom à la quatrieme CE, dont la valeur ſe trouvera être $\frac{ab}{x}$ par le moyen de la proportion préécédente. Si donc on nomme DC, c, on ne donnera point de nom à DE, parce que ſes parties DC & CE, étant l'une c, l'autre $\frac{ab}{x}$, leur ſomme $c+\frac{ab}{x}$ eſt la valeur de DE.

8°. Par les différentes opérations qu'on fait pour exprimer les lignes auxquelles on n'a point donné de noms, le problême eſt déja preſque réduit à une *équation*; car, après qu'on a exprimé ainſi les différentes lignes qui doivent entrer dans la ſolution de la queſtion propoſée, il ne faut plus que faire attention aux conditions du problême, pour découvrir une *équation*.

Par exemple, dans le problême dont nous avons déja parlé, il ne faut que trouver, par le moyen des triangles rectangles BCE & BDE, deux valeurs de BE; en effet, on aura BC^2-CE^2 ou $bb-\frac{aabb}{xx}=BE^2$, & BD^2-DE^2 ou $xx-aa-cc-\frac{2abc}{x}-\frac{aabb}{xx}=BE^2$. Égalant enſemble ces deux valeurs de BE^2; &, ôtant $\frac{aabb}{xx}$, on aura l'*équation* $bb=xx-aa-cc-\frac{2abc}{x}$, qui, dé-

livrée des fractions, donne $x^4 = aax + bbx + 2abc + ccx$.

9°. À l'égard de la géométrie des lignes courbes, on a coutume de déterminer ces lignes, ou en les supposant décrites par le mouvement local de quelques lignes droites, ou en les représentant par des *équations*, qui expriment indéfiniment le raport de certaines lignes droites, disposées entr'elles dans un certain ordre & suivant une certaine loi, & terminées à la courbe par une de leurs extrémités. *Voyez* COURBE & LIEU.

Les anciens déterminoient les courbes, ou par le mouvement continu de quelque point, ou par les sections des solides, mais moins commodément qu'on ne les détermine par la seconde des deux manieres, dont nous venons de parler. Les calculs qui regardent les courbes, lorsqu'on les décrit de la premiere maniere, se font par une méthode semblable à celle que nous avons donnée jusqu'ici. Supposons, par exemple, que AKC, *Fig.* 9, soit une ligne courbe décrite par le point vertical K d'un angle droit AKZ, dont un côté AK puisse se mouvoir librement, en passant toujours par le point A donné de position, tandis que l'autre côté KZ d'une longueur déterminée coule ou glisse le long d'une ligne droite AD, aussi donnée de position. On demande de trouver le point C, dans lequel une ligne droite CD aussi donnée de position doit couper cette courbe : pour cela, on tirera les lignes AC, CF, qui peuvent représenter l'angle droit dans la position qu'on cherche ; on ménera la perpendiculaire CB sur AF ; on s'appliquera ensuite à trouver le raport des lignes, sans examiner celles qui sont données ou celles qui ne le sont pas, & on verra que toutes dépendent de CF, & de l'une des quatre lignes BC, BF, AF & AC ; supposons donc $CF = a$, & $CB = x$, on aura d'abord $BF = \sqrt{aa - xx}$, & $AB = \frac{xx}{\sqrt{aa - xx}}$; car, à cause des triangles rectangles ACF, CBF, on a $BF : BC :: BC : AB$. De plus, comme CD est donnée de position, AD est donné ; ainsi, on appélera AD, b ; on connoît aussi la raison de BC à BD, qu'on supposera comme d à e, & on aura $BD = \frac{ex}{d}$ & $AB = b - \frac{ex}{d}$; donc $b - \frac{ex}{d} = \frac{xx}{\sqrt{aa - xx}}$. Si on carre les deux membres de cette *équation* ; & qu'on les multiplie ensuite par $aa - xx$, on rédnira l'*équation* à cette forme $x^4 = \frac{2bddex^3 + aaee - bbddxx - 2aabdex + aabbdd}{dd + ee}$; & par le moyen des quantités données a, b, d, e, on tirera de cette *équation* la valeur de x. Cette valeur de x ou de BC étant connue, on tirera à la distance BC, une ligne droite parallele à AD, qui coupera la courbe, & CD au point cherché C.

Si, au lieu de descriptions géométriques, on se sert d'*équations* pour désigner les lignes courbes, les calculs deviendront encore plus simples & plus faciles, puisqu'on aura moins d'*équations* à trouver ; ainsi, supposons que l'on cherche le point d'intersection C de l'ellipse donnée ACE, *Fig.* 10, avec la ligne droite CD donnée de position ; pour désigner l'ellipse, on prendra une des *équations* qui la déterminent, comme $rx - \frac{rxx}{q} = yy$; dans laquelle x marque une partie indéterminée AB ou Ab de l'axe prise depuis le sommet A, & y une perpendiculaire BC, terminée à la courbe, & où r & q sont données par l'espece donnée de l'ellipse. Or, puisque CD est donnée de position, AD sera aussi donnée ; on la nommera a, & BD sera $a - x$; l'angle ABC sera aussi donné, & par conséquent le raport de BD à BC, qu'on supposera être celui de 1 à e ; & $BC\,(y)$ sera $ae - ex$, dont le carré $eeaa - 2eeax + eexx$ doit être égal à $rx - \frac{rxx}{q}$. Cette *équation* étant réduite, donnera $xx = \frac{2aeex + rx - aace}{ee + \frac{r}{q}}$ ou

$$x = \frac{aee + \frac{1}{2}r \pm e\sqrt{ar + \frac{rr}{4ee} - \frac{a^2r}{q}}}{ee + \frac{r}{q}}.$$

On remarquera que lors même que l'on détermine les courbes par des descriptions géométriques ou par des sections de solides, on peut toujours les désigner par des *équations*, & que par conséquent toutes les difficultés des problêmes qu'on peut proposer sur les courbes, se réduisent au cas où on envisageroit les courbes sous ce dernier point de vue. Ainsi, dans le premier exemple, *Fig.* 9, si AB est appelé x, & BC, y, la troisieme proportionele BF, sera $\frac{yy}{x}$, dont le carré joint au carré de BC est égal à CF^2, c'est-à-dire, que $\frac{y^4}{xx} + yy = aa$ ou $y^4 + xxyy = aaxx$. Par cette *équation* on peut déterminer tous les points C de la courbe AKC, en trouvant la longueur de chaque ligne BC qui répond à chaque partie de l'axe AB ; & cette *équation* peut être fort utile dans la solution des problêmes qu'on aura à résoudre sur cette courbe.

Quand une courbe n'est point donnée d'espece, mais qu'on propose de la déterminer, on peut supposer une *équation* à volonté qui exprime sa nature d'une maniere générale ; on prendra cette *équation* pour la véritable *équation* de la courbe, afin de pouvoir, par ce moyen, ariver à des é-

Digitized by Google

quations, par le moyen deſquelles on déterminera la valeur des quantités qu'on a priſes pour données.

Juſqu'ici nous n'avons fait que traduire l'article *équation* à peu près tel qu'il ſe trouve dans l'Encyclopédie angloiſe. Cet article eſt tiré preſqu'en entier de l'*Arithmétique univerſele* de M. Newton; il eſt aiſé d'y reconoître en effet la main d'un grand maître, & nous avons cru devoir le donner tel qu'il eſt par cette raiſon, l'*Arithmétique univerſele* n'ayant point d'ailleurs été traduite juſqu'ici en notre langue. Mais il reſte encore ſur la théorie des *équations* beaucoup de choſes à dire pour rendre cet article complet dans un ouvrage tel que l'Encyclopédie. Nous allons tâcher de ſatisfaire à cet objet; & quoique la matiere ait déja été fort maniée dans un grand nombre d'ouvrages, nous eſpérons montrer qu'elle a été traitée d'une maniere inſuffiſante à pluſieurs égards, & la préſenter d'une maniere preſqu'entiérement nouvele.

Je ne parlerai point ici de la maniere de préparer une *équation*, en faiſant évanouir les fractions, les radicaux, & toutes les inconnues, excepté une ſeule, *&c.* Ces opérations ſont détaillées *aux mots* ÉLIMINATIONS, FRACTIONS, *&c.*

Je ne parlerai point non plus de l'abaiſſement des *équations*. *Voyez* ABAISSEMENT & RÉDUCTION.

Je ne parlerai point enfin des *équations* du premier degré, c'eſt-à-dire, de celles où l'inconnue ne monte qu'à une dimenſion: leur ſolution eſt ſans difficulté. *Voyez* TRANSPOSITION. J'entrerai donc en matiere par les *équations* d'un degré plus élevé que l'unité; je les ſuppoſe abaiſſées au plus petit degré poſſible, & délivrés de radicaux & de fractions, enfin, ordonées ſuivant les dimenſions de l'inconnue x, c'eſt-à-dire, de maniere que le premier terme contiene x élevée au plus haut degré, que le ſecond terme contiene x élevée au plus haut degré ſuivant, & ainſi de ſuite juſqu'au dernier terme, qui ne contiendra point x; je ſuppoſe enfin que le premier terme n'ait d'autre coëfficient que l'unité (nous enſeignerons *au mot* TRANSFORMATION, cette maniere de préparer l'*équation*), & que le ſecond membre de l'*équation* ſoit zéro.

Soit donc $x^m + px^{m-1} + qx^{m-2} \ldots + r = 0$, l'*équation* à réſoudre, dans laquelle il faut trouver la valeur de x.

Il eſt évident, par l'énoncé même de la queſtion, qu'il faut trouver une quantité a, poſitive ou négative, réelle ou imaginaire, qui étant ſubſtituée à la place de x dans $x^m + px^{m-1}$ &c. tout ſe détruiſe. Je ſuppoſe qu'on ait trouvé cette quantité a, je dis que la quantité $x^m + px^{m-1} + qx^{m-2} \ldots + r$ (en faiſant, ſi l'on veut, abſtraction de ſon égalité à zéro, & en la regardant comme une quantité algébrique réelle) ſera diviſible exactement par $x - a$. Car il eſt évident, 1°. que x ne montant qu'au premier degré dans le diviſeur, on pourra par les regles de la diviſion algébrique ordinaire (*Voyez* DIVISION), pouſſer l'opération juſqu'à ce qu'on arive à un reſte que j'appele R, & dans lequel x ne ſe trouvera pas. Soit donc Q le quotient, il eſt évident que ſi on produit du quotient Q par le diviſeur $x - a$, on ajoute le reſte, R, on aura une quantité égale & identique au dividende. Or, en faiſant dans le dividende $x = a$, tout s'évanouit par l'hypotheſe; donc tout doit s'évanouir auſſi, en faiſant $x = a$ dans la quantité $(x - a)\,Q + R$, & cette quantité doit alors ſe réduire à zéro; mais en faiſant $x = a$, cette quantité eſt $(a - a)\,Q + R$. Donc, puiſque $(a - a)\,Q + R = 0$, on a $R = 0$. Donc la diviſion ſe fait ſans reſte. Donc $x^m + px^{m-1} + qx^{m-2} \ldots + r$ ſe diviſe exactement par $x - a$.

Je fais un raiſonnement ſemblable ſur le quotient provenu de la diviſion: je ſuppoſe que b ſubſtitué à la place de x, faſſe évanouir tous les termes de ce quotient, je dis qu'il eſt diviſible par $x - b$; & il eſt évident que ſi b ſubſtitué à la place de x, fait évanouir le quotient Q, il fera évanouir auſſi le dividende: car le dividende eſt $= (x - a)\,Q$; donc toute ſuppoſition qui réduira Q à zéro, y réduira auſſi le dividende. Donc $x - b$ diviſe auſſi exactement le dividende.

On trouvera de même, qu'en ſuppoſant une quantité c, qui ſubſtituée à la place de x, faſſe évanouir le quotient de Q diviſé par $x - b$, ce nouveau quotient, & par conſéquent le dividende ſera diviſible par $x - c$.

Ainſi, on aura autant de quantités ſimples $x - a$, $x - b$, $x - c$, qu'il a d'unités dans m, leſquelles quantités ſimples donneront, par leur multiplication, le dividende ou *équation* propoſée.

On pourra donc, au lieu de l'*équation* donnée, ſuppoſer $(x - a)(x - b)(x - c) = 0$: mais il faut bien ſe garder d'en conclure, comme font tous les auteurs d'Algebre, qu'on aura $x - a = 0$, $x - b = 0$, $x - c = 0$, *&c.* car, pour dire on commençant, comment ſe peut-il faire qu'une même quantité x ſoit égale à pluſieurs grandeurs différentes a, b, *&c.*? Si vous dites que x, dans ces *équations*, ne déſigne qu'en apparence la même grandeur, & déſigne en effet des grandeurs différentes, en ce cas vous vous rejetez dans une autre difficulté; car ſi cela étoit, dans une *équation* du ſecond degré, par exemple, comme $xx + px + q$, xx ne ſeroit plus un carré, cependant tous les Algébriſtes le traitent comme tel? Voici la réponſe à cette difficulté, qui, comme je le ſais par expérience, peut embaraſſer bien des commençans. La quantité propoſée eſt le produit de $x - a$ par $x - b$, par $x - c$, &c. Or la quantité propoſée eſt ſuppoſée égale à zéro, & quand une quantité eſt égale à zéro, il faut qu'un de ſes facteurs le ſoit; ainſi, la quantité ou *équation* propoſée eſt le produit de $x - a = 0$ par $x - b$ & par

$x-c$, &c., ou de $x-b=0$ par $x-a$ & par $x-c$, &c., ou de $x-c=0$ par $x-a$ & par $x-b$, &c. Dans chacun de ces cas on ne ſuppoſe à la fois qu'une des *équations* particeles égale à zéro ; x eſt la même quantité dans chacun des cas ; & elle eſt différente dans les différens cas. Ainſi, $xx-ax+ab=0$ eſt $x-a=0$ par $x-b$, ou $-bx$

$x-b=0$ par $x-a$; cette *équation* $xx-ax+$ $-bx$

$ab=0$ repréſente ces deux-ci ; l'une $aa-aa+$ $-ab$

ab (en mettant a pour x), & l'entre $bb-bb+$ $-ab$

ab (en mettant b pour x).

Dens l'un des cas, x & ſes puiſſances repréſentent a & ſes puiſſances ; dans l'entre, x & ſes puiſſances repréſentent b & ſes puiſſances. Ainſi, une *équation* d'un degré quelconque repréſente réellement autant d'*équations* particulieres qu'il y a d'unités dans ſon degré, *équations* dans chacune deſquelles x a une valeur différente. Pourſuivons & eprofondiſſons cette matiere, qui, je le répete, eſt fort mal dévelopée par-tout.

La démonſtretion précédente, dira-t-on, ſuppoſe qu'il y a toujours une quantité a poſſible, qui ſubſtituée à la place de x dans une quantité algébrique, x^m+px^{m-1}, &c. fera évanouir tous les termes. Sans doute ; mais cette ſuppoſition eſt légitime. J'ei démontré le premier, *Mém. de l'ac. de Berlin*, 1746, qu'il y avoit toujours eu effer une telle quantité, laquelle ſera ou réelle, ou égale à $m+n\sqrt{-1}$, m & n étant réelles, & m pouvant être $=0$. Cette propoſition fondamentale de l'Algebre & même du calcul intégral, (*Voyez* FRACTION RATIONELE & INTÉGRAL) n'avoir été démontrée par perſone avant moi : j'y renvoie le lecteur, il le trouvera encore plus dévelopée, & miſe à le portée des commençans dans le *traité du calcul intégral* de M. de Bougainville, premiere partie. *Voyez* IMAGINAIRE.

De là il s'enſuit qu'une *équation* eſt le produit d'autant de quantités ſimples, $x-a$, $x-b$, $x-c$, &c. qu'il y a d'unités dans le degré de l'*équation* ; quelques-unes des quantités a, b, c, ou toutes, peuvent marquer des quantités réelles, égales ou inégales, imaginaires ſimples comme $n\sqrt{-1}$, ou mixtes imaginaires comme $m+n\sqrt{-1}$

On remarquera maintenant que le produit de $x-a$ par $x-b$ ne peut être égal à un autre produit $x-e$ par $x-f$; car ſi cela étoit, on auroit $\frac{x-a}{x-f}=\frac{x-e}{x-b}$. Il faudroit donc ou que $x-a$ fût diviſible exactement par $x-f$, ainſi que $x-e$ par $x-b$, ce qui ne ſe peut, ou que $x-f$ & $x-b$ euſſent un diviſeur commun, ainſi que $x-a$ & $x-e$, ce qui ne ſe peut encore. Tout cela eſt évident par ſoi-même.

Donc une quentité quelconque $xx+px+q$, où x monte eu ſecond degré, ne peut être le produit que de deux fecteurs ſimples $x-a$, $x-b$, & il ne peut y en avoir d'autres que ces deux-là. Donc dens une *équation* du ſecond degré, x ne pent avoir qne deux valeurs différentes a, b, & jamais davantage. C'eſt une ſuite des propoſitions précédentes.

De même on ne ſauroit ſuppoſer $x-a$ par $x-b$ par $x-c$, égal à $x-c$ par $x-f$ per $x-g$; car on auroit $\frac{x-a}{(x-f)(x-g)}=\frac{x-a}{(x-b)(x-c)}$. Donc les dénominateurs de ces fractions devroient avoir nn diviſeur commun, & par conſéqnenr auſſi leurs numérateurs $x-a$, $x-e$, ce qui ne ſe peut. Done dans nne *équation* du troiſieme degré, & per la même raiſon dans tonte *équation*, l'inconnue ne pent avoir qn'autant de valeurs, ſoit réelles, ſoit imaginaires, qu'il y a d'unités dans le degré de l'*équation*. Voilà encore une propoſition qn'aucun auteur n'avoit ſuffiſament prouvée. On appele *racines*, les différentes valeurs de l'inconnue. *Voyez* RACINE.

Il ponroit ſe préſenter aux commençans nne difficulté ſur la démonſtration précédente. Soit, diront-ils, $a=4$, $b=17$, $c=7$, $e=8$, & $x=2$, on eure $(x-a)\times(x-b)=-2\times-15=-5\times-6=(x-7)\times(x-8)=(x-c)\times(x-e)$; on pent donc avoir, continneront-ils, $(x-a)(x-b)=(x-c)(x-b)$. La réponſe à cette objection eſt bien ſimple ; il eſt vrai qn'il pent y evoir des cas où, en donnant à x nne certaine veleur, on eit $(x-a)(x-b)=(x-c)(x-e)$; mais il faudroit, pour renverſer la démonſtration précédente, que qnelque valeur qu'on donnât à x, on eût toujours cette derniere *équation*, x marqnant ici nne qnantité générale & indéterminée : or cela eſt impoſſible. En effet, ſi cela étoit, ſuppoſons $x=e$, on euroit done, à cauſe de l'égalité ſuppoſée, $(a-a)(a-b)=(a-c)(a-e)$, c'eſt-à-dire, $0=(a-e)(a-e)$; ce qui ne ſe peut, puiſque c & e ſont différentes de a & de b. De là on tire une autre démonſtration de la propoſition dont il s'agit, & qu'on peut eppliquer aux degrés plus compoſés ; per exemple, ſi $(x-a)(x-b)(x-c)$ pouvoit être égal à $(x-e)(x-f)(x-g)$, on enroit $(a-e)(a-f)(a-g)=0$, ce qui ne ſe peut ; & ainſi du reſte.

Je paſſe nn grand nombre de propoſitinns qu'on trouvere ſuffiſement démontrées par-tout, par exemple, celles qui ſont indiquées *au mot* COËFFICIENT : c'eſt principalement à des choſes nouveles, ou du moins préſentées d'une maniere nouvele & rigoureuſe, que je deſtine cet article. J'obſerverai ſeulement que les propoſitions connues ſur les coëfficiens des *équations*, ſervent quelquefois à démontrer d'une maniere ſimple & élégante des propoſitions de Géométrie ; M. de l'Hôpitel, dans le *liv. X de ſes ſections coniques*, s'en eſt heurenſement ſervi pour démontrer certaines propriétés des cordes du cercle

Si une

Si une des racines de l'*équation* $x^m + p x^{m-1} \ldots + r = o$ eſt un nombre entier a, poſitif ou négatif, ce nombre a ſera un des diviſeurs du dernier terme r ; car on a $a^m + p a^{m-1} \ldots + na + r = o$, donc $a^m + p a^{m-1} \ldots + na = -r$, donc $a^{m-1} + p a^{m-2} \ldots + n = -\frac{r}{a}$. Or le premier membre de cette *équation* eſt un entier, puiſqu'il eſt compoſé d'entiers ; donc $\frac{r}{a}$ eſt un entier, donc a eſt un des diviſeurs de r. La démonſtration ordinaire de cette propoſition me paroît ſujete à difficulté ; c'eſt par cette raiſon que j'en ai ſubſtitué une autre.

Si toutes les racines d'une *équation* ſont réelles, & que tous les termes de l'*équation* aient le ſigne +, toutes ces racines ſeront négatives ; car, puiſque tous les termes ont le ſigne +, il eſt évident qu'il ne peut y avoir de quantité poſitive, qui étant ſubſtitué à la place de x, rende l'*équation* égale à zéro.

Dans une *équation*, les racines imaginaires vont toujours deux à deux ; en ſorte que ſi $a + b\sqrt{-1}$ eſt racine d'une *équation*, $a - b\sqrt{-1}$ en ſera une autre. J'ai démontré le premier cette propoſition dans les *mém de l'acad. de Berlin*, 1746. *Voy.* auſſi l'ouvrage de M. de Bougainville déja cité, & l'*art.* IMAGINAIRE.

Donc, puiſque les racines imaginaires ſont toujours en nombre pair, il s'enſuit que dans les *équations* d'un degré impair, il y a du moins une racine réelle ; ce qu'on peut encore démontrer en cette ſorte. Soit, par exemple, $x^3 + p x^2 + q x + r = o$, en donnant à x toutes les valeurs poſitives poſſibles depuis o juſqu'à l'infini, on a toujours un réſultat réel, & ce réſultat devient infini & poſitif quand $x = \infty$, c'eſt-à-dire ∞^3 ; de même en donnant à x toutes les valeurs négatives poſſibles depuis o juſqu'à l'infini, on aura toujours un reſultat réel, & le dernier réſultat eſt infini & négatif quand $x = -\infty$, c'eſt-à-dire $-\infty^3$; donc, puiſqu'on a une ſuite de réſultats tous réels & ſans interruption, dont les deux extrêmes ſont de différens ſignes, il s'enſuit qu'il y a un de ces réſultats égal à zéro. Donc il y a une valeur réelle de x qui rend $x^3 + p x^2 + q x + r = o$. Donc x a, au moins, une valeur réelle dans cette *équation*. Il en eſt de même des autres cas.

Dans une *équation* délivrée de fractions, & dont le premier terme n'a d'autre coëfficient que l'unité, la racine ne ſauroit être une fraction $\frac{a}{b}$ dont le dénominateur & le numérateur ſoient des nombres entiers & rationels. Voilà encore une propoſition bien mal prouvée dans preſque tous les auteurs. En voici une meilleure démonſtration. Soit $x^3 + p x^2 + q x + r = o$; & ſuppoſons que $\frac{a}{b}$ ſoit racine de l'*équation*, on aura donc $\frac{a^3}{b^3} + \frac{p a^2}{b^2} + \frac{qa}{b} + r = o$, & $a^3 + p a^2 b + q a b^2 + r b^3 = o$. Donc, ſuivant la théorie des *équations* donnée ci-deſſus, le nombre entier a doit être diviſeur du dernier terme rb^3 ; or, comme a & b n'ont aucun diviſeur commun, car la fraction $\frac{a}{b}$ eſt ſuppoſée, comme de raiſon, réduite à ſes moindres termes (*Voyez* DIVISEUR, FRACTION), il s'enſuit que a & b^3 n'ont aucun diviſeur commun ; donc a doit être diviſeur de r ; donc $r = na$, n étant un nombre entier. Donc on aura $a^3 + p a^2 b + q a b^2 + n a b^2 = o$ donc $a^2 + p ab + q b^2 + n b^3 = o$. Donc, par la même raiſon que ci-deſſus, a doit être un diviſeur du dernier terme $q b^2 + n b^3$, & par conſéquent de $q + bn$; donc $q + bn = ma$; donc $a^2 + pab + b^2 ma = o$; donc $a + pb + b^2 m = o$; donc $\frac{a}{b} = -p - mb$. Donc $\frac{a}{b}$ n'étoit point une fraction, ce qui eſt contre l'hypotheſe. On démontrera de la même maniere, dans tous les autres cas, la propoſition dont il s'agit. Donc, *&c.*

Il eſt évident, par la nature de cette démonſtration, qu'elle ne s'étend qu'aux fractions rationeles. Une *équation* ſans fractions & ſans radicaux, peut en effet avoir pour racines des fractions irrationeles ; par exemple, $x^2 - x - 1 = o$, & une infinité d'autres.

Voyez *au mot* TRANSFORMATION, ce qui regarde la maniere de transformer une *équation* en une autre.

On trouvera *au mot* RACINE, le fameux théorême de Deſcartes ſur les racines des *équations*, démontré par M. l'abbé de Gua dans les *mémoires de l'académie de* 1741, auxquels le lecteur peut avoir recours. Nous nous bornerons ici à quelques réflexions générales ſur les racines des *équations*.

Les racines d'une *équation* ſont les differentes valeurs de l'inconnue ; il ſemble donc qu'un problême doive avoir autant de ſolutions qu'une *équation* a de racines ; & cela eſt vrai en effet dans un certain ſens, mais ceci a pourtant beſoin d'une plus ample explication.

1°. Si on propoſoit de trouver un nombre x, tel que le carré de ce nombre plus 15, fût égal à 8 fois le nombre cherché, c'eſt-à-dire, tel que $xx - 8x + 15$ fût $= o$, on trouveroit que cette *équation* auroit deux racines réelles & poſitives $x = 3$, $x = 5$; & en effet, le carré de 3 qui eſt 9, augmenté de 15, donne 24 égal à 8 fois 3, & le carré 25 augmenté de 15, donne 40 égal

à 8 fois 5. Ainſi, les deux racines de l'*équation* ſatisfont en ce cas au problême, ſans rien changer à ſon énoncé. Il y a donc des cas où toutes les racines d'une *équation* réſolvent chacune le problême dans le ſens le plus direct & le plus immédiat que ſon énoncé préſente.

2°. Si on propoſoit de trouver un nombre x plus petit que 1, & tel que le carré de $1-x$ fût égal à $\frac{1}{4}$, on auroit $(1-x)^2=\frac{1}{4}$, & $1-x=\pm\frac{1}{2}$; donc $x=\frac{1}{2}$ & $x=\frac{3}{2}$. Voilà deux racines réelles & poſitives; cependant il n'y a proprement que la racine $\frac{1}{2}$ qui ſatisfaſſe au problême, car la racine $\frac{3}{2}$ donné $1-x=-\frac{1}{2}$, quantité négative. Or l'on ſuppoſe dans l'énoncé que x eſt plus petit que 1; pourquoi donc trouve-t-on une autre racine réelle & poſitive? le voici. Si on eût propoſé ce problême: *trouver un nombre* x *plus grand que* 1, *& tel que* $(x-1)^2$, *ſoit égal à* $\frac{1}{4}$, on auroit eu préciſément la même *équation* que celle qui eſt donnée par la ſolution du problême précédent; & en ce cas $x=\frac{3}{2}$ auroit été la vraie valeur de l'inconnue, ainſi, l'*équation* $1-2x+xx=\frac{1}{4}$ repréſente réellement ces deux-ci, $(1-x)^2=\frac{1}{4}$ & $(x-1)^2=\frac{1}{4}$, qui ſont la traduction algébrique de deux queſtions, très-différentes dans leur énoncé. La premiere de ces queſtions a pour réponſe $x=\frac{1}{2}$ la ſeconde $x=\frac{3}{2}$. Donc, quoique les racines d'une *équation* ſoient toutes deux réelles & poſitives, il ne s'enſuit pas toujours qu'elles réſolvent toutes exactement & rigoureuſement la queſtion; mais elles la réſolvent, en la préſentant en deux ſens différens, dont l'Algebre ne peut exprimer la différence; par exemple, dans le cas dont il s'agit, l'énoncé devroit être: trouver une grandeur x telle que la retranchant de l'unité, ou retranchant l'unité d'elle, le carré du reſte ſoit égal à $\frac{1}{4}$. La traduction algébrique du premier énoncé eſt par ſa nature, plus générale que ce premier énoncé; c'eſt donc le ſecond qu'il faut y ſubſtituer pour répondre à toute l'étendue de la traduction. Pluſieurs algébriſtes regardent cette généralité comme une richeſſe de l'Algebre, qui, diſent-ils, répond non ſeulement à ce qu'on lui demande, mais encore à ce qu'on ne lui demandoit pas, & qu'on ne ſongeoit pas à lui demander. Pour moi, je ne puis m'empêcher d'avouer que cette richeſſe prétendue me paroît un inconvénient. Souvent il en réſulte qu'une *équation* monte à un degré beaucoup plus haut qu'elle ne monteroit, ſi elle ne renfermoit que les ſeules racines propres à la vraie ſolution de la queſtion, telle qu'elle eſt propoſée. Il eſt vrai que cet inconvénient ſeroit beaucoup moindre, & ſeroit même, en un ſens, une véritable richeſſe, ſi on avoit une méthode générale pour réſoudre les *équations* de tous les degrés; il ne s'agiroit plus que de démêler parmi les racines, celles dont on auroit vraiment beſoin: mais malheureuſement on ſe trouve arrêté dès le quatrieme degré. Il ſeroit donc à ſouhaiter, puiſqu'on ne peut réſoudre toute *équation*, qu'on pût au moins l'abaiſſer au *degré de la queſtion*, c'eſt-à-dire, à n'avoir qu'autant d'unités dans l'expoſant de ſon degré, que la queſtion a de ſolutions vraies & directes; mais la nature de l'Algebre ne paroît pas le permettre.

3°. Si on propoſoit de trouver un nombre x, tel que *retranchant* l'unité de ce nombre, le carré du *reſte* fût égal à quatre, on trouveroit $(x-1)^2=4$, $x=3$ & $x=-1$. La premiere racine $x=3$, qui eſt réelle & poſitive, réſout la queſtion; à l'égard de $x=-1$, elle ne réſout point la queſtion propoſée, elle réſout celle-ci: trouver un nombre, auquel *ajoutant* l'unité, le carré de la *ſomme* ſoit égal à quatre. On voit que dans cet énoncé, *ajouter* ſe trouve au lieu de *retrancher*, & *ſomme* au lieu de *reſte*. En effet $(x+1)^2=4$ donne $x=1$ & $x=-3$, qui ſont préciſément les racines de l'*équation* précédente priſes avec des ſignes contraires. D'où l'on voit que les racines négatives ſatisfont à la queſtion, non telle qu'elle eſt propoſée, mais avec de légers changemens qui conſiſtent à ajouter ce qu'on devoit retrancher, ou à retrancher ce qu'on devoit ajouter. Le ſigne — qui précede ces racines, indique une fauſſe ſuppoſition qui a été faite dans l'énoncé, d'*addition* au lieu de *ſouſtraction*, &c. & ce ſigne — redreſſe cette fauſſe ſuppoſition. En veut-on un exemple plus ſimple? qu'on propoſe de trouver un nombre x, qui étant *ajouté* à 20, la ſomme ſoit égale à 10, on aura $20+x=10$ & $x=-10$, ce qui ſignifie qu'il falloit énoncer ainſi la queſtion: *trouver* un nombre qui étant *retranché* de 20, le *reſte* ſoit égal à 10, & ce nombre eſt 10.

4°. Si on propoſoit cette queſtion, trouver un nombre x, tel que, ajoutant l'unité à ce nombre, le carré du tout ſoit égal à $\frac{1}{4}$, on auroit $(x+1)^2=\frac{1}{4}$, $x=-\frac{1}{2}$, $x=-\frac{3}{2}$: voilà deux racines négatives, ce qui ſignifie qu'il falloit changer ainſi la queſtion; trouver un nombre tel, que retranchant l'unité de ce nombre, s'il eſt plus grand, ou le retranchant de l'unité, s'il eſt plus petit, le carré du reſte ſoit égal à $\frac{1}{4}$. C'eſt préciſément le cas du n°. 1 précédent, dont les racines ſont les mêmes que de ce cas-ci, avec des ſignes contraires.

5°. Tout nous prouve donc que les racines négatives ne ſont deſtinées qu'à indiquer de fauſſes ſuppoſitions faites dans l'énoncé, & que le calcul redreſſe. C'eſt pour cela que les racines négatives ont été appelées *fauſſes* par pluſieurs auteurs, & les racines poſitives, *vraies*, parce que les premieres ne ſatisfont, pour ainſi dire, qu'à un faux énoncé de la queſtion. Au reſte, je dois encore remarquer ici que quand toutes les racines ſont négatives, comme dans le cas précédent, l'inconvénient eſt léger; ces racines négatives indiquent que

Digitized by Google

la ſolution avoit un énoncé abſolument faux : redreſſez l'énoncé, toutes les racines deviendront poſitives. Mais quand elles ſont en partie poſitives, & en partie négatives, l'inconvénient que cauſe la ſolution algébrique eſt, ce me ſemble, alors plus grand; elles indiquent que l'énoncé de la queſtion eſt, pour ainſi dire, en partie vrai & en partie faux; elles mêlent, mal-gré nous, une queſtion étrangere avec la queſtion propoſée, ſans qu'il ſoit poſſible de l'en ſéparer, en rectifiant même l'énoncé; car qu'on change dans l'énoncé les mots *ajouter* & *ſomme*, en *ôter* & *reſte*, la racine négative devient à la vérité poſitive; mais la poſitive devient négative, & on ſe trouve toujours dans le même embarras, ſans pouvoir réduire la queſtion à un énoncé qui ne donne que des racines réelles poſitives. Il en eſt de même dans le cas du n°. 1 précédent, où, quoique les racines ſoient toutes réelles & poſitives, cependant elles ne réſolvent pas toutes la queſtion; néanmoins il y a encore cette différence entre ce cas & celui du n°. 3, que dans celui ci, pour changer les racines négatives en poſitives, il ne faut changer qu'en partie les ſignes de $x+1$, c'eſt-à-dire, écrire $x-1$, ou $1-x$; au lieu que dans le cas du n°. 1, il faut changer tout-à-la-fois les deux ſignes de $1-x$, & écrire $x-1$ dans l'énoncé, pour employer la racine poſitive inutile à la queſtion.

6°. Les racines négatives, je le répete, ſont un inconvénient, ſur-tout lorſqu'elles ſont mêlées avec les poſitives; mais il y a bien de l'apparence qu'on ne parviendra jamais à lever cet inconvénient; peut être pourroit-on le diminuer, ſi on avoit une bonne méthode de réſoudre les *équations*. C'eſt ce que nous tâcherons plus bas de faire ſentir, ou pluôt entrevoir, en parlant des *équations* du ſecond degré. Mais ce qui prouve que les racines négatives ne ſont pas tout-à-fait inutiles à la ſolution d'un problême, c'eſt l'application de l'Algebre à la Géométrie. Les ordonées négatives d'une courbe ſont auſſi réelles que les poſitives, & apartienent auſſi eſſentiélement à la courbe; nous l'avons prouvé au *mot* Courbe d'une maniere auſſi rigoureuſe que nouvele, en faiſant voir que les ordonées négatives deviennent poſitives, en tranſpoſant ſeulement l'axe. De même en tranſformant une *équation* algébrique, on peut rendre toutes les racines réelles poſitives; car ſoit b la plus grande des racines négatives, & ſoit fait $x=z-A$, A étant une quantité plus grande que b ou égale à b; alors les facteurs, au lieu d'être, par exemple $x-a$, $x+b$, ſeront $z-A-a$, $z-A+b$, toutes deux poſitives. *Voyez* encore ſur cet article ce que nous dirons plus bas, en parlant des *équations* appliquées à la Géométrie.

7°. Si on propoſoit de trouver un nombre x, tel que $(x+1)^2+4$ fût $=0$, on auroit $x=-1+\sqrt{-4}$, & $x=-1-\sqrt{-4}$; valeurs imaginaires qui indiquent que l'énoncé de la queſtion eſt abſurde, & qu'il n'eſt pas poſſible de la réſoudre. Mais, dira-t-on, pourquoi deux racines imaginaires? une ſeule ſuffiroit pour avertir de l'abſurdité. Je réponds que les deux imaginaires avertiſſent que la queſtion eſt abſurde non ſeulement dans ſon énoncé, mais même dans toute autre qu'on lui ſubſtitueroit, c'eſt-à-dire, en mettant $x-1$ ou $1-x$ à la place de $x+1$. En effet $(1-x)^2+4=0$, ou $(x-1)^2+4=0$, donne $x=1-4\sqrt{-4}$, & $x=1+\sqrt{4}$; racines imaginaires & de ſigne contraire aux précédentes, parce que l'énoncé de la queſtion, quoique changé, demeure impoſſible.

8°. Ainſi, quand une *équation* n'a que des racines négatives ou fauſſes, cela indique que le problême eſt impoſſible dans le ſens direct, mais non pas dans un autre ſens; au lieu que quand elle n'a que des racines imaginaires, cela indique que le problême eſt impoſſible dans quelques ſens qu'on le préſente. Quand les racines ſont réelles & incommenſurables, cela indique que le problême n'a point de ſolution numérique exacte, mais, qu'on peut trouver un nombre qui approche auſſi près qu'on voudra des conditions propoſées, donc les racines négatives, imaginaires & incommenſurables, déſignent différentes eſpeces d'impoſſibilité dans la ſolution, mais d'impoſſibilité plus ou moins entiere, plus ou moins abſolue.

9°. Mais quand les racines imaginaires ſont mêlées avec des racines réelles, qu'eſt ce qu'indiquent alors ces racines imaginaires? Par exemple, $u^3-b^3=0$, a pour racine réelle $u-b$, & deux autres racines imaginaires qui ſont celles de l'*équation*, $uu+bu+bb=0$, comme on l'a vu au *mot* Cas irréductible. Ces deux racines imaginaires, dira-t-on, paroiſſent ici bien inutiles. Je réponds que ces deux imaginaires ne ſont point de trop; elles indiquent que s'il y avoit une quantité u, telle que $uu+bu+bb$ pût être égal à zéro, le cube de cette quantité u ſeroit égal à b^3. Voilà, ce me ſemble, tout ce qui regarde les racines des *équations* ſuffiſamment éclairci; paſſons à d'autres obſervations.

Il y a quelques remarques à faire ſur la maniere dont on réſout ordinairement les *équations* du 2^d^ degré: ſoit $xx-px=q$, on en conclut tout de ſuite $x-\frac{p}{2}=\pm\sqrt{\frac{pp}{4}+q}$; mais, dira-t-on, pourquoi fait-on $x-\frac{p}{2}$ poſitif égal à la quantité négative $-\sqrt{\frac{pp}{4}+q}$? il eſt bien vrai que deux carrés égaux donnent des racines égales; mais ce doit être des racines de même ſigne: cela eſt évident; car, de ce que $4=4$, on conclura-t-on que $2=-2$? D'ailleurs $\frac{p}{2}-x$ eſt

auſſi-bien que $x - \frac{p}{2}$ la racine de $xx - px + \frac{pp}{4}$; on devroit donc avoir $\mp x \pm \frac{p}{2} = \sqrt{\frac{pp}{4} + q}$. Je réponds, 1°. que cette derniere *équation* donne les quatre ſuivantes $x - \frac{p}{2} = \sqrt{\frac{pp}{4} + q}$, $x - \frac{p}{2} = -\sqrt{\frac{pp}{4} + q}$, $\frac{p}{2} - x = -\sqrt{\frac{pp}{4} + q}$, $\frac{p}{2} - x = \sqrt{\frac{pp}{4} + q}$: or les deux dernieres ſont évidemment les mêmes que les deux premieres ; il ſuffit donc de prendre le double ſigne $\pm$ dans un des membres, & non dans les deux à la fois. 2°. J'aimerois mieux réſoudre l'*équation* en raiſonant de cette ſorte : la racine carrée de $xx - px + \frac{pp}{4}$ eſt $x - \frac{p}{2}$, ſi $x > \frac{p}{2}$; & $\frac{p}{2} - x$, ſi $x < \frac{p}{2}$: dans le premier cas, on a $x - \frac{p}{2} = \sqrt{\frac{pp}{4} + q}$; dans le ſecond, on a $\frac{p}{2} - x = \sqrt{\frac{pp}{4} + q}$: ce ſont ces deux cas très-diſtincts & très-clairement énoncés de cette maniere, qu'on énonce tous les deux enſemble implicitement, &, ſi je l'oſe dire, obſcurément, en écrivant $x - \frac{p}{2} = \pm \sqrt{\frac{pp}{4} + q}$. Les inventeurs de l'Algebre ont imaginé cette expreſſion pour abréger ; & cette expreſſion commode rend la métaphyſique plus obſcure. *Voyez*, ſur cela, ce qui a été dit au *mot* ÉLÉMENT DES SCIENCES.

Si on avoit $xx + px = q$, alors on trouveroit, en ſuivant le raiſonement précédent, $x + \frac{p}{2} = \sqrt{\frac{pp}{4} + q}$, ce qui ne donneroit que la racine poſitive ; à l'égard de la racine négative ou fauſſe, on n'en a que faire, puiſqu'elle ne réſout pas le problême ; cependant on auroit cette racine, ſi un vouloit, en changeant l'énoncé de la queſtion ſuivant les regles données ci-deſſus ; ce qui donneroit $xx - px = q$; & $\frac{p}{2} - x$, ou $x - \frac{p}{2} = \sqrt{\frac{pp}{4} + q}$.

On voit donc que, par cette maniere que je propoſe de réſoudre les *équations* du ſecond degré, on ſépareroit les racines poſitives néceſſaires d'avec les inutiles, les vraies d'avec les fauſſes, *&c.* cette méthode s'appliqueroit aux autres degrés, ſi on avoit une regle générale pour réſoudre toute *équation* : mais la regle dont il s'agit eſt encore à trouver.

J'ai donné au *mot* CAS IRRÉDUCTIBLE une théorie ſuffiſante & neuve preſqu'à tous égards de la réſolution des *équations* du troiſieme degré ; j'y renvoie le lecteur. Je n'y ai ſuppoſé qu'une propoſition ; c'eſt que ſi le ſecond terme d'une *équation* du troiſieme degré eſt nul, & que les trois racines ſoient réelles, le troiſieme terme a toujours le ſigne —. La queſtion ſe réduit à prouver que ſi $a + b + c = 0$, a, b, c, étant de tel ſigne qu'on voudra, & réelles, (*Voyez* COEFFICIANT), on aura $ab + ac + bc$ négative, c'eſt-à-dire, $-aa - ac - cc$ négative, ce qui eſt évident ; donc, ſi le troiſieme terme eſt poſitif, il y a deux racines imaginaires. Du reſte on trouvera dans cet article, ou explicitement, ou implicitement, toute la théorie des *équations* du troiſieme degré. Paſſons au quatrieme degré.

Soit $x^4 + qx^2 + rx + s = 0$, une *équation* à réſoudre, on ſuppoſe qu'elle ſoit le produit de $xx + yx + z = 0$, & $xx - yx + u = 0$; & on trouve, en multipliant ces deux *équations* l'une par l'autre, & comparant le produit terme à terme avec la propoſée, les *équations* ſuivantes :

$$z = \frac{qy + y^3 - r}{2y}$$

$$\frac{qy + y^3 - r}{2y} = \frac{2sy}{qy + y^3 + r}, \text{ ou}$$

$$y^6 + 2qy^4 + q^2y^2 - rr = 0.$$
$$-4sy^2$$

$$u = \frac{s}{z} = \frac{2sy}{qy + y^3 - r} = \frac{q}{2} + \frac{y^2}{2} + \frac{r}{2y}.$$

L'*équation* y^6, &c. $= 0$, étant du ſixieme degré, a ſix racines ; & les *équations* $xx + yx + z = 0$, $xx - yx + u = 0$, en donnant chacune deux pour chaque valeur de y ; voilà donc, dira-t-on, vingt-quatre racines, quoique, ſuivant la théurie connue, l'*équation* x^4, &c. ne doive avoir que quatre racines poſſibles. Je vais montrer que ces vingt-quatre racines ſe réduiſent à quatre.

1°. Dans l'*équation* y^6, &c. $= 0$, où tous les termes pairs manquent, il eſt évident que chaque racine poſitive a ſa pareille négative. Cela eſt évident ; car faiſant $yy = z$, l'*équation* eſt du troiſieme degré. *Voyez* AVERTISSEMENT. Or ſoient A, B, C, les valeurs de z, on aura $yy = A$; donc $y = +\sqrt{A}$, $y = -\sqrt{A}$; de même $y = \pm\sqrt{B}$, $y = \pm\sqrt{C}$. Cela poſé :

Soit a une des valeurs y, $-a$ en ſera une autre ; & l'*équation* $xx + yx + z$ donnera,

$$xx + ax + \frac{q}{2} + \frac{a^2}{2} - \frac{r}{2a} = o,$$

$$xx - ax + \frac{q}{2} + \frac{a^2}{2} + \frac{r}{2a} = o.$$

L'*équation* $xx - yx + u$, donnera,

$$xx - ax + \frac{q}{2} + \frac{a^2}{2} + \frac{r}{2a} = o$$

$$xx + ax + \frac{q}{2} + \frac{a^2}{2} - \frac{r}{2a} = o.$$

Ces deux dernieres *équations* reviennent au même que les deux précédentes ; donc voilà déja quatre *équations* réduites à deux, & vingt-quatre à douze.

Je dis maintenant que $xx \pm ax + \frac{q}{2} + \frac{a^2}{2} \mp \frac{r}{2a}$, donnera les mêmes racines que $xx \pm bx + \frac{q}{2} + \frac{b^2}{2} \mp \frac{r}{2b}$, en ſuppoſant $+b$, $-b$ deux autres racines de l'*équation* $y^6 + 2qy^4$, &c. $= o$. Car ſoit $yy - aa$, $yy - bb$, $yy - cc$, les trois racines, on aura $2q = -aa - bb - cc$, $r = abc$; & les deux *équations* précédentes deviendront $xx \pm ax - \frac{bb}{4} + \frac{a^2}{4} - \frac{cc}{4} \mp \frac{bc}{2} = o$, & $xx \pm bx - \frac{aa}{4} + \frac{b^2}{4} - \frac{cc}{4} \mp \frac{ac}{2} = o$, dont les racines ſont aiſées à trouver, & ſont les mêmes. On trouvera de même que $xx \pm cx - \frac{aa}{4} + \frac{cc}{4} - \frac{bb}{4} \pm ab = o$, donne encore les mêmes racines ; donc, en général, les douze racines ſe réduiſent à quatre, & ces quatre ſeront :

$$-\frac{a}{2} + \frac{b-c}{2}.$$

$$-\frac{a}{2} + \frac{c-b}{2}.$$

$$+\frac{a}{2} + \frac{b-c}{2}.$$

$$+\frac{a}{2} + \frac{c-b}{2}.$$

Car il faut remarquer que le ſigne $-$ de $\frac{bc}{2}$ répond à $+ax$, & que le ſigne $+$ répondra $-ax$, il ne faut pas prendre $+ax$ avec $+bc$, ni $-ax$ avec $-bc$.

Si on fait quatre *équations* ſimples de quatre valeurs précédentes de x, on formera par le produit une *équation* du quatrieme degré qui ſera la même que la propoſée, en mettant pour q, s, r, leurs valeurs $-\frac{aa-bb-cc}{2}$, $\frac{q^2}{4} - \frac{aabb-aacc-bbcc}{4}$ & abc. Ainſi, tout s'acorde parfaitement, comme on le voit. Il y a quelques auteurs qui ont traité ce dernier article des *équations* du quatrieme degré avec aſſez de ſoin ; mais, ce me ſemble, d'une maniere moins ſimple que nous ne venons de faire.

En réſolvant d'une certaine façon quelques *équations* du quatrieme degré, on tomberoit dans un inconvénient ſemblable à celui du cas irréductible, c'eſt-à-dire, qu'on trouveroit des quantités réelles ſous une forme imaginaire. Soit, par exemple, $x^4 - a^4 = o$, on a deux racines réelles $x = a$, $x = -a$, & deux autres imaginaires $x = \sqrt{-aa}$, $x = -\sqrt{-aa}$; cependant ſi on ſuppoſoit que l'*équation* $x^4 - a^4 = o$, fût venue de ces deux-ci $xx + px + q$, $xx - px + q$, on trouveroit $2q - pp = o$, $qq = -a^4$: ainſi, on auroit pour les deux *équations*, dont la multiplication produit $x^4 - a^4$, ces deux-ci :

$$xx \pm x\sqrt{+2\sqrt{-a^4}} \pm \sqrt{-a^4} = o,$$

$$xx \mp x\sqrt{\pm 2\sqrt{-a^4}} \pm \sqrt{-a^4} = o;$$

équations d'où l'on ne tireta que des valeurs de x ſous une forme imaginaire ; néanmoins de ces différentes valeurs une ſera $= a$, & une autre $= -a$. *Voyez* ſur cela l'*article* IMAGINAIRE. *Voyez auſſi les mémoires de l'acad. de Berlin*, 1746, & *l'ouvrage cité* de M. de Bougainville.

Il eſt aiſé de voir par tout ce qui a été dit, qu'il n'y a juſqu'à préſent que les *équations* du ſecond degré dont on ait une ſolution complete ; car, 1°. les *équations* du troiſieme degré tombent ſouvent dans le cas irréductible. 2°. Si une *équation* du troiſieme degré a une racine réelle & commenſurable, cette racine commenſurable ſe préſente ſous une forme incommenſurable, & il faut du travail pour la dégager de cette forme. *Voyez* RACINE & EXTRACTION. 3°. Les *équations* du quatrieme degré ſe réduiſent, comme on vient de le voir, au troiſieme, & ſont par conſéquent ſujetes aux mêmes inconvéniens.

Lorſqu'une *équation* du troiſieme degré a une racine commenſurable, le plus court moyen de la déterminer, eſt d'eſſayer tous les diviſeurs du dernier terme ; M. Newton, dans ſon *arithmétique univerſele*, a donné une méthode pour abréger conſidérablement cet eſſai. Nous ne dirons rien de cette méthode, qui a été ſuffiſamment expliquée &

Digitized by Google

développée par MM. s'Gravesande, & Clairaut, dans leurs *élémens d'Algebre*.

Passé le quatrieme degré, on n'a plus de méthode, même imparfaite & tronquée, pour résoudre les *équations*. Si la racine est réelle, il faut essayer les diviseurs du dernier terme; si elle est incommensurable il faut tâchee de connoître à peu près cette racine en nombres entiers, & se servir ensuite de la méthode expliquée au *mot* APPROXIMATION, pour approcher de plus en plus de la même valeur.

Si on trouve deux quantités a, b, peu différentes l'une de l'autre, qui étant substituées à la place de x dans une *équation*, donnent, l'une un résultat positif, l'autre un résultat négatif, il s'ensuit que la valeur qui donne le résultat $=o$, & qui est la vraie racine de l'*équation*, sera entre a & b. On en a vu la démonstration à l'article APPROXIMATION. Cela peut encore se démontrer de la maniere suivante.

Soit construite une courbe de genre paraboliqne: nous verrons clairement que si une valeur de x donne l'ordonée positive, & qu'une autre valeur de x donne une valeur négative, la valeur de x qui donnera l'ordonée $=o$, sera entre ces deux-là: mais il ne faut pas conclure que si on diminue, ou qu'on augmente tant soit peu cette valeur de x, qui donne le résultat $=o$, on aura deux résultats de signe différent; car il est évident qu'une courbe parabolique peut atteindre son axe sans le couper, mais en le touchant seulement; & en général, pour qu'une quantité passe par le zéro, il n'est point nécessaire que les deux états voisins de cette quantité, l'un avant, l'autre après l'égalité à zéro, soient des états opposés. Cela est clair par les tangentes paralleles au diametre du cercle, où l'ordonée positive devient zéro, & redevient ensuite positive, & par une infinité d'autres cas semblables.

Dans *les mémoires de l'académie des Sciences pour l'année* 1747, *pag.* 665, on trouve un savant mémoire de M. Fontaine sur la résolution des *équations*. L'auteur annonce qu'il donne ce mémoire *pour l'analyse en entier, telle qu'on la cherche*, dit-il, *inutilement depuis l'origine de l'Algebre*. Il se propose en effet, de donner dans cet ouvrage des regles pour déterminer, dans une *équation* quelconque proposée, 1°. la nature & le nombre des racines, c'est-à-dire, si elles sont réelles, égales ou inégales, toutes positives, toutes négatives, ou en partie positives & négatives, ou enfin imaginaires en tout ou en partie. L'auteur suppose dans cet ouvrage la vérité d'un théorême que j'ai démontré le premier, & dont il a déja été fait mention plus haut: savoir, que toute racine imaginaire d'une *équation* peut toujours être exprimée par $a+b\sqrt{-1}$, a & b étant deux quantités réelles, & qu'il y a en ce cas encore une autre racine exprimée par $a-b\sqrt{-1}$. Nous n'entrerons point ici dans le détail de la méthode donnée par M. Fontaine; elle est si bien expliquée dans le mémoire cité, & présenté avec tant de précision, que nous ne pourions absolument que la transcrire ici: nous y renvoyons donc le lecteur. Nous ferons seulement les remarques suivantes, dans lesquelles nous supposerons qu'il ait le mémoire sous les yeux.

1°. La quantité ou fonction formée des coëfficiens m, n, p, &c. (qui est égale à zéro dans certains cas, plus grande que zéro dans d'autres, & plus petite dans d'autres) se trouve, en faisant égales entr'elles, quelques quantités parmi les racines de l'*équation*; car il y a toujours autant de quantités a, b, c, d, &c. dans les racines de l'*équation*, qu'il y a de coëfficiens m, n, p, q, &c. On a donc autant d'*équations* entre a, b, c, d, &c. & m, n, p, q, &c. qu'il y a de coëfficiens m, n, p, q; & on ne peut arriver à une quantité ou *équation* finale, de laquelle a, b, c, d, &c. aient disparu, que dans le cas où quelques-unes des quantités a, b, c, d, &c. seront égales; autrement, après toutes les opérations ordinaires destinées à faire évanouir les inconnues a, b, c, d, (*Voy.* ÉLIMINATION) &c. il en resteroit toujours une, puisqu'il y auroit autant d'*équations*, que d'inconnues. Prenons, par exemple, un des cas que M. Fontaine a proposés, $x^3-3x+1=o$, ou $xx-mx+n=o$; on trouve que $(x-a)(x-b)$ ou $(x-a+b\sqrt{-1})(x-a-b\sqrt{-1})$ ou $(x-b+a\sqrt{-1})(x-b-a\sqrt{-1})$ peuvent être les trois systêmes de facteurs de cette formule. Or, pour que les deux premiers systêmes de facteurs deviennent les mêmes, il faut que dans le premier systême $b=a$, & que quand le second $b=o$; d'où l'on tire $xx-2ax+aa=xx-mx+n$; donc $m=2a$, $n=aa=\frac{mm}{4}$; donc dans les cas de $a=b$, on a $mm-4n=o$. Maintenant pour que le second & le troisieme systême de facteurs deviennent le même, il faut que $b=a$ dans les deux systêmes; ainsi, on aura $xx-2ax+aa+aa=o$, donc $m=2a$, $n=2aa=\frac{2mm}{4}$; donc $mm-2n=o$; ainsi $mm-4n$ & $mm-2n$ sont les deux quantités égales, plus grandes ou plus petites que zéro, qui doivent déterminer ici les racines égales ou les racines réelles, ou les racines imaginaires, & de plus le signe, & la forme des racines.

2°. On voit assez par la nature de la méthode de M. Fontaine, qu'un systême de facteurs étant donné dans le second, ou même dans le troisieme degré, on trouvera la nature de la formule d'*équation* qui en résulte, c'est-à-dire, le signe de chaque coëfficient de cette formule; mais on ne voit pas, ce me semble, avec la même clarté comment on déterminera la formule qui résulte d'un systême de facteurs, dans les *équations* plus composées que le troisieme degré; ni s'il sera toujours possible d'assigner exactement toutes les for-

Digitized by Google

mules qui réſultent d'un même ſyſtême de facteurs, en cas que ce ſyſtême puiſſe produire pluſieurs formules. Il ſeroit à ſouhaiter que ceux qui travailleront dans la ſuite d'après la méthode de M. Fontaine, s'appliquaſſent à développer ce dernier objet.

3°. M. Fontaine ſuppoſe que la quantité qui eſt $=o$ dans le cas de la coïncidence de deux ſyſtêmes de facteurs, eſt néceſſairement plus grande que zéro pour l'un de ces ſyſtêmes de facteurs, & plus petite pour l'autre. Il eſt vrai qu'il arive le plus ſouvent qu'une quantité égale à zéro dans l'hypotheſe de deux quantités, qui coïncident eſt poſitive, & négative dans les deux cas immédiatement voiſins; mais cela n'arive pas toujours. Par exemple, lorſqu'une courbe de genre parabolique touche ſon axe, & que par conſéquent l'abſciſſe x répondante à l'ordonée $y=o$, a deux racines égales, il arive ſouvent qu'en faiſant x plus grande ou plus petite qu'une de ces racines, on a x poſitive dans les deux cas. Ce n'eſt pas tout. Il pouroit arriver que dans les cas infiniment voiſins, ou extrêmement voiſins de celui qui a donné l'égalité à zéro, la quantité formée de m, n, p, q, &c. fût plus grande que zéro pour un de ces cas & plus petite pour l'autre; mais eſt-il bien certain que dans les cas qui ne ſeront pas fort voiſins de celui qui a donné l'égalité à zéro, il y en aura toujours un qui donnera la fonction $>o$, & que l'autre donnera la même fonction $<o$? Une courbe qui coupe ſon axe en un point, a près de ce point, en deſſus & en deſſous des ordonées de différens ſignes; mais il eſt très-poſſible que toutes les ordonées au deſſus & au deſſous ne ſoient pas néceſſairement de différens ſignes, parce que la courbe peut encore couper ſon axe ailleurs. M. Fontaine dit que s'il y a pluſieurs fonctions $=o$, il ſera toujours facile de connoître *laquelle* de ces fonctions eſt toujours plus grande que zéro dans l'un des deux ſyſtêmes, & toujours moindre dans l'autre; il ſemble que, ſuivant ſon principe, dès qu'une fonction eſt égale à zéro dans le cas de la coïncidence de deux ſyſtêmes de facteurs, elle eſt *toujours* plus grande que zéro dans un de ces ſyſtêmes, & moindre dans l'autre. S'il y a des cas où cela puiſſe n'avoir pas lieu (comme M. Fontaine ſemble l'inſinuer), pourquoi, dira-t-on, n'ariveroit il pas quelquefois que cela n'auroit lieu dans aucun cas?

Enfin M. Fontaine détermine par le calcul d'un ſeul cas numérique particulier d'un des deux ſyſtêmes, celui où la fonction eſt $>o$, & celui où la fonction eſt plus petite. Cela peut être encore ſujet à difficulté; car cela ſuppoſe que la formule eſt toujours $>o$ dans un des cas, & toujours $<o$ dans l'autre. Or, dira-t-on, ne pouroit-il pas ariver que la formule fût à la vérité toujours $>$ ou $<o$, dans les deux cas pris enſemble; mais qu'après avoir été plus grande que zéro dans l'un de ces deux cas, juſqu'à une certaine valeur des quantités a, b, c, d, &c. & plus petite dans l'autre cas, elle devînt enſuite plus petite que zéro dans le premier cas & plus grande dans le ſecond?

Nous ne prétendons point par ces difficultés attaquer, ni encore moins renverſer la méthode de M. Fontaine; elle nous paroît pleine de ſagacité & de fineſſe, & digne de toute l'attention des ſavans; nous la regardons comme une nouvele preuve du génie ſupérieur que l'auteur a déja montré dans d'autres ouvrages (*Voyez* INTÉGRAL & TAUTOCRONA); nous déſirons ſeulement que M. Fontaine trouve ces difficultés aſſez capables d'arrêter les géometres, pour chercher à les lever entiérement dans un autre écrit; & mettre ſa méthode à l'abri même de toute chicane. Afin de l'y engager, voici à quoi nous réduiſons la queſtion. La formule eſt $=o$ dans le cas de l'égalité de certaines racines; ſoit cette formule appelée P. Suppoſons maintenant les racines inégales, en ſorte que $2r$ ſoit leur différence (c'eſt-à-dire, que $+r$ doive être ajonté à l'une, & $-r$ à l'autre), en ce cas la formule deviendra $P+Rr+Sr^2+Qr^3$ &c. R, S, Q, déſignant des quantités connues; or, pour que la méthode de M. Fontaine ait lieu dans tous les cas, il faut, 1°. que R ne ſoit jamais $=o$, ou du moins que ſi $R=o$, S le ſoit auſſi, en un mot que r ſe trouve toujours à une puiſſance impaire dans le premier des coëfficiens; autrement étant ſuppoſé très-petit, les deux formules ſeroient l'une & l'autre $>$ ou $<o$, r étant poſitif ou négatif; 2°. qu'en ſuppoſant r poſitif, $Rr+Sr^2+Qr^3$ &c. ſoit toujours du même ſigne, r ayant telle valeur qu'on voudra: 3°. qu'en ſuppoſant r négatif, $Rr+Sr^2+Qr^3$, &c. ſoit toujours de ſigne contraire au précédent, r ayant telle valeur qu'on voudra. Ces trois propoſitions démontrées, il ne reſtera plus de doute ſur la généralité & la certitude de la méthode propoſé par M. Fontaine.

Il ſeroit encore à ſouhaiter que l'auteur donnât une démonſtration de la méthode qu'il propoſe, pour approcher, auſſi près qu'on veut, des racines des *équation*; il ſemble ſuppoſer encore dans l'expoſé de cette méthode, que quand une certaine valeur de φ rend $=o$ une quantité ou fonction de φ, deux autres valeurs de φ, l'une plus grande l'autre plus petite, donneront l'une moins ou plus que zéro, l'autre plus ou moins que zéro. Cela n'eſt pas vrai en général, mais cela pouroit l'être dans le cas particulier de M. Fontaine; & c'eſt ce qu'il ſeroit bon de prouver. *Voyez l'article* RACINE.

Il nous reſte à faire quelques réflexions ſur les *équations* appliquées à la Géométrie. On trouve, dans la *Géométrie* de Deſcartes, par quel raiſonement il eſt parvenu à appliquer les *équations* indéterminées aux courbes: les *mots* COURBE, DIFFÉRENTIEL, TANGENTE, *&c.* & autres ſemblables, font voir en détail les applications & les conſequenees de ce principe. On a vu auſſi au *mot* CONSTRUCTION, comment on conſtruit les *équations* par la Géométrie. Il ne nous reſte ici qu'un mot à dire ſur la multiplicité des racines des *équations* en Géométrie. Les obſervations que nous

Digitized by Google

avons à faire ſur ce ſujet, ſont une ſuite de celles que nous avons déja faites ſur les racines multiples des *équations* algébriques.

Suppoſons, par exemple, qu'on propoſe de diviſer une ligne a en moyene & extrême raiſon; nommant x la partie cherchée de cette ligne, on aura $a : x :: x : a-x$; d'où l'on tire $xx+ax = aa$, & $x = -\frac{a}{2} + \sqrt{\frac{5aa}{4}}$; la racine négative de cette *équation* ne ſauroit ſervir ici, mais elle ſerviroit à la ſolution de ce problême, trouver *dans le prolongement* de la ligne donnée a une ligne x, telle que $a : x :: x : a+x$; dans ce cas la racine négative devient poſitive, & la poſitive négative; & l'*équation* eſt $xx-ax = aa$.

Si on propoſe de tirer du point A une ligne AE, *Fig.* 18, *Algeb.*, dans un cercle, telle que BO étant perpendiculaire au diametre AD, & donnée de poſition, on ait $EF =$ à une ligne donnée a, on aura en nommant BF, x, une *équation* du quatrieme degré qui n'aura ni ſecond, ni quatrieme terme; cette *équation* aura deux racines poſitives BF & Bf, telles que FE d'une part, & fe de l'autre, ſeront égales à a; & deux autres racines égales aux deux précédentes & de ſignes contraires, parce qu'en achevant le cercle, & ptolongeant OB en deſſous, le problême aura deux ſolutions pareilles; ſi a étoit plus grand que BD, les racines ſeroient imaginaires.

Si on nommoit AF, x, BO, b, AC, r, AB, c, on auroit $bb-xx+cc = ax$ ou $2rc = xx+ax$; la racine poſitive eſt AF, & la négative Af, parce que cette racine négative, ſi on la traitoit comme poſitive, donneroit $ax = Bf^2 - BO^2 = xx - bb - cc = xx - 2rc$, & non pas $ax = BO^2 - BF^2$. Voilà un cas où deux racines de différens ſignes n'indiquent pas des diſpoſitions diamétralement oppoſées dans les lignes AF, Af, qui repréſentent ces racines, mais ſeulement le changement de ſigne du ſecond terme ax dans l'*équation* du problême.

Dans ce dernier cas, c'eſt-à-dire, en prenant AF pour l'inconnue, l'*équation* n'eſt que du ſecond degré, au lieu que prenant BF pour inconnue, elle monte au quatrieme; d'où l'on voit comment par le bon choix des inconnues on peut ſimplifier un problême en pluſieurs occaſions. Mais, dira-t-on, pourquoi le problême a-t-il quatre ſolutions dans un cas, & deux ſeulement dans un autre? Je réponds que dans ce dernier cas il a auſſi quatre ſolutions comme dans le premier; ou pour parler plus exactement, que BF a quatre valeurs dans les deux cas; car $BF = +\sqrt{AF^2 - AB^2}$, ce qui donne deux valeurs égales de différent ſigne pour chaque valeur de AF. *Voyez encore d'autres obſervations* ſur un problême de ce genre à l'*article* SITUATION.

Autre queſtion. On propoſe d'inſcrire dans un rectangle donné $ABDE$, *Fig.* 18, *Alg.* n. 2, un rectangle $abde$, dont les côtés ſoient également éloignés des côtés du grand, & qui ſoit à ce grand rectangle comme m eſt à n: ſoit $AB = a$, $AD = b$, $AC = x$, on aura $(a-2x) \times (b-2x) : ab :: m : n$, & on trouvera par la réſolution de cette *équation*, qu'en ſuppoſant $m < n$, x a deux valeurs réelles & poſitives; cependant le problême n'a évidemment qu'une ſolution, mais il renferme une condition que l'Algebre ne peut pas énoncer, ſavoir que le rectangle $abde$ ſoit *au dedans* de l'autre, ſi on avoit $ab : (2x-a)(2x-b) :: n : m$; on trouveroit la même *équation*, & cependant ce ne ſeroit plus le même problême. Le parallélogramme rectangle qui ſatisferoit à cette queſtion, ſeroit alors celui qu'on voit, *Fig.* 18, *n.* 3, dans lequel AC eſt égal à la plus grande valeur poſitive de x, & $AC = Ca$; le côté ad eſt éloigné de AD comme le côté ca de AB, & ainſi du reſte; mais le rectangle $abcd$ n'eſt pas au dedans de l'autre; condition que l'Algebre ne peut exprimer. *Voyez* SITUATION.

Sur les *équations différentielles*, *exponentielles*, &c. *voyez* DIFFÉRENTIEL, EXPOSANT, EXPONENTIEL, INTÉGRAL, CONSTRUCTION, *&c.*

On appele quelquefois *équation*, *en Géométrie & en Méchanique*, ce qui n'eſt qu'une ſimple proportionalité indiquée d'une maniere abrégée; par exemple, quand on dit qu'un rectangle eſt *égal* au produit de ſa baſe par ſa hauteur, cela ſignifie explicitement: ſi on a deux rectangles, & qu'on prene une quantité quelconque linéaire a pour la meſure commune de leur baſe & de leur hauteur; que B ſoit le nombre de fois (entier ou rompu, rationel ou irrationel) que la baſe de l'un contient a; que H ſoit le nombre de fois que la hauteur du même contient a; que b ſoit le nombre de fois que la baſe de l'autre contient a; que h ſoit le nombre de fois que la hauteur du même contient a, les aires de ces deux rectangles ſeront entr'elles comme le produit des nombres B, H, eſt au produit des nombres b, h. De même, quand on dit que la viteſſe d'un corps qui ſe meut uniformément, eſt égale à l'eſpace diviſé par le temps, cela veut explicitement: ſi deux corps ſe menvent uniformément, & parcourent, l'un l'eſpace E pendant le temps T, l'autre l'eſpace e pendant le temps t; qu'on prene une ligne a pour commune meſure des eſpaces E, e, & un temps θ pour commune meſure des temps T, t, les viteſſes ſeront comme le nombre $\frac{E}{a}$ diviſé par le nombre $\frac{T}{\theta}$ eſt au nombre $\frac{e}{a}$ diviſé par le nombre $\frac{t}{\theta}$. *Voyez* MESURE, VITESSE, *&c.* (O).

* ÉQUATION. *Conſtruction & uſage d'une machine pour trouver les racines de quelque équation que ce puiſſe être.* (*Algebre. Machines.*) La machine dont je vais donner la deſcription peut s'appliquer

pliquer à toutes les *équations* de quelque degré qu'elles ſoient. Avant que d'en donner la conſtruction, il convient d'expoſer en peu de mots la théorie ſur laquelle elle eſt fondée : elle ſuppoſe, dans ceux qui liront cet article, quelque connoiſſance d'Algebre.

Soit l'*équation* à réſoudre $a + bx + cxx + dx^3$, &c. $= o$. Tirez ſur la ligne ZZ priſe pour baſe, *Algebre, Conſtructeur univerſel d'équations, Fig.* x, les perpendiculaires SS & RR, éloignées l'une de l'autre de telle diſtance qu'il vous plaira. Prenez enſuite ſur la ligne SS de l'une ou de l'autre figure les parties OA, AB, BC, CD, &c. proportioneles aux coëfficiens a, b, c, d, &c. de l'*équation*, obſervant de prendre chacune de ces lignes de bas en haut, à compter de l'extrémité de la derniere, lorſque le coëfficient qu'elle doit repréſenter eſt poſitif, & dans un ſens contraire lorſqu'il eſt négatif. Cela fait, tirez par l'extrémité de la derniere des lignes OA, AB, BC, &c. ſavoir par D, la ligne DC, parallele à la baſe ZZ, & par le point C, où DC coupe RR, cC, & parallélement à SS, & à telle diſtance qu'il vous plaira MM ; par le point où cC coupe MM, la ligne kb parallele à DC ; par le point b, où la derniere coupe RR, la ligne bB ; par le point où celle-ci coupe MM, la parallele à DC, & enfin par le point a, où bB coupe MM, la, & par le point a, où la coupe RR, la ligne aA. Suppoſons maintenant que les lignes SS, RR, Cc, repréſentent trois regles avec des rainures telles qu'on les voit, *Figure* 3, que vous fixerez dans leurs places reſpectives SS, RR, Cc ſur un plan ou châſſis de grandeur ſuffiſante.

Soient Bb, Aa, d'autres regles de même forme, qui ſe meuvent ſur les centres B, A, &c. leſquels ſe meuvent eux-mêmes en haut & en bas le long de la regle SS, mais de maniere qu'on puiſſe placer les centres B & A l'un ſur l'autre, ou ſur C, ſi l'occaſion le requiert, & les arrêter avec des écrous, ſavoir le centre A en A, le centre B en B, &c. Soient kb & la, d'autres regles mobiles, comme les premieres, & diſpoſées de façon qu'elles ſe meuvent toujours parallélement les unes aux autres, & à la ligne Dc & MM, une autre regle de pareille forme. On aſſemblera les regles Kb & MM avec la regle fixe Cc au moyen d'une pointe coulante qui paſſe par le point q, où leurs rainures ſe coupent. On aſſemblera de même les regles Kb, Bb, la & Aa enſemble, & avec MM & RR, avec de pareilles pointes qui les traverſent dans les points b, r, a & s. La derniere de ces pointes doit être faite de maniere à pouvoir porter un crayon. Je dis maintenant que ſi l'on avance ou recule la regle MM de SS, en ſorte qu'elle lui ſoit toujours parallele, le crayon s décrira la courbe qu'on demande ; que les diſtances à compter du point O où le crayon coupera la baſe ZZ, à droite de SS, marqueront les racines poſitives de l'*équation* ; celles qui ſeront à gauche, les racines négatives ; & les endroits où il approchera de la baſe ſans la toucher, les racines impoſſibles ou imaginaires. Ces diſtances doivent être priſes ſur une échele, ſur laquelle la ligne DC ſera priſe pour l'unité.

Démonſtration. Puiſque les lignes OA, AB, BC, &c. ſont proportioneles aux coëfficiens a, b, c, &c., ſuppoſons que la premiere OA ſoit égale au premier coëfficient a, ou à telle de ſes parties qu'on voudra, n par exemple ; elle ſeroit $\frac{a}{n}$: alors, pour conſerver la proportion ci-deſſus, la ſuivante AB ſera égale à $\frac{b}{n}$, BC à $\frac{c}{n}$ & CD à $\frac{d}{n}$, &c. Si l'on nomme OQ ou ſon égale DP, x, pour lors Dc étant priſe égale à l'unité, Pc ſera égale à $1-x$; & comme DC eſt égale à $\frac{d}{n}$, on aura, à cauſe des triangles ſemblables DCc & Pqc, cette proportion $1 : 1-x :: \frac{d}{n} : \frac{d-dx}{n} = Pq$ ou DK : mais $KB = BC + CD - DK$, c'eſt-à-dire, à $\frac{c}{n} + \frac{d}{n} - \frac{d-dx}{n}$, ſavoir à $\frac{c+dx}{n}$. Les mêmes triangles ſemblables donnent $Kb : qb :: KB : qr$, c'eſt-à-dire, $1 : 1-x :: \frac{c+dx}{n} : \frac{c+dx-cx-dxx}{n} = qr$ ou Kl : mais $Al = AD - DK - Kl$, ou $\frac{b}{n} + \frac{c}{n} + \frac{d}{n} - \frac{d-dx}{n} - \frac{c+dx-cx-dxx}{n}$ ou à $\frac{b+cx+dxx}{n}$. Les mêmes triangles donnent encore $la : ra :: Al : rs$, ou $1 : 1-x :: \frac{b+cx+dxx}{n} : \frac{b+cx+dxx-bx-cxx-dxxx}{n} = rs$. Or QS, qui, par la figure, eſt égal à $QP - Pq - qr - rs = \frac{a+b+c+d-d+dx}{n} - \frac{c+dx-cx-dxx}{n} - \frac{b+cx+dxx-bx-cxx-dxxx}{n}$, ſavoir à $\frac{a+bx+cxx+dxxx}{n}$; & par conſéquent, lorſque $Qs = o$, c'eſt-à-dire, lorſque la courbe décrite par S coupe la baſe, $\frac{a+bx+cxx+dx^3}{n} = o$, ou à

$\frac{a+bx+cxx+dxxx}{n}$, qui, par l'*équation* même, eſt égale à o. Qs, dans ces circonſtances, ſera donc auſſi égale à $a+bx+cxx+dxxx$, & par conſéquent toute valeur de x ou de OQ, qui rend $a+bx+cxx+dxxx=o$, rend pareillement Qs égale à zéro. Or toute valeur de x qui rend $a+bx+cxx+dxxx=o$, eſt une racine de l'*équation* propoſée $a+bx+cxx+dxxx=o$; donc la courbe coupera la baſe ZZ pour chaque racine réelle de cette *équation*, ſoit poſitive ou négative, & ne la touchera point lorſqu'elle ſera imaginaire, comme le ſavent ceux qui connoiſſent les propriétés des courbes. C. Q. F. D.

Cette démonſtration eſt applicable à toute autre *équation* que l'on voudra.

Nota. Pour avoir les racines négatives, on placera les regles à gauche de SS, *Figure* 2, où elles ſont marquées par les mêmes lettres que dans la premiere figure. Par exemple, on poſera la regle Cc de c ou q, la regle Bb de b ou r, la regle aA de n ou s, vers la ganche, en ſorte que les centres A, B, des deux dernieres ſe trouvent ſur la ligne fixe SS.

Il n'eſt pas néceſſaire que la courbe ſoit décrite avec exactitude, ni même qu'elle tombe ſur le plan, excepté lorſqu'elle coupe la baſe, & par conſéquent on ne riſque rien à faire des lignes OA, AB, &c. fort longues. Mais les regles fixes OD & Tc, doivent être ſi près l'une de l'autre, que leur diſtance De ou OT, étant priſe pour l'unité, la baſe OT qui s'étend à droite juſqu'à l'extrémité du plan, puiſſe contenir toutes les racines poſitives, à gauche toutes les négatives.

Il y a encore une choſe à obſerver: c'eſt que ſi l'on a une *équation* comme celle-ci $xxx-5xx+5200x+9000=o$, dont les coëfficiens 5, 1200 & 9000 ſont ſi différens l'un de l'autre, qu'il ſeroit difficile de les prendre ſur la ligne OD, on peut les réduire de la maniere ſuivante: c'eſt de mettre dans l'*équation* à la place de chaque x, 10 x, 20 x, ou 100 x. Je ſuppoſe qu'on mette 20 x; pour lors, au lieu de xxx, on aura 8000 xxx, au lieu de $5xx$, $-2000xx$, &c. & l'*équation* ſera changée en celle-ci $8000xxx-2000xx+24000x+9000=o$. Diviſant chaque terme par 1000, on aura cette autre $8xxx-2xx+24x+9=o$, dont la réduction ſera plus aiſée. Mais on ſe ſouviendra pour lors, que faiſant x, 20 fois plus grand qu'il n'eſt, les racines que vous trouverez ſeront pareillement vingt fois plus petites, & qu'il faudra par conſéquent les multiplier par 20, pour qu'elles aient leur juſte valeur.

Voici quelques obſervations ſur l'application de ces regles qui peuvent avoir leur utilité.

1°. Les racines d'une *équation* peuvent être de trois ſortes, poſitives, négatives & impoſſibles ou imaginaires.

2°. Toute *équation* contient autant de racines qu'elle a de degrés.

3°. Les racines imaginaires ſont toujours au nombre de deux.

Par exemple, ſi une *équation* a une racine imaginaire comme celle ci $a+b\sqrt{b-1}$, elle en aura une autre; ſavoir, $a-b\sqrt{-1}$, qui la ſuit toujours. Il ſuit de là que toute *équation* qui a des racines imaginaires, en contient 2, 4, 6, &c. c'eſt-à-dire, qu'elles ſont toujours en nombre pair. Toutes les fois que la courbe, que les regles décrivent, approche de la baſe ſans la couper, c'eſt une marque qu'il y a deux racines impoſſibles; de ſorte que ſi elle en approche trois fois, l'*équation* contient ſix racines imaginaires. C'eſt tout ce que ces regles peuvent faire par raport à ces ſortes de racines; elles marquent leur nombre, & non leur nature. J'enſeigneral plus bas le moyen de connoître celle ci. Puis donc que les racines imaginaires ſont toujours en nombre pair, & que leur nombre eſt égal aux degrés de l'*équation*, il s'enſuit:

4°. Que toute *équation*, dont le nombre des degrés eſt impair, doit contenir au moins une racine réelle.

5°. Que toute *équation*, dont le premier & le dernier termes, après avoir été tranſpoſés, ont des ſignes contraires, contient au moins une racine réelle. Lorſque cela arive, & que le nombre de ſes dimenſions eſt pair, de même que celui des racines impoſſibles, celui des racines réelles doit l'être pareillement.

6°. Que ſi l'on diviſe une *équation* par l'inconnue, moins une de ſes racines, on la réduira à une dimenſion plus bas; comme toute *équation* contient autant de racines qu'elle a de degrés, il s'enſuit encore:

7°. Que retranchant le nombre des racines imaginaires de celui de ſes racines, je veux dire, du nombre de ſes dimenſions, le reſtant ſera celui des racines réelles.

8°. Après avoir trouvé, par le moyen des regles, les racines réelles, faites la quantité inconnue x égale à chacune: tranſpoſez les termes d'un côté: multipliez les *équations* les unes par les autres, & diviſez l'*équation* propoſée par le produit qui en réſultera. Faites le quotient égal à zéro; & vous aurez une *équation* qui renfermera toutes les racines impoſſibles, ſans en avoir aucune de réelle. On trouvera enſuite les racines impoſſibles par la méthode qu'enſeigne M. de Bongainville dans ſon *Traité du Calcul intégral*, dans le cinquieme & ſixieme chapitre de ſon introduction. C'eſt la meilleure que je connoiſſe.

Elle conſiſte à partager l'*équation* donnée en deux autres du même nombre de dimenſions, mais qui ne contienent que des racines réelles, que vous trouverez par le moyen des regles, ou autrement: au moyen de quoi, vous aurez toutes les racines impoſſibles de votre *équation*.

Digitized by Google

Comme peu de gens connoiſſent cette méthode, il convient de la donner ici.

L'auteur commence par donner la démonſtration des deux propoſitions ſuivantes.

Prop. 1. Lorſqu'une quantité eſt égale à zéro, & compoſée de pluſieurs termes, dont quelques-uns ſont réels, & les autres multipliés par $\sqrt{-1}$, la ſomme de tous les termes réels eſt égale à zéro; & celle de tous ceux qui ſont multipliés par $\sqrt{-1}$, égale pareillement à zéro. C'eſt le ſoixante-neuvieme article de ſon *Introduction*.

Prop. 2. Lorſqu'une *équation* ne contient que des racines imaginaires, on peut toujours ſuppoſer la quantité inconnue égale à $m+n\sqrt{-1}$, dans laquelle m & n ſont des quantités réelles. C'eſt le huitieme article de la même introduction.

Par conſéquent, pour trouver les racines d'une *équation* telle que celle dont il s'agit, il faut mettre à la place de chaque inconnue, x; par exemple, $m+n\sqrt{-1}$, & l'on aura une nouvele *équation* qui contiendra les termes réels & les termes multipliés par $\sqrt{-1}$, dont le premier & le dernier ſont égaux à zéro, par la propoſition 1. Faites-le donc, & vous aurez deux *équations* dont il vous ſera facile de découvrir les deux quantités m & n, de même que celle de x, qui, par la deuxieme propoſition, eſt égale à $m+n\sqrt{-1}$.

Voici un exemple qui fera comprendre ce que j'ai dit dans la premiere partie de cet article. Suppoſez que les racines réelles, découvertes par le moyen des regles dont j'ai parlé, ſoient a, b, $-c$, &c. Faites $x=a$, $x=b$, $x=-c$, &c. Tranſpoſez les termes, & vous aurez $x-a=0$, $x-b=0$, $x+c=0$, *&c.* Multipliez ces dernieres *équations*, les unes par les autres, diviſez l'*équation* donnée par leur produit, & procédez comme j'ai dit ci-deſſus.

9°. Le plus grand coëfficient négatif d'une *équation* quelconque, conſidéré comme poſitif, & augmenté de l'unité, excede toujours la plus grande racine poſitive de l'*équation*. Par conſéquent,

10°. Si en place de la quantité inconnue x de l'*équation*, vous mettez le coëfficient, pris comme poſitif & augmenté de l'unité, moins x, toutes les racines deviendront poſitives. Dans ce cas, vous n'aurez beſoin que des regles de la *figure* 3, dont les centres ſont à leurs extrémités, & elles vous ſuffiront pour tous les cas poſſibles; car vous devez avoir obſervé que les centres de celles de la deuxieme figure ſont autrement diſpoſés.

11°. Si, après avoir rendu toutes les racines de votre *équation* poſitives, vous voulez vous éviter la peine de tranſporter la regle MM à la droite de RR; ce qui eſt ſujet à quelque inconvénient, je veux dire, ſi vous voulez que toutes les racines de votre *équation* ſe trouvent entre O & T, ou entre zéro & l'unité, au lieu de la quantité inconnue x de la derniere *équation*, mettez x multipliée par le plus grand coëfficient négatif, conſidéré comme poſitif & augmenté de l'unité. Par exemple, ſi le plus grand coëfficient négatif de l'*équation* eſt -9, mettez $10x$ à la place de chaque x, & vous aurez une nouvele *équation*, dont toutes les racines ſe trouveront ſur la ligne OT, ſans qu'il ſoit beſoin de la prolonger, car elles ſeront moindres que l'unité, je veux dire, que DC ou OT; mais, après avoir ainſi trouvé les racines, il faut les multiplier par le coëfficient augmenté de l'unité, c'eſt-à-dire, dans l'exemple ci-deſſus, par 10, parce qu'ayant mis $10x$ pour x, on rend chaque racine dix fois plus petite qu'elle n'étoit.

Ces propoſitions ſont reçues de tous les algébriſtes, & n'ont pas beſoin d'être démontrées.

Voici la deſcription d'une machine pour régler le mouvement des regles dont j'ai parlé: elle n'eſt que pour les *équations* du deuxieme degré, mais on peut également l'employer pour toutes les autres.

ABCD, *Figure* 4, eſt un châſſis de fer ou d'acier, compoſé de quatre bâres de fer aſſemblées par leurs extrémités, qui forment un parallélogramme rectangle de douze pouces de long ſur huit de large, aux quatre coins duquel ſont des apuis *EF*, *GH*, *IK*, & *LM*, ſur leſquels il porte. Sur le côté *A*, eſt un coulant *N*, qu'on peut arrêter avec une vis dans tel endroit qu'on veut, & ſur lequel la traverſe *NO* tourne ſur ſon centre. Son autre extrémité tient par le moyen d'une vis, avec ſon écrou à la traverſe *PQ*, qui eſt pareillement arrêtée ſur le châſſis aux endroits *P* & *Q*, mais de maniere qu'on peut l'approcher ou l'éloigner à volonté de l'extrémité *A*. Cette traverſe eſt repréſentée par la ligne *RR* de la premiere figure. Les quatre apuis *EF*, *GH*, *IK*, *LM*, portent trois traverſans *ST*, *UX* & *YZ*, ſur le premier deſquels eſt une boîte coulante *o*, qui ſert de centre au traverſant *ab*. Le ſecond & le troiſieme, ſavoir *UX* & *YZ*, ſont pareillement garnis de deux noix coulantes *e* & *f*, qu'on arrête où l'on veut par le moyen d'une vis, & auxquelles la ſoie *ef* eſt atachée. Les trois traverſans *ST*, *UX*, *A*, ou plutôt la ligne tracée ſur celui d'en-haut, repréſente la ligne *SS* de la *figure* 1, & la ſoie *ef*, la baſe *ZZ* de la même figure.

ghik eſt un autre parallélogramme, environ deux fois plus long que le premier, dont les côtés *gk* & *hi*, coulent dans des ſupports atachés par des vis au châſſis *ABCD*, dont trois ſont marqués par les lettres *l*, *m*, *n*, & ont des dents triangulaires par deſſous, depuis *g* juſqu'à *d*, & depuis *h* juſqu'à *o*, leſquelles s'engrenent avec celles des deux roues & *s* de même diametre, dont l'axe *pr* eſt ſoutenu dans deux endroits, ſavoir *u*, & un autre qu'on ne peut voir dans la figure. Ces dents ſervent à régler le mouvement des traverſans *gk* & *hi*, lorſqu'on fait mouvoir la machine; au moyen de quoi, les bâres *nx* & *yz*, qui coulent dans deux pieces 1 & 2

ſont toujours paralleles. Elles ſont repréſentées par la ligne *MM* de la premiere figure. Celle de deſſous *nx* eſt garnie d'une pointe 3, dont l'extrémité ſupérieure paſſe dans la rainure de le bâre 4, 5, & l'inférieure par celle de l'alidade *NO*. Sur la bâre de deſſus *yz*, eſt atachée une pointe perpendiculaire 6, 7, dont on peut ôter la pointe pour y mettre un crayon; cette pointe repréſente le point *s* & la premiere 3, le point *r* de la premiere figure. Sur la bâre 4, 5 eſt un boulon rivé 8, qui eſt placé directement en deſſus de la rainure de la bâre *PQ*, & qui repréſente *te*, le point *a* de la premiere figure. Les deux traverſans 9, 10, 11 & 12, coulent dans les ſupports 13, 14, 15 & 16, ſont garnis de dents triangulaires, qui engrenent avec celles des roues 17 & 18, dont l'axe eſt marqué par les nombres 19, 20. Ces roues reglent le mouvement des bâres, & font que celle qui eſt marquée par les chifres 4, 5, ſe ment toujours parallélement; elle eſt repréſentée par la ligne *la* de la premiere figure. Les coulans *e*, *f*, *c*, *N* & *R*, étant arrêtés avec des vis dens les endroits convenables, ſelon, les coëfficiens de l'*équation*, ainſi, qu'on le verra dans l'article ſuivant, en avançant ou reculans la bâre *gh*, on fera monvoir la machine, & la pointe 6, 7, décrira une courbe qui ſera le lieu de l'*équation*. Les endroits où elle paſſera ſous la ſoie *ef*, à compter de la ligne ponctuée, qui eſt marquée ſur ſa treverſe *UX*, indiquere les racines réelles; & le nombre de fois qu'elle approchera & s'éloignera de la même ſoie ſans paſſer deſſous, marquera celui des racines imaginaires. Au deſſus des montens *EE*, *GH*, *IK* & *LM*, ſont de petites pieces 21, 22 & 23, qui empêchent les bâres qui coulent deſſous, de ſortir de leurs places. Voici maintenant la maniere de rectifier la machine pour une *équation* donnée.

Arrêtez les noix *e*, *f*, auxquelles la ſoie eſt atachée à égales diſtances des ſoutiens *EF* & *LM*; avancez enſuite le noix *c*, qui porte l'extrémité de la bâre *ab*, de ſorte qu'elle ſoit plus éloignée du ſoutien *EF*, que l'endroit où vous avez arrêté la noix *e*, d'un nombre de diviſions priſes ſur une échele de parties égales, égal au terme connu de l'*équation*, s'il eſt poſitif, & plus près s'il eſt négatif; & arrêtez-la dans cet endroit. Faites enſuite couler la noix *N*, qui porte la bâre *NO*, l'éloignant ou l'approchant du ſoutien *EF*, plus que ne l'eſt la noix *c*, d'un nombre de diviſions priſes ſur la même échele égal au coëfficient de l'*équation*, je veux dire, celui où la quantité inconnue n'a qu'une dimenſion; plus loin, ſi le coëfficient eſt poſitif, & plus près s'il eſt négatif. Faites enſuite couler la noix *R*, qui fixe l'entre extrémité de le bâre *NO*, juſqu'à ce qu'elle ſoit plus éloignée d'une ligne tirée du ſoutien *EF* au ſoutien *LM*, je veux dire, du côté *D* du châſſis, que le noix *N*, d'autant de diviſions que le coëfficient du terme de l'*équation*, où l'inconnue à deux dimenſions l'indique, plus loin s'il eſt poſitif, & plus près s'il eſt négatif. Pour cet effet, on doit graduer le côté *A* du châſſis, les bâres *ST*, *UX*, *YZ* & le traverſant *PQ*, à commencer du front *D*. Ces graduations ſont marquées différemment ſur la machine, mais d'une maniere moins commode. Si l'on obſerve les endroits où la pointe, ou le crayon 6, 7, coupe la ſoie *ef*, à commencer de la ligne ponctuée marquée ſur la traverſe *UX*; & qu'on les meſure ſur une échele, ſur lequelle la diſtance du traverſant *PQ*, priſe depuis une ligne tirée du milieu de l'extrémité *A* de *EF* à *GH* repréſente l'unité (on peut en voir la raiſon dans le démonſtration ci-deſſus, où *De* ou *OT*, *Figure* 5, qui marque le diſtance de cette ligne *PQ* de la bâre *A*, eſt priſe pour l'unité), ou aura les raciues que l'on cherche. Si l'on ôte le ſoie *ef*, & qu'on mette un carton ſur la machine, ſur les deux traverſans ſupérieurs *UX* & *YZ*, après evoir tracé deſſus une ligne qui repréſente la ſoie *ef*, & mis un crayon en place de la pointe 7; ce dernier décrira une courbe, qui, avec la ligne droite dont je viens de parler, conſtruira l'*équation* donnée. Plus les coëfficiens ſeront grands (on peut les augmenter autant qu'on veut ſans changer les racines, en les multipliant par tel nombre qu'on voudra), plus les angles, que la courbe & la ligne formeront, ſeront grands, ce qui eſt avantageux dans la conſtruction des *équations*. Comme il paroit par le démonſtretion précédente, qu'en augmentans les bâres de cette mechine, on peut l'employer généralement pour toutes *équations* de quelque degré qu'elles puiſſent être, on peut l'appeler, à juſte titre, un *conſtructeur univerſel d'équation*. (*V.*)

*ÉQUATIONS NÉTERMINÉES, (*Algebre*). Je me bornerai dans cet article à expoſer ce qui a été fait dans ces derniers temps, ſur la ſolution générale des *équations*, & depuis que l'*article*, ÉQUATION fut imprimé pour la premiere fois.

Le premier qui ait fait quelques pas dans cette recherche, eſt le célebre Tchirſnans, géometre Allemand, à qui l'on doit le découverte des cauſtiques. Il propoſa une méthode pour faire diſparoître entant de termes qu'on voudroit d'une *équation* propoſée par le moyen d'une ſubſtitution; & il trouva que ſi l'on vouloit la réduire à deux termes, le premier & le dernier, & faire diſparoître les intermédiaires, on feroit dépendre la ſolution de le propoſée, de celle d'une *équation* $y^n + A = 0$, n étant le degré de le propoſée, & A dépendant d'une *équation* du degré $n-1$, $n-2 \ldots 2.\ 1$.

M. Euler & M. Bezout, l'un dans le *teme XI* des *Mém. de Petersbourg*; l'autre dans les *Mém. de l'acad. des Scime.* pour l'année 1765, ont pris une eutre méthode. Ils ont ſuppoſé que la racine d'une *équation* du degré n débaraſſée de ſon 2^d terme, étoit de la forme $\sqrt[n]{A} + \sqrt[n]{B} \ldots$ le nombre des A, B, &c. étant $n-1$; & ils ont trouvé

que l'on avoit *A* par une *équation* auſſi du degré $n-1, n-2, n-3 \ldots 2.\ 1.$

La ſolution d'une *équation* du 5e degré ſe trouvoit donc réduite à celle d'une *équation* du vingt-quatrieme ; & quoique (*Voyez les Recherches* de M. de la Grange & de M. de Vandermonde, ſur cet objet) cette *équation* ſoit réductible à une du ſixieme, l'*équation* du cinquieme degré n'eſt pas rebaiſſée par ce moyen ; & celle du ſixieme le ſeroit encore moins.

Il reſte donc ici deux objets à conſidérer l'un la poſſibilité de parvenir à cet abaiſſement, auquel les *équations* ſemblent s'y refuſer ; l'autre les moyens de rendre praticables les calculs immenſes où cette méthode générale doit néceſſairement conduire.

MM. Waring & Wandermonde ſe ſont occupés avec beaucoup de ſuccès du ſecond objet. On ſait que le ſecond terme d'une *équation* eſt égal à la ſomme des racines ; le troiſieme, à celle de leurs produits deux à deux, & ainſi de ſuite. On ſait auſſi que ces fonctions qui ſont connues, puiſqu'elles ſont les coëfficiens de la propoſée, étant données, on peut en tirer la valeur d'une fonction quelconque des racines, pourvu que toutes y entrent d'une maniere ſemblable ; mais les formules des coëfficiens de la propoſée qui expriment ces fonctions ſemblables de racines, ſont difficiles à exprimer ſous une forme générale & commode, lorſque le nombre des racines ou les expoſans de ces fonctions ſont des quantités indéterminées. Si les fonctions ſemblables de toutes les racines ſont rationeles, les fonctions des coëfficiens de la propoſée le ſont auſſi : mais ſi elles ſont irrationeles ; ſi au lieu de fonctions ſemblables de toutes les racines, on cherche des fonctions ſemblables de deux, de trois racines ſeulement ; alors les fonctions des coëfficiens qui y répondent ne ſont plus rationeles, & il faut déterminer le degré des *équations* dont elles dépendent alors, & les coëfficiens rationels de ces *équations*.

Soit par exemple une *équation* :

$$x^n + a\,x^{n-1} + b^2\,x^{n-2} \ldots + r^n = 0.$$

& qu'on demande la valeur de . . . . . .

$$y = A^p + B^p + C^p. \ldots\ldots\ldots$$

A, *B*, *C*, étant les racines de la propoſée, & entrant au nombre de *m* dans la valeur de *y* ; 1°. ſi *p* eſt entier, on verra que l'*équation* qui doit donner *y*, ſera d'un degré égal au nombre des combinaiſons de *n* quantités priſes en nombre *m* ; 2°. ſi *p* eſt une fraction dont le dénominateur ſoit p', le degré de l'*équation* rationele en *y*, ſera le même nombre des combinaiſons de *n* quantités, priſes en nombre *m*, multiplié par p^m, & de plus, il n'y aura dans l'*équation* en *y*, que les termes où l'expoſant de *y* ſera un multiple de p'. Si qp' eſt le degré de cette *équation* en *y*, on aura le coëfficient de $y^{q\sqrt{-1}p'}$, égal à une fonction de $a, b_2 \ldots r_n$ du degré pp', le coëfficient de $y^{q\sqrt{-2}p'}$ à une fonction du degré $2pp'$; & ainſi de ſuite, & il n'y a plus à déterminer que les coëfficiens de ces fonctions. Cette derniere partie eſt celle pour laquelle il eſt le plus difficile de trouver des expreſſions générales. Nous renvoyons pour cet objet à l'ouvrage de M. Waring, intitulé : *Meditationes Algebraicæ* ; aux *Mémoires* de M. Wandermonde ; *Mémoires* de l'académie des Sciences, volume de 1771 ; aux *Mémoires* de Berlin, années 1770 & 1771, où M. de la Grange s'eſt occupé auſſi du même objet.

Cette théorie, une fois établie en général, & réduite à des formules dont on puiſſe ſaiſir la loi, il eſt clair qu'on aura immédiatement & ſans calcul les coëfficiens de toutes les *équations* transformées qu'on emploie pour rabaiſſer la propoſée.

Reſte à ſavoir ſi ce rabaiſſement eſt toujours poſſible. M. de la Grange a prouvé qu'on ne pouvoit ſuppoſer en général que la ſolution d'une *équation* du degré *n*, dépendît de celle d'une *équation* du degré $n-1$. Examinons donc s'il n'y a point d'autres reſſources. M. de la Grange prouve que la quantité *A*, ci-deſſus donnée par une *équation* de degré $n-1, n-2, n-3 \ldots$ ſera réductible à une *équation* du degré $n-2, n-3 \ldots 3.\ 2.\ 1.$ ſoit ce degré *m*, & cherchons *A* comme nous avons cherché *x*, nous aurons, $A-V$, (la quantité *V* eſt employée ici pour faire diſparoître le 2^d^ terme) ſera exprimé par $\sqrt[m]{A'} + \sqrt[m]{B'}$, ces quantités étant au nombre de $m-1$; & A' ſera donné par une *équation* du degré $m-1, m-2, m-3 \ldots\ldots 3, 2, 1$. Alors il ſe préſente deux cas, ou le nombre $m-1$, de fonctions *A*, *B*, &c. ſera plus grand qu'il ne doit être, ou il ne le ſera pas : dans le premier cas, il arrivera qu'il y aura un certain nombre des racines de l'*équation* en *A* qui ſe trouveront être zéro. Soit m' le degré de l'*équation* en A', nous ferons $A' - V' = \sqrt[m']{A''} + \sqrt[m']{B''}$, &c. & nous aurons A' par une *équation* du degré $m'-1, m'-2 \ldots 3, 2, 1$. Si la ſuppoſition de $m'-1$ radicaux n'eſt pas trop compliquée, le degré de l'*équation* en A' ſe réduira à $m-2, m-3 \ldots 3, 2, 1$, il en ſera de même pour A'', & ainſi de ſuite. Il eſt clair que pourvu que la valeur de *x* ſoit finie, & que l'on puiſſe la ſuppoſer formée par des radicaux placés ſucceſſivement, en ſorte que la valeur de *x* ſoit compoſée de $n-1$ termes de la forme $\sqrt[n]{A}, A'$ de n' termes $\sqrt[n'+1]{A}$ plus un terme conſtant, *A* de n'' termes $\sqrt[n''+1]{A''}$, plus un terme conſtant, & ainſi de ſuite un nombre fini de fois, on aura enfin la

racine cherchée. Or il n'y a point de fonction compoſée de radicaux qu'on ne puiſſe réduire à cette forme : donc en ſuivant le procédé ci deſſus, on parviendra à trouver enfin une quantité A, qui ſera donnée par une *équation* du ſecond degré, toutes les fois qu'elle ſera poſſible.

Maintenant, il y a lieu de penſer que le nombre de ces opérations ne pourra être plus grand que $n-1$. En effet, ſoit x, égal à une fonction qui contiene des radicaux les uns ſous les autres, qui ait $n-1$ termes différens ſemblables entr'eux, il faut qu'une fonction linéaire des produits & des carrés de ces termes ſoit une quantité rationele. Les carrés ne peuvent pas l'être, puiſque les racines ne le ſont pas, & que $n>2$; donc, il faut que les produits de deux termes le ſoient. Or, cela ne peut ariver s'il n'y a pas dans ces termes une fonction ſans le radical 2. Il faut enſuite qu'une fonction linéaire produiſe trois de ces termes, de leurs cubes, du produit des carrés de chacun par les autres; ſoit une quantité rationele, les cubes ne ſont pas rationels; &c, pour que les autres termes le deviennent, il faut que chacun contienne des radicaux ſous le ſigne 3, & ainſi de ſuite juſqu'au dernier terme; terme qui devient fonction linéaire des termes qui ſont ſous le ſigne n. On voit donc pourquoi il pouroit y avoir, & même il doit y avoir $n-1$ radicaux ſucceſſifs. Mais on ne voit pas pourquoi, en prenant cette forme, il y en auroit un plus grand nombre.

Nous terminerons cet article par une conſidération qui peut être d'une grande utilité. C'eſt que mettant la propoſée, ſous la forme $x^n+b^1x^{n-1}+\&c\ x^{n-2}\ldots+r^n$, toutes les fonctions rationeles ſous le ſigne n, ſeront des fonctions de b^1, c^2, r^n du degré n, les fonctions ſous les radicaux n & n' des fonctions du degré nn'; & ainſi de ſuite. (C'eſt, je crois, M. Fontaine, qui, dans ſon Mémoire ſur les *équations*, a employé le premier cette remarque, qui peut abréger conſidérablement les calculs.) Les coëfficiens de ces fonctions ſeront des nombres rationels, & ceux des radicaux, des racines des *équations* $y^n-s=0$, $y^{n'}-1=0$, *&c.* Il ne reſte donc plus ſur la réſolution générale des *équations* que deux difficultés; 1°. la longueur du calcul; 2°. qu'il n'eſt pas rigoureuſement démontré qu'une *équation* déterminée d'un degré quelconque, ait une racine d'une forme générale & finie : le contraire ſeroit même prouvé ſi, en ſuivant la marche indiquée ci-deſſus, la ſolution de la propoſée, n étant un nombre premier, ſe réduiſoit à la ſolution d'une autre *équation* du degré n, qui n'auroit pas de diviſeurs rationels, ou, ſi n n'étoit pas un nombre premier, à une *équation* d'un degré pour lequel l'*équation* qui donne les termes ſous le radical n, ne ſe rabaiſſeroit pas au deſſous du degré $n-2$, $n-3\ldots.3, 2, 1$. Ainſi, dans le cas où la racine n'auroit aucune forme finie poſſible, la méthode propoſée ci deſſus conduira encore à trouver cette impoſſibilité. C'eſt donc à diminuer la grande complication des calculs, & à trouver des méthodes qui les abregent, que les analyſtes doivent tendre maintenant.

J'ai publié quelques recherches ſur ce ſujet dans le *tome V des mémoires de l'académie de Turin*. (*M. D. C.*)

Équation *aux différences finies*. Taylor paroît être le premier géometre qui ait conſidéré les différences finies. M. Euler a fait ſur cet objet un grand nombre de belles & utiles recherches dans ſes *inſtitutions de calcul différentiel*; mais il s'eſt occupé ſur-tout d'appliquer aux ſuites infinies ou indéfinies, la théorie de ces différences ou réciproquement. Si on appele X une fonction quelconque de x, & X' ce qu'elle devient en mettant pour x, $x+\Delta x$ (Δ eſt ici le ſigne de la différenciation comme d pour les *équations* ordinaires); on a également $X'=X+\Delta X$, & $X'=X+\frac{dX}{dx}\Delta x+\frac{ddX}{2dx^2}\Delta x^2+\frac{dX^3}{1.2.3\,dx}\Delta x^3\ldots$.

En effet, ſi on cherche à avoir X' en X, en ordonant la ſérie par raport à Δx, il eſt aiſé de voir qu'on peut prendre X pour le premier terme de cette valeur, puiſqu'en faiſant $\Delta x=0$, X' devient X, le ſecond terme, multiplié par Δx, doit être égal à ce que devient $\frac{dX'}{d\Delta x}$, en y faiſant $\Delta x=0$, c'eſt-à-dire, à $\frac{dX}{dx}$; le troiſieme, multiplié par $2\Delta x^2$ eſt égal à $\frac{ddX'}{d\Delta x^2}$, en faiſant $\Delta x=0$, c'eſt-à-dire, qu'il eſt $\frac{ddX}{2dx^2}$, & ainſi de ſuite.

Ce théorême, dont j'ai déja fait uſage à l'*article* Approximation, dans ce *Supplément*, eſt dû à Taylor.

Si l'on a ΔX égal une fonction de x, on aura encore, par le moyen de cette expreſſion, X en x par une ſérie infinie. En effet, puiſque ΔX eſt connu, que j'appele $A=\frac{dX}{dx}\Delta x+\frac{ddX}{2.dx^2}\Delta x^2+\frac{d^3X}{2.3.dx^3}\Delta x^3$, &c. j'aurai $\Delta x X=\int A\,dx-\frac{\Delta x^2}{2}\frac{dX}{dx}-\frac{\Delta x^3}{2.3}\frac{ddX}{dx^2}$, &c. mettant pour $\frac{dX}{dx}\Delta x$ ſa valeur $A-\frac{ddX}{2dx^2}\Delta x^2$, &c. pour $\frac{ddX}{dx^2}\Delta x$ ſa valeur $\frac{dA}{dx}-\frac{d^3X}{2.dx^3}\Delta x^2$, &c. j'aural X en ſérie de A & de ſes différences.

Je me propoſe dans la ſuite de cet article de

traiter les *équations* aux différences finies d'une maniere générale & directe. On trouvera aux *articles* POSSIBLES, MAXIMUM, LINÉAIRES, ce qui regarde leurs *équations* de condition, ou de *maximum*, & la ſolution des *équations* linéaires. J'ai montré à l'*article* APPROXIMATION, vers la fin, que la ſolution approchée dépendoit toujours d'*équations* linéaires, & je me bornerai ici à donner une théorie générale des *équations* aux différences finies des fonctions qui peuvent entrer dans leurs intégrales, & de la maniere de les trouver rigoureuſement autant qu'elles ſont poſſibles par la méthode des coëfficiens indéterminés.

Soit Z, une fonction de x, y, z, qu'on mette dans Z au lieu de x, $x+\Delta x$ au lieu de y, $y+\Delta y$ au lieo de z, $z+\Delta z$, & qu'on appele Z' ce que devient z; alors on aura $Z'=Z+\Delta Z$ & $\Delta Z=Z'-Z$. Si on a une fonction de x, y, z, Δx, Δy, Δz, $\Delta_2 y$, $\Delta^2 z$, &c. Δx étant ſuppoſé conſtant, on mettra dans cette fonction Q, $x+\Delta x$, au lieu de x, $y+\Delta y$ pour y, $z+\Delta z$ poor z, $\Delta y+\Delta^2 y$ pour Δy, $\Delta z+\Delta^2 z$ pour Δz, $\Delta^2 y+\Delta^3 y$ pour $\Delta^2 y$, $\Delta^2 z+\Delta^3 z$ pour $\Delta^2 z$, & ainſi de ſuite, & appelant Q' ce qoe devient alors Q, on aura $Q'=Q+\Delta Q$, $\Delta Q=Q'-Q$.

Soit $Z=lx$; on aura $Z'=\overline{lx+\Delta x}$ & $\Delta Z=\overline{lx+\Delta x}-lx=l\frac{x+\Delta x}{x}=l\,1+\frac{\Delta x}{x}$.

Soit $Z=e^{ax}$, $Z'=e^{ax+a\Delta x}=e^{a\Delta x}e^{ax}$; donc $\Delta Z=(e^{a\Delta x}-1)e^{ax}$; donc Δx étant conſtant $\Delta Z=0$ toutes les fois que $e^{a\Delta x}=1$.

Soit $Z=e^{ax^2+bx+c}$ $Z'=e^{ax^2+b'x+c'}$ & $Z'+\Delta Z'=Z''=e^{ax^2+b''x+c''}$, lorſque Δx eſt ſuppoſé conſtant.

On trouvera de même que ſoit Z une fonction de e^{ax}, & $e^{a\Delta x}=1$, $Z'=Z$, pourvu que cette fonction ne ſoit pas telle que, pour avoir $e^{a\Delta x}-1=0$, il faille prendre $a\Delta x=0$, ce qui ariveroit ſi $Z=le^{ax}$, ou $(e^{ax})^{\frac{1}{m}}$, on contenoit de pareilles fonctions. Soit enfin $Z=Ne^{ax}$ $Z'=Ne^{ax}e^{a\Delta x}$; donc ſi $e^{a\Delta x}$ eſt un nombre entier, la comparaiſon de ces deux *équations* peut faire évanouir cette tranſcendante: de même la comparaiſon de 3, 4, *&c. équations* ſemblables, feroit diſparoître e^{bx}, e^{ax^2+bx}, &c.

Si maintenant on veut réſoudre le problême ſuivant, trouver l'intégrale ſans différences variables d'une *équation* aux différences finies entre x & z, on y parviendra à l'aide des obſervations ſuivantes:

1°. La propoſée eſt produite par la comparaiſon des *équations* $Z=0$, $\Delta Z=0$, $\Delta^2 Z=0$, $\Delta^n Z=0$.

2°. Il n'y a point de fonction tranſcendante de z, dont la différence ne le ſoit, ou n'en contiene une nouvele.

3°. x étant une variable dont la différence Δx eſt conſtante, au lieu d'une arbitraire ſans variable, on aura une fonction arbitraire de e^{ax}, a étant tel que $e^{a\Delta x}=1$.

4°. Une ſeule différenciation poura, par la comparaiſon entre la différentiele & l'intégrale, faire évanouir un terme e^{px}, p étant quelconque, & la fonction arbitraire ſera le coëfficient de ce terme. Deux différentieles ſucceſſives, comparées avec leur intégrale, peuvent faire évanouir un terme e^{ax^2+bx}, a & b étant quelconques, & de plus un terme $e^{b'x}$, b' étant donné en a & b, & ainſi de ſuite. La comparaiſon de l'intégrale avec la différentiele peut faire auſſi diſparoître Ne^{ax}, & la compataiſon de l'intégrale avec deux différentieles ſoceeſſives, faire diſparoître $e^{bx}e^{ax}$, & ainſi de ſuite.

5°. Quoique la propoſée ne contiene pas Δx, cependant l'intégrale de l'ordre immédiatement inférieur, peut contenir x, parce que la différentiele exacte peut contenir un terme conſtant $a=\frac{a\Delta x}{\Delta x}$ dont l'intégrale eſt $\frac{ax}{\Delta x}$.

6°. Si dans un produit indéfini $Fx.\ Fx-\Delta x.\ Fx-2\Delta x\ldots$ le nombre des termes étant $\frac{x}{\Delta x}$ ou $\frac{nx}{\Delta x}$; n étant un nombre entier, on fait $x=x+\Delta x$, ce produit ne change pas de forme, & eſt ſeulement multiplié par $Fx+\Delta x$, ou par $Fx+\Delta x.\ Fx+2\Delta x\ldots Fx+n\Delta x$; donc, ſi on l'appele X, on aura $\frac{X+\Delta X}{X}=Fx+\Delta x$, ou $Fx+\Delta x$, $Fx+2\Delta x\ldots$ Ces produits étant en nombre déterminé & fini, donc une ſeule différenciation peut faire diſparoître un nombre déterminé de ces produits multipliés ou diviſés les uns par les autres

en même temps qu'une exponentioncle & une fonction arbitraire, & de même deux différenciations peuvent faire diſparoître une fonction :

$$\overline{Fx}^{2},\ \overline{Fx-\Delta x}^{2},\ \overline{Fx-2\Delta x}^{2},\ \&c.$$

Une différenciation poura auſſi faire diſparoître une fraction continue, dont le nombre des termes ſeroit x, ou $2x$, $3x$, &c.

7°. Si la propoſée contient une fonction lz, l'intégrale poura contenir une fonction $\overline{lll\ldots a}^{x}$, a étant une conſtante qui peut contenir x (*V.* ci-deſſus); ſi elle contient une fonction e^{z}, l'intégrale poura contenir une fonction $e^{\frac{x}{a^{\frac{x}{c^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{e}}}}}}}}$, le ſigne exponentiel étant répété x fois. Si la propoſée contient une fonction $\sqrt{b+z}$, l'intégrale poura contenir une fonction $\sqrt{b+\sqrt{b+\sqrt{\ldots\ldots}}}$ $\sqrt{b+\sqrt{a}}$, le radical étant répété x fois, & ſemblablement pour toutes les fonctions qui ne ſont pas algébriques & rationeles.

8°. Si la propoſée contient des radicaux qui doivent entrer dans ſon intégrale immédiatement inférieure, en différenciant la propoſée, on aura une *équation* qui aura deux intégrales rationeles de l'ordre immédiatement inférieur.

9°. Le nombre des arbitraires eſt égal à l'expoſant de l'ordre de la propoſée; mais on ne peut pas lui ſuppoſer en général n intégrales algébriques de l'ordre $n-1$. En effet, on a d'abord le terme $e^{ax^{2}}$ qu'une ſeule différenciation ne pouroit pas faire diſparoître; ainſi, lorſque l'intégrale de l'ordre $n-2$ doit le contenir, une des intégrales de l'ordre $n-1$ le contenant auſſi, ſa differentiele exacte contiendra $e^{b'x}$.

D'ailleurs (Σ étant le ſigne de l'intégration par raport aux différences finies, & Fx déſignant une fonction donnée de x), l'intégrale de l'ordre $n-1$ peut contenir ΣFx, & cette ſomme peut ne pas être exprimable en termes finis par une fonction finie de x; alors ſi l'intégrale de l'ordre $n-2$ contient ΣFx, & que Fx contienne ΣFx, il paroît impoſſible d'avoir deux intégrales de l'ordre $n-1$, à moins que l'on ne puiſſe égaler ΣFx à une fonction finie de x & Fx plus une fonction $\Sigma F''x$, F'' ne contenant plus Fx; & comme de telles fonctions peuvent entrer dans la différentiele exacte, ſans que x ſoit dans la propoſée, on ne poura ſuppoſer qu'on ait n intégrales de l'ordre $n-1$ qui puiſſent la produire ſans contenir x & $e^{b'x}$, ou $e^{b''x^{n}}$, &c. dans leurs différentieles exactes, ou même des produits indéfinis.

10°. Il ſuit de là qu'il faudra ou ſuivre la méthode des intégrations ſucceſſives, ou bien lorſqu'on aura une *équation* intégrale de l'ordre $n-1$, qui contiene x ou e^{px}, ou un produit indéfini, ou $e^{Ne^{ax}}$, ſuppoſer une autre intégrale du même ordre qui contiene x, ou e^{px}, ou la fonction indéfinie, & de plus $e^{ax^{2}+b'x}$, & une fonction indéfinie, qui (*n°. 6*) peut diſparoître par deux différenciations, cette intégrale ne devient la propoſée qu'en mettant, au lieu de celles de ces quantités qui reſtent, après avoir comparé cette nouvele intégrale avec ſa différentiele, leurs valeurs tirées de l'*équation* intégrale qu'on a trouvée d'abord, & ſi la nouvele intégrale contient $e^{a^{2}+b'x}$, &c. ou ſuppoſera que $e^{ax^{2}+b'x}$, &c. entre auſſi dans la troiſieme intégrale, & ainſi de ſuite.

11°. On obſervera que,

$$\Sigma x\Delta^{2}Z = x\Delta Z-\Sigma\Delta x\Delta Z+\Delta x\Delta^{2}Z$$
$$= x\Delta Z-\Delta x\overline{Z+\Delta Z}.$$

12°. Pour intégrer la fonction en x purs, on remarquera que la différenciation n'en ayant pu faire évanouir ni radicaux, ni fonctions tranſcendantes toutes les fois qu'elle poura être exprimée par une fonction finie, cette fonction ſera une fraction rationele de x & des fonctions de x contenues dans la différentiele, & on l'aura toujours en ſérie infinie par la méthode dont j'ai parlé au commencement de cet article.

Quelle que ſoit une *équation* aux différences finies, ces principes ſuffiront pour l'intégrer par la méthode des coëfficieus indéterminés.

Quant aux intégrales qui échapent à cette méthode, on peut dans différens cas trouver des formes de fonctions qui les repréſentent; mais cette diſcuſſion nous entraîneroit trop loin.

Si au lieu de ſavoir que Δx eſt conſtant, on ſavoit qu'il eſt égal à φ, fonction de x & y, il n'y auroit qu'à éliminer y, & on auroit x par une *équation* comme ci-deſſus, dont l'intégrale contiendroit une nouvele variable x' y ſeroit donné par une *équation* ſemblable, & pour avoir y en x, il faudroit éliminer x'. (*M. D. C.*)

ÉQUATIONS *aux différences finies & infiniment petites*. Je donne ce nom à des *équations* qui contienent outre les variables y, & x leurs différences finies & infiniment petites, telles que dx, dy, Δx, dy, $\Delta\Delta y$, $d\Delta y$ $d^{2}y\ldots\Delta^{n}y$, $d\Delta^{n-s}y$, &c.

&c. Aucun géometre n'a encore conſidéré la théorie des ces *équations*. Voici quelques remarques fondamentales qui pouront conduire à une méthode de les réſoudre généralement.

1°. La propoſée pour un ordre n de différences poura, ſi Z en eſt l'intégrale complete & finie, être miſa ſous la forme

$$aZ+bdZ+c\Delta Z+ed^2Z+fd\Delta Z+g\Delta^2Z\ldots +pd^nZ\ldots..+q\Delta^nZ=0.$$

Il ſuit de cette forme ſemblable à celle des différences partiales, que la propoſée n'a point pour intégrale néceſſaira une *équation* de l'ordre $n-1$, dont les différentieles combinées entr'elles prodniſent la propoſée.

2°. Δx étant ſuppoſé conſtant, les quantités $e^{\frac{p}{dx}x}$, $e^{\frac{p}{ax}x}$, $e^{\frac{b}{b\Delta x}x}$, p étant un nombre entier, ou e, e étant un nombre entier, ſont les ſeules qui ſe trouvent également dans Z, $Z+\Delta Z$, $Z+dZ$, & par conſéquent ſi, dans la propoſée, p & q (n°. 1) ne ſont pas égaux à zéro, c'eſt-à-dire, ſi la propoſée contient à la fois des différences nies finies & infiniment petites, l'intégrale ne contiendra point d'autres tranſcendantes ni d'autres arbitraires, qua des fonctions ſans variables, p poura être égal à $\frac{n^2+3n}{2}$, mais jamais plus grand, & ſemblablement pour les fonctions $e^{\frac{p}{eax}x}$, $e^{\frac{b}{eax}x}$, p ne poura être $> \frac{n^2+3n}{2}-1$.

3°. Si la propoſée eſt telle que les *équations* $\Delta^n Z=0$ $d^nZ=0$ n'entrent pas dans ſa formation, mais ſeulement les *équations* $\Delta^{n-0}Z=0$; $d^{n-m}Z=0$, & des *équations* aux différences, partie finies, partie infiniment petites. Alors on poura avoir une intégrale qui contiendra m tranſcendantes quelconques, ou un plus grand nombre de tranſcendantes en x ſeulement, & telles que l'une étant V une autre ſoit $V+\Delta V$, & ainſi de ſuite, ce nombre étant toujours facile à déterminer pour chaque ordre; & m arbitraires parailles à celles des *équations* aux différences finies, c'eſt-à dire, qu'on aura pour intégrale une fonction algébrique des variables & de leurs différences infiniment petites, dont les coëfficiens pouront être $e^{\frac{p}{eax}x}$, & en général des fonctions Q de x données par des *équations* aux différences finies entre x & Q.

Voyez ſur ce ſujet *les mémoires de l'académie des ſciences, année* 1771.

Voyez auſſi l'*article* ÉQUATIONS LINÉAIRES au mot LINÉAIRES, où l'on conſidere quelques autres hypotheſe d'*équations* aux différences finies. MM. de la Place & Charles ſe ſont occupés depuis de ce genre d'*équations*. (*M. D. C.*)

ÉQUATIONS *empiriques*. On a nommé ainſi des *équations* trouvées indépendament de toute théorie & d'après les ſeules obſervations d'une planete, & comme elles repréſentent avec exactitude le mouvement de cette planete pendant les révolutions obſervées, on en conclut qu'elles pouront les repréſenter indéfiniment.

Ainſi les *équations* de mars, telles que Kepler les détermina lorſqu'il trouva moyen d'expliquer les irrégularités qu'il avoit obſervées dans ſon cours, en ſuppoſant que ſon orbite étoit elliptique, ces *équations*, dis-ja, étoient empiriques. Mais lorſqu'en appliquant cette loi aux autres planetes, il prouvaque leurs orbites étoient auſſi des ellipſes, alors leurs *équations* trouvées d'après cette hypotheſe furent des *équations* données par la théorie, & non plus des *équations* empiriques. Ainſi, une *équation* à qui on a donné long-temps ce nom, ceſſe de l'avoir lorſqu'on trouve une théorie qui en rend raiſon.

M. Wargentin a trouvé des *équations* empiriques pour les ſatellites de Jupiter, d'après les obſervations ſeules & d'après ces *équations*, il a dreſſé des tables de ces ſatellites qui repréſentent leurs mouvemens avec des erreurs qui ne vont pas au delà de quelques minutes.

M. de la Grange aſt le premier qui ait imaginé de réduire en méthode générale l'art de trouver ces *équations* empiriques. Voici une idée abrégée de cette méthode.

1°. Toute expreſſion d'une quantité donnée par une *équation* différentiele, peut être ſuppoſée égale à une ſuite de termes en ſinus & co-ſinus. (*Voy.* les *articles* APPROXIMATION *&* ÉQUATION SÉCULAIRE.) Le problême ſe réduit donc à trouver cette ſérie par les ſeules obſervations, toutes les fois du moins qu'elle eſt convergente.

2°. Dans ce eas, un certain nombre fini de termes de cette ſérie doit repréſentar les obſervations. Soit donc Q la quantité dont on cherche la valeur, ſoient Z, Z', Z'', Z''', ... $Z^{(n)}$.... ^{n} des valeurs obſervées de Q répondent à $n+1$ valeurs de l'angle décrit x ou du temps t, nous aurons (*Z* n°. 1) égal à un nombre infini de termes, ſin. $a+bX$, ou ſin. $a+bT$ & co-ſ. $a+b'X$, ou co-ſ. $a+bT$, chacun de ces termes étant multiplié par un coëfficient conſtant, X & T ſont les valeurs de x & t correſpondantes à Z. Soient maintenant $X+p$, $X+2p$. $X+3p$, *&c.* les valeurs correſpondantes à Z', Z'', Z''', *&c.* & prenant une ſérie $Z+Z'y+Z''y^2+Z''y^3$, *&c.* (*A*) le terme général de cette ſérie ſera compoſé de termes co-ſ. $a'+b'X+b'pm$, ſin. $a'+b'X+b'pm$, m étant l'expoſant du terme général; or, puiſque ſin. $a'+b'x+b'pm=$

$$\frac{(a'+b'X+b'pm)\sqrt{-1}}{e}-e^{-(a'+b'X+b'pm)\sqrt{-1}},$$

$$2\sqrt{-1}$$

& que co-ſ. $a'+b'X+b'pm=$

$$\frac{e^{(a'+b'X+b'pm')\sqrt{-1}} + e^{(a'+b'X+b'pmX)\sqrt{-1}}}{2} - e^{-b'p\sqrt{-1}},$$

il eſt aiſé de voir que le terme général (A) ſera compoſé d'un nombre $2n+2$ de termes, dont chacun ſéra égal au terme correſpondant dans le terme précédent de la ſérie multiplié par $e^{b'p\sqrt{-1}}$, $e^{-b'p\sqrt{-1}}$, donc chaque terme formera une ſuite géométrique; donc la propoſé ſera égale à la ſomme de $2n+2$ de ces ſuites, & le dénominateur de la ſérie recurrente ſera $1-e^{b'p\sqrt{-1}}$, $1-e^{-p\,b'\sqrt{-1}}$, & ainſi de ſuite pour chaque ſinus ou co-ſinus; donc le dénominateur ſera $1-2$, co-ſ. $b'p\,y+y^2\times 1-2$ co-ſ. $b'p\,y+y^2$, &c. donc la ſérie (A) ſera recurrente; ſoient donc Z, Z', Z'', Z''', &c. les valeurs données per l'obſervation, il faudra, pour cela, chercher la ſérie recurrente de cette forme, dont $Z+Z'y+Z''y^2+Z'''y^3$, &c. ſont les premiers termes; je remarque que la ſomme de la ſérie recurrente ſera néceſſairement:

$$\frac{A+By+Cy^2+Dy^3\ldots\ldots Py^{m-1}}{A'+B'y+C'y^2+D'y\ldots\ldots P'y^m}:$$

donc, prenant toujours Z en nombre impair, ſoit $2m-1$ ce nombre, on aura, par des *équations* linéaires, les valeurs des A, $B\ldots P$, $\ldots A'B'\ldots P'$. Si ces valeurs forment une ſérie convergente, lorſqu'on augmente le nombre des obſervations, alors, prenant le dénominateur on cherchera à réſoudre l'*équation* $A'+B'y\ldots+Py^m=0$ en facteurs, $1-2$ co-ſ. $b'p\,y+y^2$, on mettra enſuite

$$\frac{A+B'y+Cy^2}{A'+B'y\ldots\ldots P'y^m}$$

ſous la forme d'une ſomme de fractions diviſées par $1-2$ co-ſ. $b'p\,y+y^2$, & l'on aura par ce moyen la détermination des coëfficiens des termes en ſinus.

Au reſte, ſi l'*équation* n'eſt pas ſuſceptible de la forme ci-deſſus, les racines indiqueroient dans la forme générale cherchée des quantités e^{fx} qu'on ſait pouvoir s'y trouver. S'il y a pluſieurs racines réelles égales, alors il y aura dans la valeur cherchée des quantités proportionelles aux puiſſances de x, & ces puiſſances ſeront d'un degré égal au nombre des racines égales diminué de l'unité.

Si ces racines égales ſont de la forme $1-2$ co-ſ. $p\,b'y+y^2$, alors cela indique dans la quantité cherchée des termes de la forme x^m co-ſ. $a+bx$, & ainſi de ſuite, en ſorte que quelle que ſoit la forme cherchée, pourvu que la quantité ſoit donnée pour une *équation* différentiele, & qu'elle puiſſe être repréſentée par une certaine étendue de valeurs d'une maniere approchée, on la trouvera d'après les obſervations par la méthode ci-deſſus. (*O*).

Équation séculaire. On appele ainſi en Aſtronomie, une *équation* qui augmente continuélement avec le temps: on verra ci-après la maniere dont les aſtronomes s'y prenent pour la calculer; mais toute *équation* au rayon vecteur, d'une planete proportionele, ſoit au temps ou à ſes puiſſences, ſoit à l'angle du mouvement moyen & à ſes puiſſances, eſt une *équation ſéculaire*. Il en eſt de même de toute *équation* du moyen mouvement qui ſeroit proportionele au carré du temps, ou à ſes puiſſences ſupérieures, ou de toute *équation* pour le temps proportionel au carré ou aux puiſſances de l'angle du moyen mouvement.

À l'*article* Approximation, nous avons montré que l'exiſtence apparente de ces *équations* dépendoit dans la théorie de l'égalité des racines d'une *équation*; qu'un changement permis dans toute eſpece de méthode d'approximation pouvoit faire diſparoître cette égalité; que, dans le cas où la différence des racines ſeroit très-petite, ce même changement pouroit en introduire d'égelet; qu'ainſi, dans ce dernier cas, on ne peut être ſûr qu'il n'y ait pas d'*équation ſéculaire*, & que jamais on ne peut être certain qu'il doive y en avoir, à moins que l'on poiſſe s'aſſurer que la ſérie, où la méthode d'approximation conduit, ne ſoit convergente, lorſqu'elle renferme l'*équation ſéculaire*, & divergente lorſqu'elle ne la renferme pas, ou réciproquement. Nous avons fait voir enſuite que l'exiſtence apparente de ces quantités dépendent auſſi de la commenſurabilité des racines poſitives & négatives, d'où il réſulte que toutes les fois que les quantités connues ne ſont pas abſolues, mais données per des obſervations; on ne peut pas être ſûr qu'il n'exiſte pas de telles *équations*.

Il ne nous reſte donc plus ici qu'à parler de l'*équation ſéculaire*, conſidérée aſtronomiquement. Quelque longue que ſoit une ſuite d'obſervations, elle ne prouve rien pour la réalité d'une *équation ſéculaire*. En effet, ſoit p le nombre des révolutions obſervées d'un aſtre, il eſt clair que, puiſque co-ſ. $mx=1-\frac{m^2x^2}{2}+\frac{m^4x^4}{2.3.4.}$, &c. ſi on a une *équation* apparente proportionele au carré de l'angle parcouru, c'eſt-à-dire, à x^2, & ſoit Px^2 cette *équation*, au bout de p révolution, elle ſera $P\,p^2\,\Pi^2$, Π étant la circonférence du cercle, elle ſera par conſéquent

$$2P\,\frac{1-\text{co ſ. }mp\Pi}{m^2}+2Pm^2\,\frac{p^4\Pi^4}{2.3.4.},\ \&c.$$

or cette ſérie eſt toujours plus petite que $Pm^2\Pi^4p^4$, co-ſ. $mp\Pi$; donc, pourvu que l'on prene m tel que la quantité $Pm^2\Pi^4p^4$, co-ſ. $mp\Pi$, ſoit inſenſible aux obſervations; on peut ſuppoſer, au lieu de l'*équation* Px^2, une *équation* de $2P\,\frac{1-\text{co-ſ. }mx}{m^2}$

ſant qu'il y ait d'erreur ſenſible : or, quel que ſoit p, on peut toujours prendre m aſſez grand pour cela ; donc on peut repréſenter auſſi-bien les obſervations ſans le ſecours d'une *équation ſéculaire*.

Quelle que ſoit une *équation ſéculaire* donnée par les obſervations, on parviendra donc à la repréſenter auſſi-bien par une ou pluſieurs *équations* proportionelles à des ſinus.

Ainſi, lorſqu'on cherche à comparer la théorie avec les obſervations, ce n'eſt pas à chercher rigoureuſement ſi la théorie donne l'*équation ſéculaire* obſervée, mais ſi elle donne ou une telle *équation*, ou une de celles qui la peuvent repréſenter, & réciproquement, la théorie étant donnée, il faudra voir ſeulement ſi les obſervations s'accordent, ſoit avec l'*équation ſéculaire* de la théorie, ſoit avec les *équations* que (*art.* APPROXIMATION) on peut y ſubſtituer.

Voyez les *Mémoires de l'académie des Sciences*, 1771, & le *Mémoire* de M. de la Grange, qui a remporté le prix de la même académie, en 1774, & où ce grand géometre prouve qu'on peut repréſenter toutes les obſervations de la lune faites juſqu'ici, ſans ſuppoſer d'*équation ſéculaire* à cette planete. (*M. D. C.*)

ÉQUATION (*en Aſtronomie*), eſt la différence entre les temps ou les degrés ſuppoſés uniformes, & ces mêmes quantités réelles & inégales.

ÉQUATION *du temps*, eſt la différence entre le temps vrai ſolaire ou apparent, & le temps moyen ou uniforme ; c'eſt-à-dire, la réduction du temps inégal indiqué par le ſoleil, à un temps égal marqué par une pendole bien réglée.

Le temps ne ſe meſure que par le mouvement ; & comme le temps en lui-même coule toujours uniformément, on ſe ſert, pour le meſurer, d'un mouvement qu'on ſuppoſe égal & uniforme, ou qui conſerve toujours la même viteſſe.

Le mouvement du ſoleil eſt celui dont on s'eſt toujours ſervi pour la meſure du temps, parce que ce mouvement eſt celui qu'on obſerve le plus facilement : cependant il n'a point la principale qualité néceſſaire pour meſurer le temps, c'eſt-à-dire, l'uniformité. En effet, les aſtronomes ont remarqué que le mouvement apparent du ſoleil n'eſt pas toujours égal ; mais que ce mouvement tantôt s'accélere, tantôt ſe ralentit : il ne peut donc ſervir à meſurer le temps, qui eſt uniforme par ſa nature, à moins qu'on n'ait égard à l'inégalité.

Ainſi, le temps meſuré par le mouvement du ſoleil, & qu'on appele le *temps vrai* ou *apparent*, eſt différent du *temps moyen* & *uniforme*, ſuivant lequel on meſure & on calcule tous les mouvemens des corps céleſtes.

Le temps moyen ou égal eſt celui que marqueroit à chaque inſtant une horloge abſolument parfaite, qui, dans le cours d'une année, auroit continué de marcher ſans aucune inégalité, en marquant midi un certain jour de l'année, & le même jour de l'année ſuivante, au même inſtant où le ſoleil eſt dans le méridien, ſauf la différence de ſix heures qu'il y a entre l'année commune & l'année ſolaire. Cette horloge n'a pas dû marquer également midi à tous les autres jours intermédiaires, avec le ſoleil, car il faudroit, pour cela, que le ſoleil eût été tous les jours avec la même viteſſe, ce qui n'arive point.

Quand le ſoleil quite le méridien, & y retourne le lendemain, il a décrit 360 degrés en apparence ; mais véritablement il a parcouru non ſeulement les 360 degrés qui font une révolution entiere de tout le ciel étoilé, mais environ un degré de plus, qui eſt la quantité dont le ſolail s'eſt avancé vers l'orient parmi les étoiles fixes, dans l'intervalle de ſon retour au méridien, par ſon mouvement propre ou mouvement annuel.

Pour que tous les retours du ſoleil au méridien fuſſent égaux, il faudroit que ce mouvement propre du ſoleil vers l'orient fût tous les jours de la même quantité, c'eſt-à-dire, de 59 min. 8 ſec. mais, à cauſe des inégalités dont nous avons parlé au mot ANOMALIE, il arive qu'au commencement de juillet il ne fait que 57′ 15″ par jour vers l'orient, & qu'au commencement de janvier, il fait 61′ 51″, c'eſt-à-dire, 4′ de plus qu'au mois de juillet, le long de l'écliptique par ſon mouvement propre ; telle eſt la premiere cauſe qui rend les jours inégaux ; l'on compte toujours 24 heures d'un midi à l'autre ; mais cet 24 heures ſeront plus longues, quand le ſoleil aura fait 61′ 51″, que quand il n'aura fait que 57′ 51″ vers l'orient, parce qu'il ſera obligé de parcourir 4′ de plus par le mouvement diurne d'orient en occident, avant que d'ariver au méridien ; & pour faire 4′ de degré, il lui faut 16″ de temps.

À cette premiere cauſe, qui dépend de l'inégalité du mouvement ſolaire dans l'écliptique, il s'en joint une autre qui dépend de la ſituation de l'écliptique ; il ne ſuffit pas que le mouvement propre du ſoleil ſur l'écliptique ſoit égal pour rendre les jours égaux, il faut que ce mouvement ſoit égal par raport à l'équateur & par raport au méridien où il s'obſerve : la durée des 24h dépend en partie de la petite quantité dont le ſoleil avance chaque jour vers l'orient ; mais cette quantité devroit être meſurée ſur l'équateur, parce que c'eſt autour de l'équateur que ſe comptent les heures ; ce n'eſt donc pas ſeulement ſon mouvement propre qu'il faut conſidérer par raport à l'inégalité des jours, mais c'eſt ce mouvement raporté à l'équateur ; & ſi le ſoleil avoit un mouvement tel qu'il continuât de répondre perpendiculairement au même endroit de l'équateur, l'équation du temps n'exiſteroit point, puiſque les retours au méridien ſeroient égaux.

Soit O le ſoleil, *Fig. 41 d'Aſtr.*, $S\,B$ le méridien auquel le ſoleil doit ariver lorſque le point Q ſera arivé au point A du méridien, en ſorte que $O\,Q$ ſoit un cercle horaire qui, à midi, ſera confondu ſur le méridien $S\,A\,B$; quelle que ſoit la

longueur de l'arc OS de l'écliptique, cet arc n'emploîra à paſſer que le temps qui eſt meſuré par l'arc AQ de l'équateur; c'eſt-à-dire, que, ſi l'arc AQ eſt d'un degré, il faudra 4' à l'arc SO, grand ou petit, pour traverſer le méridien; ſa ſituation oblique ou inclinée, peut rendre ſa longueur OS plus grande que celle de l'arc AQ; ſa diſtance à l'équateur peut auſſi faire que l'arc OS ſoit plus petit que l'arc AQ, parce qu'il eſt compris entre deux cercles de déclinaiſon SA & OQ, qui ſont perpendiculaires à l'équateur EAQ, & qui vont ſe rencontrer au pole, en ſorte que leur diſtance eſt moindre vers O que vers Q; mais c'eſt toujours l'arc AQ de l'équateur qui regle le temps employé par le ſoleil à venir du point O juſqu'au méridien SAB.

Pour combiner enſemble ces deux cauſes qui rendent inégaux les retours du ſoleil au méridien, concevons un ſoleil moyen & uniforme qui tourne dans l'équateur, de maniere à faire chaque jour 59' 8" vers l'orient, & les 360 degrés en même temps que le ſoleil, par ſon mouvement propre, c'eſt-à-dire, dans l'eſpace d'un an, & qu'il parte de l'équinoxe du printemps au moment où la longitude du ſoleil eſt nulle ou égale à zéro; toutes les fois que ce ſoleil moyen arivera au méridien, nous dirons qu'il eſt midi moyen; & ſi le ſoleil vrai ſe trouve plus ou moins avancé, en ſorte qu'il ſoit plus ou moins de midi, nous appélerons la différence *équation du temps*.

Ce mouvement du ſoleil moyen a pour époque primitive, le temps où l'apogée du ſoleil étoit d'acord avec le point équinoxial. Le ſoleil vrai s'y eſt trouvé en même temps; mais cela n'a pas pu ariver depuis bien des ſiecles, ſi même cela eſt jamais arivé exactement; c'eſt le ſeul cas où les deux ſoleils ont pu coïncider dans l'équinoxe, & les deux cauſes de l'équation du temps être nulles tout-à-la-fois; mais elles ſe détruiſent réciproquement quatre fois l'année.

L'aſcenſion droite moyenne du ſoleil ſe trouve marquée par le lieu de ce ſoleil moyen, qui tourne uniformément dans l'équateur: l'aſcenſion droite vraie du ſoleil, celle qui eſt marquée par le cercle de déclinaiſon qui paſſe par le vrai lieu du ſoleil, peut différer de plus de 4 degrés de la moyene, par les deux cauſes dont nous avons parlé, le ſoleil vrai peut paſſer un quart d'heure plutôt ou plutard que le ſoleil moyen: l'équation du temps va même juſqu'à $0^h\ 16'\ 53''$, ou à peu près, le 1er de novembre.

Il ſuit de ces principes que la différence entre l'aſcenſion droite moyene du ſoleil, & ſon aſcenſion droite vraie, convertie en temps, nous donnera l'équation du temps; mais l'aſcenſion droite moyene eſt néceſſairement de la même quantité que la longitude moyene, puiſque l'une & l'autre commencent & finiſſent à l'équinoxe, ſont toujours proportioneles au temps, & augmentent chaque jour de 59' 8"; ainſi, l'équation du temps eſt la différence entre la longitude moyene & l'aſcenſion droite vraie du ſoleil, convertie en temps.

Mais comme nous ne pouvons, dans la pratique, trouver cette différence que par une double opération, & d'après deux principes différens, il s'enſuit que l'équation du temps a deux parties; la premiere eſt la différence entre la longitude moyene & la longitude vraie, ou l'équation de l'orbite en temps: la ſeconde eſt la différence entre la longitude vraie & l'aſcenſion droite vraie, auſſi convertie en temps. On trouve des tables de l'une & l'autre parties, jointes à toutes les tables du ſoleil.

La premiere partie, ou la premiere table qui a pour argument l'anomalie du ſoleil, ou ſa diſtance à l'apogée, va juſqu'à 7' 42" de temps, lorſque le ſoleil eſt dans ſes moyenes diſtances, c'eſt-à-dire, vers 3 & 9 ſignes d'anomalie moyene; cette partie eſt chaque année la même, parce que l'équation du centre eſt toujours de 5 degré 55' 31"; mais le temps de l'année où elle arive n'eſt pas toujours le même, parce que le ſoleil arive chaque année un peu plutard à ſon apogée, à cauſe du mouvement de cet apogée.

La ſeconde partie de l'équation du temps, ou la ſeconde table, qui a pour argument la longitude vraie du ſoleil, eſt la plus grande vers 46 deg. $\frac{1}{2}$ des équinoxes; mais, comme cette partie dépend de l'obliquité de l'écliptique, dont la quantité diminue peu à peu, cette partie de l'équation, diminue 0", 014 pour chaque ſeconde de diminution de l'obliquité de l'écliptique, ce qui fait 1" de temps dans l'eſpace d'environ 200 ans. Il ſeroit aiſé de s'en aſſurer, en calculant la différence entre ES & EA, *Fig.* 41, lorſque ES eſt de 46 deg. $\frac{1}{2}$, cette différence eſt alors de 2 degrés 28' 24", 8; en ſuppoſant l'angle E de 23 deg. 28' 20", ce qui fait 9' 53" $\frac{7}{10}$ de temps. On aura une équation plus petite, quand on diminuera l'angle E; l'on en trouve la différence dans les tables du ſoleil.

On fait auſſi une *table compoſée* des deux autres, où l'on met l'équation du temps pour chaque longitude du ſoleil; mais cette table n'eſt ſenſiblement exacte que pendant quelques années, à cauſe du mouvement de l'apogée du ſoleil, qui fait que la premiere partie de l'équation du temps, recomence plutard. Il peut y avoir juſqu'à 7" d'erreur en 50 ans. Nous nous contenterons de mettre ci-après une table de l'équation du temps, qui a lieu actuélement pour chaque jour du mois, dans les années moyenes. On peut la faire ſervir pour les autres, par des parties proportioneles, comme nous l'avons indiqué pour la table des déclinaiſons.

On n'avoit jamais employé dans l'aſtronomie d'autres élémens pour l'équation du temps, que les deux quantités dont nous venons de parler, parce qu'on ne connoiſſoit pas d'autres ſources de différences entre l'aſcenſion droite vraie & la moyene, que l'équation de l'orbite & l'obliquité

de l'écliptique; mais, depuis que MM. Euler & Clairaut ont eu calculé les dérangemens que cauſent dans le mouvement apparent du ſoleil, les attractions de la Lune, de Vénus & de Jupiter, & que M. Bradley a eu découvert la *nutation*; ces petites équations ont du produire une troiſieme partie dans l'équation du temps; car elles affectent l'aſcenſion droite vraie du ſoleil, ſans affecter l'aſcenſion droite moyene: j'en ai parlé aſſez au long dans le 4e livre de mon Aſtronomie; mais cela ne va qu'à 2 ou 3″ de temps.

L'équation du temps étoit connue & employée même du temps de Ptolémée, qui en parle dans ſon Almageſte; mais les aſtronomes varierent beaucoup ſur la maniere de l'employer. L'équation du temps, telle qu'on l'emploie aujourd'hui, & que nous venons de l'expliquer, ne fut connue d'une maniere préciſe, & généralement adoptée, qu'en 1672, lorſque Flamſtéed publia une diſſertation ſur ce ſujet, à la ſuite des Œuvres d'Horoccius.

Cette théorie de l'*équation* des jours naturels eſt en uſage, non ſeulement dans les calculs aſtronomiques, mais auſſi pour régler les horloges & les montres. Par-là nous connoiſſons pourquoi une pendule ne s'acorde point avec le ſoleil qui meſure le temps vrai, pourquoi elle va quelquefois avant, & quelquefois après lui: c'eſt pour cela que les cadrans ſolaires & les horloges ne ſont jamais parfaitement d'acord. *Voyez* Cadran.

Ainſi, quand on dit, par exemple, *à midi de temps moyen*, ou parle du midi meſuré ſur le mouvement de l'horloge; mouvement qui eſt uniforme & ſemblable à celui de l'aſtre imaginaire, que nous avons ſuppoſé plus haut: & quand on dit *à midi de temps vrai*, il s'agit du moment où le ſoleil eſt arivé au méridien du lieu; moment ſouvent différent de celui où l'horloge marque midi. De même, quand on dit *à 2 heures 15 minutes après midi temps moyen*, on entend *à 2 heures 15 minutes marquées par la pendule, après le midi moyen*.

Digitized by Google

ÉQUATION DU TEMPS,

Pour l'année 1786 moyene entre deux biſſextiles.

	JANVIER.		FÉVRIER.		MARS.		AVRIL.		MAI.		JUIN.	
	Équ. add.	*Diff.*	*Équ. add.*	*Diff.*	*Éq. add.*	*Diff.*	*Éq. add.*	*Diff.*	*Éq. ſouſtr.*	*Diff.*	*Éq. ſouſtr.*	*Diff.*
1	4.15,2	28,2	14. 6,5	7,0	12.35,9	12,5	3.51,3	18,2	3. 9,1	7,3	2.35,6	9,2
2	4.43,4	27,8	14.13,5	6,3	12.23,4	13,0	3.33,1	18,1	3.16,4	6,7	2.26,4	9,6
3	5.11,2	27,3	14.19,8	5,4	12.10,4	13,4	3.15,0	17,9	3.23,1	6,1	2.16,8	9,9
4	5.38,5	26,9	14.25,2	4,5	11.57,0	13,8	2.57,1	17,8	3.29,2	5,6	2. 6,9	10,3
5	6. 5,4	26,5	14.29,7	3,7	11.43,2	14,3	2.39,3	17,6	3.34,8	5,1	1.56,6	10,6
6	6.31,9	25,9	14.33,4	2,9	11.28,9	14,7	2.21,7	17,4	3.39,9	4,5	1.46,0	10,8
7	6.57,8	25,3	14.36,3	2,1	11.14,2	15,2	2. 4,3	17,2	3.44,4	3,9	1.35,2	11,1
8	7.23,1	24,8	14.38,4	1,2	10.59,0	15,6	1.47,1	17,0	3.48,3	3,4	1.24,1	11,4
9	7.47,9	24,2	14.39,6	0,4	10.43,4	16,0	1.30,1	16,7	3.51,7	2,8	1.12,7	11,6
10	8.12,1	23,6	14.40,0	0,3	10.27,4	16,3	1.13,4	16,4	3.54,5	2,3	1. 1,1	11,8
11	8.35,7	23,0	14.39,7	1,1	10.11,1	16,6	0.57,0	16,2	3.56,8	1,7	0.49,3	12,0
12	8.58,7	22,3	14.38,6	1,9	9.54,5	16,9	0.40,8	15,9	3.58,5	1,2	0.37,3	12,2
13	9.21,0	21,6	14.36,7	2,7	9.37,6	17,2	8.24,9	15,6	3.59,7	0,6	0.25,1	12,4
14	9.41,6	21,0	14.34,0	3,3	9.20,4	17,4	0. 9,3	15,2	4. 0,3	0,1	0.12,7	12,5
15	10. 3,6	20,3	14.30,7	4,1	9. 3,0	17,6	*ouſt.* 5,9	14,8	4. 0,2	0,0	0. 0,2	12,7
16	10.23,9	19,6	14.26,6	4,8	8.45,4	17,8	0.20,7	14,4	3.59,6	0,2	*add.* 12,5	12,8
17	10.43,5	18 9	14.21,8	5,4	8.27,6	18,0	0.35,1	14,2	3.58,4	1,7	0.25,3	12,9
18	11. 2,4	18,1	14.16,4	6,1	8. 9,6	18,2	0.49,3	13,7	3.56.7	2,3	0.38,2	12,9
19	11.20,5	17,5	14.10,3	6,8	7.51,4	18,3	1. 3,0	13,2	3.54.4	3,0	0.51,1	13,0
20	11.38,0	16,6	14. 3,5	7,4	7.33,1	18,4	1.16,2	12,7	3.51,4	3,5	1. 4,1	13,0
21	11.54,6	16,0	13.56,1	8,0	7.14,7	18,5	1.28,9	12,2	3.47,9	4,0	1.17,1	13,1
22	12.10,6	15,2	13 48,1	8,6	6.56,2	18,5	1.41,1	11,7	3.43,9	4,6	1.30,2	13,0
23	12.25,8	14,4	13.39,5	9,2	6.37,7	18,5	1.52,8	11,3	3.39,3	5,2	1.43,2	13,0
24	12.40,2	13,6	13.30,3	9,8	6.19,2	18,6	2. 4,1	10,9	3.34,1	5,7	1.56,2	12,8
25	12.53,8	12,8	13.20,5	10,3	6. 0,6	18,5	2.15,0	10,4	3.28,4	6,2	2. 9,0	12,7
26	13. 6,6	12,0	13.10,2	10,9	5.42,1	18 6	2.25,4	9,8	3.22,2	6,6	2.21,7	12,6
27	13.18,6	11,2	12.59,3	11,4	5.23,5	18,6	2.35,2	9,1	3.15,6	7,1	2.34,3	12.4
28	13.29,8	10,4	12.47,9		5. 4,9	18,5	2.44 4	8,8	3. 8,5	7,6	2.46,7	12,2
29	13.40,2	9,6			4.46,4	18,5	2.53,2	8,3	3. 0,9	8,1	2.58,9	12,0
30	13.49,8	8,8			4.27,9	18,4	3. 1,5	7,6	2.52,8	8,5	3.10,9	
31	13.58,6				4. 9,5				2.44,3	8,8		

Digitized by Google

ÉQUATION DU TEMPS,

Pour l'année 1786 *moyene entre deux biſſextiles.*

	JUILLET.		AOÛT.		SEPTEMBR.		OCTOBRE.		NOVEMBR.		DÉCEMBRE.	
	Équ.add.	*Diff.*	*Équ.add.*	*Diff.*	*Éq.ſouſtr.*	*Diff.*	*Éq.ſouſtr.*	*Diff.*	*Éq.ſouſtr.*	*Diff.*	*Éq.ſouſtr.*	*Diff.*
1	3.22,6	11,5	5.53,5	4,0	0.18,6	19,0	10.26,7	18,7	16.13,2	0,6	10.28,0	23,3
2	3.34,1	11,1	5.49,5	4,5	0.37,6	19,2	10.45,4	18,5	16.13,8	0,3	10. 4,7	23,8
3	3.45,2	10,8	5.45,0	5,1	0.56,8	19,4	11. 3,9	18,1	16.13,5	1,1	9.40,7	24,4
4	3.56,0	10,5	5.39,9	5,7	1.16,2	19,7	11.22,0	17,7	16.12,4	1,9	9.16,5	25,0
5	4. 6,5	10,1	5.34,2	6,4	1.35,9	20,0	11.39,7	17,4	16.10,5	2,7	8.51,5	25,5
6	4.16,6	9,7	5.27,8	7,0	1.55,9	20,2	11.57,1	17,0	16. 7,8	3,6	8.26,0	26,0
7	4.26,3	9,3	5.20,8	7,6	2.16,1	20,4	12.14,1	16,6	16. 4,2	4,4	8. 0,0	26,5
8	4.35,6	8,9	5.13,2	8,1	2.36,5	20,5	12.30,7	16,1	15.59,8	5,3	7.33,5	27,1
9	4.44,5	8,5	5. 5,1	8,7	2.57,0	20,6	12.46,8	15,7	15.54,5	6,1	7. 6,4	27,5
10	4.53,0	8,1	4.56,4	9,3	3.17,6	20,7	13. 2,5	15,2	15.48,4	7,0	6.38,9	27,9
11	5. 1,1	7,7	4.47,1	9,9	3.38,3	20,8	13.17,7	14,6	15.41,4	7,9	6.11,0	28,2
12	5. 8,8	7,2	4.37,2	10,4	3.59,1	20,9	13.32,3	14,2	15.33,5	8,7	5.42,8	28,5
13	5.16,0	6,7	4.26,8	11,0	4.20,0	21,0	13.46,5	13,6	15.24,8	9,6	5.14,3	28,8
14	5.22,7	6,2	4.15,8	11,5	4.41,0	21,0	14. 0,1	13,0	15.15,2	10,5	4.45,5	29,2
15	5.28,9	5,8	4. 4,3	11,9	5. 2,0	21,0	14.13,1	12,4	15. 4,7	11,3	4.16,3	29,5
16	5.34,7	5,3	3.52,4	12,4	5.23,0	21,0	14.25,5	11,8	14.53,4	12,2	3.46,8	29,7
17	5.40,0	4,8	3.40,0	12,9	5.44,0	21,0	14.37,3	11,2	14.41,2	13,1	3.17,1	29,8
18	5.44,8	4,3	3.27,1	13,3	6. 5,0	20,9	14.48,5	10,5	14.28,1	13,9	2.47,3	30,0
19	5.49,1	3,8	3.13,8	13,8	6.25,9	20,8	14.59,0	9,9	14.14,2	14,7	2.17,3	30,1
20	5.52,9	3,2	3. 0,0	14,3	6.46,7	20,7	15. 8,9	9,2	13.59,5	15,5	1.47,2	30,1
21	5.56,1	2,6	2.45,7	14,7	7. 7,4	20,7	15.18,1	8,6	13.44,0	16 4	1.17,1	30,2
22	5.58,7	2,1	2.31,0	15,2	7.28,1	20,5	15.26,7	7,9	13.27,7	17,1	0.46,9	30,2
23	6. 0,8	1,6	2.15,8	15,6	7.48,6	20,4	15.34,6	7,2	13.10,6	17,9	0 16,7	30,2
24	6. 2,4	1,0	2. 0,2	16,0	8. 9,0	20,2	15.41,8	6,5	12.52,7	18,6	add.13,5	30,0
25	6. 3,4	0,4	1.44,2	16,4	8.29,2	20,1	15.48,3	5,8	12 34,1	19,3	0.43,5	29 9
26	6. 3,8	0,2	1.27,8	16,8	8.49,8	19,9	15.54,1	5,0	12.14,8	20,0	1.13 4	29,7
27	6. 3,6	0 8	1.11,0	17,2	9. 9,2	19,7	15.59 1	4,3	11.54,8	20,8	1.43,1	29,5
28	6. 2,8	1,4	0.53,8	17,6	9 28,9	19,5	16. 3,4	3,6	11.34,0	21,4	2 12,6	29,3
29	6. 1,4	2,0	0.36,2	17,9	9.48,4	19,3	16. 7,0	2,9	11.12,6	22,0	2.41 9	29,0
30	5.59,4	2,6	0.18,3	18,3	10. 7,7		16. 9,9	2,1	10 50,6		3.10,9	28,7
31	5 56,8		0. 0,0				16.12,0				3.39,6	

Digitized by Google

La table précédente montre, pour chaque jour, la différence entre le temps uniforme & le temps apparent.

On a ſouvent beſoin, en Aſtronomie, de réduire le temps moyen en temps vrai, parce que les mouvemens des planetes ſont calculés dans les tables, par raport au temps moyen, & qu'il eſt enſuite néceſſaire, pour ſe conformer à l'uſage civil, de connoître ces mouvemens par raport au temps eſtimé ſelon le mouvement du ſoleil : de même on a beſoin de réduire le temps vrai en temps moyen, lorſqu'il s'agit de comparer aux tables aſtronomiques l'obſervation de quelque phénomene.

C'eſt l'*équation du temps* qui a produit l'*équation de l'horloge*, qu'on mettoit autrefois dans la *Connoiſſance des temps*. Ce n'eſt autre choſe que la quantité de temps dont une pendule bien réglée doit avancer ſur une bonne méridiene, en la ſuppoſant d'acord le 1er de novembre ; par ce moyen, la pendule avance toujours & ne retarde jamais.

On trouve, dans preſque tous les almanachs aſtronomiques, comme dans la *Connoiſſance des temps*, dans toutes les *Éphémérides*, *l'équation* ou *temps* pour chaque jour, ou le temps moyen qui répond au midi vrai, & qui differe du midi de la quantité appelée *équation du temps*.

L'*équation du temps*, formée des deux inégalités ci-deſſus expliquées, eſt la plus grande qu'il eſt poſſible, ou de 16′ 14″, vers le 1er ou le 2 novembre ; la pendule retarde alors de cette quantité. Dès ce moment, la pendule retarde de moins en moins juſqu'au 23 décembre, qu'elle s'acorde à très-peu-près avec le ſoleil. De là juſqu'au 15 avril, elle avance ſur le ſoleil ; du 15 avril juſqu'au 15 juin, elle retarde ; du 15 juin juſqu'au 31 août, elle avance, & du 31 août juſqu'au 23 décembre, elle retarde.

On voit dans la table précédente, que l'*équation* additive au temps vrai le 1er janvier, eſt de 4′ 15″ & deux dixiemes ; ainſi, une pendule bien réglée doit marquer ce jour-là 4′ 15″ de plus que midi, au moment où le ſoleil eſt dans le méridien, & que les cadrans ſolaires marquent midi ; mais le 2 novembre l'*équation* eſt ſouſtractive de 16′ 13″ : ainſi, la pendule ne doit marquer que 11^h^ 43′ 47″ au moment du midi vrai.

La ſeconde colonne fait voir de combien une pendule exactement réglée doit avancer ou retarder ſur le ſoleil d'un jour à l'autre ; du 1er au 2 de janvier, elle doit avancer de $28'' \frac{3}{10}$; le 1er mars elle doit retarder de 12″ ; le 1er juin elle doit avancer de 9″ ; au milieu de ſeptembre, elle retarde de 21″ d'un jour à l'autre ; & au milieu de décembre, elle avance de 30″, ou d'une minute tous les deux jours.

Si l'on vouloit mettre plus d'exactitude dans ce calcul, il faudroit avoir la table de chaque année, telle qu'elle eſt dans les Éphémérides, dans la Connoiſſance des temps dans l'Almanach royal, dans le Nautical almanac, *&c.*

Mais on peut encore y ſuppléer aſſez exactement, en à 2 ou 3 ſecondes près, par les corrections ſuivantes : dans les années biſſextiles, comme 1784, 1788, *&c.* pour les mois de janvier & de février, il faut prendre l'*équation* 12 heures plutôt ; ainſi, le 1er janvier de 4′ 15″, il faut ôter 14″, qui eſt le changement en 12 heures, & l'on aura 4′ 1″ : c'eſt l'*équation* qui a lieu le 1er janvier 1784 ; dans les autres mois, il faut prendre l'équation 12^h^ plutard.

Dans les années qui ſuivent les biſſextiles, comme 1785, 1789, *&c.* il faut prendre l'équation 6^h^ plutard, & l'on aura, par exemple, pour le 1er janvier à midi, 4′ 22″.

Dans les années qui ſuivent les moyenes, ou qui précedent les biſſextiles, comme 1783, 1787, *&c.* il faut prendre l'*équation* ſix heures plutôt, ou à ſix heures du matin, dans la table précédente, pour l'avoir à midi dans les années dont il s'agit ; ainſi, l'on trouvera, pour le 1er janvier à midi, 4′ 8″ en 1783. Cela ne differe que d'une ſeconde du calcul rigoureux fait pour l'année 1783, dans le *Nautical almanac* de Londres, qui eſt la meilleure de toutes les Éphémérides. (*D. L.*)

Équation de l'orbite, *équation du centre*, *proſtaphereſe*, (*Aſtron.*) eſt la différence entre le mouvement inégal d'une planete dans ſon orbite, & le mouvement moyen, égal & uniforme qu'on lui ſuppoſe pour calculer plus facilement ſon lieu vrai. Nous avons expliqué au mot Anomalie la maniere de trouver l'anomalie vraie par le moyen de l'anomalie moyene, la différence des deux eſt l'*équation* ; voici une table de la plus grande *équation* des planetes, telle que je l'ai déterminée par les obſervations ; l'on trouvera ci-après différentes méthodes, pour cet effet.

Mercure	23°	40′	49″
Vénus	0	47	20
Le Soleil	1	55	32
Mars	10	40	20
Jupiter	5	34	1
Saturne	6	23	19
La Lune	6	18	32

En conſidérant les méthodes que nous avons indiquées pour calculer l'anomalie vraie d'une planete, on reconoît facilement les regles ſuivantes :

1°. L'*équation* de l'orbite eſt nulle dans l'apſide ſupérieure, puiſque, vers ce point-là, le lieu moyen & le lieu vrai ſont confondus ; mais, en partant de l'apſide, leur différence augmente rapidement, parce que la viteſſe vraie étant la plus petite, differe le plus de la viteſſe moyene ? 2°. cette différence s'augmente chaque jour, tant que la viteſſe vraie eſt moindre que la viteſſe moyene ; lorſqu'elles ſont égales, il ſe trouve un

point

point, vers trois ſignes & quelques degrés d'anomalie moyene, où la différence, qui a augmenté juſqu'alors, eſt devenue la plus grande, & où l'*équation* ceſſe d'augmenter, étant preſque la même pendant quelque temps, pour diminuer enſuite juſqu'à l'apſide inférieure (ſoit périhélie, ſoit périgée), où le lieu vrai & le lieu moyen ſe trouvent d'acord une ſeconde fois: 3°. l'*équation* de l'orbite eſt ſouſtractive, ſe retranche du lieu moyen dans les ſix premiers ſignes, pour avoir le lieu vrai, parce que la viteſſe moyene, en partant de l'apſide ſupérieure, eſt plus grande que la viteſſe vraie, & le lieu moyen eſt plus avancé; il faut donc ôter de la longitude moyene la quantité de l'*équation*, pour avoir le lieu vrai. Le contraire arive après l'apſide inférieure: la viteſſe vraie étant la plus grande, prévaut à ſon tour ſur la moyene, & le lieu vrai ſe trouve toujours le plus avancé dans la ſeconde moitié de l'ellipſe, ou dans les ſix derniers ſignes de l'anomalie; alors l'*équation* de l'orbite s'ajoute au lieu moyen, pour avoir le lieu vrai, ou à l'anomalie moyene, pour avoir l'anomalie vraie.

La plus grande *équation* d'une planete peut ſe calculer lorſqu'on connoît ſa diſtance aphélie & ſa diſtance périhélie, ou ſon excentricité; on peut trouver par le calcul, la plus grande *équation*, auſſi-bien que le degré d'anomalie moyene, où arive cette plus grande *équation*; pour cela, il ſuffit de trouver le point *M*, *Pl. d'Aſtr. Fig.* 85, dans lequel arive la viteſſe moyene. En effet, dès que la planete eſt arivée au point où ſa viteſſe angulaire *DFM* (c'eſt-à-dire, l'angle qu'elle parcourt, vue du ſoleil), eſt égale à la viteſſe moyene, par exemple, de 59′ 8″ par jour, ſi c'eſt le ſoleil, la longitude moyene ceſſe d'anticiper ſur la longitude vraie, elle en differe alors le plus qu'il eſt poſſible, parce que, juſqu'à ce moment, la viteſſe réelle, qui étoit plus petite, faiſoit retarder tous les jours le lieu vrai ſur le lieu moyen; mais, dès que la viteſſe vraie eſt devenue égale à la viteſſe moyene, elle eſt prête à la ſurpaſſer; elle va commencer à regagner ce qu'elle avoit perdu juſqu'alors, le lieu vrai ſe raproche du lieu moyen, & l'*équation* de l'orbite diminue. Ainſi, toute la difficulté conſiſte à trouver le point *M*, & l'anomalie *AFM* de la planete au moment où ſa viteſſe eſt égale à la viteſſe angulaire moyene; pour cela, ayant pris une ligne *FM* moyene proportionele entre les deux demi-axes de l'orbite: on décrira du foyer *F* comme centre, un cercle *MGN* ſur le rayon *FM*, & ce cercle aura une ſurface égale à celle de l'ellipſe, comme on le démontre dans les ſections coniques. Suppoſons un corps qui décrive le cercle *MN* dans un temps égal à celui de la révolution de la planete dans ſon ellipſe, ſa viteſſe angulaire ſera conſtament égale à la viteſſe angulaire moyene de la planete, par exemple de 59′ 8″ pour le ſoleil; l'aire décrite dans le cercle ſera toujours égale à l'aire décrite en même temps dans l'ellipſe, puiſque les aires totales ſont égales & parcourues en des temps égaux, les durées des révolutions étant les mêmes, & les aires partieles de l'ellipſe proportioneles aux parties du temps; par exemple, ſi le ſoleil décrit en un jour une aire *DFR* de ſon ellipſe égale à la 365ᵉ partie de la ſurface elliptique, l'aire *EFO* décrite dans le cercle, ſera auſſi la 365ᵉ partie de l'aire du cercle (qui eſt égal à l'ellipſe); la viteſſe vraie du ſoleil (ou l'angle *DFR*), ſera donc égale à la viteſſe moyene en *M*, c'eſt-à-dire, à l'angle *EFO*; car ce ſont deux ſecteurs égaux qui ont la même longueur *FM*, la même ſurface, & par conſéquent le même angle; d'ailleurs les triangles égaux *MED*, *MRO*, qui ſont l'un en dehors du cercle, & l'autre en dedans, font voir que le ſecteur elliptique eſt égal au ſecteur circulaire, qui a le même angle en *F*; donc, pour trouver le point de la viteſſe moyene, il faut trouver l'interſection *M* de l'ellipſe & du cercle qui lui eſt égal en ſurface. Ayant tiré du point *M* à l'autre foyer *B* de l'ellipſe une ligne *MB*, l'on aura un triangle *BFM*, dans lequel on connoît les trois côtés; ſavoir, *BF*, qui eſt le double de l'excentricité, *FM* qui eſt la moyene proportionele entre les deux demi-axes, & *BM* qui eſt la différence entre *FM*, & le grand axe (parce que les deux lignes *FM* & *MB* font entr'elles la valeur du grand axe), ainſi, réſolvant le triangle *BFM*, on cherchera l'angle *F*, qui eſt l'anomalie vraie de la planete au temps de la plus grande *équation*; on convertira cette anomalie vraie en anomalie moyene, & la différence ſera la valeur de la plus grande *équation*.

Après avoir indiqué la maniere de calculer l'*équation*, nous parlerons de la maniere de l'obſerver. Depuis l'inſtant où une planete part de ſon aphelie *A* juſqu'au temps où elle arive au point *M* de ſa plus grande *équation*, ſa viteſſe eſt moindre que ne ſeroit la viteſſe moyene, l'anomalie vraie plus petite que l'anomalie moyene, en differe de plus en plus; lorſque la planete, ayant paſſé le périhélie *P*, ſe trouve au point *G* vers neuf ſignes d'anomalie, ſa diſtance vraie *AFG* à l'aphélie eſt également plus petite que ſa diſtance moyene, de la quantité de la plus grande *équation*. Si l'on a deux longitudes vraies de la planete, obſervées en *G*, & en *M*, elles différeront entr'elles de la quantité de l'angle *GFM*, qui eſt la ſomme des deux anomalies vraies; mais la ſomme des deux anomalies moyenes ſera plus grande du double de l'*équation*; il eſt aiſé de calculer en tout temps la ſomme des deux anomalies moyenes, quoiqu'on ne connoiſſe pas le lieu de l'aphélie *A*, parce que la ſomme des deux anomalies moyenes eſt égale au mouvement moyen de la planete, dans cet intervalle de temps, & on le trouve aiſément quand on connoît la durée de la révolution. Ainſi, l'excès du mouvement moyen calculé ſur le mouvement vrai obſervé, donne le double de la plus grande *équation*, pourvu

que l'on ait les deux obſervations en *M* & en *G*, c'eſt-à-dire, au temps de la viteſſe moyene.

Exemple. Le 7 octobre 1751, le vrai lieu du ſoleil, obſervé par la Caille, en y faiſant entrer 3 jours d'obſervations, diſcutées & comparées entr'elles, fut trouvé de..... 6ˢ 13° 47′ 13″ 7

Le 28 mars, cette long. vraie fut de..... 0 8 9 25 5

La différence de ces deux longitudes ou le mouvement vral du ſoleil eſt donc..... 5ˢ 24° 22′ 11″ 8

Mais, dans cet intervalle, le mouvement moyen avoit dû être pas le calcul..... 5ˢ 20° 41′ 33″ 2

Différence double de la plus gsande équation..... 3 50 28 6

Dont la moitié eſt l'équation de l'orbite..... 1 55 14 3

Quand on a trouvé pas obſervation la plus grande équation, & qu'on veut en conclure l'excentricité, le plus commode eſt d'employer une regle de fauſſe poſition, ou de ſuppoſer d'abord connue l'excentricité que l'on chesche pour en conclure la plus grande équation; ſi elle ſe trouve trop grande, on diminuera l'excentricité ſuppoſée, & l'on recomencera le calcul. Cette méthode de déterminer l'excentricité pas le moyen de la plus grande équation eſt ſouvent plus commode que celle dont ſe ſervit Keples pous trouver l'excentricité de mars, ou celle dont je me ſuis ſervi pour mercure. Au ſeſte, nous donnerons des méthodes exactes pour trouves l'excentricité, ſans secourir à la plus grande équation. *Voyez* Excentricité & Planete.

Équation du centre dans l'anciene aſtronomie, étoit pour la lune la partie de l'inégalité qui dépendoit de l'excentricité du déférent de l'épicycle.

Équation de l'orbite ou ſimplement *équation*, étoit, pour le ſoleil, l'inégalité entiere de ſon mouvement.

Autres équations des planetes. L'*équation* de l'orbite n'eſt pas la ſenle inégalité à laquelle le mouvement des planetes ſoit ſujet; il eſt encore d'autres inégalités qui vienent principalement de l'action mutuele que les planetes exercent les unes ſur les autres, ou de celle que le ſoleil exerce ſur les Satellites, & qu'on appele *perturbations*.

C'eſt principalement dans la lune que ces *équations* ſont ſenſibles; elles le ſont auſſi dans Jupiter & dans Saturne. M. Euler a calculé les inégalités de Saturne & celles de Jupites, qui vont à quelques minutes dans des pieces qui ont semporté les prix de l'Académie en 1748 & 1752; MM. Clairaut, d'Alembert & Euler celles du ſoleil ou de la terre, & j'ai donné le calcul des inégalités de mercure dans les Mémoires de l'Académie pour 1771, celles de vénus dans les mémoires de 1760, & celles de mars dans les Mémoires de 1758 & 1765; elles ne vont qu'à quelques ſecondes.

Indépendamment de ces perturbations, ſaturne a épronvé nn dérangement particulier, qui ne peut pas provenir de l'action des planetes que nous connoiſſons. *Voyez* Saturne.

Équations phyſique & optique, dans l'anciene aſtronomie, étoient les deux parties de l'inégalité d'une planete, dont l'une conſidérée au centre de l'excentrique, avoit lieu par raport au centre de l'équant, & l'autre par ſaport au centre du mouvement vrai.

Équations des hauteurs correſpondantes. *Voyez* Hauteur.

Équation *ſéculaire*. L'*équation* ſéculaire eſt la quantité dont nne planete, au bout de quelques ſiecles, eſt plus on moins avancée qu'elle ne le ſeroit, ſi ſes révolutions avoient été toujours de la même durée.

Kepler écrivoit, en 1625, qu'ayant examiné les obſervations de Regiomontanus & de Walterus, dans la bibliotheque de Mæſtlinus à Tubingne, il avoit trouvé conſtament les lieux de jupiter & de ſaturne plus on moins avancés qu'ils ne devoient l'être ſelon les moyens mouvemens déterminés par les obſervations de Ptolémée & de Tycho; il diſoit la même choſe des mouvemens de mars; mais j'ai reconu qne cette planete n'a beſoin d'ancune *équation ſéculaire*.

Saturne eſt de toutes les planetes celle dont l'*équation* ſéculaire eſt la plus ſenſible: quand on compare l'obſervation faite le 2 mars de l'année 228 avant l'ere vulgaire avec les obſervations faites dans ce ſiecle-ci, on trouve la durée de la révolution plus courte que pas les obſervations faites depuis un ſiecle.

Si l'on ſe ſert du moyen mouvement trouvé depuis environ 320 ans pour calculer l'obſervation 228 ans avant J. C., on trouve nne longitude trop grande de 7°; ce qui prouve qu'on a employé un mouvement trop petit, & qu'il eſt moindre dans ce ſiecle qu'il n'a été dans les vingt autres ſiecles; il faudroit ôter 7 degrés de la longitude moyene trouvée par le mouvement qui a lieu dans ce ſiecle; & cette *équation* ſéculaire de 7° prouve aſſez le retardement de ſaturne (*Mémoires de l'Académie*, 1757).

On ſuppoſe que cette *équation* ſéculaire augmente comme les carrés des temps, on ne peut pas le vérifier par les obſervations; mais on peut y ſubſtituer nn raiſonement fort naturel: les degrés de viteſſe perdus par ſaturne en vertu de la cauſe qui produit ſon *équation* ſéculaire étant fort lents, ne peuvent être ſuppoſés égaux qu'en temps égaux. Dès-lors l'eſpace parcouru eſt comme le carré des temps. En effet, dans l'accélération des cosps qui tombent par leur peſanteur naturele, on obſerve que les eſpaces angmentent comme les carrés des temps; cela vient de ce que les viteſſes acquiſes ſont comme las temps, & qu'à chaque inſtant le cosps seçoit un accroiſſement de viteſſe toujours

Digitized by Google

égal & toujours conſtant. D'où il ſuit que les eſpaces ſont comme les carrés des temps.

J'ai donc trouvé que l'*équation* ſéculaire de ſaturne doit être de 47″ pour le premier ſiecle, & de 5° 13′ 20″ pour 2000 ans.

L'*équation* ſéculaire de jupiter eſt de 30″ pour le premier ſiecle, & de 3° 23′ 20″ pour 2000 ans; mais elle eſt en ſens contraire, parce que le mouvement de jupiter paroît avoir accéléré, tandis que celui de ſaturne a retardé. L'*équation* ſéculaire de la lune, ſuivant les tables de la lune de Mayer, eſt de 9 ſecondes pour le premier ſiecle, & de 1° pour 2000 ans. J'en ai donné le calcul dans les Mémoires de 1757. Mais, pour établir cette quantité, l'on n'a que deux éclipſes de ſoleil des années 977 & 978, qui laiſſent quelque obſcurité. Si cette accélération de la lune eſt réelle, elle peut venir de la réſiſtance de la matiere éthérée; c'eſt du moins le ſentiment de M. l'abbé Boſſut, dans une Diſſertation, qui a remporté le prix de l'Académie en 1762, & M. Euler trouve qu'on ne peut expliquer cette accélération par l'attraction du ſoleil (*Pieces des Prix*, 1770 & 1772, *tom. ix*), mais M. de la Grange penſe qu'elle n'eſt pas néceſſaire même pour expliquer les obſervations.

À l'égard de l'accélération de jupiter & du retardement de ſaturne, on a tâché de les expliquer par leurs attractions mutuelles; M. de la Grange, *Mélanges de Turin*, *tom. III*; M. Euler, *Prix de* 1752; M. Caſſini, *Mém. de l'Acad.* 1746, *p.* 475. Mais cette matiere n'eſt point encore aſſez éclaircie.

Équation lunaire ou proëmptôſe, *équation* ſolaire ou métemptôſe, dans le calendrier, ſont le changement d'un jour qui ſe fait dans l'épacte, pour accorder avec le ciel les nouvelles lunes & les années. *Voyez* CALENDRIER. (*D. L.*)

ÉQUATORIAL, (*Aſtron.*); inſtrument deſtiné à ſuivre le mouvement diurne des aſtres par le moyen d'un axe parallele à l'axe du monde, & à meſurer l'aſcenſion droite & la déclinaiſon par le moyen de deux cercles, qui repréſentent l'équateur & le cercle de déclinaiſon; on y ajoute un quart de cercle, dirigé dans le méridien, qui ſert à élever l'équateur pour la latitude du lieu: cet inſtrument eſt ſemblable, à certains égards, au *cedran équinoxial*, & même aux aſtrolâbes des anciens; car l'aſtrolâbe de Ptolémée (*Almag.* VII, 4) A'στρολάβου, le *torquetum* d'Appian, (*Aſtronomicum Caſareum* 1540), & de Schoner, ſont des inſtrumens de même eſpece. Ce que Ptolémée appele ὄργανον παραλλακτικὸν, eſt appelé *inſtrumentum parallaticum* par Regiomontanus & par Copernic IV, 15, ce ſont deux regles à angles droits. Tycho-Brahé les appele *Regulæ parallelicas*; il appele armillaire l'inſtrument à pluſieurs cercles dont Hipparque & Ptolémée ſe ſervirent; il obſerve que dans le *torquetum* imaginé par les Arabes ou même par les Chaldéens, on employoit des ſurfaces planes au lieu des armilles. (*Aſtron. inſtaur. mechanica*, *p.* 39.) Mais, dans le *torquetum* d'Appian, il y avoit auſſi un mouvement ſur un axe parallele à l'axe du monde. Cela prouve que le nom d'*aſtrolâbe* n'eſt point ſuffiſant pour donner une idée claire. *Voyez* ASTROLÂBE.

L'*équatorial*, du moins dans ſa forme actuele, eſt un inſtrument moderne dérivé cependant de la machine parallactique. Le plus ancien que je connoiſſe dans cette forme, a été fait à Luneville, vers 1735, par Vayringe; mais ce fut Short qui le premier accrédita ces inſtrumens en Angleterre, lorſqu'il en eut fait exécuter un dont la deſcription ſe trouve dans les tranſactions philoſophiques de 1749. Il y a une deſcription de l'*équatorial* de Dollond, imprimée ſéparément en 16 pages *in* 4°. avec une grande planche. Enfin il y en a une par Nairne, dans les tranſactions de 1771, c'eſt celle que je vais placer ici, en attendant la deſcription que nous promet M. Ramſden, habile Anglois, qui a exécuté beaucoup de ces inſtrumens avec de nouveles perfections.

Planches d'Aſtronomie, *Fig.* 216.

Sur un pied de bois *A A* eſt placé un cercle azimutal *C* mobile, diviſé en degrés. Sur le cercle eſt placé une platine *D*, au bas de laquelle eſt fixé un axe conique *E*. Au milieu de la ſurface ſupérieure de la platine horizontale on met un niveau *F*, par le moyen duquel la platine *D* ſe place horizontalement, & l'axe *E* verticalement. Au deſſus de la platine s'élevent perpendiculairement deux quarts de cercle *G*, *G*, l'un deſquels eſt diviſé en degrés pour marquer les latitudes. Ce ſont ces deux quarts de cercles qui ſoutienent le cercle de l'équateur *H* avec ſon cercle horaire qui eſt au deſſous. L'axe de ſon mouvement, qui eſt placé de XII à XII heures, paſſe par les centres des deux quarts de cercle, & porte l'index *I*, qui marque la hauteur du pole, ſur les diviſions du quart de cercle.

Le cercle de l'équateur eſt diviſé en heures & minutes, & ſur un cercle de 7 pouces de diametre diviſé en demi-degrés, le vernier peut indiquer 12″ de temps. On y marque auſſi les degrés. Le commencement des diviſions doit être ſur la méridiene, quoique dans la figure les XII n'y ſoient pas, on les a mis ſur le côté pour faire voir le vernier qui ſubdiviſe les minutes.

À la partie ſupérieure de la plaque *équatoriale* ſont ſitués les deux ſupports *M N*, qui ſoutienent l'axe parallele à l'équateur, avec lequel tourne la lunete, & qui porte le demi-cercle des déclinaiſons *O*, qui repréſente un cercle horaire. Le contre-poids *Q* eſt placé à la partie inférieure pour faire équilibre avec le poids de la lunete, de même que les poids *R* contre-balancent la totalité de l'inſtrument qui tourne autour de l'axe de l'équateur, & le font reſter dans toutes les poſitions où on le met.

Les quatre mouvemens de cette machine peu-

vent ſe faire lentement par le moyen des vis *S*, *T*, *V*, *W*, qui engrenent dans les ſtries ou dentelures; & quand on veut avoir un mouvement prompt, on fait déſengrener les vis.

M. Ramſden fait des inſtrumens dont les cercles ont 7 pouces de diametre, & qui coûtent 60 guinées ou 60 louis. On y diſtingue les minutes une à une. La lunete grôſſit depuis 40 juſqu'à 80 fois, elle porte vers l'oculaire un petit quart de cercle avec un niveau ſphérique, par le moyen duquel on aperçoit la hauteur & l'angle parallactique de l'aſtre auquel la lunete eſt dirigée, afin de calculer plus aiſément l'effet de la réfraction ſur les aſcenſions droites & les déclinaiſons. Je ne décrirai pas ici cette méchanique, dont M. Ramſden ſe propoſe de publier les détail; ceux qui ſeroient tentés de l'exécuter comprendront bien que quand le quart de cercle, qui eſt vers l'oculaire, eſt placé verticalement, il differe de la poſition du cercle horaire, qui eſt toujours fixe ſur l'oculaire de la lunete, d'une quantité égale à l'angle parallactique. Il ſe ſert auſſi d'un oculaire priſmatique *P* pour regarder de côté.

L'*équatorial* ſe vérifie comme la *lunete parallactique*. On peut le placer à peu près, très facilement; car, dès que la baſe eſt bien horizontale & l'axe monté ſur la latitude du lieu, on place la lunete ſur la déclinaiſon de l'aſtre, on tourne le pied, & en même temps la lunete le long de l'équateur, juſqu'à ce que l'aſtre ſoit dans la lunete; alors on a l'angle horaire de l'aſtre, & la véritable direction de la méridiene, ſauf les vérifications des différentes parties de l'inſtrument, que nous expliquerons *au mot* PARALLACTIQUE.

M. Méguié diſpoſe l'*équatorial* d'une maniere plus commode, comme on le voit dans la *Fig.* 217. Sur un baſe *AB*, fixée horizontalement, s'élevent deux montans *CD*, entre leſquels tourne le demi-cercle *GF* qui repréſente le méridien, où ſe marquent les latitudes terreſtres, & que l'on diſpoſe ſuivant la latitude du lieu où l'on obſerve, de maniere que le cercle *EQ* qui eſt fixé perpendiculairement ſur le méridien ſoit parallele à l'équateur dans le lieu où l'on établit l'inſtrument.

L'axe *HX* eſt deſtiné à porter la lunete qui eſt fixée à ſon extrémité *X*; cet axe tourne dans une goutiere ou un canon dont le deſſous eſt plan & appliqué ſur l'équateur, & tourne autour du centre de celui-ci, par le moyen d'une queue ou d'un axe qui entre au centre de l'équateur dans un des rayons du demi-cercle du méridien.

À l'autre extrémité de l'axe *XH*, eſt fixé un cercle horaire *IK*; une alidade *M* portée par la goutiere, & qui eſt fixe comme elle, marque les déclinaiſons ſur le cercle *IK*, à meſure que le cercle tourne avec l'axe de la lunete. Par cette diſpoſition, la lunete peut faire tout le tour du cercle horaire *IK*, & ſe diriger vers le pole ſans être embaraſſée par le ſupport *CD*; &, ce qui eſt impoſſible dans tous les autres inſtrumens de cette eſpece, elle peut aller entre le pole & le zénith vers les étoiles circompolaires, dans le temps qu'elles ſont à la partie ſupérieure de leurs paralleles.

Cet *équatorial* a auſſi l'avantage de pouvoir ſe vérifier plus facilement que les autres; car 1°. en retournant l'axe de la lunete dans ſa goutiere de droite à gauche, on vérifie ſur un objet terreſtre ſi la lunete eſt perpendiculaire à ſon axe. 2°. En mettant l'équateur dans une poſition verticale, & faiſant décrire 180° à la lunete, on voit ſur un objet terreſtre ſi l'axe eſt perpendiculaire au plan du cercle qui repréſente l'équateur. 3°. Un cercle entier pour les déclinaiſons donne le moyen de s'aſſurer ſi les diviſions ſont ſur un cercle concentrique à l'axe, & ſi elles ſont égales.

Pour faire uſage de l'*équatorial* plus commodément, il faudroit avoir une table de la parallaxe en aſcenſion droite & en déclinaiſon pour chaque degré de déclinaiſon & d'angle horaire, & pour la latitude de l'obſervateur. Cette table eſt aiſée à calculer quand on a celle des hauteurs & des angles parallactiques; car la réfraction en aſcenſion droite eſt égale à la réfraction en hauteur multipliée par le ſinus de l'angle parallactique, & diviſé par le co-ſinus de la déclinaiſon. De même la réfraction en déclinaiſon eſt égale à la réfraction en hauteur multipliée par le co-ſinus de l'angle parallactique. Dollond ajoute un niveau circulaire & un petit quart de cercle vers l'oculaire, pour eſtimer l'effet de la réfraction. *Philoſ. Tranſact.* 1779. (*D. L.*)

ÉQUERRE, (*Aſtron.*); conſtellation méridionale, introduite par la Caille ſous le nom de *Norma*, & qui eſt jointe avec la Regle & le Triangle auſtral en forme de niveau. *Voyez* TRIANGLE. (*D. L.*)

ÉQUERRE, ſ. f. (*Géométr.*). C'eſt un inſtrument fait de bois ou de métal, qui ſert à tracer & meſurer des angles droits, comme *LEM*, *Planc. de Géom. Fig.* 70.

Elle eſt compoſée de deux regles ou jambes, qui ſont jointes ou atachées perpendiculairement ſur l'extrémité l'une de l'autre. Quand les deux branches ſont mobiles à un point, on l'appele *biveau* ou *fauſſe équerre*. *Voyez* BIVEAU.

Pour examiner ſi une *équerre* eſt juſte ou non, décrivez un demi-cercle *AEF* d'un diametre à diſcrétion; & dans ce demi-cercle tirez de chaque extrémité du diametre *A* & *F* des lignes droites, vers un point pris à volonté dans la circonférence, comme *E*: appliquez l'*équerre* aux côtés de l'angle *AEF*, de maniere que ſon ſommet ſoit en *E*. Si l'*équerre* s'ajuſte exactement aux côtés de l'angle, elle eſt juſte; autrement elle eſt fauſſe. (*Harris & Chambers.*)

On dit que deux *lignes*, &c. ſont d'*équerre*, quand elles ſont perpendiculaires l'une à l'autre.

ÉQUERRE D'ARPENTEUR, *en terme d'Arpentage*; c'eſt un cercle de cuivre d'une bonne conſiſtance, de 4, 5 ou 6 pouces de diametre, *Pl. d'Arpent. Fig.* 17. On le diviſe en quatre parties égales,

Digitized by Google

par deux lignes qui s'entre-coupent à angles droits au centre. Aux quatre extrémités de ces lignes & au milieu du limbe, on met quatre fortes pinnules bien rivées dans des trous carrés, & très-perpendiculairement fendues ſur ces lignes, avec des trous au deſſous de chaque fente, pour mieux diſtinguer les objets éloignés. On évide ce cercle, pour le rendre léger.

Au deſſous & au centre de l'inſtrument ſe doit monter à vis une virole, qui ſert à ſoutenir l'*équerre* ſur bon bâton de 4 à 5 pieds, *Fig.* 18, ſuivant la hauteur de l'œil de l'obſervateur. Ce bâton eſt garni d'un fer pointu par le bout qui entre en terre, & l'autre bout eſt arondi, pour que la virole y reſte juſte.

Toute la préciſion de cet inſtrument conſiſte en ce que les pinnules ſoient bien exactement fendues à angles droits; ce que l'on connoîtra facilement en bornoyant par deux pinnules un objet éloigné, & un autre objet par les deux autres pinnules. Il faut enſuite tourner l'*équerre* bien juſte ſur ſon bâton, & regarder les mêmes objets par les pinnules oppoſées: s'ils ſe rencontrent bien exactement dans l'alignement des fentes, c'eſt une marque de la juſteſſe de l'inſtrument.

Pour éviter de fauſſer cette *équerre*, il faut, 1°. enfoncer en terre le bâton ſeul; & quand il eſt bien affermi, placer ladite *équerre* ſur la virole, par le moyen de ſa vis.

On fait auſſi de ces ſortes d'*équerres* où l'on met huit pinnules, de la même maniere que celles décrites ci-deſſus; elles ſervent pour avoir les angles de 45 degrés, ainſi qu'aux Jardiniers pour aligner & planter des allées d'arbres en étoile.

Voici la maniere de ſe ſervir de cet inſtrument. Suppoſons qu'on veuille lever le plan du champ *A B C D E*, *Pl. de l'Arpent. Fig.* 24: on plantera des jalons ou des piquets bien à plomb à tous les angles; on meſurera la ligne *A C*, & les perpendiculaires qui tombent des angles ſur cette ligne, & l'on écrira ſéparément ces meſures. Pour trouver le point *F*, extrémité d'une des perpendiculaires, on plantera des jalons à diſcrétion ſur la ligne *A C*, & l'on mettra le pied de l'inſtrument ſur la même ligne, de maniere qu'à travers deux alidades oppoſées on puiſſe voir deux jalons plantés ſur cette ligne; & à travers les deux autres alidades, le jalon *E*. Si, dans cette ſtation, le point *E* n'eſt point viſible, on reculera ou l'on avancera l'inſtrument, juſqu'à ce que les lignes *A F*, *E F* faſſent un angle droit en *F*: par ce moyen on aura le plan du triangle *A F E*. On trouvera de la même maniere le point *H* où tombe la perpendiculaire *D H*, dont on meſurera la longueur avec celle de *H F*, pour avoir le plan du trapeze *E F H D*.

On meſurera enſuite *H C*, qui fait un angle droit avec *H D*, & on aura le plan du triangle *D H C*. Il ne reſtera plus après cela qu'à trouver le point *G*, où tombe la perpendiculaire *B G*. On trouvera ce point de la même maniere que les autres, & on aura par ce moyen le plan de tout le champ *A B C D E*, dont on aura l'aire ou la ſurface en ajoutant enſemble les triangles & les trapezes. *Voyez* AIRE, SURFACE, TRIANGLE, TRAPEZE, *&c.* Voyez *auſſi* ARPENTEUR, CHAÎNE, LAVER UN PLAN, *&c.* (*E*).

ÉQUERRES, (*Hydraulig.*), ſont des coudes qu'on eſt obligé de faire à une conduite, lorſque le deſſein d'un jardin vous aſſujétit à des angles indiſpenſables.

Équerre ſe dit encore de groſſes plates-bandes de fer dont on garnit les angles des réſervoirs de plomb élevés en l'air, pour ſoutenir la pouſſée & l'écartement des côtés. (*K*).

ÉQUIANGLE, adj. en *Géométrie*, ſe dit des figures dont les angles ſont égaux. *Voyez* ANGLE.

Un carré eſt une figure *équiangle*. *Voyez* CARRÉ. Un triangle équilatéral eſt auſſi *équiangle*. *Voyez* ÉQUILATÉRAL.

Quand les trois angles d'un triangle ſont égaux aux trois angles d'un autre triangle, on appele ces triangles *équiangles* entr'eux. *Voyez* TRIANGLE. (*E*).

Le mot *équiangle* s'emploie plus ſouvent dans ce dernier ſens relatif, lorſqu'on compare les angles d'une figure à ceux d'une autre, que dans le premier ſens, lorſqu'on compare entr'eux les angles d'une ſeule figure. Cependant il eſt mille de s'en ſervir dans les deux acceptions, pour éviter les circonlocutions, ayant ſoin d'ailleurs que ce mot ne faſſe point d'équivoque; une figure *équiangle* tout court, eſt une figure dont les angles ſont égaux entr'eux; une figure *équiangle* à une autre ou deux figures *équiangles* entr'elles, ſont deux figures dont les angles ſont égaux chacun à chacun. Peut-être feroit-on encore mieux de ſe ſervir, dans le premier cas, du mot *équiangulaire*, (qui n'eſt pas même tout-à-fait hors d'uſage) à l'exemple de *quadrangulaire*, & d'employer, dans le ſecond cas, le mot *équiangle*: une figure *équiangulaire*, deux figures *équiangles*, *&c.* (*O*).

ÉQUICRURAL, adj. (*Géom.*). Un triangle *équicrural* eſt celui dont deux côtés ſont égaux, & qu'on appele plus communément un *triangle iſoſcele*. *Voyez* ISOSCELE & TRIANGLE. (*E*).

On peut appeler *équicrural*, un angle, une figure dont les côtés ſont égaux. Mais ce mot n'eſt plus en uſage, parce que ceux d'*iſoſcele* & *équilateral* y ſuppléent. (*O*).

ÉQUICULUS, *Equuleus*, ou *Equus minor*, (*Aſtronom.*), eſt une conſtellation de l'hémiſphere ſeptentrional, autrement nommé *petit cheval*. *Voyez* CHEVAL, (*Aſtron.*). (*O*).

ÉQUIDIFFÉRENT, adj. en *Arithmétique*. Si dans une ſuite de trois quantités il y a la même différence entre la premiere & la ſeconde, qu'entre la ſeconde & la troiſieme, on dit alors que ces quantités ſont *continûment équidifférentes*; mais ſi, dans une ſuite de quatre quantités, il y a la même différence entre la premiere & la ſeconde, qu'entre la troiſieme & la quatrieme; on appele

ces quantités *diſcrétement équidifférentes*. *Voyez* RAISON & RAPORT.

Ainſi, 3, 6, 7 & so ſont *diſcrétement équidifférentes*; & 3, 6 & 9 *continûment équidifférentes*. (*Harris* & *Chambers*.) *Voy.* DISCRET, CONTINU & QUANTITÉ. *Voy. auſſi* PROPORTION ARITHMÉTIQUE. (*E*).

ÉQUIDISTANT, adj. *en Géométrie*, eſt un terme qui exprime le reletion de deux choſes, en tant qu'elles ſont à la même ou à une égale ditence l'une de l'entre. *Voyez* DISTANCE.

Ainſi, on peut dire que les lignes parelleles ſont *équidiſtantes*, ou *également diſtantes*; parce que ni l'une ni l'autre ne s'élnigne ni ne s'approche. *Voyez* PARALLELE. *Harris* & *Chambers*. (*E*).

On peut néanmoins remarquer qu'il y e cette différence entre *équidiſtant* & *parallele*, qoe le dernier s'applique à une étendue continue, ou conſidérée comme telle, & le premier à des parties de cette étendue iſolées & comparées; ainſi, on peut dire que dans deux lignes *paralleles*, deux points quelconques correſpondans, c'eſt-à-dire, ſitués dans la même perpendicolaire à ces deux lignes, ſont toujours *équidiſtans*; que dans deux rangées d'arbres paralleles chaque arbre eſt *équidiſtant* de ſon correſpondant dans l'eutre ellée. *Équidiſtant* t'emploie encore lorſque dans une *même* portion d'étendue on compare des particoles ſituées à égales diſtances les unes des autres; ainſi, dans une ſeule rangée d'erbres plantés à égale diſtance l'un de l'autre, nn peut dire que les arbres ſont *équidiſtans*; au lieu que *parallele* ne s'emploie jamais qu'en comparant la poſition de *deux* portions d'étendue diſtinguées. Telles ſont les differencet des mots *parallele* & *équidiſtant*: la Géométrie, comme l'on volt, e ſes ſynonymes ainſi que la Grammaire. (*O*).

ÉQUILATÉRAL, *ou* ÉQUILATERE, adj. (*Géom.*) ſe dir de tout ce qui e les côtés égaux. Ce mot eſt formé des deux mots latins *æquus* égal, & *latus* côté.

Ainſi un triangle *équilatéral* eſt celui dont les côtés ſont tous d'une égele longueur. Dans un triangle *équilatéral*, tous les angles ſont auſſi égaux. *Voyez* TRIANGLE & FIGURE.

Tous les polygones réguliess & tuns les corpt réguliers ſont *équilatéraux*. *Voyez* POLYGONE, RÉGULIER, *&c. Harris* & *Chambers*. (*E*).

Le mot *équilatéral* eſt plus en uſage qu'*équilatere*, cependant ce dernier n'eſt pas encore tout-à-fait proſcrit; il eſt même en quelques cas plus en uſage qne l'autre, comme dans le cas ſuivant.

Hyperbole équilatere eſt celle dans laquelle les axes conjugués comme AB, de ſont égaux, *Planches des Coniques*, *Fig.* 20.

Donc 1°. comme le parametre d'nne hyperbole eſt une troiſieme proportionele eux axes conjugués, il leur eſt égal dans l'hyperbole *équilatere*: 2°. ſi dans l'équation $y^2 = bx + bx^2 : a$ qui eſt l'équation générale des hyperboles, nous faiſons $b = a$; l'équatiun $y^2 = ax + xx$ eſt celle d'nne hyperbole *équilatere*. *Voyez* HYPERBOLE.

Dans cette derniere équatiun on prend l'nrigine des co-ordonées au ſommet de l'hyperbole: ſi on les prenoit eu centre, l'équation de l'hyperbole *équilatere* raportée à ſon premier exe ſeroit $yy = xx - \frac{aa}{4}$, & raportée au ſecond exe, elle ſeroit $yy = xx + \frac{aa}{4}$. (*O*).

ÉQUILIBRE, ſ. m. (*Méchanique*), ſignifie une égalité de force exacte entre deux corps qui agiſſent l'un contre l'autre. Uue balance eſt en *équilibre* quand les deux parties ſe ſoutienent ſi exactement, que ni l'une ni l'autre ne monte ni ne deſcend, mais qu'elles conſervent tontes deux leur poſitiun pſrallele à l'horizon. C'eſt pourquoi auſſi on ſe ſert ſouvent du mot *balancer* ou *contrebalancer* pour déſigner l'*équilibre*. *Voyez* BALANCE & LEVIER.

En général, la partie de la Méchaniqne qu'on appele *ſtatique*, e pour objet les loix de l'*équilibre* det corps.

Pont que deux corpt nu deux forces ſe faſſent *équilibre*, il faut que ces forces ſnient égales, & qu'elles ſnient directement oppoſées l'une à l'autre.

Lorſque pluſieurs forces on puiſſances agiſſent les unes contre les autres, il faut commencer par séduire deux de ces puiſſances à une ſeule, ce qui ſe fera en prolongeant lenrs directions juſqu'à ce qn'elles ſe rencontrent, & cherchant enſuite pas les regles de la compoſition des forces, le direction & la valens de la puiſſance qui réſulte de ces deux-là; nn cherchera enſnite de la même maniere, la puiſſance réſultante de cette derniere, & d'une autre quelconque des puiſſances dnnnées, & en opésant einſi de ſuite, on réduira toutes ces puiſſances à une ſeule. Or, pour qu'il y eit *équilibre*, il faut que cette derniere puiſſance ſoit nulle, nu qne ſa direction paſſe par quelque point fixe qui en détruiſe l'effet.

Si quelques-unes des puiſſances étoient paralleles; il faudroit ſuppoſer que leur point de concours fût infiniment éloigné, & on trouveroit alors facilement la valeur de le puiſſance qui en réſulteroit, & ſe direction. *Voyez la Méchanique* de Varignon.

Le principe de l'*équilibre* eſt un des plus eſſentiels de la Méchanique, & ou y peut réduire tout ce qui concerne le mouvement des corps qui agiſſent les uns ſur les autres d'une maniere quelconque. *Voyez* DYNAMIQUE.

Il y a *équilibre* entre deux corps lorſque leurs directions ſont exactement oppoſées, & que leors maſſes ſont entr'elles en raiſon inverſe des viteſſes avec leſquelles ilt tendent à ſe mouvoir. Cette propoſition eſt reconue pour vraie pas tons les Méchaniciens. Mais il n'eſt peut-être par auſſi facile qu'ils l'ont cru de la démontrer en toute rigueur,

Digitized by Google

& d'une maniere qui ne renferme aucune obſcurité. Auſſi la plupart ont-ils mieux aimé la traiter d'*axiôme* que de s'appliquer à la prouver. Cependant, ſi on y veut faire attention, on verra qu'il n'y a qu'un ſeul cas où l'*équilibre* le manifeſte d'une maniere claire & diſtincte, c'eſt celui où les deux corps ont des maſſes égales & des viteſſes *de tendance* égales & en ſens contraires. Car alors il n'y a point de raiſon pour que l'un des corps ſe meuve plutôt que l'autre. Il faut donc tâcher de réduire tous les autres cas, à ce premier cas ſimple & évident par lui-même; or, c'eſt ce qui ne laiſſe pas d'être difficile, principalement lorſque les maſſes ſont incommenſurables. Auſſi n'avons-nous preſqu'aucun ouvrage de Méchanique, où la propoſition dont il s'agit, ſoit prouvée avec l'exactitude qu'elle exige. La plupart ſe contentent de dire que la force d'un corps eſt le produit de ſa maſſe par ſa viteſſe, & que quand ces produits ſont égaux, il doit y avoir *équilibre*, parce que les forces ſont égales; ces auteurs ne prenent pas garde que le mot *force* ne préſente à l'eſprit aucune idée nette, & que les Méchaniciens même ſont ſi peu d'acord là-deſſus, que pluſieurs prétendent que la force eſt le produit de la maſſe par le carré de la viteſſe. *Voyez* FORCES VIVES. Dans mon *traité de Dynamique*, imprimé en 1743, *page* 37 *& ſuiv.* j'ai tâché de démontrer rigoureuſement la propoſition dont il s'agit, & j'y renvoie mes lecteurs; j'ajouterai ſeulement ici les obſervations ſuivantes.

1°. Pour démontrer le plus rigoureuſement qu'il eſt poſſible la propoſition dont il s'agit, il faut ſuppoſer d'abord que les deux corps qui ſe choquent ſoient des parallélépipedes égaux & rectangles, dont les baſes ſoient égales, & s'appliquent directement l'une ſur l'autre; enſuite on ſuppoſera que la baſe demeurant la même, un des parallélépipedes s'alonge en même proportion que ſa viteſſe diminue; par ce moyen on démontrera l'*équilibre* dans les parallélépides de même baſe, en ſuivant la méthode de l'endroit cité dans notre *traité de Dynamique*.

2°. Quand un des parallélépipedes eſt double de l'autre, au lieu de partager la viteſſe V du petit en deux, on peut partager la maſſe m du grand en deux autres qui aient chacune la viteſſe $\frac{V}{2}$ & dont, outre cela, la partie antérieure ait encore la viteſſe $\frac{V}{2}$ & la partie poſtérieure la viteſſe $\frac{V}{2}$ en ſens contraire; car, par ce moyen, les deux parties du grand corps ſe feront *équilibre* entr'elles, & il ne reſtera plus qu'une maſſe M d'une part, animée de la viteſſe V, & de l'autre qu'une maſſe $\frac{m}{2}$ ou M animée de la viteſſe $\frac{V}{2}+\frac{V}{2}=V$, c'eſt-à-dire, que tout ſera égal de part & d'autre. On peut appliquer le même raiſonement aux autres cas plus compoſés.

3°. Quand on aura démontré les loix de l'*équilibre* pour des parallélépipedes de même baſe, on les démontrera pour des parallélépipedes de baſes différentes, en employant le principe ſuivant: *ſi deux parallélépipedes, égaux, rectangles, & ſemblables, ſont fixés aux deux extrémités d'un levier, & qu'entre ces deux parallélépipedes, on en place deux autres à égale diſtance des extrémités du levier, & qui agiſſent en ſens contraire aux deux premiers, avec la même viteſſe de tendance, il y aura équilibre*; propoſition dont la vérité ne ſera point conteſtée, mais qu'il eſt peut-être difficile de démontrer rigoureuſement. Sur quoi *voyez l'article* LAVIER.

4°. On applique enſuite cette même propoſition, pour démontrer l'*équilibre* des corps de figure quelconque, dont les maſſes ſont en raiſon inverſe de leurs viteſſes, & qui agiſſent l'un ſur l'autre, ſuivant des lignes qui paſſent par leur centre de gravité. Par le moyen de ces différens théorêmes, on aura démontré, rigoureuſement & ſans reſtriction, la loi de l'*équilibre* dans les corps qui ſe choquent directement. À l'égard de l'*équilibre* dans le levier, & autres machines, *voyez* LEVIER, POULIE, FORCES MOUVANTES, ROUE, COIN, MACHINE FUNICULAIRE, VIS, *&c.*

5°. On a demandé pluſieurs fois ſi les loix du choc des corps ſont telles qu'il ne pût pas y en avoir d'autres. Nous avons démontré *au mot* DYNAMIQUE, que les loix du choc dépendent de celles de l'*équilibre*; ainſi, la queſtion ſe réduit à ſavoir, ſi les loix de l'*équilibre* ſont telles qu'il ne puiſſe pas y en avoir d'autres; or les loix de l'*équilibre* ſe réduiſent, comme nous avons vu dans cet article, à l'*équilibre* de deux corps égaux & ſemblables, animés en ſens contraire de viteſſes *de tendance* égales. Tout ſe réduit donc à ſavoir, s'il peut encore y avoir *équilibre* dans d'autres cas; c'eſt-à-dire, par exemple, ſi deux corps égaux, dont les viteſſes contraires ſont inégales, pourront ſe faire abſolument *équilibre*, ou ce qui eſt la même choſe, comme il eſt aiſé de le voir, ſi un corps A animé d'une viteſſe quelconque a, & venant fraper un autre corps égal en repos, les deux corps reſteront en repos après le choc. Il ſemble que ce dernier cas eſt impoſſible; car au lieu de ſuppoſer le ſecond corps en repos, ſuppoſons-le animé de la viteſſe $-a$ égale & en ſens contraire à la viteſſe a; il eſt certain d'abord que, dans ce cas, il y aura *équilibre*; ſuppoſons à préſent que dans l'inſtant où il eſt animé de la viteſſe $-a$, par laquelle il fait *équilibre* au premier corps, il ſoit animé de la viteſſe $+a$, il eſt évident 1°. que rien n'empêchant l'action de cette derniere viteſſe, puiſque l'autre $-a$ eſt détruite par l'action du premier corps, rien n'empêchera ce ſecond corps de ſe mouvoir avec la viteſſe $+a$; cependant, ce même corps animé des viteſſes $+a$, $-a$,

Digitized by Google

eſt dans un cas ſemblable à celui du repos, où nous l'avons ſuppoſé, & puiſqu'on ſuppoſe que ce ſecond corps en repos, ne ſeroit point mû par le premier, ce ſecond corps ſeroit donc tout-à-la-fois en repos & en mouvement, ce qui eſt abſurde. Donc il n'y a de vrai cas d'*équilibre*, que celui des viteſſes égales & contraires. Donc, *&c.*

6°. Donc, quand deux corps ſont en *équilibre*, en vertu de la raiſon inverſe de leur viteſſe & de leurs maſſes, ſi on augmente ou qu'on diminue ſi peu qu'on voudra la maſſe ou la viteſſe d'un des corps, il n'y aura plus d'*équilibre*. Il faut néceſſairement ſuppoſer cette derniere propoſition, pour démontrer la propoſition ordinaire de l'*équilibre* dans le cas de l'incommenſurabilité des maſſes, *voyez page* 39 de ma *Dynamique*; car dans le cas des incommenſurables, on ne démontre que par la réduction à l'abſurde; & la ſeule abſurdité à laquelle on puiſſe réduire ici, comme on le peut voir par la démonſtration citée, c'eſt qu'une maſſe plus grande fait le même effet qu'une moindre avec la même viteſſe. Il eſt aſſez ſingulier que, pour démontrer une propoſition néceſſairement vraie, telle que celle de l'*équilibre* des maſſes, en raiſon inverſe des viteſſes, il faille abſolument ſuppoſer cette autre propoſition, qui paroît moins néceſſairement vraie; *qu'un corps en mouvement venant frapper un autre corps en repos, lui donnera néceſſairement du mouvement*. Cette connexion forcée n'eſt-elle pas une preuve que la ſeconde propoſition eſt auſſi néceſſairement vraie que la premiere? Il me ſemble que ce raiſonement n'eſt pas ſans force, ſur-tout ſi on le joint à celui de l'article 5 précédent.

De tout cela, il s'enſuit qu'il n'y a qu'une ſeule loi poſſible d'*équilibre*, un ſeul cas où il ait lieu, celui des maſſes en raiſon inverſe des viteſſes; que par conſéquent un corps en mouvement, en mouvera toujours un autre en repos: or ce corps en mouvement, en communiquant une partie du ſien, en doit garder le plus qu'il eſt poſſible, c'eſt-à-dire, n'en doit communiquer que ce qu'il faut pour que les deux corps aillent de compagnie après le choc avec une viteſſe égale. De ces deux principes réſultent les loix du mouvement & de la Dynamique; & il réſulte de tout ce qui a été dit, que ces loix ſont non ſeulement les plus ſimples & les meilleures, mais encore les ſeules que le Créateur ait pu établir d'après les propriétés qu'il a données à la matiere. *Voyez* DYNAMIQUE, PERCUSSION.

Sur l'*équilibre* des fluides, *voyez* FLUIDE, HYDROSTATIQUE, *&c.*

Au reſte, on ne devroit, à la rigueur, employer le mot *équilibre*, que pour déſigner le repos de deux puiſſances ou deux corps qui ſont dans un état d'éfort continuel, & continuélement contre-balancés par un éfort contraire, en ſorte que ſi un des deux éforts contraires, venoit à ceſſer ou à être diminué, il s'enſuivroit du mouvement. Ainſi, deux poids atachés aux bras d'une balance, ſont en *équilibre* dans le ſens proprement dit: car ces deux poids agiſſent ſans ceſſe l'un contre l'autre, &. ſi vous diminuez un des poids, la balance ſera en mouvement. Au contraire, deux corps égaux & durs, qui ſe choquent en ſens oppoſés avec des viteſſes égales, détruiſent à la vérité leurs mouvemens, mais ne ſont pas proprement en *équilibre*, parce que l'éfort réciproque des deux corps eſt anéanti par le choc; après l'inſtant du choc, ces deux corps ont perdu leur tendance, même au mouvement, & ſont dans un repos abſolu & reſpectif, en ſorte que ſi on ôtoit un des corps, l'autre reſteroit en repos ſans ſe mouvoir. Cependant, pour généraliſer les idées, & ſimplifier le langage, nous donnons dans cet article le nom d'*équilibre*, à tout état de deux puiſſances, ou forces égales qui ſe détruiſent, ſoit que cet état ſoit inſtantanée, ſoit qu'il dure auſſi long temps qu'on voudra. (*O*).

* On trouve dans les *Mémoires de l'académie des ſciences* de Berlin, année 1752, une démonſtration métaphyſique du principe général de l'*équilibre*, qui eſt du célebre M. Euler. Son utilité nous a engagé à la placer ici, vu que d'ailleurs elle eſt aſſez ſimple pour être à la portée de tous les lecteurs médiocrement verſés dans le calcul différentiel. Voici en quoi elle conſiſte. Mais comme l'*équilibre* eſt produit par l'action des forces, il eſt néceſſaire d'expliquer, avant toutes choſes ce que l'on entend par ce mot, afin de s'en former une juſte idée.

On donne en général le nom de *force*, à tout ce qui peut changer l'état d'un corps, ſoit pour le faire paſſer du repos au mouvement, ou réciproquement du mouvement au repos, ſoit enfin pour faire varier ce mouvement d'une maniere quelconque. Il y a deux choſes à conſidérer dans chaque force, ſa direction, ou dans quel ſens elle agit ſur un corps, & ſa grandeur. La direction de la force eſt toujours exprimée par la ligne droite, ſuivant laquelle la force tend à entraîner le corps; & on ſe forme une idée de ſa grandeur, en prenant une force connue pour l'unité, & en examinant combien celle-ci eſt contenue dans une autre force quelconque.

Mais on peut encore ſe former une idée plus diſtincte de ces choſes, en ſe les repréſentant de cette maniere. Suppoſez que le corps *A*, *Planches Méchaniques*, *Fig.* 75, ſoit atâché par la corde *EF*, à la bâre *MM*, avec qui elle fait un angle droit. Suppoſez encore une bâre *NN*, parallele à la premiere, mais immobile, & que ces deux bâres ſoient jointes enſemble par les filets 11, 22, 33, *&c.* perpendiculaires à *NN*, qui peuvent ſe contracter: en ſorte que quand cela arive, la bâre *MM* & le corps ſont obligés de s'approcher de *NN*. Il eſt évident que, ſi l'on prend chaque filet pour l'unité, & que le nombre en ſoit $= N$, ce nombre exprimera auſſi la force totale de tous ces filets pour tirer le corps *A* vers *NN*, ſuivant la direction *EF*.

De là,

De là, il ſuit que l'action de cette force conſiſte dans la contraction actuele des filets 11, 22, *&c.* & que cette action ſur le corps *A* eſt d'autant plus grande, que les filets ſe ſont plus racourcis : on ſuppoſe d'ailleurs que dans quelque état qu'ils ſoient, ils eient toujours le même pouvoir de ſe contracter. Par conſéquent, le racourciſſement des filets eſt la juſte meſure de l'action de la force totale *N* : ſi donc ils ſe ſont racourcis d'une quantité *z*, & que le corps ait été ainſi entraîné par un eſpace $= z$, l'action de la force ſur le corps *A*, ſera exprimée par la quantité *Nz*, qui exprime auſſi le racourciſſement total des filets.

Que la diſtance du corps *A*, à la bâre immobile *NN*, ſoit égal à *x*, & que la longueur de la corde *EF* ſoit égale à *b*, qui doit être une quantité conſtante ; $x - b$ exprimera la longueur des filets, & $N(x - b)$ la ſomme des longueurs de tous les filets. Or cette quantité devient de plus en plus petite, par l'action de le force ; mais comme *b* eſt conſtant, il n'y e que *x* qui puiſſe diminuer ; par conſéquent, l'objet de la force eſt de diminuer le quantité *Nx*, qui eſt le produit de la force *N*, par la diſtance du corps *A* à la bâre immobile *NN*. Il eſt évident qu'on peut ſe paſſer ici de la conſidération de la diſtance abſolue, puiſque la force eſt cenſée conſtante : car ſi la bâre *NN* étoit à tonte autre diſtance du corps *A*, la même contraction des filets produiroit toujours la même diminution dans la quantité *Nx*, pourvu que cette bâre fût toujours perpendiculaire à la direction *EF*, ſuivant lequelle on conçoir que le corps eſt ſollicité à ſe mouvoir par la force *N*.

Après avoir ainſi expoſé en quoi conſiſte l'action d'une force, on en peut facilement tirer ce principe général, *Que toute force agit autant qu'elle peut* : propoſition qui eſt aſſez évidente, pour être admiſe comme un axiôme par tous ceux qui en auront compris le ſens. Car l'action de la force conſiſtant dans la contraction des filets, ils ne ceſſeront de ſe contracter tant qu'ils ne rencontreront pas d'obſtacle invincible. Par conſéquent ces filets, & partant la force qui en eſt compoſée, agira autant qu'elle poura, ou juſqu'à ce qu'elle rencontre un obſtacle invincible.

Mais lorſqu'un corps, ou un ſyſtême de corps, eſt en *équilibre*, les forces qui le ſollicitent à ſe mouvoir ſont tellement oppoſées entr'elles, qu'elles ne ſauroient agir ou remuer le corps ; il faut alors que l'action des forces ſoit la plus grande, ou que les filets dont les forces ſont compoſées, ſe trouvent alors dans leur plus grande contraction, en ſorte qu'il eſt impoſſible qu'ils ſe contractent davantage. Ainſi, un corps, ou un ſyſtême de corps, ſera en *équilibre*, quand les forces qui le ſollicitent à ſe mouvoir, ſeront tellement diſpoſées à l'égard du corps ou du ſyſtême de corps, que la contraction des filets ſoit la plus grande, ou que la ſomme des longueurs des filets pris enſemble, ſoit la plus petite qu'il eſt poſſible. Que l'on conſidere, par exemple, dans un ſyſtême de corps, chaque force ſéparément, de même que ſa direction, ſur laquelle on prendra une diſtance arbitraire *x* ; nommant après cela la force qui agit ſuivant cette direction *N*, *Nx* ſera la ſomme des filets dont cette force eſt cenſée compoſée. Et, dans le cas d'*équilibre*, la ſomme de tous ces *Nx*, qui conviennent à chacune des forces priſes ſéparément, doit être la plus petite, puiſque la contraction des filets eſt alors la plus grande.

La force de ce raiſonement conſiſte en ce que l'on réduit toutes les forces à un certain nombre de filets ſemblables & égaux entr'eux, qui par la faculté qu'ils ont de ſe racourcir, compoſent la force même. Ainſi, lorſque le corps eſt en *équilibre*, il faut que les filets de toutes les forces qui agiſſent ſur lui, ſoient dans leur plus grande contraction, conformément à l'axiôme ci-deſſus. Car, s'ils pouvoient encore ſe contracter, ils le feroient, & le corps ne ſeroit pas en *équilibre*. Donc, ſi le corps eſt en *équilibre*, la contraction de tous les filets eſt la plus grande, ou ils n'en ſauroient recevoir aucune, ou ce qui revient au même, la ſomme de tontes les forces ſollicitantes eſt la plus petite.

Telle eſt donc la regle générale, pour trouver quel doit être l'état des corps ſollicités par des forces quelconques, pourvu qu'elles ne varient point ſuivant la diſtance, afin qu'ils ſoient entr'eux en *équilibre*. Suivant cette regle, on conſidérera chaque force à part, on prendra ſur ſa direction un point fixe, & on multipliera la force par la diſtance de ce point au lieu de l'application de le force, ou par la diſtance qu'il y a de ce point au corps ſur lequel elle agit. On aſſemblera enſuite tous ces produits ; & la ſomme qui en réſultera, ſera un *minimum* dans le cas d'*équilibre*. Et réciproquement, on poura déterminer, par la méthode des plus grands & des plus petits, l'état d'*équilibre*, lorſque les forces ſont conſtantes, ou que la quantité *N*, qui a exprimé juſqu'ici la force, ne dépend point de la quantité *x* qui a été conſidérée comme la variable.

La force de la gravité eſt de ce genre, car ſe variation eſt inſenſible à de petites diſtances de la terre. Si donc on conſidere un corps *AB*, *Fig. 76*, dont les parties *M* ne ſont ſollicitées à ſe mouvoir que par l'action de la gravité, ſuivant la direction verticale *MP*, & que l'on prene à volonté ſur cette ligne un point fixe *P*, qui ſoit dans l'horizontale *NN* ; on fera la diſtance $MP = x$; & nommant la maſſe de la particule *M*, *dM*, ce *dM* exprimera en même temps le poids de le particule *M*, ou le force avec laquelle elle eſt ſollicitée à ſe mouvoir ſuivant *MP* : donc *x dM* eſt dans ce cas le produit qu'il faut mettre à la place de *Nx*, pour cette particule ; & partant le ſomme de tous les *x dM* qui réſultent de tous les élémens du corps, ſera la plus petite, lorſque le corps ſe trouvera en *équilibre*. Mais on ſait que la ſomme de tous les *x dM* exprime le produit du poids entier

du corps, pas la diſtance de ſon centre de gravité à la même ligne horizontale NN. Si donc on ſuppoſe que G ſoit le centre de ce corps, le produit $M \times GH$, qui eſt égal à la ſomme de tous les $x\,dM$, ſera un *minimum* en cas d'*équilibre*. D'où l'on voit que les corps peſans ne ſauroient être en *équilibre*, à moins que leur centre de gravité ne ſoit auſſi bas qu'il eſt poſſible.

La démonſtration que l'on vient de donner du principe de l'*équilibre*, ſuppoſe que l'action des forces ſur les corps ne varie point, à quelque diſtance qu'elles en ſoient. Car ſi les forces ne ſont pas conſtantes, il faudra ſuppoſer le nombre des filets variable, pendant qu'ils ſe contractent, puiſqu'on les a enviſagés comme conſervant toujours le même pouvoir. Voici comment il faut enviſager la choſe dans le cas où la force varie ſuivant les diſtances. La force repréſentée par Nx, doit être décompoſée en ſes élémens $N\,dx$; & comme N, qui repréſente le nombre des filets à chaque diſtance Px, eſt variable, qu'on ſuppoſe ce nombre $= P$, on aura $P\,dx$ pour l'élément de la force: dont l'intégrale $\int P\,dx$ ſera la juſte valeur qui doit être miſe à la place de Nx, quand la force eſt variable.

Afin de répandre un plus grand jour ſur ce ſujet, il faut conſidérer comment les formules Nx, que les forces conſtantes donnent, deviennent un *minimum*. Cela arive, lorſque leurs différentielles $N\,dx$, priſes enſemble, s'évanouiſſent: mais, dans ces différentielles, il n'eſt plus queſtion ſi la force N eſt conſtante ou non. Donc, ſi la force eſt variable, & qu'elle ſoit $= P$, on aura $P\,dx$, au lieu de $N\,du$, dont la ſomme doit être égalée à zéro; par conſéquent, la formule qui devient un *minimum* en cas d'*équilibre*, doit être compoſée de celles ci $\int P\,dx$, que l'on doit tirer de chacune des forces ſollicitantes; d'où l'on voit que dans le cas des forces conſtantes, ou de $P = N$, on aura les mêmes formules Nx, pour rendre un *minimum*, que celles que l'on a trouvées ci-deſſus.

Tel eſt donc le principe univerſel qui convient à tout état d'*équilibre*. En vertu de ce principe, il faut conſidérer ſéparément chaque force qui ſollicite le corps à ſe mouvoir: ſuppoſez que ces forces ſoient $= P$, Q, R, *&c.* & que les directions ſuivant leſquelles elles agiſſent ſur le corps M, *Fig. 77*, ſoient AF, BG, CH; prenez à volonté ſur ces directions les points fixes F, G, H; & nommant AF, x, BG, y, CH, z, on aura pour l'état d'*équilibre* $\int P\,dx + \int Q\,dy + \int R\,dz +$ &c. qui doit être un *minimum*. Pour la commodité du calcul, il convient de placer les points fixes F, G, H, dans de certains endroits plutôt qu'ailleurs: ainſi, dans le cas des forces centrales que l'on exprime par de certaines fonctions de la diſtance à leurs centres de forces, il faut placer ces points dans les centres mêmes. Alors P, Q, R, &c. pouvant être exprimés par ces quantités αx^n, βy^n, γz^n, *&c.* l'expreſſion dont l'on devra faire un *minimum*, ſera, $\frac{\alpha}{n+1} x^{n+1} + \frac{\beta}{n+1} y^{n+1} + \frac{\gamma}{n+1} z^{n+1}$ + *&c.* & cela s'obſervera dans tous les cas ſemblables.

Comme la force P fournit dans tous les calculs une quantité pareille à celle-ci $\int P\,dx$, ſi on nomme *éfort* l'intégrale de cette quantité réſultant de la force P, on pourra renfermer le principe général d'*équilibre* dans cette regle bien ſimple:

La ſomme de tous les éforts que des forces font ſur un corps, doit être un minimum *pour que ce corps ſoit en équilibre.*

Lorſque le corps dont on cherche l'état d'*équilibre*, eſt flexible ou même fluide, il en faut conſidérer tous les élémens ſéparément, de même que les forces qui les ſollicitent, pour en tirer d'abord tous les éforts que chaque élément ſoutient. Enſuite on trouvera, par le calcul intégral, la ſomme de tous ces éforts, ou l'éfort total que le corps éprouve, de laquelle on fera un *minimum*, qui indiquera alors les conditions requiſes pour que le corps ſoit en *équilibre*.

Il faut remarquer qu'il n'eſt pas néceſſaire d'introduire dans le calcul de l'*équilibre*, les forces qui atachent le corps à quelque objet fixe, ou qui le tienent arrêté. Ainſi, ſi on veut trouver, par cette méthode, la courbure d'une chaîne ſuſpendue, on ne fera pas attention à l'éfort que ſoufrent les clous auxquels la chaîne eſt ſuſpendue; & lorſqu'il eſt queſtion de l'*équilibre* d'un fluide renfermé dans un vaiſſeau, il n'eſt pas néceſſaire de conſidérer les forces avec leſquelles le fluide preſſe le vaiſſeau. Il ſuffira, dans l'un & l'autre cas, de conſidérer les ſeules forces de la gravité, pour en déterminer l'état d'*équilibre*. La raiſon de cette diſtinction eſt aiſée à comprendre, par la maniere d'enviſager l'action des forces, ſavoir, dans la contraction des filets. Ainſi, s'il y a des forces auxquelles le corps ne ſauroit obéir, comme celles qui le tienent à quelque objet immobile, elles n'entreront point dans le calcul, mais ſeulement celles qui peuvent imprimer quelque mouvement au corps; on en prendra les éforts, comme on l'a déja dit, & faiſant des ſommes un *minimum*, on trouvera par ce moyen l'état d'*équilibre* du corps. (*J.*)

ÉQUIMULTIPLE, adj. *en Arithmétique & en Géométrie*, ſe dit des grandeurs multipliées également, c'eſt-à-dire, par des quantités ou des multiplicateurs égaux. *Voyez* MULTIPLICATION.

Si on prend A autant de fois que B, c'eſt-à-dire, ſi on les multiplie également, il y aura toujours le même raport entre les grandeurs ainſi multipliées, qu'il y avoit entre les grandeurs primitives avant la multiplication. Or, ces grandeurs ainſi également multipliées, ſont nommées *équimultiples* de leurs primitives A & B; c'eſt pourquoi nous diſons que les *équimultiples* ſont en raiſon des quantités ſimples. *Voyez* RAISON.

En *Arithmétique*, on ſe ſert en général du ter-

me *équimultiple*, pour exprimer des nombres qui contienent également ou un égel nombre de fois leurs *ſous-multiples*.

Ainſi 12 & 6 ſont *équimultiples* de leurs *ſous-multiples* 4 & 2; parce que chacun d'eux contient ſon *ſous-multiple* trois fois. *Voyez* SOUS-MULTIPLE & MULTIPLE. *Harris & Chambers*. (E).

ÉQUINOXE, ſ. m. *en Aſtronomie*, eſt le temps anquel le Soleil paſſe per l'équateur, & par un des points équinoxiaux. On eppele euſſi quelquefois *équinoxes*, les points où l'écliptique coupe l'équateur: on dit paſſage de l'*équinoxe* en méridien, diſtance de l'*équinoxe* au ſoleil, mais il eſt plus correct de dire le *point équinoxial*.

Les *équinoxes* arivant quand le ſoleil eſt dans l'Équateur, les jours ſont pour lors égeux aux nuits par toute la terre, (ſauf la petite différence qui vient des fractions), cela erive deux fois par an; ſavoir, vers le 20e jour de mars, & le 22e de Septembre; le premier eſt l'*équinoxe* du printemps, & le ſecond celui d'autone. C'eſt de là que vient le mot *équinoxe*, formé de *æquus*, égal, & de *nox*, nuit. Depuis l'*équinoxe* du printemps juſqu'à celui d'autone, les jours ſont plus grands que les nuits dans nos régions ſeptentrionales, c'eſt le contraire depuis l'*équinoxe* d'entone juſqu'à celui du printemps.

Comme le mouvement du ſoleil eſt inégal, c'eſt-à-dire, tantôt plus prompt, tantôt plus lent, il errive qu'il y e environ huit jours de plus de l'*équinoxe* du printemps à l'*équinoxe* d'eutone, que de l'*équinoxe* d'autone à l'*équinoxe* du printemps, parce que le ſoleil emploie plus de temps à parcourir les ſignes ſeptentrionaux, qu'il n'en met à parcourir les méridionaux.

Suivant les tables de le Caille & de Mayer, le ſoleil emploie 186 jours 11 heures 49 minutes à parcourir les ſignes ſeptentrionaux, & 178 jours 18 heures 5 minutes à parcourir les méridionaux: la différenee eſt de 7 jours 17 heures 44 minutes.

Le ſoleil evançant toujours dans l'écliptique, & gâgnant un degré tous les jours, ne s'arrête pas dans les points des *équinoxes*, mais au moment qu'il y erive, il les quite. Ainſi, quoiqu'on eppele *jour de l'équinoxe* celui où le ſoleil entre dans le point équinoxial, parce qu'il eſt réputé égal à le nuit, cependant eela n'eſt pas de la derniere préciſion: car, ſi le ſoleil en ſe levant, entre dans l'*équinoxe* du printemps, en ſe couchant il l'aura paſſé, & s'en ſera éloigné du côté du ſeptentrion d'environ 12 minutes; par conſéquent ce jour-là aura un peu plus de 12 heures, & le nuit à proportion en eura moins. Il n'y a que les habitans de l'équateur qui ont un *équinoxe* perpétuel; car, ſous l'équateur, les jours ſont pendant route l'année égaux aux nuits, ebſtraction faite des refractions, & des crépuſcules.

Le temps des *équinoxes*, c'eſt-à dire, le moment auquel le ſoleil paſſe par l'équeteur, ſe peut trouver de le maniere ſuivante, par obſervation, lorſqu'on connoît la letitude du lieu où l'on obſerve.

Le jour de l'*équinoxe* on celui qui le précede, prenez la hauteur du ſoleil à midi; ſi elle eſt égale à la hauteur de l'équateur, ou au complément de la latitude du lieu, le ſoleil eſt dans l'équateur en momenr même de midi; ſi elle n'eſt pas égale, la différence marque la déelinaiſon du ſoleil. Le jour ſuivant, obſervez, comme le veille, la hauteur du ſoleil à midi, pour en conelure ſa déclineiſon. Si les déclinaiſons ſont de différentes dénominations, c'eſt-à-dire, que l'une ſoit au nord & l'autre en ſud, l'*équinoxe* eſt arivé dans l'intervelle des deux obſervetions. Au moyen de ces deux obſervations, il eſt aiſé de fixer le temps de l'*équinoxe* par une ſimple proportion. Nous avons expliqué une méthode encore plus exacte, au *mot* ASCENSION DROITE.

On trouve par les obſervetions, que les points des *équinoxes* & tous les entres points de l'écliptique, ſe mouvent continuélement d'orient en occident contre l'ordre des ſignes. Ce mouvement rétrograde des points équinoxiaux, eſt eppelé PRÉCESSION *des équinoxes*.

Pluſieurs enteurs ont dit qu'il y evoit eu autrefois, ſur le terre, un *équinoxe* univerſel, c'eſt-à-dire, que l'équateur & l'écliptique étoient d'accord. Depuis qu'on e reconu qu'ils ſe raprochoient inſenſiblement, on en e conclu que cet *équinoxe* général & continuel reviendroit encore. Mais le diminution ectuele de l'obliquité de l'écliptique étant cauſée par les ettractions de jupiter & de vénus ſur le terre, on ſait que cette diminution ne peut eller qu'à quelques degrés, & qu'il en réſultera enſuite une eugmentation; einſi, il n'y a rien dans l'aſtronomie qui indique, ni pour les ſiecles paſſés, ni pour les ſiecles à venir, un *équinoxe* univerſel. (*D. L.*)

ÉQUINOXIAL, ſubſt. m. *en Aſtronomie*, eſt la même choſe que l'équateur. Il y e cependant des anteurs qui entendent par l'*équinoxial*, le grand cercle immobile de le ſphere, ſour lequel l'équeteur de la terre ſe meut dans ſon mouvement journalier. Selon eux, l'équateur eſt mobile, la *ligne équinoxiale* ne l'eſt pas: l'équateur eſt ſuppoſé tracé ſur le ſurface convexe de le ſphere; la *ligne équinoxiale* eſt imaginée dans le ſurface conceve de le ſphere céleſte.

On conçoit le *ligne équinoxiale*, en ſuppoſant un rayon de le ſphere prolongé par-delà l'équateur, & qui, par la roiation de la ſphere ſur ſon axe, décrit un cercle ſur le ſurface immobile & concave du grand orbe.

Équinoxial ſe preud auſſi edjectivement; *ligne équinoxiale* s'emploie quelquefois pour déſigner l'*équinoxial* ſur la terre.

Points équinoxiaux, ſont les deux points dans lesquels l'equateur & l'écliptique ſe coupent l'un l'autre.

Cedran équinoxial, eſt celui dont le plan eſt pareliele à l'équateur. *Voyez* CADRAN.

Orient *équinoxial*, eſt le point où l'horizon d'un lieu eſt coupé par l'équateur vers l'orient ; il en eſt de même de l'occident *équinoxial* ; ce ſont les vrais points d'orient & d'occident. Ces points ſont le levant & le couchant au temps des équinoxes.

France équinoxiale, eſt le nom que quelques auteurs ont donné aux pays qui appartiennent à la France, & qui ſe trouvent ſous l'*équinoxial*, ou fort près de ce grand cercle. L'île de Cayenne, qui appartient aux François, & qui eſt à 4 degrés de l'équateur, fait la plus grande partie de la France *équinoxiale*. M. Barrere, médecin de Perpignan, & correſpondant de l'Académie des Sciences de Paris, a donné un *eſſai ſur l'hiſtoire naturele de la France équinoxial*.

Il y a des auteurs qui écrivent *équinoctial* ; on doit écrire *équinoxial*, ſi on le dérive d'équinoxe, & même de *æquus* & *nox* ; mais il doit s'écrire *équinoctial*, ſi on le dérive de *æquus*, & d'un des cas du mot *nox*, comme *noctis*, *noctes* ; nous avons préféré la premiere orthographie comme plus conforme à l'étymologie. (*O*).

ÉQUIPAGE, (*Aſtron.*), ſe dit de l'aſſemblage des oculaires que l'on applique à une lunete ou à un téleſcope. L'*équipage* le plus fort eſt celui qui groſſit davantage. (*D. L.*)

ÉQUIPAGE, (*Hydraul.*). On dit l'*équipage d'une pompe*, ce qui renferme ſeulement les corps, les piſtons, les fourches, les tringles & les moiſes qui les atachent à des châſſis qui ſont à couliſſes, & qui ſe peuvent gliſſer dans les rainures des dormans ou bâtis de charpente ſcellés dans les puits & citernes où on conſtruit des pompes. (*K*).

ERE, ſ. f. *en Aſtronomie*, eſt la même choſe qu'*époque*, en Chronologie.

Le mot *ere*, ſelon quelques-uns, vient du mot arabe *arach* ou *erach*, qui ſignifie qu'*on a fixé le temps*. D'autres croient qu'*era* vient des lettres initiales de l'époque des Eſpagnols: *Ab Exordio Regni Auguſti*. (*O*).

ÉRICHTON, (*Aſtron.*) ; nom que l'on donne quelquefois à la conſtellation du cocher. Cet *Érichton* étoit, non le fils de Dardanus, mais un roi d'Arhènes, qui fut déifié comme l'inventeur de pluſieurs arts utiles & ſur-tout de celui des chars: c'eſt celui dont parle Virgile dans les vers ſuivans:

Primus Erichthonius currus, & quattuor auſus
Jungere equos, rapidiſque rotis inſiſtere victor.
Georg. III, 113.

(*D. L.*)

ÉRIDAN, (*Aſtron.*). Conſtellation méridionale, compoſée de 69 étoiles dans le Catalogue Britannique. En latin *Eridanus*, *Padus* (le Pô), *Nilus*, *Melo*, Gyon, *Mulda*, *Oceanus*. *Phaéton*, fils du ſoleil, ſi célebre dans l'antiquité, s'appeloit d'abord *Éridan* ; il donna ſon nom à un grand fleuve d'Italie, où il avoit été, dit-on, noyé après ſa chute ; & comme les Égyptiens rendoient au fleuve du Nil une eſpece de culte, on a auſſi prétendu que c'étoit ce fleuve bienfaiſant dont ils avoient voulu conſacrer l'image parmi les aſtres. On donnoit à ce fleuve le nom de *Melo*, ou noir, ce qui répond au mot hébreu *ſchicor*, qui a la même ſignification.

Nigra fœcundat arena. Virg. Georg. IV, 291.

Le coucher de cette conſtellation & de celle du cocher, qui ſe fait le matin, quand le ſoleil parcourt le ſcorpion, ſert à M. Dupuis à expliquer la chute de phaéton, allégorie de l'embraſement du monde ou de l'été, qui finit par un déluge, c'eſt-à-dire, par les pluies de l'autone. (*Aſtronom. tom. IV, p. 529.*)

Il y a dans l'*éridan* une étoile de la premiere grandeur, appelée *achenar* ou *acharnar* ; elle avoit en 1750, 22° 5′ 44″ d'aſcenſion droite, & 58° 30′ 50″ de déclinaiſon auſtrale. (*D. L.*)

ÉRIGONE, (*Aſtron.*) ; nom que l'on donne à la conſtellation de la vierge. *Voyez* VIERGE.

ERREUR, en *Aſtronomie*, c'eſt la différence entre le calcul & l'obſervation ; ainſi, l'*erreur* des tables de la lune eſt la quantité dont les tables donnent la longitude calculée, différente de la longitude obſervée : on marque ordinairement du ſigne + l'*erreur* qu'il faut ajouter aux tables pour les acorder avec l'obſervation. Halley avoit calculé les *erreurs* de ſes tables pendant dix-huit ans, pour ſervir à prédire les lieux de la lune dans les uſages de la navigation, & l'on a publié celles des tables de Mayer dans la Connoiſſance des temps de 1779.

On appele l'*erreur* d'un quart de cercle, la quantité qu'il faut ajouter aux hauteurs qu'il indique ; *erreur* d'une lunete méridiene, la quantité dont elle s'éloigne en différens points du véritable méridien. Cotes, célebre géometre d'Angleterre, a donné, en 1722, à la ſuite d'un ouvrage intitulé, *Harmonia menſurarum*, un mémoire intéreſſant ſur les raports que les *erreurs* ont les unes avec les autres, & ſur les manieres de les déterminer par les regles du calcul différentiel. J'ai traité cette matiere encore plus au long dans le XXIIIe livre de mon *Aſtronomie*. (*D. L.*)

ESCALIER, (*Hydr.*). On pratique dans la conſtruction des caſcades des *eſcaliers* de pierre, dont la plupart ſont en fer-à-cheval, avec un baſſin qui en occupe le milieu ; quelquefois ces *eſcaliers* ſont de gazon. (*K*).

ESCOMPTE, ſ. m. (*Arithmétique*). C'eſt, en général la remiſe que fait le créancier, ou la perte à laquelle il ſe ſoumet en faveur du paiement anticipé qu'on lui fait d'une ſomme avant l'échéance du terme.

1. Plus particuliérement *eſcompter* ſur une ſomme, c'eſt en ſéparer les intérêts qu'on y ſuppoſe noyés & confondus avec leur capital.

2. Il y a deux manieres d'énoncer l'*eſcompte* ; on dit qu'il ſe fait à *tant pour* $\frac{0}{0}$ par an (ou tel

autre terme), ou qu'il ſe fait à *tel denier*. Nous nous en tiendrons à la premiere expreſſion qui s'entend mieux, & qui eſt la plus uſitée. Quant au moyen de rimener l'une à l'autre (*Voyez* INTÉRÊT), nous aurons ſouvent occaſion de renvoyer à cet article, à cauſe de l'intime liaiſon qu'il y a entre les deux calculs; & ſur-tout parce que l'*article* INTÉRÊT (dont l'autre ſe déduit) devant naturélement précéder, ſi l'ordre alphabétique de cet ouvrige ne s'y oppoſoit, la matiere s'y trouve traitée plus à fond; on y aura donc recours, même ſans en être averti, s'il ſe trouve quelque point qui ne paroiſſe pas ici ſuffiſamment expliqué.

3. Quand on dit que l'*eſcompte* ſe fait à tant pour $\frac{0}{0}$ par an, par mois, par &c. *un an*, *un mois*, &c. eſt ce que nous nommerons *terme d'eſcompte*.

4. Dans toutes les queſtions de ce genre il entre néceſſairement cinq élémens.

La ſomme due qui ſera déſignée par . . . . . a

Le nombre (arbitraire, mais communément 100) ſur lequel on ſuppoſe en général que ſe fait l'*eſcompte* . . . . . d

Ce qu'on *eſcompte* ſur ce nombre i

Le temps que le paiement eſt anticipé. . . . t

Ce qui reſte après l'*eſcompte* fait . . . . . r

5. Comme c'eſt à exprimer r qu'on ſe trouve ordinairement le plus embaraſſé, ce point demande quelque éclairciſſement: r eſt proprement l'expoſant du raport du *terme d'eſcompte* au temps que le paiement a été anticipé, c'eſt-à-dire, celui-ci diviſé par celui-là. L'anticipation ſubſiſte, lorſque le diviſeur n'eſt pas ſous-multiple du dividende; elle diſparoît dans l'autre cas, qui eſt le plus ordinaire. C'eſt ce que les exemples feront mieux entendre.

6. Pour avoir r, faites $d+it : d :: a : \frac{ad}{d+it} = a \times \frac{d}{d+it}$.

Ainſi . . . . . $r = a \times \frac{d}{d+it}$.

D'où l'on tire . . . $\begin{cases} a = r \times \frac{d+it}{d}. \\ i = d \times \frac{a-r}{rt}. \\ t = d \times \frac{a-r}{ir}. \end{cases}$

7. *Premier exemple*. Un homme doit 1344 liv. payables dans quatre ans; ſon créancier offre de lui *eſcompter*, à raiſon de 3 pour $\frac{0}{0}$ par an, s'il paye actuélement; acceptant l'offre, que doit-il payer?

Faiſant $\begin{cases} a = 1344 \text{ liv.} \\ d = 100 \\ i = 3 \\ t = \frac{4}{1} = 4 \end{cases}$, & ſubſtituant

$r = 1344 \times \frac{100}{112} = 1344 \times \frac{25}{28} = \frac{33600}{28} = 1200.$

Le même exemple retourné. Un homme qui devoit 1344 liv. exigibles *dans un certain temps*, s'aquite en payant actuélement 1200 liv., l'*eſcompte* étant à 3 pour $\frac{0}{0}$ par an; de combien d'années a-t-il anticipé le paiement?

Subſtituant dans la quatrieme formule, on trouve $t = 100 \times \frac{144}{2400} = \frac{144}{36} = 4$.

8. *Second exemple*. Un homme doit 2000 liv.; payables dans deux ans; on offre de lui *eſcompter* à raiſon de 5 pour $\frac{0}{0}$ par an, du jour qu'il pourra anticipet le priement; il paye au bout de ſept mois: qu'elle ſomme doit-il compter?

Le paiement eſt anticipé de deux ans — ſept mois, ou réduiſant les années en mois de 24 — 7 = 17. Prenant donc 17 pour numérateur de la fraction qui (n°. 5) repréſente t, & lui donnant pour dénominateur le terme d'*eſcompte* un an auſſi réduit en mois, on a $t = \frac{17}{12}$.

Faiſant donc $\begin{cases} a = 2000 \text{ liv.} \\ d = 100 \\ i = 5 \\ t = \frac{17}{12} \end{cases}$ & ſubſtituant

$$r = 2000 \times \frac{100}{100 + \frac{85}{12}} = \frac{2400000}{1285} = \frac{480000}{257} =$$

1867 livres $\frac{181}{257}$.

Le même exemple retourné. Un homme qui devoit 2000 liv. payables dans deux ans, s'eſt aquité en payant au bout de ſept mois 1867 liv. $\frac{181}{257}$ ou $\frac{480000}{257}$ liv. à combien pour $\frac{0}{0}$ par an s'eſt fait l'*eſcompte*?

Subſtituant dans la troiſieme formule, on trouve (ſous une expreſſion que les fractions rendent néceſſairement un peu compliquée)

$$i = 100 \times \frac{2000 - \frac{480000}{257}}{\frac{480000}{257} \times \frac{17}{12}} = 100 \times \frac{\frac{34000}{257}}{\frac{8160000}{3084}}$$

$$= \frac{1048576}{209715} = 5.$$

9. La regle de change n'eſt ſouvent qu'une regle d'*eſcompte*; & cela arive lorſque le change ſe preud *en dedans* de la ſomme principale. Un homme, par exemple, comptant à un banquier, ſous cette condition, une ſomme de 3000 livres, de combien (le change ſuppoſé à 3 pour $\frac{0}{0}$) ſera la lettre qu'il en recevra? . . . appliquant la formule (& négligeant t qui n'eſt ici de nulle conſidération), on trouve qu'elle ſera de $3000 \times \frac{100}{103} = \frac{300000}{103} = 2912$ liv. $\frac{44}{103}$, le banquier retenant pour ſon droit 87 liv. $\frac{59}{103}$.

Le même homme, s'il eût voulu que la lettre fut de 3000 liv. *en plein*, eût dû compter 3090 liv. le change montant alors à 90 liv.

Mais, demandera-t-on, pourquoi cette différence? pourquoi l'intérêt étant le même, ajoute-t-on dans un cas 90 liv. & que dans l'autre on

Digitized by Google

n'ôte que 87 liv. $\frac{12}{103}$? la réponſe eſt bien ſimple, c'eſt que dans les deux cas on opere ſur deux ſommes différentes. Là, ce ſont les intérêts de la ſomme même de 3000 liv. qu'on lui ajoute; ici, les intérêts qu'on ôte ne ſont pas ceux de 3000 liv. mais d'une ſomme moindre qui y eſt renfermée & confondue avec eux. Cette ſomme même eſt 2912 liv. $\frac{97}{103}$, dont les intérêts à 3 pour $\frac{0}{0}$ produiſent en effet 87 liv. $\frac{12}{103}$; en ſorte que le ſomme & ſes intérêts ſont enſemble 3000 liv.

Tout ceci, comme on voit, n'eſt que la regle de *trois*, dirigée par le jugement, & maniée avec un peu de dextérité.

On ne connoît dans le commerce, qu'une eſpece d'*eſcompte*; c'eſt celle qu'on vient de voir, & qui correſpond à l'intérêt *ſimple*: néanmoins comme *eſcompter* n'eſt proprement, ainſi qu'on l'a déja obſervé, que ſéparer d'un capital un intérêt qui y eſt, ou du moins qu'on y ſuppoſe confondu, & que l'intérêt eſt de deux ſortes, il ſemble qu'il doit y avoir auſſi deux eſpeces d'*eſcompte*, relatives chacune à l'eſpece d'intérêt qu'il eſt queſtion de démêler d'avec le capital. En adoptant, ſi l'on veut, cette idée, nous avertiſſons que le ſupplément qu'elle ſemble exiger (& qui n'eſt guere que de pure curioſité) ſe trouve à l'*article* INTÉRÊT REDOUBLÉ, la ſeconde des formules qu'on y voit n'ayant pour objet que de retrouver une ſomme primitive confondue avec les intérêts & les intérêts d'intérêts. Nous y renvoyons donc pour éviter les redites. *Cet article eſt de M.* RAILLER DES OURMES, *Conſeiller d'honneur au préſidial de Rennes.*

* En général, ſoit $\frac{1}{m}$ l'intérêt d'une ſomme S dû au bout d'un an, il eſt évident qu'on devra au bout de l'année $S\left(1+\frac{1}{m}\right)$; ſoit maintenant t le report d'un temps quelconque à une année, il eſt évident que, dans le cas de l'intérêt ſimple (*V.* INTÉRÊT), on devra, au bout du temps t, le ſomme $S\left(1+\frac{t}{m}\right)$, & que, dans le cas de l'intérêt compoſé, on devra le ſomme $S\left(1+\frac{1}{m}\right)^t$. Or, ſi $t=1$, ces deux quantités ſont égales; ſi $t>1$, la ſeconde eſt plus grande que la premiere, comme il eſt aiſé de le voir; ſi $t<1$, la premiere eſt plus grande que la ſeconde. Soit à préſent S ce qu'on doit, en *eſcomptant* pour le temps t la ſomme q, on aura $S\left(1+\frac{t}{m}\right)=q$ dans le premier cas, & $S\left(1+\frac{t}{m}\right)^t=q$ dans le ſecond. Donc, 1°. ſi $t=1$, l'*eſcompte* eſt le même dans le cas des deux intérêts. 2°. Si $t>1$, la remiſe eſt plus grande dans le ſecond cas que dans le premier; c'eſt le contraire, ſi $t<1$. Ainſi, quand on *eſcompte* pour moins d'un an, il eſt avantageux à celui pour qui on *eſcompte* de ſuppoſer qu'il prête à *intérêt compoſé*; c'eſt le contraire, ſi on *eſcompte* pour plus d'un an. C'eſt qu'en général l'intérêt compoſé eſt favorable au créancier pour les termes au delà de l'année, & au débiteur pour les termes en deçà. *Voyez* INTÉRÊT.

On voit auſſi que, pour trouver l'*eſcompte* de 100 liv. payables au bout d'un an, au denier 20, il faut prendre $\frac{100}{1+\frac{1}{20}}=\frac{100.20}{21}=95$ l. 4 ſ. 9 d. & non pas 95 liv. comme l'on paye ordinairement. En effet, il faute eux ieux que 95 liv. au bout d'un an, doiveut produire ſeulemeut 99 liv. 15 ſ. au denier 20, & non pas 100 liv. M. Deparcieux a déja fait cette remarque, *pag.* 10 *&* 11 *de ſon Eſſai ſur les Probabilités de la durée de la vie humaine*. La raiſon arithmétique de cette fauſſe opération, c'eſt que les banquiers prenent $\frac{100}{1+\frac{1}{20}}$ pour la même choſe que $100\left(1-\frac{1}{20}\right)$: or $\frac{1}{1+\frac{1}{20}}$ eſt un peu plus grand que $1-\frac{1}{20}$, puiſque 1 eſt un peu plus grand que $1-\frac{1}{400}$. (*O*).

ESCOPERCHE, (*Méch.*) c'eſt une machine dont on ſe ſert pour élever des ſerdeaux, au moyen d'une piece de bois, ajoutée ſur un grueu, au bout de laquelle il y a une poulie.

C'eſt encore comme un ſecond fauconeeu élevé ſur un gruau ou ſur un engin, ou c'eſt one piece de bois ajoutée ſur un gruau, au bout de lequelle il y a une poulie. Ce mot ſe dit auſſi de toutes les pieces de bois qui ſont debout, & qui ont une poulie à l'eſtrémité, per le moyen de lequelle on éleve du bois & des pierres. On appele auſſi *eſcoperche* une ſolive ou autre piece de bois, qui a une poulie, & dont on eſt quelquefois obligé de ſe ſervir en des endroits où il eſt impoſſible de piecer un engin, ou une grue, quoique cette piece ne ſoit pas toujours dreſſée debout, mais ſouveur planchée comme ſur une avance de corniche ou dans une locarne. (+)

ESCULAPE; nom de le conſtellation d'Ophineus ou du Serpentaire.

ESPACE, *en Géométrie*, ſignifie l'eire d'une figure renfermée ou bornée par les lignes droites ou eourbes qui terminent cette figure.

L'*eſpace* parabolique eſt celui qui eſt renfermé par la parabole: de même l'*eſpace* elliptique, l'*eſpace* conchoïdel, l'*eſpace* ciſſoïdal ſont ceux qui ſont renfermés par l'ellipſe, par la conchoïde, par le ciſſoïde, &c. *Voyez ces mots*: *voyez auſſi* QUADRATURE.

ESPACE, *en Méchanique*, eſt la ligne droite ou courbe que l'on conçoit qu'un point mobile décrit dans ſon mouvemrut. (*O*).

ESPECE, *en Arithmétique* ; il y a dans cette ſcience des grandeurs de même *eſpece*, & des grandeurs de différente eſpece.

Les grandeurs de même *eſpece* ſont définies par quelques uns, celles qui ont une même dénomination : ainſi, 2 piads & 8 pieds ſont des grandeurs de même *eſpece*.

Les grandeurs de différente *eſpece*, ſelon les mêmes auteurs, ont des dénominations différentes ; par exemple, 3 pieds & 3 pouces ſont des grandeurs de différente eſpece. (*E*).

* On définira plus exactement les grandeurs de différente *eſpece*, en diſant que ce ſont celles qui ſont de nature différente ; par exemple, l'étendue & le temps, 12 heures & 12 toiſes ſont des grandeurs de différente *eſpece* ; au contraire, 12 heures & 12 minutes d'heure ſont de la même *eſpece*.

On ne ſauroit multiplier l'une par l'autre des quantités de différente *eſpece*, dans quelques ſens qu'on prene cette expreſſion ; on ne peut multiplier des pieds par des pouces, ni des toiſes par des heures. *Voyez-en* la raiſon *au mot* MULTIPLICATION. On peut diviſer l'une par l'autre des quantités de différente *eſpece*, priſes dans le premier ſens ; par exemple, 12 heures par 3 minutes (*Voyez* DIVISION) ; mais on ne peut diviſer l'une par l'autre des quantités de différente *eſpece*, priſes dans le ſecond ſens : par exemple, des toiſes par des heures. *Voyez* ABSTRAIT, CONCRET, *&c.*

On dit qu'un triangle eſt donné d'*eſpece* quand chacun de ſes angles eſt donné : dans ce cas, le raport des côtés eſt donné auſſi ; car tous les triangles équiangles ſont ſemblables. (*Voyez* TRIANGLE & SEMBLABLE). Pour qu'une autre figure rectiligne quelconque ſoit donnée d'*eſpece*, il faut non ſeulement que chaque angle ſoit donné, mais auſſi le raport des côtés.

On dit qu'une courbe eſt donnée d'*eſpece*, 1°. dans un ſens plus étendu, lorſque la nature de la courbe eſt connue, lorſqu'on ſait, par exemple, ſi c'eſt un cercle, une parabole, *&c.* 2°. dans un ſens plus déterminé, lorſque la nature de la courbe eſt connue, & que cette courbe ayant pluſieurs parametres, on connoît le raport de ces parametres. Ainſi, une ellipſe eſt donnée d'*eſpece*, lorſqu'on connoît le raport de ſes axes ; il en eſt de même d'une hyperbole. Pour bien entendre ceci, il faut ſe rapeler que la conſtruction d'une courbe ſuppoſe toujours la connoiſſance de quelques lignes droites conſtantes qui entrent dans l'équation de cette courbe, & qu'on nomme *parametres de la courbe* (*Voyez* PARAMETRE). Les courbes qui n'ont qu'un parametre, comme les cercles, les paraboles, ſont toutes ſemblables ; & ſi le parametre eſt donné, la courbe eſt donnée d'*eſpece* & de grandeur : les courbes qui ont pluſieurs parametres, ſont ſemblables quand leurs parametres ont entr'eux un même raport. Ainſi, deux ellipſes, dont les axes ſont entr'eux comme *m* eſt à *n*, ſont ſemblables, & l'ellipſe eſt donné d'*eſpece* quand on connoît le raport de ſes axes. *Voyez* SEMBLABLE & PARAMETRE. (*O*).

ESSIEU, ſ. m. (*Méchan.*) appelé auſſi chez les anciens *cachete*, eſt la même choſe qu'*axe*.

On ne ſe ſert plus de ce terme qu'en parlant des roues, pour déſigner la ligne autour de laquelle elles tournent ou ſont cenſées tourner. *Voy.* ROUE.

Eſſieu dans le tour, c'eſt la même choſe qu'*axe dans le tambour*. *Voyez ce mot*. *Voyez auſſi* TOUR.

Les anciens Géometres François, par exemple Deſcartes dans ſa Géométrie, donnent le nom d'*eſſieu* à l'*axe des courbes*. *Voyez* AXE & COURBE. (*O*).

ÉTABLISSEMENT du Port ; c'eſt l'heure où arive la pleine mer dans un Port le jour de la nouvele lune. *Voyez* FLUX.

ÉTALON ; meſure primitive qui ſert à régler toutes les autres ; on donne ſur-tout ce nom à la toiſe du grand Châtelet & de l'académie des Sciences. *Voyez* TOISE.

ÉTAMER, (*Hydraul.*). Pour rendre les tables de plomb plus ſolides, quand on les emploie à des cuvetes, de terraſſes & des réſervoirs, on les fait *étamer* en y jetant deſſus de l'étain chaud pour boucher les ſouflures. (*K*).

ÉTANIN ; nom arabe de l'étoile γ à la tête du dragon, qui eſt de ſeconde grandeur.

ÉTÉ, (*Géog. & Phyſiq.*) eſt une des ſaiſons de l'année qui commence dans les pays ſeptentrionaux, le jour que le ſoleil entre dans le ſigne du Cancer, ou le 21 Juin, & qui finit quand il ſort de la Vierge le 22 Septembre. *Voyez* SAISON & SIGNE.

Pour parler plus exactement & plus généralement, l'*été* commence lorſque la diſtance méridiene du ſoleil au zénith eſt la plus petite, & finit lorſque ſa diſtance eſt préciſement entre la plus grande & la plus petite.

La fin de l'*été* répond au commencement de l'autone. *Voyez* AUTONE.

Depuis le commencement de l'*été* juſqu'à celui de l'autone, les jours ſont plus longs que les nuits ; mais ils vont toujours en décroiſſant, & ſe trouvent enfin égaux aux nuits au commencement de l'autone.

Le premier jour de l'*été* étant celui où le ſoleil darde ſes rayons le plus à plomb, ce devroit être naturélement le jour de la plus grande chaleur ; cependant c'eſt ordinairement entre le 31 Juillet & le 7 Août, que nous reſſentons le plus grand chaud, & cette chaleur répond à 27 degrés du thermometre François, par un milieu entre les degrés de chaleur du jour & de la nuit ; c'eſt ce qu'on voit par le calendrier météorologique imprimé dans le traité de M. Cotte, dans la connoiſſance des temps de 1775, & dans le journal de Phyſique de M. l'abbé Rozier, Juin 1775. Cela vient de la longueur des jours & de la brièveté des nuits de l'*été*, qui fait que la chaleur que le ſoleil a donnée à la terre pendant le jour, ſubſiſte

Digitized by Google

encore en partie au commencement du jour ſuivant, & s'ajoute ainſi à celle que le ſoleil donne de nouveau. La chaleur ainſi conſervée de pluſieurs jours conſécutifs, forme vers le milieu de l'*été* la plus grande chaleur poſſible.

On appele levant & couchant d'*été* le point de l'horizon où le ſoleil ſe leve ou ſe couche au ſolſtice d'*été*. Ces points ſont plus au nord que les points eſt & oueſt de l'horizon, qui ſont le levant & le couchant des équinoxes.

Solſtice d'été. *Voyez* SOLSTICE.

ÉTOILE, ſ. f. *ſtella*, (*Aſtronomie*). On donnoit autrefois ce nom à tous les corps céleſtes, & l'on diſtinguoit les *étoiles* fixes & les *étoiles* errantes ou *planetes*; mais aujourd'hui l'on ne donne plus le nom d'*étoile* qu'aux aſtres qui ſont fixes & qui ont une lumiere propre & inhéreute, ainſi que le ſoleil.

On diviſe les *étoiles* en pluſieurs grandeurs, ſuivant leur degré de lumiere ou leur éclat; on compte 20 à 24 *étoiles* de la premiere grandeur, qui ſont Sirius, la Lyre, la Chevre, Arcturus, Aldebaran, l'épaule d'Orion, Rigel, Regulus, l'épi de la Vierge, Procyon, Antarès, Fomalhaut, l'Aigle, Acharnar, Canopus, le pied de la Croix, la Jambe & le pied du Centaure; les cinq dernieres ne ſont point viſibles en Europe. Il y en a qui ajouteut la queue du Cygne, la premiere des Gémeaux, le cœur de l'Hydre, la queue du Lion, la ſeconde du Vaiſſeau & l'œil du Paon. Les anciens, qui comptoient 1022 *étoiles* dans la partie du ciel qu'on voyoit en Égypte, en comptoient 15 de la premiere grandeur, 45 de la ſeconde, 208 de la troiſieme, 474 de la quatrieme, 217 de la cinquieme, & 49 de la ſixieme; il y avoit encore 5 nébuleuſes & 9 *étoiles* plus obſcures que les autres; le total faiſoit 1022; ils ne pouſſoient pas leur diviſion plus loin: & s'ils ne comptoient que 49 *étoiles* de ſixieme grandeur, c'étoit à cauſe de la difficulté de les diſtinguer: aujourd'hui qu'on obſerve avec des lunetes, on diſtingue des *étoiles* de 7e., 8e., 9e., & 10e. grandeur, & des *étoiles* téleſcopiques ou viſibles ſeulement avec les fortes lunetes; celles-ci ſont en ſi grand nombre qu'on en voit le champ de la lunete parſemé, quand la nuit eſt bien obſcure, & l'œil bien repoſé, & cela dans preſque toutes les parties du ciel.

On diviſe auſſi les *étoiles* en cent *conſtellations*, & nous avons expliqué la maniere de les diſtinguer dans le ciel; on appele *informes* les *étoiles* qui ne ſont pas compriſes dans les bornes de quelque conſtellation. On a dreſſé des cartes & des figures propres à reconoître les étoiles. *Voyez* CARTES.

Les *étoiles* étant les points fixes dans le ciel, auxquels les aſtronomes raportent les mouvemens des planetes pour meſurer leurs révolutions & leurs inégalités, il faut en connoître exactement les poſitions; & pour cet effet, on obſerve leurs *aſcenſions droites*, *déclinaiſons*, *longitudes* & *latitudes*, en les raportant à l'*équateur* & à l'*écliptique*. Ces quantités varient par la *préceſſion* des équinoxes, quoique les *étoiles* ſoient fixes. Je raporterai les poſitions des *étoiles* de la premiere grandeur, pour 1750, d'après le catalogue de l'abbé de la Caille; on en trouvera quelques autres à l'article de chaque conſtellation.

Hipparque fut le premier qui dreſſa un catalogue d'*étoiles*, 125 ans avant J. C. Ceux de Flamſtéed & de la Caille ſont les plus étendus que nous ayons actuélement. *Voyez* CATALOGUE.

Bayer dans ſon uranométrie publiée en 1603, marqua les différentes *étoiles* par des lettres greques α, β, γ, δ, &c. Cet uſage s'eſt conſervé juſqu'à nous, comme on le verra dans le catalogue de la page ſuivante.

Mouvement des étoiles. Les *étoiles fixes* ont en général deux ſortes de mouvemens appareus: l'un qu'on appele *premier*, *commun*, ou *mouvement diurne*, ou *mouvement* du *premier mobile*; c'eſt par ce mouvement qu'elles paroiſſent emportées avec la ſphere ou firmament autour de la terre d'orient en occident dans l'eſpace de vingt quatre heures. Ce mouvement apparent vient du mouvement réel de la terre autour de ſon axe.

Le *ſecond mouvement des étoiles* eſt celui par lequel elles paroiſſent ſe mouvoir ſelon l'ordre des ſignes, en tournant autour des poles de l'écliptique, avec tant de lenteur, qu'elles ne décrivent pas plus d'un degré de leur cercle dans l'eſpace d'environ 72 ans; par ce mouvement les latitudes ne changent pas, mais les longitudes des *étoiles* augmentent chaque année de 50″ $\frac{1}{4}$. Ce mouvement eſt purement apparent. *Voyez* PRÉCESSION. Nous avons marqué dans le Catalogue ſuivant ſon effet en aſcenſion droite & en déclinaiſon.

Les lettres *S* & *M* ſignifient ſeptentrionale & méridionale; les lettres *B* & *A* ſignifient boréale & auſtrale, ce qui revient au même.

CATALOGUE

CATALOGUE

De XXV ÉTOILES *principales pour l'année* 1750.

Noms des étoiles & leurs grandeurs.	Ascensions droites des étoiles.				Variations pour dix ans.		Déclinaisons.			Variations pour dix ans.		Longitudes.				Latitudes.			
	Si.	D.	M.	S.	M.	S.	D.	M.	S.	M.	S.	Si.	D.	M.	S.	D.	M.	S.	
Étoile polaire . « 2.	0	10	40	56,0	25	8,3	87	58	2,4	S.	+ 3	17,0	2	25	4	12	66	4	21 B
Corne précédente du Bélier . . . . β 3.	0	25	13	2,1	8	12,1	19	34	34,1	S.	+ 3	1,3	1	0	28	40	8	28	44 B
Luisante de Persée . . . . . « 2.	1	16	39	25,4	10	29,1	48	56	52,0	S.	+ 2	17,6	1	28	35	59	30	5	51 B
Œil du Taureau ALDEBARAN . . . « 1.	2	5	24	2,5	8	33,9	15	59	3,8	S.	+ 1	23,4	2	6	17	45	5	29	0A
LA CHEVRE . . « 1.	2	14	33	53,1	10	59,8	45	42	41,2	S.	+ 0	53,3	2	18	21	51	22	51	43 B
Pied d'Orion RIGEL. ß 1.	2	15	38	10,0	7	12,6	8	30	35,5	M.	− 0	49,7	2	13	20	23	31	9	13A
La deuxieme du baudrier d'Orion. . . ε 2.	2	20	53	10,4	7	36 9	1	23	0,6	M.	− 0	31,7	2	19	58	31	24	32	18A
Épaule orientale d'Orion . . . . « 1.	2	25	24	41,4	8	7,4	7	20	15,0	S.	+ 0	16,0	2	25	15	50	16	3	32A
CANOPUS, sur le vaisseau . . . . « 1.	3	4	36	6,0	3	20,7	52	34	4,6	M.	+ 0	16,1	3	11	30	40	75	51	21A
Le grand chien SIRIUS. . . . « 1.	3	8	32	2,0	6	43,4	16	23	35,1	M.	+ 0	29,7	3	10	38	22	39	32	58A
Le petit chien PROCYON . . . « 1.	3	21	32	57,2	8	0,7	5	50	42,2	S.	− 1	13,6	3	22	20	14	15	58	9A
La tête australe des gémeaux . . . β 2.	3	22	29	38,2	9	22,7	18	36	22,7	S.	− 1	16,7	3	19	45	56	6	40	0 B
Cœur du Lion REGULUS . . . . « 1.	4	28	45	22,7	8	6,1	13	10	51,8	S.	− 2	51,4	4	26	21	12	0	27	33 B
Épi de la Vierge. « 1.	6	18	0	54,4	7	52,5	9	50	50,4	M.	+ 3	10,6	6	20	21	18	2	2	5A
Le Bouvier ARCTURUS . . . . « 1.	7	1	3	59,0	7	3,1	20	29	39,3	S.	− 3	13,0	6	20	44	46	30	54	31 B
Bassin austral de la Balance . . . « 2.	7	9	16	23,1	8	15,7	14	59	8,3	M.	+ 2	35,2	7	11	35	52	0	21	55 B
Bassin boréal de la Balance . . . β 2.	7	15	53	51,9	8	3,1	8	26	28,7	M.	+ 2	19,5	7	15	53	7	8	31	36 B
La Boréale au front du Scorpion . . β 2.	7	27	44	11,2	8	40.4	19	5	52,9	M.	+ 1	47,0	7	29	42	2	1	2	24 B
Cœur du Scorpion, ANTARÈS . . . « 1.	8	3	31	55,1	9	8.6	25	51	6,5	M.	+ 1	29,3	8	6	16	28	4	32	12A
LA LYRE. . . « 1.	9	7	7	4,2	5	3,1	38	34	1,4	S.	+ 0	24,8	9	11	48	37	61	44	50 B
La claire de l'Aigle . . . . . « 2.	9	24	38	46,9	7	15,4	8	13	45,1	S.	+ 1	23,8	9	28	15	2	29	18	46 B
La suivante à la tête du Capricorne. . « 3.	10	1	2	24,3	8	22,3	13	18	0,5	M.	− 1	43,3	10	0	21	59	6	57	19 B
Épaule précédente du verseau. . . β 3.	10	19	35	50,0	7	56,9	9	39	21,8	M.	− 2	32,6	10	19	54	39	0	37	58 B
La précédente à la queue du Capricorne . . . . γ 3.	10	21	32	58,0	8	21,7	17	46	40,1	M.	− 2	37,0	10	18	17	10	2	32	2A
FOMALHAUT, bouche du Poisson austral . . . . . « 1.	11	10	56	42,2	8	20,8	30	56	21,7	M.	− 3	9,5	11	0	20	33	21	6	13A

Digitized by Google

Elles paroiſſent décrire chaque année des ellipſes qui ont 40 ſecondes de diametre. Ce mouvement eſt apparent. *Voyez* Aberration.

Les *étoiles* changent de longitudes & de latitudes par le déplacement de l'écliptique. *Voyez* Obliquité de l'écliptique; ce mouvement eſt purement apparent.

Elles changent de longitudes ſans changer de latitudes, par l'effet de la *Nutation*.

Comme on détermine les poſitions des *étoiles* par raport à l'écliptique & à l'équateur, on appele, quoique improprement, mouvemens des *étoiles*, tous les changemens qui paroiſſent dans ces ſituations.

Ces mouvemens généraux & apparens affectent toutes les *étoiles*; mais il y a quelques *étoiles* qui ont de plus un mouvement propre, un dérangement phyſique dont on ignore la cauſe, & dont on tâche de déterminer la quantité par obſervation.

On peut dire cependant en général que les *étoiles* ſont immobiles, & qu'il n'y en a qu'un petit nombre auxquelles on ait aperçu de ſemblables dérangemens. Ce qui prouve aſſez l'immobilité des *étoiles*, ce ſont les alignemens obſervés autrefois, & qu'on trouve conſtament les mêmes. Ptol. *Alm. liv. VII, chap.* 1; Tycho. *Progym. tom. I, p.* 234. Riccioli raporte plus de vingt-cinq exemples d'*étoiles* qui, priſes trois à trois, paroiſſent exactement en ligne droite, *Aſtr. ref. pag.* 203; telles ſont la chevre avec le pied précédent du cocher & aldebaran, les deux têtes des gémeaux avec le cou de l'hydre; le baſſin auſtral de la balance, avec arcturus & la moyene de la queue de la grande ourſe; les deux *étoiles* boréales de la tête du belier, & la luiſante au genou de Perſée: celles qui avoient autrefois cette poſition rectiligne, la conſervent encore, du moins autant qu'on peut en juger à la vue; ainſi, les *étoiles* ſont à peu près fixes, & les dérangemens dont il s'agit ici, ne tombent que ſur un petit nombre.

Halley, en examinant les poſitions des *étoiles* qui ſont dans le ſeptieme livre de l'*Almageſte*, pour en déduire la préceſſion des équinoxes, aperçut que trois des principales *étoiles*, aldebaran, ſirius & arcturus, avoient changé de latitude en un ſens contraire au changement de toutes les autres, & contraire à ce qu'exige la diminution de l'obliquité de l'écliptique. *Phil. Tranſ.* 1718, *num.* 355. Suivant Halley, aldebaran devroit être actuellement 15′ plus au nord, & il eſt de 20′ plus au ſud que dans Ptolémée, par raport à l'écliptique; ſirius devroit être 20′ plus au nord, & il eſt 22′ plus au ſud; arcturus qui devroit avoir à peu près la même latitude, eſt 33′ plus au midi; l'épaule orientale d'Orion, eſt au contraire plus au nord d'un degré, que ſuivant le catalogue de Ptolémée. On ne peut pas ſoupçoner des erreurs de copiſtes dans ces poſitions, parce que les déclinaiſons raportées dans d'autres endroits du livre s'acordent avec les longitudes inſérées dans le catalogue: on ne peut pas attribuer cette différence à l'erreur des obſervations, parce qu'on voit celles d'Ariſtylle & de Tymocharès d'acord avec celles d'Hipparque & de Ptolémée.

Caſſini ayant comparé les obſervations faites par ſon pere, en 1672, & par Richer à Cayenne, trouve qu'alors la latitude d'arcturus étoit de 30° 57′ 26″; or en 1738, il l'obſerva de 30° 55′ 26; ainſi, dans un intervalle de 66 années, arcturus s'eſt raproché de l'écliptique de deux minutes, ce qui fait 3′ 2″ par ſiecle. Les obſervations de Flamſtéed & celles de la Caille comptées entr'elles, donnent 4′ 8″. M. le Monnier a trouvé ce mouvement de 4′ 5″ (*Mémoires* de 1769): ce mouvement eſt encore prouvé par les obſervations de M. Caſſini de Thury, (*Mém.* 1753), & M. d'Agelet a trouvé 34″ depuis le temps de la Caille, ce qui ſuppoſe deux minutes & demie de mouvement vers le midi en un ſiecle. Si l'on ſuppoſe 4′ de diminution, & qu'on en ôte 15″ dont elle devoit diminuer par la cauſe générale, il reſtera 3′ 45″ pour le déplacement réel d'arcturus. Il y a près d'arcturus une petite *étoile*, marquée *b* dans nos cartes céleſtes, & qui eſt très-propre à faire apercevoir le mouvement réel d'arcturus. Leur poſition reſpective a changé conſidérablement depuis le temps de Flamſtéed, & le changement eſt preſque tout entier en latitude; cependant M. le Monnier trouve une rétrogradation en longitude d'une minute par ſiecle.

Le P. Mayer a obſervé, en 1777, un grand nombre de petites *étoiles* qui ſont auprès des grôſſes, & qui ſeront propres à faire connoître ces mouvemens propres; il y avoit déja remarqué des différences; il en attribuoit une partie aux petites *étoiles*, qu'il regardoit comme des eſpeces de ſatellites. *De novis in cœlo phænomenis... mannheimii*, 1779, *in* 4°. Mais cette hypotheſe ne paroît pas prouvée.

Le changement de latitude n'eſt pas ſi ſenſible dans ſirius, du moins par les obſervations modernes; car Caſſini ayant calculé les obſervations de Tycho, a trouvé la latitude vers 1590, 39° 32′ 10″. Flamſtéed la trouva de 39° 32′ 8″ pour 1690. Par les obſervations de Richer, faites en 1672, Caſſini la trouve de 39° 31′ 55″, tandis que lui-même, vers 1738, l'a obſervée plus grande d'une minute, auſſi-bien que la Caille, qui trouve 39° 32′ 58″ ½ pour 1750. Ainſi, il n'y a guere qu'une minute d'augmentation depuis un ſiecle. *Voyez Mém. Acad. des Scienc.* 1758, *pag.* 353; mais cette latitude auroit dû diminuer de 32″, par le déplacement de l'écliptique dans le même intervalle de temps. Ainſi, il y a un changement propre d'environ 1′ ½ dans le vrai lieu de ſirius, qui s'eſt avancé vers le midi.

Il eſt difficile de déterminer les variations d'Aldebaran, qui juſqu'à préſent ont paru fort irrégulieres, comme je l'ai fait voir, *Mém.* de 1758, *pag.* 434; ſa latitude que nous trouvons de 5° 29′ 0″, eſt de 5° 29′ 50′ dans le catalogue de Flamſtéed,

M. Caſſini trouve, par les obſervations de Tycho, que cette latitude en 1589, étoit de 5° 30' 23", *Mém.* de 1738; elle paroît donc avoir diminué: mais cette diminution devant être de 32" par la théorie générale, le mouvement propre ne ſeroit que de 47" par les obſervations de Flamſtéed & de la Caille, & de 20" par celles de Tycho. Cependant l'abbé de la Caille m'a dit que dans le grand nombre de réductions qu'il a faites de ſes obſervations ſur aldebaran, il avoit trouvé ſouvent des irrégularités de 15 à 20", qu'il ne pouvoit attribuer qu'à des variations particulieres à cette *étoile*. Tycho-Brahé s'étonoit auſſi de la grande différence qui ſe trouve entre les latitudes d'aldebaran, déduites des obſervations de Tymocharès, d'Hipparque & de Ptolémée. *Voyez* ce que j'en ai dit dans les *Mémoires* de 1758, *pag.* 344: il paroît que ces variations d'Aldebaran ſont très-irrégulieres, mais qu'elles ſont petites actuellement.

Caſſini trouve auſſi des variations en latitude dans rigel, l'épaule orientale d'orion, regulus, la chevre & l'aigle; la différence de latitude entre la luiſante de l'aigle, & l'*étoile δ* de la même conſtellation eſt plus grande de 36' qu'au temps de Ptolémée, & de 2 ou 3' que ſuivant les obſervations de Tycho.

Caſſini ayant examiné auſſi, en 1738, le mouvement des *étoiles* en longitude, a reconu que depuis Flamſtéed, c'eſt-à-dire, dans l'eſpace de quarante-huit années, la luiſante de l'aigle s'étoit éloignée de 48" en aſcenſion droite de celle qui la précede, & s'étoit approchée de 73" de celle qui la ſuit. Par les obſervations de Tycho, on trouve ces différences de 4' 14", & de 2' pour 138 ans; d'où il ſuit que ces *étoiles*, ou du moins deux d'entr'elles, ont un mouvement réel & particulier en aſcenſion droite. *Mém. Acad.* 1738.

Mayer lut, en 1760, à l'académie de Gottingue, un mémoire ſur le mouvement propre des *étoiles*; il a été publié en 1774: on y voit une table de comparaiſon entre les aſcenſions droites & les déclinaiſons obſervées par Romer, en 1706, (*triduum Aſtronomicæ*), & celles que Mayer avoit obſervées, en 1756, ſur 80 étoiles, il y en a une quinzaine qui paroiſſent avoir eu quelque mouvement, & ce ne ſont pas toujours les plus brillantes, qu'on pouvoit ſuppoſer être plus près de la terre.

Nous pouvons attribuer la cauſe de ces variations dans les *étoiles* aux attractions des différens corps céleſtes, les uns ſur les autres, & au mouvement imprimé par quelque cauſe étrangere, & j'ai fait voir que le ſoleil avoit lui-même un ſemblable déplacement; mais il ſe paſſera des ſiecles avant qu'on connoiſſe la loi & la meſure de ces mouvemens. Les *étoiles* de la premiere grandeur, qui ſont probablement les plus proches de nous ſont celles où ces variations ſont plus ſenſibles; mais je ne doute pas qu'il n'y en ait de pareilles dans les autres *étoiles*: en attendant, il me ſemble que ce doit être une raiſon pour les aſtronomes d'employer, quand ils le peuvent, les *étoiles* de la troiſieme grandeur dans leurs recherches ſur le mouvement des planetes, au lieu des *étoiles* les plus brillantes, dont on s'eſt ſervi juſqu'ici.

La diſtance des *étoiles* fixes ne pouvoit ſe déterminer que par la *parallaxe annuele*; nous donnerons plus loin l'hiſtoire des tentatives faites à cet égard. Mais elles ont été infructueuſes; on n'a pas pu s'aſſurer d'une ſeule ſeconde de parallaxe: ainſi, la diſtance des *étoiles* eſt au moins 200 mille fois plus grande que l'orbe annuel de la terre, c'eſt-à-dire, plus de ſept millions de millions de lieues.

La grandeur des *étoiles* eſt auſſi peu connue que leur diſtance. Leur diametre apparent eſt ſi petit, qu'on ne peut le meſurer. Avant la découverte des lunetes d'approche, Kepler eſtimoit le diametre de ſirius de 4 minutes; mais dans la ſuite, il reconnt lui-même que c'étoit une illuſion. Riccioli l'eſtimoit de 18", Caſſini cinq ſecondes; mais on eſt aſſuré maintenant que l'angle ſous lequel paroiſſent les *étoiles fixes* de la premiere grandeur, n'eſt pas même d'une ſeconde; car lorſque la lune rencontre l'œil du taureau, le cœur du lion, l'épi de la Vierge, le cœur du ſcorpion, l'occultation eſt tellement inſtantanée, & l'*étoile* ſi brillante à l'inſtant où elle diſparoît, qu'un obſervateur attentif ne ſauroit ſe tromper, ni demeurer dans l'incertitude pendant une demi-ſeconde de temps. Or, ſi ces *étoiles* avoient, par exemple, un diametre de cinq ſecondes, on les verroit s'éclipſer peu à peu, & diminuer ſenſiblement de grandeur pendant près de 10 ſecondes de temps, mais il y a autour des *étoiles*, pendant la nuit, une eſpece de fauſſe lumiere, un rayonement ou ſcintillation qui nous trompe, & qui fait que nous les jugeons à la vue ſimple cent fois plus grandes qu'elles ne ſont. On fait diſparoître la plus grande partie de cette fauſſe lumiere, en regardant les *étoiles* par un trou fait à une carte avec la pointe d'une aiguille, & bien mieux encore en y employant d'excellentes lunetes d'approche; elles abſorbent la plus grande quantité de cette lumiere, & on n'y aperçoit les *étoiles* fixes que comme des points lumineux très-petits. On ſait pourtant que les lunetes d'approche grôſſiſſent les objets: or il ſemble que le contraire paroît à l'égard des *étoiles fixes*; ce qui prouve combien le diametre apparent de ces *étoiles* eſt peu ſenſible à notre égard. On ne ſait comment Caſſini s'y eſt laiſſé tromper, juſqu'à donner à ſirius un diametre de 5 ſecondes; car, ſi on ſuppoſe qu'à la vue ſimple les deux lignes tirées des extrémités du diametre de ſirius forment dans notre œil un angle de 5 ſecondes, une lunete qui augmente 100 fois les objets, nous feroit par conſéquent apercevoir cette *étoile* ſous un angle de 500 ſecondes, d'où il s'enſuivroit que ſirius

Digitized by Google

vu dans la lunete, paroîtroit le quart du ſoleil ou de la lune. Or quoique les plus excellentes lunetes ne ſoient pas même capables d'abſorber totalement cette fauſſe lumiere qui environe les *étoiles fixes*, il eſt certain que ſirius n'y paroît pas plus grand que mercure, dont le diametre dans ſa plus petite diſtance de la terre, eſt au plus de 12 ſecondes : ainſi, quoique la lunete augmente 100 fois environ le diametre apparent de ſirius, l'angle ſous lequel on y aperçoit cette *étoile* n'eſt que d'environ 12 ſecondes, c'eſt-à-dire, qu'à la vue ſimple, ce diametre n'eſt réellement que la dixieme partie d'une ſeconde. On demandera peut-être maintenant comment nous pouvons apercevoir les *étoiles fixes*, puiſque leur diametre apparent répond à un angle qui n'eſt pas d'une ſeconde ; mais il faut faire attention que c'eſt ce rayonement & cette ſcintillation qui les environent, qui eſt cauſe que ces corps lumineux ſe voient à des diſtances ſi prodigieuſes, au contraire de ce qui arive à l'égard de tout autre objet. L'expérience ne nous apprend-elle pas qu'une petite bougie ou un flambeau allumé ſe voient pendant la nuit ſous un angle très-ſenſible à plus de deux lieues de diſtance? Au lieu que ſi, dans le plus grand jour, on expoſe tout autre objet de pareille grôſſeur à la même diſtance, on ne pourra jamais l'apercevoir : à peine pourroit-on même diſtinguer un objet qui feroit dix fois plus grand que la flamme de la bougie. La raiſon de cela eſt que les corps lumineux lancent de tous côtés une matiere incomparablement plus forte que celle qui eſt réfléchie par les corps non lumineux ; & que celle-ci étant amortie par la réflexion, devient plus foible & ſe fait à peine ſentir à une grande diſtance : l'autre au contraire eſt ſi vive, qu'elle ébranle avec une force incomparablement plus grande les fibres de la rétine ; ce qui produit une ſenſation tout-à-fait différente, & nous fait juger par cette raiſon les corps lumineux beaucoup plus grands qu'ils ne ſont. *Voyez les Inſtit. aſtron.* de M. le Monnier. Il n'eſt pas inutile d'obſerver ici que la ſcintillation des *étoiles* eſt d'autant moindre, que l'air eſt moins chargé de vapeurs : auſſi dans les pays où l'air eſt extrêmement pur, comme dans l'Arabie, les *étoiles* n'ont point de ſcintillation. *Voyez* SCINTILLATION.

Nature des Étoiles fixes. Leur éloignement immenſe ne nous permet pas de pouſſer bien loin nos recherches ſur cet objet : tout ce que nous pouvons en apprendre de certain par les phénomenes, ſe réduit à ce qui ſuit.

1°. Les *étoiles fixes* brillent de leur propre lumiere ; car elles ſont beaucoup plus éloignées du ſoleil que ſaturne, & paroiſſent plus petites que ſaturne : cependant on remarque qu'elles ſont bien plus brillantes que cette planete ; d'où il eſt évident qu'elles ne peuvent pas emprunter leur lumiere de la même ſource que ſaturne, c'eſt-à-dire, du ſoleil. Or puiſque nous ne connoiſſons point d'autre corps lumineux dont elles puiſſent tirer leur lumiere, que le ſoleil, il s'enſuit qu'elles brillent de leur propre lumiere.

On conclut de là, 2°. que les *étoiles fixes* ſont autant de ſoleils : car elles ont tous les caracteres du ſoleil ; ſavoir, l'immobilité, & la lumiere propre.

3°. Qu'il eſt fort probable que ces *étoiles* ne doivent point être dans une même ſurface ſphérique du ciel ; car en ce cas elles ſeroient toutes à la même diſtance du ſoleil, & différemment diſtantes entr'elles, comme elles nous le paroiſſent : or pourquoi cette régularité d'une part, & cette irrégularité de l'autre? D'ailleurs, pourquoi notre ſoleil occuperoit-il le centre de cette ſphere des *étoiles*?

4°. De plus, il eſt bien naturel de penſer que chaque *étoile* eſt le centre d'un ſyſtême & a des planetes qui font leurs révolutions autour d'elle, de la même maniere que notre ſoleil, c'eſt-à-dire, qu'elle a des corps opaques qu'elle éclaire, échauffe, & entretient par ſa lumiere : car pourquoi la nature auroit-elle placé tant de corps lumineux à de ſi grandes diſtances les uns des autres, ſans qu'il y eût autour d'eux quelques corps opaques qui en reçuſſent de la lumiere & de la chaleur? *Voyez Pluralité des* MONDES. Les planetes imaginées autour de certaines *étoiles*, pourroient ſervir à expliquer le mouvement particulier qu'on remarque dans quelques-unes d'elles, & qui pourroit être cauſé par l'action de ces planetes. C'eſt ainſi que le ſoleil eſt tant ſoit peu dérangé par l'action des ſept planetes, ſur tout de jupiter & de ſaturne, & que je ſoupçone même qu'il eſt tranſporté avec tout ſon ſyſtême dans les eſpaces céleſtes. *Voyez* ROTATION.

ÉTOILES NOUVELES. Les changemens qu'ont éprouvé les *étoiles* ſont très-conſidérables ; cela détruit l'opinion des anciens, qui ſoutenoient que les cieux & les corps céleſtes étoient inaltérables ; que leur matiere étoit permanente, éternele & plus dure que le diamant. Il eſt vrai que juſqu'au temps d'Ariſtote, & même 200 ans après, on n'avoit encore obſervé aucun changement dans le ciel ; vers l'an 125 avant J. C. on aperçut une nouvele *étoile* ; ce qui engagea Hipparque à faire ſon catalogue des *étoiles*, dont nous avons parlé, afin que la poſtérité pût apercevoir les changemens de cette eſpece qui pourroient ariver à l'avenir. Depuis ce temps-là, les hiſtoires font mention de pluſieurs *étoiles* remarquables & nouveles qui ont paru, & diſparo enſuite totalement : nous en connoiſſons encore actuélement qui diſparoiſſent de temps à autre, qui augmentent de grandeur & diminuent enſuite ſenſiblement. Il y en a d'autres qui ont été marquées par les anciens, & qui ne paroiſſent plus, ou qui paroiſſent conſtamment, n'ayant pas été décrites par les anciens ; mais on peut attribuer une partie de ces differences à leur inattention, ou à l'erreur du *catalogue* des anciens qui ne nous a été conſervé qu'avec beaucoup de fautes dans l'*Almageſte* de Ptolémée.

Digitized by Google

Les plus anciens auteurs, tels qo'Homere, Attalus & Geminus, ne comptoient qoe ſix pléiades; Varron, Pline, Aratus, Hipparqne & Ptolémée, dans le texte grec, les mettent au nombre de ſept, & l'on prétendit que la ſeptieme avoit paru avant l'embrâſement de Troye; mais cette différence a pu venir de la difficulté de les diſtinguer, & de les compter à la vue ſimple.

L'hiſtoire raconte plus préciſément des apparitions d'*étoiles* nouveles, 125 ans avant J. C. au temps d'Hipparque: *voyez Pline, liv. II, chap.* 26: & au temps de l'empereur Adrien, 130 ans après J. C.

Fortunio Liceti, médecin, mort à Padoue en 1656, a compoſé un traité *De novis aſtris & cometis, Venetiis*, 1623, où l'on peut trouver une ample éruditlon ſur les *étoiles* nouveles, dont les anciens ont parlé. On peut voir auſſi l'*Almageſte* de Riccioli, *tom. II*, *pag.* 130; ils raportent, d'après Cuſpinianus, qo'on obſerva nne *étoile* nouvele vers l'an 389, près de l'aigle; elle parut auſſi brillante que Vénus pendant trois ſemaines, & qui diſparut enſuite: c'eſt peut être la même, dit M. Caſſini, que celle qui fut aperçue au temps de l'empereur Honorius, que quelques-uns raportent à l'année 389, & d'autres à 398.

Dans le neuvieme ſiecle, Maſſahala Haly & Albumazar, aſtronomes Arabes, obſerverent an 15e degré du ſcorplon, une nonvele *étoile*, ſi brillante que ſa lumiere égaloit la quatrieme partie de celle de la lnne; elle parut pendant l'eſpace de quatre mois.

Cyprianus Leovitius raconte qu'an temps de l'empereur Othon, vers 945, on vit one nouvele *étoile* entre céphée & caſſiopée; & l'an 1264, nne autre *étoile* nouvele vers le même endroit du ciel, & qui n'eut aucun monvement.

La plus fameoſe de toutes les *étoiles* nouveles, a été celle de 1572: elle fut remarqoée an commencement de Novembre, faiſant on rhombe parfait avec les *étoiles* α, β, γ, de la conſtellation de caſſiopée. Tycho-Brahé, le 11 Novembre, détermina ſa longitude à 6° 54′ du taureau, avec 53° 45′ de latitnde boréale, ſon aſcenſion droite 0° 26′, ſa déclinaiſon 61° 47′. Il a compoſé ſur cette nonvele *étoile* un excellent ouvrage intitulé, *De nova ſtella anni* 1572, qui renferme beaucoup d'autres recherches intéreſſantes. Cette *étoile* parut dès le commencement fort éclatante, comme ſi elle ſe fût formée tout-à-coup avec tout ſon éclat; elle ſurpaſſoit ſirius, la plus brillante des *étoiles*; & même jupiter périgée. Dès le mois de Décembre 1572, elle commença à diminuer peu à peu, juſqu'au mois de Mars 1574, qu'on la perdit de vue. Elle n'avoit aucune parallaxe ſenſible, ni aucun monvement propre apparent; d'où il eſt aiſé de conclure qu'elle étoit beaucoup plus loin de nous que ſaturne, la plus éloignée de toutes les planetes, ſans quoi elle auroit eu une parallaxe annuele très-ſenſible.

Leovitius croit qne les *étoiles*, qui avoient paru dans la même conſtellation vers 945 & 1264, étoient la même *étoile*, & Keill penſoit qu'elle reparoîtroit de nouveau vers 1820.

Simon Marius en découvrit nne autre dans la ceinture d'Andromede en 1612 & 1613. Boulliand prétendit qu'elle avoit déja paru dans le quinzieme ſiecle.

La nonvele *étoile* du ſerpentaire qui parut le 10 octobre 1604, fut auſſi brillante que celle da 1572; on ceſſa de la voir au mois d'octobre 1605; ſa longitude étoit à 17° 40′ du ſagittaire, avec 1° 56′ de latitude ſeptentrionale. Kepler, *de nova Stella ſerpentarii*, aſſure qu'elle n'avoit aucune parallaxe, ni aucun mouvement par raport aux autres *étoiles*; d'où il paroît qo'elle étoit auſſi beaucoop au deſſus de la ſphere de ſaturne: car la parallaxe annuele, produite par le mouvement de la terre, l'eût fait variet en apparence de pluſieurs degrés, ſi elle eût été à la diſtance de ſaturne.

Sur les changeantes de la baleine, du cygne & de perſée, *voyez* CHANGEANTE.

M. Caſſini parle de pluſieurs autres *étoiles*, ou qui ſont perdues, ou paroiſſent changeantes ou nouveles, *Élémens d'Aſtronomie*, *p.* 73. M. Maraldi en avoit obſervé un grand nombre, *Mém. Acad.* 1704. Duhamel, *Hiſt. de l'Acad. année* 1675. Cette matiere n'a été encore que peu diſcutée, qnoiqn'elle mérite bien l'attention des obſervateurs curieux: le moyen le plus sût de découvrir, dans ce genre, les moindres variations, ſeroit d'obſerver de temps en temps toutes les *étoiles*, & d'en dreſſer des catalogues auſſi nombreux & auſſi détaillés que celni de la Caille, dont nous avons parlé ci-deſſus; ſans cela, on peut s'y tromper. Un jour viendra peut-être où les ſciences auront aſſez d'amateurs pour qu'on puiſſe ſuffire à de ſi pénibles travaux.

Montanari, dans nne lettre qu'il écrivit à la ſociété royale en 1670, annonçoit qu'il manqnoit dans les cieux deux *étoiles* de la ſeconde grandeur dans le navire Argo, qui avoient paru juſqu'à l'année 1664; il ne ſavoit qnand elles avoient commencé à diſparoître, mais il aſſuroit qn'il n'en reſtoit pas la moindre apparence en 1668: il ajoutoit qo'il avoit obſervé beaucoup d'autres changemens dans les *étoiles* fixes, & il faiſoit ces changemens à plus de cent. Mais Kirch obſerva qoe les deux belles *étoiles* que Montanati prétendoit être perdues, avoient été aperçues continuélement depuis Ptolémée juſqu'à nos jours, à un ſigne plus loin, ou à 30 degrés de l'endroit du ciel où on les cherchoit. Ces *étoiles*, dit Montanari, ſont marquées β & γ dans Bayer, proche le grand chien. L'erreur des cartes de Bayer vient ſans doute de ce que cet aoteur s'en eſt raporté aux traductions latines du texte de Ptolémée; au lieu que l'édition greque de Bâle nons apprend qu'il falloit chercher ces *étoiles* dans l'ancien catalogue vers le 15e degré, non du lion, mais de l'écreviſſe.

Il y a dans pluſieurs autres *étoiles* des change-

Digitized by Google

meus de grandeur & de lumiere. L'*étoile* β de l'aigle qui, au temps de Bayer, devoit être plus brillante que γ, puiſqu'il lui a douné la premiere place après la luiſante de l'aigle, eſt actuélement beaucoup plus petite que γ, elle eſt à peine de quatrieme grandeur: il paroît auſſi que la diſtance entre α & β eſt plus grande actuélement qu'elle n'étoit autrefois; en ſorte que l'*étoile* β a changé de lumiere & de ſituation.

L'*étoile* précédente x à la jambe gauche du ſagittaire, qui, dans Bayer, eſt de troiſieme grandeur, parut en 1671 de la ſixieme; en 1676, elle étoit plus grande, & Halley la marqua de troiſieme grandeur: en 1692, Maraldi pouvoit à peine l'apercevoir; en 1693 & 1694, elle parut de quatrieme grandeur, *Hiſt. Acad.* Il y a encore, dans le ſagittaire & dans le ſerpentaire, d'autres *étoiles* variables.

Le changement de couleur, qu'on prétend être arivé dans ſirius, paroît encore une choſe bien ſinguliere: M. Barker a remarqué, *Tranſ. Phil.* 1760, *p.* 498, d'après les témoignages d'Aratus, de Séneque, d'Horace, de Ptolémée, que cette *étoile* étoit autrefois très-rouge, quoiqu'elle ſoit aujourd'hui d'une blancheur décidée, ſans aucune teinte de rouge; M. Bailly explique, dans ſon *Hiſtoire de l'Aſtronomie*, comment cela pouroit ariver.

Cauſe du changement des étoiles. Il eſt difficile de ſe former une idée nette de la cauſe qui peut faire changer & diſparoître les *étoiles*, ou nous en montrer de nouveles. Le P. Riccioli, *Almageſte*, *t. II*, *p.* 176, eſtime qu'il y a des *étoiles* qui ne ſont pas lumineuſes dans toute leur étendue, & dont la partie obſcure peut ſe tourner vers nous par un effet de la toute-puiſſance de Dieu.

Boulliaud, dans un ouvrage qui parut en 1667, intitulé: *Iſmaelis Bullialdi ad Aſtronomos Monita duo*, ſuppoſe auſſi que la changeante de la baleine a une partie obſcure, avec un mouvement de rotation autour de ſon axe, par lequel ſa partie lumineuſe & ſa partie obſcure ſe préſentent alternativement à nous.

Maupertuis, dans ſon *Diſcours ſur les diverſes figures des aſtres*, publié à Paris en 1732, ayant fait voir que le mouvement de rotation d'un aſtre ſur ſon axe, peut produire dans cet aſtre un aplatiſſement conſidérable, s'en ſert pour expliquer le phénomene dont il s'agit. „ Les *étoiles* fixes, dit-„ il, ſont des ſoleils comme le nôtre; il eſt donc „ vrai-ſemblable qu'elles ont, comme cet aſtre, „ un mouvement de rotation ſur leur axe; les „ voilà donc, ſelon la rapidité de leur mouve-„ ment, expoſées à l'aplatiſſement; & pourquoi „ ne ſe trouveroit-il pas de ces *étoiles* plates dans „ les cieux, ſi l'on penſe ſur-tout que nous ne ſa-„ vons par aucune obſervation quelle eſt la figure „ des *étoiles* fixes? Si autour de quelque *étoile* „ plate circule quelque groſſe planete fort excen-„ trique, ou comete, dans une orbite inclinée au „ plan de l'équateur de l'*étoile*, qu'arivera-t-il? „ La peſanteur de l'*étoile* vers la planete, lorſqu'elle „ approchera de ſon périhélie, changera l'incli-„ naiſon de l'*étoile* plate, qui par-là nous paroîtra „ plus ou moins lumineuſe. Telle *étoile* même que „ nous n'apercevons point, parce qu'elle nous pré-„ ſentoit le tranchant, paroîtra lorſqu'elle nous pré-„ ſentera une partie de ſon diſque, & telle *étoile* „ qui paroiſſoit ne paroîtra plus. C'eſt ainſi qu'on „ peut rendre raiſon du changement de grandeur „ qu'on a obſervé dans quelques *étoiles*, & des „ *étoiles* qui ont paru & diſparu „.

Enfin l'on pouroit imaginer que quelque groſſe planete tournant autour de l'*étoile*, nous en dérobe la vue en tout ou en partie.

Étoiles doubles ou ſingulieres. Dans les *Obſervations* de Bianchini, imprimées à Vérone en 1737, par les ſoins de Manfredi, on trouve que l'*étoile* double, appelée ζ de la lyre, préſente des phénomenes fort ſinguliers: une des deux *étoiles* dont elle eſt compoſée, paroît quelquefois ſe diviſer en deux, quelquefois elle paroît environée d'une ou de deux autres petites *étoiles*; la ſeconde des deux *étoiles* diminue quelquefois de grandeur, en ſorte qu'on la diſtingue à peine, quoique l'air ſoit parfaitement ſerein. Cette obſervation, ajoute-t-il, a été faite avec pluſieurs lunetes de Campani & de Marc-Antoine Celliur, qui avoient 22, 23 & 25 palmes (chaque palme eſt de 8 pouces $\frac{1}{4}$), & l'on a toujours obſervé à peu près la même choſe.

Griſchow, aſtronome de Berlin étant à Londres en 1748, écrivoit qu'on avoit découvert en Angleterre une nouvele planete qui tournoit autour d'une *étoile* fixe ſituée auprès ou dans la lyre: c'eſt une planete, ajoute-t-il, que Bianchini avoit cru apercevoir, mais dont il n'étoit pas bien aſſuré, faute de lunetes aſſez parfaites. D'autres ont dit avoir vu l'*étoile* ζ de la lyre environée de cinq petites *étoiles*, au moyen d'un grand téleſcope de 12 pieds, conſtruit par Short, pour le docteur Stephens, & qui depuis a été caſſé. Pour moi, je n'ai rien ouï dire de ſemblable en Angleterre, & je crois que des ſingularités pareilles ont beſoin d'être bien conſtatées pour obtenir quelque confiance.

On a écrit que M. Caſſini avoit remarqué, dans le dernier ſiecle, que la premiere *étoile* γ du bélier étoit quelquefois double, ou diviſée en deux parties, diſantes l'une de l'autre de l'intervalle du diametre de chacune, Gregori, *liv. III*, *prop.* 54. Wolf, *pag.* 440. On a dit auſſi que l'*étoile* qui eſt au milieu de l'épée d'orion, & quelques *étoiles* des pléiades paroiſſent quelquefois triples & même quadruples; mais ces phénomenes ſinguliers n'ont pas été bien conſtatés.

À l'égard des *étoiles* doubles, elles ne ſont pas rares. J'ai obſervé diſtinctement avec une lunete de 18 pieds, que l'*étoile* γ à l'épaule de la vierge eſt double, ou formée de deux *étoiles* ſéparées l'une de l'autre d'un intervalle d'environ 2″, preſqu'égal au diametre apparent que chacune paroît avoir à cauſe de l'irradiation.

L'*étoile* ο du capricorne eſt auſſi double; l'interval-

le des deux *étoiles* eſt tel, qu'avec un inſtrument de ſix pieds, on ne peut prendre ſa hauteur que dans le crépuſcule, ou en éclairant les fils, parce que, quand l'une eſt cachée ſous le fil, l'autre paroît, & on ne ſauroit diſtinguer laquelle des deux eſt ſous le fil.

L'*étoile* γ à la tête du bélier eſt auſſi compoſée de deux *étoiles* conſidérables, comme l'obſerva le premier, à ce qu'il paroît, Robert Hook. *Voyez Tranſ. Philoſ. n°.* 4. La plus boréale des trois *étoiles* au front du ſcorpion, eſt compoſée de deux *étoiles*, dont l'une eſt double de l'autre en grandeur & en lumiere, comme l'obſerva M. Caſſini en 1678. La tête précédente des gémeaux eſt auſſi double.

Mayer, aſtronome de Manheim, mort en 1783, avoit obſervé 72 étoiles doubles, parmi leſquelles il n'y en a qu'une ſeule où la différence entre les deux parties ſoit de $3'' \frac{1}{2}$ de temps. Il l'étoit auſſi attaché à obſerver le petites *étoiles* qui ſont très-près des plus belles *étoiles*, & pluſieurs lui paroiſſoient avoir un mouvement,

On peut voir dans le Journal des Savans de février 1779, le détail des *étoiles* remarquables près deſquelles Mayer avoit obſervé ces petites *étoiles*, qu'il appeloit *Stellas comites*.

Il faut voir auſſi le détail de celles qu'il regardoit comme nouvelles, dans l'ouvrage qui a pour titre : *de novis in cælo ſydereo phænomenis*. Mannhemii, 1779.

Enfin M. Herſchel, dans les Tranſactions philoſophiques de 1782, a donné un catalogue de 269 *étoiles* doubles, triples, quadruples, quintuples, ſextuples. Le 23 mai 1783, il m'écrivoit qu'il en avoit déja obſervé 400 de plus; mais la plupart ne peuvent l'obſerver qu'avec des téleſcopes qui grôſſiſſent plus de mille fois, comme ceux qu'il a trouvé le moyen de conſtruire.

ÉTOILES NÉBULEUSES; parties lumineuſes qu'on remarque en pluſieurs endroits du ciel; elles ſont comme des blancheurs pâles & irrégulieres dans les lunetes; mais, à la vue ſimple, elles ſemblent être des *étoiles* plus obſcures que les autres. *Voyez* NÉBULEUSE.

Maniere de connoître les étoiles. On a vu, au *mot* CONSTELLATION, une méthode pour diſtinguer les différentes *étoiles* par le moyen de la grande ourſe & d'orion, *Fig.* 9 & 10 *d'Aſtronomie*. On trouvera dans les Planiſpheres, *Fig.* 5 & 6, la figure & la ſituation des différentes conſtellations. Mais le catalogue qu'on vient de voir préſente un moyen qu'il eſt naturel de placer ici.

Dès qu'on connoît l'aſcenſion droite & la déclinaiſon d'une étoile, on peut calculer ſon paſſage au méridien & ſa hauteur; on dirigera un quart de cercle ſur une méridienne, en le mettant à la hauteur calculée; alors le quart de cercle indiquera l'*étoile* que l'on cherche, & on la verra paroître à l'extrémité du rayon du quart de cercle à l'heure du paſſage au méridien de cette *étoile*. On peut faire ſoi-même un quart de cercle de bois qui ſuffit pour de pareilles indications.

Pour faciliter cette maniere de reconoître les *étoiles* à ceux qui ne voudroient avoir aucun calcul à faire, j'ai mis dans la table ſuivante l'heure & la minute du paſſage au méridien des principales *étoiles*, pour le premier jour de chaque mois. J'ai choiſi l'année 1786, moyenne entre deux biſſextiles; mais la table ſervira pour toutes les autres années, ſans qu'il y ait plus de 2 minutes d'erreur à craindre; on peut même éviter cette erreur de 2', en ajoutant 5' à chaque paſſage, quand on voudra l'avoir pour une année qui précede les biſſextiles, comme 1783, & 2' pour les années biſſextiles; au contraire, il faudra ôter une minute des paſſages au méridien, calculés dans la table ſuivante, pour les réduire aux années qui ſuivent les biſſextiles, telles que 1781, 1785, *&c.* La table n'exigera aucun changement pour les années moyennes entre deux biſſextiles, comme 1788, 1792, *&c.*

La derniere colonne de la table contient l'heure vraie du paſſage de l'équinoxe au méridien, à laquelle on ajoute l'aſcenſion droite d'une *étoile* quelconque, convertie en temps vrai, pour avoir l'heure de ſon paſſage au méridien. L'aſcenſion droite & la hauteur méridiene de chaque *étoile* ſe trouvent en tête de la colonne, & au deſſous du nom de l'*étoile*.

Exemple. Le 1er janvier, je veux connoître dans le ciel l'*étoile* appelée *ſirius*, ou le grand chien; je vois, dans la table ſuivante, qu'elle paſſe au méridien le 1er janvier, à 11^h^ 44' du ſoir, & que ſa hauteur méridiene pour Paris eſt 24° 44'; je place un quart de cercle dans le plan du méridien à 11^h^ 44'; & je le mets à la hauteur d'environ 25 degrés; j'aperçois à l'inſtant que ce quart de cercle eſt dirigé vers une belle *étoile*, & je juge que c'eſt Sirius.

Il faut obſerver que les temps marqués dans la table précédente, ſont des temps comptés aſtronomiquement, c'eſt-à-dire, d'un midi à l'autre pendant 24 heures; ainſi, quand on voit, dans la premiere colonne, que l'*étoile* aldebaran, le premier juin, paſſe à 23^h^ 42', cela veut dire, dans l'uſage ordinaire, le 2 juin, à 11^h^ 42' du matin, parce que le 1er juin ne commence qu'à midi du lendemain, lorſque, dans la ſociété, on compte déja le 2 de juin.

Cette méthode pour reconoître les *étoiles* par le catalogue & les paſſages, au méridien eſt ſuffiſante, mais elle eſt longue, & exige peut-être trop d'aſſujétiſſement, ſur-tout en hiver. J'ai donc cru devoir indiquer au *mot* CONSTELLATION, quelques alignemens propres à faire reconoître les principales *étoiles*; ce ſera un petit ſecours offert à la curioſité de ceux qui ſont dépourvus de globes, de planiſpheres & d'inſtrumens. *Voyez* CONSTELLATION.

Paſſage au méridien des principales ÉTOILES *pour le premier jour de chaque mois, avec leur Aſcenſion droite & leur hauteur méridiene vraie pour Paris, 1786.*

MOIS.	ALDEBARAN.	LA CHEVRE.	ε D'ORION.	SIRIUS.	PROCYON.	REGULUS.
	Aſ.Dr.65°55′	75d 14′	81d 21′	98d 56′	112d 2′	149d 15′
	Haut. Mér.					
	57d 14′	86d 56′	39d 49′	24d 44′	46d 56′	54d 10′
Janvier.	9h 32′	10h 10′	10h 34′	11h 44′	12h 36′	15h 5′
Février.	7 21	7 58	8 23	9 34	10 25	12 53
Mars.	5 33	6 10	6 34	7 44	8 36	11 5
Avril.	3 39	4 16	4 41	5 51	6 43	9 12
Mai.	1 48	2 25	2 50	4 0	4 52	7 21
Juin.	23 41	0 23	0 47	1 58	2 50	5 18
Juillet.	21 38	22 15	22 35	23 52	0 48	3 14
Août.	19 34	20 11	20 35	21 45	22 38	1 10
Septembre.	17 38	18 15	18 40	19 50	20 42	23 11
Octobre.	15 50	16 27	16 52	18 2	18 54	21 23
Novembre.	13 54	14 31	14 56	16 6	16 58	19 26
Décembre.	11 50	12 27	12 52	14 2	14 54	17 22
	L'ÉPI.	ARCTURUS.	ANTARÉS.	LA LYRE.	FOMALHAUT.	Paſſage du point équinoxial.
	A.D.178°29′	211d 29′	144d 5′	277d 27′	341d 27′	
	Haut. Mér.					
	31d 8′	61d 28′	15d 14′	79d 45′	10d 25′	
Janvier.	18h 21′	19h 13′	21h 23′	23h 36′	3h 56′	5h 10′
Février.	16 10	17 2	19 12	21 25	1 44	1 58
Mars.	14 21	15 13	17 24	19 36	23 52	1 9
Avril.	12 28	13 20	15 30	17 43	21 59	23 16
Mai.	10 37	11 29	13 38	15 52	20 8	21 21
Juin.	8 35	9 26	11 36	13 49	18 5	19 19
Juillet.	6 31	7 23	9 32	11 46	16 1	17 15
Août.	4 26	5 28	7 28	9 41	13 57	15 11
Septembre.	2 31	3 23	5 33	7 46	12 1	13 15
Octobre.	0 43	1 25	3 46	5 58	10 13	11 27
Novembre.	22 43	23 35	1 49	4 2	8 17	9 31
Décembre.	20 39	21 31	23 41	1 58	6 13	7 27

Trouver l'heure par le moyen des étoiles. Il y a pluſieurs moyens de trouver l'heure qu'il eſt, par le moyen des *étoiles*; 1°. en obſervant l'heure de leur paſſage au méridien, ſi l'on ſait d'avance à quelle heure elles y doivent paſſer; 2°. en obſervant leur lever & leur coucher, lorſqu'on a calculé le temps vrai qui y répond; 3°. en obſervant leur hauteur, parce que, leur hauteur étant donnée, on peut trouver l'heure qu'il eſt, *voyez* HAUTEUR; 4°. en obſervant le paſſage d'une *étoile* dans le vertical d'une autre *étoile*; & c'eſt cette méthode qu'il s'agit d'expliquer. Picard l'indiqua dans ſa *Connoiſſance des temps*, qu'il donna, en 1679, pour la premiere fois; depuis ce temps-là juſqu'en 1760 inclusivement, elle y a toujours été employée avec une figure deſtinée à expliquer la méthode.

Je ſuppoſe qu'on obſerve le moment où une *étoile* paſſe perpendiculairement au deſſous de l'*étoile* polaire & qu'en y appliquant une petite correction, on ait trouvé combien elle étoit éloignée du méridien dans l'inſtant de l'obſervation. Si l'on connoît l'heure de ſon paſſage, on en conclura l'heure qu'il eſt par le moyen de la table ſuivante. Par exemple, l'extrémité de la queue de la grande ourſe étant d'à-plomb au deſſous de l'*étoile* polaire, on ajoutera une heure 33 minutes & 17 ſecondes, avec le paſſage de l'équinoxe par le méridien, ou avec la diſtance de l'équinoxe au ſoleil pour ce moment-là, & l'on aura l'heure qu'il eſt.

Cette quantité eſt pour 1750, elle augmente de trente-ſept ſecondes en dix ans, & de dix-neuf ſecondes, ſi l'on change de latitude ſur la terre de cinq degrés vers le midi.

J'ai donné la démonſtration de cette méthode dans mon *Aſtronomie*; je vais placer ici la table pour vingt *étoiles*, qui peut intéreſſer les amateurs de l'Aſtronomie.

NOMS DES ÉTOILES.		En 1686.	En 1750.	Différ. pour 10 ans.	Pour 5° de latitude.
		H. M.	H. M. S.	S.	M. S.
La précédente du carré de la grande ourſe.	β	22 54	22 56 49	26	— 41
La ſuivante du carré de la grande ourſe . .	α	22 57	22 59 30	26	— 41
La troiſieme du carré de la grande ourſe. .	γ	23 41	23 45 53	33	— 23
La derniere du carré	δ	0 2	0 6 36	28	— 14
La premiere de la queue	ε	0 37	0 42 55	23	— 8
Le milieu de la queue.	ζ	1 5	1 11 2	36	+0 10
La derniere de la queue	η	1 25	1 33 17	37	+0 19
La derniere des deux gardes de la petite ourſe.	β	2 28	2 32 34	41	+0 42
La ſeconde des deux gardes de la petite ourſe.	γ	2 51	3 0 34	41	+0 53
L'œil du dragon	β	5 0	5 6 15	54	+1 23
La queue du cygne *Déneb*.	α	8 12	8 17 19	45	+1 21
Le milieu de la chaiſe de Caſſiopée . . .	β	11 46	11 51 14	30	+ 19
La poitrine de Caſſiopée *Schedir*	α	12 21	12 24 54	31	+ 8
La cuiſſe de Caſſiopée	γ	12 38	12 41 41	30	0
Le genou de Caſſiopée.	δ	13 8	13 12 32	25	— 11
La jambe de Caſſiopée	ε	13 40	13 42 54	24	— 22
Le pied d'Andromede.	γ	13 54	13 53 28	24	— 26
La ceinture de Perſée	α	15 14	15 17 58	19	— 53
La Chevre.	α	17 12	17 14 22	16	—1 22
L'épaule du cocher.	β	17 56	17 58 8	15	—1 27

Étoile du Berger, On appele ainſi quelquefois l'*étoile* qui paroît la premiere après le coucher du ſoleil, c'eſt la planete de vénus.

Étoile du matin, ou *étoile du jour*, phoſphore; nom de vénus, lorſqu'elle brille le matin.

Étoile du ſoir, veſper ou heſper; nom de vénus, lorſqu'elle brille le ſoir.

Étoiles de Médicis; nom que Galilée avoit voulu donner aux ſatellites de jupiter.

Étoile de Bourbon; nom que Tarde avoit donné aux ſatellites de jupiter; d'autres à de prétendus ſatellites qu'on croyoit avoir obſervés autour du ſoleil. (*OZANAM.*)

Étoiles de Louis le Grand; nom que Dom. Caſ-

ſini avoit voulu donner aux ſatellites de ſaturne.

Étoiles errantes, eſt le nom qu'on donne quelquefois aux planetes, pour les diſtinguer des *étoiles* fixes.

Étoiles flamboyantes, eſt le nom que l'on a donné quelquefois aux cometes, à cauſe de la chevelure lumineuſe dont elles ſont preſque toujours acompagnées. *Voyez* COMETE.

Étoiles tombantes, matieres ou exhalaiſons enflamées qui de loin, reſſemblent a des *étoiles* au moment où elles s'alument; quand elles ſont plus près de nous, elles paroiſſent comme des globes enflamés. (*D. L.*)

ÉTRANGLEMENT, ſ. m. (*Hydr.*). On entend par ce mot l'endroit d'une conduite où le frotement ou quelque autre obſtacle, eſt ſi conſidérable, que l'eau n'y paſſe qu'avec peine. (*O*).

ÉVANOUIR, v. n. (*Algebre*); faire *évanouir* eſt la même choſe que *chaſſer* ou *faire diſparoître* une quantité. On dit en ce ſens faire *évanouir* une fraction; faire *évanouir* les radicaux d'une équation, &c.

Sur la maniere de faire *évanouir* les inconnues dans les équations, *voyez l'article* ÉLIMINATION. Par raport aux fractions, radicaux, *voyez les articles* FRACTION, RADICAL.

ÉVANOUISSEMENT, ſ. m. (*Alg.*). On appele ainſi le but & la fin d'un calcul par lequel on fait diſparoître une inconnue d'une équation, une fraction, un radical, &c.

ÉVECTION, ſ. m. (*Aſtron.*); ſeconde inégalité de la lune, produite par l'attraction du ſoleil & dont la quantité eſt de $1^d\ 20'\ 33''$. Cette équation que Ptolémée appeloit *προσθαιρεσις*, *balancement de l'épicycle*, eſt appelée dans Copernic *proſtaphæreſis ſecundi vel minoris epicycli*; dans Tycho, *proſtaphæreſis excentricitatis*, ou *changement de l'excentricité*; dans Boulliaud, *évection*, parce qu'elle porte le calcul à une plus grande exactitude que l'ancienne équation de 5^d, connue dès le temps d'Hipparque. Juſqu'au temps de Ptolémée on s'étoit borné à obſerver des éclipſes de lune, parce que ces obſervations étoient les plus remarquables & les plus faciles à faire; l'inégalité de 5^d étoit la ſeule qui pût s'y faire remarquer, puiſque le dérangement qui vient des ſituations du ſoleil par raport à la lune, ne peut ſe faire remarquer dans des obſervations où cette ſituation eſt toujours la même. Mais Ptolémée ayant obſervé des diſtances de la lune au ſoleil dans d'autres ſituations de la lune ſenſible, & que cette équation revenoit tous les quinze jours, non pas de 5°, mais de $7° \frac{1}{2}$, lorſque la lune étoit en quadrature & en même temps dans ſes moyenes diſtances, *Almageſte*, *liv. V*, *chap.* 3; il ſuppoſa en conſéquence que l'épicycle de la lune étoit porté dans un cercle excentrique, & qu'il étoit plus près de nous dans les quadratures que dans les ſyzygies. Copernic employa deux épicycles.

Horoccius donna pour l'*évection* une hypotheſe différente qui a été la premiere occaſion ou le premier fondement de la théorie de Newton ſur les mouvemens de la lune; cette hypotheſe fut connue en 1673; alors Flamſteed calcula de nouvelles tables lunaires ſur les principes & ſur les nombres donnés par Horoccius, & ces tables furent publiées par Wallis dans les *Œuvres poſthumes* d'Horoccius en 1678.

Cette hypotheſe conſiſte à faire varier l'excentricité de l'orbite elliptique de la lune, & à faire tourner le centre de l'ellipſe dans un petit cercle, le foyer reſtant immobile, en ſorte que la ligne des apſides ou le grand axe de l'ellipſe, qui paſſe toujours par le foyer & par le centre, ſoit ſujete à un balancement alternatif, qui dépend de la ſituation du ſoleil par raport à l'apogée de la lune. Cette théorie a quelque raport avec l'hypotheſe d'arzachel, aſtronome Arabe du xie ſiecle, qui ſuppoſoit dans l'orbite du ſoleil un ſemblable mouvement. Kepler, dans la preface de ſes *Éphémérides pour* 1618, avoit auſſi indiqué une variation dans l'excentricité de l'orbite lunaire.

Flamſteed publia encore des *Tables de la lune* en 1681, dans leſquelles il faiſoit uſage de l'hypotheſe d'Horoccius, & M. le Monnier, dans ſes *Inſtitutions aſtronomiques*, en 1746, en a donné une troiſieme édition. Les tables de Halley ainſi que la théorie de Newton, d'après laquelle on a calculé différentes tables de la lune, ſont fondées ſur le même principe pour le calcul de l'équation de l'orbite & de l'*évection*.

M. Euler eſt le premier qui fait voir dans ſa *Théorie de la lune*, qu'on pouvoit calculer l'*évection* d'une maniere très-ſimple, ſans ſuppoſer une excentricité variable & un balancement dans l'épogée; j'ai fait voir dans mon *Aſtronomie*, que la méthode d'Horoceius revient au même que la formule de Euler, & qu'il ſuffit, pour calculer l'*évection* dans un temps quelconque, de multiplier $1°\ 20'\ 33''$ par le ſinus du double de la diſtance moyene de la lune au ſoleil, moins l'anomalie moyene de la lune; la théorie & les obſervations ont obligé M. Mayer à y ajouter une équation de 36" multipliée par le ſinus de quatre fois la diſtance moyene, moins deux fois l'anomalie, & cette équation, qui a un ſigne contraire à celui de l'*évection*, entre dans une même table.

Pour donner une idée de la maniere dont l'attraction ſolaire produit cette inégalité appelée *évection* dans le mouvement de la lune, il ſuffira de faire voir que l'excentricité de l'orbite lunaire doit être plus grande lorſque la ligne des apſides de la lune concourt avec la ligne des ſyzygies, ou lorſque la lune étant nouvele ou pleine ſe trouve en même temps apogée ou périgée. La force du ſoleil dérange la lune, parce que le ſoleil attire la lune plus ou moins qu'il n'attire la terre, c'eſt la différence des deux attractions qui fait toute l'inégalité. Or la différence d'attraction ſuit la différence des diſtances; cette différence eſt la plus grande quand la lune eſt apogée, & la plus pe-

Digitized by Google

tite quand elle eſt périgée ; ainſi, quand la ligne des apſides de la lune concourt avec la ligne des ſyzygies, la force centrale abſolue de la terre ſur la lune, qui eſt la plus foible dans la ſyzygie apogée, reçoit la plus grande diminution, & la force centrale, qui eſt la plus conſidérable dans la ſyzygie périgée, y reçois la moindre diminution : donc la différence entre la force centrale de la terre ſur la lune périgée, & la force centrale dans l'apogée ſera alors la plus grande ; donc la différence des diſtances de la lune dans ſon apogée & dans ſon périgée augmentera ; ce qui produira l'augmentation d'excentricité qui a lieu dans l'hypotheſe d'Horoccius, & qui eſt exprimée ſous une autre forme par l'*évection* dont nous avons parlé. Au reſte, le calcul rigoureux des équations de la lune, produites par l'attraction du ſoleil, eſt ſi compliqué, qu'il faut abſolument le voir dans les ouvrages des géometres qui en ont traité expreſſément, tels que d'Alembert, Euler, & Clairaut. (*D. L.*)

EXAGONE. *Voyez* HEXAGONE.

EXALTATION, *en Aſtrologie*, eſt le ſigne où une planete a le plus de vertu, ainſi le bélier eſt l'exaltation du ſoleil, la balance eſt ſa *déjection*.

EXALTATION, (*Alg.*). Quelques auteurs ſe ſont ſervi de ce mot, en parlant des puiſſances, pour déſigner ce qu'on appele autrement leur *élévation* ; mais ce dernier mot eſt beaucoup plus uſité, & l'autre doit être proſcrit comme inutile. *Voyez* ÉLEVER.

EXCENTRICITÉ, ſ. f. (*Aſtronom.*) eſt la diſtance qui eſt entre les centres de deux cercles ou ſpheres qui n'ont pas le même centre. *Voyez* EXCENTRIQUE. Ce mot n'eſt guere uſité en ce ſens.

EXCENTRICITÉ, dans l'ancienne Aſtronomie, eſt la diſtance qu'il y a entre le centre de l'orbite d'une planete, & la terre autour de laquelle elle tourne. *Voyez* PLANETE.

Les aſtronomes modernes qui ont précédé Kepler, à compter depuis Copernic, croyoient que les planetes décrivoient autour du ſoleil non des ellipſes, mais des cercles, dont le ſoleil n'occupoit pas le centre. Il ne leur étoit pas venu en penſée d'imaginer d'autres courbes que des cercles ; mais comme ils avoient obſervé que le ſoleil étoit 7 à 8 jours de plus dans les ſignes ſeptentrionaux que dans les ſignes méridionaux, ils en concluoient avec raiſon que le ſoleil n'occupoit pas le centre de l'orbite terreſtre, mais un point hors de ce centre, tel que la terre étoit tantôt plus près, tantôt plus loin du ſoleil. Kepler prouva que les planetes décrivoient ſenſiblement autour du ſoleil des ellipſes dont cet aſtre occupoit le foyer. *Voyez* LOIX DE KEPLER.

EXCENTRICITÉ, dans la nouvele Aſtronomie, eſt la diſtance qui ſe trouve entre le centre C de l'orbite elliptique d'une planete, *Pl. d'Aſtronom. Fig.* 87, & le centre du ſoleil *S*, c'eſt-à-dire, la diſtance qui eſt entre le centre de l'ellipſe & ſon foyer. On l'appele auſſi *excentricité* ſimple.

L'*excentricité* double eſt la diſtance *S F* qu'il y a entre les deux foyers *S* & *F* de l'ellipſe, qui eſt égale à deux fois l'*excentricité* ſimple, ou l'*excentricité* tout court. On ſe ſert quelquefois de la double *excentricité*, mais alors on a ſoin de s'expliquer.

Il y a pluſieurs moyens de déterminer par les obſervations l'*excentricité* d'une planete. Celle du ſoleil pouroit ſe déterminer par la différence des diametres appareus ; ce diametre eſt de 31′ 31″ en été, & 32′ 36″ en hiver ; donc la diſtance périhélie eſt à la diſtance aphélie dans le même raport, d'où l'on concluroit aiſément la différence de ces mêmes diſtances qui eſt la double *excentricité*.

Kepler ayant choiſi des obſervations de Mars, faites dans le temps où il devoit être au même point de ſon orbite *M*, *Fig.* 78, la terre étant en deux points très-éloignés dans ſon orbite, comme *T & R* ou *D & E*, trouva les parallaxes annueles ou les angles *S M D* & *S M E*, qui lui firent connoître la différence entre *S E* & *S D*, c'eſt-à-dire, l'*excentricité* de l'orbite terreſtre, & en même temps la diſtance *S M* de mars au ſoleil. Il chercha ainſi les diſtances de mars dans pluſieurs points de ſon orbite ; ces diſtances lui firent connoître la figure & la grandeur de cette orbite ; elles lui apprirent que c'étoit une ellipſe, & non un cercle, & lui firent connoître l'*excentricité B S* de cette ellipſe, comme nous l'expliquerons au mot PLANETE ; la même méthode pouroit s'appliquer aux autres planetes.

Mais les aſtronomes déterminent plus ſouvent les *excentricités* des planetes par le moyen de la plus grande équation ; nous expliquerons auſſi la méthode par laquelle on détermine cette équation. *Voyez* PLANETE.

L'*excentricité* de mercure eſt la ſeule qu'on ne peut déterminer par ce moyen ; on ſe ſert pour cette planete de ſes plus grandes digreſſions ou élongations par raport au ſoleil, qui varient depuis 17° 36′ juſqu'à 28°, à raiſon de ſes différentes diſtances au ſoleil ; cette différence des élongations nous fait juger de la différence des diſtances, & par conſéquent de l'*excentricité*. Quand on connoît l'*excentricité*, l'on en conclut la plus grande équation.

Voici le réſultat des obſervations les plus exactes & des calculs les plus rigoureux par leſquels j'ai déterminé les *excentricités* de toutes les planetes dans les nouveles Tables aſtronomiques, en ſuppoſant la diſtance moyene du ſoleil à la terre de 100000. Celle de la lune eſt tirée des nouveles tables de Mayer ; elle eſt en décimales de la diſtance moyene de la lune à la terre.

Digitized by Google

Planetes.	*Excentricité ſuivant les nouveaux calculs.*
Mercure,	7960
Vénus,	498
Le Soleil,	1680
Mars,	14215
Jupiter,	25277
Saturne,	53210
La Lune,	0,0550

Ces *excentricités* paroiſſent être conſtantes : on croit cependant que celle de jupiter & celle de ſaturne ſont ſujetes à quelques variations, à raiſon de leurs attractions réciproques. J'ai ſuppoſé dans les Tables que la plus grande équation de jupiter augmentoit de 2′ 15″ par ſiecle : ce qui détermine l'augmentation de l'*excentricité*. (*D. L.*)

EXCENTRIQUE, ſ. m. (*Aſtronomie*), ou cercle *excenteique*, eſt un cercle comme *F K M*, *Planches aſtronom. Fig.* 92, décrit du centre *D* différent du lieu *T* de la terre, & qui porte l'épicycle *A G P*, quand il s'agit d'expliquer la ſeconde inégalité.

Au lieu des cercles *excentriques* autour de la terre, Kepler introduiſit les orbites elliptiques : ce qui explique toutes les irrégularités des mouvemens des planetes, & leurs diſtances différentes de la terre, *&c.* d'une maniere très-exacte & très-naturele.

L'anomalie de l'*excentrique*, chez les aſtronomes modernes, eſt un arc du cercle circonſcrit à l'orbite comme *A N*, *Fig.* 83, compris entre l'aphélie *A* & la ligne droite *R M N*, qui, paſſant par le centre de la planete *M*, eſt tirée perpendiculairement à la ligne des aplides *A P*.

EXCENTRIQUE, adj. *en Géométrie*, ſe dit de deux cercles ou globes qui, quoique renfermés l'un dans l'autre, n'ont cependant pas le même centre, & par conſéquent ne ſont point paralleles; par oppoſition aux concentriques qui ſont paralleles, & ont un ſeul & même centre. *Voyez* CONCENTRIQUE.

EXCLUSION, ſ. f. *en Mathématiques*. La méthode des *excluſions* eſt une maniere de réſoudre les problêmes en nombre, en rejetant d'abord & excluant certains nombres comme n'étant pas propres à la ſolution de la queſtion. Par cette méthode le problême eſt ſouvent réſolu avec plus de promptitude & de facilité. M. Frenicle, mathématicien fort habile, qui vivoit du temps de Deſcartes, eſt un de ceux qui s'eſt le plus ſervi de cette méthode d'*excluſion*. „ M. Frenicle étoit le plus „ habile homme de ſon temps dans la ſcience des „ nombres; & alors vivoient MM. Deſcartes, de „ Fermat de Robetval, Wallis, & d'autres, qui „ égaloient ou peut-être ſurpaſſoient tous ceux „ qui les avoient précédés. La conjoncture du „ temps avoit beaucoup aidé ces grands génies à „ ſe perfectioner dans cette ſcience. Car la plupart des ſavans s'en piquoit alors; & elle devint tellement à la mode, qne non ſeulement „ les particuliers, mais même les nations différentes ſe faiſoient des défis ſur la ſolution des „ problêmes numériques: ce qui a donné occaſion „ à M. Wallis de faire imprimer, en l'année „ 1658, le livre intitulé: *Commercium epiſtolicum*, où l'on voit les défis que les mathématiciens de France faiſoient à ceux d'Angleterre; „ les réponſes des nns, les répliques des autres, „ & tout le procédé de leur diſpute. Dans ces „ combats d'eſprit, M. de Frenicle étoit toujours „ le principal tenant, & c'étoit lui qui faiſoit le „ plus d'honeur à la nation Françoiſe.

„ Ce qui le faiſoit le plus admirer, c'étoit la „ facilité qu'il avoit à réſoudre les problêmes les „ plus difficiles, ſans néanmoins y employer l'Algebre, qui donne un très-grand avantage à ceux „ qui ſavent s'en ſervir. MM. Deſcartes, de „ Fermat, Wallis, & les autres, avoient bien de „ la peine, avec toute leur Algebre, à trouver „ la ſolution de pluſieurs propoſitions numériques, „ dont M. de Frenicle, ſans l'aide de cette ſcience, „ venoit aiſément à bout par la ſeule force de „ ſon génie, qui lui avoit fait inventer une méthode particuliere pour cette ſorte de problêmes. *Je vous déclare ingénûment*, dit M. de „ Fermat dans une de ſes lettres imprimées dans „ le recueil de ſes ouvrages, que *j'admire le génie de M. de Frenicle, qui, ſans l'Algebre, „ pouſſe ſi avant dans la connoiſſance des nombres*; *& ce que j'y trouve de plus excellent, „ conſiſte dans la viteſſe de ſes opérations*. M. „ Deſcartes ne l'admiroit pas moins: *ſon arithmétique*, dit-il au pere Merſenne en parlant de „ M. de Frenicle, *doit être excellente puiſqu'elle „ le conduit à une choſe où l'analyſe a bien de la „ peine à parvenir*. Et comme le remarque l'auteur de la vie de M. Deſcartes, ce jugement eſt „ d'un poids d'autant plus grand, que M. Deſcartes étoit moins prodigue d'éloges, particuliérement en écrivant au P. Merſenne, à qui il „ avoit coutume de confier librement ſes penſées. „ Enfin l'on ne peut rien dire de plus avantageux „ que ce que le célebre M. de Fermat qui connoiſſoit auſſi bien que perſone la force de tous ceux „ qui ſe méloient alors de la ſcience des nombres, dit dans une de ſes lettres, où parlant „ de quelque choſe qu'il avoit trouvée: *Il n'y a*, „ dit il, *rien de plus difficile dans toutes les Mathématiques*; *& hors M. de Frenicle, & peut-être M. Deſcartes*, je doute que perſone *en „ connoiſſe le ſecret*. De M. Deſcartes, il n'en „ eſt pas bien aſſuré; mais il répond de M. de „ Frenicle.

„ Cette méthode ſi admirable qui va, dit M. „ Deſcartes, où l'analyſe ne peut aller qu'avec „ bien de la peine, eſt celle que M. de Freni- „ cle, qui l'avoit inventée, appeloit *la méthode „ des excluſions*. Quand il avoit un problême nu- „ mérique à réſoudre, au lieu de chercher à „ quel nombre les conditions du problême pro- „ poſé conviennent, il examinoit au contraire à „ quels nombres elles ne peuvent convenir; &, „ procédant toujours par *excluſion*, il trouvoit „ enfin le nombre qu'il cherchoit. Tous les ma- „ thématiciens de ſon temps avoient une envie „ extrême de ſavoir cette méthode; & entr'au- „ tres, M. de Fermat prie inſtamment le pere „ Merſenne, dans une de ſes lettres, d'en obtenir „ de M. de Frenicle la communication. *Je lui en „ aurois*, dit-il, *une très-grande obligation, & je „ ne ferois jamais difficulté de l'avouer*. Il ajoute „ qu'il voudroit avoir mérité par ſes ſervices, „ cette faveur, & qu'il ne déſeſpere pas de la „ payer par quelques inventions qui peut-être lui „ ſeront nouvelles.

„ Quelque inſtance que l'on ait faite à M. de „ Frenicle, il n'a jamais voulu pendant ſa vie „ donner communication de cette méthode; mais, „ après ſa mort, elle ſe trouva dans ſes papiers; „ & c'eſt un des traités que l'on a donnés dans „ le recueil, intitulé: *divers ouvrages de Mathé- „ matiques de Phyſique, par MM. de l'Académie „ royale des Sciences*, à Paris 1693. Comme c'eſt „ une méthode de pratique, & qu'en fait de pra- „ rique on a bien plutôt fait d'inſtruire par des „ exemples que par des préceptes, M. de Freni- „ cle ne s'arrête pas à donner de longs préceptes „ pour tous les cas différens qui peuvent ſe ren- „ contrer; mais, après avoir établi en peu de „ mots dix regles générales, il en montre l'ap- „ plication par dix exemples choiſis & aſſez éten- „ dus „. *Mém. de l'Acad. des Sciences*, 1693, *pag.* 50, 51, 52. On ne dit ici rien davantage de cette méthode, parce qu'il ſeroit difficile de donner en peu de paroles une idée aſſez claire de cette ſuite de dénombremens & d'*excluſions*, en quoi elle conſiſte: il la faut voir dans le livre même: d'ailleurs depuis que les méthodes de l'Algebre ſont devenues familieres & ont été perfectionées, elle n'eſt plus d'uſage, & ne peut être que de ſimple curioſité. (*O*).

EXCURSION, ſ. f. *terme d'Aſtronomie*. Les cercles d'*excurſion* ſont des cercles paralleles à l'écliptique, & placés à une telle diſtance de ce grand cercle, qu'ils renferment ou terminent l'eſpace des plus grandes latitudes. Ces *excurſions* doivent être à 8 degrés environ, parce que les orbites des planetes ſont fort peu inclinées à l'écliptique, de ſorte que la zône ou bande appelée zôdiaque & qui renferme toutes ces orbites, n'a qu'environ 8 degrés de largeur d'un côté & de l'autre. *Voyez* INCLINAISON, ZÔDIAQUE.

Les points où une planete eſt dans ſa plus grande *excurſion*, ſe nomment *limites*. (*O*).

EXEGESE *numérique* ou *linéaire*, ſignifie, *dans l'ancienne Algebre, l'extraction numérique* ou *linéaire des racines des équations*, c'eſt-à-dire, la ſolution numérique de ces équations, ou leur conſtruction géométrique. *Voyez* ÉQUATION, CONSTRUCTION, RACINE. Viette s'eſt ſervi de ce mot dans ſon algebre. *Voyez* ALGEBRE.

EXGETIQUE, ſ. f. *terme de l'ancienne Algebre*; c'eſt ainſi que Viete appele l'art de trouver les racines des équations d'un problême, ſoit en nombres, ſoit en lignes, ſelon que le problême eſt numérique ou géométrique. *Voyez* RACINE, ÉQUATION, *&c.* (*O*).

EXHAUSTION, ſ. f. *terme de Mathématiques*. La méthode d'*exhauſtion* eſt une maniere de prouver l'égalité de deux grandeurs, en faiſant voir que leur différence eſt plus petite qu'aucune grandeur aſſignable; & en employant, pour le démontrer, la réduction à l'abſurde.

Ce n'eſt pourtant pas parce qu'on y *rédnit* à l'abſurde, que l'on a donné à cette méthode le nom de *méthode d'exhauſtion*: mais comme l'on s'en ſert pour démontrer qu'il exiſte un raport d'égalité entre deux grandeurs, lorſqu'on ne peut pas le prouver directement, on ſe reſtreint à faire voir qu'en ſuppoſant l'une plus petite ou plus grande que l'autre, on tombe dans une abſurdité évidente: afin d'y parvenir, on permet à ceux qui nient l'égalité ſuppoſée, de déterminer une différence à volonté; on leur démontre que la différence qui exiſteroit entre ces grandeurs (en cas qu'il y en eût) ſeroit plus petite que la différence aſſignée; & qu'ainſi cette différence ayant pu être ſuppoſée d'une petiteſſe qui, pour ainſi dire, *épuiſât* toute grandeur aſſignable, c'eſt une néceſſité de convenir que la différence entre ces grandeurs s'évanouit véritablement. Or c'eſt cette petiteſſe indiſſible, inaſſignable, & qui *épuiſe* toute grandeur quelconque, qui a fait donner à la méthode préſente le nom de *méthode d'exhauſtion*, du mot latin *exhauſtio*, épuiſement.

La méthode d'*exhauſtion* eſt fort en uſage chez les anciens géometres, comme Euclide, Archimede, *&c.* Elle eſt fondée ſur ce théorême du dexieme livre d'Euclide, que des quantités ſont égales lorſque leur différence eſt plus petite qu'aucune grandeur aſſignable; car ſi elles étoient inégales, leur différence pouroit être aſſignée; ce qui eſt contre l'hypotheſe.

C'eſt d'après ce prineipe qu'on démontre que, ſi un polygone régulier d'une infinité de côtés eſt inſerit ou circonſcrit à un cercle, l'eſpace qui conſtitue la différence entre le cercle & le polygone *s'épuiſera* & diminuera par degrés; de ſorte que le cercle deviendra égal au polygone. *Voyez* QUADRATURE, POLYGONE, *&c. Voyez auſſi* LIMITE, INFINI, *&c.* (*E*).

* Le calcul différentiel n'eſt autre choſe que la méthode d'*exhauſtion* des anciens, réduite à une analyſe ſimple & commode; c'eſt la méthode de déterminer analytiquement les limites des raports;

la métaphyſique de cette méthode eſt expliquée *au mot* DIFFÉRENTIEL.

EXPONENTIEL, adj. (*Géomét. tranſcend.*). *Quantité exponentielle*, eſt une quantité élevée à une puiſſance dont l'expoſant eſt indéterminé & variable. *Voyez* EXPOSANT.

Il y a des *quantités exponentielles* de pluſieurs degrés ou de pluſieurs ordres. Quand l'expoſant eſt une quantité ſimple & indéterminée, on l'appele une *quantité exponentielle du premier degré*.

Quand l'expoſant eſt lui-même une *exponentiele* du premier degré, alors la quantité eſt une *exponentiele* du ſecond degré.

Ainſi, z^y eſt une *exponentiele* du premier degré, parce que la quantité y eſt une quantité ſimple : mais z^{x^y} eſt une quantité *exponentiele* du ſecond degré, parce que x^y eſt une *exponentiele* du premier degré. De même $z^{x^{y^s}}$ eſt une *exponentiele* du troiſieme degré, parce que l'expoſant x^{y^s} en eſt une du ſecond.

Il faut remarquer de plus que, dans les quantités *exponentielles*, la quantité élevée à l'expoſant variable peut être conſtante comme dans x^y, ou variable comme dans y^x; ainſi, on peut encore à cet égard diſtinguer les quantités *exponentieles* en différentes eſpeces.

La théorie des quantités *exponentieles* eſt expliquée avec beaucoup de clarté dans un mémoire qu'on trouvera au *tome I du recueil des œuvres* de M. J. Bernoulli, Lauſanne, 1743. Le calcul des quantités *exponentieles*, de leurs différentieles, *&c.* ſe nomme *calcul exponentiel*. On peut auſſi voir les regles de ce calcul expliquées dans *la premiere partie du traité du calcul* de M. de Bougainville. Au reſte, c'eſt à M. J. Bernoulli que la Géométrie doit la théorie du calcul *exponentiel*, branche du calcul intégral devenue depuis ſi féconde.

Outre les quantités *exponentieles* dont les expoſans ſont réels, il y en a auſſi dont les expoſans ſont imaginaires; & ces quantités ſont ſur-tout fort utiles dans la théorie des ſinus & des coſinus des angles. *Voyez* SINUS.

La méthode générale pour trouver aiſément les différentieles des quantités *exponentieles*, c'eſt de ſuppoſer ces *exponentieles* égales à une nouvele inconnue, de prendre enſuite les logarithmes de part & d'autre, de differencier, & de ſubſtituer; ainſi, faiſant $y^x = z$, on aura $x \log. y = \log. z$; donc $dx \times \log. y + \frac{x\,dy}{y} = \frac{dz}{z}$. [*Voyez* LOGARITHME. Donc dz ou $d\left(y^x\right) = z\,dx \log. y + \frac{z\,x\,dy}{y} = y^x\,dx \log. y + \frac{y\,x\,dy}{y}$. Donc, ſi on a à différencier a^x; comme a eſt alors égal à y, & que $dy = 0$, on aura pour différentiele $a^x\,dx \times \log. a$; & ainſi des autres.

Courbe exponentielle, eſt celle qui eſt exprimée par une équation *exponentiele*. *Voyez* COURBE.

Les courbes *exponentieles* participent de la nature des algébriques & des tranſcendantes; des premieres, parce qu'il n'entre dans leur équation que des quantités finies; & des dernieres, parce qu'elles ne peuvent pas être repréſentées par une équation algébrique. Car dans les courbes à équations algébriques, les expoſans ſont toujours des nombres déterminés & conſtans, au lieu que, dans les équations des courbes *exponentieles*, les expoſans ſont variables. Par exemple, $ay = x^2$ eſt l'équation d'une courbe algébrique; $y = a^x$ eſt l'équation d'une courbe *exponentiele*; cette équation $y = a^x$ ſignifie qu'une ordonée quelconque y, eſt à une ordonée conſtante que l'on prend pour l'unité, comme une conſtante a élevée à un expoſant indiqué par le raport de l'abſciſſe x à la ligne que l'on prend pour l'unité, eſt à la ligne priſe pour l'unité, élevée à ce même expoſant. C'eſt pourquoi ſi on prend b pour cette ligne qui repréſente l'unité, l'équation $y = a^x$ réduite à une expreſſion & à une traduction claire, revient à celle-ci $\frac{y}{b} = \frac{a}{\frac{x}{b}}$; l'équation $y = a^x$ eſt celle de la logarithmique. *Voyez* LOGARITHMIQUE. De même $y = x^y$ ſignifie $\frac{y}{b} = \frac{x}{\frac{y}{b}}$; & ainſi des autres.

Équation exponentiele, eſt celle dans laquelle il y a des quantités *exponentieles*, &c. Ainſi, $y = z^x$ eſt une équation *exponentiele*.

On réſout les équations *exponentieles* par logarithmes, lorſque cela eſt poſſible. Par exemple, ſi on avoit $a^x = b$, x étant l'inconnue, on auroit $x \log. a = \log. b$, & $x = \frac{\log. b}{\log. a}$; de même ſi on avoit $a^{x+2} + b\,c^{x+1} + g\,e^x = k$ on en tireroit l'équation $c^x (a\,c^2 + b\,c + g) = k$, & x logarith. c + logarith. $(a\,c^2 + b\,c + g) = \log. k$; d'où l'on tirera x. Mais il y a une infinité de cas où on ne pourra

trouver x que par tâtonement ; par exemple, ſi on avoit $a^x + b^{2x} = c$, &c. *Voyez* LOGARITHME.

C'eſt par les équations *exponentielles* qu'on pratique dans le calcul intégral l'opération qui conſiſte à *repaſſer des logarithmes aux nombres*. Soit par exemple, cette équation logarithmique $x = \log. y$. ſuppoſant que c ſoit le nombre qui a pour logarithme 1, on aura $1 = \log. c$, & $x \log. c = x = \log. y$. Donc (*Voyez* LOGARITHME) $\log. c^x = \log. y$, & $c^x = y$. (*O*).

EXPOSANT, ſ. m. (*Algebre*). Ce terme a différentes acceptions, ſelon les différens objets auxquels on les raporte. On dit, l'*expoſant* d'une raiſon, l'*expoſant* du rang d'un terme dans une ſuite, l'*expoſant* d'une puiſſance.

L'*expoſant* d'une raiſon (il faut entendre la *géométrique*, car dans l'Arithmétique ce qu'on pourroit appeler de ce nom, prend plus particuliérement celui de *différence*) : l'*expoſant* donc d'une raiſon géométrique eſt le quotient de la diviſion du conſéquent par l'antécédent. Ainſi, dans la raiſon de 2 à 8, l'*expoſant* eſt $\frac{8}{2} = 4$; dans celle de 8 à 2, l'*expoſant* eſt $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ *&c. Voyez* PROPORTION.

C'eſt l'égalité des *expoſans* de deux raiſons qui les rend elles-mêmes égales, & qui établit entr'elles ce qu'on appele *proportion*. Chaque conſéquent eſt alors le produit de ſon antécédent par l'*expoſant* commun. Il ſemble donc, pour le dire en paſſant, qu'ayant à trouver le quatrieme terme d'une proportion géométrique, au lieu du circuit qu'on prend ordinairement, il ſeroit plus ſimple de multiplier directement le troiſieme terme par l'*expoſant* de la premiere raiſon, au moins quand celui-ci eſt un nombre entier. Par exemple, dans la proportion commencée 8. 24 : : 17. ", le quatrieme terme ſe trouveroit tout-d'un-coup, en multipliant 17 par l'*expoſant* 3 de la premiere raiſon ; au lieu qu'on preſcrit de multiplier 24 par 17, & puis de diviſer le produit par 8. Il eſt vrai que les deux méthodes exigent également deux opérations, puiſque la recherche de l'*expoſant* ſuppoſe elle même une diviſion ; mais dans celle qu'on propoſe, ces deux opérations, s'exécutant ſur deux termes moins compoſés, en ſeroient plus courtes & plus faciles. *Voyez* REGLE DE TROIS.

L'*expoſant* du rang eſt, comme cela s'entend aſſez, le nombre qui exprime le *quantieme* d'un terme dans une ſuite quelconque. On dira, par exemple, que 7 eſt l'*expoſant* du rang du terme 13 dans la ſuite des impairs ; que celui de tout autre terme T de la même ſuite eſt $\frac{T+1}{2}$; & plus généralement que l'*expoſant* du rang d'un terme pris où l'on voudra dans une progreſſion arithmétique quelconque, dont le premier terme eſt déſigné par p, & la différence par d, eſt $\frac{T-p}{d} + 1$.

On nomme *expoſant*, par raport à une puiſſance, un chifre (en caractere minuſcule) qu'on place à la droite & un peu au deſſus d'une quantité, ſoit numérique, ſoit algébrique, pour déſigner le nom de la puiſſance à laquelle on veut faire entendre qu'elle eſt élevée. Dans a_4, par exemple, 4 eſt l'*expoſant* qui marque que a eſt ſuppoſé élevé à la quatrieme puiſſance.

Souvent, au lieu d'un chifre, on emploie une lettre ; & c'eſt ce qu'on appele *expoſant indéterminé*. a^n eſt a élevé à une puiſſance quelconque déſignée par n. Dans $\sqrt[n]{a}$, n déſigne le nom de la racine qu'on ſuppoſe extraite de la grandeur a, &c.

Autrefois, pour repréſenter la quatrieme puiſſance de a, on écrivoit $a\ a\ a\ a$; expreſſion incommode, & pour l'auteur, & pour le lecteur, ſurtout lorſqu'il s'agiſſoit de puiſſances fort élevées. Deſcartes vint, qui à cette répétition faſtidieuſe de la même racine ſubſtitua la racine ſimple, ſurmontée vers la droite de ce chifre qu'on nomme *expoſant*, lequel annonce au premier coup d'œil combien de fois elle eſt cenſée répétée.

Outre l'avantage de la briéveté & de la néteté, cette expreſſion a encore celui de faciliter extrêmement le calcul des *puiſſances de la même racine*, en le réduiſant à celui de leurs *expoſans*, leſquels pouvant d'ailleurs être pris pour les logarithmes des puiſſances auxquelles ils ſe raportent, les font participer aux commodités du calcul logarithmique. Dans l'expoſé qui va ſuivre du calcul des *expoſans* des puiſſances, nous aurons ſoin de ramener chaque réſultat à l'expreſſion de l'ancienne méthode, comme pour ſervir à la nouvele de démonſtration proviſionele ; renvoyant pour une démonſtration plus en forme à l'*article* LOGARITHME, qui eſt en droit de la revendiquer.

Multiplication. Faut-il multiplier a^m par a^n ? On fait la ſomme des deux *expoſans*, & l'on écrit a^{m+n}. En effet que $m = 3$, & $n = 2$; $a^{m+n} = a^{3+2} = a^5 = a\ a\ a\ a\ a = a\ a\ a \times a\ a$.

Diviſion. Pour diviſer a^m par a^n, on prend la différence des deux *expoſans*, & l'on écrit a^{m-n}. En effet, que $m = 5$, & $n = 2$; $a^{m-n} = a^{5-2} = a^3 = a\ a\ a = \frac{a\ a\ a\ a\ a}{a\ a}$.

Si $n = m$, l'*expoſant* réduit devient 0, & le quotient eſt $a^0 = 1$; car (au lieu de n, ſubſtituant m qui lui eſt égale par ſuppoſition) $a^0 = a^{m-m} = \frac{a^m}{a^m} = 1$.

Si $n > m$, l'*expoſant* du quotient ſera négatif.

Par exemple, que $m=2$, & $n=5$; $a^{m-n} = a^{2-5} = a^{-3}$. Mais qu'eſt-ce que a^{-3}? Pour le ſavoir, interrogeons l'ancienne méthode. a^{-3} eſt donné pour l'expreſſion de $\frac{aa}{aaaaa} = \frac{1}{aaa} = \frac{1}{a^3}$. Ce qui fait voir qu'une puiſſance *négative* équivaut à une fraction, dont le numérateur étant l'unité, le dénominateur eſt cette puiſſance même devenue *poſitive*: comme réciproquement une puiſſance *poſitive* équivaut à une fraction, dont le numérateur eſt encore l'unité, & le dénominateur cette même puiſſance devenue *négative*. En général, $a^{\pm m} = \frac{1}{a^{\mp m}}$. On peut donc, ſans inconvénient, ſubſtituer l'une de ces deux expreſſions à l'autre: ce qui a quelquefois ſon utilité.

Élévation. Pour élever a^m à la puiſſance dont l'*expoſant* eſt n, on fait le produit des deux *expoſans*, & l'on écrit $a^{m \times n}$ ... En effet, que $m=2$, & $n=3$; $a^{m \times n} = a^{a \times 3} = a^6 = aaaaaa = aa \times aa \times aa$.

Extraction. Comme cette opération eſt le contraire de la précédente; pour extraire la racine n de a^m, on voit qu'il faut diviſer m par n, & écrire $a^{\frac{m}{n}}$. En effet, que $m=6$, & $n=3$; $a^{\frac{m}{n}} = a^{\frac{6}{3}} = a^2 = aa = \sqrt[3]{aaaaaa}$.

On peut donc bannir du calcul les ſignes radicaux qui y jettent ſouvent tant d'embaras, & traiter les grandeurs qu'ils affectent comme des puiſſances, dont les *expoſans* ſont des nombres rompus. Car $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$; $\sqrt[n]{a^{-m}} = a^{\frac{-m}{n}}$, &c.

On ne dit rien de l'*addition* ni de la *ſouſtraction*, parce que ni la ſomme, ni la différence de deux puiſſances de la même racine, ne peuvent ſe rapeler à un *expoſans* commun, & qu'elles n'ont point d'expreſſion plus ſimple que celle-ci, $a^m \pm$. Mais elles ont d'ailleurs quelques propriétés particulieres, que je ne ſache pas avoir juſqu'ici été remarquées, quoiqu'elles puiſſent trouver leur application. Elles ne ſeront point déplacées en cet article.

Premiere propriété. La différence de deux puiſſances quelconques de la même racine, eſt toujours un multiple exact de cette racine *diminuée* de l'unité, c'eſt-à-dire, que $\frac{a^m - a^n}{a-1}$ donne toujours un quotient exact.

$\frac{4^3-4^2}{3} = \frac{64-4}{3} = \frac{60}{3} = 20$ ſans reſte.

$\frac{4^3-4^0}{3} = \frac{64-1}{3} = \frac{63}{3} = 21$

Obſervez en paſſant que, dans le premier exemple, $4^3 - 4^2 = 60 = 3 \times 4 \times 5$. Ce qui n'eſt point un hazard, mais une propriété conſtante de la *différence des troiſieme & premiere puiſſances*, laquelle eſt toujours égale au produit continu des trois termes conſécutifs de la progreſſion naturelle, dont le moyen eſt la premiere puiſſance même ou la racine. $a^3 - a^1 = a-1 \times a \times a+1$.

Seconde propriété. La différence de deux puiſſances quelconques de la même racine eſt un multiple exact de cette racine *augmentée* de l'unité, quand la différence des *expoſans* de deux puiſſances eſt un nombre pair; c'eſt-à-dire, que $\frac{a^m - a^n}{a+1}$ donne un quotient exact, quand $m-n$ exprime un nombre pair.

$\frac{4^3-4^1}{5} = \frac{64-4}{5} = \frac{60}{5} = 12$, *ſans reſte*, parce que $3-1=2$, nombre *pair*.

Mais $\frac{4^3-4^0}{5} = \frac{64-1}{5} = \frac{63}{5}$ *laiſſe un reſte*, parce que $3-0=3$ *n'eſt pas* un nombre *pair*.

Troiſieme propriété. La ſomme de deux puiſſances quelconques de la même racine eſt un multiple exact de cette racine *augmentée* de l'unité, quand la différence des *expoſans* des deux puiſſances eſt un nombre impair; c'eſt-à-dire, que $\frac{a^m + a^n}{a+1}$ donne un quotient exact, quand $m-n$ exprime un nombre *impair*. Ainſi, $\frac{4^3+4^0}{5} = \frac{64+1}{5} = \frac{65}{5} = 13$, *ſans reſte*, parce que $3+0=3$, nombre *impair*.

Mais $\frac{4^3+4^1}{5} = \frac{64+4}{5} = \frac{68}{5}$ *laiſſe un reſte*, parce que $3+1=4$ *n'eſt pas* nombre *impair*.

Démonſtration commune.

Si l'on compare $a^m \pm a^n$, conſidéré, d'une part, comme dividende avec $a \pm 1$, conſidéré de l'autre comme

comme diviſeur, il en réſulte quatre combinaiſons différentes; ſavoir,

$$\frac{a^m+a^n}{a-1} * \frac{a^m-a^n}{a-1} * \frac{a^m-a^n}{a+1} * \frac{a^m+a^n}{a+1}.$$

Maintenant, ſi l'on vient à effectuer ſur chacune la diviſion indiquée, on trouvera (& c'eſt une ſuite des loix générales de la diviſion algébrique):

1°. Que dans toutes les hypotheſes, les termes du quotient (ſuppoſé exact) ſont par ordre les puiſſances conſécutives & décroiſſantes de a, depuis & y compris a^{m-1} juſqu'à a^n inclusivement; d'où il ſuit que le nombre des termes du quotient *exact*, ou ce qui eſt la même choſe, l'*expoſant* du rang de ſon dernier terme eſt $m-n$.

2°. Que dans les deux premieres hypotheſes les termes du quotient ont tous le ſigne +, & que dans les deux dernieres, ils ont alternativement & dans le même ordre les ſignes + & −; de ſorte que le ſigne + apartient à ceux dont l'*expoſant* du rang eſt impair, & le ſigne − à ceux dont l'*expoſant* du rang eſt pair.

3°. Que, pour rendre la diviſion exacte, le dernier terme du quotient doit avoir le ſigne − dans les premiere & troiſieme hypotheſes, & le ſigne + dans la ſeconde & dans la quatrieme.

La figure ſuivante met ſous les yeux le réſultat des deux derniers articles. La ligne ſupérieure repréſente l'ordre des ſignes qui affectent les divers termes du quotient, relativement aux quatre différentes hypotheſes; l'inférieure marque le ſigne que doit avoir dans chacune le dernier terme du quotient, pour rendre la diviſion exacte.

I. hypoth.	*Seconde.*	*Troiſieme.*	*Quatrieme.*
+.+.+.&c.	+.+.+.&c.	+.−.+.−.&c.	+.−.+.−.&c.
−	+	−	+

La ſeule inſpection de la figure fait voir que la diviſion exacte ne peut avoir lieu dans la premiere hypotheſe, puiſque elle exige le ſigne − au dernier terme du quotient, & que tous y ont le ſigne +; que par une raiſon contraire elle a toujours lieu dans la ſeconde; qu'elle l'a dans la troiſieme, quand l'*expoſant* du rang du dernier terme, où (*ſupra*) $m-n$ eſt pair; & dans la quatrieme, quand $m-n$ eſt impair.

J'ai remarqué (& d'autres ſans doute l'auront fait avant moi) que la différence de troiſieme & premiere puiſſances de la même racine eſt égale au produit continu de trois termes conſécutifs de la progreſſion naturele, dont le moyen eſt la premiere puiſſance même ou la racine... $r^3-r^1 = \overline{r-1} \times r \times \overline{r+1}$.

Cette propriété, au reſte, dérive d'une autre ultérieure. Les *expoſans* des deux puiſſances étant *quelconques*, pourvu que leur différence ſoit 2, on a généralement $r^m - r^n = \overline{r-1} \times r^n \times \overline{r+1}$;... & la démonſtration en eſt aiſée. Car, dans le ſecond membre, le produit des extrêmes eſt $rr-1$: or, ſi l'on multiplie le terme moyen r^n par $rr-1$, on aura $r^{n+2} - r^n$: mais $r^{n+2} = r^m$, puiſque (par ſuppoſition) $m-n=2$, d'où $m=n+2$.

Ceci eſt peu de choſe en ſoi: mais n'en pourroit-on pas faire uſage, pour réſoudre avec facilité toute équation d'un degré quelconque, qui anta, ou *à qui on pourra donner* cette forme $x^m - x^n - a = 0$, de ſorte que $m-n$ y ſoit $=2$, & dont une des racines ſera un nombre entier.

En effet, cherchant tous les diviſeurs ou facteurs de a, &, pour plus de commodité, les diſpoſant par ordre deux à deux, de façon que chaque *paire* contiene deux facteurs correſpondans de a, comme on voit ici ceux de 12... $\frac{1}{12} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot$... on eſt aſſuré qu'il s'en trouvera une paire qui ſera $\overline{x-1} \times \overline{x+1}$ ^{n} x. Choiſiſſant donc dans la ligne inférieure (que je ſuppoſe contenir les plus grands facteurs) ceux qui ſont des puiſſances du degré n, ou bien il ne s'en trouvera qu'un, & dès-là ſa n^e racine ſera la valeur de x; ou il s'en trouvera pluſieurs, & alors, les comparant avec leurs co-facteurs, on ſe déterminera pour celui dont le co-facteur eſt le produit de ſa n^e racine diminuée de l'unité par la même racine augmentée de l'unité. Par exemple:

Soit l'équation à réſoudre... $x^3 - x^2 - 3000 = 0$, on trouve que les facteurs de 3000 ſont par ordre,

1	2	3	4	5	6	8	10	12	15	
3000'	1500'	1000'	750'	600'	500'	375'	300'	250'	200'.	
20	24	25	30	40	50'					
150'	125'	120'	100'	75'	60'					

En conſultant, ſi on le juge néceſſaire, la table des puiſſances, on trouve que la ligne inférieure ne contient que deux cubes, 1000 & 125. Le premier ne peut convenir, parce que ſon co-facteur eſt 3, & que $\left(\sqrt[3]{1000}\right.$ étant 10) il devroit être $\overline{10-1} \times \overline{10+1} = 9 \times 11 = 99$: mais le ſecond convient parfaitement, parce que d'un côté ſa racine cubique étant 5, de l'autre ſon co-facteur eſt $24 = 4 \times 6 = \overline{5-1} \times \overline{5+1}$... On a donc $x=5$.

Reſte à trouver le moyen de donner à toute équation propoſée la forme requiſe, c'eſt-à-dire, de la réduire à ſes premier, troiſieme & dernier termes; de façon que les deux premiers ſoient ſans coëfficiens, & les deux derniers négatifs. C'eſt l'affaire des Algébriſtes, & pour eux une occaſion précieuſe d'employer utilement l'art des tranſformations, s'il va juſque-là.

Il eſt au moins certain que, dans les cas où l'on poura ainſi transformer l'équation, la méthode qu'on propoſe ici anra lieu, pourvu qu'une des racines de l'équation ſoit un nombre entier. On convient que cette méthode ne s'étend juſqu'ici qu'à un très-petit nombre de cas, puiſqu'on n'a point encore, & qu'on n'aura peut-être jamais de méthode générale pour réduire les équations à la forme & à la condition dontil s'agit; mais on ne donne auſſi la méthode dont il s'agit ici, que comme pouvant être d'uſage en quelques occaſions. *Article de M.* RALLIER DES OURMES.

* Il ne nous reſte qu'un mot à ajouter à cet excellent *article*, ſur le calcul des *expoſans*, Que ſignifie, dira-t-on, cette expreſſion a^{-m}? Quelle idée nette préſente-t-elle à l'eſprit? le voici. Il n'y a jamais de quantités négatives & abſolues en elles-mêmes. Elles ne ſont telles, que relativement à des quantités poſitives dont on doit ou dont on peut ſuppoſer qu'elles ſont retranchées; ainſi, a^{-m} ne déſigne quelque choſe de diſtinct, que relativement à une quantite a^{n} exprimée ou ſous-entendue; en ce cas, a^{-m} marque que, ſi on vouloit multiplier a^{n} par a^{-m}, il faudroit retrancher de l'*expoſant n* autant d'unités qu'il y en a dans m; voilà pourquoi a^{-m} équivaut à $a^{\frac{1}{m}}$, ou à une diviſion par a^{m}. Ainſi, a^{-m} n'eſt autre choſe qu'une maniere d'exprimer $a^{\frac{1}{m}}$, plus commode pour le calcul. De même a^{0} n'indique autre choſe que $a^{m} \times a^{-m}$ ou $\frac{a^{m}}{a^{m}} = 1$; a^{0} indique, ſuivant la notion des *expoſans*, que la quantité a ne doit plus ſe trouver dans le calcul; & en effet elle ne s'y trouve plus: comme a^{-m} indique que la quantité a doit ſe trouver dans le calcul avec m dimenſions de moins, & qu'en général elle doit abaiſſer de m dimenſions la quantité algébrique où elle entre par voie de multiplication. *Voyez* NÉGATIF.

Paſſons aux *expoſans* fractionaires. Que ſignifie $a^{\frac{2}{3}}$? Pour en avoir une idée nette, je ſuppoſe $a = bb$; donc $a^{\frac{2}{3}}$ eſt la même choſe que $(bb)^{\frac{2}{3}}$; or dans $(bb)^{3}$, par exemple, l'*expoſans* indique que b doit être écrit un nombre de fois triple du nombre de fois qu'il eſt écrit dans le produit (bb); & comme il y eſt écrit deux fois (bb) il s'enſuit que $(bb)^{3}$ indique que b doit être écrit 6 fois; donc $(bb)^{3}$ eſt égal à b^{6}; donc par la même raiſon $(bb)^{\frac{2}{3}}$ indique que b doit être *écrit la moitié de fois* de ce qu'il eſt écrit dans la quantité bb donc il doit être écrit une fois; donc $(bb)^{\frac{2}{3}} = b$; donc $a^{\frac{2}{3}} = b = \sqrt{a}$.

Il n'y anra pas plus de diffienlté pour les *expoſans* radicaux, dont très-peu d'auteurs ont parlé. Que ſignifie, par exemple $a\sqrt{2}$? Pour le trouver, on remarquera que $\sqrt{2}$ n'eſt point un vrai nombre, mais une quantité dont on peut approcher auſſi près qu'on veut, ſans l'atteindre jamais; ainſi, ſuppoſons que $\frac{p}{q}$ exprime une fraction par laquelle on approche continuélement de $\sqrt{2}$ $a\sqrt{2}$ anra pour valeur approchée la quantité $a^{\frac{p}{q}}$, dans laquelle p & q ſeront des nombres entiers qu'on poura rendre auſſi exacts qu'on voudra, juſqu'à l'exactitude abſolue excluſivement. Ainſi, $a\sqrt{2}$ indique proprement la limite d'une quantité, & non une quantité réelle; c'eſt la limite de a élevée à un *expoſant* fractionaire qui approche de plus en plus de la valeur de $\sqrt{2}$. *Voyez* EXPONENTIEL, LIMITE, *&c.* (O).

EXPRESSION, ſ. f. (*Algebre*). On appele en Algebre *expreſſion* d'une quantité, la valeur de cette quantité exprimée ou repréſentée ſous une forme algébrique. Par exemple, ſi on trouve qu'une inconnue x eſt $= \sqrt{aa+bb}$, a & b étant des quantités connues, $\sqrt{aa+bb}$ ſera l'*expreſſion* de x. Une équation n'eſt autre choſe que la valeur d'une même quantité préſentée ſous deux *expreſſions* différentes. *Voyez* ÉQUATION. (O).

EXPURGATION, *Émerſion*, ſortie de l'ombre dans une éclipſe.

EXTERNES (*angles*), *en Géométrie*, ſont les angles de toute figure rectiligne, qui n'entrent point dans ſa formation, mais qui ſont formés par ſes côtés prolongés au dehors. *Voyez* ANGLE & INTERNE.

Les angles *externes* d'un polygone quelconque pris enſemble ſont égaux à quatre angles droits. Dans un triangle, l'angle *externe* eſt égal à la ſomme des angles intérieurs oppoſés. *Voyez* TRIANGLE. Ces propoſitions ſont démontrées par-tout. (E).

EXTRACTION, ſ. f. (*Arith. & Alg.*). Opération qui conſiſte à trouver une certaine racine d'un nombre ou d'une quantité algébrique. Voici les principes & le procédé de la méthode.

I. On appele *puiſſances* d'un nombre, les pro-

duits que l'on trouve, en le multipliant par lui-même, un certain nombre de fois.

Tout nombre eſt lui-même ſa *premiere* puiſſance. Ainſi, 4 ou la premiere puiſſance de 4, c'eſt la même choſe.

La *ſeconde* puiſſance ou le carré du nombre, eſt le produit de ce nombre multiplié par lui-même. Ainſi, 4 × 4 ou 16, eſt la ſeconde puiſſance ou le carré de 4. De même, 6×6 ou 36, eſt la ſeconde puiſſance ou le carré de 6. L'uſage le plus ordinaire eſt d'employer, pour la briéveté, le mot de *carré*, préférablement à celui de *ſeconde puiſſance*.

La *troiſieme* puiſſance ou le *cube* d'un nombre, eſt le produit de ce nombre multiplié deux fois de ſuite par lui-même, c'eſt-à-dire, le produit du nombre par ſon carré. Ainſi, ſi l'on multiplie 4 par ſon carré 16, le produit 64 eſt la troiſieme puiſſance ou le cube de 4. De même, 216, produit de 6 par ſon carré, eſt la troiſieme puiſſance ou le cube de 6. Le mot de *cube* eſt plus uſité.

La *quatrieme* puiſſance d'un nombre eſt le produit de ce nombre multiplié trois fois de ſuite par lui-même, c'eſt-à-dire, le produit du nombre par ſon cube. Ainſi, 4 × 64, ou 256 eſt la quatrieme puiſſance de 4; 6 × 216, ou 1296 eſt la quatrieme puiſſance de 6.

Ainſi de ſuite, pour les puiſſances *cinquieme*, *ſixieme*, &c.

II. L'opération qu'on fait pour trouver une certaine puiſſance d'un nombre, s'appele *formation* de cette puiſſance.

III. On remarquera que toutes les puiſſances de 1 ſont 1. Car 1 multiplié par lui-même autant de fois qu'on voudra, ne peut donner que 1. Cette propriété apartient à l'unité, exclusivement à tous les autres nombres.

IV. Voici une petite Table qui contient les quatre premieres puiſſances des nombres depuis 1 juſqu'à 9 inclusivement.

Nombres	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Carrés	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Cubes	1	8	27	64	125	216	343	512	729
4es Puiſſances	1	16	81	256	625	1296	2401	4096	6561

V. On appele *racine* d'une puiſſance, le nombre qui, en ſe multipliant lui-même un certain nombre de fois, produit cette puiſſance. La racine *premiere* & la puiſſance *premiere* ſont la même choſe. Mais il en eſt autrement pour les puiſſances & les racines des ordres ſupérieurs au premier. Par raport à la ſeconde puiſſance, le nombre générateur s'appele *racine ſeconde*, ou plus ordinairement, *racine carrée*; par raport à la troiſieme puiſſance, le nombre générateur s'appele *racine troiſieme*, ou plus ordinairement, *racine cube*. Ainſi de ſuite.

VI. L'opération qu'on fait pour trouver la racine quand on connoît la puiſſance, s'appele *extraction* de la racine.

VII. Ces notions bien entendues, nous pouvons nous propoſer, à ce ſujet, les deux queſtions ſuivantes, dont l'une eſt l'inverſe de l'autre.

(I.) *Etant donné un nombre, déterminer telle puiſſance qu'on voudra de ce nombre.*

(II.) *Etant donné un nombre que l'on regarde comme une certaine puiſſance d'un autre nombre, trouver ces autre nombre.*

La premiere queſtion n'a aucune difficulté; car il ne s'agit, pour la réſoudre, que de multiplier un nombre un certain nombre de fois par lui-même. Qu'on demande, par exemple, la quatrieme puiſſance de 15: je multiplie 15 par 15, le produit eſt 225; je multiplie ce produit par 15, j'ai 3375; je multiplie ce dernier produit par 15, & j'ai 50625, qui eſt la quatrieme puiſſance cherchée.

Quant à la ſeconde queſtion, elle eſt beaucoup plus difficile, & demande, pour être réſolue, des regles particulieres. Je vais donner ces regles pour les racines carrée & cube, ſeulement, parce que dans les uſages les plus ordinaires qu'on fait des racines, dans l'Arithmétique, on n'a beſoin que de ſavoir extraire la racine carrée & la racine cube. Mais il ne ſera pas difficile d'imiter, ſi l'on veut, les mêmes procédés pour les ordres ſupérieurs.

Extraction de la Racine carrée.

VIII. Suivant l'idée générale que nous avons donnée (VI) de l'extraction des racines, l'extraction de la racine carrée eſt une opération par laquelle on trouve un nombre qui, multiplié par lui-même, donne, ou le nombre dont il s'agit d'extraire la racine carrée, ou le plus grand carré qui y eſt contenu.

Comme il n'eſt queſtion ici que des racines carrées; quand, pour abréger, j'omettrai le mot *carrée*, on aura ſoin de le ſous-entendre.

IX. Lorſqu'un nombre n'eſt pas exprimé par plus de deux chifres, ſa racine n'en a qu'un; & elle ſe trouve par le moyen de la Table de l'article IV. Par exemple demande-t-on la racine de 49? On la trouve dans la premiere caſe de la bande verticale qui contient 49; elle eſt 7.

Si le nombre toujours exprimé par deux chifres tout au plus, dont on demande la racine, n'étoit pas compris dans la Table, comme, par exemple, ſi on demandoit la racine de 88; on prendroit dans la Table le nombre le plus approchant, en deſſous, de 88; ce nombre eſt 81, dont

la racine eſt 9; & cette même racine ſeroit celle qui, en nombre entier, approche le plus, en deſſous, de la véritable racine de 88.

L'extraction de la racine des nombres qui ne ſont pas exprimés par plus de deux chifres, eſt le fondement de l'extraction des racines des nombres exprimés par tant de chifres qu'on voudra, opération que nous allons expliquer.

X. Tout nombre exprimé par plus de deux chifres en a néceſſairement plus d'un à ſa racine. Car 100, qui eſt le plus petit des nombres exprimés par plus de deux chifres, a pour racine 10, qui eſt exprimé par deux caracteres. Ainſi, la racine de tout nombre exprimé par plus de deux chifres peut être regardée comme compoſée d'un nombre de dixaines & d'un nombre d'unités, & les dixaines pourront être exprimées par plus d'un chifre. Voyons comment ces parties de la racine entrent dans la formation du carré. Quand nous connoîtrons bien comment un carré eſt produit, il ne ſera pas difficile de découvrir la racine d'un nombre quelconque, ou du moins du plus grand carré qui y eſt contenu, ſuppoſé que ce nombre ne ſoit pas un carré parfait.

XI. Je prends, par exemple, le nombre 24, qui eſt compoſé de deux dixaines, & de 4 unités; & je l'éleve à ſon carré, en le multipliant par lui-même, ſuivant les regles ordinaires de la multiplication.

```
 24
 24
 96
 48
-----
Carré 576
```

Ainſi, je multiplie premiérement 4 par 4; ſecondement, 2 par 4; troiſiémement, 4 par 2, ou 2 par 4; quatriémement, 2 par 2. Or il eſt viſible que par la premiere multiplication, on fait le carré des unités; par la ſeconde, le produit des dixaines par les unités; par la troiſieme, encore le produit des dixaines par les unités; par la quatrieme, le carré des dixaines. Il en ſera de même pour tout autre nombre compoſé de dixaines & d'unités. D'où je conclus que le carré d'un nombre compoſé de dixaines & d'unités, contient, 1°. *le carré des dixaines*. 2°. *Deux fois le produit des dixaines par les unités, ou, ce qui revient au même, le double des dixaines multiplié par les unités*. 3°. *Le carré des unités*. Dans ce réſumé, les parties ne ſont pas énoncées tout-à-fait dans le même ordre qu'on les a trouvées; mais il eſt viſible que les deux réſultats reviennent au même.

Maintenant venons à l'extraction des racines carrées, qui eſt le problême inverſe du précédent.

XII. Problême. *Trouver la racine carrée d'un nombre donné*.

Les préceptes généraux ſeroient difficiles à entendre en eux-mêmes; ils naîtroient ſans peine des opérations que nous allons faire ſur des exemples.

Exemple I. *Extraire la racine carrée du nombre* 3458, *ou du plus grand carré contenu dans ce nombre, s'il n'eſt pas un carré parfait?*

Le nombre 3458 étant compoſé de plus de deux chifres, ſa racine en a néceſſairement plus d'un (X); elle a donc des dixaines & des unités. Sans connoître ces dixaines & ces unités, nous ſommes ſûrs (XI) que le carré contient le carré des dixaines de la racine, plus deux fois le produit des dixaines par les unités, plus le carré des unités. Or le carré des dixaines, étant un produit de dixaines par des dixaines, eſt un nombre de centaines, qui a deux rangs à ſa droite. Ainſi, ſi dans le nombre 3458, je ſépare, par une petite bâre verticale, les deux derniers chifres vers la droite, en cette ſorte: 34|58; je ſerai ſûr que le carré des dixaines de la racine eſt contenu dans la partie 34. Et comme cette partie n'a que deux chifres, j'en trouverai la racine, au moins approchée en deſſous, à l'aide de la Table de l'article IV. Mettons nos calculs en ordre. Après l'acolade qui acompagne notre nombre, je tire une bâre horizontale au deſſus de laquelle j'écris les chifres de la racine, à meſure que je les trouve.

```
Car. ſup. 34|58 | 58 racine
          25    |
          ---   | 108
          958
          864
          ---
           94
```

La table citée me fait voir que 34 n'eſt pas un carré parfait, & que le plus grand carré contenu dans ce nombre, eſt 25, dont la racine eſt 5. J'écris donc 5 à la racine, & le carré 25 ſous 34. Le chifre 5 exprime les dixaines de la racine du nombre total 3458. Retranchant 25 de 34, reſte 9, à côté duquel j'abaiſſe la tranche 58; ce qui donne le nombre 958.

Puiſque, du nombre propoſé 3458, nous avons retranché le carré 25 des dixaines de ſa racine, il eſt clair que le nombre reſtant 958 doit contenir le double produit des dixaines par les unités inconnues de la racine, plus le carré des mêmes unités. Or, de ces deux dernieres parties, la premiere, c'eſt-à-dire, le double produit des dixaines par les unités, eſt néceſſairement un nombre de dixaines. Donc ce nombre eſt contenu dans les deux premiers chifres de la gauche du nombre 958, c'eſt-à-dire, dans 95. J'écris ſous la bâre 10, qui eſt le double des dixaines 5, & j'obſerve qu'en diviſant 95 par 10, on aura évidemment au quotient le nombre des unités qu'on cherche. Or le quotient de 95 diviſé par 10 eſt 9. Mais, avant que d'écrire ce chifre à la racine, il faut le ſoumettre à l'épreuve. Cette épreuve peut ſe faire de la maniere ſuivante.

À côté de 10, écrivez 9; vous aurez ainſi le nombre 109, que vous multiplierez par 9. Il eſt clair que, par cette multiplication, vous ferez tout-à-la-fois le carré des unités & le double produit des dixaines par les unités. Donc, ſi le produit de 109 par 9 peut être retranché de 958, le chifre 9 pourra être écrit à la racine. Or on trouve que le produit de 109 par 9, eſt plus grand que 958. Donc le chifre 9 eſt trop grand. On éprouvera le chifre immédiatement inférieur 8, en écrivant ce chifre à côté de 10, & multipliant 108 par 8; le produit eſt 864, qui peut être retranché de 958; le reſte eſt 94. Ce reſte eſt l'excès du nombre 3458 ſur le carré de 58.

Toutes les fois qu'on trouve ainſi un reſte, autre que zéro, c'eſt une marque que le nombre propoſé pour en extraire la racine carrée, n'eſt pas un carré parfait.

EXEMPLE II. *Extraire la racine du nombre 3745945, ou, s'il n'eſt pas un carré parfait, du plus grand carré qui y eſt contenu?*

Ayant tout diſpoſé, comme dans le premier exemple, & comme on le voit ici; je conſidere deux parties dans la racine inconnue qu'on demande: un nombre de dixainer, qui ſera exprimé lui même par plus d'un chifre, & un nombre d'unités qui eſt toujours exprimé par un ſeul chifre. Le carré total contiendra donc le carré der dixaines de la racine, plus le double produit des dixainer par les unités, plus le carré des unitér. Partageons en différens membres l'opération que nous avons à faire ponr trouver les dixaines & les unités de cette racine.

Car. ſup.	3|74|59|45	1935 rac.
	274	29
	1359	383
	21045	3865
	1720	

(I.) Comme le carré des dixaines eſt un nombre de centaines, & qu'il a par conſéquent deux places à ſa droite, il ſera comprir dans la partie 37459, qui eſt à ganche de la premiere bâre verticale. Ainſi, pour avoir les dixaines de la racine dn nombre propoſé 3745945, il faut tirer la racine dn nombre 37459, en faiſant abſtraction de la derniere partie 45.

(II.) Le nombre 37459 étant exprimé par plus de deux chifres, ſa racine a néceſſairement des dixaines & des nnités. Or le carré des dixaines ayant deux places à ſa droite, ſera compris dans la partie 374 ſitnée à ganche de la ſeconde bâre verticale. Tirons donc la racine de 374, comme ſi les chifres, qui acompagnent ce nombre à droite, n'exiſtoient pas.

(III.) Le nombre 374 a encore des dixaines & des nnirés à ſa racine, & le carré des dixaines eſt comptis dans le chifre 3, ſitué à ganche de la troiſieme bâre verticale. La racine de ce nombre 374 ſe trouve comme dans le premier exemple. De 3 ôtant 1, qui eſt le plus grand carré contenn dans 3, reſte 2, à côté duquel j'abaiſſe la tranche ſuivante 74. Je diviſe 27 par 2, double des dixaines; le quotient eſt 13: mais on ne peut pas mettre plus de 1 pour le premier chifre. On écrira donc 9 à la racine, & à côté de 2, double des dixaines; enſuite on éprouvera ce chifre, comme il a été expliqué. Ayant trouvé que 9 n'eſt pas trop grand pour être le nombre des unités de la racine, on multipliera à l'ordinaire 29 par 9, & on ſouſtraira en même temps le produit, de 274; le reſte eſt 53.

(IV.) À côté de ce reſte, j'abaiſſe la tranche ſuivante 59; & regardant 19 comme les dixaines de la racine de 37459: de plus, conſidérant que, par l'opération précédente, je viens de retrancher le carré de 19, de la partie 374, il eſt évident qne le reſte 5359 contient le double produit des dixaines 19 par le nombre inconnn des unités, plus le carré des unitér. Or le double prodnit des dixaines par les unités, a une place à ſa droite; il eſt donc contenu dans 135. Diviſant 535 par 38, double de 19, on aura au quotient les unités qu'on demande. Ce quotient eſt 3; on mettra ce chifre à la racine, & à côté de 38; on trouvera, par l'épreuve, qu'il n'eſt pas trop grand. Enſuite on multipliera à l'ordinaire 383 par 3; & on ſouſtraira en même temps le produit de 1359; le reſte eſt 250.

(V.) À côté de ce reſte, j'abaiſſe la derniere tranche 45. Je regarde 193 comme les dixaines de la racine du nombre propoſé 3745945; & comme, par les opérations précédentes, j'ai retranché le carré de ces dixaines, de la partie 37459, il eſt clair que le reſte 21045 contient le double produit des dixaines 193 par le nombre inconnn des unités, plus le carré des unités. Le premier de ces deux prodnits a une place à ſa droite; il eſt donc compris dans 2504. Diviſant ce nombre par 386, double de 193, le quotient ſera les nnités de la racine. L'épreuve fait voir qu'on ne peut par mettre plus de 5 à la racine. J'écris donc 5 à la racine, & à côté de 386; je multiplie 3865 par 5, & je ſouſtrais en même temps le produit de 21045, le reſte eſt 1720, excès du nombre propoſé 3745945 ſur le carré de 1935.

On voit par ce ſecond exemple, qne l'extraction des racines des nombres exprimés par plus de quatre chifres, n'a pas d'autres difficultér que celles des nombres qui n'en ont que trois ou quatre. Quelque grand que ſoit le nombre dont on propoſe d'extraire la racine, les chifres de cette racine ſe trouvent ſucceſſivement par des extractions partieles qui ſe font abſolnment de la même maniere que ſi la racine ne devoit être compoſée que de deux chifres.

XIII. SCHOLIE I. Lorſqn'nn nombre n'eſt pas un carré parfalt, on qu'il n'a pas de racine exactement exprimable en nombres entiers, on peut, à l'aide des parties décimales, déterminer une racine qui ne differe pas de la véritable, d'nne unité décimale de tel ordre qu'on voudra. Pont cela, on mettra une virgule à la droire du nombre propoſé, & à la ſuite de cette virgule, deux fois autant de zéros qu'on voudra avoir de chifres décimaux à la racine. Je dis *deux fois autant*, parce qn'un nombre, qni contient des parties décimales, étant multiplié par lui-même, donne un prodnit ou un carré qni contient deux fois antant de chifres décimaux qu'il y en a à la racine (*Voyez* MULTIPLICATION). Cette préparation faite, on tirera la racine comme s'il n'y avoit pas de virgule; & quand cette racine ſera trouvée, on ſéparera vers ſa droite nn nombre de chifres décimaux, égal à la moitié du nombre de

zéros qu'on avoit d'abord à la droite du nombre propoſé.

Exemple. *On demande la racine de 57, à moins d'un millieme près.*

Suivant les conditions de la queſtion, la racine doit contenir des milliemes, & par conſéquent trois chifres déeimaux. Ainſi, je mets ſix zéros à la droite de 57, & je me propoſe d'extraire la racine de 57,000000, ou en ſupprimant la virgule, de 57000000.

Car. ſup.		
57|00|00|00		7549 racine.
—		—
800		145
7500		1504
148400		15089
12599		

Je trouve, par la méthode expoſée ci deſſus, que cette racine eſt 7549, & que le reſte de l'opérarion eſt 12599. Mais la racine 7549 eſt 1000 fois trop grande, puiſqu'elle eſt celle d'un nombre 1000000 plus grand que 57; il faut donc la rendre 1000 fois plus petite; ce qui ſe fait en y ſéparant trois chifres déeimaux par une virgule. Par ce moyen, on aura 7,549 pour la racine de 57, approchée à moins d'un millieme; car on n'auroit pas pu ajouter une unité au nombre 7549, ſans le rendre trop grand pour être la racine de 57000000.

XIV. Scholie II. Si le nombre dont on propoſe de trouver la racine approchée, contenoit déja des chifres décimaux, on ne mettroit à ſa droite qu'un nombre de zéros, ſuffiſant pour avoir au carré deux fois autant de chifres décimaux, qu'on veut en avoir à la racine. Ainſi, par exemple, s'il s'agit d'extraire la racine de 57,3, à moins d'un millieme près, on ne mettra que cinq zéros à la droite de ce nombre: enſuite on tirera la racine de 57300000; &, après l'avoir trouvée, on y ſéparera trois chifres déeimaux vers la droite. Toutes ces opérations donnent 7,569 pour la racine approchée de 57,3.

Dans tous les cas, le nombre des chifres décimaux du carré vrai ou ſuppoſé, doit être pair, & double de celui de la racine.

XV. Scholie III. En ſuivant ce principe, on trouve avec la même facilité la racine des nombres qui ne contiennent que des parties déeimales. Tels ſont les nombres, 0,457; 0,03345. Si on veut avoir la racine du premier, à moins d'un millieme près, on l'écrira ainſi, 0,457000; & on tirera la racine, comme ſi le nombre étoit 457000. La racine approchée de ce dernier nombre eſt *676*; & par conſéquent 0,676 eſt, à moins d'un millieme près, la racine du nombre donné 0,457. De même, pour avoir la racine de 0,03345, à moins d'un dix-millieme près, on écrira ce nombre ainſi 0,03345000; & on opérera comme ſi le nombre étoit 3345000. La racine approchée de ce dernier nombre eſt 1828; & par conſéquent la racine du nombre propoſé 0,03345, eſt 0,1828, à moins d'un dix-millieme près.

Extraction des Racines carrées des fractions.

XVI. Pour multiplier une fraction par une autre, il faut multiplier numérateur par numérateur, & dénominateur par dénominateur. *Voyez* Fraction. Par conſéquent le carré d'une fraction, ou le produit de cette fraction multipliée par elle-même, eſt une fraction qui a pour numérateur le carré du numérateur de la fraction propoſée, & pour dénominateur le carré du dénominateur de la même fraction. Donc réciproquement, pour avoir la racine carrée d'une fraction, il faut tirer la racine du numérateur & celle du dénominateur, & faire une fraction qui ait pour numérateur la premiere racine, & pour dénominateur la ſeconde. Ainſi, par exemple, la racine de la fraction $\frac{4}{9}$ eſt $\frac{2}{3}$; la racine de la fraction $\frac{49}{64}$ eſt $\frac{7}{8}$.

XVII. Il peut arriver que le dénominateur ſoit ou ne ſoit pas un carré parfait; ce qui fait deux cas. Nous ne faiſons pas de diviſion relativement au numérateur, parce que l'eſpece de la fraction eſt déterminée par le dénominateur, & qu'il eſt à propos de régler les unités de la fraction-racine ſur celles de la fraction-carrée. Examinons ſéparément les deux cas propoſés.

XVIII. (I. Cas.) *Tirer la racine carrée d'une fraction, lorſque le dénominateur eſt un carré parfait.*

Tirez la racine du numérateur, ou du plus grand carré qui y eſt contenu, & celle du dénominateur: la fraction qui aura pour termes ces deux racines, ſera ou la racine exacte demandée, ou n'en différera pas d'une unité fractionaire de même dénomination qu'elle. Soit, par exemple, la fraction $\frac{43}{64}$, dont le dénominateur eſt un carré parfait, & dont le numérateur n'en eſt pas un. Je prends la racine 6 de 36, qui eſt le plus grand carré contenu dans le numérateur 43, & la racine exacte 8 du dénominateur 64; & je forme la fraction $\frac{6}{8}$, qui ne differe pas de $\frac{1}{8}$ de la vraie racine de $\frac{43}{64}$; car, ſi à $\frac{6}{8}$ on ajoutoit $\frac{1}{8}$, on auroit $\frac{7}{8}$, dont le carré $\frac{49}{64}$ ſurpaſſe la fraction $\frac{43}{64}$.

On peut approcher, auſſi près qu'on voudra, de la vraie racine du numérateur, par le moyen des parties déeimales. Ainſi, tirant la racine carrée de 43, à moins d'un millieme près, on aura $\frac{6,557}{8.}$ pour la racine approchée de $\frac{43}{64}$. Si on veut avoir ſeulement une fraction déeimale à la racine, on diviſera le numérateur par le dénominateur, & on trouvera 0,819, pour cette racine.

XIX. (II. Cas.) *Tirer la racine carrée d'une fraction, lorſque le dénominateur n'eſt pas un carré parfait.*

Multipliez le numérateur & le dénominateur de la fraction, par le dénominateur: vous changerez cette fraction en une autre de même valeur, & dont le dénominateur eſt un carré parfait, ce

Digitized by Google

qui revient au premier cas. Ainſi, vous opérerez ſur la nouvele fraction, comme on vient de l'expliquer. Soit, par exemple, la fraction $\frac{7}{11}$ dont on demande la racine. Je multiplie le numérateur & le dénominateur, par le dénominateur 11; ce qui donne $\frac{77}{121}$, dont $\frac{8}{11}$ eſt la racine à moins de $\frac{1}{11}$ près.

En employant l'approximation des parties décimales, & la pouſſant juſqu'aux milliemes, on trouve que la racine approchée de 55, eſt 7,416. Ainſi, la racine de la fraction $\frac{7}{11}$ ou $\frac{5500}{1100}$, eſt $\frac{7416}{1000}$ ou 0,674.

XX. Scholie I. Les racines des nombres compoſés d'entiers & de fractions, ſe trouvent en réduiſant ces nombres tout-à-fait en fractions. Par exemple, ſoit le nombre $65\frac{3}{4}$, qui eſt compoſé de l'entier 65 & de la fraction $\frac{3}{4}$. Je réduis l'entier en une fraction qui ait 47 pour dénominateur; ce qui ſe fait en multipliant 65 par 47, faiſant une fraction qui ait ce produit pour numérateur, & 47 pour dénominateur. Cette fraction eſt $\frac{3055}{47}$; en ſorte que le nombre propoſé $65\frac{3}{47}$ eſt la même choſe que $\frac{3055}{47}$ plus $\frac{3}{47}$, ou $\frac{3058}{47}$. La queſtion eſt donc réduite à tirer la racine de la fraction $\frac{3058}{47}$; extraction qui ſe fait par l'article précédent.

XXI. Scholie II. Quelquefois, lorſqu'un nombre entier n'eſt pas un carré parfait, on veut du moins déterminer ſa racine, à moins d'une unité fractionaire d'une eſpece *donnée*. Je m'explique par un exemple. Soit le nombre 3, qui n'eſt pas un carré parfait, & dont on demande la racine, à moins de $\frac{1}{11}$ près. Cette queſtion ſe réſoot par l'article XVIII. Je convertis le nombre 3 en une fraction qui ait le carré de 15 pour dénominateur; c'eſt-à-dire, qu'après avoir multiplié 15 par 15, ce qui donne 225, je réduis 3 en une fraction qui ait 225 pour dénominateur. Cette fraction eſt $\frac{675}{225}$. J'en tire la racine approchée, & je trouve la fraction $\frac{26}{15}$, qui eſt moindre que la vraie racine, mais qui n'en differe pas de $\frac{1}{15}$. La fraction $\frac{27}{15}$ eſt un peu plus grande que la vraie racine, mais en approche beaucoup plus que $\frac{26}{15}$.

XXI. Scholie III. Il n'y a point de méthode auſſi ſimple & auſſi commode pour approcher de la racine d'une fraction dont les termes ne ſont pas des carrés parfaits, que d'employer les parties décimales. Cette approximation peut être faite un peu autrement que nous ne l'avons preſcrit (XVIII & XIX). Voici ce nouveau moyen, lequel comprend tout-à-la-fois les deux cas.

La fraction n'étant pas un carré parfait, par le défaut de l'un de ſes termes ou de tous les deux, commencez par diviſer le numérateur par le dénominateur, & pouſſez la diviſion en parties décimales, juſqu'à ce que vous ayez au quotient deux fois autant de chifres décimaux, que vous voulez en avoir à la racine. Enſuite tirez la racine de ce quotient, comme s'il n'avoit pas de chifres décimaux; & quand vous l'aurez trouvée, ſéparez vers la droite par une virgule, un nombre de chifres décimaux, égal à la moitié de celui du quotient qui exprime la valeur de la fraction propoſée. Ainſi, ayant la fraction $\frac{5}{9}$, dont on veut exprimer la racine approchée avec trois décimales, je diviſe 5 par 9, avec ſix décimales, c'eſt-à-dire, que je convertis 5 en 5,000000; le quotient de ce nombre diviſé par 9, eſt 0,555555, dont la racine approchée eſt 0,745.

Extraction de la Racine cube.

XXII. Extraire la racine cube d'un nombre, c'eſt trouver un nombre qui, multiplié par ſon carré, produiſe, ou le nombre même dont on propoſe d'extraire la racine, ou le plus grand cube qui y eſt contenu.

XXIII. La racine cube des nombres qui ne ſont pas exprimés par plus de trois chifres, ſe trouve par le moyen de la table de l'article IV. Il ne s'agit ici que de l'*extraction* de la racine cube des nombres exprimés par plus de trois chifres.

XXIV. Tout nombre exprimé par plus de trois chifres, en a néceſſairement plus d'un à ſa racine cube. Car 1000, qui eſt le plus petit des nombres exprimés par plus de trois chifres, a pour racine cube, 10, qui eſt exprimé par deux chifres. Donc, en général, la racine cube de tout nombre exprimé par plus de trois chifres, peut être regardée comme compoſée de dixaines & d'unités.

XXV. Nous avons vu (XI) que le carré d'un nombre compoſé de dixaines & d'unités, contient le carré des dixaines, plus le double produit des dixaines par les unités, plus le carré des unités. Ainſi, pour former le cube du même nombre, il faut multiplier chacune des trois parties dont nous venons de parler, par les dixaines & par les unités; ce qui donnera évidemment les ſix produits ſuivans:

1°. Le carré des dixaines multiplié par les dixaines, ou le cube des dixaines.

2°. Le double produit des dixaines & des unités, par les dixaines; ou le double produit du carré des dixaines, par les unités.

3°. Le carré des unités par les dixaines.

4°. Le carré des dixaines par les unités.

5°. Le double produit des dixaines & des unités, par les unités; ou le double produit du carré des unités, par les dixaines.

6°. Le carré des unités, par les unités; ou le cube des unités.

Raſſemblons toutes ces parties du cube, & ne faiſons qu'une même ſomme de celles de même eſpece: nous verrons que le cube d'un nombre compoſé de dixaines & d'unités, contient *le cube des dixaines; plus trois fois le carré des dixaines, multiplié par les unités; plus trois fois le carré des unités, multiplié par les dixaines; plus le cube des unités*. Par exemple, le cube de 24 eſt compoſé des parties qu'on voit ici.

8 . . .	Cube des dixaines.
48 . .	triple du carré des dixaines, par les unités.
96 . .	triple du carré des unités, par les dixaines.
64	cube des unités.
Somme 13824	cube de 24.

La premiere partie du cube exprimé des mille, & a trois places à ſa droite; la ſeconde, des centaines, & a deux places; la troiſieme, des dixaines, & a une place; la quatrieme, des unités, & ne laiſſe point de place à ſa droite. Il eſt clair que, par cette maniere de former le cube, on ne fait que développer le calcul par lequel on auroit trouvé le nombre 13824, en multipliant à l'ordinaire 24 par 24, & enſuite le produit réſultant, par 24.

XXVI. Problême. *Extraire la racine cube d'un nombre ou du plus grand cube qui y eſt contenu, ſi ce nombre n'eſt pas un cube parfait.*

J'opere ſur des exemples pour plus de clarté.

Exemple I. *Extraire la racine cube de 34567, ou du plus grand cube contenu dans ce nombre.*

Le nombre 34567 étant compoſé de plus de trois chifres, ſa racine cube en a néceſſairement plus d'un (XXIV); elle a donc des dixaines & des unités: & le nombre propoſé contient le cube des dixaines de la racine; plus trois fois le carré des dixaines, multiplié par les unités; plus trois fois le carré des unités, multiplié par les dixaines; plus enfin le cube des unités. Pour avoir la partie du nombre qui contient le cube des dixaines de la racine, je ſépare, par une petite bâre verticale, les trois derniers chifres, & je vois que le cube des dixaines eſt contenu dans 34.

cube ſuppoſé 34|567 { 32 rac. cube
27 { x7
7567
5768
1799

Cela poſé, ſuivant la table de l'article IV, le plus grand cube contenu dans 34 eſt 27, dont la racine cube eſt 3, que j'écris après le crochet, & au deſſus de la bâre qui répond au milieu de ce crochet. Retranchant le cube 27 de 34, il reſte 7.

À côté de 7, j'abaiſſe la tranche 567, & j'ai le nombre 7567, lequel doit contenir le triple du carré des dixaines 3 que nous venons de trouver, multiplié par les unités que nous cherchons; plus le triple de ces mêmes dixaines, multiplié par le carré des unités; plus le cube des unités. Or le triple du carré des dixaines, multiplié par les unités, doit avoir deux places à ſa droite; ce produit eſt donc contenu dans 75. Ainſi, pour avoir les unités, je diviſe 75 par 27, triple du carré des dixaines; il vient au quotient 2, que j'écris à la ſuite des dixaines 3. La racine cube du nombre propoſé, ou du moins du plus grand cube contenu dans ce nombre, eſt donc 32, ſuppoſé que le chifre 2, écrit à la racine, ne ſoit pas trop grand.

Pour éprouver ce chifre, je fais à part les trois produits qui doivent ſe trouver dans le nombre 7567, c'eſt-à-dire, le triple du carré des dixaines 3 par les unités 2, qui eſt 5400; le triple du carré des unités par les dixaines, qui eſt 360; enfin le cube des unités, qui eſt 8. J'ajoute enſemble ces trois produits; & comme leur ſomme 5768 eſt moindre que 7567, je conclus que le chifre 2 eſt bon; & en retranchant 5768 de 7567, je vois que le nombre propoſé 34567 ſurpaſſe le cube de 32, de 1799.

Lorſqu'on a eu trouvé la racine 32, on auroit pu la cuber; & en retranchant ſon cube 32768, de 34567, on auroit trouvé également le reſte 1799. Mais il y a un petit avantage, dans la pratique, à faire à part les trois produits dont nous avons parlé. On voit, par leur moyen, ſans beaucoup de tentatives, ſi le chifre des unités de la racine, tel que la diviſion le donne, n'eſt pas trop grand. En cas qu'il le fût, on le diminueroit d'une unité, juſqu'à ce qu'on en trouvât un qui fût convenable.

Exemple II. *Extraire la racine cube du nombre 94897584, ou du plus grand cube qui y eſt contenu.*

L'opération eſt indiquée ici; expoſons-en le procédé, par parties.

cube ſuppoſé 94|897|584 { 456 rac. cube
64 { 48
30897
27125 6087
3772584
3693816
78768.

(I). Le nombre 94897584 étant exprimé par plus de trois chifres, ſa racine cube en a plus d'un, & contient par conſéquent les dixaines qui peuvent elles-mêmes être exprimées par plus d'un chifre, & des unités qui ſont toujours exprimées par un ſeul chifre. Séparons, par une petite bâre verticale, les trois derniers chifres vers la droite; & nous ſerons ſûrs que le cube des dixaines de la racine eſt contenu dans le nombre 94897, qui reſte à gauche. J'opere ſur ce nombre, comme s'il exiſtoit ſeul, & je fais abſtraction, pour un moment, de la tranche 584.

(II). Comme le nombre 94897 eſt encore exprimé par plus de trois chifres, ſa racine en a plus d'un, & contient des dixaines & des unités. Séparons vers la droite les trois derniers chifres; il nous reſtera à gauche le nombre 94, qui contient le cube des dixaines de la racine du nombre partiel 94897. On continueroit le même partage en tranches de trois chifres, en allant toujours de droite à gauche, ſi le nombre dont on propoſe d'extraire la racine cube, avoit un plus grand nombre de caracteres.

Suivant la table de l'article IV, le plus grand cube contenu dans le nombre 94 eſt 64, dont la racine cube eſt 4, que j'écris à la droite du crochet. Je retranche le cube 64, de 94; & à côté du reſte 30, j'abaiſſe la tranche 897. Par-là, j'ai le nombre 30897, lequel doit contenir le triple du carré des dixaines 4, multiplié par les unités inconnues; plus le triple du carré des unités, par les dixaines, plus le cube des unités. Le premier de ces trois produits doit avoir deux rangs de chifres

chifres à ſa droite, & ſe trouve par conſéquent dans le nombre 308. Ainſi, pour avoir les unités de la racine cube du nombre 94897, je diviſe 308 par 48, triple du carré des dixaines 4; le quotient eſt 6. Mais, en faiſant les trois produits que je viens d'indiquer, je trouve que leur ſomme ſurpaſſe 30897. D'où je conclus que le chifre 6 eſt trop grand pour pouvoir être mis à la racine. J'éprouve le nombre 5, & je vois qu'il eſt bon; car le triple du carré des dixaines par 5 eſt 24000; le triple du carré des unités par les dixaines, eſt 3000; le cube des unités eſt 125; la ſomme de ces trois nombres eſt 27125, qui eſt moindre que 30897. Je retranche 27125, de 30897; il reſte 3772. D'où il ſuit que le nombre 94897 ſurpaſſe le cube de 45, de 3772.

(III.) Maintenant je reprends la derniere tranche 584, qu'on avoit d'abord miſe à l'écart; je l'abaiſſe à côté de 3772, & j'ai le nombre 3772584. En conſidérant 45 comme les dixaines de la racine du nombre total 94897584, le nombre 3772584 doit contenir le triple du carré de ces dixaines, par les unités qu'on cherche; plus le triple du carré des unités, par les mêmes dixaines; plus enfin le cube des unités. Le premier produit doit avoir deux rangs de chifres à ſa droite; il eſt donc contenu dans 37725. Diviſant ce nombre par 6075, triple du carré des dixaines 45, il viendra au quotient 6. Je fais le produit de 6075 par 6, qui eſt 3645000; plus le produit de 45, par 108, triple du carré de 6, qui eſt 48600; enfin le cube de 6, qui eſt 216. J'ajoute enſemble ces trois nombres; la ſomme eſt 3693816, qui étant retranchée de 3772584, donne 78768 pour reſte. L'opération eſt achevée. On voit que 456 eſt la racine du plus grand cube contenu dans le nombre 94,897,584, & que ce même nombre ſurpaſſe le cube de 456, de 78768.

XXVII. Scholie I. Lorſqu'un nombre n'eſt pas un cube parfait, & qu'on veut approcher de ſa racine cube par le moyen des parties décimales, il faut mettre à ſa droite une virgule, & après la virgule trois fois autant de zéros, qu'on veut avoir de chifres décimaux à la racine; tirer enſuite la racine cube comme s'il n'y avoit pas de virgule; & quand elle eſt trouvée, y ſéparer vers la droite, par une virgule, un nombre de chifres décimaux, égal au tiers du nombre des zéros qui acompagnent la virgule dans le cube. Il y a donc ainſi trois fois plus de parties décimales au cube qu'à la racine cube. En effet, le cube d'un nombre qui contient des dixiemes, a trois figures décimales, puiſque les trois facteurs de ce cube ont chacun une figure décimale; le cube d'un nombre qui contient deux figures décimales, doit avoir ſix chifres décimaux, puiſque chaque facteur de ce cube a deux figures decimales; ainſi de ſuite.

Exemple. *Extraire la racine cube de* 57, *qui n'eſt pas un cube parfait, & faire en ſorte qu'elle ne differe pas de la vraie racine, d'un millieme.*

Puiſque la racine cube cherchée doit contenir des milliemes, & par conſéquent trois figures décimales, le cube doit avoir neuf figures décimales. Ainſi, au lieu de 57, j'écris 57,000000000, qui eſt au fond la même choſe. Enſuite, ſupprimant la virgule, j'extrais, par les regles précédentes, la racine cube du nombre 57000000000; elle eſt 3848, à moins d'une unité près. Mais, comme 57000000000 eſt 1000000000 fois plus grand que 57, le nombre 3848 eſt 1000 fois plus grand que la racine cube de 57. Il faut donc le rendre 1000 fois plus petit; c'eſt ce qu'on fera en écrivant 3,848, qui ne differe pas de la racine cube de 57, d'un millieme.

XXVIII. Scholie II. Si le nombre dont on propoſe de trouver la racine cube approchée, contenoit déja des chifres décimaux, on ne mettroit à ſa droite qu'un nombre de zéros, ſuffiſant pour avoir un cube trois fois autant de chifres décimaux, qu'on veut en avoir à la racine. Ainſi, s'il s'agit, par exemple, d'extraire la racine cube de 57,3, à moins d'un millieme près, on ne mettra que huit zéros à la ſuite de ce nombre. Enſuite on tirera la racine cube de 57300000000; elle eſt 3855, à moins d'une unité près. Séparant trois chifres vers la droite par une virgule, on aura, à moins d'un millieme près, 3,855 pour la racine cube du nombre propoſé 57,3.

XXIX. Scholie III. S'il falloit extraire la racine cube d'un nombre tel que 0,045, qui ne contient que des parties décimales, & qu'on demandât cette racine à moins d'un centieme près, on mettroit trois zéros à la ſuite du nombre propoſé; & on commenceroit par tirer la racine cube de 45000; elle eſt 35, à moins d'une unité près. Séparant dans ce nombre 35 deux chifres vers la droite par une virgule, on aura, à moins d'un centieme près, 0,35, pour la racine cube du nombre propoſé 0,045.

Extraction des racines cubes des fractions.

XXX. Il ſuit des principes ſur la multiplication & la nature des fractions, que le cube d'une fraction eſt égal au cube du numérateur, diviſé par le cube du dénominateur. Donc réciproquement la racine cube d'une fraction eſt la racine cube du numérateur, diviſée par la racine cube du dénominateur. Par exemple, la racine cube de $\frac{8}{64}$ eſt $\frac{2}{4}$; celle de $\frac{729}{1331}$ eſt $\frac{9}{11}$.

XXXI. À l'imitation de ce que nous avons dit (XVII) au ſujet de la racine carrée des fractions, diſtinguons de même deux cas pour les racines cubes des fractions; l'un où le dénominateur eſt un cube parfait, l'autre où il n'en eſt pas un.

XXXII. (I. Cas.) *Tirer la racine cube d'une fraction, lorſque le dénominateur eſt un cube parfait.*

Il faut tirer la racine cube exacte ou approchée du numérateur, & celle du dénominateur. La fraction qui aura pour numérateur la premiere racine, & pour dénominateur la ſeconde, ſera la

racine demandée. Soit, par exemple, la fraction $\frac{458}{512}$, dont il s'agit d'extreire la recine cube. Je prends le racine 7 de 343, qui eſt le plus grand cube contenu dans le numérateur 458, & le racine exeſte 8 du dénomineteur 512; je forme la fraction $\frac{7}{8}$, qui n'eſt pas la racine exeſte de $\frac{458}{512}$, mais qui n'en differe pas de $\frac{1}{8}$, c'eſt-à-dire, d'une unité fractionaire de même dénomination qu'elle.

On peut approcher auſſi près qu'on voudre de la vraie recine du numérateur, par le moyen des parties décimales. Ainſi, tirant le racine cube de 458, à moins d'un millieme près, on aura $\frac{7,708}{8}$ pour la racine approchée de $\frac{458}{512}$. Si on ne vent avoir qu'une fraction décimale à la racine, on diviſera le numérateur 7,708 par 8, & on eure 0,963 pour la recine approchée.

XXXIII. (II. Cas.) *Tirer la racine cube d'une fraction, lorſque le dénominateur n'eſt pas un cube parfait.*

Multipliez le numéreteur & le dénominateur, par le cetré du dénominateur, vous ne chengerez pes la valeur de la fraction, & vous en aurez une eutre dont le dénominateur eſt un cube parfait; ce qui revient au cas précédent. Soit, par exemple, le fraction $\frac{8}{9}$ dont on demande la racine cube, & dont le dénominateur n'eſt pas un cube parfait. Je multiplie numéreteur & dénomineteur par 81, carré de 9; & j'ai la fraction $\frac{648}{729}$. Prenent la recine cube approchée 7 du numérateur, & le recine cube exeſte 9 du dénominateur, je forme la fraction $\frac{7}{9}$, qui ne diffiere pas de $\frac{1}{9}$ de la vreie racine cube de $\frac{8}{9}$.

On approchera davantage, ſi l'on veut, de le vraie racine, en employant les parties décimales, comme dens le cas précédent.

XXXIV. Scholie I. Si on propoſoit d'extraire la recine cube d'un nombre compoſé d'un entier & d'une fraction, on commenceroit par réduire l'entier en une fraction de même dénominateur que celle dont il eſt acompagné (*Voyez* Fraction); enſuite, après evoir ejouté enſemble ces deux fractions, on tireroit le racine cube de la ſomme, comme on vient de l'expliquer. Par exemple, qu'il s'agiſſe de tirer la recine cube du nombre $4\frac{2}{9}$: je réduis l'entier 4 en une fraction qui ait 9 pour dénominateur. Par ce moyen, le nombre $4\frac{2}{9}$ devient $\frac{36}{9}$ plus $\frac{2}{9}$, c'eſt-à-dire $\frac{38}{9}$. La queſtion eſt donc réduite à tirer le racine cube de $\frac{38}{9}$; ce qui ſe raporte à l'article précédent.

XXXV. Scholie II. Quand un nombre entier n'eſt pas un cube parfait, & qu'on veut avoir ſa recine cube à moins d'une unité fractionaire *donnée* près, il faut convertir ce nombre en une fraction qui ait pour dénomineteur le cube du nombre, qui eſt le dénominateur de l'unité fractionaire donnée. Par ce moyen, l'opération eſt réduite eu premier cas. Soit, par exemple, le nombre 3, qui n'eſt pes un cube parfeit, & dont on veut avoir la racine cube, à moins de $\frac{1}{15}$ près; je convertis 3 en une fraction qui ait le cube de 15 pour dénomineteur. Cette fraction eſt $\frac{3375}{1125}$, dont la racine epprochée eſt $\frac{15}{11}$, ou $\frac{7}{5}$, qui ne differe pas de $\frac{1}{15}$, de la vraie racine de 3.

XXXVI. Scholie III. Nous avons indiqué (XXXII & XXXIII) le moyen d'approcher, en parties décimales, de la racine cube des fractions dont les deux termes ne ſont pes des cubes parfeits. Voicl une autre maniere, plus ſimple dans le pratique, pour pervenir au même but.

Diviſez le numérateur par le dénominateur, & pouſſez l'opération, en parties décimales, juſqu'à ce que vous ayez au quotient trois fois autant de chifres décimaux que vous voulez en evoir à la racine. Tirez le racine cube de ce quotient, comme s'il n'avoit pas de parties décimales; & quand vous l'aurez trouvée, ſéparez-y vers la droite un nombre de chifres décimaux, égal au tiers de celui des chifres décimaux du cube. Ainſi, par exemple, ayant la fraction $\frac{5}{9}$ dont on demande la racine cube avec trois figures décimales, je l'écris einſi $\frac{5,000000000.}{9}$; & en effeſtuant la diviſion, elle devient 0,555555555, dont la racine cube epprochée eſt 0,822.

Extraction des racines des quantités algébriques.

XXXVII. Les puiſſances d'une quantité algébrique ſe forment comme celles d'un nombre, en multipliant cette quantité un certain nombre de fois par elle-même (*Voyez* Multiplication). Ainſi le carré de $+a$, c'eſt-à-dire, $+a \times +a$ eſt $+aa$; celui de $-a$, c'eſt-à dire, $-a \times -a$ eſt auſſi $+aa$. Le cube de $+5a$ eſt $+125a^3$; le cube de $-5a$ eſt $-125a^3$. Le quatrieme puiſſance de $+2a$ eſt $+16a^4$; celle de $-2a$ eſt enſſi $+16a^4$.

Les puiſſances des fractions ſe forment en élevant numéreteur, & dénominateur au cetré, au cube, *&c.* Ainſi le carré de la fraction $+\frac{a}{b}$ eſt $+\frac{a^2}{b^2}$; celui de le fraction $-\frac{a}{b}$ eſt auſſi $+\frac{a^2}{b^2}$; le cube de la fraction $+\frac{2a}{3b}$ eſt $+\frac{8a^3}{27b^3}$; ainſi des autres.

XXXVIII. Qu'on ait un binome, tel que $a+b$, à élever à une puiſſance quelconque. On formere le carré, en multipliant $a+b$ par $a+b$; le cube, en multipliant le carré, per $a+b$; la quatrieme puiſſance, en multipliant le cube par $a+b$; einſi de ſuite. Per là, on trouvere, toutes rédnctions faites, que le carré de $a+b$ eſt $a^2+2ab+b^2$; que le cube eſt $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$; que le quetrieme puiſſance eſt $a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$, *&c.*

XXXIX. Les puiſſences des *trinomes*, des *quadrinomes*, &c., ſe forment par les mêmes moyens.

Soit, par exemple, le trinome $a+b+c$. Je prends une quantité ſimple d, pour repréſenter la ſomme $+b+c$ des deux derniers termes de ce trinome; c'eſt-à-dire, que je fais $+b+c=d$: alors la queſtion eſt de former les puiſſances du binome $a+d$. Quand ces puiſſances auront été trouvées, comme on vient de l'expliquer, on ſubſtituera à la place des puiſſances de d, les puiſſances pareilles du binome $+b+c$.

De même, s'il s'agiſſoit de former les puiſſances du quadrinome $a+b+c+d$, on ſuppoſeroit $+b+c+d=e$; & après avoir formé les puiſſances du binome $a+e$, on ſubſtitueroit à la place des puiſſances de e, les puiſſances ſemblables du trinome $+b+c+d$, qui ſe trouvent, comme on vient de voir.

On réduira toujours ainſi la formation des puiſſances d'un polynome qui a un nombre quelconque de termes, à la formation des puiſſances d'un polynome qui a un terme de moins. Et, en allant de proche en proche, le problême ne conſiſtera jamais qu'à élever un binome à une puiſſance propoſée.

Il en eſt des fractions qui ont des termes complexes, comme des fractions ſimples; leurs puiſſances ſe forment en élevant numérateur & dénominateur, au carré, au cube, à la quatrieme puiſſance, *&c.* Ainſi, par exemple, le carré de la fraction $\frac{a+b}{2m+3n}$ eſt $\frac{a_2+2ab+b_2}{4m^2+12mn+9n^2}$.

XL. *Remarque.* Si on demandoit les puiſſances du binome $-a-b$, dont les deux termes ſont négatifs; tous les termes des puiſſances *paires* auroient le ſigne $+$, parce que $-\times-$ donne $+$; & tous les termes des puiſſances *impaires* auroient le ſigne $-$, parce que $+\times-$ donne $-$. Ainſi, le carré de $-a-b$ eſt $aa+2ab+bb$; & le cube de $-a-b$ eſt $-a^3-3a^2b-3ab^2-b^3$.

Si on demandoit les puiſſances du binome $a-b$, dont les deux termes ont des ſignes différens: alors, pour toutes les puiſſances paires ou impaires, tous les termes où b auroit des expoſans pairs ſeroient poſitifs, & ceux où b auroit des expoſans impairs ſeroient négatifs. Ainſi, le carré de $a-b$ eſt $aa-2ab+bb$; le cube de $a-b$ eſt $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$.

On étendra facilement l'uſage de cette remarque aux trinomes, aux quadrinomes, *&c.*

XLI. L'*extraction* des racines, qui eſt le problême inverſe de la formation des puiſſances, n'a aucune difficulté pour les *monomes*. Car, l'opération ſe réduit à tirer d'abord, conformément aux regles pour la multiplication des ſignes, la racine numérique du coëfficient, s'il y en a un différent de l'unité; & à prendre enſuite la moitié, le tiers, le quart, la cinquieme partie, *&c.*, des expoſans des lettres qui compoſent une quantité monome, ſelon qu'on veut tirer la racine carrée, ou la racine cube, ou la racine quatrieme, ou la racine cinquieme, *&c.* Ainſi, la racine carrée de $+a^2$ eſt $\pm a$. La racine quatrieme de $+16a^4$ eſt $\pm 2a$; la racine cinquieme de $+32a^5b^{10}$ eſt $+2ab^2$.

La racine carrée de la fraction $+\frac{a^2}{b^2}$ eſt $+\frac{a}{b^2}$.

Je paſſe à l'*extraction* des racines des polynomes, qui eſt un peu plus difficile.

XLII. Problême. *Extraire la racine carrée d'un polynome entier ou fractionaire.*

La queſtion ſe réduit, dans tous les cas, à ſavoir tirer la racine carrée d'un polynome entier, puiſque la racine carrée d'une fraction eſt la racine carrée du numérateur, diviſée par la racine carrée du dénominateur. On réſoudra généralement cette queſtion, en procédant comme dans les exemples ſuivans.

Exemple I. *Extraire la racine carrée du polynome* $4a^2-4ab+b^2$.

J'ordone ce polynome par raport à la lettre a, & je le diſpoſe comme on voit ici:

Carré ſuppoſé.	Racine.
$4a^2-4ab+b^2$	$2a-b$
$-4a^2$	$4a$
1er reſte $-4ab+b^2$	
$+4ab-b^2$	
2e reſte 0	

Cela poſé, 1°. la racine du premier terme $4aa$ eſt $\pm 2a$. Je me contente, pour ſimplifier l'opération, d'écrire cette racine avec le ſigne ſupérieur ſous-entendu. Je carre $2a$, & j'écris le carré, avec un ſigne contraire, ſous le premier terme de la quantité propoſée, pour pouvoir faire la réduction. Cette réduction faite, il reſte $-4ab+b^2$.

2°. Je double la racine $2a$, ce qui me donne $4a$, quantité par laquelle je diviſe le premier terme $-4ab$ du reſte précédent; il vient au quotient $-b$, que j'écris à la ſuite du premier terme $2a$ de la racine. Je fais le produit de $4a$ par $-b$, & le carré de $-b$; j'écris la ſomme de ces deux produits, avec des ſignes contraires, ſous le premier reſte $-4ab+b^2$. La réduction faite, il ne reſte rien. D'où je conclus que $2a-b$ eſt la racine exacte du polynome propoſé.

On voit qu'au lieu de $2a-b$, on pouroit prendre également pour racine, $-2a+b$, qui a des ſignes contraires à ceux de la premiere.

Exemple II. *Extraire la racine du polynome* $9a^2-12ab-6ac+4b^2+4bc+c^2$, *qui eſt ordoné par raport à la lettre a.*

Je diſpoſe les quantités, & j'opere ſur elles, comme il eſt expſimé ici:

des ſignes contraires, ſous le ſecond reſte. La réduction faite, on a $\pm\frac{n^3}{8m^4}-\frac{n^4}{64m^6}$, pour troiſieme reſte.

4°. Je double la partie $m\pm\frac{n}{2m}-\frac{n^2}{8m^3}$; & par le premier terme $2m$ de ce double $2m\pm\frac{n}{m}-\frac{n^2}{4m^3}$, je diviſe le premier terme du troiſieme reſte; il vient au quotient $\pm\frac{n^3}{16m^5}$; je multiplie le diviſeur par le quotient; au produit, j'ajoute le carré de $\frac{n^3}{16m^5}$; enſuite j'écris la ſomme, avec des ſignes contraires, ſous le troiſieme reſte. La réduction faite, on a $-\frac{5n^4}{64m^6}\pm\frac{n^5}{64m^8}-\frac{n^6}{256m^{10}}$ pour quatrieme reſte.

On voit qu'en continuant toujours à opérer de même, il viendra à chaque opération un nouveau terme pour la racine: elle eſt donc exprimée par la ſuite infinie:

$$(A)\ m\pm\frac{n}{2m}-\frac{n^2}{8m^3}\pm\frac{n^3}{16m^5}-\&c.$$

En changeant les ſignes de tous les termes de cette ſuite, on en auroit une autre qui ſeroit également racine de $m^2\pm n$.

Il eſt évident que la ſuite (A) convergera, ſi, m & n étant ſuppoſés des nombres entiers, $\frac{n}{m}$ eſt moindre que l'unité, ou même ne ſurpaſſe pas l'unité. *Voyez* l'uſage de cette ſuite à l'*article* APPROXIMATION.

XLIV. La même méthode s'applique à l'*extraction* de la racine carrée approchée d'un trinome, d'un quadrinome, *&c.* Pour cela, on partagera le polynome propoſé en deux parties, qui peuvent contenir chacune un ſeul terme ou pluſieurs termes; on ſuppoſera que l'une eſt repréſentée par m^2, l'autre par n, & on formera la ſuite (A). Sur quoi il faut obſerver que le polynome doit être partagé de maniere que la partie repréſentée par m^2 ſoit poſitive, & tout au moins égale à l'autre partie n, afin que la ſuite (A) ait des termes réels, & qu'elle converge. Cette opération faite, on ſubſtituera dans les différens termes de la ſuite (A), pour m & n leurs valeurs, qui peuvent être rationeles ou radicales; ce qui produira de nouveles ſuites qu'on développera par les élévations aux puiſſances, ou par les *extractions* des racines, ou par la diviſion; enfin on raſſemblera toutes ces ſuites en une même ſomme, en ordonant par raport à une même lettre; cette ſuite finale donnera la racine approchée du polynome propoſé. Par exemple, ſoit le quadrinome $f+g+b+k$: ſuppoſons qu'on ait $f+g>b+k$, & que de plus $f+g$ ſoit une quantité poſitive; je fais $f+g=m^2$, $b+k=n$; il eſt clair que les numérateurs des termes de la ſuite (A), ne contiendront que des puiſſances entieres dont la formation n'a aucune difficulté: mais les dénominateurs contiendront des racines de binomes, qui ne ſont pas des carrés parfaits; on trouvera ces racines par approximation, & on diviſera les numérateurs par les ſuites qui proviendront de ces *extractions*; on aura ainſi de nouveles ſuites dont les termes ſeront des monomes rationels, ou radicaux; on les raſſemblera en une même ſomme, en les ordonant par raport à une même lettre, telle que f.

Les racines carrées approchées des fractions qui ne ſont pas des carrés parfaits, ſe déterminent par les mêmes moyens; car, après avoir trouvé la racine exacte ou approchée de chacun des termes de la fraction, il ne s'agit que de diviſer la racine du numérateur par la racine du dénominateur, en ordonant ces deux racines par raport à une même lettre.

XLV. SCHOLIE. Lorſqu'une quantité radicale complexe a des facteurs, qui ſont des carrés parfaits, l'expreſſion peut être ſimplifiée ou changée. Qu'on ait, par exemple, la quantité radicale $\sqrt{(3a^2c-6a^2bc+3ab^2c)}$: j'obſerve que le polynome $3a^2c-6a^2bc+3ab^2c$ eſt compoſé de ces deux facteurs $aa-2ab+bb$, & $3ac$, dont le premier eſt le carré de $a-b$; d'où il ſuit qu'en tirant la racine de ce carré, la quantité radicale propoſée deviendra $(a-b)\sqrt{3ac}$.

Réciproquement une quantité rationele complexe écrite au devant d'un ſigne radical du ſecond degré, peut être tranſportée ſous ce ſigne, en élevant cette quantité au carré. Ainſi, $(a+b)\sqrt{m}$ eſt la même choſe que $\sqrt{(a^2m+2abm+b^2m)}$.

XLVI. PROBLÊME. *Extraire la racine cube d'un polynome quelconque, entier ou fractionaire.*

Il s'agit ſeulement de ſavoir extraire la racine cube d'un polynome entier, puiſqu'on aura celle d'une fraction, en diviſant la racine du numérateur par la racine du dénominateur. On va tirera dans tous les cas la racine cube d'un polynome entier, comme dans les exemples ſuivans.

EXEMPLE I. *Extraire la racine cube du polynome* $27a^3-54a^2b+36ab^2-8b^3$?

J'ordone cette quantité par raport à la lettre a; on voit ici le réſultat de l'opération.

Cube ſuppoſé.	racine.
$27a^3 - 54a^2b + 36ab^2 - 8b^3$, $-27a^3$	$3a - 2b$
1er reſte $-54a^2b + 36ab^2 - 8b^3$, $+54a^2b - 36ab^2 + 8b^3$,	$27a^2$
2e reſte 0	

Développons tout au long le procédé de l'opération indiquée.

1°. J'extrais la racine cube du premier terme $27a^3$; elle eſt $3a$ que j'écris. Enſuite, après avoir formé le cube de cette partie, & après l'avoir placé, avec un ſigne contraire, ſous le polynome propoſé, je fais la réduction; ce qui me donne pour premier reſte, $-54a^2b + 36ab^2 - 8b^3$.

2°. Je fais le carré de la partie $3a$; & je le triple, ce qui me donne $27a^2$, quantité par laquelle je diviſe le premier terme $-54a^2b$ du premier reſte; il vient au quotient $-2b$, que j'écris à la racine. Enſuite je fais premiérement le produit de $27a^2$ par $-2b$; il eſt $-54a^2b$: ſecondement, le produit du triple du carré de $-2b$, par $3a$; il eſt $+36ab^2$: troiſiémement, le cube de $-2b$; il eſt $-8b^3$. Puis, ayant écrit la ſomme de ces trois produits, avec des ſignes contraires, ſous le premier reſte, je fais la réduction, & il ne reſte rien. D'où je conclus que la racine cube exacte de la quantité propoſée eſt $3a - 2b$.

On ne peut pas mettre ici le double ſigne $\pm$ au devant de la racine, comme pour la racine carrée.

Exemple II. *Extraire la racine cube du polynome* $27a^3 - 54a^2b + 36ab^2 - 8b^3 + 27a^2c - 36abc + 12b^2c + 9ac^2 - 6bc^2 + c^3$.

Ayant ordonné ce polynome, par raport à a, l'opération ſe fait comme on le voit dans le tableau ſuivant:

Cube ſuppoſé.	racine cube.
$27a^3 - 54a^2b + 36ab^2 - 8b^3 + 27a^2c - 36abc + 12b^2c + 9ac^2 - 6bc^2 + c^3$, $-27a^3$	$3a - 2b + c$
1er reſte $-54a^2b + 36ab^2 - 8b^3 + 27a^2c - 36abc + 12b^2c + 9ac^2 - 6bc^2 + c^3$, $+54a^2b - 36ab^2 + 8b^3$,	$27a^2$
2e reſte $+27a^2c - 36abc + 12b^2c + 9ac^2 - 6bc^2 + c^3$, $-27a^2c + 36abc - 12b^2c - 9ac^2 + 6bc^2 - c^3$,	$27a^2 - 36ab + 12b^2$
3e reſte 0	

Les deux premiers termes de la racine ſe trouvent par un calcul qui eſt exactement le même que celui de l'exemple précédent. Mais, pour épargner tout embaras aux commençans, je vais faire ici l'opération en ſon entier.

1°. J'extrais la racine cube du premier terme $27a^3$; elle eſt $3a$, que j'écris. J'en fais le cube, & j'écris ce cube, avec un ſigne contraire, ſous le polynome; & la réduction étant faite, j'ai le premier reſte écrit ci-deſſus.

2°. Je fais le carré de $3a$, & je le triple; ce qui me donne $27a^2$, quantité par laquelle je diviſe le premier terme $-54a^2b$ du premier reſte; le quotient eſt $-2b$, que j'écris à la ſuite de $3a$. Je fais trois produits; ſavoir, premiérement, celui de $27a^2$ par $-2b$; ſecondement, celui du triple du carré de $-2b$ par $3a$; troiſiémement, le cube de $-2b$. Ces trois quantités étant ajoutées enſemble, j'écris la ſomme, avec des ſignes contraires, ſous le premier reſte, & je fais la réduction. De toutes ces opérations, réſulte le ſecond reſte qu'on voit ci-deſſus.

3°. Je conſidere la partie $3a - 2b$, comme ne formant qu'un même tout; j'en fais le carré, & je le triple; ce qui me donne $27a^2 - 36ab + 12b^2$. Par le premier terme $27a^2$ de cette quantité, je diviſe le premier terme $27a^2c$ du ſecond reſte; le quotient eſt $+c$, que j'écris à la ſuite de la premiere partie ($3a - 2b$) de la racine. Enſuite je fais trois produits; ſavoir, premiérement, celui de $27a^2 - 36ab + 12b^2$ par c; ſecondement, celui du triple du carré de c, par $3a - 2b$; troiſiémement, le cube de c. Et après avoir écrit la ſomme de ces trois quantités, avec des ſignes contraires, ſous le ſecond reſte, je fais la réduction, & j'ai 0 pour reſte. Par conſéquent la racine exacte du polynome propoſé eſt $3a - 2b + c$.

Uſages des ſuites infinies pour l'extraction des racines cubes.

XLVII. Lorſqu'un polynome n'eſt pas un cube parfait, on peut au moins en extraire la racine cube approchée, par le moyen des ſuites infinies, comme pour les racines carrées. Selon que le polynome ſera poſitif ou négatif, la valeur de la ſuite qu'on trouvera pour ſa racine cube (valeur réelle dans l'un & l'autre cas), ſera poſitive ou négative.

Exemple. *Extraire la racine cube approchée de* $m^3 \pm n$, *qui n'eſt pas un cube parfait.*

Pour abréger, je me contente, dans le problême ſuivant, d'attribuer le ſigne $+$ à chacune des deux quantités m^3 & n. Si ces quantités avoient d'autres ſignes, on verroit facilement, ſans recommencer le calcul, les changemens qu'il faudroit faire aux ſignes des termes de la racine.

Cube ſuppoſé.	racine cube.
$m^3 + n$, $- m^3$	$m + \frac{n}{3m^2} - \frac{n^2}{9m^5} + \frac{5n^3}{81m^8}$ — &c.
1er reſte $+ n$, $- n - \frac{n^2}{3m^3} - \frac{n^3}{27m^6}$,	$3m^2$
2e reſte $- \frac{n^2}{3m^3} - \frac{n^3}{27m^6}$, $+ \frac{n^2}{3m^3} + \frac{2n^3}{9m^6} - \frac{n^5}{81m^{12}} + \frac{n^6}{729m^{15}}$,	$3m^2 + \frac{2n}{m} + \frac{n^2}{3m^4}$,
3e reſte $+ \frac{5n^3}{27m^6} - \frac{n^5}{81m^{12}} + \frac{n^6}{729m^{15}}$, $- \frac{5n^3}{27m^6}$ — &c,	$3m^2 + \frac{2n}{m} - \frac{n^2}{3m^4} - \frac{2n^3}{9m^7} + \frac{n^4}{27m^{10}}$,
4e reſte $- \frac{10n^4}{81m^9}$ — &c.	&c.
. . . . . ;	
&c.	

1°. J'extrais la racine cube de la premiere partie m^3 du cube ſuppoſé ; elle eſt m, que j'écris. Je fais le cube de m ; & après l'avoir écrit, avec un ſigne contraire, ſous $m^3 + n$, je fais la réduction, & j'ai, pour premier reſte, $+ n$.

2°. Je triple le carré de m, & j'ai $3m^2$, quantité par laquelle je diviſe $+ n$; le quotient eſt $+ \frac{n}{3m^2}$, que j'écris à la racine. Enſuite je fais trois produits ; ſavoir, premiérement, celui de $+ 3m^2$ par $+ \frac{n}{3m^2}$; ſecondement, celui du triple du carré de $\frac{n}{3m^2}$, par m ; troiſiémement, le cube de $\frac{n}{3m^2}$. Et après avoir écrit la ſomme de ces trois produits, avec des ſignes contraires, ſous le premier reſte, je fais la réduction, ce qui donne le ſecond reſte $- \frac{n^2}{3m^3} - \frac{n^3}{27m^6}$.

3°. Je triple le carré de $m + \frac{n}{3m^2}$; ce qui donne $3m^2 + \frac{2n}{m} + \frac{n^2}{3m^4}$. Par le premier terme de cette quantité, je diviſe le premier terme $- \frac{n^2}{3m^3}$ du reſte précédent ; le quotient eſt $- \frac{n^2}{9m^5}$, que j'écris à la racine. Enſuite je fais trois produits ; ſavoir, premiérement, celui de $3m^2 + \frac{2n}{m} + \frac{n^2}{3m^4}$, par $- \frac{n^2}{9m^5}$; ſecondement, celui de $m + \frac{n}{3m^2}$ par le triple du carré de $- \frac{n^2}{9m^5}$; troiſiémement, le cube de $- \frac{n^2}{9m^5}$. Et après avoir écrit la ſomme de ces trois produits, avec des ſignes contraires ſous le ſecond reſte, j'ai, après la réduction, le troiſieme reſte écrit ci-deſſus.

4°. Je triple le carré de $m + \frac{n}{3m^2} - \frac{n^2}{9m^5}$; & j'ai $3m^2 + \frac{2n}{m} - \frac{2n^2}{3m^4} - \frac{2n^3}{9m^7} + \frac{n^4}{3m^4} + \frac{n^4}{27m^{10}}$. Par le premier terme de cette quantité, je diviſe le premier terme du reſte précédent ; ce qui donne le quotient $+ \frac{5n^3}{81m^8}$, que j'écris à la racine. Enſuite je fais trois produits ; ſavoir, premiérement, celui du diviſeur $3m^2 + \frac{3n}{m}$ — &c., par $+ \frac{5n^3}{81m^8}$; ſecondement, celui du triple du carré de $+ \frac{5n^3}{81m^8}$, par $m + \frac{n}{3m^2} - \frac{n^2}{9m^5}$; troiſiémement, le cube de $+ \frac{5n^3}{81m^8}$. Et après avoir écrit la ſomme de ces trois produits, avec des ſignes contraires, ſous le troiſieme reſte, j'ai un quatrieme reſte.

En continuant à opérer toujours de même, on trouvera, pour la racine, de nouveaux termes, qu'on écrira à la ſuite des précédens. La racine cube de $m^3 + n$ ſera donc exprimée par cette ſuite infinie :

$$m + \frac{n}{3m^2} - \frac{n^2}{9m^5} + \frac{5n^3}{81m^8} - \frac{10n^4}{243m^{11}} + \&c,$$

laquelle eſt convergente, lorſque $\frac{n}{m}$ eſt moindre que l'unité, ou du moins ne ſurpaſſe pas l'unité, les nombres m & n étant ſuppoſés des entiers.

Digitized by Google

XLVIII. Il eſt facile d'appliquer les mêmes méthodes à l'*extraction* des racines cubes des trinomes, des quadrinomes, *&c.*

XLIX. Scholie. En décompoſant toujours les puiſſances dans un ordre oppoſé à celui ſuivant lequel elles ſe forment, on pourroit établir des regles particulieres pour extraire la racine quatrieme, ſixieme, *&c.* d'une quantité complexe. Mais tous ces calculs, en général, ſont un peu longs. La formule du binome fournit un moyen facile d'abréger les calculs, dans tous les cas. *Voyez* Binome. (*L. B.*)

EXTRADOS, ſ. m. (*Méch. de la coupe des pierres*); ſurface extérieure d'une voûte, comme l'*intrados* en en eſt la ſurface intérieure. Voyez le *Dictionaire d'Architecture*.

EXTRÊME, (*Géom.*). Quand une ligne eſt diviſée, de maniere que la ligne entiere eſt à l'une de ſes parties, comme cette même partie eſt à l'autre, on dit, en Géométrie, que cette ligne eſt diviſée en moyene & *extrême* raiſon. Voici comme on trouve cette diviſion. Soit la ligne donnée $AB=a$, *Pl. Géom. Fig.* 71; ſoit le grand ſegment x, le petit ſera $a-x$; alors par l'hypotheſe $a : x :: x : a-x$. Donc $aa-ax=xx$, par conſéquent $aa=xx+ax$; & en ajoutant $\frac{1}{4}aa$ de chaque côté, pour faire le carré parfait $xx+ax+\frac{1}{4}aa$: l'équation ſera $\frac{1}{4}aa=xx+ax+\frac{1}{4}aa$.

Or, puiſque la derniere quantité eſt exactement un carré, ſa racine $x+\frac{1}{2}a=\sqrt{\frac{1}{4}aa}$; & par tranſpoſition, on trouvera $\sqrt{\frac{1}{4}aa}-\frac{1}{2}a=x$. Cela poſé, ſur $AB=a$, élevez à angles droits $CB=\frac{1}{2}a$; enſuite tirez CA, dont le carré eſt égal à $\overline{AB}^2+\overline{CB}^2=\frac{1}{4}aa$. Donc $AC=\sqrt{\frac{1}{4}aa}$; avec CA, décrivez l'arc AD: vous aurez $CA=CD$; ainſi, $BD=CD-CB=\sqrt{\frac{1}{4}aa}-\frac{1}{2}a=x$. Portez donc BD ſur la ligne AB, depuis B juſqu'en E; & la ligne AB ſera coupée en moyene & *extrême* raiſon au point E. (*E*).

Extrêmes *d'une proportion*, ſont le premier & le quatrieme termes. *Voyez* Proportion & Moyen.

Fin du premier Volume.

64913

Page 323, col. 1, l. 4 *au lieu de* raiſon inverſe de la triplée, *liſez* raiſon ſous-doublée de la triplée; même colonne l. 24 *au lieu de* co-ſinus, *liſez* ſinus.